

**ANÁLISIS DE LA VARIANZA DE UN GRUPO DE EXPERIMENTOS
EN PARCELAS SUBDIVIDIDAS**

Analysis of the Variance of a Series of Experiments in Split-split Plots

Lusbi A. Herrera S.^{*,1}

**Facultad de Agronomía, Universidad Central de Venezuela.
Apartado 4563, Maracay 2101, estado Aragua, Venezuela*

Correo-E: lusbih@gmail.com

Recibido: 00/00/09 - Aprobado: 22/07/11

RESUMEN

Este trabajo tuvo como propósito el análisis conjunto de un grupo de experimentos en parcelas subdivididas. En el campo de las Ciencias del Agro es de uso frecuente en ensayos con pastos, en los cuales generalmente, las sub-subparcelas son las diferentes fechas o épocas de corte de los mismos. Se considera el caso en que cada experimento es diseñado en parcelas subdivididas y es repetido, bajo la misma estructura, en m lugares (localidades) o durante m años. Inicialmente; se debe realizar el análisis de la varianza individualmente para cada lugar o para cada año de la manera usual y realizar pruebas de hipótesis y obtener valores estimados de los diferentes efectos, así como de los distintos errores involucrados. Se presentó la metodología para realizar, conjuntamente, pruebas de hipótesis y obtener valores estimados para los efectos de tratamientos, considerando que se ha tomado una muestra aleatoria de la población de localidades o de la población de años. En el modelo estadístico adoptado, se admite que es balanceado y que los tratamientos son considerados como de efectos fijos. Bajo estas condiciones, se presentó la metodología para la obtención de la solución de las ecuaciones normales, las sumas de cuadrados, las esperanzas de los cuadrados medios de las diferentes causas de variación y, posteriormente, fueron deducidos

ABSTRACT

The purpose of this work was the joint analysis of a series of experiments in split-split plots. In the field of Agrosiences, this procedure is frequently used in experiments with grass, where sub-plots are generally the different dates of cut. The investigation considered the case in which each split-split plot experiments were repeated over m places or m years, under the same structure. Initially, the analysis of variance should be individually performed in the usual way, for each place or year and obtain tests of significance and estimate values of the different effects, as well as the various errors involved. A methodology was presented for joint analysis, test of significance, and estimated effect of treatments, considering random samples were taken from a place or year. It is agreed that the statistical model used is balanced and treatments are taken as fixed factors. Under the given conditions, the solutions of normal equations, the sum of squares, the expectations of the mean squares, the appropriate denominators for the F test, the degrees of freedom associated, and finally, the analysis of variance, were obtained.

¹ A quien debe dirigirse la correspondencia (To whom correspondence should be addressed)

los numeradores y denominadores apropiados para la realización de la prueba de F, con sus grados de libertad asociados, lo cual permitió construir la tabla para realizar el análisis de la varianza respectivo.

(Palabras clave: Análisis de la varianza, modelos lineales, diseño por parcelas, diseño experimental)

(Key words: Analysis of variance, linear models, plot design, experimental design)

INTRODUCCIÓN

El diseño estadístico de experimentos es el proceso mediante el cual se planifica un experimento para obtener datos apropiados, que puedan ser analizados mediante métodos estadísticos, con el objeto de producir conclusiones válidas y objetivas (Montgomery, 1991). Esto indica que están involucrados dos aspectos: el diseño del experimento y el análisis estadístico de los datos u observaciones (John, 1971).

Una vez obtenidos los datos experimentales, deben emplearse métodos estadísticos para analizarlos. Montgomery (1991), plantea que “los métodos estadísticos no pueden probar que un factor (o varios factores) tiene(n) un efecto particular. Sólo proporcionan directrices para la veracidad y validez de los resultados. Los métodos estadísticos no permiten probar algo experimentalmente, sólo hacen posible obtener el probable error de una conclusión o asignar un nivel de confiabilidad a los resultados”.

Muchas veces se desea obtener información precisa sobre un factor y sobre la interacción de este factor con un segundo factor, pero renunciando a esa precisión en el segundo factor (Snedecor y Cochran, 1981). Cuando las parcelas de un experimento se dividen en subparcelas que reciben subtratamientos, se genera el diseño en parcelas divididas.

En experimentos en los cuales algún tratamiento implique el uso de maquinaria, tal como algunas prácticas de manejo en el área agrícola, es aconsejable este tipo de diseño, así como también en los experimentos con cultivos perennes o semiperennes (Martínez, 1972).

Kemphorne (1975), Snedecor y Cochran (1981), De Campos (1984), De Araujo y Saldiva (1985) y Cochran y Cox (2001), entre otros, resaltan como aspecto esencial de experimentos en parcelas divididas, el que los tratamientos principales (ubicados en parcelas completas) se sorteán en los bloques y que los tratamientos secundarios (ubicados

en las subparcelas) se aleatorizan dentro de cada parcela principal. Para este diseño están disponibles: sumas de cuadrados, esperanzas de los cuadrados medios; análisis de la varianza y comparaciones múltiples. Esos autores demuestran que el error a nivel de las subparcelas es menor que el error a nivel de las parcelas completas (principales), debido a que las subparcelas son más homogéneas y recomiendan, de ser posible, asignar el tratamiento más importante a las subparcelas porque éstas se comparan con mayor precisión.

El principio del diseño en parcelas divididas puede extenderse mediante la división de las subparcelas. En estas condiciones el análisis comprende tres partes: entre parcelas o tratamientos principales, entre subparcelas o tratamientos secundarios dentro de parcelas principales y entre subsubparcelas o tratamientos terciarios dentro de las subparcelas (Kemphorne, 1975; Steel y Torrie, 1995). De esta manera se tiene un diseño experimental en parcelas subdivididas.

De Campos (1984), Steel y Torrie (1995) y Cochran y Cox (2001), presentan un estudio detallado del diseño experimental en parcelas subdivididas donde indicaban la forma de obtener las sumas de cuadrados de las diferentes causas de variación, incluidas las interacciones de interés, esperanzas de los cuadrados medios, análisis de la varianza y los estimadores de las varianzas de los diferentes contrastes de medias, necesarios para realizar las comparaciones múltiples.

