

DESARROLLO DE UN MODELO NUMÉRICO BASADO EN COMPUTACIÓN EVOLUTIVA PARA EVALUAR LA EFICIENCIA DEL PROCESO DE TRITURACIÓN DE MINERALES

WILLIAM ANNICCHIARICO

Departamento de Mecánica, Sección de Estructuras, Universidad Simón Bolívar. Apartado 89000.
Caracas 1080-A, Venezuela. Email: wannicchiarico@usb.ve

Recibido: junio 2015

Aprobado para publicación: junio 2016

RESUMEN

La industria de la minería juega un rol primordial en el desarrollo industrial de cualquier país, es la encargada de la extracción de los minerales en las canteras hasta su entrega final a las industrias básicas. A fin de extraer los minerales de los diferentes conglomerados de roca, la industria de la minería requiere de grandes consumos de energía para realizar procesos como por ejemplo los de trituración y molienda de rocas. Dichos procesos son muy ineficientes respecto a la cantidad de energía utilizada en los mismos. Debido a los grandes consumos de energía requeridos por la industria de la minería y a la necesidad de optimizar en mayor medida los recursos empleados en ella, en este trabajo se presenta, analiza y discute una metodología basada en modelos semi empíricos del funcionamiento de equipos de trituración y en la optimización evolutiva para encontrar el punto de funcionamiento óptimo del equipo, con la finalidad de obtener el mejor compromiso entre el consumo de energía, que cada día se hace más costoso, y los beneficios propios derivados de la explotación industrial de la materia prima. Para lograr este objetivo, el modelo desarrollado permite evaluar la eficiencia del proceso de cominución de minerales en términos de los siguientes factores: consumo de potencia, parámetros de diseño de los equipos involucrados, y distribución de tamaños y propiedades de los materiales a procesar, resultando en una metodología más realista, fácil de utilizar que las propuestas presentadas en modelos anteriores.

Palabras clave: optimización por colonias de enjambres, eficiencia mecánica, trituración y molienda de minerales

DEVELOPMENT OF A NUMERICAL MODEL BASED ON EVOLUTIONARY COMPUTING TO ASSESS THE EFFICIENCY OF THE COMMINUTION PROCESS OF MINERALS

ABSTRACT

The mining industry plays an important role in the industrial development of any country. It is responsible for the extraction of minerals in quarries until its final delivery to the basic industries. In order to extract minerals from different clusters of rocks, the mining industry consumes a great amount of energy for processes such as crushing and grinding. These processes are very inefficient with respect to the amount of energy used in them. Due to the large amount of energy consumption required by the mining industry and the need to further optimize the resources employed in it, in this article a methodology based on semi-empirical models of the operation of crushing equipments and optimization evolutionary algorithms is presented, analyzed and discussed to find out the optimal operation point of the equipment, in order to obtain the best compromise between the consumption of energy, which becomes more expensive every day, and the benefits derived from the industrial exploitation of raw material. To achieve this goal, the developed model allows the evaluation of the efficiency of the process of comminution of minerals in terms of the following factors: power consumption, design parameters of the machinery involved, and the distribution of sizes and properties of the materials to be processed, resulting in a more realistic, easy-to-use methodology than the proposals presented in previous models.

Keywords: particle swarm optimization, mechanical efficiency, minerals comminution

INTRODUCCIÓN

El área de la minería constituye uno de los pilares fundamentales en el desarrollo de los procesos industriales de la mayoría de los países del mundo, sin embargo, su desarrollo demanda una gran cantidad de recursos energéticos que en muchos de los casos es costosa y redundan en poco rendimiento en términos de la relación consumo de energía versus producción, especialmente en las etapas vinculadas a la extracción de los conglomerados de roca en las canteras, y en el posterior procesamiento de éstos en las plantas de tratamiento y preparación de minerales. Por ejemplo, en países desarrollados como los Estados Unidos de América y Australia del total de energía consumida por la minería, entre el 30% y el 36% está relacionado con los procesos de trituración y molienda de materia prima, de esta cantidad de energía, solamente entre el 0,2% y el 3% es efectivamente utilizada en el proceso de reducción del tamaño de los conglomerados de materia prima, el resto es consumido en deformaciones elásticas e inelásticas de las partículas, distorsiones elásticas del equipo de trituración, fricción entre partículas y el equipo que a su vez generan vibraciones en éste y finalmente calor y ruido (Ovens, 1953), (Ballantyne & Powell, Benchmarking comminution energy consumption for the processing of copper and gold ores, 2014). Es por ello que se vuelve imprescindible el estudio y análisis de metodologías que optimicen los procesos de trituración y molienda (conminución) de minerales con la finalidad de conseguir un nivel de producción adecuado con el menor consumo energético y a un menor costo de las operaciones industriales. La optimización de estos procesos puede brindar grandes beneficios a la industria de la minería, en especial en lo concerniente a la industria del transporte y procesamiento de materia prima, donde es necesario suministrar tamaños de partículas inferiores a las disponibles luego de su extracción en las canteras, pudiéndose convertir en un requerimiento fundamental para mejorar los procesos industriales de estas empresas.

En cuanto a los métodos tradicionales para estudiar el comportamiento y optimizar los diferentes procesos involucrados en la conminución de minerales, las metodologías basadas en el análisis de componentes principales (Alfares & Nazeeruddin, 2002), o las basadas en mínimos cuadrados, o las técnicas de regresión (Wills & Napier-Munn, 2006), entre otras, resultan difíciles e imprácticas de aplicar principalmente debido a la diversidad y complejidad de los distintos equipos usados en los procesos de trituración y molienda. Más aún, muchas de esas metodologías y herramientas presentan limitaciones inherentes y desventajas como el requerimiento de conjuntos de datos de entrenamiento muy grandes, son

sensibles a la incertidumbre de los datos que manejan y su poca capacidad para desenvolverse en ambientes con datos faltantes.

Otro de los inconvenientes a tomar en cuenta al estudiar este tipo de procesos es que son procesos de por sí ineficientes, debido a los bajos valores de eficiencia que se pueden alcanzar en relación a los requerimientos de los diferentes equipos empleados (trituradoras, molinos, etc.). A pesar de ello, en la literatura técnica se han formulado diversas metodologías basadas en aproximaciones empíricas y más recientemente en formulaciones numéricas basadas en la mecánica de la fractura de rocas. En este aspecto, autores como (Tromans & Meech, 2002), (Tromans, 2008), proponen aplicar tratamientos a la roca antes y durante el proceso de extracción a fin de inducirles un mayor número de defectos iniciales o cambiarle las propiedades al material que conforma el conglomerado de roca, con el propósito de hacerlos más susceptibles a su posterior reducción de tamaño en el proceso de conminución. Una de las principales desventajas de este tipo de procedimientos radica en el hecho de que no hay una manera adecuada de definir los requerimientos energéticos de los tratamientos propuestos. Por otro lado, no se disponen de modelos ampliamente validados que pronostiquen la variación de los índices de trabajo en función de alguno de estos tipos de pre-tratamiento. En general, muchos de los modelos propuestos no han logrado ser totalmente confiables, fáciles de aplicar y debidamente validados para que permitan evaluar la eficiencia de la maquinaria empleada en los procesos de conminución de manera adecuada.

Más recientemente métodos y modelos híbridos basados en la combinación de modelos de funcionamiento de equipos de conminución y métodos de predicción y optimización derivados de la computación evolutiva (CE) e inteligencia artificial (IA), incluyendo redes neuronales artificiales (Hippert, Pedreira, & Souza, 2001), (Xumlin, Haifeng, Jun, Bo, & Zhao, 2013), lógica difusa y sistemas expertos (Kim K.-H. , Park, Hwang, & Kim, 1995) han recibido mucho interés y ganado popularidad en el estudio y optimización de procesos no-lineales y complejos como los que se encuentran en la molienda y trituración de minerales.

