EPISTEME NS, VOL. 32, 2012, pp.151-170

NOTAS Y DISCUSIONES

Jesús F. Baceta V.

VALUACIONES BOOLEANAS, CONJUNTOS VERDADEROS, COMPLECIÓN Y CONSISTENCIA. NOTAS A "A PROCEDURE OF BUILDING UP TAUTOLOGOUS PROPOSITIONAL FORMULAE FROM GIVEN VARIABLE TRUTH-FUNCTIONS" DE JUAN NUÑO[1]

Resumen: Se contextualiza la nota "A procedure of building up tautologous propositional formulae from given variable truth-functions" de Juan Nuño y se demuestra un detalle que garantiza su construcción.

Palabras claves: Valuaciones booleanas, conjuntos verdaderos, compleción y consistencia.

VALUACIONES BOOLEANAS, CONJUNTOS VERDADEROS, COMPLECIÓN Y CONSISTENCIA. NOTAS A "A PROCEDURE OF BUILDING UP TAUTOLOGOUS PROPOSITIONAL FORMULAE FROM GIVEN VARIABLE TRUTH-FUNCTIONS" DE JUAN NUÑO

Abstract: Awarded the context article "A procedure of building up tautologous propositional formulae from given variable truth-functions" of Juan Nuño and shows a detail which ensures its construction.

Keywords: Boolean Valuations, sets truth, completeness and consistency.

En el año 1966 el maestro Juan Nuño escribió una pequeña nota en la cual proporciona una manera constructiva de obtener una expresión general del conjunto de los conjuntos tautológicos derivados de las variables diádicas de las funciones de verdad ("A procedure of building up tautologous

[1] En este volumen.

propositional formulae from given variable truth-functions" en este volumen). El ejercicio de lógica se concibió como una ponencia presentada en el Séptimo Congreso Interamericano de Filosofía, celebrado en Quebec, Canadá, del 18 al 23 de Junio de 1969, y tiene, como toda ponencia, varios presupuestos sobre la especificación del lenguaje en que se está trabajando y también supone algunas definiciones. Estos presupuestos quizá no son necesarios en una exposición, pero elimina mucho contexto que puede aclarar el panorama y el alcance de la propuesta. En este artículo no se pretende mejorar el método proporcionado por Nuño, solo lo contextualiza y demuestra un detalle que garantiza su construcción. Para ello se especifica una de las maneras de establecer la sintaxis del Cálculo Proposicional (CP), una semántica para tal cálculo, que se explica de manera genética para, luego, proceder a sistematizarla. Por último, aprovechando el carácter didáctico de la nota, se recrea el método de demostración de compleción del sistema y una de sus principales consecuencias: la consistencia.

I. Sintaxis de CP

El sistema consta en de un conjunto de *Variables proposicionales atómicas*: p, q, r, … , p_1, p_2, p_3… (los subíndices permiten que se usen un número infinito numerable de variables de oraciones). Posee un conjunto de *Conectivas:* ~, ∨, ∧, **Δ**, Γ (en muchas presentaciones formales se reduce el número de conectivas a dos, incluso a una, que son suficientes para definir a las demás), y dos *Símbolos auxiliares*: (,) (pocos símbolos auxiliares simplifican las demostraciones).

De aquí en adelante, a los fines de abreviar la notación, se conviene en usar los símbolos de las conectivas y los símbolos auxiliares como nombres de sí mismos. En lo que sigue, se utilizan **A**, **B**, **C**,…, **X, Y, Z,…,** $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{B_1}$, $\mathbf{C_1}$,… etc., como variables metalingüísticas que representan cualquier proposición atómica o molecular. Una expresión como **(A ∧ B)** no debe entenderse como una mezcolanza de lenguaje objeto y metalenguaje; es una expresión propia del metalenguaje, porque convenimos que los paréntesis y las conectivas son nombres de sí mismos.

Las *Fórmulas bien formadas* (f.b.fs.) pueden ser entendidas como las *formas lógicas de las oraciones* y las reglas para su construcción son mucho más simples que las de la gramática española:

Definición I.1: Las *fórmulas bien formadas (f.b.fs) de* CP son expresiones que constan de variables proposicionales y conectivas, y se obtienen aplicando las siguientes reglas:

1.1. Todas las variables atómicas proposicionales p, q, r,… son f.b.fs.

1.2. Si **A** es una f.b.f., también lo es **~A**.

1.3. Si **A** y **B** son f.b.fs., también lo son:

i. **(A ∧ B)** A y B son miembros conjuntivos

ii. **(A ∨ B)** A y B son miembros disyuntivos

iii. **(A Δ B)**

iv. **(A Γ B)**

1.4. Sólo son f.b.fs. las expresiones que cumplen las reglas 1.1, 1.2 y 1.3.

Axiomas de CP

En un sistema axiomático una demostración se realiza a partir de un conjunto finito de esquemas de f.b.fs., llamados *axiomas*, y por medio de la aplicación de las reglas de inferencia del sistema. Serán axiomas del sistema todas las proposiciones que se obtengan mediante la sustitución de las metavariables **A**, **B**, **C** por f.b.fs.:

Ax.1. **A Δ (B Δ A)**

Ax.2. **(A Δ (B Δ C)) Δ ((A Δ B) Δ (A Δ C))**

Ax.3. **(~B Δ ~A) Δ ((~B Δ A) Δ B)**

Regla de CP

La única regla de inferencia es el *Modus ponens*, a saber de **A** y **A Δ B** se obtiene **B**.

Modus ponens (MP):

$$\frac{\begin{array}{l}\mathbf{A \Delta B}\\ \mathbf{A}\end{array}}{\mathbf{B}}$$

La demostración de los metateoremas se construye escribiendo en filas la sucesión de f.b.fs. que constituyen la demostración.

Definición I.2: Por *deducción de una f.b.f.* **C** *en un sistema axiomático* CP *a* partir de un conjunto de f.b.fs. **P**, abreviadamente **P|C**, entendemos una sucesión de f.b.fs. $\mathbf{A}_1,\ldots,\mathbf{A}_n$ donde cada $\mathbf{A}_i$ es o bien una premisa o bien es un axioma de CP o bien una consecuencia de las f.b.fs. precedentes en virtud de la regla de inferencia. El conjunto de premisas puede ser vacío.