En el área de las Ciencias Veterinarias, se puede destacar algunos trabajos que permiten dar ejemplo de la utilidad de la metodología planteada. Alcalde *et al.* (1999) distribuyeron treinta y dos novillas Nelore (208,3 kg) en 16 corrales (2 animales/corral), en un diseño completamente al azar, realizando el análisis en parcelas sub-subdivididas. Los tratamientos con sal común o mezcla de minerales, constituyeron la parcela principal; el implante o no de un dispositivo

intra-uterino (DIU), las subparcelas y los períodos las sub sub-subparcelas. La ración concentrada aportó, en promedio, el 40% de la materia seca proporcionada. Los tratamientos estudiados no afectaron la ganancia de peso. Independientemente del tratamiento, se observó un aumento de peso en el primer período experimental en comparación con los tres períodos posteriores. La implantación del DIU, no afectó el rendimiento de los animales en comparación a los animales sin DIU. Igualmente, Campos *et al.* (2007), con el propósito de evaluar características morfo fisiológicas y el valor nutritivo de la *Brachiaria* en un sistema silvopastoril, utilizaron el diseño de bloques al azar, en parcelas subdivididas, con cuatro repeticiones. Para evaluar la sustitución de heno de *Tifton 85* por semilla de algodón como fuente de fibra en la dieta, Bernardes *et al.* (2007) utilizaron 24 becerros Holstein, distribuidos en dos grupos. El grupo-heno recibió heno y concentrado separados, sin limitaciones, y el grupo-algodón recibió el algodón incorporado en el concentrado (13,5%), *ad libitum*. La ingesta de alimentos, el peso, las alturas de la cruz y el íleon, las circunferencias torácica y abdominal, la concentración de glucosa en la sangre, las concentraciones de acetato, propionato y butirato, el pH del líquido ruminal y los pesos de los compartimientos del estómago fueron medidos. Los datos de pH ruminal y la glucosa en la sangre fueron analizados de acuerdo a la disposición de los tratamientos en un diseño de parcelas sub-divididas con los tratamientos en las parcelas, las edades en las subparcelas y los tiempos de muestreo en las sub-subparcelas. Para probar las diferencias entre las medias se utilizó la prueba de Tukey ($P < 0,05$). Por otra parte, Souza *et al.* (2008), realizaron un trabajo para evaluar el potencial de producción de biogas de excretas de cerdos, específicamente en la producción de metano. Para el análisis estadístico, se utilizó el diseño experimental de bloques al azar en un arreglo de tratamientos de parcelas subdivididas, siendo el tiempo de retención hidráulica la parcela, cada temperatura una sub-parcela y los niveles de agitación fueron colocados en la sub-subparcela.

Magalhães *et al.* (2009), estudiaron los efectos de tres dosis de nitrógeno (150, 300 y 450 kg de N/ha) y cinco edades de corte (28, 35, 42, 56 y 84 d) sobre el contenido de proteína bruta (PB) y fibra en detergente neutro (FDN) del *Capin-efante cvs.*, Napier, Pioneiro y Roxo. El diseño experimental fue

en bloques al azar, estando los tratamientos dispuestos en parcelas sub-divididas, con cuatro repeticiones. Las parcelas principales fueron representadas por las variedades, las sub-parcelas fueron los niveles de N y las subsubparcelas las edades de corte.

Kempthorne (1975), Snedecor y Cochran (1981) y Cochran y Cox (2001), entre otros, consideran que en un programa de investigación es muy común repetir el mismo experimento en varios lugares distintos y en ocasiones diferentes, con el objeto de producir recomendaciones que se van a aplicar a una población que es extensiva, ya sea en espacio o en tiempo, o en ambos, teniendo como norte una aplicación más amplia de las conclusiones obtenidas, sobre todo si se tiene interés en establecer algún programa de transferencia de tecnología. En otros casos, se puede tener interés no en hacer inferencias acerca de una población específica, sino en estudiar la influencia de condiciones externas sobre algunas medidas o sobre las respuestas a tratamientos. Por ejemplo, ¿se ve afectado el contenido de vitamina A de un pasto por el clima en el cual crece? La repetición de este experimento en lugares distintos es necesaria para tener variaciones en los factores externos que están bajo investigación. Cochran y Cox (2001), señalan que las conclusiones que se extraen de tal investigación, si han de ser de utilidad, deben ser válidas por lo menos durante varios años futuros y para un área razonablemente grande de tierra de cultivo.

De Campos (1984), señala que el agrupamiento de experimentos para un análisis conjunto puede obedecer a diferentes criterios, entre los cuales menciona: a) por sectores geográficos; b) por año agrícola; c) por afinidad en relación a algunas características de interés y; d) por la magnitud de los cuadrados medios de los errores en los análisis individuales.

Kempthorne (1975), De Campos (1984) y Cochran y Cox (2001), discuten el análisis de un grupo de experimentos diseñados en bloques al azar y en parcelas divididas, alertando sobre ciertas dificultades y problemas.

Herrera y Balza (2002), establecen en forma detallada la obtención de las sumas de cuadrados, las esperanzas de los cuadrados medios, el análisis de la varianza y las comparaciones múltiples involucradas y presentan un sistema de información computarizado para realizar el análisis conjunto de experimentos en parcelas divididas.

No se tiene información, sobre la existencia

de trabajos que abordaran el análisis conjunto de experimentos en parcelas sub-divididas. Por eso, se plantea como uno de los objetivos de este trabajo de investigación, el desarrollo teórico para el análisis de ese tipo de situación experimental. Este estudio incluye aspectos fundamentales como la obtención de las Esperanzas de los cuadrados medios de los factores involucrados, lo que permite determinar el numerador y denominador apropiado para la prueba de F del análisis de la varianza. Otro objetivo fue el de ofrecer los diferentes aspectos en un lenguaje accesible a profesionales del área agrícola, así como también que sea de utilidad en las asignaturas relacionadas con el Diseño de Experimentos.

La metodología propuesta está limitada a un grupo de experimentos diseñados en parcelas subdivididas con la misma estructura, que sean balanceados y que los tratamientos sean de efectos fijos.

Desarrollo Teórico

El desarrollo de la metodología está basado en un grupo de M experimentos en parcelas sub-divididas, en los cuales cada experimento es caracterizado por los siguientes niveles de cada factor: Tratamientos principales (I), Bloques (J), tratamientos secundarios (K) y tratamientos terciarios (L).

1. Experimentos en Parcelas Subdivididas.

1.1 Análisis de la Varianza.

Herrera (2003), consideró el modelo estadístico:

$$y_{ijkl} = \mu + t'_i + b_j + (t' b)_{ij} + t''_k + (t' t'')_{ik} + (t' t'' b)_{ijk} + t'''_l + (t' t''')_{il} + (t'' t''')_{kl} + (t' t'' t''')_{ikl} + \varepsilon_{ijkl}$$

con las suposiciones usuales, donde :

y_{ijkl} es la observación correspondiente al i-ésimo tratamiento principal;

k-ésimo tratamiento secundario; l-ésimo tratamiento terciario en el j-ésimo bloque.

