***Lógicas no clásicas. Una introducción*. Antonio Benítez.**[*]

Por Ricardo Da Silva

Lógicas no clásicas. Una introducción de Antonio Benítez funciona como una elegante introducción formal al estudio riguroso y sistemático de las lógicas no clásicas más llamativas desde el siglo pasado. Esta obra, a la que vamos a pasar revista, forma parte y cierra una trilogía de obras del autor, que empieza con *Lógica bachillera. Una introducción a la lógica* y *Apuntes sobre Lógica y Teoría*.

El libro se compone de un corto prólogo, doce capítulos y dos apéndices. En el prólogo el autor comenta brevemente la intención del texto y la razón de la estructura que tiene. El texto busca funcionar como fundamento para un curso introductorio semestral de *Lógicas proposicionales no-clásicas* para cualquier grado universitario de filosofía. Para ello el autor empieza por definir la *Lógica clásica proposicional* (*L*) y en contraste con ella define una *Lógica proposicional trivalente* (*L3*) siguiendo a Ulrich Blau en su obra *Die Dreiwertige Logik der Sprache* (1978) y Jaime Sarabia en *Extensiones del Sistema L3 de lógica trivalente* (1981) en donde se ofrece una interpretación para las conectivas que se distingue de las ofrecidas por Jan Lukasiewicz en *O Logice trójwartosciowej* (1920) *y* Emil Post *en Introduction to a General Theory of Elementary Propositions* (1921). Luego se introduce al lector en las *modalidades* y la semántica que Kripke propone para la *Lógica modal* (*Lm*) en "Semantical analysis of modal logic I, normal propositional calculi" (1963) y se presentan los sistemas *K*, *T* y *S4* para dicha lógica. Finalmente, la *Lógica intuicionista* (*Li*) es definida por analogía con *S4*, y la semántica para esta lógica se define a partir del artículo de Kripke titulado "Semantical Analysis of Intuitionistic Logic I" (1965). Veremos como el autor desarrolla todos estos sistemas lógicos a lo largo del libro, y como luego, en dos apéndices de moderada extensión, utiliza varios de estos sistemas para reflexionar sobre dos tópicos lógico-filosóficos de peso histórico: El tema del debate entre megáricos y estoicos por la interpretación del *condicional material* por un lado y por otro lado el tema de las ideas ontológicas y lógicas sobre la *Substancia* en Leibniz.

[*] Editorial: Escolar y Mayo Editores. 2015. Madrid. 170 pp.

Antonio Benítez sigue el enfoque contemporáneo de autores como Carlos Di Prisco en *Introducción a la lógica matemática* (2009), Mendelson en *Introduction to mathematical logic* (1997), Flum, Thomas y Ebbinghaus en *Logic mathematical* (1996), Nerode y Shore en *Logic for aplications* (1997) y, por último, C. Chang y H. Keisler en *Model Theory* (1990), para los que definir una lógica es caracterizar su sintaxis, semántica y luego ofrecer un cálculo completo y consistente siempre y cuando sea posible. En el caso de *Lógicas no clásicas. Una introducción*, el cálculo que el autor ofrece para cada uno de los sistemas es el de *árboles analíticos* o *tablas semánticas* inspirándose en el trabajo de Evert Beth.

En el primer capítulo titulado "*L*: Lógica clásica bivalente" el autor ofrece la sintaxis de la *Lógica proposicional canoníca* (*L*). Para ello lo primero que se nos presenta (1.1) es el *alfabeto* de *L* que lo constituye el siguiente conjunto de veintitrés (23) elementos: {¬,∧,∨,→,T,⊥,p, 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,{,},(,),[,]}. En donde "¬, ∧, ∨, →" son los nombres de las *conectivas lógicas* ya conocidas, "T, ⊥" son símbolos para *lo verdadero* y *lo falso* respectivamente, "p" es una *variable proposicional*, las cifras son usadas como subíndices de las variables proposicionales y los distintos tipos de *paréntesis* sirven como delimitadores del alcance de las conectivas lógicas.