Por todo lo anterior y en virtud de la importancia que los procesos de conminución tienen en la industria del procesamiento de materia prima, aunado a los grandes consumos de energía requeridos en estos procesos y a la necesidad de optimizar en mayor medida los recursos empleados en ella, a fin de lograr mayores ahorros de energía disminuyendo los costos asociados a la producción de materia prima, en este trabajo se presenta, analiza

y discute una metodología basada en modelos semi-empíricos del funcionamiento de equipos de trituración y en la optimización evolutiva para encontrar el punto de funcionamiento óptimo (o muy cercano al óptimo) de éstos que permita evaluar la eficiencia en términos de consumo de potencia en los procesos de reducción de tamaños de roca.

El enfoque propuesto en este trabajo está basado en la selección adecuada (optimización) de las condiciones de funcionamiento de la maquinaria empleada en los procesos de conminución y en la alteración apropiada de las condiciones iniciales del material a procesar. Para lograr este fin, entre otras cosas se puede buscar la configuración y/o geometría óptima del equipo de trituración al variar las relaciones teóricas propuestas para su dimensionamiento o para su funcionamiento (en este caso, las variables a adecuar podrían ser las siguientes: la velocidad de operación del equipo, la altura de caída libre del aglomerado entre compresiones sucesivas, los anchos útiles de abertura del equipo en la alimentación o en la salida, entre otros parámetros) que permitan optimizar el funcionamiento del mismo. En el caso que se quiera variar las condiciones iniciales del material a procesar, el proceso de optimización estaría relacionado con la modificación de las características del material a triturar en cuanto a su tipo, forma, distribución previa, etc., de manera de evaluar cómo las propiedades del material afectan al equipo de trituración. El objetivo final es optimizar el funcionamiento del equipo de manera que la energía utilizada por éste se emplee mayoritariamente en la aplicación de fuerzas en las partículas, implicando mayor y mejor distribución de esfuerzos internos, lo que contribuye a una mayor posibilidad de fracturar el material a procesar. En la literatura técnica se han propuesto numerosos modelos y teorías semi-empíricas para predecir el desempeño de los equipos de conminución en función de la energía empleada para reducir el diámetro de las partículas hasta un diámetro normalizado. Ver por ejemplo los trabajos de (Rittinger, *Lehrbuch der Aufbereitungskunde*, 1867), (Kick, 1885), (Carey & Stairman, 1953) y (Bond, 1961). En la propuesta de Bond se introduce el concepto de un índice de trabajo o índice de Bond (W_i), el cual relaciona la energía requerida para reducir el tamaño promedio del 80% del pasante en la alimentación (idealmente desde un diámetro infinito) hasta el tamaño promedio correspondiente al 80% del pasante de 100 μm en la descarga. De acuerdo a los trabajos de (Rhodes, 2008) la formulación de Bond puede ser aplicable para tamaños intermedios de partículas (tamaños entre 0,1 m y 100 μm) las cuales cubren casi toda la escala para procesos de trituración industrial. Aunque el índice de trabajo propuesto por Bond sufre de imprecisiones dependiendo del método empleado para su medición, en

la actualidad se sigue usando como base de los principales procedimientos de laboratorio aprobados por la industria especializada en este campo (Gupta & Yan, 2006). Dada la generalidad y uso actual de la metodología desarrollada por Bond y que el enfoque de este trabajo está relacionado con evaluar las razones de disipación de energía en el proceso de trituración y mejorar la eficiencia de la maquinaria empleada para ello, los modelos propuestos en este trabajo entre otras consideraciones estarán relacionados con el índice de trabajo de Bond.

En relación a la aplicación de técnicas emergentes, como lo son la computación evolutiva, en el estudio y optimización de los procesos involucrados en la teoría de conminución de minerales, se pueden mencionar los estudios realizados por (White, et al., 2004) donde presentan un modelo basado en la comparación de la optimización simple y con múltiples objetivos para mejorar la generación del producto final en una planta de trituración en función de líneas compuestas por trituradoras de cono de distintas dimensiones. Entre sus resultados lograron determinar el punto óptimo de operación de una planta mediante la optimización del diagrama de flujo máximo entre los diferentes equipos que la componen, sugiriendo mejoras significativas en la generación de producto triturado. Otra aplicación exitosa de este tipo de metodologías en la optimización de plantas industriales de trituración y molienda es discutida por (Farzanegan & Vahidipour, 2009), los cuales integraron un algoritmo genético de optimización con un modelo de simulación de líneas de plantas de conminución compuesta por molinos de bolas (llamado modelo BMCS) y validado con conjunto de datos reales obtenidos de plantas industriales. Encontraron que las pruebas de simulación del proceso de molienda se pueden optimizar exitosamente aplicando algoritmos evolutivos, permitiendo la automatización del carácter repetitivo de la simulación para encontrar las posibles soluciones al problema de manera práctica y rápida. Aunque muestran la aplicación exitosa del algoritmo de optimización en el estudio de la molienda de plantas industriales, el método desarrollado se basa en la puesta a punto de las líneas de la planta para obtener un tamaño final de producto y no en estudiar la potencia consumida o eficiencia de los equipos.

A fin de desarrollar estos objetivos, el presente trabajo de investigación se ha estructurado de la siguiente manera: en primer lugar se introduce uno de los modelos de funcionamiento de los equipos de trituración que mejor predice la distribución y tamaños finales de partículas comparado con resultados experimentales; seguidamente se discute como evaluar la eficiencia en función de la potencia de los equipos empleados; a continuación se presenta el

Tabla 1. Sistema de variables principales y rango de valores de diseño comúnmente usados

Var	Símbolo	Unidad	Mín	Máx
Apertura	G	m	0,1000	1,6
Relación de reducción	R	-	4	9
Velocidad de giro	Ω	rpm	100	300
Ancho	w	m	0,150	2,100
Desplazamiento lineal de la quijada	L_t	m	0,010	0,070
Mín. porcentaje másico de peso tamizado	Min_{per}	%	1	80

En este trabajo se busca encontrar una expresión que relacione la potencia neta consumida por una trituradora de quijadas ($P_{trituradora}$) en función del flujo real del equipo (Q_A) y el índice de trabajo de Bond (W_i). Al introducir el coeficiente de trabajo de Bond se garantiza que la misma sea válida para tamaños de partículas intermedios (partículas entre 0,1 m y 100 μ m) los cuales se obtienen en la mayoría de los equipos comerciales usados en los procesos de trituración industrial.

Para evaluar la carga o flujo máximo del equipo (Q_M) es necesario estimar como se ve afectada la capacidad del equipo en función del modelo de distribución de tamaños de partículas, que a su vez se relaciona con el diámetro medio ponderado de las partículas medidas en función de su longitud. Por otra parte, es necesario considerar que el tamaño de las partículas disminuye a medida que se desplazan a lo largo de las mandíbulas ya que son repetidamente aplastadas por éstas, por lo que la cantidad de material producto aumenta en función de la apertura dada al equipo y a los desplazamientos de las mandíbulas. En relación a los modelos de distribución de partículas y como evaluar el diámetro de éstas, en este trabajo se usaran los modelos: MD:R-R presentado inicialmente por (Rosin & Rammler, 1933) el cual está basado en la conocida distribución de Weibull y el modelo MD:G-S que representa una distribución cuadrática de la ecuación de Gaudin-Shumann (Gaudin & Meloy, 1992).

