Sabine Knabenschuch de Porta *

Intuición y construcción

En torno a la filosofía de la matemática kantiana**

Resumen

En vista de que toda filosofía matemática contemporánea maneja elementos de la teoría kantiana, interesa determinar la «magia» peculiar de ésta.

Según Kant, la matemática se distingue de las demás vías cognoscitivas por basarse en la intuición pura, por proceder mediante la construcción de conceptos, y por proporcionar juicios apodícticamente ciertos respecto al mundo fenoménico; evidenciándose así como ciencia pura auténtica.

Consiguientemente, el especial «poder» de esta teoría radica en la idea de que la matemática se fundamenta en la captación de la única «conditio sine qua non» del contacto entre el ser humano y el mundo.

Abstract

Considering the fact that any contemporary mathematical philosophy deals with elements of the Kantian theory, it is of interest to determine the latter's peculiar «magic».

According to Kant, mathematics differ from any other way of cognition by resting upon pure intuition, by proceeding through the construction of concepts, and by providing apodictically certain judgments about the phenomenical world; thus proving to be an authentic pure science.

Consequently the special «power» of this theory stems from the idea that the foundation of mathematics consists in conceiving the only «conditio sine qua non» of the contact between human beings and the world.

---

* Escuela de Filosofía. Universidad del Zulia.

** Texto ganador del IV Premio a la Investigación Filosófica «Federico Riu» 1995, categoría: ensayo corto.

I. Introducción: tratando de tocar fondo

Indudablemente, sigue vivo el fantasma del **juicio sintético a priori intuitivo.** Un fantasma que —como tal— nunca ha dejado de asombrar por su persistencia, ni de desconcertar por su carácter escurridizo. Y, como si fuera poco, su área de actuación es justamente un ámbito ya en sí harto polémico: el ámbito del juicio matemático. De hecho, desde que el erudito de Königsberg publicara su *Crítica de la razón pura*, no ha habido teoría filosófica acerca de la matemática que no haya partido de la doctrina de Kant. Sea en concordancia —plena o parcial—, sea en oposición —generalmente parcial— a sus afirmaciones básicas, todos, llámense logicistas, formalistas o intuicionistas/constructivistas, desde sus respectivos fundadores hasta sus más recientes representantes, se sintieron obligados a construir sus teorías alrededor de ella. El fantasma tiene, evidentemente, un poder especial. Pero, ¿cuál es este poder? ¿En qué consiste la magia de la concepción kantiana?

Esta es justamente la inquietud que originó las presentes líneas: la pregunta por el «secreto» de la filosofía de la matemática de Immanuel Kant, debido al cual por lo menos una de sus ideas clave sigue tan poderosamente viva —a través de los tiempos y a pesar de unas cuantas «revoluciones» en las ciencias matemáticas mismas[1]. En este sentido, nuestro trabajo se centrará en la búsqueda de tal «secreto» mediante una revisión de los mismos textos de Kant, dejando la evaluación de las filosofías de la matemática post-kantianas para un estudio posterior. Pues por el momento no se trata sino de intentar «tocar fondo» y hallar el supuesto tesoro metamatemático en las profundidades del pensamiento kantiano.

Pero basta de giros poéticos. Es evidente que nuestra tarea nos impone buscar los datos pertinentes, no solamente en las «obras principales», sino en el mayor número posible de textos kantianos, especialmente por no existir ningún escrito dedicado *específicamente* a la matemática.

---

1 La «revolución» más dramática para la doctrina kantiana se produjo, sin lugar a dudas, en el campo de la geometría, con el desarrollo sucesivo de varias geometrías no-euclidianas; y sin embargo, parece que las ideas fundamentales de Kant han logrado sobrevivir también esta batalla. Cfr. al respecto la notable exposición de Cassirer, en *El problema del conocimiento*, IV [pp. 36-51].

Mucho lamento al respecto no tener acceso a las secciones II-IV de la prestigiosa **Akademieausgabe** (las que abarcan la publicación de las correspondencias, manuscritos y conferencias de Kant). Pero teniendo a mano una reproducción de la primera sección de dicha edición[2] —la que incluye todos los textos publicados bajo la supervisión del mismo Kant— creo que así disponemos ya de un «corpus» lo suficientemente amplio para formarnos una idea bastante completa del pensamiento kantiano acerca de la matemática.

