VINCENZO P. LO MONACO

EL SESGO ONTOLOGICO DE LA TEORIA DE LA CUANTIFICACION

— § 1 —

Como es sabido, la cuantificación es para Quine "la jerga clave de la ontología". Para determinar con claridad los compromisos ontológicos envueltos en nuestro discurso, echamos mano del lenguaje sofisticado de la cuantificación. Las ventajas que resultan al usar los procedimientos formales del cálculo de predicados saltan a la vista al dirigir nuestra atención a la cuantificación de primer orden. Allí hacemos uso del cuantificador universal '(x)', que se lee 'todo x es tal que...', y del cuantificador particular (o existencial) '(∃ x)', que ha de leerse 'algún x es tal que...'. En la cuantificación de primer orden las variables varían sobre uno o más tipos de objetos; las expresiones predicativas, al igual que las constantes lógicas, escapan a los cuantificadores, pues no designan o representan objetos. Además, en virtud de la interdefinibilidad de los cuantificadores, es posible optar por la economía y pasárnosla con un solo cuantificador. En efecto, '(' ∃ x) (...x)' puede parafrasearse como −(x)−(...)', y a la inversa '(x) (...x)' pasa a leerse '−(∃ x)−(...)'. Una vez asumida la conversión, el cuantificador existencial no es entonces más relevante que el cuantificador universal en orden a revelar los compromisos ontológicos de nuestro discurso; el cuantificador universal está tan involucrado lógicamente en la expresión del compromiso ontológico como el cuantificador existencial, pues es el tipo de objetos representado por el dominio sobre el cual discurren las variables cuantificadas lo que determina realmente las implicaciones ontológicas de una teoría dada. Sin embargo, a lo largo de sus escritos Quine parece dedicarle mayor atención al uso del cuantificador existencial a la hora de discutir el criterio del compromiso ontológico, debido quizás a dos consideraciones: los problemas teóricos que afloran en conexión con la formulación de los enunciados existenciales negativos y la relación del cuantificador "existencial" con el significado filosófico del término "existencia", cuyo tratamiento le permite pasar al problema de los universales, esto es, al problema de "...si existen entidades como los atributos, las relaciones, las clases, los números y las funciones".[1] Desde este ángulo, el viejo problema de los universales, identificado ahora con la cuestión de los compromisos ontológicos generales de las teorías, tiene que hacer justamente con la semántica del lenguaje. En esa dirección, el uso de los cuantificadores particular o universal sirve igualmente bien para indicar el dominio de objetos sobre el cual varían las variables ligadas. Lo primero que ha de hacerse para determinar los compromisos ontológicos de nuestro discurso es reescribir los enunciados relevantes para *descubrir* los patrones lógicos subyacentes; y, para Quine, la mejor forma de dar con este cometido es recurriendo a la notación canónica de las fórmulas de los enunciados de primer orden o, lo que es lo mismo, valiéndose de la cuantificación de primer orden con identidad, donde las variables ligadas varían sobre uno o más tipos de objetos. Desde luego, ello implica el uso de los cuantificadores, algunas constantes lógicas (negación, identidad, conjunción, etc.) y constantes o variables para representar los diversos términos singulares o expresiones predicativas. Todas estas expresiones pasan a ocupar su auténtico *situs* en los enunciados "reanalizados" lógicamente. Una vez ejecutada la paráfrasis en términos cuantificacionales, estamos entonces en condiciones de determinar dónde residen efectivamente los compromisos ontológicos, a saber: en el rango de los valores admitidos por las variables

---

1. Quine: "On Universals", *Journal of Symbolic Logic* 12 (1947); trad. cast. en Quine, *Desde un punto de vista lógico*, Barcelona, Ariel, 1963, pág. 75.

ligadas. "Ser es ser el valor de una variable" resulta entonces la regla semántica del compromiso ontológico de todo discurso significativo y encarna la modalidad relacional más restringida entre un lenguaje y su ontología, dado que el *minimum* ontológico que un lenguaje puede admitir resulta coincidir con el *maximum* semántico que le corresponde en la notación canónica a la teoría de la cuantificación. Es éste un aspecto característico del discurso de Quine conducido *from a logical point of view* sobre el problema ontológico: "Ser asumido como entidad significa pura y simplemente ser asumido como valor de una variable.[2]