La función de distribución del tamaño de las partículas correspondiente al x% de la fracción de la masa del producto en la salida (variable P_x) o en la alimentación (variable F_x), según el modelo MD:R-R (Averill & Kelton, 2000) es:

$$x = \begin{cases} 0 & P_x \leq 0 \\ 1 - e^{-\ln(0,2)\left(\frac{P_x}{P_{80}}\right)^m} & P_x > 0 \end{cases} \quad (1)$$

Siendo P_{80} el parámetro de escala y m el parámetro que describe la forma o dispersión de la distribución. En este estudio se supondrá $m=1$ con la finalidad de obtener una distribución lo más parecido a las distribuciones de tipo cuadrático usadas con mayor frecuencia para describir los procesos de trituración de minerales. Operando la expresión anterior, obtenemos

$$P_x = P_{80} \sqrt[m]{\frac{\ln(1-x)}{\ln(0,2)}} [\mu m] \quad 0 \leq x < 1 \quad (2)$$

Mientras que la función de distribución cuadrática MD:G-S, tiene la forma

$$P_x = \left[\frac{x}{0,8}\right]^2 P_{80} \quad (\text{producto}) \quad 1 < x < 100\% \quad (3)$$

$$F_x = \left[\frac{x}{0,8}\right]^2 F_{80} \quad (\text{alimentación}) \quad Min_{per} < x < 100\%$$

en las expresiones anteriores, x representa la fracción de la masa de las partículas, expresada en porcentajes, medidas en la entrada (alimentación) o en la salida del equipo (producto). P_{80} (F_{80}) representan la dimensión máxima del tamiz, la cual es atravesada por el 80% de masa de las partículas del producto (o de las partículas en la alimentación), y P_x (F_x) representan la dimensión máxima del tamiz que es atravesado por el x% de la masa del producto (o de la masa en la alimentación).

Conocida la distribución cumulativa másica del sistema, se puede calcular los diámetros medios ponderados de las partículas obtenidas en el proceso de conminución. Partiendo del análisis de tamizado de partículas (Hinds, 1999) se puede asignar el diámetro promedio (d_i) a las partículas retenidas en el intervalo de tamiz i como el promedio de los tamaños de dos tamices sucesivos, es decir:

$$d_i = \frac{P_{x(i)} + P_{x(i+1)}}{2} \quad (4)$$

para el último tamiz $d_i = P_{x(i)}$

En particular interesa calcular el diámetro medio de las partículas en función de la longitud (Di_{-Lm})

$$D_{i-Lm} = \frac{\sum \frac{\Delta x_{F(i)}}{d_{F(i)}}}{\sum \frac{\Delta x_{F(i)}}{d_{F(i)}^2}} [\mu m] \quad (5)$$

Donde $\Delta x_{F(i)}$ representa la fracción másica localizada en el intervalo "i" del tamizado en la alimentación y $d_{F(i)}$ indica el

diámetro asignado a las partículas retenidas en el intervalo “ r ” del tamizado en la alimentación

Mediante estudios experimentales, ver (Gupta & Yan, 2006), se determinó que el flujo máximo del equipo se debía ajustar de acuerdo al modelo de distribución del tamaño de partículas, representado por el parámetro P_k , y una función semi empírica $f(P_k)$ obtenida mediante ensayos de distribución de partículas de densidad aparente con porosidades máximas del 40%.

$$P_k = \frac{\max(d_F) - \min(d_F)}{D_{i,Lm}} \quad (6)$$

Así mismo, sugieren un factor de ajuste ($f(\beta)$) para considerar la reducción del tamaño de las partículas a medida que transitan entre las mandíbulas del equipo. Este factor de ajuste se obtuvo de simulaciones experimentales que relacionan la reducción de tamaño con la distancia de cierre del equipo (L_{min}) y del diámetro medio de las partículas en función de su longitud ($D_{i,Lm}$), para ello se define la variable β como:

$$\beta = \frac{L_{min}}{D_{i,Lm} * 10^{-6}} \quad (7)$$

En la Figura 2 se muestran las funciones de ajuste $f(P_k)$ y $f(\beta)$ encontradas:

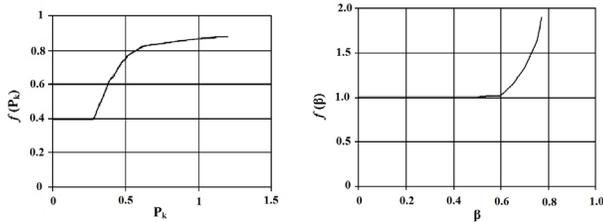


Figura 2. a) Relación entre el parámetro P_k y la función de ajuste $f(P_k)$. b) Relación entre el parámetro β y la función de ajuste $f(\beta)$ (Gupta & Yan, 2006)

La velocidad crítica de operación de una trituradora de quijadas (Ω_{cr}) delimita la velocidad máxima de operación del equipo y está en función del tiempo de caída que experimenta una partícula entre compresiones sucesivas de las mandíbulas:

$$\Omega_{cr}^2 = 4415,5 \left(\frac{G - (L_{min} + L_t)}{2GL_t} \right) [rpm] \quad (8)$$

El flujo máximo (Q_M , en t/h) del equipo queda entonces definido como,

$$Q_M = 60L_t \Omega_{cr} w (2L_{min} + L_t) \left(\frac{R}{R-1} \right) \rho f(P_k) f(\beta) S_c \quad (9)$$

S_c es un parámetro relacionado con las características superficiales de las partículas que puede variar entre 0,5 y 1. En este trabajo se usara $S_c = 0,5$ ya que representa un nivel de funcionamiento promedio en la operación de este tipo de equipos. Por otro lado, ρ [t/m³] es la densidad del material a triturar.

El flujo real de operación o flujo actual del equipo (Q_A) puede ser definido para velocidades subcríticas y supercríticas, sin embargo, a nivel supercrítico las partículas no se fracturan adecuadamente debido a que en esta velocidad de operación del equipo, las mandíbulas realizan más desplazamientos de los necesarios para triturar efectivamente las partículas.

$$Q_A = Q_M \frac{\Omega}{\Omega_{cr}} \quad \text{para flujo subcrítico } (\Omega \leq \Omega_{cr}) \quad (10)$$

$$Q_A = Q_M \frac{\Omega_{cr}}{\Omega} \quad \text{para flujo supercrítico } (\Omega > \Omega_{cr})$$

Finalmente, la expresión para calcular la potencia neta consumida por una trituradora de quijadas ($P_{trituradora}$, en KW) en función de los parámetros de diseño geométrico del equipo, del índice de trabajo de Bond (W_i) y de modelos semi-empíricos de distribución de tamaños de partículas, es:

$$P_{trituradora} = \left(0,01195 W_i Q_A \left[\frac{\sqrt{G} - 1,054 \sqrt{(L_{min} + L_t)}}{\sqrt{G} \sqrt{(L_{min} + L_t)}} \right] \right) \quad (11)$$

W_i = índice de trabajo de Bond ([kW h/t]), representa el trabajo necesario para reducir el mineral desde un tamaño infinito a 100 μ m. Este valor se puede considerar independiente de cualquier clasificador (tamaños de los tamices en la alimentación y en el producto) colocado en el circuito.

LA EFICIENCIA EN EL PROCESO DE TRITURACIÓN Y MOLIENDA DE MATERIALES

A fin de evaluar y optimizar el uso de la energía en los procesos de trituración y molienda de minerales es necesario definir una expresión que permita de alguna manera medir la eficiencia de este proceso, la cual servirá como función de mérito para la optimización del mismo. Esta expresión debería considerar las variables más importantes presentes en el proceso de trituración, como lo son: las propiedades del material a triturar, los parámetros de diseño de la maquinaria empleada y los requerimientos de consumo de energía del equipo.