μ es la media general,

t'_i es el efecto del i-ésimo tratamiento principal,

b_j es el efecto del j-ésimo bloque,

$(t' b)_{ij}$ es el error (a), a nivel de la parcela principal,

t''_k es el efecto del k-ésimo tratamiento secundario,

$(t' t'')_{ik}$ es el efecto de la ik-ésima interacción $t' \times t''$,

$(t' t'' b)_{ijk}$ es el error (b), a nivel de la sub-parcela,

t'''_l es el efecto del l-ésimo tratamiento terciario,

$(t' t''')_{il}$ es el efecto de la il-ésima interacción $t' \times t'''$,

$(t'' t''')_{kl}$ es el efecto de la kl-ésima interacción $t'' \times t'''$,

$(t' t'' t''')_{ikl}$ es el efecto de la ikl-ésima interacción $t' \times t'' \times t'''$,

ε_{ijklm} es el error (c), a nivel de la sub-subparcela, donde $t'_i, t''_k, (t' t'')_{ik}, t'''_l, (t' t''')_{il}, (t'' t''')_{kl}$ y $(t' t'' t''')_{ikl}$ son considerados efectos fijos, con

$i = 1, 2, 3, \dots, I$ tratamientos t' ,

$j = 1, 2, 3, \dots, J$ bloques b ,

$k = 1, 2, 3, \dots, K$ tratamientos t'' ,

$l = 1, 2, 3, \dots, L$ tratamientos t''' .

En general, se tiene que los parámetros de efectos fijos como, por ejemplo, t'_i se caracterizan porque $E(t'_i) = t'_i$ y $E(t'_i)^2 = t'^2_i$.

El esquema del análisis de la varianza de experimentos en parcelas subdivididas es presentado por Kempthorne (1975), De Campos (1984), Montgomery (1991), Steel y Torrie (1995) y Cochran y Cox (2001), entre otros, y se puede visualizar en la Tabla 1.

1.2 Comparaciones Múltiples

Con la información obtenida en Steel y Torrie (1995) y Cochran y Cox (2001), Herrera (2003), considerando I como tratamientos principales A; J bloques; K como tratamientos secundarios B y L como tratamientos terciarios C, obtuvo las varianzas estimadas de los diferentes contrastes entre medias de tratamientos, las cuales son presentadas en la Tabla 2. En los casos en que aparezca más de un cuadrado medio en las varianzas estimadas, los grados de libertad serán calculados de acuerdo con lo propuesto por Satterhwaite (citado por De Campos, 1984, entre otros).

2. Análisis conjunto

Para el desarrollo de los aspectos involucrados en el estudio de los modelos lineales se siguieron las pautas de Neter y Wasserman (1974).

2.1 Modelo Estadístico

$$y_{ijklm} = \mu + t'_i + e_m + (t'_e)_{im} + b_j + (b_j)_{jm} + \delta_{ijm} + t''_k + (t''t'')_{ik} + (t''t'')_{km} + (t''t'')_{ikm} + \gamma_{ijkm} + t'''_l + (t' t''')_{il} + (t'' t''')_{kl} + (t' t'' t''')_{ikl} + (t''')_{lm} + (t' t''')_{ilm} + (t'' t''')_{klm} + \varepsilon_{ijklm}$$

con las suposiciones

Tabla 1. Esquema del análisis de la varianza de experimentos en parcelas sub-divididas

C V	G de L	CM	F
Bloques	J - 1	V ₁	V ₁ / V ₃
Trat. Princ. (T')	I - 1	V ₂	V ₂ / V ₃
Error (a)	(I - 1) (J - 1)	V ₃	-
Parcelas	IJ - 1	-	-
Trat. Sec. (T'')	K - 1	V ₄	V ₄ / V ₆
T' x T''	(I - 1) (K - 1)	V ₅	V ₅ / V ₆
Error (b)	I (K - 1) (J - 1)	V ₆	
Sub-parcelas	IJK - 1	-	-
Trat. Terc. (T''')	L - 1	V ₇	V ₇ / V ₁₁
T' x T'''	(I - 1) (L - 1)	V ₈	V ₈ / V ₁₁
T'' x T'''	(K - 1) (L - 1)	V ₉	V ₉ / V ₁₁
T' x T'' x T'''	(I - 1) (K - 1) (L - 1)	V ₁₀	V ₁₀ / V ₁₁
Error (c)	IK (L - 1) (J - 1)	V ₁₁	-
Total	IJKL - 1	-	-

Tabla 2. Varianzas estimadas de los contrastes entre medias de tratamientos en el análisis de experimentos en parcelas subdivididas

$\hat{y} = \text{contraste}$	$\hat{v}(\hat{y})$
$A_i - A_{i'}$	$\frac{2}{J K L} CM(E(a))$
$A_{ik} - A_{i'k}$	$\frac{2}{J K L} [CM(E(a)) + (K - 1)CM(E(b))]$
$A_{il} - A_{i'l}$	$\frac{2}{J K L} [CM(E(a)) + (L - 1)CM(E(c))]$
$A_{ikl} - A_{i'kl}$	$\frac{2}{J K L} [CM(E(a)) + (K - 1)CM(E(b)) + K(L - 1)CM(E(c))]$
$B_k - B_{k'}$	$\frac{2}{I J L} CM(E(b))$
$B_{ik} - B_{i'k}$	$\frac{2}{J L} CM(E(b))$
$B_{kl} - B_{k'l}$	$\frac{2}{I J L} [CM(E(b)) + (L - 1)CM(E(c))]$
$B_{ikl} - B_{i'kl}$	$\frac{2}{J L} [CM(E(b)) + (L - 1)CM(E(c))]$
$C_l - C_{l'}$	$\frac{2}{I J K} CM(E(c))$
$C_{il} - C_{i'l}$	$\frac{2}{J K} CM(E(c))$
$C_{kl} - C_{k'l}$	$\frac{2}{I J} CM(E(c))$
$C_{ikl} - C_{i'kl}$	$\frac{2}{J} CM(E(c))$

usuales, donde:

y_{ijklm} es la observación correspondiente al i -ésimo tratamiento principal,

k -ésimo tratamiento secundario; l -ésimo tratamiento terciario en el j -ésimo bloque en el m -ésimo local o experimento.