Por otra parte, el uso de uno de los cuantificadores o la puesta en práctica de la función asignádale de individuar la estructura lógica de un enunciado dado, involucra el establecimiento de las condiciones de verdad para ese enunciado específico. En tal sentido, Quine ha afinado notablemente lo que actualmente se considera la versión *standard* de la teoría de la cuantificación, a partir del desarrollo sistemático de la teoría debido fundamentalmente a Frege, Russell y Whitehead.

— § 2 —

Frege presenta por primera vez, en el *Begriffsschrift*,[3] un sistema de lógica simbólica en el cual introduce la notación 'variable-cuantificador'. Pese a lo complejo de la notación, el sistema es, lógicamente hablando, bastante simple. La sintaxis es concebida a partir de la idea de que la construcción de un enunciado ha lugar en dos etapas: se construyen primero las formas más simples de enunciados para llegar posteriormente, tras la aplicación de procedimientos reiterativos de formación de enunciados, a construir esquemas de enunciados complejos. Los enunciados simples constan invariablemente de un predicado simple, con un determinado número de lugares para argumentos, y de uno o más términos singulares. Los enunciados complejos se constituyen por medio de la aplica-

2 Quine: "On what there is", *Review of Metaphysics* 2 (1942), en *Desde un punto...* cit., pág. 59.

3 Halle, 1879 (2ª ed. Darmstadt 1964); trad. cast. parcial en E.H. Battistella, *Selección de textos de Gottlob Frege*, Maracaibo, LUZ, 1971.

ción de los operadores para enunciados, asumiendo como primitivos la negación, la implicación, el cuantificador universal y la identidad. El sistema cuenta con dos formas para la cuantificación —i.e., universal y particular—, que prefijadas a un predicado complejo dan lugar a un enunciado cuantificado. Un predicado complejo es, sintácticamente hablando, el resultado de eliminar de un enunciado la ocurrencia de un término singular, dejando un vacío que ha de indicarse en el enunciado cuantificado correspondiente.[4]

Por lo que concierne a la interpretación del sistema, Frege adopta una semántica bivaluada regida a tenor de dos condiciones. En primer lugar, el valor de verdad de un enunciado complejo depende directamente del valor de verdad de los enunciados simples que lo componen. En consecuencia, en un dominio de cuantificación enumerable, una instancia de un enunciado universal o existencial ha de considerarse como uno de los enunciados simples que conforman, respectivamente, su conjunción o disyunción. La segunda condición es que el valor semántico de un enunciado simple es precisamente su valor de verdad, esto es, su ser verdadero o falso. Ello equivale a decir, en el terreno de la cuantificación, que el valor de verdad de un enunciado cuantificado correrá la misma suerte, es decir, dependerá justamente del valor de verdad de sus constituyentes. Estas dos condiciones quedan complementadas por una caracterización general del tipo de expresiones regidas por un cuantificador. Frege asigna a los cuantificadores la función de gobernar un predicado monádico para formar un enunciado. En términos más generales, un cuantificador puede ser prefijado a un predicado $(n + 1)$ –ádico para formar un predicado n–ádico. En tal sentido, un predicado n–ádico sería el resultado de abstraer del contexto de un enunciado una o más figuraciones de un término singular. Una vez realizada tal operación, las variables ligadas antepuestas al predicado vendrían a llenar los vacíos producidos para formar así un enunciado completo.[5]