Normalmente, la eficiencia de cualquier tipo de proceso se define como la relación entre el comportamiento ideal y el comportamiento real de un sistema específico. La reducción del tamaño de las partículas en el interior de las maquinarias de trituración o molienda está caracterizado por una rotura aleatoria de las partículas, por lo tanto definir o establecer un comportamiento ideal en este proceso no es una tarea simple, por lo que en la literatura técnica (Kim K.-H., Park, Hwang, & Kim, 1995) se encuentran diferentes expresiones con sus pro y sus contra para definir la eficiencia del proceso de conminución. En este sentido, en la referencia (Tromans & Meech, 2002) se propone una expresión para evaluar de manera aproximada el incremento en la energía específica superficial necesaria a aplicar a una partícula idealmente esférica de manera de generar un área superficial nueva por la fractura del material de la misma:

$$\Delta S_{En} = \frac{\gamma A_{creada}}{M} \cong \frac{6F_r \gamma}{\rho} \left(\frac{1}{D_{f,sm}} - \frac{1}{D_{i,sm}} \right) \left[\frac{J}{kg} \right] \quad (12)$$

donde ΔS_{En} es el incremento en la energía específica superficial por unidad de masa debido a la fractura de partículas, γ la energía superficial de fractura [J/m^2]; A_{creada} el área de la superficie nueva creada [m^2]; M es la masa total del proceso [kg]; ρ la densidad del material [kg/m^3]; $D_{i,sm}$ representa el diámetro medio inicial en función de la superficie de las partículas en la alimentación [m]; $D_{f,sm}$ es el diámetro medio final en función de la superficie de las partículas trituradas o molidas [m]; y F_r es el factor de rugosidad superficial que toma en cuenta la no esfericidad de las partículas, varía entre 1 para partículas esféricas y 3 para partículas no esféricas.

Para evaluar el rendimiento ideal en el proceso de conminución en estado continuo se considerará en esta investigación, que el incremento en la energía específica superficial (ΔS_{En}) por unidad de flujo de masa representa el consumo de energía del proceso ideal de trituración y molienda en estado estacionario.

Así mismo para establecer un punto de referencia teórico máximo del uso posible de la energía en el proceso de conminución, se utilizara la expresión desarrollada por (Tromans, 2008), evidentemente debido a que la aplicación de las fuerzas de compresión por la maquinaria a las partículas es de distribución aleatoria, un cien por ciento de eficiencia en estos términos es algo muy alejado de la realidad. Esta expresión, llamada máxima eficiencia teórica (η_{limite}), está basada en el estudio de los esfuerzos en compresión necesarios para lograr la propagación de grietas y posterior fractura de una partícula esférica ideal con un

defecto inicial conocido. La misma resultó estar en función del módulo de Poisson (ν) del material a triturar:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_y = \frac{3}{\sqrt{2}} \left(1 + 2\nu \left(\frac{2}{\sqrt{2} + 1} \right) \right) \\ \sigma_z &= - \left(12 - \frac{3}{\sqrt{2}} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\eta_{limite} = \left[\frac{\sigma_x^2 - 2\nu(\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z)}{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - 2\nu(\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z)} \right] \times 66\% \quad (14)$$

Su aplicación para diferentes materiales mostró que la energía de resistencia a la fractura de las partículas con condiciones de carga de compresión posee un límite máximo teórico de uso efectivo de energía que varía entre un 5% y un 10%. Aunque este límite máximo de eficiencia representa un punto sólido para establecer comparaciones, es de hacer notar que la misma se deriva de varias aproximaciones teóricas, como por ejemplo considerar partículas perfectamente esféricas con defectos iniciales inducidos en forma de disco que implican distribuciones de tensiones axialmente simétricas. Como ventaja presenta una formulación que depende solamente de un parámetro que es el módulo de Poisson del material y es independiente del tamaño de las partículas, entre otras cosas.

Muchos autores proponen como punto de partida para evaluar la eficiencia clásica ($\eta_{clásica}$) de los equipos de conminución, la relación entre el incremento de la energía superficial específica (ΔS_{En}) y el consumo real de energía de la maquinaria de trituración o molienda (E_{equipo}). Otros autores sugieren medirla en función de la energía máxima efectiva del proceso, para ello definen la eficiencia de la energía total del proceso ($\eta_{energía_total}$) como el cociente entre la eficiencia clásica ($\eta_{clásica}$) y la eficiencia máxima teórica del equipo (η_{limite}). Por otro lado, también se encuentra en la literatura el uso de la eficiencia energética ($\eta_{energética}$), presentado como una manera conveniente de medir la eficiencia del proceso, ya que evalúa relación entre ΔS_{En} y el índice de trabajo de Bond (W_i), valor tabulado del trabajo necesario para reducir las dimensiones de un mineral de un tamaño infinito a un tamaño de 100 micras.

$$\begin{aligned} \eta_{clásica} &= \frac{\Delta S_{En}}{E_{equipo}}; & \eta_{energía_total} &= \frac{\eta_{clásica}}{\eta_{limite}}; \\ \eta_{energética} &= \frac{\Delta S_{En}}{W_i} \end{aligned} \quad (15)$$

El uso de las definiciones anteriores de eficiencia, basadas solo en función de los tamaños de la alimentación y el producto del proceso de conminución de acuerdo al modelo de Bond, implica necesariamente que el consumo de energía del equipo no se verá afectado por las condiciones de trabajo

de la maquinaria ya que la influencia del tipo de equipo y condiciones de operación se incluye en esas definiciones mediante una constante tabulada (W_i), no influyendo en ellas los modelos semi-empíricos de distribución y disminución de tamaños de partículas presentados en esta investigación así como en los parámetros de diseño de la maquinaria. Aunque las definiciones anteriores representan una manera lógica de cuantificar la diferencia entre un comportamiento ideal y uno real, otro problema que surge en su aplicación está relacionado con la forma de estimar con exactitud el consumo real de energía del equipo para la trituración y molienda (E_{equipo}) de una sola partícula. Estimándose, hasta ahora, este valor de datos experimentales y muchas aproximaciones teóricas.

En este trabajo se propone un mejor indicador para evaluar la eficiencia del proceso de conminución, el mismo está expresado en términos del consumo de potencia del equipo ($P_{trituradora}$), ya que esta variable representa un mejor punto de comparación para evaluar el rendimiento del equipo y a su vez está influenciado por los parámetros de diseño del mismo. En este sentido, se define la eficiencia total en función del consumo de potencia ($\eta_{potencia_total}$) como la relación entre el incremento de la energía superficial específica por unidad de flujo ($\Delta S_{potencia}$) y el requerimiento de potencia del equipo ($P_{trituradora}$) ponderado con respecto a la eficiencia máxima teórica del mismo (η_{limite})

$$\Delta S_{potencia} = \left(\Delta S_{En} \left(\frac{j}{kg} \right) \times 1 \left(\frac{kg}{s} \right) \right) [W] \quad (16)$$

$$\eta_{potencial_total} = \frac{\Delta S_{potencia}}{P_{trituradora} \eta_{limite}} \quad (17)$$

La diferencia de la función de evaluación propuesta en este trabajo radica en que toma en cuenta la potencia real consumida por el equipo y no la energía suministrada al mismo. Así mismo se establece un punto de comparación con el límite máximo de eficiencia teórica que se puede alcanzar en el proceso basándose en un desempeño ideal de un flujo normalizado de 1 kg/s.

La eficiencia está definida en función de la distribución del tamaño de las partículas, las propiedades del material a procesar, los parámetros de diseño y los modelos semi empíricos de funcionamiento, por lo que representa la función de mérito más adecuada para optimizar el proceso de conminución ya que incluye los factores más importantes que intervienen en dicho proceso.

REDES NEURONALES PARA LA EVALUACIÓN Y PREDICCIÓN DE FUNCIONES SEMIEMPÍRICAS DE DISTRIBUCIÓN Y DISMINUCIÓN DE TAMAÑOS PARTÍCULAS

Una red neuronal artificial (RNA), está inspirada en el sistema nervioso biológico, consiste en una disposición estructurada de un conjunto de unidades de proceso o “neuronas artificiales” interconectadas entre sí en capas paralelas. A las interconexiones entre las distintas unidades de proceso se le asignan pesos variables para formar una representación tipo caja negra del sistema a modelar (Chau, 2006). Uno de los modelos de ANNs más usado es la red neuronal de múltiples capas con alimentación hacia adelante, el cual consiste en una capa de entrada, una o más capas ocultas y una capa de salida. La Figura 3 presenta un ejemplo de una red neuronal de 3 capas.

