Eric Steinhart: More Precisely: The Math You Need to Do Philosophy.

Jonathan Zehr
(Universidad Central de Venezuela)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA

apuntes filosóficos

Vol. 28 No. 55

***More Precisely: The math you need to do Philosophy.* Eric Steinhart** *

Por Jonathan Zehr

Eric Steinhart escribe en el año 2009 el libro *More Precisely: The Math You Need to Do Philosophy* bajo el sello editorial de Broadview press. En 2018 es presentada la segunda edición de dicho texto por la misma casa editorial, publicación que consta de 246 páginas distribuida en 9 capítulos, una guía para continuar con el estudio de los temas, un glosario de símbolos, la bibliografía y un índice de temas y nombres. La nueva edición se diferencia de su edición anterior por la disposición, el número y la estructura de los capítulos presentados.

Lo primero con lo que nos encontramos, tanto en la primera como en la última edición, es un prefacio de 10 páginas, en donde se explica el objetivo del libro, su alcance y limites, así como aquello que no debemos esperar de la obra. La idea del autor, con respecto a un trabajo de esta naturaleza, es que no se trata de un libro de texto o manual sobre *Matemáticas básicas*, ni tampoco una introducción a *Lógica*, se trata más bien de un libro que introduce a conceptos, métodos y teorías matemáticas que a juicio de Steinhart pueden servir para modelar o explicar cuestiones propiamente filosóficas. El carácter introductorio del libro siempre nos es recordado a lo largo de sus nueve capítulos. Los diversos tópicos son todos ellos presentados y trabajados de manera intuitiva, ofreciendo ejemplos, aunque como veremos más adelante no de forma uniforme en todos los apartados. Además, en el recorrido de la obra, el autor va señalando fuentes de primera mano e intérpretes para acceder a los conceptos trabajados.

Antes de pasar a describir el contenido de cada uno de los capítulos, es oportuno mencionar las diferencias que podemos encontrar entre ambas ediciones. En el capítulo tercero de la edición de 2018, llamado “Machines”, se elimina el apartado sobre *redes de máquinas* que aparece en la versión de 2009 y se agrega un apartado sobre *modelos físicos*. El capítulo seis de la edición pasada, titulado “Utilitarianism”, pasa a ser, en esta nueva edición, un capítulo sobre la *Teoría de la información*, que se muestra como una ampliación y modificación del apartado eliminado del tercer capítulo anteriormente mencionado. El capítulo siete, sobre *decisiones y juegos*, de la nueva edición recoge en parte lo dicho en el capítulo sexto de la primera edición, y extiende su

* Editorial: Broadview press. 2019, 2da edición. Ontario. 234 pp.

contenido, lo que lo vuelve realmente interesante por examinar posibles soluciones de parte de la *matemática aplicada* a experimentos mentales de problemáticas éticas ya canónicos en la filosofía, como, por ejemplo, el *Dilema del prisionero* y el *Dilema de la caza del ciervo*.

Digamos ahora algo sobre el contenido de cada uno de los capítulos. El primer capítulo titulado "Sets", parte de la idea intuitiva de *colección*, y tiene por intención aproximar al lector a la *Teoría de conjuntos elemental*. Esta teoría tiene la belleza de construir sus conceptos desde la unidad más básica hasta estructuras cada vez más complejas. Introduce las nociones básicas de *conjunto* y *elemento*, así como la relación primitiva de *pertenencia*, con la que luego puede definir la relación de *subconjunto*. Desde esos conceptos el autor señala las operaciones básicas entre conjuntos (*unión*, *intersección*, *diferencia* y *complemento*), operaciones no-básicas (*unión generalizada*, *producto cartesiano*, entre otras) y operaciones que se realizan a partir de un conjunto, como la operación de *conjunto potencia*. Steinhart muestra además como se relacionan la operación de conjunto potencia con el *Método de tablas de verdad*, y con una representación del espacio-tiempo. Ya avanzado el capítulo se introduce la noción de *conjuntos puros* y la relación de estos con los *conjuntos de números*. Presenta también, de manera intuitiva y pre-informal, el *Dilema de Benacerraf*.