μ es la media general,

t'_i es el efecto del i -ésimo tratamiento principal,

e_m es el efecto del m -ésimo experimento,

$(t'e)_{im}$ es el efecto de la im -ésima interacción $t' \times e$,

$b_{j(m)}$ es el efecto del j -ésimo bloque dentro del m -ésimo local,

δ_{ijm} es el error (a), a nivel de la parcela principal,

t''_k es el efecto del k -ésimo tratamiento secundario,

$(t''t'')_{ik}$ es el efecto de la ik -ésima interacción $t'' \times t''$,

$(t''e)_{km}$ es el efecto de la km -ésima interacción $t'' \times e$,

$(t''t''e)_{ikm}$ es el efecto de la ikm -ésima interacción $t'' \times t'' \times e$,

ε_{ijkm} es el error (b), a nivel de la sub-parcela,

t'''_l es el efecto del l -ésimo tratamiento terciario,

$(t'''t''')_{il}$ es el efecto de la il -ésima interacción $t''' \times t'''$,

$(t'''t''')_{kl}$ es el efecto de la kl -ésima interacción $t''' \times t'''$,

$(t'''t'''t''')_{ikl}$ es el efecto de la ikl -ésima interacción $t''' \times t''' \times t'''$,

$(t'''e)_{lm}$ es el efecto de la lm -ésima interacción $t''' \times e$,

$(t'''t'''e)_{ilm}$ es el efecto de la ilm -ésima interacción $t''' \times t''' \times e$,

$(t'''t'''e)_{klm}$ es el efecto de la klm -ésima interacción $t''' \times t''' \times e$,

ε_{ijklm} es el error (c), a nivel de la sub-subparcela, donde

$t'_i, t''_k, (t''t'')_{ik}, t'''_l, (t'''t''')_{il}, (t'''t''')_{kl}$ y $(t'''t'''t''')_{ikl}$ son considerados de efectos fijos.

$i = 1, 2, 3, \dots, I$ tratamientos t' ,

$j = 1, 2, 3, \dots, J$ bloques b ,

$k = 1, 2, 3, \dots, K$ tratamientos t'' ,

$l = 1, 2, 3, \dots, L$ tratamientos t''' y

$m = 1, 2, 3, \dots, M$ experimentos e

En general, se tiene que los parámetros de efectos fijos como, por ejemplo, t'_i , se caracterizan porque $E(t'_i) = t'_i$ y $E(t'_i)^2 = t'^2_{i2}$, mientras que los parámetros de efectos aleatorios como, por ejemplo, e_m están distribuidos normalmente, es decir, $e_m \sim N(0, \sigma^2_e)$. Igualmente se admite que los efectos aleatorios no están correlacionados.

2.2 Ecuaciones Normales

La solución de mínimos cuadrados es:

$$\hat{Y}_{ijklm} = \hat{\mu} + \hat{t}'_i + \hat{e}_m + (t'e)_{im} + \hat{b}_{j(m)} + \hat{\delta}_{ijm} + \hat{t}''_k + (t''t'')_{ik} + (t''e)_{km} + (t''t''e)_{ikm} + \hat{\gamma}_{ijkm} + \hat{t}'''_l + (t'''t''')_{il} + (t'''t''')_{kl} + (t'''t'''t''')_{ikl} + (t'''e)_{lm} + (t'''t'''e)_{ilm} + (t'''t'''e)_{klm}$$

Se imponen las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} \sum_i \hat{t}'_i &= 0; \sum_i (t'e)_{im} = 0; \sum_j \hat{\delta}_{ijm} = 0; \\ \sum_i (t''t'')_{ik} &= 0; \sum_i (t''t''e)_{ikm} = 0; \sum_j \hat{\gamma}_{ijkm} = 0; \\ \sum_i (t'''t''')_{il} &= 0; \sum_i (t'''t'''t''')_{ikl} = 0; \\ \sum_i (t'''t'''e)_{ilm} &= 0; \sum_j \hat{b}_{j(m)} = 0; \sum_j \hat{\gamma}_{ijkm} = 0; \\ \sum_j \hat{\delta}_{ijm} &= 0; \sum_k \hat{t}''_k = 0; \sum_k (t''t'')_{ik} = 0; \\ \sum_k (t''e)_{km} &= 0; \sum_k (t''t''e)_{ikm} = 0; \sum_k \hat{\gamma}_{ijkm} = 0; \\ \sum_k (t'''t''')_{kl} &= 0; \sum_k (t'''t'''t''')_{ikl} = 0; \\ \sum_k (t'''t'''e)_{klm} &= 0; \sum_l \hat{t}'''_l = 0; \sum_l (t'''t''')_{il} = 0; \\ \sum_l (t'''t''')_{kl} &= 0; \sum_l (t'''t'''t''')_{ikl} = 0; \\ \sum_l (t'''e)_{lm} &= 0; \sum_l (t'''t'''e)_{ilm} = 0; \\ \sum_l (t'''t'''e)_{klm} &= 0; \sum_m \hat{e}_m = 0; \sum_m (t'e)_{im} = 0; \\ \sum_m \hat{b}_{j(m)} &= 0; \sum_m \hat{\delta}_{ijm} = 0; \sum_m (t''e)_{km} = 0; \\ \sum_m (t''t''e)_{ikm} &= 0; \sum_m \hat{\gamma}_{ijkm} = 0; \sum_m (t'''e)_{lm} = 0; \\ \sum_m (t'''t'''e)_{ilm} &= 0; \sum_m (t'''t'''e)_{klm} = 0; \end{aligned}$$

Además, se puede demostrar que si, por ejemplo,

$$\sum_i (\hat{t}'e)_{im} = 0 \text{ y } \sum_m (\hat{t}'e)_m = 0, \text{ entonces}$$

$$\sum_{i,m} (\hat{t}'e)_{im} = 0$$

Luego se obtienen las ecuaciones normales:

$$1.- \sum_{ijklm} \hat{Y}_{ijklm} = \sum_{ijklm} Y_{ijklm} = I J K L M \hat{\mu} = G;$$

$$2.- \sum_{jklm} Y_{ijklm} = J K L M \hat{\mu} + J K L M \hat{t}'_i = T'_i;$$

$$3.- \sum_{ijkl} Y_{ijklm} = I J K L \hat{\mu} + I J K L \hat{e}_m = E_m;$$

$$4.- \sum_{ikl} Y_{ijklm} = J K L \hat{\mu} + J K L \hat{t}'_i + J K L \hat{e}_m +$$