En seguida (1.2) el autor define la *operación de concatenación* que intuitivamente queda recogida en las siguientes palabras: "La idea es que, si se cogen dos ristras cualesquiera de *L* y se conectan, se obtiene una ristra de signos formada del siguiente modo: se escribe la primera ristra e inmediatamente a continuación la segunda" (p. 2). La concatenación es una función definida en el producto generalizado del alfabeto de *L*, y el autor la define con total rigurosidad de forma recursiva.

Ejemplos de la aplicación de la operación de concatenación son: "p_2", "$p_2 \rightarrow p_{40}$" y "$p_8 \wedge \neg$". El autor ofrece a continuación (1.3) la definición de *fórmula bien formaba*, o en su caso *expresiones bien formadas*. La definición se lleva a cabo de forma recursiva y es la ya conocida en los manuales clásicos de Lógica matemática. Es importante señalar, junto con el Profesor Benítez, que como el conjunto de letras proposicionales es numerable, entonces el conjunto de las fórmulas de *L* es también numerable. Al conjunto de las *fórmulas bien formadas* de *L* se le denota por *L**. Con ayuda de las definiciones anteriores se nos ofrecen la definición de *grado Lógico* y *signo lógico principal*.

El *grado lógico* (o *rango*) de una fórmula de *L*, revisado en la sección 1.4, viene dado por el número de conectivas lógicas que tiene una fórmula y se caracteriza con la siguiente función: gr: $L^* \rightarrow \mathbb{N}$, cuya definición recursiva se recoge en las siguientes cláusulas [Sean A, B $\in L^*$]: (1) Si A es una fórmula atómica o es T, o es ⊥, entonces gr(A)= 0 [La idea intuitiva es que ya que las fórmulas atómicas no tienen conectivas lógicas por ser solo letras proposicionales, entonces su grado lógico es igual a cero]; (2) gr(¬A)= 1+ gr(A) y (3) Gr(A⋄B)= 1+gr(A)+gr(B), donde ⋄ representa alguna de las tres conectivas diádicas presentes en el alfabeto de *L*.

Con el concepto de *concatenación* se pueden definir *operadores de concatenación* para la *negación* ($Con_{\neg}$(A)= "¬A"), la *conjunción* ($Con_{\wedge}$(A, B)= "A∧B"), la *disyunción* ($Con_{\vee}$(A, B)= "A∨B") y el *condicional* ($Con_{\rightarrow}$(A, B)= "A→B"). Con ayuda de estos operadores la definición de *signo lógico principal* es la siguiente: El *signo lógico principal* de una fórmula coincide con el último operador de concatenación que fue utilizado para formar a la fórmula en cuestión. El profesor Benítez recoge la siguiente intuición: Ante toda fórmula podemos pensar que esta se encuentra compuesta mediante otras fórmulas aplicando los *operadores de concatenación*, de aquí se desprende el concepto de *subfórmula* (1.5) y a su vez en estos conceptos se apoya para mostrar como se refleja el *árbol de composición de una fórmula* [así como la *inversión* de dicho árbol], y referente a este concepto describe un esquema de prueba [por inducción] del *lema de descomposición única* de cada fórmula (en las secciones 1.6 y 17.). El capítulo cierra (1.8) con la pertinente convención de suprimir paréntesis cada vez que esto no genere un conflicto en la lectura de la fórmula.