Definición I.3: Una f.b.f. **C** es un *teorema,* abreviadamente **|C**, si existe una deducción natural a partir de un conjunto de premisas vacío cuya última f.b.f. es **C**.

Por ejemplo, demostraremos el siguiente metateorema que nos será útil en la demostración de compleción, (a la derecha de cada f.b.f. se escribe la justificación):

Metateorema I.1: **|A Δ A**

1) **|** (**A** Δ ((**A** Δ**A**) Δ **A**)) Δ ((**A** Δ (**A** Δ**A**)) Δ (**A** Δ **A**))
De Ax.2, **A** por **A**, **B** por (**A** Δ**A**) y **C** por **A**.

2) **|** (**A** Δ ((**A** Δ**A**) Δ **A**)) — De Ax.1, **A** por **A**, **B** por (**A** Δ**A**).

3) **|** (**A** Δ (**A** Δ**A**)) Δ (**A** Δ **A**) — MP 1, 2.

4) **|A** Δ (**A** Δ **A**) — De Ax.1, **A** y **B** por **A**.

5) **|A** Δ**A** — MP 3, 4.

A continuación definimos las formas normales conjuntivas y disyuntivas que nos serán útiles para las posteriores discusiones.

Definición I.4: Una f.b.f. **A** es una *Disyunción elemental,* si todo término disyuntivo es o bien una f.b.f. atómica o bien una negación de una f.b.f. atómica.

Definición I.5: Una f.b.f. **A** es una *Conjunción elemental,* si todo término conjuntivo es o bien una f.b.f. atómica o bien una negación de una f.b.f. atómica.

Definición I.6: Una f.b.f. **A** se encuentra en *Forma normal conjuntiva (f.n.c.)* si todo término conjuntivo es una disyunción elemental, es decir, si es una conjunción de la forma $\mathbf{A}_1 \wedge \mathbf{A}_2 \wedge \ldots \wedge \mathbf{A}_n$ (con n ³ 0) donde cada $\mathbf{A}_i$ es una disyunción elemental.

Definición I.7: Una f.b.f. **A** se encuentra en *Forma normal disyuntiva (f.n.d.)* si todo término disyuntivo es una conjunción elemental, es decir, si es una disyunción de la forma $\mathbf{A}_1 \vee \mathbf{A}_2 \vee \ldots \vee \mathbf{A}_n$ (con n ³ 0) donde cada $\mathbf{A}_i$ es una conjunción elemental.

II. Semántica de CP

La *semántica* es la parte de la teoría interpreta la sintaxis de tal manera que los signos refieran algo. Interpretar un lenguaje es especificar una referencia objetiva de las constantes lógicas (conectivas) y de las variables (letras proposicionales). Tal referencia objetiva depende del contexto particular en el que se utilice la fórmula. Cada contexto lo denominaremos *interpretación*.

Definición II.1: Una *interpretación I* de una f.b.f. **A** de CP es una asignación de los valores verdadero (1) o falso (0) a cada una de las letras proposicionales de **A**. El valor de una proposición **p** bajo una interpretación *I* se denota como $v_I(\mathbf{p})$ (léase: "*valor de verdad de* **p** en la interpretación *I"* o "*valuación de* **p** en la interpretación *I"*).

Por ejemplo, si **A** es la f.b.f. **p**, **A** puede ser verdadera o falsa, esto es, $v_I(\mathbf{p}) = 1$ (léase: "*la valuación de* **p** *en I es verdadera*") o $v_I(\mathbf{p}) = 0$. Si **A** es una proposición molecular con 2 variables proposicionales, por ejemplo **p** y **q**, ocurre que **p** y **q** pueden ser ambas verdaderas; que **p** puede ser verdadera y **q** falsa; que **p** puede ser falsa y **q** verdadera; y, en fin, que ambas pueden ser falsas; lo cual agota todas las combinaciones de los posibles valores de verdad para el caso de dos variables de oración. Tabulamos los cuatro primeros casos, donde cada línea de la tabla corresponde a una interpretación distinta:

$n = 1$	**p**
$2^1 = 2$	1
	0

$n = 2$	**P**	**q**
$2^2 = 4$	1	1
	1	0
	0	1
	0	0

$n = 3$	**p**	**q**	**r**
$2^3 = 8$	1	1	1
	1	1	0
	1	0	1
	1	0	0
	0	1	1
	0	1	0
	0	0	1
	0	0	0

$n = 4$	**p**	**q**	**r**	**s**
$2^4 = 16$	1	1	1	1
	1	1	1	0
	1	1	0	1
	1	1	0	0
	1	0	1	1
	1	0	1	0
	1	0	0	1
	1	0	0	0
	0	1	1	1
	0	1	1	0
	0	1	0	1
	0	1	0	0
	0	0	1	1
	0	0	1	0
	0	0	0	1
	0	0	0	0

El número de posibles valores de verdad de una f.b.f. es igual al número de variaciones con repetición de dos elementos $\{1, 0\}$, esto es, 2^n, donde *n* es el número de variables de oración distintas en la f.b.f. Según esto, el número de posibles valores de verdad de una f.b.f. atómica es $2^1 = 2$, lo cual codifica la demanda de que una oración declarativa es verdadera o falsa. El número de posibles valores de verdad de una f.b.f. molecular que consta de dos variables de oración, por ejemplo p y q, es $2^2 = 4$; para tres, $2^3 = 8$, etc. Esto está reflejado por el número de filas de cada tabla.

Ahora nos queda establecer cómo se asignan los valores de verdad a los distintos tipos de f.b.f.s. Estamos interesados por las condiciones de verdad de las proposiciones considerando que toda oración declarativa es verdadera o falsa y no se puede asignar a una misma oración ambos valores de verdad; tal requisito es conocido como *Principio de bivalencia*. Así, se interpreta cada f.b.f. como una oración declarativa a la cual se le *asigna* uno, y solamente uno, de los dos valores de verdad: *verdadero* o *falso.*

Tales asignaciones de valores de verdad de las f.b.fs, por el principio de bivalencia, constituyen de suyo una función, llamada *Función de verdad,* que tiene como argumento a las f.b.fs. y arroja como resultado uno de los valores de verdad.