$$J K L (\hat{t}'e)_{im} = (T'E)_{im};$$

$$5.- \sum_{ikl} Y_{ijklm} = I K L \hat{\mu} + I K L \hat{e}_m + I K L \hat{b}_{j(m)}$$

$$= B_{jm};$$

$$6.- \sum_{kl} Y_{ijklm} = K L \hat{\mu} + K L \hat{t}'_i + K L \hat{e}_m$$

$$+ K L (\hat{t}'e)_{im} + K L \hat{b}_{j(m)} + K L \hat{\delta}_{ijm}$$

$$= (T'BE)_{ijm};$$

$$7.- \sum_{ijlm} Y_{ijklm} = I J L M \hat{\mu} + I J L \hat{t}'_k = T''_k;$$

$$8.- \sum_{jlm} Y_{ijklm} = J L M \hat{\mu} + J L M \hat{t}'_i + J L M \hat{t}''_k +$$

$$J L M (\hat{t}'t'')_{ik} = (T'T'')_{ik};$$

$$9.- \sum_{ijl} Y_{ijklm} = I J L \hat{\mu} + I J L \hat{e}_m + I J L \hat{t}''_k +$$

$$I J L (\hat{t}'e)_{km} = (T'E)_{km};$$

$$10.- \sum_{jl} Y_{ijklm} = J L \hat{\mu} + J L \hat{t}'_i + J L \hat{e}_m +$$

$$J L (\hat{t}'e)_{im} + J L \hat{t}''_k + J L (\hat{t}'t'')_{ik} +$$

$$J L (\hat{t}'e)_{km} + J L (\hat{t}'t'')_{ikm}$$

$$= (T'T''E)_{ikm};$$

$$11.- \sum_l Y_{ijklm} = L \hat{\mu} + L \hat{t}'_i + L \hat{e}_m + L (\hat{t}'e)_{im} +$$

$$L \hat{b}_{j(m)} + L \hat{\delta}_{ijm} + L \hat{t}''_k + L (\hat{t}'t'')_{ik}$$

$$+ L (\hat{t}'e)_{km} + L (\hat{t}'t'')_{ikm} + L \hat{\gamma}_{ijklm}$$

$$= (T'BT''E)_{ijklm};$$

$$12.- \sum_{ikm} Y_{ijklm} = I J K M \hat{\mu} + I J K M \hat{t}'_i = T'''_i;$$

$$13.- \sum_{jkm} Y_{ijklm} = J K M \hat{\mu} + J K M \hat{t}'_i + J K M \hat{t}''_k +$$

$$J K M (\hat{t}'t'')_{ik} = (T'T''')_{ik};$$

$$14.- \sum_{ijm} Y_{ijklm} = I J M \hat{\mu} + I J M \hat{t}'_k + I J M \hat{t}''_i +$$

$$I J M (\hat{t}'t'')_{ki} = (T'T''')_{kji};$$

$$15.- \sum_{jlm} Y_{ijklm} = J M \hat{\mu} + J M \hat{t}'_i + J M (\hat{t}'t'')_{ik} +$$

$$J M (\hat{t}'t'')_{il} + J M (\hat{t}'t'')_{kli} +$$

$$J M (\hat{t}'t'')_{ikl} = (T'T''T''')_{ikli};$$

$$16.- \sum_{ijk} Y_{ijklm} = I J K \hat{\mu} + I J K \hat{e}_m + I J K \hat{t}''_k +$$

$$I J K (\hat{t}'e)_{lm} = (T''E)_{lm};$$

$$17.- \sum_{jkl} Y_{ijklm} = J K \hat{\mu} + J K \hat{t}'_i + J K \hat{e}_m + J K (\hat{t}'e)_{im} +$$

$$J K \hat{t}''_k + J K (\hat{t}'t'')_{il} + J K (\hat{t}'e)_{ilm}$$

$$+ J K (\hat{t}'t'')_{ilm} = (T'T''E)_{ilm};$$

$$18.- \sum_{ij} Y_{ijklm} = I J \hat{\mu} + I J \hat{t}'_k + I J \hat{t}''_i + I J (\hat{t}'t'')_{ki} +$$

$$I J \hat{e}_m + I J (\hat{t}'e)_{km} + I J (\hat{t}'e)_{im} +$$

$$I J (\hat{t}'t'')_{kilm} = (T'T''E)_{kilm};$$

2.3 Estimación de parámetros

Al resolver ese sistema de ecuaciones se obtienen los estimadores de los parámetros:

$$1.- \hat{\mu} = \frac{G}{IJKLM}$$

$$2.- \hat{t}_i = \frac{T_i'}{JKLM} - \hat{\mu} ;$$

$$3.- \hat{e}_m = \frac{E_m}{IJKL} - \hat{\mu} ;$$

$$4.- (\hat{t'e})_{im} = \frac{(T'E)_{im}}{JKL} - \hat{\mu} - \hat{t}_i - \hat{e}_m ;$$

$$5.- \hat{b}_{j(m)} = \frac{B_{j(m)}}{IKL} - \hat{\mu} - \hat{e}_m ;$$

$$6.- \hat{\delta}_{ijm} = \frac{(T'BE)_{ijm}}{KL} - \hat{\mu} - \hat{t}_i - \hat{e}_m - (\hat{t'e})_{im} - \hat{b}_{j(m)} ;$$

$$7.- \hat{t}_k'' = \frac{T_k''}{IJLM} - \hat{\mu} ;$$

$$8.- (t't'')_{ik} = \frac{(T'T'')_{ik}}{JLM} - \hat{\mu} - \hat{t}_i - \hat{t}_k'' ;$$

$$9.- (t''e)_{km} = \frac{(T''E)_{km}}{IJL} - \hat{\mu} - \hat{e}_m - \hat{t}_k'' ;$$

$$10.- (t't''e)_{ikm} = \frac{(T'T''E)_{ikm}}{JL} - \hat{\mu} - \hat{t}_i - \hat{e}_m - (\hat{t'e})_{im} - \hat{t}_k'' - (t't'')_{ik} - (t''e)_{km} ;$$

$$11.- \hat{\gamma}_{ijkm} = \frac{(TBT''E)_{ijkm}}{L} - \hat{\mu} - \hat{t}_i - \hat{e}_m - (\hat{t'e})_{im} - \hat{b}_{j(m)} - \hat{\delta}_{ijm} - \hat{t}_k'' - (t't'')_{ik} - (t''e)_{km} - (t't''e)_{ikm} ;$$

