

LA DISTRIBUCIÓN DEL TAMAÑO POBLACIONAL DE LAS CIUDADES DE VENEZUELA (PERÍODO: 1936-1990) Y LA LEY DE ZIPF: UNA REINTERPRETACIÓN DESDE LA TEORÍA ECOLÓGICA DE SISTEMAS COMPLEJOS

José Renato De Nóbrega

Laboratorio de Ecología Humana. Centro de Ecología Aplicada. Instituto de Zoología y Ecología Tropical. Universidad Central de Venezuela. Apartado 47050. Caracas 1041-A. renato.nobrega@ciens.ucv.ve.

RESUMEN

Se reexamina la hipótesis que plantea una función de potencia especial, la ley de Zipf, para describir la distribución del tamaño poblacional de las ciudades de Venezuela durante el período 1936-1990. Tal distribución implicaría procesos de crecimiento invariantes con la escala. La aplicación de una prueba estadística robusta sugiere que la distribución se desvió paulatinamente del modelo Zipf a partir de 1961. Por otra parte, las tasas de crecimiento de las ciudades manifestaron correlación negativa moderada con el tamaño poblacional, a partir de 1971. La correlación negativa fue más intensa en las ciudades mayores. Estos resultados junto con el alto recambio de los rangos de tamaño y la presencia de grupos homogéneos de ciudades según su tamaño, previamente detectados, son compatibles con las predicciones contempladas en la teoría ecológica de sistemas complejos.

Palabras clave: Ley de Zipf, Regla rango-tamaño, Ciudades, Ecología de sistemas complejos, Demografía de Venezuela.

The population size distribution of Venezuela's cities (1936-1990 period) and the Zipf's law: a reinterpretation from the ecological theory of complex systems

ABSTRACT

The hypothesis of a special power function, the Zipf's law, describing the population size distribution of Venezuela's cities during the 1936-1990 period is re-examined. Such a distribution would imply scale invariant growth process. The application of a robust statistical test suggests that the distribution gradually deviated from the Zipf model since 1961. Moreover, city growth rates showed a moderate negative correlation with population size since 1971. The negative correlation was more intense in the largest cities. These results together with high turnover of cities size ranges and a previously detected presence of homogeneous groups of cities by size, are compatible with the predictions included in the ecological theory of complex systems.

Keywords: Zipf's Law, Range-size rule, Cities, Ecology of complex systems, Demography of Venezuela.

Recibido: febrero 2014

Aceptado: septiembre 2014

Compilación del Centro de Ecología Aplicada del Instituto de Zoología y Ecología Tropical, UCV

INTRODUCCIÓN

Un tema de investigación de particular interés en estudios de demografía, desarrollo urbano, geografía económica, y recientemente en la ecología de sistemas complejos, es la caracterización de patrones empíricos de la distribución del tamaño poblacional de las principales ciudades de un país o región, y la exploración de posibles procesos o mecanismos subyacentes. Se atribuye a Auerbach en 1913 el haber propuesto que tal distribución podría estar regida por una ley de potencia o función de distribución de Pareto (Ioannides y Overman, 2000; Gabaix e Ioannides, 2004), la cual señala que el porcentaje de ciudades mayores que un tamaño T cualquiera, porcentaje que denotaremos P (Tamaño $> T$), vendría dada por la expresión:

$$P(\text{Tamaño} > T) = a / T^\theta \quad (1)$$

donde $a > 0$ y θ es el denominado exponente de Pareto. El caso particular en que θ es igual a la unidad es conocida como ley de Zipf del tamaño de las ciudades: el tamaño de una ciudad multiplicado por el porcentaje de ciudades con tamaños mayores es constante. Este ha sido el modelo que ha recibido mayor atención en la literatura. Una aproximación a la ley de Zipf es la denominada regla rango-tamaño, la cual expresa que la segunda ciudad mayor presenta la mitad del tamaño poblacional de la ciudad más grande, la tercera manifiesta un tercio del tamaño de la primera, y así sucesivamente. A partir de la ecuación (1), la regla se expresa como: $T(i) \approx k/i$, donde i identifica el rango de la ciudad ($i=1,2,\dots,n$), asignando el rango 1 a la mayor ciudad, y k es una constante positiva (Gabaix e Ioannides, 2004).