Por ejemplo, en la figura II.1:

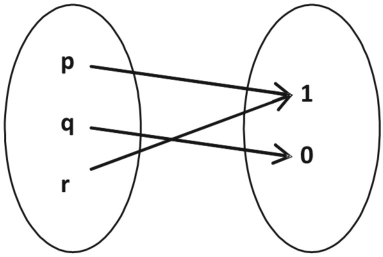

Figura II.1

la función asigna a **p** y **r** el valor 1, y a **q** el valor 0. Si se designa por 'v' a la asignación de valores de verdad, se puede representar las asignaciones de la figura II.1 de la siguiente manera:

$v(\mathbf{p}) = 1 \quad v(\mathbf{q}) = 0 \; v(\mathbf{r}) = 1$

La expresión '$v(\mathbf{p}) = 1$' puede leerse como "la valuación de **p** es verdad" o "el valor de verdad de **p** es verdad".

Ahora bien, nótese que al asignar los valores de verdad a las fórmulas atómicas, se ha proporcionado la referencia objetiva de las mismas: *una f.b.f. atómica refiere a uno de los valores de verdad.*

Ya se han interpretado las letras proposicionales; falta interpretar las constantes lógicas. Para ello, se considera una extensión de la función de verdad con la cual se definirá cada una de las conectivas como *Operadores veritativo-funcionales* (se denominan *operadores* porque son funciones que tienen como argumento otra función, en este caso, las funciones de verdad).

A diferencia de las funciones de verdad, los operadores veritativos-funcionales tienen como dominio las funciones de verdad y como recorrido los valores de verdad. Por ejemplo, la Fig. II.2 representa un operador veritativo-funcional que toma como argumento a todas las interpretaciones que puede tener una f.b.f. que consta de dos variables y arroja como resultado uno de los valores de verdad. La idea es codificar lo que se ha denominado *principio de composición de Frege*: "el valor de verdad de una oración compuesta es una función de verdad de las oraciones simples componente".

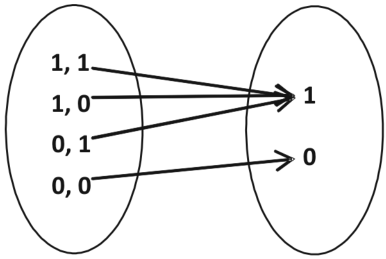

Figura II.2

Si se designan por '$\boldsymbol{f}$' a los operadores veritativos-funcionales, se pueden representar las asignaciones de valores de verdad de la anterior figura de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{f}(\langle 1, 1\rangle) = 1$$
$$\boldsymbol{f}(\langle 1, 0\rangle) = 1$$
$$\boldsymbol{f}(\langle 0, 1\rangle) = 1$$
$$\boldsymbol{f}(\langle 0, 0\rangle) = 0$$

Ahora bien, al asignar los valores de verdad a las f.b.fs. moleculares por medio de operadores veritativo-funcionales, que son los que definen las conectivas, se ha proporcionado la referencia objetiva de una f.b.f. molecular: una f.b.f. molecular refiere uno de los valores de verdad por cada posible función de verdad (Principio de composición de Frege). Así, una *interpretación* de las conectivas, en este caso, corresponde a los posibles operadores veritativo-funcionales que toman como argumento las posibles funciones de verdad y asigna a una fórmula una función de verdad; esto es, a cada f.b.f. molecular le corresponde uno, y sólo uno, de los operadores.

El número de posibles operadores veritativo-funcionales es igual a 2^{2^n}, donde *n* es el número de variables de oración distintas en la f.b.f. Según esto, el número de posibles operadores veritativo-funcionales para f.b.fs. moleculares con una sola variable de oración es igual a $2^{2^1} = 4$:

Operadores veritativos-funcionales: $\boldsymbol{f}^1_x(\boldsymbol{v}(\mathbf{p}))$
por ejemplo: $\boldsymbol{f}^1_4(1) = 0$ $\quad \boldsymbol{f}^1_4(0) = 1$

Funciones de verdad

p	$\boldsymbol{f}^1_1(\boldsymbol{v}(\mathbf{p}))$	$\boldsymbol{f}^1_2(\boldsymbol{v}(\mathbf{p}))$	$\boldsymbol{f}^1_3(\boldsymbol{v}(\mathbf{p}))$	$\boldsymbol{f}^1_4(\boldsymbol{v}(\mathbf{p}))$
1	1	0	1	0
0	1	0	0	1

Esta tabla define cuatro operadores veritativos monádicos. Los operadores $\boldsymbol{f}^{1}_{1}$ y $\boldsymbol{f}^{1}_{2}$ son funciones constantes: su valor es el mismo para cualquier valor del argumento (el supraíndice se usa para indicar la aridad de la función, en este caso, como es 1, la función es monádica). El operador $\boldsymbol{f}^{1}_{3}$ es la función identidad: arroja los mismos valores del argumento. Y $\boldsymbol{f}^{1}_{4}$ arroja el valor contrario del que aparece en el argumento. $\boldsymbol{f}^{1}_{4}$ es de utilidad para la lógica y se asocia, como se sabe, a la conectiva *negación*.

Ya se agotaron los casos de los posibles operadores de verdad para f.b.fs. con una sola variable de oración. Se considera ahora el caso de las posibles funciones de verdad para f.b.fs. moleculares compuestas de dos variables de oración. Según lo expuesto, se aplica la fórmula $2^{2^{n}}$, con $n = 2$, lo cual arroja $2^{2^{2}} = 16$ operadores veritativo-funcionales:

Operadores veritativos funcionales: $\boldsymbol{f}^{2}_{x}(\langle v(\mathbf{p}), v(\mathbf{q})\rangle)$

por ejemplo: $\boldsymbol{f}^{2}_{5}(\langle 1, 0\rangle) = 0$ $\boldsymbol{f}^{2}_{8}(\langle 0, 1\rangle) = 0$

Funciones de verdad	p	q	f^2_1	f^2_2	f^2_3	f^2_4	f^2_5	f^2_6	f^2_7	f^2_8	f^2_9	f^2_{10}	f^2_{11}	f^2_{12}	f^2_{13}	f^2_{14}	f^2_{15}	f^2_{16}
$v(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \langle 1, 1\rangle$	**1**	**1**	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$v(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \langle 1, 0\rangle$	**1**	**0**	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
$v(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \langle 0, 1\rangle$	**0**	**1**	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
$v(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \langle 0, 0\rangle$	**0**	**0**	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

No todas estas funciones son de uso corriente en la teoría. Como veremos, se asocian $\boldsymbol{f}^{2}_{2}$, $\boldsymbol{f}^{2}_{5}$, $\boldsymbol{f}^{2}_{7}$, y $\boldsymbol{f}^{2}_{8}$, con las conectivas de uso más frecuente: la *disyunción*, el *condicional*, el *bicondicional* y la *conjunción* respectivamente.

