

## Análisis estadístico no paramétrico en experimentos con mediciones repetidas en el tiempo

Danny Villegas<sup>1\*</sup>, Marisela Ascanio<sup>2</sup>, Manuel Milla<sup>3</sup>, Margarita Cobo<sup>2</sup> y Franklin Chacín<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Nacional Experimental de los Llanos Ezequiel Zamora. Programa de Ciencias del Agro y del Mar. Apdo 3350. Guanare, Portuguesa. Venezuela

<sup>2</sup>Facultad de Agronomía, Universidad Central de Venezuela. Apdo 4579. Maracay 2101, Venezuela

<sup>3</sup>Universidad Nacional Experimental del Yaracuy. Programa de Vicerrectorado. Apdo 3201. San Felipe, Yaracuy. Venezuela

### RESUMEN

El objetivo de este estudio fue considerar el uso de los estadísticos tipo Wald y Anova, así como los efectos marginales relativos para el análisis estadístico no paramétrico de experimentos con mediciones repetidas en el tiempo con varios tratamientos. Se estudiaron cuatro cultivares de mango (*Mangifera indica* L.: Glen, Haden, Sensation e Irwin) en cinco momentos de medición para muestras pequeñas (caso tres o cuatro repeticiones). Los estadísticos Anova y Wald reportaron resultados distintos para el efecto de la interacción cultivar\*tiempo. No obstante, el estadístico Anova fue apropiado para contrastar los efectos principales e interacciones (caso  $n < 30$ ), ya que los resultados asociados a los perfiles múltiples descritos por los efectos marginales relativos sugieren una interacción cultivar\*tiempo significativa, la cual se corresponde con los resultados arrojados por el estadístico tipo Anova, esto puede explicarse por el hecho de que este estadístico es recomendado cuando se usan muestras pequeñas. Finalmente, los efectos marginales relativos  $\hat{p}_s$  fueron útiles para describir gráficamente (perfiles) de efectos de tratamiento e interacciones en experimentos con mediciones repetidas en el tiempo.

**Palabras clave:** Anova, efectos marginales, estadísticos, Wald

### Nonparametric statistical analysis for experiments with repeated measures over time

### ABSTRACT

The objective of this study was to consider the use of Wald and Anova statistical as well as relative marginal effects for nonparametric statistical analysis of experiments with five repeated measures over time and several treatments. Four mango cultivars (*Mangifera indica* L.: 'Glen', 'Haden', 'Sensation' e 'Irwin') and five measures over time with small sample sizes (three or four repetition case) were studied. The statistical Wald and Anova showed different results respect either null hypothesis rejection or acceptance for treatment\*time interaction effect. However, Anova statistical was appropriate to test principal effects and interactions hypothesis ( $n < 30$  case) since the results associated with multiple profiles described by the marginal effects suggest a significant cultivar\*time interaction effect, which corresponds to the results obtained from Anova statistical, this can be explained by the fact that it is recommended when small samples sizes are used. Finally, relative marginal effects  $\hat{p}_s$  were useful to describe graphically (profiles) treatment effects and interactions in time repeated measures experiments.