---

4. Cfr. *ibid.*, pág. 15 ss.
5. Cfr. *ibid.*, Cap. 2.

Ahora bien, la interpretación fregeana de los cuantificadores difiere de la explicación actual en algunos aspectos importantes. Para empezar, mientras que en la explicación ordinaria los predicados se refieren a conjuntos o a relaciones entre individuos (o bien, como en Quine y Goodman, son considerados *sincategoremáticos*), en la semántica de Frege denotan *conceptos*, esto es, funciones de individuos a valores de verdad. Es cierto que, en algún sentido, ambas lecturas pueden equipararse, si estimamos, por ejemplo, que a cada conjunto le corresponde una función característica, y viceversa; pero la lectura fregeana nos deja todavía mucha más tela que cortar. En efecto, para Frege un concepto es una entidad cuyo ser es verdadero de algunos objetos y falso de otros, y es evidente que la existencia de conceptos, *qua* referentes de predicados, requiere, para ser expresada, echar mano de la cuantificación de segundo orden. Para ser más explícitos, anteponer un cuantificador a un predicado para formar un nuevo enunciado, cuyas condiciones de verdad se explican en términos de la suma o producto lógico de los valores de verdad que resultan de aplicar el predicado en cuestión a todo objeto del dominio de cuantificación, implica sin lugar a dudas admitir la cuantificación de segundo orden —e inclusive de orden superior si, como en el caso de las clases "fregeanas", estamos dispuestos a cuantificar sobre predicados de segundo nivel.[6] Es posible que, debido a ello, Frege construyera una lógica de primer orden sólo como un fragmento de un cálculo de predicados de segundo orden, y no le atribuyera especial significación.[7] Pero la dificultad no reside *per se* en el reconocimiento de que la adscripción de la referencia a los predicados remite invariablemente, para su propia formulación, a la cuantificación de segundo orden, o en la firme creencia, allí subyacente, en la existencia de toda una jerarquía de conceptos, sino en el hecho, mucho más significativo y grávido de consecuencias, de que la teoría de la

---

6. Cfr. G. Frege: "Funktion und Begriff", Jena, 1891; trad. cast. En G. *Frege, Escritos lógico-semánticos,* Madrid, Tecnos, 1974, pp. 11-30.
7. Cfr. M. Dummett, "Frege's Philosophy", en Dummett, *Truth and Other Enigmas,* Cambridge, Harvard University Press, 1978, pp. 87-115.

cuantificación de segundo orden, a diferencia de la de primer orden, se ha mostrado incompleta.[8]

Esta última dificultad está emparentada con una dificultad general en la semántica de Frege, señalada por Russell,[9] que presenta una *segunda diferencia* respecto de la versión ordinaria de la teoría de la cuantificación. Los lógicos concuerdan en que, para proporcionar una interpretación de cualquier enunciado o fórmula bien formada que contenga variables, es menester fijar expresamente el rango de las variables. Cuando construimos una semántica para un determinado lenguaje en términos, por ejemplo, del lenguaje de la lógica de predicados, se hace necesario especificar los dominios correspondientes a cada tipo de variable individual a objeto de determinar las condiciones de verdad que envuelven, en esa interpretación, la cuantificación de primer orden o de orden superior. Para Frege, en cambio, la interpretación de un lenguaje formalizado sólo requiere la especificación de las constantes no-lógicas, siendo innecesario determinar ulteriormente el dominio de las variables individuales, pues éste ha sido fijado de una vez por todas como el "conjunto de todos los objetos". Es decir, debería ser posible establecer un dominio máximo, i.e., el dominio de todos los objetos, y asumirlo, en todos los contextos, como el dominio de las variables individuales. Así, por ejemplo, para interpretar una fórmula de la lógica de predicados de primer orden no necesitaríamos especificar el rango de las variables, dado que éstas varían en todos los contextos sobre el dominio de todos los objetos —esto es, de todas las entidades representadas por constantes nominativas—, y la restricción a cualquier subdominio más específico quedaría suplantada por el uso de un predicado al que satisfacen todos y sólo los miembros de ese subdominio.[10] Empero, si aceptamos, como parece hacerlo Frege, que toda variable individual varía sobre todos los objetos simultáneamente, entonces no podemos dar una interpretación coherente