Sistematizamos las anteriores observaciones, para las conectivas más frecuentes, en la siguiente definición.

Definición II.2: Dada una f.b.f. **A** y una interpretación *I*, la *valuación de* **A** *bajo I*, denotada por v_I(**A**), es:

i. Si **A** está formada por una proposición **p**, entonces v_I(**A**) = v_I(**p**).

ii. Si **A** es de la forma **~B** entonces v_I(**A**) = 1 si vIB= 0;;0 si vIB= 1

iii. Si **A** es de la forma **B** ∧ **C** entonces v_I(**A**) = 1 si vIB= vIC= 1;;0 en caso contrario

iv. Si **A** es de la forma **B** ∨ **C** entonces v_I(**A**) = 0 si vIB= vIC= 0;;1 en caso contrario

v. Si **A** es de la forma **B Δ C** entonces $v_I(\mathbf{A}) = 0$ si vIB= 1 y vIC= 0;;1 en caso contrario

vi. Si **A** es de la forma **B Γ C** entonces $v_I(\mathbf{A}) = 1$ si vIB= vIC;;0 en caso contrario

En las *Tablas de verdad se* registran en las primeras columnas (empezando por la izquierda) los posibles valores de las f.b.fs. atómicas de la fórmula que se estudia, de acuerdo, como hemos indicado, a la fórmula 2^n donde n es el número de variables de oración distintas en la f.b.f; así, *cada fila de la tabla es una interpretación y hay tantas interpretaciones como combinaciones de valores de verdad.*

Veamos cada operador consignando en una tabla los valores que arrojan. Consideremos el conjunto de operadores binarios:

P	Q	f^2_1	f^2_2	f^2_3	f^2_4	f^2_5	f^2_6	f^2_7	f^2_8	f^2_{-8}	f^2_{-7}	f^2_{-6}	f^2_{-5}	f^2_{-4}	f^2_{-3}	f^2_{-2}	f^2_{-1}
1	**1**	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	**0**	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	**1**	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	**0**	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
		V	**p∨q**	**qΔp**	**p**	**pΔq**	**q**	**pΓq**	**p∧q**	**p|q**	**p|q**	**~q**	**~(pΔq)**	**~p**	**~(qΔp)**	**pΦq**	**F**

El profesor Nuño explora, de una manera constructiva, la manera de obtener una expresión general del conjunto de los conjuntos tautológicos derivados de las anteriores funciones diádicas de verdad. Construye los conjuntos verdaderos de cada tipo de función proposicional, uno por uno, y así obtiene el conjunto de conjunto de verdades de funciones binarias.

Una vez presentada las interpretaciones de las variables de oración y de las conectivas, podemos definir cuándo una interpretación hace verdadera una f.b.f., esto es, cuando la satisface.

Definición II.3: Una interpretación *I* es un *modelo* de (*satisface* a) una fórmula **A** si $v_I(\mathbf{A}) = 1$. Escribiremos $I \llcorner$ **A** para indicar que *I* es modelo de **A**.

A partir de la anterior definición es posible establecer una clasificación de las f.b.fs. en función de los valores que toman bajo las diferentes interpretaciones. Decía Wittgenstein:

"Entre los posibles grupos de condiciones veritativas hay dos casos extremos. En uno de estos casos la proposición es verdadera para todas las posibilidades veritativas de las proposiciones elementales; decimos entonces que las condiciones veritativas son *tautológicas*. En el segundo caso, la proposición es falsa para todas las posibilidades veritativas: las condiciones veritativas son *contradictorias*. En el primer caso llamamos a la proposición una *tautología*; en el segundo, una *contradicción". Tractatus* 4.46.

Definición II.4: *Verdad lógica* (*tautología*)*:* Una f.b.f. **A** es una *verdad lógica* o una *tautología* si, y sólo si, todas las interpretaciones son un modelo (Para toda interpretación I, $v_I(\mathbf{A}) = 1$). Así una tautología es una f.b.f. que es verdadera bajo toda posible asignación de valores de verdad o, de otra manera, que es satisfecha por toda interpretación; esto es, si toma el valor de verdad 1 bajo toda valuación.

Definición II.5: *Falsedad lógica* (*inconsistencia* o *insatisfacción*)*:* Una f.b.f. **A** es una *falsedad lógica* o una *inconsistencia* o es *insatisfacible* si, y sólo si, ninguna interpretación es un modelo (para toda interpretación I, $v_I(\mathbf{A}) = 0$). Así una inconsistencia es una f.b.f. que es falsa bajo toda posible asignación de valores de verdad o, de otra manera, que no es satisfecha por interpretación alguna. Esto es, si toma el valor de verdad 0 bajo toda valoración.

Definición II.6: *Contingencia:* Una f.b.f. **A** es una *contingencia* si, y solo si, algunas interpretaciones son un modelo y otras no. (existe una interpretación I, tal que $v_I(\mathbf{A}) = 1$ y existe una interpretación I, tal que $v_I(\mathbf{A}) = 0$). Así una contingencia es una f.b.f. que toma el valor de verdad 1 para algunas asignaciones de valores de verdad y 0 para otras.