**Key words:** Anova, marginal effects, statistical, Wald

---

\*Autor de correspondencia: Danny Villegas

E-mail: danny\_villegas1@yahoo.com

## INTRODUCCIÓN

En la mayoría de experimentos en ciencias agrícolas, las unidades experimentales son observadas de manera repetida en el tiempo bajo condiciones similares o diferentes. En tal sentido, el análisis de mediciones repetidas en el tiempo simula una parcela dividida sistematizada en el tiempo. Para ello, los procedimientos paramétricos que se utilizan asumen normalidad como supuesto básico. La teoría para el caso paramétrico ha sido bien desarrollada y descrita por muchos autores. Para modelos no paramétricos, donde solamente las funciones de distribución de las observaciones son utilizadas para definir efectos de tratamiento o para expresar hipótesis, la teoría está menos desarrollada, particularmente cuando son estudiados varios factores. Al mismo tiempo, si la homocedasticidad no es garantizada, generalmente el también llamado estadístico de Wald es utilizado en lugar del Manova (Munzel y Brunner, 2000). En ese orden, Puri y Sen (1966) fueron los primeros en considerar el uso del estadístico Wald para el modelo unifactorial basado en rangos. Así mismo, Brunner y Puri (2000) sugirieron que este estadístico debe ser usado para tamaños de muestra grande, ya que converge muy lentamente a la distribución límite (chi – cuadrado), mientras que para muestras pequeñas sugieren el uso del estadístico tipo Anova. De la misma manera, Villegas (2009) considera los estadísticos tipo Anova y de Wald como alternativas para el análisis estadístico no paramétrico de datos provenientes de experimentos con mediciones repetidas en el tiempo. En ese orden, Montaña (2007) indicó que tanto el estadístico Wald, como el Anova son apropiados para el análisis de interacciones provenientes de cuatro tipos de experimentos factoriales ( $2^K$  y  $3^K$ , para  $K$ : 2 y 3). Por otro lado, Akritas et al. (1997) y Brunner y Puri (1996) sugirieron el uso de efectos de tratamiento relativo, los cuales son generalizaciones de los efectos en los cuales están basadas las pruebas de Wilcoxon – Mann – Whitney o la prueba de Kruskal – Wallis. De la misma manera, Chacín (1998) sugirió para el análisis de mediciones repetidas en el tiempo, el uso del análisis de regresión múltiple con variables falsas, variables controladas (factores controlados cualitativos y cuantitativos) y pruebas de estabilidad de modelos para el tiempo, además del análisis de regresión con variables falsas con tendencias en el tiempo, el análisis de varianza para dos criterios de clasificación por rangos de Friedman, el análisis de regresión no paramétrica de Theil, fijación de ecuaciones de regresión que consideren todos los períodos o subconjuntos de

períodos homogéneos en los coeficientes de regresión y el establecimiento del modelo de regresión que incluya el efecto período como variable ficticia en el tiempo. En ese sentido, en el presente trabajo, se consideran los estadísticos Wald y Anova, además de los efectos marginales relativos para el análisis estadístico no paramétrico de experimentos con mediciones repetidas en el tiempo con datos provenientes de un ensayo agrícola donde se evalúa el efecto del cultivar de mango (*Mangifera indica* L.) sobre la altura y el número de brotes de la planta en cinco momentos de medición.

## MATERIALES Y MÉTODOS

El ensayo se realizó en una unidad de producción ubicada en el municipio Guanare del estado Portuguesa, en un área de estudio caracterizada como bosque seco tropical ubicado en los Llanos altos y Piedemonte con una temperatura promedio mensual de  $26,3^{\circ}\text{C}$ , una máxima de  $28,1^{\circ}\text{C}$  y una mínima de  $24,4^{\circ}\text{C}$ , donde enero es el mes menos lluvioso con 10,4 mm y el mes de mayor precipitación junio con 254,4 mm. La precipitación anual de esta zona oscila entre 1.600 y 1.800 mm. Los suelos son clasificados como gleysoles, profundos con texturas medias y fertilidad media-alta.

En este caso, los datos corresponden a un experimento donde se seleccionaron cuatro cultivares de mango, los cuales han sido señalados como Glenn, Haden, Sensation e Irwin. De igual forma, se observó la respuesta (altura de la planta y número de brotes) en cinco momentos de medición comprendidos entre mayo y diciembre, con tres repeticiones para los cultivares Glenn, Sensation e Irwin y cuatro repeticiones para el cultivar Haden. Al mismo tiempo se verificaron los supuestos básicos, como lo son normalidad y esfericidad de la matriz de varianza-covarianza, para lo cual se aplicó la prueba de Wilk-Shapiro y Mauchly, respectivamente, resultando en el incumplimiento de ambos supuestos en cada una de las variables de respuesta consideradas en el presente trabajo.