La importancia de esta propuesta radica en que una ley de potencia implica la manifestación de procesos de crecimiento invariantes con la escala considerada, en este caso el tamaño poblacional (Stanley *y col.*, 1996; Decker *y col.*, 2007). Se ha planteado que esto sería posible si las ciudades crecieran con tasas porcentuales independientes de su tamaño, condición conocida como la Ley de Gibrat del crecimiento de las ciudades (Gabaix, 1999; Ioannides y Overman, 2000; Reed, 2001).

Desde la perspectiva de la Ecología de Sistemas se plantea que los ecosistemas naturales y urbanos, si bien complejos, representan una jerarquía dinámica, auto-organizada y estructurada por un relativamente pequeño conjunto de procesos que operan en diferentes escalas de tiempo y espacio, generando discontinuidades en ciertos atributos o características estructurales (Holling, 1992). Este enfoque teórico estaría apoyado empíricamente por el patrón de agregaciones y discontinuidades detectadas en la distribución de frecuencia de la masa corporal de especies animales, en diferentes ecosistemas. Extendida al análisis de sistemas de ciudades o aglomeraciones humanas, esta perspectiva

considera que la desviación de la distribución de sus tamaños con respecto a la ley de Zipf representa precisamente la manifestación de estos procesos no lineales que operan en escalas diferentes. Dichos procesos estructurarían las ciudades en grupos homogéneos según su tamaño, discriminados por discontinuidades significativas (Stow *y col.*, 2007). Este patrón implicaría tasas de crecimiento dependientes de las diferentes escalas de tamaño de las ciudades, en oposición a la ley de Gibrat (Garmestani *y col.*, 2007; Garmestani *y col.*, 2009). De acuerdo a este enfoque, el análisis de discontinuidades en características relevantes de sistemas complejos puede proveer conocimiento de su estructura dinámica y desarrollo, con posibles implicaciones para su manejo.

La evaluación del ajuste de la distribución del tamaño poblacional de las ciudades a una ley de potencia especial (ley de Zipf), se ha abordado bien a través de su forma probabilística (ecuación 1) o a través de la regla rango-tamaño. Este aspecto es controversial. El método tradicionalmente empleado al hacer uso de la regla rango-tamaño consiste en estimar el exponente de Pareto mediante la regresión de mínimos cuadrados ordinarios del logaritmo del rango de la ciudad con respecto al logaritmo del tamaño correspondiente, o viceversa. Este procedimiento ha sido catalogado de ineficiente por algunos autores. La particular estructura y naturaleza de la data considerada impide, de entrada, el cumplimiento de supuestos básicos sobre los errores aleatorios en el modelo de regresión lineal clásico. Estos supuestos son la base de inferencias válidas. El carácter discreto de la variable dependiente y el ordenamiento explícito de las observaciones implican la violación de las condiciones de normalidad e independencia de los errores aleatorios (Urzúa, 2000a, 2000b; Garmestani *y col.*, 2008). Inspecciones del comportamiento de los residuos a partir de la aplicación del método de regresión en datos empíricos revelan desviaciones sistemáticas que corroboran la no independencia de los errores (Decker *y col.*, 2007).

Se ha planteado como método más apropiado el uso de procedimientos estadísticos robustos desarrollados a partir de la forma probabilística de la ley. Siguiendo este proceder, Urzúa (2000a; 2000b) propone una prueba de hipótesis de la distribución Zipf mediante un estadístico localmente óptimo de multiplicadores de Lagrange (estadístico MLZ). Al comparar los resultados de esta prueba con el método tradicional de la regresión de mínimos cuadrados ordinarios, en un estudio de la distribución poblacional de áreas urbanas de México, Urzúa (2000b) obtiene que los métodos discrepan en la evaluación del año 1990: mientras el coeficiente de determinación de la regresión sugiere un buen ajuste a la ley de Zipf, el valor observado del estadístico MLZ permite rechazarla como modelo. Dicho autor reitera que los estudios que justifican la ley de Zipf en ciertos países o regiones, a partir de un análisis de regresión, son poco confiables desde un punto de vista estadístico.