$$12.- \hat{t}_1''' = \frac{T_1'''}{IJKM} - \hat{\mu} ;$$

$$13.- (t't''')_{il} = \frac{(T'T''')_{il}}{JKM} - \hat{\mu} - \hat{t}_i - \hat{t}_1''' ;$$

$$14.- (t''t''')_{kl} = \frac{(T''T''')_{kl}}{IJM} - \hat{\mu} - \hat{t}_k'' - \hat{t}_1''' ;$$

$$15.- (t't''t''')_{ikl} = \frac{(T'T''T''')_{ikl}}{JM} - \hat{\mu} - \hat{t}_i - \hat{t}_k'' - (t't'')_{ik} - \hat{t}_1''' - (t't''')_{il} - (t''t''')_{kl} ;$$

$$16.- (t''e)_{lm} = \frac{(T''E)_{lm}}{IJK} - \hat{\mu} - \hat{t}_1''' - \hat{e}_m ;$$

$$17.- (t't''e)_{ilm} = \frac{(T'T''E)_{ilm}}{JK} - \hat{\mu} - \hat{t}_i - \hat{t}_1''' - (t't''')_{il} - \hat{e}_m - (t'e)_{im} - (t''e)_{lm} ;$$

$$18.- (t''t''e)_{klm} = \frac{(T''T''E)_{klm}}{IJ} - \hat{\mu} - \hat{t}_k'' - \hat{t}_1''' - (t''t''')_{kl} - \hat{e}_m - (t''e)_{km} - (t''e)_{lm} ;$$

Donde los términos tales como G, Ti', Tk'', etc., corresponden a los totales que se obtienen al sumar las observaciones de acuerdo a los índices involucrados.

2.4 Sumas de cuadrados

Del modelo matricial $Y = X\beta + \varepsilon$, con todas las restricciones y características conocidas, se sabe que el estimador de mínimos cuadrados es $Y = X\beta$, donde $\beta = (X'X)^{-1} X'Y$. Por otra parte $\varepsilon = Y - Y = Y - X\beta$, es el vector de las diferencias entre los valores observados y los valores estimados, es decir, el residuo o error. Igualmente, se sabe que la suma de cuadrados total $= S C T = \sum y^2_{ijklm} = \mathbf{y}' \mathbf{y}$ y que la suma de cuadrados de los parámetros $= S C P = \beta' X'Y$, que no es más que:

$$SCP = [\hat{\mu}, \hat{t}_i, \hat{e}_m, (t'e), (t't''e)_{klm}] \begin{pmatrix} G \\ T_i' \\ E_m \\ (T'E)_{lm} \\ \vdots \\ (T''T''E)_{klm} \end{pmatrix}$$

es decir,

$$SCP = \hat{\mu} G + \sum_i \hat{t}_i T_i + \sum_m \hat{e}_m E_m + \sum_{im} (\hat{t}e)_{im} (T'E)_{im} + \dots + \sum_{ilm} (\hat{t}'t''e)_{ilm} (T'T''E)_{ilm}$$

De allí se obtienen las diferentes sumas de cuadrados. Se ilustran las operaciones con algunas y del resto se colocarán los resultados.

$$2.4.1 \text{ Corrección } = C = \mu G = \frac{G}{IJKLM} \times G = \frac{G^2}{IJKLM} = \frac{\left(\sum_{ijklm} y_{ijklm}\right)^2}{IJKLM}$$

2.4.2 Suma de cuadrados de los tratamientos principales (S C T')

$$SCT = \sum_i \hat{t}_i T_i = \sum_i \left(\frac{T_i}{JKLM} - \hat{\mu} \right) T_i = \frac{\sum_i T_i^2}{JKLM} - \hat{\mu} \sum_i T_i, \text{ pero}$$

$$\sum_i T_i = G, \text{ luego, } SCT = \frac{\sum_i T_i^2}{JKLM} - C$$

2.4.3 Suma de Cuadrados de los Experimentos (S C E')

$$SCE = \sum_m \hat{e}_m E_m = \sum_m \left(\frac{E_m}{IJKL} - \hat{\mu} \right) E_m = \frac{\sum_m E_m^2}{IJKL} - C$$

2.4.4 Suma de cuadrados de la interacción tratamientos principales x experimentos (S C T' x E)

$$SCT' \times E = \sum_{im} (\hat{t}E)_{im} (T'E)_{im} = \sum_{im} \left[\frac{(T'E)_{im}}{JKL} - \hat{\mu} - \hat{t}_i - \hat{e}_m \right] (T'E)_{im} = \frac{\sum_{im} (T'E)_{im}^2}{JKL} - \hat{\mu} \sum_{im} (T'E)_{im} - \sum_{im} \hat{e}_m (T'E)_{im}, \text{ donde:}$$

$$(a) \sum_{im} (T'E)_{im} = G \rightarrow \hat{\mu} \sum_{im} (T'E)_{im} = \hat{\mu} G = C$$

$$(b) \sum_{im} \hat{t}_i (T'E)_{im} = \sum_i \hat{t}_i \sum_m (T'E)_{im} = \sum_i \hat{t}_i T_i = SCT'$$

$$(c) \sum_{im} \hat{e}_m (T'E)_{im} = \sum_m \hat{e}_m \sum_i (T'E)_{im} = \sum_m \hat{e}_m E_m = SCE \text{ y}$$

$$(d) \frac{\sum_{im} (T'E)_{im}^2}{JKL} - C = SCT', E, \text{ luego: } SCT' \times E = SCT', E - SCT' - SCE$$

2.4.5 Suma de cuadrados de bloques dentro de experimentos (SCB (E))

$$SCB(E) = \sum_m (SCB)_m, \text{ donde}$$

(SCB)_m es la suma de cuadrados de bloques en el mismo experimento.