### Planteamiento de las hipótesis nulas

#### Hipótesis para el efecto de tratamiento

$$H_0^F(A): C_{Ai} = \begin{pmatrix} P_a \otimes \frac{1}{t} I'_t \end{pmatrix} i = \begin{pmatrix} \bar{i}_{1\cdot} - \bar{i}_{\cdot} \\ \vdots \\ \bar{i}_{a\cdot} - \bar{i}_{\cdot} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

#### Hipótesis para el efecto de tiempo

$$H_0^F(T): C_{TF} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} I'_a \otimes P_t \end{pmatrix} F = \begin{pmatrix} \bar{F}_1 - \bar{F}_{\cdot} \\ \vdots \\ \bar{F}_t - \bar{F}_{\cdot} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

**Hipótesis para la interacción tratamiento\*tiempo**

$$H_0^F (AT): C_{AT} F = (P_a \otimes P_T) F$$

$$= \begin{pmatrix} F_{1.} - \bar{F}_{1.} - \bar{F}_{.1} + \bar{F}. \\ \vdots \\ F_{a.t} - \bar{F}_{a.} - \bar{F}_{.t} + \bar{F}. \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

**Estadístico para el efecto de tratamiento**

Se utilizó el estadístico tipo Wald (WTS) de la forma:

$$Q_n(A) = n\hat{g}'P_a[P_a \sum_n P_a]P_a\hat{g}$$

$$= \sum_{i=1}^a \frac{n_i}{\hat{\sigma}_i^2} \left( \bar{R}_{i.} - \frac{1}{\sum_{i=1}^a (n_i/\hat{\sigma}_i^2)} \sum_{i=1}^a \frac{n_i}{\hat{\sigma}_i^2} \bar{R}_{i.} \right)^2,$$

el cual tiene, asintóticamente, una distribución  $\chi^2_{a-1}$  central bajo la hipótesis  $H_0^F(A)$ . Para tamaños de muestras grandes es necesario aproximar la distribución de  $Q_n(A)$  bajo la hipótesis  $H_0^F$  a la distribución  $\chi^2_{a-1}$ . De allí que, para muestras pequeñas, el estadístico tipo Anova es preferible para lograr una mejor aproximación a la distribución F central. El estadístico de prueba se obtiene de la siguiente forma:

$$F_n(A) = \frac{n}{tr(P_a \sum_n)} \hat{g}'P_a\hat{g}$$

$$= \frac{a}{(a-1) \sum_{i=1}^a \hat{\sigma}_i^2/n_i} \sum_{i=1}^a (\bar{R}_{i.} - \bar{R}...)^2,$$

donde  $\bar{R}... = a^{-1} \sum_{i=1}^a \bar{R}_{i.}$  denota el promedio no ponderado de las medias de rango  $\bar{R}_{i...}$ ,  $i = 1, \dots, a$ , y  $tr(\cdot)$  la traza de la matriz de cuadrados. El estimador de varianza  $\hat{\sigma}_i^2$  está dado por:

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{k=1}^{n_i} (\bar{R}_{i.k.} - \bar{R}_{i...})^2,$$

donde  $\bar{R}_{k.} = t^{-1} \sum_{s=1}^t R_{i.k.s}$  es la media de los rangos  $R_{i.k.s}$  sobre los t unidades de tiempo para las k unidades experimentales en el grupo i y  $\bar{R}_{i.} = n_i^{-1} \sum_{k=1}^{n_i} \bar{R}_{k.}$  es la media de los rangos sobre todos los períodos de tiempo y sobre todas las unidades experimentales en el grupo i. De allí que, la matriz de varianza-covarianza  $\sum_n$  es una matriz diagonal y es posible aproximar la distribución de  $F_n(A)$  bajo la hipótesis  $H_0^F(A)$  a la distribución:  $F(\hat{f}_A, \hat{f}_o)$  central con:

$$\hat{f}_A = \frac{(a-1)^2}{1 + a(a-2) \left[ \sum_{i=1}^a (\hat{\sigma}_i^2/n_i)^2 / \left( \sum_{i=1}^a \hat{\sigma}_i^2/n_i \right)^2 \right]}$$

y

$$\hat{f}_o = \frac{\left( \sum_{i=1}^a \hat{\sigma}_i^2/n_i \right)^2}{\sum_{i=1}^a (\hat{\sigma}_i^2/n_i)^2 / (n_i - 1)}$$

grados de libertad estimados.