8. Cfr. *ibid.*, págs. 109 y 110.

9. Cfr. B. Russell, *Principles of Mathematics*, Cambridge, 1903, Apéndices A y B.

10. Cfr. G. Frege: *Die Grundlagen der Arithmetik*, Breslau, 1884 (ed. alemán-inglés, Oxford 1953), II, pág. 254 ss.

de ningún lenguaje, so pena de incurrir en una contradicción. De hecho, las paradojas de la teoría de conjuntos nos enseñan que es imposible interpretar coherentemente que las variables ligadas varíen sobre todos los objetos en un único *superdominio*, es decir, en un dominio que incluya como un subconjunto a todo dominio. Así, no podemos cuantificar sobre el dominio de todos los objetos, pues se trata de una totalidad "ilegítima" en el sentido de Russell, una totalidad *impredicativa* que viola el "principio del círculo vicioso".[11] Por consiguiente, si no podemos considerarlo como un legítimo dominio de cuantificación, no podemos *a fortiori* interpretar la cuantificación como una conjunción o disyunción infinita, pues sería imposible atribuir un valor de verdad determinado a todo enunciado del lenguaje.

Una *tercera diferencia* entre ambas interpretaciones de la cuantificación radica en su tratamiento de los enunciados abiertos. En la explicación actual, enunciados abiertos y cerrados son tratados del mismo modo, en el sentido que se asume que se refieren a la misma clase de cosas. En el nivel sintáctico no se distingue especialmente entre unos y otros; las reglas de formación son definidas por igual para ambas clases de enunciados y no existen diferencias en el tipo de valores que se les asigna, razón por la cual los enunciados abiertos son, en términos notacionales, auténticos enunciados. Hay, no obstante, desde el punto de vista semántico, ciertas diferencias entre las dos clases de enunciados que es menester hacer explícitas. Para empezar, los enunciados cerrados contienen una *información*, y los abiertos no; pero si intentáramos explicar la diferencia en términos del tipo de objetos a los que remiten ambas clases de enunciados, no avanzaríamos gran cosa, pues nuestra cuestión quedaría posiblemente zanjada como una mera estipulación acerca del uso de la palabra "información". Parece más provechoso, por lo tanto, entender la diferencia en el sentido de Quine,[12] observando que

11. En relación con este punto puede verse el minucioso análisis de Ch. S. Chihara, *Ontology and the Vicious Circle Principle*, Ithaca, Cornell University Press, 1973, Cap. I.

12. Cfr. Quine, *Methods of Logic*, New York, Holt, 1950; Trad. cast. Barcelona, Ariel, 1963, pág. 121.

un enunciado abierto, al no estar sujeto por un cuantificador, no acarrea asunciones ontológicas, pues no es más que un esquema (= matriz) que permite definir la estructura de todos los enunciados obtenidos reemplazando las variables libres por constantes. Por consiguiente, un enunciado abierto se convierte en una aserción o es verdadero de un objeto cuando la variable es reinterpretada como nombre de ese objeto.

Hay adicionalmente un sentido en el cual el distingo entre enunciados abiertos y cerrados es más débil que el quineano. Considérese, por ejemplo, la definición tarskiana de verdad. En la concepción de Tarski,[13] donde la estructura semántica refleja la estructura sintáctica, a cada categoría de expresiones en la sintaxis corresponde una categoría de valores semánticos y cada regla de formación tiene una función correspondiente sobre valores semánticos. Luego, a enunciados abiertos y cerrados son asignados *pariter* valores de verdad relativos a una interpretación de sus variables, cuenta habida de que se refieren a la misma suerte de cosas. Empero, mientras es posible decir que los enunciados cerrados son verdaderos simplemente si resultan verdaderos para al menos una asignación de variables, no es posible afirmar lo mismo en conexión con los enunciados abiertos. En efecto, a un enunciado abierto de *n* variables libres corresponde el conjunto de *n*-tuplas que, consideradas como referencias de *n* constantes reemplazadas en el enunciado abierto por las variables, dan lugar a un enunciado cerrado verdadero. En los términos —más técnicos— de Tarski,[14] un enunciado cerrado en *L*, dado un modelo $<D,I_D>$, es verdadero *sii* resulta satisfecho por una sucesión infinita de miembros de D. Queda, sin embargo, el hecho de que las asignaciones de variables que satisfacen enunciados, tanto abiertos como cerrados, son agrupadas en conjuntos de valores semánticos de los enunciados que satisfacen, razón por la cual podría no haber diferencias en los tipos de valores asignados a ambas clases de enunciados.