En concreto, nuestro análisis se centrará principalmente en las consideraciones que sobre el tema se exponen en los siguientes textos: *Untersuchung über die Deutlichkeit der Grundsätze der natürlicher Theologie und der Moral* (Estudio sobre la claridad de los principios de la teología natural y de la moral) [DG], *De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis* (De la forma y de los principios del mundo sensible e inteligible) [MS], *Kritik der reinen Vernunft* (Crítica de la razón pura) [RV], *Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik* (Prolegómenos a toda futura metafísica) [PM], *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaften* (Primeros principios metafísicos de las ciencias naturales) [MA], *Über eine Entdeckung, nach der alle neue Kritik der reinen Vernuft durch eine ältere entbehrlich gemacht werden soll* (Sobre un descrubrimiento según el cual se pretende prescindir de toda nueva crítica de la razón pura a favor de otra anterior) [ÜE], *Von einem neuerdings erhobenen vornehmen Ton in der Philosophie* (De cierto tono distinguido, dado últimamente en la filosofía) [VT], *Logik* (Lógica) [LO], *Welches sind die wirklichen Fortschritte, die die Metaphysik seit Leibnitzens und Wolf's Zeiten in Deutschland gemacht hat?* (¿Cuáles son los verdaderos progresos que ha hecho la metafísica en Alemania desde los tiempos de Leibniz y Wolff?) [FM].

Secundariamente, también se tomarán en cuenta ciertas anotacio-

2 Cfr. bibliografía, edición W. de Gruyter. Revisando paralelamente la edición Suhrkamp, tropecé con algunas anotaciones acerca de la matemática en un texto que no aparece en aquélla (pues en la **Akademieausgabe** pertenece a la sección «manuscritos»); dada su pertinencia, lo incluí en mi material de trabajo (cfr. bibliografía). Por lo demás he preferido utilizar la edición W. de Gruyter, ya que ésta (siendo una reproducción exacta de la respectiva sección de la **Akademieausgabe**) parece ser, de todas las ediciones actualmente accesibles, la que más fielmente reproduce los textos originales, incluyendo las particularidades ortográficas del alemán del siglo XVIII.

nes encontradas en: *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte* (Ideas acerca de la verdadera determinación de las fuerzas vivas) [LK], *Neuer Lehrbegriff der Bewegung und Ruhe* (Un nuevo concepto de movimiento y reposo) [BR], *Versuch einiger Betrachtungen über den Optimismus* (Algunas consideraciones sobre el optimismo) [BO], *Versuch den Begriff der negativen Größen in die Weltweisheit einzuführen* (Ensayo acerca de la introducción de las cuantidades negativas en la filosofía) [NG], *Träume eines Geistersehers, erläutert durch Träume der Metaphysik* (Sueños de un visionario, elucidados mediante sueños de la metafísica) [TG], *Kritik der praktischen Vernunft* (Crítica de la razón práctica) [PV], *Kritik der Urteilskraft* (Crítica del juicio) [UK], *Die Metaphysik der Sitten* (Metafísica de las costumbres) [SI], *Anthropologie in pragmatischer Hinsicht* (Antropología desde el punto de vista pragmático) [AP], *Pädagogik* (Pedagogía) [PÄ][3].

Con respecto a la traducción de las citas originales, cabe recordar que es altamente difícil reproducir el lenguaje de Kant en otro idioma, hasta tal punto que en muchas oportunidades resulta ser prácticamente indispensable, o utilizar una traducción «libre», remitiendo adicionalmente a la significación literal, o, si se traduce el texto original «al pie de la letra», agregar algunas explicaciones al respecto. En el presente trabajo optaré en varias ocasiones por una de estas dos soluciones, a pesar de que ello podría dificultar un poco la lectura. En todo caso quiero subrayar que me declaro responsable de todas las traducciones que aparecerán en este estudio[4].

Ahora bien, los pasos en nuestra búsqueda de los pilares del pensamiento de Kant acerca de la matemática serán los siguientes: En el capítulo II trataré de resumir brevemente aquellas ideas principales de la filosofía kantiana que resultan ser fundamentales dentro del marco de nuestra temática. A partir de allí, presentaré en el tercer capítulo su teoría

---

3 Para la identificación de las citas que se aducirán en el presente estudio, se utilizarán las respectivas siglas tal como aparecen aquí. Con respecto a los datos bibliográficos completos, cfr. bibliografía.