El segundo capítulo, titulado "Relations", es una continuación natural del primer capítulo y, al igual que en este, la construcción se hace de manera intuitiva. Se presentan las *relaciones* como un resultado de operaciones entre conjuntos, particularmente como un subconjunto del producto cartesiano de los conjuntos dados. El recorrido de las primeras secciones de este apartado es indistinguible de cualquier libro de teoría de conjuntos introductorio en donde se trabaje la noción de relación. Se definen lo que se entiende por *domino*, *codomino* y *aridad* de una relación, y seguidamente se definen las propiedades de una relación: *reflexividad*, *simetría*, *anti-simetría* y *transitividad*. Luego se profundiza con los conceptos de *partición*, *relación de equivalencia* y *clase de equivalencia*. Si bien existen relaciones de cualquier aridad, el autor considera que la mayoría de las relaciones estudiadas por los filósofos son binarias. Presenta el concepto de equivalencia como importante para los conceptos de *identidad* e *identidad de los indiscernibles* (puesto que se tratan de tipos de equivalencias). Se trae a colación también al filósofo J. Locke y su *criterio de identidad según la memoria* y se propone una reconstrucción matemática de dicho criterio. Luego se caracteriza el problema de un universo cerrado temporal y causalmente y la forma en que ello se relaciona con la *filosofía de la mente*, todo ello siguiendo la clave del capítulo trabajado. Se plantea, además, el *problema de los grados de perfección* y como la matemática, desde la noción de relación, puede servir para modelar el *argumento de Anselmo*. Los conceptos de *función*, *isomorfismo* y *sumatoria* también son definidos intuitivamente, aunque con todo el rigor matemático que les compete, y luego son puestos a disposición de asuntos filosóficos, como, por ejemplo, la idea de definir la *referencia semántica* como una función o el rol que juega la noción de sumatoria en el principio articulador de la *ética utilitarista*: “lo verdaderamente importante es la mayor suma de felicidad en el mundo”.

El tercer capítulo, “Machines”, es sobre el concepto de *máquina* que, como lo ilustra el autor, no remite únicamente a un aparato físico (electrónico, digital, etc.) sino que es una estructura abstracta y formal que puede ser descrita por: conjuntos, relaciones y funciones. Este capítulo permite ilustrar una variedad de tesis filosóficas sobre el espacio, el tiempo, la causalidad, la biología e incluso la ética. Se presenta el *juego de la vida* creado por John Conway, que funciona precisamente para simular un sistema de tipo causal con relaciones definidas. Sobre la *teoría de las máquinas* se explican los conceptos de *regla*, *transición*, *configuración* y *estados* –así como las propiedades y tipos de cada uno de estos conceptos– y la idea de *sistemas causales-espacio-temporales* para máquinas. Entre las maquinas abstractas, se incluyen a las *máquinas de Turing* y las *maquinas universales de Turing*, que deben entenderse como el trasfondo teórico de las modernas computadoras de escritorio, que, a su vez, son campo de interés para los filósofos, precisamente porque se encuentra una intrigante similitud entre la manera de procesar información de las computadores modernos y ciertos procesos neurofisiológicos llevados a cabo por el cerebro humano. Steinhart, en un intento muy arriesgado, aplica máquinas de Turing, el juego de la vida y la noción de *complejidad* para modelar la idea de Leibniz sobre *los mundos posibles* y cómo es que se ordenan en la mente de Dios, también se modela matemáticamente, desde las nociones trabajadas, la t*esis del arquitecto divino* como una aplicación del juego de la vida. Finalmente, el autor analiza si se puede establecer un isomorfismo entre las *estructuras matemáticas puras* y el *mundo físico*.

Continuamos con el cuarto capítulo, titulado “Semantics”, en donde se introducen, de manera pre-formal, los conceptos de la teoría *de modelos contemporánea*. El autor muestra la relación de los conceptos lógicos matemáticos utilizados hasta el momento con la construcción de la teoría de *modelos de los mundos posibles,* haciendo valer el interés de los filósofos por conceptos como *existencia posible* y *existencia actual*.

El quinto capítulo sobre la *probabilidad*, "Probability", se caracteriza por ser una aplicación de toda la teoría hasta ahora explicada, incluye: conjuntos, sus operaciones, relaciones, además alude a la idea de crear métodos de cálculo efectivos que permitan modelar como podría ser el mundo, junto con máquinas de Turing, el juego de la vida y semántica de mundos posibles. El autor introduce el Teorema *de Bayes*, que cuenta con muchas aplicaciones en *Teoría de la decisión*, *epistemología* y *filosofía de la ciencia*. Seguidamente se muestra cómo es que la evidencia cambia las probabilidades de las hipótesis sostenidas y el *grado de creencia*. Finalmente, en este apartado, y valiéndose del *argumento del genio maligno,* Steinhart introduce el problema de la representación adecuada del mundo y su relación con los conceptos de probabilidad *condicional* y la *Teoría de la información*.

En el capítulo sexto, que recibe el nombre de "Information theory", se nos muestra como el concepto de conocimiento está íntimamente relacionado con el concepto de *información*, lo que hace a este último un concepto de relevancia desde un punto de vista filosófico. Al igual que en otros capítulos se presuponen conceptos tratados anteriormente, por ejemplo, el de sumatoria o el de probabilidad. El autor examina la relación entre *entropía* y *regularidad*, como conceptos importantes para quien, por ejemplo, hacen *estética*. De cierta forma este capítulo es una continuación natural de ciertos apartados del quinto capítulo en lo que respecta a la relación entre el mundo, lo representado y la mente: La propuesta es ofrecer una caracterización de la representación mental que ponga en relación mutua al *estímulo recibido* y el mundo usando para esto conceptos como los de *información mutua*, probabilidad y entropía. También podemos encontrar en este apartado un modelaje matemático de lo que se entiende por *conciencia*.