13. Cfr. A. Tarski, "The semantic conception of truth" *Philosophy and Phenomenological Research* 4 (1944), pp. 341-375.
Véase también Tarski, "The Concept of Truth in Formalized Languages", en *Logic, Semantic and Metamathematics*, Oxford, Clarendon, 1956.

14. Cfr. A. Tarski, "Contributions to the Theory of Models", *Indagationes Mathematicae* 16 (1954), pp. 572-588.

Pues bien, y para volver a Frege, nada de esto es factible encontrar en el autor del *Begriffsschrift*. De hecho, la teoría fregeana no requiere de tales distinciones, pues los enunciados abiertos son interpretados como conceptos y los enunciados cerrados como valores de verdad. Conviene insistir un poco más en el asunto, pues podríamos dar con el significado de los cuantificadores en la interpretación de Frege. Allí, un concepto es una entidad afecta de una peculiar suerte de incompletitud,[15] aquella que resulta de abstraer de un enunciado una o más ocurrencias de un nombre propio, dando así lugar a la expresión que lo representa. Pero esto corresponde exactamente a la definición fregeana de predicado; *ergo,* un predicado es una expresión incompleta que está por un concepto y que es verdadera de un individuo justamente en caso de que, al insertar el nombre propio de aquel individuo en el lugar vacío del argumento del predicado, dé lugar a un enunciado verdadero. En honor a la verdad, la definición de arriba es tan sólo la caracterización de un tipo especial de expresiones incompletas —viz., predicados de primer nivel— que es dable reconocer porque dan lugar a enunciados completos (=valores de verdad) por recurso a la inserción de un nombre propio en el lugar del argumento. No obstante, hay lugar para otras modalidades de formación de enunciados; si, en lugar de predicar algo de un objeto, predicamos algo de un concepto, practicamos un método de formar enunciados diferente de aquel que consiste en colocar un nombre propio en el lugar del argumento de un predicado de primer nivel; diferente porque el predicado, aún después de saturado, sigue siendo una expresión incompleta, pues se refiere a un concepto, que es una entidad *incompleta* por definición. Para decirlo de otro modo, así como formamos enunciados a partir de predicados de primer nivel insertando nombres propios en los lugares del argumento, análogamente formamos enunciados a partir de predicados de segundo nivel insertando predicados de primer nivel en los lugares del argumento. En tal sentido, un predicado de segundo nivel es una expre-

15. Mientras que las expresiones que designan conceptos están sólo *constructivamente* "necesitadas de complemento", "incompletas" o "insaturadas", la incompletitud de los conceptos es *ontológicamente* esencial.

sión incompleta de orden superior obtenida abstrayendo de un enunciado una o más ocurrencias del mismo predicado de primer nivel.[16]

Ahora bien, para Frege el ejemplo paradigmático de predicados de segundo nivel son los cuantificadores. A diferencia de Russell y de los lógicos contemporáneos, que proporcionan a los cuantificadores el mismo tratamiento sincategoremático con que abordan en general las partículas lógicas, Frege atribuye explícitamente una denotación a los cuantificadores al considerar que se refieren estrictamente a conceptos de orden superior.[17] Desde este punto de vista los cuantificadores son expresiones que forman enunciados al ser antepuestos a predicados de primer nivel. En el caso específico del cuantificador universal, que Frege introduce como primitivo, se trata de un predicado de segundo nivel que tiene como argumentos predicados de primer nivel. Desde luego, esto último vale exclusivamente para los cuantificadores que ligan variables de individuos; mas no habría dificultad alguna en ligar variables de predicados —letras esquemáticas en el argot quineano—, pues Frege emplea sin restricciones la cuantificación de orden superior; salvo que, en semejantes casos, los cuantificadores serían predicados de tercer nivel, si ligan predicados de segundo nivel, o más generalmente de nivel $n + 1$, si ligan variables de predicados de nivel n. Empero, dado que los conceptos son entidades denotadas por los predicados, a esta jerarquía potencialmente infinita de expresiones predicativas correspondería asimismo, en el ámbito ontológico, una jerarquía potencialmente infinita de conceptos que conforman, junto con los objetos —*denotata* de nombres propios y de enunciados—, la intrincada ontología de *Ueber Sinn und Bedeutung*.[18] En cualquier caso, y para concluir este breve examen de la interpretación fregeana de los cuantificadores, es claro que, aparte la diferencia de expresión notacional, los puntos de vista de Frege sobre la cuanti-