4 Con respecto a las citas de la *Crítica de la razón pura*, tuve la oportunidad de comparar mi traducción con la que presenta la edición Losada, ^{8}1976 (Trad.: José del Perojo, Rev.: Ansgar Klein); las posibles discrepancias se señalarán en cada caso.

de la matemática tal como se manifiesta en los distintos textos. Y así espero poder dar en el último capítulo una respuesta a nuestra pregunta acerca de cuál es, en definitiva, el «arma secreta» de la concepción kantiana...

II. Algunas dicotomías kantianas

Este capítulo tiene una función recordativa, pues los conceptos aquí presentados pertenecen al grupo de aquellas ideas fundamentales que constituyen la base de toda la filosofía kantiana. Por otro lado, tiene también una función preparatoria, ya que trata de las concepciones que le sirven a Kant de instrumentos en su presentación de lo que él considera el status del juicio matemático. Como muchos grandes pensadores, Kant solía trabajar a menudo con dicotomías, artilugio que facilita las clasificaciones conceptuales según criterios comparativos. En este lugar, nos interesan cuatro de tales dicotomías: **análisis/síntesis**, **a priori/a posteriori**, **experiencia/intuición** y **fenómeno/nóumeno**.

La diferencia entre lo **analítico** y lo **sintético** ha preocupado a Kant desde muy temprano, y seguiría siendo uno de sus principales temas hasta sus últimos días[5]. En un inicio distingue de manera muy general dos vías para llegar a definiciones (en el sentido de certezas conceptuales): una, la sintética, que consiste en «*...la conexión arbitraria de los conceptos...*», y otra, la analítica, que realiza una «*...separación de aquel conocimiento que se ha aclarado mediante descomposición*» [DG, p. 276]. **Conexión** y **descomposición:** éstos son los términos clave. En el primer caso, la explicación antecede al concepto, y en el segundo, el concepto a la explicación. La consecuencia metodológica es obvia: mientras que una disciplina que opera sintéticamente *inicia* sus procedimientos con definiciones, dado que en ella «*...no tengo ningún concepto de mi objeto hasta tanto la definición lo dé...*», aquella otra que funciona mediante el análisis los iniciará inevitablemente con conceptos ya dados, quedando como tarea el descubrir en ellos lo «*...claro, detallado y explícito...*» [DG, p. 283]. Esta exposición más bien

5 Merece recordar al respecto que, en un principio, las inquietudes intelectuales del joven Kant se dirigían a las ciencias naturales, y que sólo a partir de allí se desarrolló paulatinamente su interés metacientífico y filosófico. Ahora bien, la dicotomía «análisis/síntesis» aparece ya en el mismo inicio de aquel viraje que se puede ubicar en los años 1763-64, es decir, aún antes de empezar el llamado «período crítico».

metodológica se convierte en una doctrina lógica de la predicación en la *Crítica de la razón pura*. En un juicio —dice Kant—, la relación entre sujeto y predicado puede ser de dos tipos: «*O el predicado B pertenece al sujeto A como algo contenido (ocultamente) en ese concepto A*[6]; *o B se encuentra totalmente fuera del concepto A*[7], *si bien se halla enlazado con él*» [RV-2, p. 33]. En el primer caso, se trata de un juicio analítico, y en el segundo, de un juicio sintético. Vemos que esta explicación, a pesar de la diferencia de enfoque, concuerda con la anteriormente dada: la predicación del juicio sintético realiza en última instancia una **conexión** conceptual, mientras que el predicado del juicio analítico es el resultado de una **descomposición**. En este orden de ideas, Kant propone también la alternativa terminológica de «*juicios extensivos*» (sintéticos) y «*juicios explicativos*» (analíticos) [RV-2, p. 33]. Ahora bien, los juicios que más le interesan epistemológicamente, son los sintéticos (dado que los analíticos no logran salir del ámbito de conceptos preconcebidos); y de éstos, a su vez, aquellos que logran la conexión conceptual sin ayuda de la experiencia. Con lo cual llegamos a nuestra segunda dicotomía.