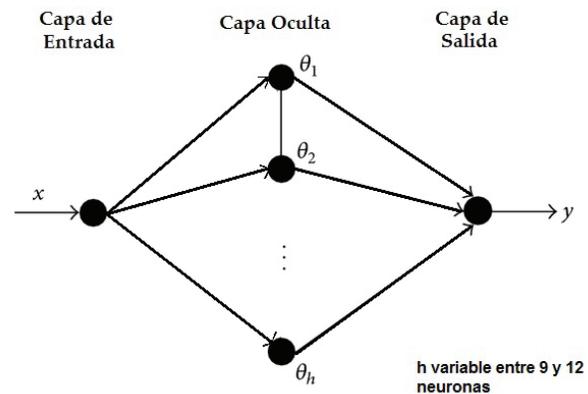


Figura 3. Esquema de la red neuronal propuesta

A fin de utilizar una RNA la misma debe pasar por dos etapas o procesos: una etapa inicial o de aprendizaje, en la cual se construye el modelo de la red (determinación y ajuste de los pesos de las distintas interconexiones de la red) mediante un conjunto de datos de entrenamiento y una etapa de simulación en la cual la red se alimenta con datos reales para predecir salidas posibles. La etapa de entrenamiento se realiza mediante el procesamiento iterativo de un conjunto de duplas (valores de las variables de entrada y sus respuestas esperadas) de entrenamiento, la respuesta simulada por la red se compara con la respuesta real conocida, de existir alguna diferencia entre ellas, los pesos de la red se ajustan de manera de minimizar el error cuadrático medio entre los valores predichos por la red neuronal y los valores reales de salida del modelo que se está ajustando.

La metodología empleada para inicialmente ajustar y posteriormente predecir las funciones semi empíricas relacionadas con la distribución de partículas ($f(\beta)$) y la disminución de tamaños ($f(P_k)$) se basó en una red neuronal de tres capas, con funciones de transferencia sigmoidea en la capa oculta y lineal en la capa de salida, dado que una RNA puede usarse para resolver un problema dado con una capa oculta, siempre y cuando esta tenga el número adecuado de neuronas (Hagan, Demuth, Beale, & De Jesús, 2014), (Haykin, 1994). En este trabajo se encontró que entre 9 y 12 neuronas en la capa oculta resultaban adecuadas para el conjunto de entrenamiento dado inicialmente en forma discreta en la referencia (Gupta & Yan, 2006). En la Figura 4a y 4b se muestran los resultados obtenidos, observándose un buen ajuste entre los puntos de entrenamiento y los de prueba.

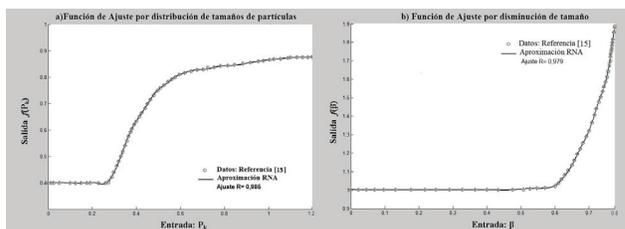


Figura 4. a) Ajuste y aproximación por RNA de la función $f(P_k)$.
b) Ajuste y aproximación por RNA de la función $f(\beta)$

Entre los diferentes índices que se encuentran en la literatura para evaluar la certeza de la bondad de ajuste logrado por el modelo implementado con redes neuronales, en este trabajo se usó el coeficiente de determinación R^2 . Este coeficiente representa la proporción entre el error cuadrático medio (MSE) de la evaluación predicha (en este caso por las RNA) respecto a la evaluación real y la varianza de la misma, es decir:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} = 1 - \frac{MSE}{varianza} \quad (18)$$

donde, y_i es el valor observado o “real” del punto de prueba, \hat{y}_i es el valor predicho por la RNA, y \bar{y}_i es la media del valor observado.

En este índice, MSE representa cuan alejado se encuentra el valor obtenido por la RNA del valor real del punto de prueba, mientras que la varianza refleja cuan irregular es el problema, Así que, a valores más grandes de R^2 (cerca de uno) la certeza del modelo desarrollado es mayor. Al

evaluar este índice en el modelo propuesto se consiguieron valores de $R^2 = 0,96$.

MODELOS DE OPTIMIZACIÓN CON COLONIAS DE ENJAMBRES

La optimización por Colonias de Enjambres (PSO, por sus siglas en inglés) son algoritmos de optimización pertenecientes a los métodos emergentes conocidos como algoritmos evolutivos cuyos paradigmas de búsqueda se basan en comportamientos sociales o socio-cognitivos-inteligentes que se observan en la naturaleza, por lo que se suelen clasificar dentro de los métodos de inteligencia colectiva (Kennedy & Eberhart, 2001). Estas técnicas fueron inicialmente propuestas por (Kennedy & Eberhart, 1995) y (Eberhart, Simpson, & Dobbins, 1996), a través de los años su aplicación en problemas de optimización de carácter global han demostrado su fácil implementación, bajo costo computacional, no requerir de la información de gradientes de la función objetivo a optimizar, solo de sus valores y principalmente, su gran habilidad para resolver problemas en ambientes cambiantes y con ruido, ventajas que la hacen candidatos ideales para estudiar su potencial aplicabilidad en la optimización de los procesos de conminución.

Estas técnicas de optimización tienen en común con las técnicas de computación evolutiva (CE) la manera como exploran el espacio de búsqueda, por medio de una población de soluciones candidatas. Sin embargo, se diferencian de estas en que cada partícula o individuo de la colonia tiene memoria, es decir es capaz de recordar la mejor posición en el espacio de búsqueda que ha visitado, y su posición final viene determinada por el uso de este conocimiento previo y de la atracción ejercida por el mejor individuo de la configuración topológica de su vecindario particular o de toda la colonia en general.

Una descripción detallada de la implementación del algoritmo usado en este trabajo se puede ver en (Annicchiarico W. D., 2012). A continuación se describen algunos de los inconvenientes de esta técnica y el desarrollo de mecanismos para superarlos en relación al problema de optimización planteado.

La actuación del enjambre se basa en un mecanismo que repercute sobre la posición espacio-temporal de toda la colonia. Este mecanismo toma en cuenta factores de calidad derivados de la mejor posición de cada partícula y de la mejor partícula en la colonia, distribuyendo las respuestas de cada partícula sobre el espacio de búsqueda, asegurando de esta manera la diversidad de las mismas. Más aún, el comportamiento de la colonia cambia solo cuando la mejor

partícula de la colonia cambia, por lo que la respuesta del algoritmo se puede decir que es a la vez adaptativa y estable. A pesar de estas ventajas y al igual que la mayoría de los algoritmos de optimización pertenecientes a la CE, la optimización por colonias de enjambres sufre de la pérdida de adaptabilidad y diversidad en estados avanzados del proceso de búsqueda. La misma se manifiesta por la disminución en la capacidad de exploración del algoritmo, debido a la concentración de los individuos en una zona particular del espacio de búsqueda, consecuentemente el algoritmo pierde su habilidad para reaccionar y mirar mejores lugares para explorar.

Aunque en la literatura se pueden encontrar valores recomendados para los diferentes parámetros de ponderación que se necesitan para la optimización por colonias de enjambres, ver por ejemplo (Kennedy, 1998) y (Shi & Eberhart, 1998), sin embargo es recomendable ajustarlos a cada problema en particular. Entre las recomendaciones generales dichos autores proponen variaciones lineales del factor de inercia (w) entre 1,2 y 0,4 y coeficientes de aceleración constantes (específicamente $c_1 = c_2 = 2$).