El segundo capítulo, llamado "Semántica de *L*", comienza con una introducción que plantea y aborda el problema teórico de la verdad de las proposiciones e intuitivamente prepara el terreno para las siguientes secciones. En la segunda sección (2.2) de dicho capítulo se definen, de la manera usual, las conectivas lógicas como *funciones veritativas* y a partir de estas definiciones se pasa a enunciar, en la tercera sección (2.3), varios conceptos semánticos fundamentales, como lo son los conceptos de: *Modelo de una fórmula*, *fórmula satisfacible*, *conjunto satisfacible de fórmulas*, *fórmula insatisfacible*, *conjunto insatisfacible de fórmula*s y *fórmula contingente*. El profesor Benítez pasa luego a dedicarle atención a tres nociones centrales de la semántica formal, por un lado la noción de *fórmula válida* y de *consecuencia lógica* [estas nociones son acompañadas de los respectivos corolarios que se siguen de su definición –por solo mencionar dos de ellos: (1) Si X es una *tautología*, entonces X es *consecuencia* de cualquier conjunto de fórmulas Σ y (2) Si Σ es un *conjunto insatisfacible de fórmulas*, entonces cualquier fórmula es *consecuencia lógica* de Σ–, así como de la mención de las propiedades que cumple la relación de *consecuencia lógica* para *L* [*monotonía*, *reflexividad* y *corte*], para terminar este apartado con las nociones de *fórmula independiente* y *conjunto de formulas independientes*]. Por otro lado, se define el concepto de *equivalencia lógica* (≡) de forma canonícа como aparece en todos los manuales y se enuncia un corolario que se sigue de su definición [$X \equiv Y$ syss $X \leftrightarrow Y$ es una tautología], así como sus propiedades [*monotonía*, *reflexividad*, *corte* y *sustitución*, que tomando lo dicho por el profesor Benítez dice así: si α es una subfórmula de X, $\alpha \equiv \beta$ e Y es el resultado de sustituir α por β en X, entonces $X \equiv Y$]. El segundo capítulo no acaba sin antes introducir el *método de tablas de verdad* (2.4), se enseña a responder a la pregunta de cuándo una fórmula es *tautológica*, *contingente*, *contradictoria* o *satisfacible*. También se enseña a determinar cuándo existe *consecuencia lógica* entre un conjunto de fórmulas que actúan como premisas y una fórmula que actúa como conclusión. Finalmente se muestra cómo probar *equivalencia lógica* con dicho método.

En el tercer capítulo, "Árboles analíticos en *L*", se introduce el *cálculo de árboles analíticos* o *tablas semánticas* con el que se va a trabajar a *L*, y es el método, bajo adaptación, con el que también se va a trabajar a *L3*, *Lm* y *Li*, en este sentido el texto no solo es un manual de introducción a las *Lógicas proposicionales no-clásicas* de mayor relevancia, sino que también es un buen texto de introducción al *cálculo de arboles o tablas semánticas*, y por ello puede acompañar como complemento teórico, a textos como *Lógica formal: Su alcance y sus límites* (1999, 2da Ed.) de Richard C. Jeffrey y *Lógica para principiantes* (2004) de María Manzano y Antonia Huertas. Lo primero que hace el profesor Benítez, en el apartado 3.1, es definir las nociones abstractas de *árbol*, *nudo*, *camino* y *rama*. Parafraseando un poco: Un *árbol* es un conjunto ordenado de *niveles* que se componen de *nudos*. En el primer nivel solo hay un *nudo*, la *raíz*. Todos los *nudos* del segundo nivel son *sucesores inmediatos* de la *raíz*, y ella, la *raíz*, es *antecesor inmediato* de todos los *nudos* del segundo nivel. Dado un *nudo* en un nivel n [donde n es distinto de 1], se dice que su *camino* está formado por todos los *antecesores* hasta la raíz. En un *árbol* extendido y acabado, los *nudos* con los que nos topamos en el último nivel se llaman *terminales* y a cada *terminal* le corresponde una *rama* del *árbol*.