2.4.6 Suma de cuadrados del error a (SCE(a))m

$$SCE(a) = \sum_{ijm} \hat{\delta}_{ijm} (T'BE)_{ijm} = \frac{1}{KL} \sum_{ijm} (T'BE)_{ijm}^2 - C - SCT - SCE - SCT'E - SCB(E), \text{ de donde:}$$

$$SCE(a) = SC_{parcelas} - SCT' - SCE - SCT'E - SCB(E)$$

2.4.7 Suma de cuadrados de tratamientos secundarios (SCT'')

$$SCT'' = \frac{\sum_k (T_k'')^2}{IJLM} - C$$

2.4.8 Suma de cuadrados de la interacción

T' x T'' (SC_{T'T''})

$$SC_{T'T''} = \frac{\sum_{ik} (T'T'')_{ik}^2}{JLM} - C - SC_{T'} - SC_{T''}$$

2.4.9 Suma de cuadrados de la interacción

T'' x E (SC_{T''E})

$$SC_{T''E} = \frac{\sum_{km} (T''E)_{km}^2}{IJL} - C - SC_{T''} - SC_E$$

2.4.10 Suma de cuadrados de la interacción

T' x T'' x E (SC_{T'T''E})

$$SC_{T'T''E} = \frac{\sum_{ikm} (T'T''E)_{ikm}^2}{JL} - C - SC_{T'} -$$

$$SC_{T''} - SC_E - SC_{T'T''} - SC_{TE}$$

- SC_{T''E}, de donde:

$$SC_{T'xT''xE} = SC_{T'T''E} - SC_{T'} - SC_{T''} -$$

$$SC_E - SC_{T'T''} - SC_{TE} - SC_{T''E}$$

2.4.11 Suma de cuadrados del error b

(SCE(b))

$$SC(b) = \frac{1}{L} \sum_{ijkm} (T'BT'E)_{ijkm}^2 - C - SCT' - SCE$$

$$- SCT'xE - SCB(E) - SCE(a) - SCT'$$

$$- SCT'xT'' - SCT''xE - SCT'xT''xE$$

$$SC(b) = SC_{\text{subparcelas}} - SC_{\text{parcelas}} - SC_{T''} -$$

$$SC_{T'T''} - SC_{T''E} - SC_{T'T''E}$$

2.4.12 Suma de cuadrados de tratamientos terciarios (SC_{T'''})

$$SC_{T'''} = \frac{\sum_l (T_l''')^2}{IJKM} - C$$

2.4.13 Suma de cuadrados de la interacción

T' x T''' (SC_{T'T'''})

$$SC_{T'T'''} = \frac{\sum_{il} (T'T''')_{il}^2}{JKM} - C - SC_{T'} - SC_{T'''}$$

2.4.14 Suma de cuadrados de la interacción

T'' x T''' (SC_{T''T'''})

$$SC_{T''T'''} = \frac{\sum_{kl} (T''T''')_{kl}^2}{IJM} - C - SSC_{T''} - SC_{T'''}$$

2.4.15 Suma de cuadrados de la interacción

T' x T'' x T''' (SC_{T'T''T'''})

$$SC_{T'T''T'''} = \frac{\sum_{ikl} (T'T''T''')_{ikl}^2}{JM} - C - SC_{T'} -$$

$$SC_{T''} - SC_{T'''} - SC_{T'T''} - SC_{T'T''''}$$

- SC_{T''T'''} de donde:

$$SCT'xT''xT''' = SCT',T'',T''' - SCT' -$$

$$SCT'' - SCT'xT'' - SCT''''$$

$$- SCT'T'''' - SCT''T''''$$

2.4.16 Suma de cuadrados de la interacción

T''' x E (SC_{T'''E})

$$SC_{T'''E} = \frac{\sum_{lm} (T'''E)_{lm}^2}{IJK} - FC - SC_{T'''} - SC_E$$

2.4.17 Suma de cuadrados de la interacción

$$T' \times T''' \times E (SC_{T'T'''E})$$

$$SC_{T'T'''E} = \frac{\sum_{ilm} (T'T'''E)_{ilm}^2}{JK} - C - SC_{T'} -$$

$$SC_{T''''} - SC_{T'T''''} - SC_E - SC_{TE}$$

$$- SC_{T'''E} \text{ de donde:}$$

$$SCT' \times T'' \times E = SCT', T'', E - SCT' -$$

$$SCT'''' - SCT' \times T'''' - SCE$$

$$- SCT' \times E - SCT'''' \times E$$

2.4.18 Suma de cuadrados de la interacción

$$T'' \times T''' \times E (SC_{T''T'''E})$$

$$SC_{T''T'''E} = \frac{\sum_{klm} (T''T'''E)_{klm}^2}{IJ} - FC - SC_{T''} -$$

$$- SC_{T''''} - SC_E - SC_{T''T''''} - SC_{T'''E}$$

$$- SC_{T'''E} \text{ de donde:}$$

$$SCT'' \times T''' \times E = SCT'', T''', E - SCT'' -$$

$$SCT'''' - SCT'' \times T''' - SCE$$

$$- SCT'' \times E - SCT'''' \times E$$

2.4.19 Suma de cuadrados total (SCT)

$$SCT = \sum_{ijklm} Y_{ijklm}^2 - C$$

2.4.20 Suma de cuadrados del Error C (SCE(c))

$$SCE(c) = SCT - SCP$$

3. Análisis de la Varianza

Una vez calculadas las esperanzas de los cuadrados medios, de acuerdo a lo propuesto por Hick (1973), se obtienen los estimadores de los componentes de varianza, lo cual permite obtener los numeradores y denominadores apropiados para calcular los F correspondientes a las diferentes causas de variación, tal como fue establecido por Herrera (2004). Igualmente, hay que verificar la homogeneidad de los cuadrados medios de los errores.

Con esta información, en la Tabla 3, se presenta el esquema para el análisis de la varianza de un conjunto de experimentos diseñados en parcelas sub-divididas.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Toda investigación agropecuaria para poder extender sus resultados a un ámbito mayor, necesita ser llevada a cabo a través de un grupo de experimentos. El análisis conjunto de un grupo de experimentos constituye uno de los problemas más serios con los que confrontan los estadísticos e investigadores en general. Se espera, entonces, que este trabajo sea un aporte en esa área de estudios.

De acuerdo a los objetivos y propósitos del presente trabajo de investigación, se puede concluir que el modelo estadístico seleccionado fue adecuado y se ajustó a lo considerado por la mayoría de los autores, en el sentido de introducir como parámetros hasta las interacciones de tercer orden. Utilizando el método de los mínimos cuadrados e imponiendo las restricciones acostumbradas, se obtuvo el sistema de ecuaciones normales y su solución, para así poder calcular los estimadores de los parámetros. Se suministran las expresiones algebraicas que permiten calcular las sumas de cuadrados de los diferentes componentes del modelo. Se obtuvieron los estimadores de los componentes de varianza, lo cual permitió determinar los numeradores y denominadores adecuados para poder realizar la correspondiente prueba de F, así como también sus respectivos grados de libertad. Con esta información en la Tabla 3, se presenta el esquema para el análisis de la varianza. Obviamente este trabajo, como se indicó en la Introducción, está limitado al análisis

Tabla 3. Esquema para el análisis de la varianza de un conjunto de experimentos diseñados en parcelas sub-divididas