En línea con las recomendaciones anteriores y a fin de mejorar la diversidad y calidad de la colonia en la búsqueda del óptimo o cuasi-óptimo, en este trabajo, se implementan y proponen los siguientes mecanismos auto adaptativos para el factor de inercia (w) y coeficientes de conciencia individual (c_1), y conciencia global (c_2). Para el factor de inercia, se define el éxito de la partícula i en una determinada iteración ($s_i^{(n)}$) en función de si mejora o no su marca personal en la iteración n con respecto a la anterior:

$$s_i^{(n)} = \begin{cases} 1, & \text{si } f(P_{i,j}^{n+1}) < f(P_{i,j}^n) \\ 0, & \text{lo contrario} \end{cases} \quad (19)$$

Basado en este índice, se calcula la razón de éxito del enjambre completo (S) como

$$RateS^{(n)} = \frac{\sum_i s_i^{(n)}}{S} \quad (20)$$

De manera que, $RateS \in [0,1]$ es el porcentaje de partículas que han mejorado su actuación en la última iteración. Un alto valor de $RateS$ indica una alta probabilidad que las partículas hayan convergido a un punto no-óptimo o se estén moviendo lentamente hacia el óptimo, mientras que un bajo valor de $RateS$ indica que las partículas están oscilando sin mucha mejoría (Panigrahi, Pandi, & Das, 2008). A fin de adaptar dinámicamente el factor de inercia en estos casos,

se usa la siguiente variación exponencial en función del número de iteración:

$$w^{(n)} = e^{RateS^{(n)} - 1} \quad (21)$$

La optimización por colonias de enjambres se basa en la exploración del espacio de diseño por una población de soluciones candidatas, en los estados iniciales del proceso es preferible alentar la exploración y durante las etapas finales del mismo mejorar la explotación del espacio de diseño donde se encuentra el posible óptimo a cuasi-óptimo buscado. En este sentido, en este trabajo se desarrolló un mecanismo que linealmente disminuye el coeficiente de conciencia individual e incrementa el coeficiente de conciencia global a medida que el proceso de búsqueda avanza (Annicchiarico W. D., 2015):

$$\begin{aligned} c_1^n &= c_{1max} - \frac{n}{n_{max}}(c_{1max} - c_{1min}) \\ c_2^n &= c_{2min} + \frac{n}{n_{max}}(c_{2max} - c_{2min}) \\ c_1^n + c_2^n &\leq 4 \end{aligned} \quad (22)$$

Adicionalmente, a fin de mejorar la capacidad de exploración en los estadios finales del proceso de búsqueda, cuando el algoritmo tiende a estancarse se usa un operador de mutación dinámico de la posición de las partículas del enjambre según se describe en (Annicchiarico W. D., 2012).

RESTRICCIONES DE DISEÑO

El objetivo del problema de optimización presentado en este trabajo se puede plantear como la búsqueda de los parámetros de diseño de la maquinaria que resulten del mejor compromiso entre el mínimo consumo de potencia del equipo y el mayor incremento de la superficie de material triturado que fluye por el mismo.

A fin de guiar el algoritmo de optimización en la región factible del espacio de las variables de diseño que caracterizan el proceso de trituración y molienda de minerales y que las mismas se traduzcan en valores que posean significado físico, en este trabajo se han considerado las siguientes funciones de restricción:

a) El consumo de energía de la maquinaria debe ser siempre un número positivo

$$P_{trituradora} \geq 0 \quad (23)$$

b) La trituradora de mandíbulas tiene que manejar un flujo de partículas con el fin de ser un equipo funcional

$$Q_A \geq 0 \quad (24)$$

c) De acuerdo a los resultados experimentales, ver (Gupta & Yan, 2006), el flujo real de partículas (Q_A) dentro del equipo está afectado por las funciones semi empíricas que toma en cuenta la distribución de partículas ($f(\beta)$) y la disminución de tamaños ($f(P_k)$). Estas funciones están definidas dentro de los siguientes rangos de valores para las variables β y P_k :

$$\begin{aligned} 0 \leq \beta \leq 0,8 \\ 0 \leq P_k \leq 1,2 \end{aligned} \quad (25)$$

d) La quijada de la trituradora debe poseer cierto ángulo de inclinación θ distinto de cero

$$G - (L_{min} + L_t) \geq 0 \quad (26)$$

e) El consumo real de potencia del equipo para velocidades supercríticas resulta en predicciones no muy fiables, por lo tanto es recomendable estimar la eficiencia para trituradoras en velocidades subcríticas, es decir:

$$\Omega \leq \Omega_{cr} = \sqrt{4415,5 \left(\frac{G - (L_{min} + L_t)}{2GL_t} \right)} \quad (27)$$

A fin de incluir el conjunto de restricciones en el modelo de optimización propuesto en este trabajo se escogió la técnica de penalización externa, ya que el proceso de optimización puede empezar en cualquier región del espacio de búsqueda, haciéndolo más flexible que por ejemplo el de penalización interna en el que primero se debe comenzar por una región factible del espacio de diseño. La idea básica del método de penalización externa es mover la solución de la región no factible a la factible añadiéndole algún valor (penalizando) a el valor de la función objetivo de la solución que viola las restricciones. En este trabajo se determinó, mediante ensayo y error, que por cada 10% de violación en cada restricción, la función objetivo original se incrementa en un 10%. La descripción detallada de la implementación de las estrategias de penalización se pueden ver, por ejemplo, en (Annicchiarico W. , Periaux, Cerrolaza, & Winter, 2005)

EVALUACIÓN NUMÉRICA

En este apartado se presentan las simulaciones numéricas del proceso de una trituradora de quijadas usando el modelo de funcionamiento y de optimización presentado anteriormente. El objetivo es obtener el punto de funcionamiento óptimo

del sistema que permita maximizar la eficiencia del proceso de trituración y valorar como se ve afectado según el tipo de material a triturar y según el modelo de distribución de partículas empleado. Para evaluar la influencia del material a triturar se usaran rocas de magnetita y esmeril. En cuanto a los modelos de distribución de partículas se usaran el modelo Rosin-Rammler (MD:R-R) y el modelo Gaudin-Shumann (MD:G-S).

Una vez encontrado el óptimo o cuasi óptimo del sistema, se puede obtener una configuración más idónea (óptima) del equipo en función de las variables principales de diseño del mismo, como son: la apertura (G), la relación de reducción (R), la velocidad de Giro (Ω), el ancho (w), el desplazamiento lineal de la quijada (L_t) y el mínimo porcentaje másico de peso tamizado (Min_{per})

La magnetita es un mineral de hierro constituido por óxido ferroso-diférrico. El esmeril es una roca muy dura usada para hacer polvo abrasivo. Está compuesta mayormente del mineral corindón (óxido de aluminio), mezclado con otras variedades como espinelas, hercinita y magnetita y también rutilo (titania). Las propiedades de los materiales a evaluar se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 2. Propiedades mecánicas de los materiales a evaluar

Material	ν	Fr	ρ	γ	Wi
Magnetita	0,2616	3	5,197	6,449	10,20
Esmeril	0,2335	3	3,989	9,625	58,18

ν : Coeficiente de Poisson; F_r : Factor de Rugosidad; ρ : Densidad en [t/m³]; γ : Energía superficial de fractura en [J/m²]; W_i : Índice de trabajo de Bond en [kWh/t]

La Figura 5 muestra las curvas de evolución del proceso de optimización para los siguientes casos de estudio: a) Material magnetita con distribución MD:G-S, b) Material magnetita con distribución MD:R-R, c) Material esmeril con distribución MD:G-S, d) Material esmeril con distribución MD:R-R. En la misma se representa el promedio de las mejores veinte corridas para cada caso de estudio y en la Tabla 3 se dan los valores finales del proceso de optimización. En la Tabla 4 se presentan los valores obtenidos de las variables de diseño al final del proceso evolutivo, en la misma se puede apreciar cómo una vez cumplidas las restricciones de diseño y estabilizada la solución, la configuración final de dichas variables es aproximadamente la misma para cada caso estudiado.