Íntimamente relacionada con la diferenciación metodológico-lógica entre lo analítico y lo sintético hallamos en la obra de Kant otra, plenamente epistemológica, entre **a priori** y **a posteriori**[8]. La articulación explícita de ésta fue, sin embargo, relativamente tardía. Aunque debe haberse tratado de una concepción ya largamente madurada en el pensamiento kantiano, la considerable vaguedad de lo que inicialmente aparecía en sus textos como conocimiento puro (o intelectual) y conocimiento empírico (o sensorial) [cfr. p. ej.: MS, pp. 397 y ss.], no llega a ser aclarado sistemáticamente sino en la *Crítica de la razón pura* (y allí, curiosamente, en primer lugar). Partiendo de su célebre postulado: «*Aunque ciertamente todos nuestros conocimientos se inician con la experiencia, ello no implica, sin embargo, que todos procedan de la experiencia*»[9] [RV-2, p. 27], Kant plantea

6 Ed. Losada: «*...como algo contenido en él (de un modo tácito)...*» (t. I, p. 154).

7 Ed. Losada: «...o *B es completamente extraño al concepto A...*» (t. I, p. 154).

8 Una valiosa interpretación de estas dos dicotomías y de la relación entre ellas se halla en Carnap, *Fundamentación lógica de la física*, pp. 238-246.

9 Ed. Losada: «*Pero si es verdad que todos nuestros conocimientos comienzan con la experiencia, todos, sin embargo, no proceden de ella...*» (t. I, p. 147).

el interrogante acerca de la posibilidad de un conocimiento a priori, «...*independiente de la experiencia y hasta de todas las impresiones sensibles*»[10] [RV-2, p. 28]. No contento con esta explicación, puntualiza: En primer lugar, el conocimiento a posteriori es aquel que *solamente* es posible mediante la experiencia. En segundo lugar, hay conocimientos a priori «*no puros*» (si contienen algún concepto sólo derivable de la experiencia) y «*puros*» (que no contienen elemento empírico alguno). Los distintivos de tal conocimiento puro a priori son la **necesidad** y la **generalidad absoluta,** características de las que carece el conocimiento que, de alguna manera, dependa de la experiencia [RV-2, pp. 28-29]. Y finalmente, hasta tales conocimientos puros a priori, necesarios y de absoluta generalidad, reciben una subdivisión adicional: pueden ser conocimientos derivados de otros, igualmente necesarios y universales, o pueden ser conocimientos no derivados, y con ello, «*absolutamente a priori*» [RV-2, p. 29]. Así, Kant establece toda una jerarquía de conocimientos (juicios o conceptos): desde el conocimiento a posteriori, a través del conocimiento a priori impuro y el conocimiento a priori puro derivado, hasta el conocimiento «absolutamente a priori». Y cuanto más se sube en la jerarquía, más vivo se muestra el interés del gran crítico de Königsberg.

Ahora bien, si las indagaciones de Kant se dirigen en primer lugar hacia (la posibilidad de) los juicios sintéticos independientes de la experiencia (primera dicotomía) y hacia los conocimientos a priori puros (segunda dicotomía), entonces no le queda otra alternativa sino buscar una fuente de conexiones conceptuales que, sin separarse completamente del mundo (empírico), sea sin embargo una fuente independiente de éste, es decir, plenamente racional. Ahí tenemos la tercera dicotomía: **experiencia/intuición**[11]. Cronológicamente fue sin embargo la segunda, es decir, se halla ya definida con bastante claridad en los textos de Kant [cfr. p. ej.:

10 Ed. Losada: «...*y también de toda impresión sensible*» (t. I, p. 147).

11 Una breve observación acerca del término «*Anschauung*»: Literalmente significa «contemplación», pues se deriva de «*schauen*» (mirar, observar) y «*an*schauen» (mirar atentamente, contemplar). Admito que la traducción más conveniente es la usualmente empleada, mediante el término «intuición». Pero al mismo tiempo merece subrayar que Kant *no* utiliza el término «*Intuition*» (totalmente aceptable en alemán, sea del siglo XVIII o del XX), probablemente para evitar la connotación —no deseada— de «inspiración» que este préstamo adquirió en el proceso de asimilación al alemán (una