---

16. Cfr. Frege: "Funktion...", cit., pp. 20-30.
17. Cfr. Dummett: *Frege. Philosophy of Language*, New York, Harper and Row, 1973, pág. 15.
18. *ZPPK* 100 (1982), pp. 25-50; trad. cast. en *Frege. Escritos...*, cit., pp. 31-52.

ficación son harto distintos de la semántica de la teoría lógica hoy corriente, e incluso en algunos puntos enteramente irreconciliables.[19]

— § 3 —

Los *Principia Mathematica* de Whitehead y Russell nos suministran, notacional y operacionalmente hablando, una teoría de la cuantificación que sería prácticamente aquella de uso común entre la mayor parte de los lógicos, a no ser por el hecho de que, como ha observado Quine, "...está oscurecida por la noción de función proposicional".[20]

La dificultad no estriba propiamente en la teoría russelliana de la cuantificación, sino en la construcción russelliana denominada "teoría ramificada de funciones proposicionales", acorde con la cual no puede definirse bien valor alguno de una función antes de definir bien la función misma; pero arrastra consigo a la cuantificación en la medida en que la teoría de conjuntos y relaciones es presentada "...as a mere prolongation of quantification theory in which the hitherto schematic predicate letters are newly admitted into quantifiers and into other positions that were hitherto reserved to 'x', 'y', etc".[21]

El principio que rige semejante reducción es que una función proposicional siempre presupone, como parte de su significado, sus valores, pero no a la inversa. Esto hace que la noción de función proposicional sea eminentemente *derivativa;* dada una totalidad de proposiciones Φa, Φb, Φc..., es siempre posible obtener una función proposicional $\Phi\hat{x}$ tal que denote, para un argumento dado, una de dichas proposiciones, que constituyen el rango de valores de la variable y que, por consiguiente, forman parte del significado de la función

19. No faltan, por supuesto, quienes han tratado de mostrar que ambas interpretaciones de los cuantificadores son perfectamente equivalentes. El ejemplo más reciente es el de J. N. Martin,, "A Fregean Interpretation of Quantifiers", *Intern. Logic Review* 15 (1977), pp. 69-74.

20. Quine, *Desde un punto...*, cit., pág. 126.

21. *Ibidem*

proposicional misma.[22] En *Principia,* las funciones son jerarquizadas en dos grupos. Al primer grupo pertenecen las funciones predicativas, cuyo orden es el inmediato superior al orden de sus argumentos –v.g., "ser un Φ", que es de orden uno si el argumento de Φ es de orden 0, o "ser coextensivo con Φ", que es de orden dos si Φ es de orden uno. El segundo grupo se halla constituido por las restantes funciones, con un orden que resulta determinado no sólo por el orden del argumento, sino también por el orden asignado por definición a las funciones sujetas a cuantificación –i.e., "tener una propiedad que conviene a x" o "ser idéntico a x para todas las propiedades de orden *n*". Se trata, en general, de atributos representados por funciones no-predicativas, esto es, funciones que no generan clases.[23]

Ahora bien, el problema es que esta compleja estructura no permite distinguir claramente entre atributo y expresión. Mejor dicho, Russell identifica las funciones proposicionales a veces con expresiones –viz., predicados o enunciados abiertos– y a veces con atributos –viz., relaciones en-intensión. Por lo que concierne a la primera identificación, la reducción de funciones a formas de expresión o, más específicamente, enunciados abiertos resulta clara en algunos pasajes de los *Principia* como, por ejemplo, los siguientes:

> Let Φx be a statement containing a variable x and such that it becomes a proposition when x is given any fixed determinated meaning. Then Φx is called a "propositional function;[24]
>
> By a "propositional function" we mean something which contains a variable x, and expresses a *proposition* as soon as a value is assigned to x... Thus, e.g. "x is a man" o "sin x=1" is a propositional function.[25]

Empero, en muchos otros pasajes Russell muestra una especial predilección por los atributos, identificándolos con funciones proposicionales, hasta el punto de emprender el

22. Con el fin de evitar la circularidad que deriva de considerar que la función "ser un ϕ" sea un valor posible de *x*, Whitehead y Russell asignan un orden definido a ambos, la función y el argumento, siendo el de la función superior al del argumento (*PM.*, I, p. XXXIII).