	CV	G de L	F
1.	T'	I - 1	$(V_1 + V_{10}) / (V_3 + V_{18})$
2.	E	M - 1	$(V_2 + V_5 + V_9 + V_{16} + V_{17}) / (V_3 + V_4 + V_8 + V_{15} + V_{18})$
3.	T' x E	(I - 1) (M - 1)	$(V_3 + V_{10} + V_{18}) / (V_5 + V_9 + V_{16})$
4.	BLOQ (E)	M (J - 1)	
5.	Error (a)	M (I - 1) (J - 1)	
<hr/>			
	Parcelas	I J M - 1	
6.	T''	K - 1	V_6 / V_8
7.	T' x T''	(I - 1) (K - 1)	V_7 / V_9
8.	T'' x E	(K - 1) (M - 1)	$(V_8 + V_{18}) / (V_9 + V_{17})$
9.	T' x T'' x E	(I - 1) (K - 1) (M - 1)	V_9 / V_{10}
10.	Error (b)	I M (K - 1) (J - 1)	
<hr/>			
	Sub-parc.	I J K M - 1	
11.	T'''	(L - 1)	V_{11} / V_{15}
12.	T' x T'''	(I - 1) (L - 1)	V_{12} / V_{16}
13.	T'' x T'''	(K - 1) (L - 1)	V_{13} / V_{17}
14.	T' x T'' x T'''	(I - 1) (K - 1) (L - 1)	V_{14} / V_{18}
15.	T''' x E	(L - 1) (M - 1)	$(V_{15} + V_{18}) / (V_{16} + V_{17})$
16.	T' x T''' x E	(I - 1) (L - 1) (M - 1)	V_{16} / V_{18}
17.	T'' x T''' x E	(K - 1) (L - 1) (M - 1)	V_{17} / V_{18}
18.	Error (c)	Por diferencia (*)	
	Total	I J K L M - 1	

(*) $nE(C) = (L - 1) [I M K (J - 1) + (I - 1) (K - 1) (M - 1)]$

conjunto de un grupo de experimentos diseñados en parcelas subdivididas, con la misma estructura, que sean balanceados y que los tratamientos son de efectos fijos.

Por lo tanto se recomienda, entre otras cosas:

Desarrollar un sistema computacional que permita automatizar su análisis.

Desarrollar otros trabajos, considerando la posibilidad de pérdida de alguna parcela, sea principal, secundaria o terciaria, así como otros que consideren los tratamientos o algunos de ellos, como de efectos aleatorios.

Finalmente, nuevos trabajos considerando la posibilidad de la presencia de un esquema factorial a nivel de la parcela principal, de la parcela secundaria o de la terciaria.

REFERENCIAS

- Alcalde, C.; Nunes, I.; Godoi, Y.; Zeoula, L.; Gonçalves, W.; Pereira, M. 1999. Avaliação do desempenho de novilhas nelore implantadas com dispositivo intra-uterino (DIU) recebendo ou não mistura mineral. *Acta Scientiarum*, 21:633-636.
- Bernardes, E.; Coelho, S.; Carvalho, A.; Oliveira, H.; Reis, R.; Saturnino, H.; Silva, C.; Costa, T. 2007. Efeito da substituição do feno de *Tifton 85* pelo caroço de algodão como fonte de fibra na dieta de bezerros. *Arq. Bras. Med. Vet. Zootec.*, 59:955-964.
- Campos D.; Brandão, C.; Magalhães, L.; Frota, M.; Ferraz, F.; Pereyra, F. 2007. Morfofisiologia e valor nutritivo do capim-braquiária sob sombreamento natural e a sol pleno. *Pesq. Agropec. Bras.*, 42:573-579.
- Cochran, W.; Cox, G. 2001. Diseños Experimentales. Traducido por el Centro de Estadística y Cálculo del Colegio de Posgraduados de la Escuela Nacional de Agricultura. 5ª reimpresión. México. Trillas. 661 p.
- De Araujo, C.; Saldiva, C. 1985. Planejamento de Experimentos. 5º Simposio Nacional de Probabilidade y Estadística. São Paulo. 98 p.
- De Campos, H. 1984. Estatística Aplicada à Experimentação con cana-de-açúcar. São Paulo. FEALQ. 292p.
- Herrera, D.; Balza, M. 2002. Sistema Computarizado para el Análisis Conjunto de Experimentos en parcelas Divididas. Trabajo para optar al gado de Ingeniero de Sistemas. Maracay. Universidad Bicentenario de Aragua. 139 p.
- Herrera, L. 2003. Análisis de Experimentos en Parcelas Subdivididas. Material Mimeografiado. Maracay. 16 p.
- Herrera, L. 2004. Análisis Conjunto de Experimentos en Parcelas Subdivididas. UCV. Trabajo de ascenso. Maracay. 86 p.
- Hick, C. 1973. Fundamental Concepts in the Design of Experiments. New York. Holt, Rinehart and Winston. 349 p.
- John, P. 1971. Statistical Design and Analysis of Experiments. New York. Macmillan. 356 p.
- Kemphorne, O. 1975. The Design and Analysis of Experiments. 2nd Ed. New York. Robert E. Krieger Publishing Company. 631 p.
- Magalhães J.; Nunes, B.; De Souza, B.; Carvalho, A.; De Lucena, N.; De Caldas, M.; Ericeira, W.; Filho, M. 2009. Influencia da adubação nitrogenada e idade de corte sobre os teores de proteína bruta e fibra em detergente neutro de três cultivares de capim-elefante. *REDVET*, 10:4. (Abstr.).
- Martínez, A. 1972. Diseño y Análisis de Experimentos con Caña de Azúcar. México. Colegio de Postgraduados Escuela Nacional de Agricultura. Chapingo, México. 205p.
- Montgomery, D. 1991. Diseño y Análisis de Experimentos. Traducido por Jaime Delgado S. México. Grupo Editorial Iberoamérica. 589 p.
- Neter, J.; Wasserman, W. 1974. Applied Linear Statistical Models. Homewood, Illinois. 842 p.
- Snedecor, G.; Cochran, W. 1981. Métodos Estadísticos. Traducido por J. A. Reinoso. México. CECSA. 703 p.
- Souza C.; Campos, J.; Ribeiro, C.; Soares, W.; Akemi, C. 2008. Produção volumétrica de metano-dejetos de suínos. *Ciênc. Agrotec.* 32:219-224.
- Steel, R.; Torrie, J. 1995. Bioestadística. Principios y Procedimientos. México. Mc Graw-Hill. 622 p.