**Estadístico para el efecto de tiempo**

Para derivar un estadístico, se requiere un estimador  $\hat{V}_n$  para la matriz de varianza-covarianza  $V_n$ , donde:

$$V_n = Cov(\sqrt{n} \int H d f)$$

$$V_n = Cov(\sqrt{n} \int H d F)$$

$$= n \begin{pmatrix} \frac{1}{n_1} V_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{1}{n_a} V_a \end{pmatrix} = \bigotimes_{i=1}^a \frac{n}{n_i} V_i,$$

donde  $V_i = Cov(Y_{i1})$   $i = 1, \dots, a$ . Este estimador está dado por:

$$\hat{V}_n = \bigotimes_{i=1}^a \hat{V}_i,$$

$$\hat{V}_i = \frac{n}{N^2 n_i (n_i - 1)} \sum_{k=1}^{n_i} (R_{k.} - \bar{R}_{i.})(R_{k.} - \bar{R}_{i.})',$$

donde,  $n = \sum_{i=1}^a n_i$  es el número total de unidades experimentales en el experimento y  $N = n.t$  denota el número total de observaciones.

La matriz de varianza-covarianza:

$$S_t = \left( \frac{1}{a} I'_a \otimes I_t \right) V_n \left( \frac{1}{a} I_a \otimes I_t \right)$$

necesaria para los promedios del efecto de tiempo es estimada por:

$$\hat{S}_t = \left( \frac{1}{a} I'_a \otimes I_t \right) \hat{V}_n \left( \frac{1}{a} I_a \otimes I_t \right) = \frac{1}{a^2} \sum_{i=1}^a \hat{V}_i.$$

Entonces el vector contraste  $\sqrt{n} C_T \hat{p}$  correspondiente a la matriz de contraste  $C_T$  en la hipótesis  $H_0^F(T): C_T F = 0$  es considerado y el Wald:

$$Q_n(T) = \frac{n}{N^2} \hat{R}'_t P_t [\hat{P}_t \hat{S}_t P_t] P_t \hat{R}_t.$$

Bajo la hipótesis  $H_o^F(T)$ , el estadístico  $Q_n(T)$  tiene, asintóticamente, una distribución  $\chi_{t-1}^2$  central. Para tamaños de muestras pequeños, el Anova puede ser utilizado. Su cálculo requiere de la matriz  $T = P_t [P_t P_t]' P_t = P_t$ . Entonces, se obtiene:

$$F_n(T) = \frac{n}{N^2 t (P_t \hat{S}_t)} \bar{R}'_t P_t \bar{R}_t \\ = \frac{n}{N^2 t (P_t \hat{S}_t)} \sum_{s=1}^t (\bar{R}_{\cdot s} - \bar{R}_{\dots})^2,$$

donde  $\bar{R}_{\cdot s} = a^{-1} \sum_{i=1}^a \bar{R}_{i,s}$  es el promedio no ponderado de las medias de rango  $\bar{R}_{i,s}$  y  $\bar{R}_{\dots} = t^{-1} \sum_{s=1}^t \bar{R}_{\cdot s}$  denota el promedio total no ponderado. Bajo  $H_o^F(T)$ , la distribución de  $F_n(T)$  puede ser aproximada a la distribución de  $F(\hat{f}_T, \infty)$  central con:

$$\hat{f}_T = [t \operatorname{tr}(P_t \hat{S}_t)]^2 / t \operatorname{tr}(P_t \hat{S}_t P_t \hat{S}_t)$$

### Estadístico para el efecto de interacción tratamiento\*tiempo

Para probar  $H_o^F(AT)$  se tiene el WTS dado por:

$$Q_n(AT) = \frac{n}{N^2} \bar{R}'_t C'_{AT} [C_{AT} \hat{V}_n C'_{AT}] C_{AT} \bar{R}_t,$$

el cual, bajo  $H_o^F(AT)$  tiene, asintóticamente, una distribución  $\chi_f^2$  central con  $f=(a-1)(t-1)$  grados de libertad.

Para tamaños de muestra pequeño, se tiene el Anova para probar la hipótesis  $H_o^F(AT)$ . Para la interacción, la forma cuadrática es generada por la matriz  $T_{AT} = C'_{AT} [C_{AT} C'_{AT}] C_{AT} = P_a \otimes P_t$ , y se obtiene el estadístico

$$F_n(AT) = \frac{n}{t \operatorname{tr}(T_{AT} \hat{V}_n)} \hat{p}' T_{AT} \hat{p} \\ = \frac{n}{N^2 t \operatorname{tr}(T_{AT} \hat{V}_n)} \sum_{i=1}^a \sum_{s=1}^t (\bar{R}_{i,s} - \bar{R}_{i\cdot} - \bar{R}_{\cdot s} + \bar{R}_{\dots})^2,$$

donde  $\bar{R}_{\cdot s} = a^{-1} \sum_{i=1}^a \bar{R}_{i,s}$  y  $\bar{R}_{\dots} = t^{-1} \sum_{s=1}^t \bar{R}_{\cdot s}$  denotan los promedios no ponderados de las medias  $\bar{R}_{i,s}$ .