Con respecto a Venezuela, Negrón (2001) realizó el más completo estudio sobre la evolución poblacional de las 40 mayores ciudades durante el período 1936 a 2000, concluyendo que la distribución de sus tamaños poblacionales se ajusta a la regla rango-tamaño en cada uno de los años considerados. Esto mediante el uso del método de regresión de mínimos cuadrados ordinarios. Negrón considera que este patrón, consolidado en el tiempo y estable, permite descartar a su vez el patrón de ciudad primada: aquel en el que la mayor aglomeración urbana del sistema manifiesta un porcentaje excesivo de la población. Destaca sin embargo, dos aspectos relevantes de la estructura interna: su fluidez marcada, dada por los desplazamientos en la escala de rangos de tamaño de casi todas las aglomeraciones, con excepción de las cinco primeras ciudades de la jerarquía, y la presencia de lo que denomina grupos homogéneos de aglomeraciones: aquellos conformados por aglomeraciones cuya diferencia poblacional con la inmediatamente mayor no supera el 25%. Describe cuatro grupos los cuales experimentan cambios paulatinos en el número de integrantes, desde 1936 a 1990, con la excepción del grupo integrado exclusivamente por la capital. Para 2001 plantea la conformación de 5 grupos, con base en proyecciones de los censos.

Dado lo expuesto, el objetivo de este trabajo es reexaminar el argumento de una distribución estable Zipf para las 40 principales ciudades de Venezuela, desde 1936. Se fundamenta la revisión en dos consideraciones. La primera: el argumento se sostiene en un único método estadístico de cierta controversia, cuya base es el ajuste a la regla rango-tamaño. La segunda: la presencia de una estructura interna fluida y con presencia de grupos homogéneos de aglomeraciones sugiere lo contrario, visto desde la perspectiva de la ecología de sistemas complejos. Se procederá, en primer lugar, a someter la hipótesis estadística de una distribución Zipf al escrutinio del método robusto del estadístico multiplicador de Lagrange (MLZ). En segundo lugar, considerando que tal hipótesis sugiere la manifestación de procesos de crecimiento independientes del tamaño poblacional de las ciudades (Ley de Gibrat), se explorará el comportamiento de las tasas de crecimiento en el tiempo y su asociación con el tamaño.

MATERIALES Y MÉTODOS

Datos. Se dispuso de la data elaborada por Negrón (2001) sobre el tamaño poblacional de las 40 mayores aglomeraciones urbanas de Venezuela, la cual construye a partir de los correspondientes registros censales de los años 1936, 1941, 1950, 1961, 1971, 1981 y 1990. No se consideró el año 2001, incluido por dicho autor, por ser una proyección.

Es de destacar que el total poblacional de las 40 primeras aglomeraciones representó un porcentaje cada vez mayor de la población total de Venezuela con el paso del tiempo (de 25% en 1936 a un 69 % en 1990). Por otra parte, la representación porcentual del tamaño poblacional de Caracas con respecto al total de las 40 ciudades, si bien alta y estable en la primera parte del período, disminuyó notablemente en la etapa final: por encima del 30% al menos hasta 1971, para descender a un 22% en 1990 (Tabla 1).

Tabla 1. Población total en Venezuela, en las 40 mayores aglomeraciones urbanas y en Caracas durante el período 1934-1990. El índice de primacía de Caracas es la fracción que representa su población con respecto al total de las 40 aglomeraciones. Datos tomados de Negrón (2001).