23. Cfr. *PM.*, I, pág. 164 ss.

24. *Ibid.*, I, pág. 14.

25. *Ibid.*, I, pág. 38.

programa de definir las clases sobre la base de una teoría de atributos, con el resultado de que no sólo "...he was explaining the obscurer in terms of the clearer",[26] sino que deviene imprescindible la introducción de un nuevo axioma, el axioma de reducibilidad,[27] que de otro modo hubiere resultado innecesario. En consecuencia, al tomar la expresión "función proposicional" en dos sentidos distintos, como predicados por un lado y como atributos por el otro, la teoría ramificada de los órdenes y tipos conduce a confundir uso y mención, y al instrumentar una cuantificación equivalente de argumentos y funciones traslada la confusión al corazón mismo de la teoría de la cuantificación, pues "...he (*Russell*) did not think of the maneuver of letting a higher-order expression refers out right to a lower-order atribute a relation-in-tensión",[28] destruyendo *en passant* la natural articulación de la ciencia en lógica cuantificacional y teoría de conjuntos.[29]

En suma, si distinguimos claramente entre fórmula y objeto, entre letras esquemáticas y variables cuantificables, y limitamos por tanto la teoría de la cuantificación al cálculo de predicados de primier orden con identidad, desembocamos abiertamente en la interpretación *objetual* de la cuantificación cuya caracterización semántica Quine se ha encargado de difundir en el panorama lógico actual.

— § 4 —

Desde un punto de vista formal, el aspecto semántico más relevante de la interpretación *standard* de los cuantificadores es que se basa en las nociones de *dominio* y *valor*. Sea en la versión de la teoría de modelos de Tarski como en la semántica referencial de Quine, un dominio es conce-

---

26. Quine, *Set Theory and its Logic*, Cambridge, 1963, pág. 256.
27. Cfr. *PM.*, I, págs. 58 y 59. Dicho sea de paso, Russell introduce el axioma de reducibilidad para poder asignar a cualquier función (en-intensión) no-predicativa, mediante un número finito de pasos, una función predicativa existente y formalmente (=extensionalmente) equivalente a aquélla.
28. Quine, *Set Theory...*, cit., pág. 254.
29. Cfr. *ibid.*, pág. 238.

bido como un conjunto de objetos cada uno de los cuales es un *miembro* del dominio. Las variables 'x', 'y' 'z', etc., que figuran en los cuantificadores, tienen como *valores* a objetos del dominio y como *rango* al dominio mismo. Funcionan, por un lado, como variables *reales* (que se refieren a objetos),[30] mientras que, por otro lado, sirven como pronombres para fines de *referencia dividida*.[31] Una vez aceptado este punto de vista, es evidente que la interpretación *standard* de los cuantificadores se fundamenta en una *semántica* de *dominio* y *valor*, y que los cuantificadores han de considerarse como aserciones generales en torno a objetos de un dominio.

En cuanto a las condiciones de verdad y a las correspondientes condiciones de significación de enunciados sujetos a la cuantificación, éstas pueden ser dadas con suma precisión. Se interpreta, primero, el lenguaje cuantificacional (LC). Una interpretación $L_{(D)}$ es una asignación de objetos en el dominio D de las constantes individuales de LC, de modo tal que cada constante individual nombre o designe uno solo de los individuos del campo o universo del discurso. Además, a cada predicado n-ádico en LC es asignado un subconjunto en D^n de series ordenadas de miembros n-ádicos de D. Luego, al proceder a una asignación cualquiera de miembros de D a las variables, obtenemos una *valuación* sobre D, $V_{(D)}$, de las variables individuales de LC. De seguidas, podemos establecer por recursión las condiciones bajo las cuales un enunciado de LC es *verdadero* en $V_{(D)}$: si F es una relación n-ádica y $c_1, c_2, c_3, \ldots, c_n$ son términos individuales, constantes o variables, entonces $F(c_1, c_2, c_3, \ldots c_n)$ es verdadero en $V_{(D)}$