Para tamaños de muestra pequeños, el estadístico  $F_n(AT)$  bajo  $H_o^F(AT)$  se aproxima a una distribución de  $F(\hat{f}_{AT}, \infty)$  central  $\hat{f}_{AT}$  con grados de libertad estimados por:

$$\hat{f}_{AT} = [t \operatorname{tr}(T_{AT} \hat{V}_n)]^2 / t \operatorname{tr}(T_{AT} \hat{V}_n T_{AT} \hat{V}_n)$$

Si la matriz de varianza-covarianza no es singular, tanto el estadístico  $Q_n(AT)$  como  $F_n(AT)$  verifican alternativas de la forma  $C_{AT} p \neq 0$

### Efectos marginales relativos

Los efectos de tratamiento son descritos por las medias y los efectos marginales relativos:

$$p_{i_s} = \int \operatorname{Hd} F_{i_s}, \quad i = 1, \dots, a \quad s = 1, \dots, t$$

donde  $H = N^{-1} \sum_{i=1}^a \sum_{s=1}^t n_i F_{i_s}$  es el promedio no ponderado de todas las funciones de distribución marginal en el experimento y  $N = t \sum_{i=1}^a n_i = t.n$  es el número total de observaciones (dependientes e independientes).

### Efectos marginales relativos para el efecto de tratamiento.

Para probar la hipótesis  $H_o^F(A)$ , se pueden considerar efectos marginales promedios  $g_i = t^{-1} \sum_{s=1}^t p_{i_s}$ . Estos son estimados por:

$$\hat{g}_i = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t \hat{p}_{i_s} = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t \frac{1}{N} \left( \bar{R}_{i,s} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{N} \left( \bar{R}_{i\cdot} - \frac{1}{2} \right),$$

donde  $\bar{R}_{i,s} = n_i^{-1} \sum_{k=1}^{n_i} R_{i,ks}$  denota el rango promedio en un grupo  $i$  en un tiempo  $s$  y  $R_{i,ks}$  es el rango de los  $X_{i,ks}$  entre todas las  $N = t \sum_{i=1}^a n_i$  observaciones del experimento.

El vector  $g = (g_1, \dots, g_a)'$ , el cual consiste de los  $g_i$  efectos marginales promedios, es estimado por  $\hat{g} = (\hat{g}_1, \dots, \hat{g}_a)'$ , donde  $n = \sum_{i=1}^a n_i$  denota el número total de unidades experimentales en el experimento.

Se tiene que  $\hat{p} = (\hat{p}_{11}, \dots, \hat{p}_{at})'$ , donde  $\hat{p}_{i_s}$  denota el estimador efecto marginal  $p_{i_s}$ .

Entonces, con relación a la hipótesis  $H_o^F(A): (P_a \otimes \frac{1}{t} I'_t) F = 0$ , se considera el vector

$$\sqrt{n} \left( P_a \otimes \frac{1}{t} I'_t \right) \hat{p} = \sqrt{n} P_a \left( I_a \otimes \frac{1}{t} I'_t \right) \hat{p} = \sqrt{n} P_a \hat{g}.$$

Bajo la hipótesis  $H_o^F(A): (P_a \otimes \frac{1}{t} I'_t) F = 0$ , el vector  $\sqrt{n} P_a \hat{g}$  tiene, asintóticamente, una distribución normal multivariada con media 0 y matriz de varianza-covarianza  $P_a \sum_n P_a$ .

Nótese que la matriz de varianza-covarianza  $\Sigma_n = \left( P_a \otimes \frac{1}{t} I_t' \right) V_n \left( P_a \otimes \frac{1}{t} I_t \right)$  es una matriz diagonal, de allí que al promediar todos los  $t$  tiempos se elimina la dependencia del tiempo.