Año	Población total en Venezuela	Población total 40 aglomeraciones urbanas	Porcentaje poblacional 40 aglomeraciones	Población de Caracas	Índice de Primacía de Caracas
1936	3.364.347	824.712	24,51	258.513	0.31
1941	3.850.771	1.031.893	26,80	354.138	0.34
1950	5.034.838	2.025.281	40,23	693.896	0.34
1961	7.523.999	3.984.873	52,96	1.336.464	0.34
1971	10.721.522	6.888.723	64,25	2.183.935	0.32
1981	15.484.656	11.017.779	71,15	2.879.468	0.26
1990	19.501.849	13.495.401	69,20	2.994.062	0.22

Método. Para implementar el método robusto de prueba de la hipótesis de una distribución Zipf, se calculó el estadístico Multiplicador de Lagrange para la ley de Zipf (MLZ) expuesto en Urzúa (2000a), cuya expresión es:

$$MLZ = 4n \cdot [Z_1^2 + 6 \cdot Z_1 \cdot Z_2 + 12Z_2^2] \cdot \chi_2^2$$

con:

$$Z_1 = 1 - \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\ln X_i}{X_{(n)}} \quad \text{y} \quad Z_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{X_{(n)}}{X_i}$$

Las “n” ciudades a considerar son ordenadas de mayor a menor según su tamaño poblacional. El subíndice “i” identifica el rango de la ciudad ($i = 1, 2, \dots, n$), asignando el rango 1 a la mayor; X_i representa el tamaño poblacional de la i -ésima ciudad y $X_{(n)}$ representa el tamaño de la ciudad más pequeña de la jerarquía.

Bajo la hipótesis nula, el estadístico *MLZ* se distribuye asintóticamente como una distribución ji-cuadrado con dos (2) grados de libertad: χ^2_2 . Urzúa (2000a) reporta valores críticos de *MLZ* sólo para niveles de significación de 0,05 y 0,10, y para algunos tamaños de muestra (*n*) seleccionados, que no incluyen el requerido en este caso (*n*=40). El más cercano por defecto es *n*=30, para el cual los valores críticos son 6,03 y 4,46 para los niveles de significación 0,05 y 0,10 respectivamente. Estos fueron los valores considerados, de modo que la prueba a aplicar será conservadora, con un nivel de significación real menor que el nominal.

Para el análisis de posibles procesos de crecimientos aleatorios independientes del tamaño de las ciudades consideradas e independientes de período en período, se calculó la tasa de crecimiento anual per cápita de cada ciudad entre dos censos consecutivos. Luego se procedió a calcular el coeficiente de correlación de Pearson entre la tasa y el logaritmo del tamaño poblacional que la ciudad expresa al comienzo del período entre los dos censos consecutivos señalados. De cumplirse la ley de Gibrat de crecimiento de las ciudades, subyacente al patrón de distribución Zipf, esta correlación no debería ser significativa a lo largo del período.

Para explorar posibles tendencias en el tiempo, se calculó el coeficiente de correlación de Pearson entre tasas de crecimiento anual sucesivas: aquellas que manifiestan las ciudades en los dos períodos sucesivos que transcurren entre tres censos contiguos. Esta correlación permitirá explorar si las aglomeraciones urbanas mantuvieron la posición relativa de sus tasas de crecimiento, bien por encima o bien por debajo de la tasa promedio del conjunto, según el caso, en dos períodos sucesivos.

Las magnitudes observadas del coeficiente de correlación se calificaron de acuerdo a los valores guías propuestos por Cohen (1992): correlación pequeña: 0,10; moderada: 0,30 y alta: 0,50.

RESULTADOS

El estadístico *MLZ* presenta valores bastante bajos en los tres primeros censos (1936, 1941, y 1950), no estadísticamente significativos. Sin embargo, a partir del último censo citado el estadístico manifiesta una marcada tendencia a adoptar valores cada vez mayores (Tabla 2). En los dos últimos censos de la serie, 1980 y 1990, los valores *MLZ* superan notablemente el valor crítico establecido para un nivel de significación de 0,05. Es de destacar que para 1971 el valor observado de *MLZ* (4,18) apenas difiere del crítico (4,46) correspondiente a un nivel de significación más flexible de 0,10.