MS, pp. 397 y ss.] antes de que sucediera lo mismo con la dicotomía «a priori/a posteriori». No me parece demasiado apresurado, entonces, conjeturar que fuese justamente la elaboración conceptual de la idea de «intuición», la que proporcionó a Kant el instrumental necesario para terminar de conceptualizar su «a priori». En su primera exposición sistemática de lo que entiende por «intuición», Kant la opone a la sensibilidad exterior e interior (la que permite captar los objetos tal como nos aparecen ante nuestros sentidos), como «*...aquello que, no afectando los sentidos, sólo contiene una forma singular de la sensibilidad...*» [MS, p. 397]. Subraya al respecto de tal intuición, a pesar de ser pura (es decir, vacía de sensaciones), no es un concepto «intelectual» (o sea, lógico): «... la intuición (humana) pura no es ningún concepto general o lógico **bajo el cual**, sino uno singular **en el cual** se piensa todo lo sensible...». [MS, p. 397] Hasta aquí, la diferencia entre experiencia e intuición parece, aun con estas explicaciones muy poco detalladas, bastantes clara; y por ello no deja de sorprender que más adelante, en el mismo texto, se hable de una «*intuición sensorial*» frente a la «*intuición pura*» [MS, p. 410]. La paradoja se resuelve, sin embargo, en escritos posteriores. «Intuición» es, no lo olvidemos, «contemplación» (*Anschauung*)[12], y de hecho hay dos maneras de «contemplar» (*anschauen*) un objeto: cuando nos es dado el objeto mismo en cuanto **materia** a través de los sentidos (a posteriori), en la «intuición sensorial» (o empírica); o cuando nos es dada, en vez del objeto, la **forma** de tal «intuición sensorial» mediante la razón (a priori). Este último es el caso de la «intuición pura» [PM, pp. 283-284]. Lo importante aquí —subraya Kant— es que la intuición pura *fundamenta* la empírica, en el sentido de que «*...no es otra cosa sino la mera forma de la sensibilidad, la que antecede a la aparición real de los objetos...*» [PM, p. 284].

De la justificación de tal intuición pura, a priori, anterior a la experiencia (es decir, a la «aparición» de los objetos) y sin embargo enlazada con ésta por captar precisamente su forma, se encarga la cuarta

---

connotación sin embargo etimológicamente no fundamentada, lo que explica por qué Kant *sí* usa el término «*intuitus*» en sus textos latinos). Pues bien, seguiré utilizando aquí tanto el sustantivo «intuición» como el verbo «intuir», pero en los casos en que me parezca necesario, me permitiré insistir en la connotación esencial del término original.

12 Cfr. nota 11.

dicotomía entre **fenómeno** y **nóumeno**[13]. De hecho, ésta es la base última de toda la filosofía kantiana (y, dicho sea de paso, de todas las filosofías fenomenológicas surgidas posteriormente), y hay que suponer que Kant haya venido elaborando los respectivos conceptos desde el inicio de su preocupación filosófica. En efecto, los expone ya con mucha claridad en los mismos textos en que empieza a perfilarse su idea de la intuición. «*Todo lo que se relaciona con nuestros sentidos como objeto, es un fenómeno...*» [MS, p. 397] —nos dice Kant— «*...pero un nóumeno como tal no puede ser concebido mediante representaciones extraídas de sensaciones...*» [MS, p. 396]. El **fenómeno** es entonces —tal como se expone en los textos posteriores— la «aparición» (*Erscheinung*) de las cosas, es la manera en que se nos presentan ante los sentidos, y es por ende lo único que permite la «contemplación» (*Anschauung*). El *nóumeno*, sin relación alguna con nuestros sentidos, no puede ser «contemplado»; se escapa de nuestra esfera de conocimiento. En consecuencia, «**objeto**» es para Kant siempre **objeto de conocimiento** hecho posible debido a la facultad de la sensación; es decir, es **fenómeno** [RV-2, pp. 202 y ss.]. Y sin embargo —subraya— tal concepción no equivale a una doctrina idealista. Los objetos no son «fabricados» por el sujeto (con lo cual existirían *solamente* como ideas de seres pensantes); más bien «*...nos son dadas cosas como objetos de nuestros sentidos que se hallan fuera de nosotros, pero de lo que sean en sí no sabemos nada, conociendo solamente sus apariciones, es decir, las ideas que hacen surgir en nosotros cuando afectan nuestros sentidos*» [PM, p. 289]. Lo que es producto de la razón, es entonces la **forma** bajo la cual percibimos las

13 También estos términos merecen un comentario especial. A pesar de usar en sus textos latinos desde un principio los términos «*phaenomenon*» y «*noumenon*», al escribir en alemán, Kant prefiere hablar de «*Erscheinung*» (lit.: aparición) y «*Ding an sich*» (cosa-en-sí). Hallamos los préstamos grecolatinos por primera vez en la segunda parte de la *Crítica de la razón pura* [RV-2, p. 202 y ss.], y ni siquiera con esto se marca una introducción definitiva de ellos: en lo sucesivo (en el mismo texto y en los posteriores), Kant vuelve a las expresiones originales siempre que lo considere conveniente. El motivo es obvio: el término alemán «*Erscheinung*» (aparición) y el verbo correspondiente «*erscheinen*» (aparecer) evidencian ya lingüísticamente la clara distinción de los respectivos conceptos frente a las significaciones de los términos «*Schein*» (apariencia) y «*scheinen*» (parecer). Debido a ello, aludiré en el presente estudio a las expresiones originales siempre que resulte oportuno para aclarar las argumentaciones kantianas.