Se habían distinguido 16 operadores veritativos-funcionales; ahora se asocia todo el espectro:

f^{2}_{1}	*Tautología* o *verdad lógica.*	V
f^{2}_{2}	*Disyunción inclusiva.*	$(\mathbf{p} \vee \mathbf{q})$
f^{2}_{3}	*Condicional inverso* (Church).	$(\mathbf{q}\ \Delta\ \mathbf{p})$
f^{2}_{4}	*Afirmación* de **p**.	**p**
f^{2}_{5}	*Condicional.*	$(\mathbf{p}\ \Delta\ \mathbf{q})$
f^{2}_{6}	*Afirmación* de **q**.	**q**
f^{2}_{7}	*Bicondicional.*	$(\mathbf{p}\ \Gamma\ \mathbf{q})$
f^{2}_{8}	*Conjunción.*	$(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q})$
f^{2}_{-8}	*Barra de Sheffer, negación alterna, incompatibilidad o Nand.*	$(\mathbf{p} \mid \mathbf{q})$
f^{2}_{-7}	*Disyunción exclusiva.*	$(\mathbf{p} \mid \mathbf{q})$
$0f^{2}_{-6}$	*Negación de* **q**.	$\sim\mathbf{q}$
f^{2}_{-5}	*Negación del condicional.*	$\sim(\mathbf{p}\ \Delta\ \mathbf{q})$
f^{2}_{-4}	*Negación* de **p**.	$\sim\mathbf{p}$
f^{2}_{-3}	*Negación del condicional inverso.*	$\sim(\mathbf{q}\ \Delta\ \mathbf{p})$
f^{2}_{-2}	*Barra de Peirce, negación conjunta o conexa, Nor.*	$(\mathbf{p} \downarrow \mathbf{q})$
f^{2}_{-1}	*Contradicción o falsedad lógica.*	**F**

Negación

El operador f^{2}_{1} se asocia a las *verdades lógicas o tautologías;* f^{2}_{2} a la *disyunción inclusiva;* f^{2}_{3} al *condicional inverso;* f^{2}_{4} a la afirmación de **p**; f^{2}_{5} se asocia al *condicional;* f^{2}_{6} se asocia a la afirmación de **q**; f^{2}_{7} al *bicondicional* y f^{2}_{8} a la *conjunción.*

El operador f^{2}_{-8} se asocia a la *Barra de Sheffer*, *negación alternada*, *incompatibilidad* o *Nand* (**p** | **q**) y es falso cuando las oraciones componentes son verdaderas; en cualquier otro caso verdadero. Es la negación de ∧ y se lee "**p** es *incompatible* con **q**". En 1917 Nicod propuso el siguiente axioma: (**A**|(**B**|**C**))|((**Δ**|(**Δ**|**Δ**))|((**E**|**B**)|((**A**|**F**)|(**A**|**F**)))) a partir de él y la regla: de **A**|(**B**|**C**) y **A** se sigue **C**, se derivan todas las verdades de la lógica proposicional.

El operador f^{2}_{-7} se asocia a la *Disyunción exclusiva* (**p** Φ **q**) y es verdadera cuando las oraciones componentes difieren en valor de verdad; en cualquier otro caso, es falso. Es la negación de **Γ** y se lee "**p** o **q** pero no ambas".

El operador f^{2}_{-6} se asocia a la *negación de* **q**; f^{2}_{-5} a la *negación del condicional;* f^{2}_{-4} se asocia a la *negación de* **p** y f^{2}_{-3} a la *negación del condicional inverso.*

El operador f^{2}_{-2} se asocia a la *barra de Peirce, negación conjunta o conexa, Nor* '(**p**Φ**q**)' y es verdadero cuando las oraciones componentes son falsas; en cualquier otro caso falso. Es la negación de ∨ y se lee "*ni* **p** *ni* **q**".

En fin, f^{2}_{-1} se asocia a la *contradicción* o *falsedad lógica.*

La negación conjunta como la negación alternada, fueron propuestas por Sheffer en 1913. Ambas eran conocidas por Peirce, pero sus notas aparecieron en 1933.

Uno de los conceptos semánticos más importantes es la *equivalencia*. Intuitivamente este nos dice que dos fórmulas son idénticas si refieren los mismos objetos. Como nuestras fórmulas refieren valores de verdad, lo anterior se traduce en que dos fórmulas son equivalentes si tienen los mismos valores de verdad.

Definición II.7: Toda f.b.f. que sea verdadera en alguna posible asignación de valores de verdad o, lo que es igual, satisfecha en alguna interpretación o, equivalentemente, que tenga un modelo, se denomina *consistente*.

De donde, toda tautología es consistente y toda contingencia es consistente aunque no verdad lógica. Por lo tanto, las tablas de verdad proporcionan un *método para decidir* cuándo una f.b.f. es consistente o no.

Definición II.8: Dos f.b.fs **A** y **B** son *lógicamente equivalentes*, abreviadamente **A** 4 **B**, si para toda interpretación *I*, se cumple v_I(**A**) = v_I(**B**).

Esto es, dos fórmulas son lógicamente equivalentes si arrojan los mismos valores de verdad para toda interpretación. Desde el punto de vista práctico, si sus tablas de verdad arrojan los mismos resultados.

Ahora estamos en capacidad de demostrar y explicar algunas propiedades interesantes. La siguiente proposición es sobre el sistema lógico; es un *proposición o teorema semántico* que reduce la demostración de equivalencia entre fórmulas a la demostración de la verdad lógica de una fórmula.

Proposición II.1: **A** 4 **B** si, y sólo si, la fórmula **A Γ B** es una verdad lógica.

Demostración:

Por def. de equivalencia lógica (Def. II.8)

A 4 **B** si para toda interpretación *I*, se cumple v_I(**A**) = v_I(**B**).

Por def. de valuación (Def. II.2.vi)

Para toda interpretación *I* v_I(**AΓB**) **=** 1 (El bicondicional es verdadero si las valuaciones son iguales, como todas las valuaciones, por la premisa anterior, son iguales, entonces para toda interpretación **AΓB** es verdadero).

Por def. de verdad lógica o tautología (Def. II.4)

Si toda interpretación I v_I(**AΓB**) **=** 1, entonces **AΓB** es una verdad lógica.

Nos falta probar la otra parte del condicional, a saber, si **A Γ B** es una verdad lógica, entonces

A 4 **B**. Nótese que se obtiene siguiendo el camino inverso, esto es:
Por def. de verdad lógica o tautología (Def. II.4)
si **AΓB** es una verdad lógica, toda interpretación I v_I(**AΓB**) **=** 1
Por def. de valuación (Def. II.2.vi)
si toda interpretación I v_I(**AΓB**) **=** 1, se cumple para toda interpretación I, v_I(**A**) = v_I(**B**)
Por def. de equivalencia lógica (Def. II.8)
A 4 **B**

Hemos demostrado que todo bicondicional corresponde a una equivalencia lógica en el caso en que el bicondicional sea verdadero en toda asignación de valores de verdad; esto es, sea satisfecho por toda interpretación o, lo que es lo mismo, sea una *verdad lógica*.