Los *árboles analíticos* o *semánticos* se comportan como la definición de *árbol* descrita anteriormente, pero con la peculiaridad de que cada *nudo* sólo tiene dos *sucesores inmediatos*, es por ello que se le conocen como *árboles binarios*. La función de los árboles analíticos para *L* es lograr establecer, de manera *efectivamente calculable*, lo siguiente: (1) *Fórmulas lógicamente válidas* y (2) *Consecuencia lógica*. El autor ofrece, antes de indicar las reglas de dicho cálculo, la heurística y los fundamentos que lo guían, no contamos con la extensión que quisiéramos para acompañar al autor en el recorrido de estos fundamentos, pero si listamos los conceptos que articulan ese desarrollo [presentes en los aparatados 3.2, 3.3 y 3.4]. Dichos conceptos son: *Árbol acabado*, *ampliación de un árbol*, *rama cerrada*, *refutación* [un *árbol acabado* con todas sus *ramas cerradas*] y *deducción bien hecha*. Luego de indicar algunos asuntos metodológicos sobra la forma en que se puede señalar la verdad o falsedad de las fórmulas [por ejemplo, usando signos especiales como "V" para indicar la verdad de una formula y "F" para indicar su falsedad, y colocando por delante de la fórmula la letra que convenga según su valor de verdad, esto es, marcándola de la siguiente manera: V X o F X], el autor pasa a señalar los hechos sobre la noción de *interpretación* que darán lugar a las famosas reglas del cálculo de *árboles semánticos* para la *Lógica proposicional clásica*. Es así como en la sección 3.7 se nos ofrecen las ya conocidas *reglas alfa* (α) o reglas que no bifurcan [para la falsedad y la verdad de la negación, la verdad de la conjunción, la falsedad de la disyunción y la falsedad del condicional] y las *reglas beta* (β) o que bifurcan [para la falsedad de la conjunción, la verdad de la disyunción y la verdad del condicional]. El capítulo culmina con una sección de ejercicios.

El cuarto capítulo nos presenta la sintaxis de la *Lógica trivalente (L3)*, de ahí su nombre "*L3*: Un lenguaje para lógica trivalente". El alfabeto de *L3* se distingue del de *L*, por contar con una conectiva lógica más, a saber, el símbolo lógico para la *negación fuerte* ($-$) y que se diferencia, en su interpretación, del símbolo de la *negación débil* (¬) que comparte con *L*, de esta manera el alfabeto de *L3* cuenta con 24 elementos. La presentación de la sintaxis de *L3* coincide con la de *L*, a excepción de los casos en donde se debe incluir una cláusula en las definiciones recursivas para recoger el caso de la *negación fuerte*. Así pues, se ven modificadas, con una cláusula extra, la definición de *fórmulas bien formada* (o *expresión bien formada*), las definiciones de *grado lógico*, *conectiva principal*, *subfórmula* y el *lema de descomposición única*.

En el quinto capítulo, "Semántica de *L3*", se definen los comportamientos semánticos [la interpretación] de las conectivas. En la sección 5.1 se establece una *función i* (de *interpretación*) que tiene por dominio a *L3** [el conjunto de las *fórmulas bien formadas* de *L3*] y por conjunto de llegada se tiene $\{1,0,\frac{1}{2}\}$, y se define bajo recursión de la siguiente manera [para A, B ∈ L3*]: (1) i(¬X) = 0 syss i(X)=1; i(¬X) = 1 syss i(X)= 0 o i(X)=$\frac{1}{2}$, (2) i(−X) = 0 syss i(−X)= ; i(−X)=1 syss i(−X)=0; i(−X)= $\frac{1}{2}$ syss i(−X)= $\frac{1}{2}$, (3) La definición de cuando i(X∧Y)= 1 y i(X∧Y)=0 coincide con la clásica bivalente, en cualquier otro caso i(X∧Y)= $\frac{1}{2}$, (4) La definición de cuando i(X∨Y)= 1 y i(X∨Y)=0 coincide con la clásica bivalente, en cualquier otro caso i(X∧Y)= $\frac{1}{2}$, (5) La definición de cuando i(X→Y)= 0 coincide con la clásica bivalente; i(X→Y)= $\frac{1}{2}$ syss i(X) = 1 e i(Y) = $\frac{1}{2}$, en cualquier otro caso i(X→Y)= 1. Se define además la conectiva *bicondicional*. El capítulo no culmina sin antes incluir los conceptos semánticos para *L3*, todos ellos similares a los de la semántica de *L*, solo que en este caso se incluye la definición de *fórmula lógicamente indeterminada* [Sea X ∈ L3*, X es *lógicamente indeterminada* syss i(X) = $\frac{1}{2}$, para toda i]. Al igual que el segundo capítulo, se cierra con el *método de tablas de verdad*, aplicado en esta ocasión a *L3*. Debemos destacar que este capítulo cuenta con una nota histórica sobre los sistemas de *Lógica proposicional trivalentes* presentados por Lukasiewicz (1920) y Post (1921).