La matriz  $\Sigma_n$  es estimada de forma consistente por:

$$\hat{\Sigma}_n = \bigotimes_{i=1}^a \frac{n}{N^2 n_i} \hat{\sigma}_i^2,$$

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{k=1}^{n_i} (\bar{R}_{k.} - \bar{R}_{i..})^2,$$

donde,  $\bar{R}_{k.} = t^{-1} \sum_{s=1}^t R_{iks}$  es el promedio de los rangos  $R_{iks}$  sobre los  $t$  tiempos para las  $k$  unidades experimentales en el tratamiento  $i$  y  $\bar{R}_{i..} = n_i^{-1} \sum_{k=1}^{n_i} \bar{R}_{k.}$  es el promedio de los rangos sobre todos los  $t$  tiempos y las  $k$  unidades experimentales en el tratamiento  $i$ .

### Efectos marginales relativos para el efecto del tiempo

Para probar la hipótesis  $H_0^F(T)$ , se puede considerar el vector de los efectos marginales relativos  $p = (p_{11}, \dots, p_{1t}, \dots, p_{a1}, \dots, p_{at})' = \int H dF$ , donde  $H = N^{-1} \sum_{i=1}^a \sum_{s=1}^t n_i F_{i_s}$  denota los promedios ponderados de las funciones de distribución. El vector  $p$  puede ser estimado consistentemente por:

$$\hat{p} = (\hat{p}_{11}, \dots, \hat{p}_{at})'$$

$$= \frac{1}{N} \left( \bar{R}_{1.1} - \frac{1}{2}, \dots, \bar{R}_{a.t} - \frac{1}{2} \right)' = \frac{1}{N} \left( \bar{R}_{.} - \frac{1}{2} 1_{at} \right).$$

### Efectos marginales relativos para la interacción tratamiento\*tiempo

En el contexto del diseño experimental, los efectos de tratamiento fueron descritos por la interacción entre la parcela principal y la subparcela. En aquellos ensayos en los cuales las observaciones iniciales son tomadas *a priori*, antes de confrontar el efecto de tratamiento, este puede ser descrito mediante la interacción (perfiles) del efecto de grupo  $A$  y el efecto del tiempo  $T$ . Una representación gráfica de los perfiles de los efectos marginales relativos  $\hat{p}_s$  antes descritos da una idea de cómo los efectos relativos cambian en el tiempo o de cómo difieren entre sí varios grupos experimentales.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el Cuadro 1 se muestran los resultados de los estadísticos Wald y Anova y su significancia para el efecto del cultivar sobre la altura y el número de brotes de plantas de mango en cinco momentos de medición. Se observa que en el caso de la altura de la planta, se rechazó la hipótesis nula ( $P < 0,01$ ) para la interacción cultivar\*tiempo cuando se utilizó el estadístico Wald, mientras que se aceptó con el estadístico Anova ( $P > 0,05$ ). En este caso, el tamaño de la muestra (pequeña) puede estar afectando la decisión, ya que el Wald no se recomienda cuando la muestra es pequeña, dado que la distribución de este estadístico converge lentamente a la distribución chi-cuadrado (Akritas y Brunner, 1997). Por otro lado, en ambos estadísticos para el factor tratamiento (cultivar) se aceptó la hipótesis nula ( $P > 0,05$ ), mientras que para el factor tiempo, se rechazó con  $P < 0,01$  y  $P < 0,05$ , respectivamente. Al mismo tiempo, con la variable número de brotes de la planta, los dos estadísticos reportaron resultados similares; con relación a la interacción cultivar\*tiempo se aceptó la hipótesis nula ( $P > 0,05$ ). De la misma manera, ocurrió con el factor cultivar, mientras que para el factor tiempo la hipótesis nula fue rechazada ( $P < 0,01$ ). En ese sentido, como se mencionó, el estadístico Wald tiene el inconveniente de que su convergencia a la distribución límite es extremadamente lenta, resultando en muchos casos en decisiones erróneas para muestras pequeñas, por lo que es recomendable usarlo en muestras grandes mientras que el estadístico Anova es aconsejable usarlo en muestras pequeñas (Brunner y Puri, 2000).

En los Cuadros 2 y 3 se muestran los rangos promedio de la altura y el número de brotes de la planta de cuatro cultivares de mango en cinco momentos de medición, respectivamente.