Proposición II.2: Una fórmula **A** es una verdad lógica (tautología) si, y sólo si, su negación ~**A** es insatisfacible.

Demostración:

Por def. de verdad lógica o tautología (Def. II.4),
Si **A** es una verdad lógica, toda interpretación I, v_I(**A**) = 1.
Por def. de valuación (Def. II.2.ii),
Si toda interpretación I, v_I(**A**) = 1, entonces toda interpretación I, v_I(~**A**) = 0
Por def. de insatisfacción (Def. II.5)
Si toda interpretación I, v_I(~**A**) = 0, entonces ~**A** es insatisfacible.

Más coloquialmente: Si **A** es una verdad lógica, todas las interpretaciones de **A** son un modelo. Si toda interpretación de **A** es un modelo, entonces toda interpretación de **~A** no es un modelo. Como toda interpretación de **~A** no es un modelo, **~A** es insatisfacible.

Ya hemos probado que si una fórmula **A** es una verdad lógica (tautología), entonces su negación ~**A** es insatisfacible. Nos falta mostrar la otra parte del bicondicional: si ~**A** es insatisfacible, entonces **A** es una verdad lógica. Nótese que se obtiene siguiendo el camino inverso, esto es:

Por Def. II.5,
si ~**A** es insatisfacible, toda interpretación I, $v_I(\sim\mathbf{A}) = 0$.
Por Def. II.2.ii.,
si toda interpretación I, $v_I(\sim\mathbf{A}) = 0$, entonces toda interpretación I, $v_I(\mathbf{A}) = 1$.
Y, por Def. II.4,
si toda interpretación I, $v_I(\mathbf{A}) = 1$, entonces **A** es una verdad lógica.

Coloquialmente: Si ~**A** es insatisfacible, toda interpretación de ~**A** no es un modelo. Si toda interpretación de ~**A** no es un modelo, toda interpretación de **A** es un modelo. Si toda interpretación de **A** es un modelo, entonces **A** es *una tautología.*

Proposición II.3: Si **A** es una verdad lógica (tautología) y **A**4**B** entonces **B** es una verdad lógica.

Demostración:

Por def. de verdad lógica o tautología (Def. II.4),
Si **A** es una verdad lógica, toda interpretación I, $v_I(\mathbf{A}) = 1$.
Por def. de equivalencia lógica (Def. II.8)
A 4 **B** si para toda interpretación I, se cumple $v_I(\mathbf{A}) = v_I(\mathbf{B})$.

Está claro entonces que si para toda interpretación I, $v_I(\mathbf{A}) = v_I(\mathbf{B})$ y para toda interpretación I, $v_I(\mathbf{A}) = 1$, de aquí se sigue para toda interpretación I, $v_I(\mathbf{B}) = 1$

De donde, por def. de verdad lógica o tautología (Def. II.4)
B es una verdad lógica.

La proposición anterior nos garantiza que se hereda o preserva la verdad a través de fórmulas equivalentes.

Definición II.9: Sea **P** un conjunto de fórmulas $\{\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \ldots, \mathbf{A}_n\}$ y sea **C** una fórmula. Se dice que **C** es una *consecuencia lógica* del conjunto **P** de premisas (se denotará por **P**∟**C**) si toda interpretación que es un modelo de **P** es también un modelo de **C**.

Es decir, si para toda interpretación I se cumple que si $v_I(\mathbf{A}_1) = v_I(\mathbf{A}_2) = \ldots = v_I(\mathbf{A}_n) = 1$ entonces $v_I(\mathbf{C}) = 1$.

Definición II.10: Una estructura de la forma **P** ∟ **C** se denomina *argumento.* En ella **P** es el conjunto de premisas $\{\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \ldots, \mathbf{A}_n\}$ y **C** la conclusión.

Definición II.11: Un argumento es *válido* si la conclusión es una consecuencia lógica de las premisas.

Con las anteriores definiciones hemos codificado la noción presistemática de *Argumento* y *Argumento válido*.

Proposición II.4: $\mathbf{P} \llcorner \mathbf{C}$ es válido si, y sólo si, $\mathbf{P}\Delta\mathbf{C}$ es una verdad lógica, donde $\mathbf{P} = \{\mathbf{A}_1 \wedge \mathbf{A}_2 \wedge \ldots \wedge \mathbf{A}_n\}$.

Demostración:

$\mathbf{P} \llcorner \mathbf{C}$ es válido
$\equiv$ ($\mathbf{P} = \{\mathbf{A}_1 \wedge \mathbf{A}_2 \wedge \ldots \wedge \mathbf{A}_n\}$)
$\{\mathbf{A}_1 \wedge \mathbf{A}_2 \wedge \ldots \wedge \mathbf{A}_n\} \llcorner \mathbf{C}$ es válido
$\equiv$ (Def. II.9 de consecuencia lógica)
Si para toda interpretación I, $v_I(\mathbf{A}_1)=v_I(\mathbf{A}_2)=\ldots=v_I(\mathbf{A}_n)=1$, entonces $v_I(\mathbf{C})=1$
$\equiv$ (Def. II.2.iii de valuación)
Si para toda interpretación I, $v_I(\mathbf{A}_1 \wedge \mathbf{A}_2 \wedge \ldots \wedge \mathbf{A}_n) = 1$, entonces $v_I(\mathbf{C})=1$
$\equiv$ (Def. II.2.v de valuación)
Para toda interpretación I, $v_I(\mathbf{A}_1 \wedge \mathbf{A}_2 \wedge \ldots \wedge \mathbf{A}_n \Delta \mathbf{C}) = 1$
$\equiv$ (Def. II.4 de verdad lógica o tautología)
$\mathbf{A}_1 \wedge \mathbf{A}_2 \wedge \ldots \wedge \mathbf{A}_n \Delta \mathbf{C}$ es una verdad lógica.
$\equiv$ ($\mathbf{P} = \{\mathbf{A}_1 \wedge \mathbf{A}_2 \wedge \ldots \wedge \mathbf{A}_n\}$)
$\mathbf{P}\Delta\mathbf{C}$ es una verdad lógica.