El capitulo sexto, "El método de cálculo de árboles analíticos", presenta el *cálculo de arboles semánticos* para *L3*. Obviamente son ampliadas las *reglas alfa* (α) y las *reglas beta* (β), para atender a la introducción de la nueva negación [la *fuerte*]. En este sentido se tienen reglas para la *negación fuerte* y *débil* de la *conjunción*, *disyunción* y *condicional*; y también para las diversas combinaciones admisibles y no redundantes entre la *negación fuerte* y la *débil*. El total de reglas se extiende a diecisiete (17), esto sin usar la notación de *fórmulas marcadas*. El capítulo cuenta a su vez con una traducción de un comentario en extenso (6.2), reproducido de *Die Dreiwertige Logik der* Srapeche (1978) de Ulrich Bau, sobre la relación entre los valores veritativos de *L* y los de *L3*.

El séptimo capítulo recibe el nombre de "*Lm*: lógica modal". La *Lógica proposicional modal* es una extensión de la *Lógica proposicional clásica* que cuenta con dos nuevos símbolos lógicos, los *operadores modales*: □ [con el que podemos dar cuenta de que una proposición es necesaria: □ X] y ◊ [con el que podemos dar cuenta de que una proposición es posible: ◊X]. Con la adición de estos dos nuevos operadores, el alfabeto de *Lm* cuenta con 25 elementos. La presentación de la sintaxis de *Lm* coincide con la de *L*, a excepción de los casos en donde se debe incluir una cláusula en las definiciones recursivas para recoger los casos de □ y ◊. Así pues, se ven modificadas las definiciones de *fórmulas bien formada* (o *expresión bien formada*), *grado lógico*, *conectiva principal*, *subfórmula* y el *lema de descomposición única*.

El capitulo número ocho, titulado "Semántica de *Lm*", introduce todo lo referente al apartado semántico de la *Lógica modal*. El capítulo comienza con una especie de comentario intuitivo sobre las *modalidades* y las formas en que los *operadores modales* afectan *los valores de verdad* de las fórmulas. Para dotar de una semántica apropiada a la *lógica modal*, el autor recurre a definir, en el apartado 8.1, las *estructuras de Kripke E*=$\langle W, R\rangle$, donde W es un conjunto de *mundos posibles* y *R* es una relación binaria definida en W llamada *relación de accesibilidad*. Los elementos de W se denotan w_i; si w_2 es accesible desde w_1, lo denotamos por w_1 *R* w_2. A partir de las *estructuras de Kripke* se pasa a definir la noción de *modelo de Kripe* M=$\langle W, R, v\rangle$, donde v es una *función de asignación*, de tal forma que dada una fórmula de *Lm** se le asigna el conjunto de mundos posibles donde dicha fórmula es verdadera. En las siguientes secciones (8.2, 8.3 y 8.4) el autor muestra cómo se pueden interdefinir los *operadores modales*, se introducen los conceptos semánticos relevantes [*fórmula satisfacible*, *fórmula verdadera en un mundo posible*, *fórmula válida en un modelo*, *fórmula válida en una clase de modelos*, *conjunto satisfacible de fórmulas*, *fórmulas equivalente* y *consecuencia lógica*]; y se enumeran algunas leyes de la *Lm*. El último apartado (8.5) de este capítulo presenta los diagramas de nodos para representar los conceptos semánticos de *Lm*.