Tabla 2. Valores observados del estadístico Multiplicador de Lagrange para ley Zipf (MLZ) en cada censo considerado, el coeficiente de correlación entre la tasa de crecimiento anual y el logaritmo del tamaño poblacional, y el coeficiente de correlación entre tasas de crecimiento sucesivas. Paréntesis al lado del coeficiente de correlación indican el número (n) de ciudades consideradas en su cálculo y su valor de probabilidad (p). Asterisco simple: estadístico significativo para $\alpha = 0,05$, asterisco doble: estadístico significativo para $\alpha = 0,01$.

Año	Estadístico MLZ	Correlación tasa de crecimiento y tamaño poblacional	Períodos sucesivos	Correlación tasas de crecimiento sucesivas
1936	1,11	0,02 (n=31)(p=0,92)	-----	-----
1941	0,19	0,11 (n=35)(p=0,19)	1936-1941 1941-1951	0,36 (n=29)(p=0,06)
1951	1,14	-0,08 (n=36)(p=0,63)	1941-1951 1951-1961	0,38 * (n=32)(p=0,03)
1961	2,58	-0,09 (n=35)(p=0,62)	1951-1961 1961-1971	-0,04 (n=34)(p=0,82)
1971	4,19	-0,34 * (n=39)(p=0,03)	1961-1971 1971-1981	0,45 ** (n=25)(p=0,007)
1981	13,50 *	-0,35 * (n=39)(p=0,03)	1971-1981 1981-1990	0,55 ** (n=25)(p=0,001)
1990	10,34 *	-----	-----	-----

De acuerdo a la prueba robusta, la ley de Zipf no es descartable como modelo representativo de la distribución de tamaños poblacionales de las ciudades en los tres primeros censos del periodo en estudio. Sin embargo, las distribuciones en los censos posteriores discrepan cada vez más del modelo Zipf, el cual podría rechazarse como representación idónea de las distribuciones de los dos últimos censos considerados (1981 y 1990) para un nivel de significación de 0,05.

Las tasas de crecimiento sucesivas muestran correlación positiva moderada (0,36 y 0,38) en los lapsos iniciales 1936-1950 y 1941-1961, con un valor de probabilidad (p) por debajo o cercano a 0,05 (Tabla 2). Sin embargo, la asociación entre las tasas de la década 1950-1961 con las tasas de la década siguiente, 1961-1971, es prácticamente nula. A partir de esta última década en adelante la correlación entre tasas sucesivas incrementa de nuevo hacia valores positivos altos (0,45 y 0,55), mayores que los observados en la etapa inicial, y con un valor de probabilidad (p) por debajo de 0,01.

La tasa de crecimiento per cápita presenta correlación estadísticamente significativa con el tamaño poblacional sólo en las dos últimas décadas: 1971-1981 y 1981-1990 (Tabla 2). Dichas correlaciones son negativas, de igual magnitud y moderadas: -0,34 y -0,35, respectivamente. La inspección visual de la dispersión de las tasas con el tamaño para 1981-1990 destaca esta asociación negativa (Figura 1), la cual se incrementa a -0.85 (con $p=0,012$) cuando se calcula sólo para las 7 ciudades más grandes.