30. Cfr. WVO. Quine: "Comments to Professor Marcu's 'Modalities and Intensional Languages' ", en Wartofsky, *Boston Studies of the Phylosophy of Science;* trad. cast. de V.P. Lo Monaco, Caracas, Publicaciones Internas del Instituto de Filosofía (UCV), 1981 (mimeografiado), pág. 4.

31. La referencia *dividida* es la caracteristica principal de los términos generales. El término "gas", por ejemplo, puede denotar este gas particular, aquel gas u otro, cualquier gas o todos los gases, en tanto que los términos singulares sólo denotan un único objeto de una vez por todas. Naturalmente, la distinción entre referencia *singular* y *dividida* sólo es posible asumiendo un universo fijo, donde se es capaz de distinguir los objetos y las clases de objetos, además de adoptar una interpretación extensional del lenguaje. Sin estos supuestos es obvio que el distingo dejaría de tener sentido (Cfr. Quine, *Word and Object,* Cambridge, MIT, 1960, § 19).

cuando la sucesión $< a_1, a_2, a_3 \ldots a_n >$ –donde $a_1, a_2, a_3, \ldots a_n$ son elementos de D asignados a $c_1, c_2, c_3, \ldots c_n$ por $I_{(D)}$ o $V_{(D)}$– es una de las n-tuplas asignadas a F por $I_{(D)}$; —A (negación) es verdadero si A no es verdadero en $V_{(D)}$; $(A \wedge B)$ (conjunción) es verdadero si ambos, A y B son verdaderos en $V_{(D)}$; por último, el punto más interesante para nuestros propósitos, '(x)Fx' es verdadero en $V_{(D)}$ si es verdadero en toda valuación $V'_{(D)}$ que difiere de $V_{(D)}$ sólo por asignar a 'x' algún otro individuo del dominio. En tal sentido, un enunciado cerrado es verdadero si es verdadero en todas las valuaciones en D de las variables individuales de LC.

En la semántica de Tarski lo anterior se expresa mediante la noción de satisfacción de la siguiente manera: Si $F(c_1, c_2, c_3 \ldots, c_n)$ es una fórmula atómica A y $s = [s_i]$ es una sucesión infinita de miembros de D, s *satisface* A *sii* las denotaciones de $c_1, c_2, c_3, \ldots, c_n$ con respecto a s están conectadas por la misma relación biunívoca que corresponde a F; s satisface —A *sii* no satisface A; s satisface $(A \wedge B)$ *sii* satisface A y satisface B; s satisface '(x)Fx' si satisface toda serie s′ de miembros de D que difiere de s en al menos un lugar *i* que satisface F.[32]

En cualquier caso, cuando el lenguaje cuantificacional es construido por recurso a una interpretación referencial, entran automáticamente en juego los conceptos de denotación, satisfacción y cuantificación objetual (dominio-valor-objeto). Ello equivale a decir que el uso referencial de un término acarrea consecuencias existenciales que se reflejan lógicamente en la asunción de una interpretación objetual de la cuantificación. En otras palabras, el uso de un término es referencial *sii* implica lógicamente una cuantificación existencial apropiada.[33] Es por eso que Quine adopta los cuantificadores como el síntoma constante de la referencia y echa mano de la lógica para expresar esta relación fundamental entre lenguaje y mundo.

32. Cfr. A. Tarski: "Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen", *Studia Philosophica* 1 (1936), pp. 261-405.

33. A este respecto, puede verse Yu. Gladkich: "Singular Terms, Existence and Truth", en Hintikka, Niiniluoto y Saarinem, *Essays on Mathematical and Philosophical Logic*, Dordrecht, Reidel, 1976, pp. 405-411.