En el noveno capítulo, "Un cálculo de árboles analíticos para *Lm*", el profesor Benítez nos presenta la "mecánica modal" de las *tablas semánticas* (9.1). Luego, en la sección 9.2, se nos presentan tres cálculos, todos ellos contienen las *reglas alfa* y *beta* ya conocidas para *L*, además de las siguientes: (1) Cálculo *K*. (K.1) Regla $\Diamond_K$: Es lícito pasar, aplicando antes la regla *, de ◊X a X, (K.2) Regla ¬□: Es lícito pasar, aplicando antes la regla *, de ¬□X a ¬X; (2) Cálculo *T*. (T.1) Regla $\neg\Diamond_T$: Es lícito pasar de ¬◊X a ¬X, (T.2) Regla $\Box_T$: Es lícito pasar de □X a X, (T.3) Regla $\Diamond_T$: Es lícito pasar, aplicando antes la regla *, de ◊X a X, (T.4) Regla $\neg\Box_T$: Es lícito pasar, aplicando antes la regla *, de ¬□X a ¬X; (3) Cálculo *S4*. (S4.1) Regla $\neg\Diamond_{S4}$: Es lícito pasar de

¬◊X a ¬X, (S4.2) Regla $\square_{S4}$: Es lícito pasar de □X a X, (S4.3) Regla $\lozenge_{S4}$: Es lícito pasar, aplicando antes la regla **, de ◊X a X, (S4.4) Regla $\neg\square_{S4}$: Es lícito pasar, aplicando antes la regla **, de ¬□A a ¬A [La regla * es una regla de modificación de rama que dice: Sustituir □X por X, ¬◊X por ¬X y borrar todas las otras fórmulas a excepción de X o ¬X, luego aplíquese la regla que convenga. La regla ** es una regla de modificación de rama que dice: Borrar todas las fórmulas a excepción de las que tengan forma □A y ¬◊A, luego aplíquese la regla que convenga]. El capítulo culmina con una sección de ejemplos.

En el décimo capítulo se presenta a la *Lógica proposicional intuicionista*, de ahí el nombre del capítulo "*Li*: Lógica intuicionistas". La sintaxis de *Li* coincide con la de *L*, lo único que cambiará será la interpretación. El capítulo es realmente rico por los tres primeros apartados. En el primer apartado (10.1) se nos presentan dos citas de Platón, la primera de *República 510c1-511b2* y la segunda de *Parménides 132b3-132c8*, en las dos se aborda la naturaleza y propiedades de los objetos matemáticos. El autor recurre a estas citas pues ahí se puede rastrear las raíces de lo que hoy se llama *Platonismo en matemática*. En el siguiente apartado (10.2), se comenta la concepción del *Intuicionismo* siguiendo a Arendt Heyting en su *Intuitionism: An Introduciton* (1971, 3ra ed.) y a Michael Dummett en *Elements of intuiitionism* (2000), y se ofrecen dos ejemplos de pruebas de teoremas que van contra dicha concepción por su carácter no constructivo, estos son: (1) Teorema: Hay soluciones de la ecuación $x^y = z$, donde x e y son irracionales y z es racional y (2) Proposición XX del libro IX de los *Elementos* de Euclides: Existen más números primeros que cualquier cantidad propuesta de números primos. Luego (10.3), se nos presenta la idea de la *Lógica intuicionista* como un subsistema de la *Lógica clásica*.

El capítulo número once, "Semántica de *Li*", empieza (11.1) definiendo la noción de *estructura intuicionista* $E_{IN} = \langle K, R\rangle$, donde K es un conjunto no vacío cuyos elementos, k_i, son *estados de conocimiento* de un matemático y R es una relación binaria reflexiva, antisimétrica y transitiva en K que permite ordenar parcialmente los conocimientos del matemático en una serie. A partir de la noción de *estructura intuicionista* se pasa a definir el concepto de *modelo intuicionista* $M_{IN} = \langle K, R, v\rangle$, donde v es una *función binaria* $v(X, k_i)$ *que tiene por rango el conjunto {V,F} [donde X es una fórmula de Li*] y* $v(X, k_i)$ cumple con la siguiente condición: Si k_n y k_m son elementos de K, $v(X, k_n) = V$ *y* $k_n R k_m$, entonces $v(X, k_m) = V$, *por lo que* k_n *y* k_m son elementos de *v(X).* Luego, en las secciones 11.2, 11.3 y 11.4, se definen todas las nociones semánticas correspondientes y relevantes *de Li* y finalmente se presenta los diagramas de nodos para representar los conceptos semánticos de *Li*.