Una representación gráfica de los efectos marginales relativos de cada uno de los tratamientos en los diferentes momentos de medición se muestra en la Figuras 1 y 2. Se evidencian los efectos marginales relativos para la altura y el número de brotes de la planta de cuatro cultivares de mango en los momentos de medición estudiados, y se observa que los perfiles de las cuatro cultivares (tratamientos) son paralelos, lo que sugiere la ausencia de la interacción cultivar\*tiempo. Estos resultados coinciden con los arrojados por el estadístico Anova al probar la hipótesis de no interacción cultivar\*tiempo, lo que verifica que los cuatro cultivares actúan de manera independiente del tiempo sobre la altura y el número de brotes de la planta, de ahí que la representación gráfica de los perfiles de los efectos marginales relativos son una herramienta que proveen una impresión de cómo los efectos relativos cambian con el tiempo o cómo difieren entre los tratamientos (Brunner y Puri, 2001).

**Cuadro 1.** Estadísticos de prueba y su significancia para los efectos principales y la interacción para el efecto de cuatro cultivares de mango (*Mangífera indica* L.) sobre las variables altura y número de hojas de la planta en cinco momentos de medición

Variable	Factor	Tipo Wald	Probabilidad	Tipo Anova	Probabilidad
Altura de la planta	Variedad	5,43 ns	0,1482	0,75 ns	0,6430
	Período	1819,02 **	< 0,0001	341,81 *	0,037201
	Interacción	6,67x10 <sup>8</sup> **	< 0,0001	1,77 ns	0,4975
Número de brotes	Variedad	0,42 ns	0,8125	0,21 ns	0,8014
	Período	88,16 **	< 0,0001	68,42 **	< 0,0001
	Interacción	1,50 ns	0,8268	0,12 ns	0,8984

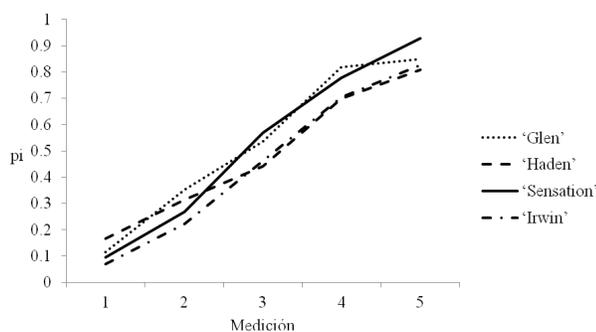
\* Diferencias significativas al 5%. \*\* Diferencias significativas al 1%. ns: no existen diferencias significativas al 5%.

**Cuadro 2.** Rangos promedios de la altura de la planta (m) de cuatro cultivares de mango (*Mangífera indica* L.) en cinco momentos de medición

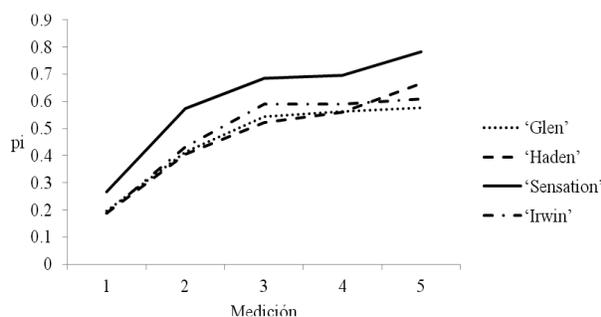
Cultivar	Rangos promedio				
	Momento 1	Momento 2	Momento 3	Momento 4	Momento 5
Glenn	8,00	23,33	35,33	53,66	55,66
Haden	11,25	21,00	29,25	46,00	53,00
Sensation	6,66	18,00	37,50	51,00	60,83
Irwin	5,00	15,00	30,50	46,33	54,16

**Cuadro 3.** Rangos promedios del número de brotes de la planta de cuatro cultivares de mango (*Mangífera indica* L.) en cinco momentos de medición

Cultivar	Rangos promedio				
	Momento 1	Momento 2	Momento 3	Momento 4	Momento 5
Glenn	13,33	27,33	35,83	37,16	38,00
Haden	12,75	26,87	34,50	36,87	43,87
Sensation	17,83	37,83	45,00	45,66	51,33
Irwin	12,66	28,66	38,83	38,83	40,16



**Figura 1.** Efectos marginales relativos de la altura de la planta de cuatro cultivares de mango (*Mangífera indica* L.) en cinco momentos de medición



**Figura 2.** Efectos marginales relativos del número de brotes de la planta de cuatro cultivares de mango (*Mangífera indica* L.) en cinco momentos de medición.