Si bien el séptimo capítulo es sobre *decisiones y juegos*, de allí su nombre "Decisions and games", es en realidad una ampliación de sexto capítulo de la edición anterior, sobre el *utilitarismo* relacionado con matemáticas, convirtiendo al agente en una máquina e incorporando la *teoría de mundos posibles*, para decidir en base a las consecuencias que acción debe realizar el agente. Se incluye luego la *teoría de juegos* y su relación con la teoría de la probabilidad. Se discute también en esta sección los dilemas del prisionero y la caza del venado, y a partir de ellos se reflexiona sobre la evolución de la cooperación humana desde el estado de naturaleza hasta el estado social contemporáneo.

Los capítulos octavo y noveno, llamados respectivamente "From the finite to the infinite" y "Bigger infinite", revisan intuitivamente, pero sin pérdida de rigurosidad, varios de los temas tratados en teoría de conjuntos de alto nivel, siguiendo una analógica hilbertiana, nos ofrece una mirada al *Paraíso de Cantor*. En el primero de estos capítulos se pasa revista a métodos como la *definición recursiva*, se explican además algunas nociones del análisis como lo son las nociones de *serie* y *límite*; y se pasa luego revisitar ejemplos clásicos que involucran estos conceptos: Las *paradojas de Zenón*, *el mapa de Royce*, entre otras. En dicho capitulo también se revisa la noción de *conjunto finito*, *conjunto infinito*, *estructura infinitamente compleja*, *estructura finitamente compleja*, secuencia *infinita* y *operaciones con secuencias infinitas*, todo ello se ejemplifica luego mediante los experimentos mentales del *Hotel de Hilbert* y el *Cuento infinito de Borges.*

El segundo de estos capítulos "Bigger infinite" trata la pregunta propiamente filosófica de si todos los *infinitos* son del mismo tamaño o si hay *infinitos* más grandes. Así primero muestra las reglas de construcción de *números cantorianos*, para construir *ordinales* cada vez más grandes que ω aplicando dichas reglas una y otra vez. Luego, a partir de la relación *menor o igual que*, define las demás relaciones de orden, y muestra cómo es que se pueden colocar los anteriores números ordinales mayores que ω en relación uno a uno con ω. Define y relaciona los números *cardinales*, *ordinales*, *conjuntos contables*, *numerables* y *no numerables*. Revisa el *Argumento de la diagonal de Cantor*, demostrando así que hay *infinitos* más grandes que otros. Pero si esto no fuera suficiente, analiza el *Argumento de los conjuntos potencias*. Recurriendo a una estrategia que recuerda la paradoja de Jules Richard, dirá que un número es feliz si pertenece al subconjunto de un conjunto "A" al que queda asociado por una función y es un número triste si, por el contrario, no lo está. Demuestra finalmente que la asunción de que un conjunto "A" y su conjunto potencia son del mismo tamaño lleva a una contradicción. Examina los números *Aleph* y los números *Bet*, mostrando sus particularidades. Muestra que recursivamente se pueden construir, aplicando las reglas de construcción cantorianas, *infinitos* que son cada vez más amplios. Finalmente, los últimos dos apartados del capítulo los dedica a usar las técnicas de construcción y el aparataje conceptual para modelar la idea leibniziana del *mejor de los mundos posibles*, mostrando que hay infinitos mejores mundos posibles. Así como también el *Argumento* *cartesiano sobre las perfecciones de Dios*, recurriendo en este caso a la perfección de la creatividad y colocándola en relación con el mejor de los mundos posibles.

Este libro está bien preparado para un estudiante de los primeros cursos de filosofía y se presenta como un manual introductorio a varias disciplinas, ya que trata problemas *ontológicos*, *epistemológicos*, *éticos*, *estéticos* y hasta *lógicos*. Además de esto introduce fuentes para consultar a lo largo de los capítulos y en los anexos. Cabe señalar que, aunque el libro sugiere el sitio web: http://broadviewpress.com/moreprecisely, el mismo dirige a una página vacía, pero bastará entrar en la sección que dice *companion website* y luego, en la nueva página, dirigirse a *philosophy* para buscar los ejercicios y suplementos que se ofertan en dicho sitio web; los ejercicios son interesantes, aunque en algunos casos cortos y sin dificultad, en otros tantos casos incluso están ilustrados. En la web del autor: http://www.ericsteinhart.com hay una breve explicación del libro, así como también los links para comprar el libro en *Broadview* o en *Amazon*.

Aunque el autor afirma que no es un libro de *lógica*, debe reconocerse que la *lógica* es una rama tanto de la *filosofía* como de la *matemática*, por lo que en un libro que coloque a las dos en relación deberían aparecer problemas lógicos, como en efecto aparecen en las *paradojas* de Russell o de Zenón, o cuando se trabajan las *clases*, pero no son suficientes. Se debió también incluir el *Principio de inducción matemática* y el de *método axiomático*. Se echa de menos el que no se incluyeran cuestiones básicas sobre el *álgebra*, *geometría*, *análisis* y *topología*, para dar una gama más amplia de la matemática a los estudiantes de humanidades.