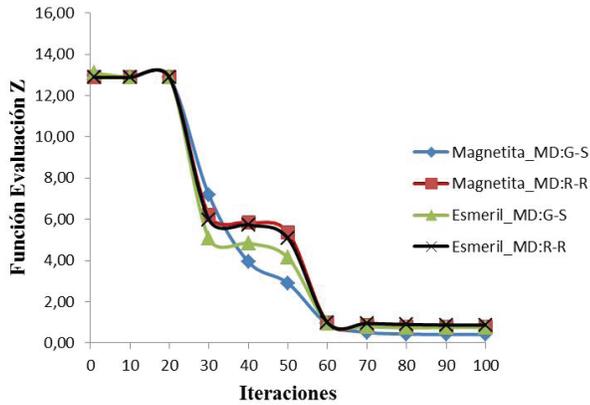


Figura 5. Curvas de evolución de los procesos de optimización

Estudiando la relación entre las distintas variables de diseño, el sistema consigue un punto óptimo o quasi-óptimo cuando la relación de reducción (R) y el porcentaje final tamizado (Min_{per}) se incrementan hacia su máximo y las restantes variables se minimizan. Este comportamiento es comprensible ya que el proceso de optimización planteado busca maximizar el área superficial del mineral triturado (incrementar su fractura) como medida del proceso de reducción de tamaño.

A pesar de que para cada caso estudiado la configuración geométrica del equipo no varía significativamente al cambiar el tipo de material o el modelo de distribución de partículas utilizado, la eficiencia total en función del consumo de potencia ($\eta_{potencia_total}$) del equipo es diferente para cada caso estudiado como se puede observar en la Figura 6.

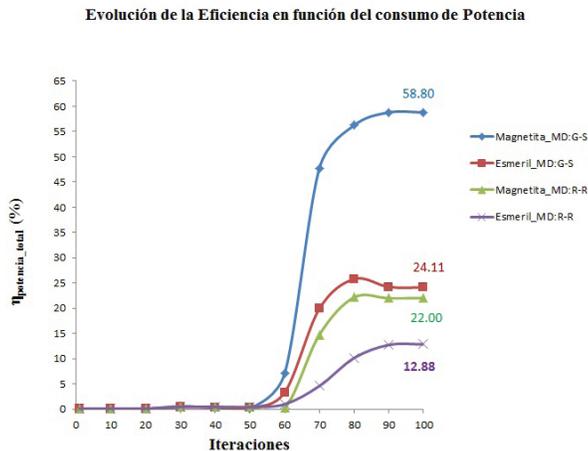


Figura 6. Curvas de evolución en función del consumo de potencia del equipo

En la Tabla 4 se presentan los valores óptimos de las variables de diseño para la configuración “más adecuada” que permite lograr la mejor eficiencia del equipo de trituración estudiado.

Los valores de desempeño óptimo del equipo se presentan en las Tablas 5 y 6 para cada tipo de material y de distribución estudiada. Comparando las eficiencias relativas a la máxima teórica ($\eta_{max_teórico}$) con las reportadas por el modelo desarrollado en la referencia (Tromans, 2008), se puede observar como el modelo desarrollado en este trabajo presenta un mejor desempeño. En efecto, para el material magnetita con este modelo se alcanzó el 58,80% comparado con el 17,2% obtenido anteriormente. Igual comportamiento se obtuvo cuando se aplicó el modelo de conminución al material esmeril, pasándose de un 6% de eficiencia relativa a un 24,11%.

Por otro lado, comparando los modelos de distribución entre sí, el modelo de Rosin–Rammler es más conservador que el modelo de Gaudin–Shumann, ya que dicho modelo predice eficiencias relativas a la máxima teórica menores a las obtenidas por el otro modelo. Sin embargo, el esquema de optimización desarrollado aun usando un modelo de distribución de partículas más conservador permite obtener valores de eficiencia relativas superiores a las reportadas previamente en la literatura (Tromans, 2008).

Tabla 3. Valores óptimos de la función de optimización para cada material y cada modelo de distribución

	Función Evaluación Z – (valor óptimo)
Magnetita MD:G-S	0,4206± 0,015
Magnetita MD:R-R	0,7795± 0,001
Esmeril MD:G-S	0,7529± 0,009
Esmeril MD:R-R	0,8719± 0,001

Tabla 4. Valores óptimos de las variables principales de diseño de una trituradora de quijadas

	G [m] ($\pm 0,014$)	R ($\pm 0,152$)	Ω [rpm] ($\pm 0,154$)	w [m] ($\pm 0,0202$)	L_t [m] ($\pm 0,0019$)	Min_{per} [%] ($\pm 0,087$)
Magnetita MD:G-S	0,100	9,000	100,001	0,150	0,0100	80,000
Magnetita MD:R-R	0,100	9,000	100,000	0,151	0,0101	79,961
Esmeril MD:G-S	0,100	8,998	99,999	0,150	0,0100	79,987
Esmeril MD:R-R	0,100	9,000	100,000	0,149	0,0101	80,000

Tabla 5. Valores óptimos de las variables de desempeño de una trituradora de quijadas, material Magnetita

Material Magnetita	$P_{trituradora}$ [W]	ΔS_{EN} [J/Kg]	$\eta_{max, te\acute{o}rico}$ [%]	$\eta_{potencia, total}$ [%]
Dist. Gaudin-Shumann	172,6035	7,7984	8,04	58,80
Dist. Rosin-Rammler	249,6832	4,4476	8,04	22,00

Tabla 6. Valores óptimos de las variables de desempeño de diseño de una trituradora de quijadas, material Esmeril

Material Magnetita	$P_{trituradora}$ [W]	ΔS_{EN} [J/Kg]	$\eta_{max, te\acute{o}rico}$ [%]	$\eta_{potencia, total}$ [%]
Dist. Gaudin-Shumann	755,60	15,1625	7,78	24,11
Dist. Rosin-Rammler	1093,10	8,6486	7,78	12,88

CONCLUSIONES

En este artículo a partir de la descripción del modelo de funcionamiento de un equipo de trituración de minerales se desarrolló un índice de eficiencia del proceso estudiado en función de la potencia del equipo empleado y no de la energía suministrada al mismo. Así mismo, se resolvió el problema de optimización planteado (minimizar el consumo de energía empleado en los procesos de conminución maximizando la eficiencia relativa del equipo usado en la trituración y molienda de minerales) mediante el desarrollo y propuesta de un algoritmo de optimización perteneciente a la computación evolutiva que introduce conceptos novedosos para mejorar el desempeño del algoritmo en problemas complejos no lineales como la optimización de los procesos de conminución de minerales.

Al estudiar el proceso de trituración de dos minerales distintos en función de la eficiencia del proceso, se encontró que la configuración más ideal de las variables geométricas que definen el funcionamiento del equipo estudiado no se ven influenciadas por el tipo de material a procesar por el mismo. Así mismo, se pudo observar que la eficiencia del proceso de trituración es muy sensible al modelo de distribución de tamaños de partículas seleccionado. En particular, el desempeño del modelo desarrollado comparado con modelos similares resultó en mejoras significativas en la eficiencia relativa del proceso estudiado. En este trabajo se desarrolló una expresión para evaluar

la eficiencia en los procesos industriales de reducción de tamaños de rocas tomando en cuenta el consumo de potencia del equipo empleado y no de la energía suministrada al mismo, así como del índice de trabajo de Bond, de las variables de diseño geométrico y de operación del equipo estudiado, y de modelos semi-empíricos de distribución y reducción de tamaños de partículas. Resultando en una función de optimización que se basa en parámetros actuales más fiables y fáciles de cuantificar con respecto a las propuestas de trabajos similares. Uno de los aspectos a resaltar de la expresión desarrollada es que dicha expresión está en concordancia con los parámetros generalmente usados por la industria de la minería para la selección de los equipos industriales de conminución, como lo es el índice de trabajo de Bond, el cual ha sido aplicado con éxito por más de medio siglo, atestiguando su gran valor como una poderosa herramienta ingenieril para la evaluación de la eficiencia de este tipo de procesos industriales.