## CONCLUSIONES

Los resultados mostraron las ventajas del uso de las metodologías estudiadas cuando la variable respuesta no cumple las suposiciones básicas del análisis de la varianza, además del efecto del tamaño de muestra sobre la decisión de aceptar o rechazar la hipótesis nula en datos provenientes de un ensayo agrícola con cultivos de mango. De igual forma, el sesgo del estimador  $\hat{p}_i$  de los efectos marginales relativos se ve afectado por el tamaño de la muestra. En este sentido, los estadísticos tipo Anova y Wald mostraron resultados distintos con relación al efecto de la interacción variedad\*tiempo sobre la altura de la planta cuando se estudiaron cuatro cultivos de mango en cinco momentos de medición para muestras pequeñas. Así mismo, el estadístico Anova fue apropiado para probar hipótesis de efectos principales e interacciones bajo estas condiciones, ya que el mismo arrojó resultados que coincidieron con los mostrados por los perfiles múltiples de los tratamientos, los cuales sugirieron un posible efecto significativo de la interacción tratamiento\*tiempo, quedando en evidencia la ventaja del estadístico Anova frente al Wald cuando se utilizan muestras pequeñas. Por otro lado, los efectos marginales relativos  $\hat{p}_i$  fueron apropiados para describir efectos principales (cultivar) e interacciones (cultivar\*tiempo). Finalmente, los resultados obtenidos sugieren realizar estudios de simulación para probar la potencia-eficiencia de los estadísticos tipo Anova y Wald, ya que su uso está restringido por el tamaño de muestra. Además, se recomienda el uso de efectos marginales relativos  $\hat{p}_i$  para describir efectos principales e interacciones en experimentos con mediciones repetidas en el tiempo, así como probar más de un factor e incrementar el número de momentos de medición.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akritas, M.; E. Brunner. 1997. A unified approach to ranks tests in mixed models. *J. Statist. Plann. Inference.* 61: 249-277.
- Akritas, M.; S. Arnold.; E. Brunner. 1997. Nonparametric hypotheses and rank statistics for unbalanced factorial designs. *J. Amer. Statist. Assoc.* 92: 258-265.
- Brunner, E.; M. Puri. 1996. Nonparametric methods in design and analysis of experiments. *Handbook of Statistics*, 13: 631-703.
- Brunner, E.; M. Puri. 2000. A class of rank-score tests in factorial designs. *J. Statist. Plann. Inference.* 103: 331-360.
- Brunner, E.; M. Puri. 2001. Point and interval estimators for nonparametric treatment effects in design with repeated measures. *In: Saleh, A.K. (Ed.) Data analysis from Statistical Foundations: Festschrift in honor of Donald A. S. Fraser.* Nova Science Publishers. New York, EUA pp. 167-178.
- Chacín, F. 1998. Comparaciones teóricas y prácticas y análisis en tiempo y/o espacio de los diseños de superficies de respuesta. *Alcance* 54. Facultad de Agronomía. Universidad Central de Venezuela. Maracay, Venezuela. 189 p.
- Montaña, R. 2007. Análisis estadístico no paramétrico para experimentos factoriales  $2^K$  y  $3^K$ , para K: 2 y 3. Trabajo de grado. Facultad de Agronomía. Universidad Central de Venezuela. Maracay, Venezuela.
- Munzel, U.; E. Brunner. 2000. Nonparametric methods in multivariate factorial designs. *J. Statist. Plann. Inference.* 88: 117-132.
- Puri, M.; P. Sen. 1966. On a class of multivariate multisample rank order tests. *Sankhya, Ser. A.* 28: 353-376.
- Villegas, D. 2009. Alternativas de análisis estadístico no paramétrico en experimentos con observaciones repetidas en el tiempo. Trabajo de grado. Facultad de Agronomía. Universidad Central de Venezuela. Maracay, Venezuela. 107 p.