Tenemos pendiente discutir la relación entre la semántica y sintaxis de la lógica considerada. Es decir, el análisis de la relación que guardan las verdades lógicas con las f.b.fs. que se demuestran mediante el cálculo. Para ello notemos que la regla de *Modus ponens* transforma verdades lógicas (tautologías) en verdades lógicas:

Proposición II.5: Si $\llcorner \mathbf{A} \Delta \mathbf{B}$ y $\llcorner \mathbf{A}$ entonces $\llcorner \mathbf{B}$.

Demostración:

Supongamos que **B** toma el valor de verdad 0. Como $\llcorner \mathbf{A}$, entonces **A** toma el valor de 1; por lo tanto, $\mathbf{A} \Delta \mathbf{B}$ es falsa por la hipótesis y por el valor de **A**, lo cual es una contradicción con la hipótesis $\llcorner \mathbf{A} \Delta \mathbf{B}$. Por lo tanto, **B** es verdad, es decir, $\llcorner \mathbf{B}$.

Proposición II.6: (*Corrección*) Si $\mathbf{P} | \mathbf{A}$ entonces $\mathbf{P} \llcorner \mathbf{A}$ (Toda f.b.f. que es formalmente demostrable es una tautología).

Demostración:

Si **P|A**, entonces hay una deducción, es decir, una secuencia de f.b.fs. $\mathbf{B}_1,\ldots,\mathbf{B}_n$, donde $\mathbf{A} = \mathbf{B}_n$ es el teorema y donde cada $\mathbf{B}_i$ (i = 1,…, n) es un axioma o consecuencia de dos línea anteriores por MP. En tales casos los axiomas Ax.1-3. son tautologías (verifíquese) y, según la proposición anterior, *modus ponens* transforma verdades lógicas (tautologías) en verdades lógicas (tautologías). Por lo tanto, **P∟A**.

Las anteriores dos proposiciones aseguran que toda f.b.f. que se demuestra por deducción es válida. Esto quiere decir que ninguna fórmula contradictoria, es decir, de la forma $\mathbf{A} \wedge \sim\mathbf{A}$, se puede demostrar en el cálculo proposicional. Toca preguntar la recíproca: ¿toda f.b.f. verdadera puede ser demostrada? Esto es lo que asegura el *Teorema de compleción* de la lógica proposicional. Para ello demostremos previamente:

Proposición II.7: Para toda f.b.f. **A** del CP existe una f.b.f. **B** equivalente a ella en *f.n.c.*

Demostración:

Sea $\mathbf{A}_1$ una f.b.f. equivalente a **B** que no contiene los símbolos de condicional ni de bicondicional y que tiene todos los símbolos de negación situados antes de las fórmulas atómicas de $\mathbf{A}_1$. Demostraremos el teorema usando la inducción respecto a la longitud de $\mathbf{A}_1$. Si $\mathbf{A}_1$ es una f.b.f. atómica o su negación, $\mathbf{A}_1$ ya pertenece a la *f.n.c.* Si $\mathbf{A}_1 = \mathbf{B}_1 \vee \mathbf{B}_2$ y $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$ son f.b.fs. equivalentes a $\mathbf{B}_1$ y $\mathbf{B}_2$, respectivamente, que se encuentran en *f.n.c.*, entonces la f.b.f. $\mathbf{X}_1 \wedge \mathbf{X}_2$ equivale a $\mathbf{A}_1$ y se encuentra en la *f.n.c.*

Sea $\mathbf{A}_1 = \mathbf{B}_1 \vee \mathbf{B}_2$ y que $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$ se encuentra en la *f.n.c.* $\mathbf{X}_1 4\ \mathbf{B}_1$ y $\mathbf{X}_2 4\ \mathbf{B}_2$. Sustituyendo idénticos se obtiene: $\mathbf{A}_1 = \mathbf{X}_1 \vee \mathbf{X}_2$. Demostremos que $\mathbf{X}_1 \vee \mathbf{X}_2$ es equivalente a una f.b.f. **A** en la *f.n.c.* empleando la inducción respecto de $n = m_1 + m_2$, donde m_i es el número de los símbolos de conjunción ∧ en $\mathbf{X}_i$, i= 1, 2. Si $m_1 = m_2 = 0$, entonces $\mathbf{X}_1 \vee \mathbf{X}_2$ es una disyunción elemental y se encuentra en la *f.n.c.* Por ejemplo, sea que m_2 no es igual a cero, entonces $\mathbf{X}_2 = \mathbf{X}_3 \wedge \mathbf{X}_4$. Por la verdad lógica conocida como *Ley distributiva*, a saber, $(\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}))\ 4\ ((\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \wedge (\mathbf{A} \vee \mathbf{C}))$, obtenemos:

$$\mathbf{X}_1 \vee \mathbf{X}_2 = (\mathbf{X}_1 \vee (\mathbf{X}_3 \wedge \mathbf{X}_4))\ 4\ ((\mathbf{X}_1 \vee \mathbf{X}_3) \wedge (\mathbf{X}_1 \vee \mathbf{X}_4)).$$

Ya que, por suposición inductiva, $\mathbf{X_1} \vee \mathbf{X_3}$ y $\mathbf{X_1} \vee \mathbf{X_4}$ son equivalentes a $\mathbf{A_2}$ y $\mathbf{A_3}$ que se encuentran en la *f.n.c.* Es claro, por lo tanto, que $\mathbf{A = A_1} \vee \mathbf{A_2}$ satisface las exigencias del teorema.

La demostración del siguiente teorema es análoga y la omitiremos.

Proposición II.8: Para toda f.b.f. **A** del CP existe una f.b.f. **B** equivalente a ella en *f.n.d.*

Proposición II.9: (*Compleción*) Si **P∟A** entonces **P|A** (Toda tautología es formalmente demostrable).

Demostración:

Seguimos la demostración de Post[2]. Se esboza en tres partes. Para probar la condición suficiente, se define por recursión el rango de una fbf: una fbf atómica se dice de *rango 0*, la negación de una fbf *m* es de rango *m + 1*, la conjunción de dos fbfs, el máximo de cuyos rangos es *m* es de rango *m + 1*.

i) Post verifica el teorema **(A Γ B) Δ (*f*(A) Γ *f*(B))**, donde la función ***f*** puede involucrar otros argumentos, además del indicado y no necesariamente lo involucra. El teorema es verdadero para las fbfs de rango 0, pues se reduce o bien a **(A Γ B) Δ (A Γ B)** lo cual se sigue del metateorema 1, o bien a **(A Γ B) Δ (C Γ C)**, lo cual se sigue por sustitución en Ax. 1, por sustitución **C Γ C** en metateorema 1 y MP.