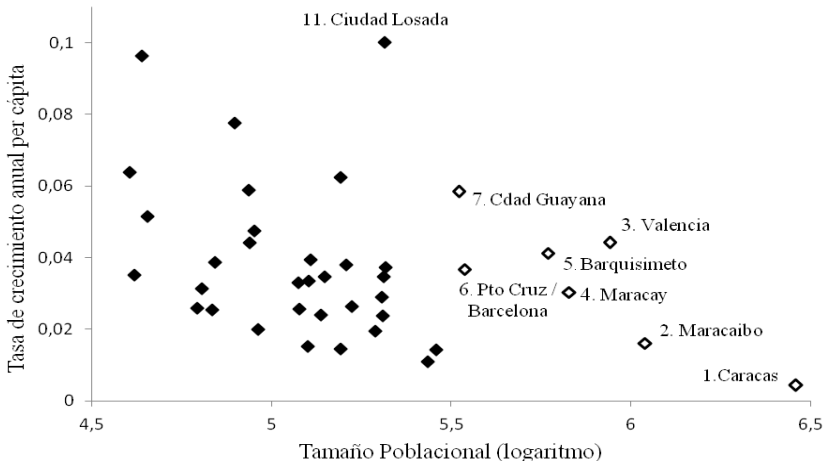


Figura 1: Gráfico de dispersión de la tasa de crecimiento anual per-cápita y el tamaño poblacional de las aglomeraciones urbanas, para el periodo 1981-1990. Se destacan los nombres de las 7 mayores aglomeraciones y de aquella con la mayor tasa de crecimiento en el periodo. Los números corresponden al rango que alcanza la ciudad en la jerarquía de tamaños.

DISCUSIÓN

La prueba robusta y el análisis de las tasas de crecimiento sugieren que la distribución del tamaño de las mayores aglomeraciones urbanas de Venezuela evolucionó siguiendo un paulatino desvío de la distribución de potencia Zipf, a partir de la década que inicia en 1961. Desde ese momento se expresó, con cierta intensidad, una nueva tendencia en las tasas de crecimiento poblacional que luego se acentuó. La ausencia de correlación entre las tasas de los periodos sucesivos 1950-1961 y 1961-1971, sugiere un cambio en el patrón de crecimiento que se venía manifestando. Desde 1971 las aglomeraciones, en particular las mayores, manifestaron tasas de crecimiento decrecientes con el tamaño poblacional. Como resultado de estos procesos, la distribución empírica del tamaño de las aglomeraciones urbanas de 1981 y 1990 no parece quedar apropiadamente representada por la distribución Zipf.

Este resultado no contradice el resto de las conclusiones de Negrón (2001) con respecto al sistema de ciudades de Venezuela. Más aún, reciben mayor respaldo a raíz de lo observado, sólo que requieren reinterpretación. En primer lugar, su conclusión en cuanto a que la distribución poblacional evolucionó alejándose del patrón de ciudad

primada no es desmentida. Esto es cierto pero no por la razón que aduce: que el sistema de ciudades mantuvo la tendencia a consolidar una distribución Zipf. Todo lo contrario: en los censos iniciales, de 1936 a 1951, en los que el patrón Zipf no es descartable según la prueba robusta, se manifiestan altos grados de primacía. Grandes variaciones en los índices de primacía son compatibles con la regla rango-tamaño según Gabaix e Ioannides (2004). El patrón de ciudad primada en Venezuela se fue perdiendo junto con el patrón de distribución Zipf.

Su conclusión de una estructura interna fluida, con desplazamientos en la jerarquía de tamaños principalmente entre ciudades medianas y pequeñas, y la consolidación paulatina de grupos homogéneos de aglomeraciones discriminados por tamaño, encuentra explicación al reconocer que es un sistema complejo cuyos integrantes manifiestan tasas de crecimiento dependientes del tamaño. Dado que las aglomeraciones urbanas intermedias o pequeñas expresan, en promedio, mayores tasas que las aglomeraciones más grandes, cabe esperar mayor recambio de posiciones en la jerarquía precisamente en las primeras. Por otra parte, al ser mayor la desaceleración del crecimiento de una ciudad grande con respecto a la desaceleración experimentada por la aglomeración de tamaño inmediato menor, las diferencias poblacionales relativas entre ambas disminuyen, pudiendo entonces conformar un grupo de acuerdo al criterio del tamaño.