En el último capítulo, el número doce, titulado "Un cálculo de árboles analíticos para *Li*", el autor nos introduce al método deductivo de *tablas semánticas* para *Li*. En esta ocasión se decanta por volver a usar una notación uniforme de fórmulas marcadas. Antes de presentarnos la "mecánica intuicionista" de los arboles analíticos en la sección 12.3, el Profesor Benítez expone las reglas para el cálculo de *Li* (12.2). Las reglas sobre la verdad de la conjunción, la falsedad de la disyunción, la verdad de la negación, la falsedad de la conjunción, la verdad de la disyunción y la verdad del condicional se mantienen como en el caso del *cálculo de arboles analíticos* para *L*. Las reglas que se modifican son, la falsedad del condicional y la falsedad de la negación, pues para aplicárselas se debe operar primero con una regla de modificación de rama. La parte dedicada a explicar la "mecánica intuicionista" de los *árboles analíticos* cuenta con algunos ejemplos.

El libro culmina con dos apéndices que podrían funcionar perfectamente para ser impartidos durante cursos universitarios de pregrado de *Historia de la lógica*, Filosofía *de la lógica* o algún seminario de investigación que pase revista a la relación entre la lógica y la filosofía. El primer apéndice, de 26 páginas de extensión, desarrolla el tópico de la *implicación lógica megárico-estoica*. El apéndice tiene una evidente clave histórica pero no es la única perspectiva que nos ofrece, por el contrario, junto con el análisis histórico del tema se ofrece un análisis formal de lo que los estoicos y megáricos entendieron por *proposición*, *modalidades*, *condicionales* y *deducción*. En el segundo apéndice, de unas 19 páginas, se desarrolla la *Metafísica* de Leibniz. El recorrido comienza con la noción de *proposición*, sigue con el *dualismo lógico de la sustancia* [*sustancia* como *predicado* y *sustancia* como *sujeto*], el tema del *dinamismo* y la *mónada*, y culmina con el concepto de *mundo*, concepto que resulta de peso para articular una historia de la *semántica de mundos posibles*.

La exposición de todos los sistemas lógicos en *Lógicas no clásicas. Una introducción* es sistemática, elegante, clara y accesible. El libro viene a llenar una ausencia entre los textos introductorios de las *lógicas no-clásicas*. Por lo general, los textos abordan y trabajan una única *lógica no-clásica* de manera formal o consideran varias *lógicas no-clásicas,* pero desde la perspectiva filosófica [problemas como las *implicaciones del cambio de interpretación de las conectivas*, *extensión vs. rivalidad*, pluralismo *lógico*, la *logicidad*, el *apriorismo en lógica*, etc.] sin poner mucha atención a las cuestiones formales [*sintaxis*, *semántica* y *cálculo*]. No es el caso del profesor Benítez, quien decide sacrificar la reflexión filosófica en pro de introducir un buen número de *lógicas no-clásicas proposicionales* de manera rigurosa. Sin embargo, debemos señalar que nos hubiese parecido conveniente, para una obra de esta naturaleza, agregar un apartado de ejercicios propuestos, un apartado dedicado a recomendar bibliografía para profundizar en el estudio meta-teórico de las lógicas presentadas y un índice de contenido que le permita al lector ubicar de forma rápida ciertas nociones y términos, pero ello en nada perjudica la grandiosa obra que nos está ofrecido el profesor Benítez. Es por ello que podemos afirmar sin titubeo, que todo estudioso de habla hispana que quiera empezar sus estudios sobre *L3*, *Lm* y *Li*, debe consultar primero, de manera íntegra, la obra que aquí estamos reseñando.