Así mismo, la inclusión en el modelo desarrollado de algoritmos de optimización que no requieren de información de gradientes, o de la existencia y continuidad de las derivadas de la función objetivo, como lo es la optimización por colonias de enjambres, y el uso de redes neuronales para predecir el comportamiento de funciones empíricas propias del proceso de trituración de minerales, constituyen una herramienta poderosa y novedosa para la reducción de la energía empleada en los procesos de minería modernos. La certeza y aplicabilidad del modelo desarrollado, como

en muchos campos de la ingeniería aplicada, descansan en la relación fundamental y exactitud que debe existir entre los datos obtenidos tanto de la planta donde el equipo está operando como de los datos obtenidos de los análisis de laboratorio aplicados a los minerales antes y después de su procesamiento.

Es de resaltar que todavía hay mucho camino por recorrer en esta área, y como trabajo futuro, se podrían incluir otros modelos de equipos y validar los modelos de distribución de partículas presentados en este trabajo con resultados experimentales considerando otros tipos de minerales, lo cual permitirá ampliar la base de datos experimentales y acercarse más a lo que realmente ocurre en el proceso de cominución de rocas.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo fue realizado con los auspicios del Decanato de Investigación de la Universidad Simón Bolívar y el Fondo Nacional para la Ciencia y la Tecnología FONACIT.

REFERENCIAS

- ALFARES, H. K., & NAZEERUDDIN, M. (2002). Electric loads forecasting: literature survey and classification of methods. *Int. J. of Systems Science*, 33(1), 23-24.
- ANNICCHIARICO, W. D. (2012). Optimización Multiobjetivo - Multidisciplinario del Diseño de Estructuras Usando Colonias de Enjambres Dinámicos. *Revista Facultad de Ingeniería UCV*, 27(4), 51-64.
- ANNICCHIARICO, W. D. (2015). Desarrollo y Aplicación de un Sistema General de Optimización Usando Algoritmos Evolutivos Distribuidos y Metamodelos. USB, Mecánica. Caracas: Universidad Simón Bolívar.
- ANNICCHIARICO, W., PERIAUX, J., CERROLAZA, M., & WINTER, G. (2005). *Evolutionary Algorithms and Intelligent Tools in Engineering Optimization*. Southampton: Cimme & WitPress.
- AVERILL, M. L., & KELTON, W. D. (2000). *Simulation modelling and analysis* (3rd ed.). New York: McGraw Hill Higher Education. doi:978-0071165372
- BALLANTYNE, G. R., & POWELL, M. S. (2014). Benchmarking comminution energy consumption for the processing of copper and gold ores. *Minerals Engineering*, 65, 109-114.
- BOND, F. C. (1953). *mathematics of crushing and grinding. Recent Developments in Mineral Dressing* (págs. 484 - 494). London: The Institution of Mining and Metallurgy.
- BOND, F. C. (1961). *Crushing and grinding calculations, part I - II*. *Br. Chem. Eng.*, 6(6), 378 - 385; 543 - 548.
- CAREY, W. F., & STAIRMAN, C. J. (1953). A Method of assessing the grinding efficiency of industrial equipment. *Recent Developments in Mineral Dressing* (págs. 117 - 136). London: The Institution of Mining and Metallurgy.
- CHAU, K. (2006). A review on the integration of artificial intelligence into coastal modeling. *Journal of Environmental Management*, 80(1), 45 - 57.
- EBERHART, R., SIMPSON, P., & DOBBINS, R. (1996). *Computational Intelligence PC Tools*. London: Academic Press - Elsevier.
- FARZANEGAN, A., & VAHIDIPOUR, S. (2009). Optimization of comminution circuit simulations based on genetic algorithms search method. *Mineral Engineering*, 22(7), 719 - 726.
- GAUDIN, A. M., & MELOY, T. P. (1992). Model and comminution distribution equation for single fracture. *AIME Transactions*, V(223), 40 - 50.
- GUPTA, A., & YAN, D. S. (2006). *Mineral Processing Design and Operations: An Introduction* (1 ed.). Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science.
- HAGAN, M. T., DEMUTH, B. H., BEALE, M., & DE JESÚS, O. (2014). *Neural Network Design* (2 ed., Vol. electrical engineering series). Oklahoma: PWS Publishing Company. doi:978-0971732117
- HAYKIN, S. (1994). *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice - Hall.
- HINDS, W. C. (1999). *Aerosol Technology: Properties, Behavior and Measurement of Airborne Particles* (2 ed.). London, England: John Wiley and Sons Ltd.
- HIPPERT, H. S., PEDREIRA, C. E., & SOUZA, R. C. (2001). Neural networks for short-term load forecasting: a review and evaluation. *IEEE transactions on Power Systems*, 16(1), 44 - 55.
- KENNEDY, J. (1998). The behavior of particles. En S. N.

- Porto VW (Ed.), *Evolutionary Programming VII* (págs. 581–590). Berlin: Springer.
- KENNEDY, J., & EBERHART, R. (1995). Particle Swarm Optimization. *Proceeding IEEE International Conference on Neural Networks, IV*. IV, págs. 1942-1948. Piscataway, NJ: IEEE Service Center.
- KENNEDY, J., & EBERHART, R. C. (2001). *Swarm Intelligence*. Burlington, Massachusetts: Morgan Kaufmann.
- KICK, F. (1885). *Das Gesetz der proportionalen widerstande und seine anwendung*. Berlin, Germany: Felix Leipzig.
- KIM, K.-H., PARK, J.-K., HWANG, K.-J., & KIM, S.-H. (1995). Implementation of hybrid short-term load forecasting system using artificial neural networks and fuzzy expert systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 10(3), 1534 - 1539.
- OVENS, J. S. (1953). Notes on power used in crushing ore, with special reference to rolls and their behavior. *Trans. Inst. Min. Met.*, 42(407).
- PANIGRAHI, B. K., PANDI, V. R., & DAS, S. (2008). Adaptive particle swarm optimization approach for static and dynamic economic load dispatch. *Energy Conversion and Management*, 49(6), 1407 - 1415.
- RHODES, M. (2008). *Introduction to particle technology* (Second Edition ed.). London, England: John Wiley and Sons Ltd. doi:9780470727102
- RITTINGER, R. P. (1867). *Lehrbuch der Aufbereitungskunde*. Berlin, Germany: Ernst and Korn.
- ROSE, H. E., & ENGLISH, J. E. (1967). *Trans. Inst. of Mining and Metallurgy*, 76, C32.
- ROSIN, P., & RAMMLER, E. (1933). The laws governing the fitness of powdered coal. *Journal of the Institute of Fuel*, 7, 29 - 36.
- SHI, Y., & EBERHART, R. (1998). Parameter selection in Particle Swarm Optimization. En S. N. Porto VW (Ed.), *Evolutionary Programming VII* (págs. 611–616). Berlin: Springer.
- TROMANS, D. (2008). Mineral comminution: energy efficiency considerations. *Mineral Engineering*, 21(8), 613 - 620.
- TROMANS, D. (2008). Mineral Comminution: Energy Efficiency Considerations. *Mineral Engineering*, 21(8), :613 - 620.
- TROMANS, D., & MEECH, J. A. (2002). Fracture toughness and surface energies of minerals estimates for oxides, sulphides, silicates and halides. *Mineral Engineering*, 15, 1027 - 1041.
- WHITE, L., BARONE, L., HINGSTON, P., HUBAND, S., TUUPUREAINEN, D., & BEARMAN, R. (2004). A Multi-objective evolutionary algorithm approach for crusher optimization and flowsheet design. *Mineral Engineering*, 17(11-12), 1063 - 1074.
- WILLS, B. A., & NAPIER-MUNN, T. J. (2006). *Wills' Minerals processing technology: an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery*. Butterworth - Heinemann: Elsevier.
- XUMLIN, J., HAIFENG, L., JUN, Y., BO, L., & ZHAO, L. (2013). *Forecasting Electrical*. Elsevier.