Debe destacarse que los cambios descritos en la evolución del patrón del tamaño poblacional de las ciudades de Venezuela, han coincidido con el desarrollo de su red de transporte terrestre. Es solo para 1947 que se da inicio al Primer Plan de Vialidad del país. La red permanente de tránsito pasó de tener 6.618,8 km en ese año a 36.306, km en 1967. Entre 1967 y 1976 aumentó a 63.000 km. Para 2003, el país disponía de 95.670 km de vías terrestres (Corrales, 2006). La inversión en infraestructura vial, al disminuir los costos de transporte, reduce la distancia efectiva entre ciudades, incrementa su conexión y el flujo no solo de información y recursos sino también de personas. Esto genera mayor dinamismo al sistema y conduce a una distribución de tamaño con las características observadas, de mayor equidad, como lo sugiere el descenso del índice de primacía, y grupos homogéneos de ciudades. Por supuesto, otros factores de la economía política y la geografía económica deben ser considerados en la comprensión global del fenómeno, así como de casos particulares.

AGRADECIMIENTOS

Al CDCH-UCV por financiamiento otorgado al proyecto PI 03-6832-2007.

LITERATURA CITADA

- Cohen, J. A. 1992. A power primer. *Psychological Bulletin* 112:155-159.
- Corrales, M.E. 2006. Infraestructura Pública y Servicios Asociados. En: *Venezuela: Un Acuerdo para Alcanzar el Desarrollo* (A. Barrios Ross, Ed.), Universidad Católica Andrés Bello, Instituto de Investigaciones Económicas y Sociales, Caracas. Cap. 6:231-262.
- Decker, E. H., A.J. Kerkhoff y M.E. Moses. 2007. Global patterns of city size distributions and their fundamental drivers. *Plos One*, 2(9), e934. doi:10.1371/journal.pone.0000934.
- Gabaix, X. 1999. Zipf's law for cities: an explanation. *Quarterly Journal of Economics* 114: 739-767.
- Gabaix, X. y Y.M. Ioannides. 2004. The Evolution of City Size Distributions. En: *Handbook of Urban and Regional Economics, Volume IV: Cities and Geography* (Vernon Henderson, J y J.F. Thisse, Eds.), North Holland, Amsterdam. Cap. 53: 2341-2378.
- Garmestani, A.S., C.R. Allen, C.M. Gallagher y J. Mittelstaedt. 2007. Departures from Gibrat's law, discontinuities and city size distributions. *Urban Studies* 40 (10):1997-2007.
- Garmestani, A.S., C.R. Allen y C.M. Gallagher. 2008. Power laws, discontinuities and regional city size distributions. *Journal of Economic Behavior & Organization* 68:209-216.
- Garmestani, A. S., C. R. Allen y L. Gunderson. 2009. Panarchy: discontinuities reveal similarities in the dynamic system structure of ecological and social systems. *Ecology and Society* 14(1):15. www.ecologyandsociety.org/vol14/iss1/art15.
- Holling, C.S. 1992. Cross-scale morphology, geometry and dynamics of ecosystems. *Ecological Monographs* 62:447-502.
- Ioannides, Y.M. y H.G. Overman. 2000. Zipf's Law for cities: an empirical examination. *Regional Science and Urban Economics* 33(2):127-137.
- Negrón, M. 2001. *Ciudad y Modernidad. El Rol del Sistema de Ciudades en la Modernización de Venezuela*. Ediciones Instituto de Urbanismo. Comisión de Estudios de Postgrado. Facultad de Arquitectura y Urbanismo. Universidad Central de Venezuela. 128 pp.
- Reed, W.J. 2001. The Pareto, Zipf and other power laws. *Economics Letters* 74:15-19.
- Stanley, H.E., L.A.N. Amaral, S.V. Buldyrev, A.L. Goldberger y S. Havlin. 1996. Scaling and universality in animate and inanimate systems. *Physica A* 231:20-48.
- Stow, C., C. Allen y A.S. Garmestani. 2007. Evaluating discontinuities in complex systems: toward quantitative measures of resilience. *Ecology and Society* 12 (1):26. Publicación electrónica: www.ecologyandsociety.org/vol12/iss1art26.
- Urzúa, C.M. 2000a. A simple and efficient test for Zipf's law. *Economic Letters* 66: 257-260.
- Urzúa, C.M. 2000b. Las ciudades mexicanas no siguen la ley de Zipf. Documento de Trabajo Núm. VIII. Centro de Estudios Económicos, El Colegio de México, A.C.