Asumimos como paso inductivo que el teorema es válido para funciones de rango *m* a lo sumo. En tal caso, si ***f*** es una función de rango *m + 1*, podemos escribirla como $\sim \boldsymbol{g}(\mathbf{A})$, o como $\boldsymbol{g_1}(\mathbf{A}) \vee \boldsymbol{g_2}(\mathbf{A})$, donde $\boldsymbol{g}$, $\boldsymbol{g_1}$ y $\boldsymbol{g_2}$ son de rango *m* a lo sumo. El teorema se sigue, usando $\mathbf{(A \leftrightarrow B) \rightarrow (\sim A \leftrightarrow \sim B)}$ y el enunciado $\mathbf{(A \leftrightarrow B) \rightarrow ((C \leftrightarrow \Delta) \rightarrow ((A \vee C) \leftrightarrow (B \vee \Delta)))}$, junto con $\mathbf{(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))}$, por sustitución en los Ax. y MP.

ii) Consideremos ahora cualquier función $\boldsymbol{f}(\mathbf{A_1, A_2, \ldots, A_n})$. Usando la instancia de Δ' Morgan $\mathbf{\sim (A \vee B) \leftrightarrow (\sim A \wedge \sim B)}$ y $\mathbf{\sim\sim A \leftrightarrow A}$ con la ayuda del teorema demostrado en i) y el enunciado $\mathbf{(A \leftrightarrow B) \rightarrow ((B \leftrightarrow C) \rightarrow (A \leftrightarrow C))}$, se obtiene que $\boldsymbol{f}(\mathbf{A_1, A_2, \ldots, A_n})$ es equivalente a una cierta función $\boldsymbol{f'}(\mathbf{A_1, A_2, \ldots, A_n})$, la cual consta sólo de combinaciones de **A**, **~A** y las operaciones ∨ y ∧ . Esto no los garantiza la Proposición II.7.

2 Post, Emil. *Introduction to a general theory of elementary propositions*. En *From Frege to Gödel*, ed. Heijenoort, Jan. Harvard U.P., 1967.

iii) Aplicando la ley distributiva de la conjunción a $\boldsymbol{f}'$, ésta puede ser reducida a una función equivalente formada por sucesivas conjunciones de disyunciones de los **A**'s y los **~A**'s. Si una de estas conjunciones no tiene a $\mathbf{A_n}$ o $\mathbf{\sim A_n}$ como factor, se puede introducir mediante el enunciado $\mathbf{A \vee \sim A}$ y el enunciado $\mathbf{A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B))}$. Se pueden aplicar ahora las leyes conmutativa y asociativa de la disyunción junto con $\mathbf{A\ \Delta\ A \leftrightarrow A}$, de modo que cada conjunción tiene a lo sumo un $\mathbf{A_i}$ y un $\mathbf{\sim A_i}$. De nuevo usando la ley distributiva, junto con las leyes conmutativa y asociativa de la disyunción, se llega a que $\boldsymbol{f}$ es equivalente a:

$$(\boldsymbol{f_1}\,\mathbf{(A_1, A_2, ..., A_{n-1}) \wedge A_n \wedge \sim A_n}) \vee (\boldsymbol{f_2}\,\mathbf{(A_1, A_2, ..., A_{n-1}) \wedge A_n}) \vee (\boldsymbol{f_3}\,\mathbf{(A_1, A_2, ..., A_{n-1}) \wedge \sim A_n}))$$

donde uno o más de los términos pueden no aparecer.

iv) Se asume ahora que la función original es una verdad lógica; entonces su función equivalente es también una tautología. Si en particular es de orden 1, sólo puede ser el enunciado $\mathbf{A \vee \sim A}$ o el enunciado $\mathbf{(A \wedge \sim A) \vee (A \vee \sim A)}$. El primero es una función válida en el sistema, de igual manera el segundo es válido, por medio de $\mathbf{A \rightarrow (B \vee A)}$. De aquí se sigue que $\boldsymbol{f}(\mathbf{A})$ es válida, por medio de $\mathbf{(A \leftrightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)}$; así, cada función tautológica de orden 1 es válida en el sistema.

Asumamos ahora que lo anterior es cierto para todas las funciones de orden menor o igual a m y sea $\boldsymbol{f}$ una función tautológica de orden $m + 1$. La función reducida es entonces tautológica, tanto $\boldsymbol{f_1}$ como $\boldsymbol{f_2}$ serán, entonces, tautológicas y, por lo tanto, válidas en el sistema. Haciendo uso de $\mathbf{A \rightarrow (B \rightarrow (A \leftrightarrow B))}$, de $\mathbf{((A \wedge C) \vee (A \wedge \sim C)) \leftrightarrow (A \wedge (C \vee \sim C))}$, de $\mathbf{A \rightarrow (\Delta \rightarrow (A \wedge \Delta))}$ y de $\mathbf{A \rightarrow (B \vee A)}$ se muestra que la función reducida es válida y asimismo $\boldsymbol{f}$. De aquí que cada función tautológica puede ser tomada como válida en el sistema y con esto queda demostrado el teorema.

La prueba anterior asegura que el método del Dr. Nuño es correcto: Es posible encontrar 2^{2^n} funciones de orden n, tales que es imposible que dos de ellas sean equivalentes y tales que cualquier función de orden n sea equivalente a alguna de ellas. Tales funciones corresponden a las 2^{2^n} tablas de valores de orden n. La equivalencia de cualesquiera dos de ellas no puede ser una tautología y, por lo tanto, no puede ser un teorema del sistema. De otra parte, cualquier función debe tener como tabla de valores una de las 2^{2^n}

tablas posibles y así su correspondiente equivalencia será una verdad lógica y, por tanto, un teorema.

Proposición II.9: CP es consistente.

Demostración:

Si no lo fuera, admitiría como teoremas alguna proposición y su negación. De modo que tanto ese enunciado como su negación serían tautologías, lo cual contradice la **Proposición II.2**.

Jesús F. Baceta V.
Instituto de Filosofía
Universidad Central de Venezuela
jesus.baceta@ucv.ve