cosas, y no las cosas mismas; y esta forma, siendo el único acceso a las cosas del cual disponemos, es justamente lo que condiciona la posibilidad de los objetos de conocimiento. De ello se deriva algo de suma importancia: son objetivas (en este sentido), no solamente las intuiciones sensibles, sino también las intuiciones puras, pues también ellas, como conocimiento de la forma de la sensibilidad, se dirigen exclusivamente al mundo fenoménico, por ser precisamente esta forma la condición de posibilidad de la percepción. Y esto último justifica, finalmente, la aserción de que *existe* la «intuición pura», es decir, la «contemplación» anterior a la «aparición».

Con ello se cierra el círculo de las dicotomías kantianas, hasta donde conciernen a nuestra temática especial. Lo que le interesa en última instancia a Kant, es la **certeza en el conocimiento del mundo**. Tal conocimiento tiene que ser necesariamente conectivo, es decir, **sintético** (pues el análisis nunca logra sino descomponer conceptos ya dados, y por ello sólo puede tener una función cognoscitiva auxiliar). Por otro lado, tiene que ser puro, o sea, **a priori** (pues el conocimiento empírico, a posteriori, depende de los sentidos y, como tal, no puede llevar a certezas). Además, debe ser «contemplación», es decir, conocimiento **intuitivo** (pues de lo contrario habría perdido el enlace con el mundo que se pretende conocer). Y, finalmente, debe dirigirse al mundo de las cosas tal como nos «aparecen» debido a la facultad de la sensación, o sea, al mundo de los **fenómenos** (pues sólo así el conocimiento puede ser objetivo).

III. Kant y la matemática

Llama poderosamente la atención la manera en que se presenta la matemática a través de los textos kantianos. Sabemos que no es, de modo alguno, su tema principal, sino que su interés se centra, inicialmente en las ciencias naturales, y después en las distintas disciplinas filosóficas (especialmente la metafísica); y sin embargo encontramos consideraciones sobre la matemática en la mayor parte de sus publicaciones, desde su primer escrito (presentado el 22 de abril de 1747, día en que el autor cumple 23 años) [LK] hasta los últimos. Aparte de este aspecto «frecuencial» hay otro, de aún mayor importancia: siempre que habla de la matemática, Kant la aduce como el conocimiento por excelencia (¡epistemológicamente, no como método!) que sirve de fuente de certezas, no sólo como disciplina, en las indagaciones que le son propias, sino también como objeto de estudios epistemológicos (o, si se quiere, metacientíficos) en torno a la pregunta —tan fundamental en Kant— acerca de las potencialidades de la razón humana en cuanto instrumento de conocimiento objetivo. Es evidente que Kant está totalmente convencido de que la matemática dispone de todo aquello que, al final del capítulo anterior, enumeramos como características necesarias de un conocimiento (humano) auténtico: su cognición es **sintética, a priori, intuitiva** y dirigida al mundo **fenoménico**. Veamos cómo justifica tales atribuciones.

III.1. La intuición a priori: Espacio y Tiempo

La base de la matemática —dice Kant— es la **intuición** o «contemplación», pero no la intuición empírica, sino la intuición pura (a priori). La matemática parte, entonces, de la captación de la **forma** de la sensibilidad, siendo ésta un conocimiento **necesario** y **absolutamente general**.

Tal «forma» de la sensibilidad, procedente de la razón humana y sin embargo fundamento único y necesario de todo conocimiento objetivo, es —según Kant— doble; pues, así como disponemos de dos tipo de sentido (exterior e interior), así también hay dos formas que condicionan aquéllos: Espacio y Tiempo. Y lo explica: mediante el sentido externo nos presentamos[14] los objetos exteriores en el Espacio, mientras que las determinaciones interiores son presentadas, mediante el sentido interior, en relaciones de Tiempo. Pero ni el Espacio ni el Tiempo son conceptos empíricos (o sea, derivados de la experiencia), dado que la percepción de los objetos como ocupando distintos lugares ya *presupone* la idea o presentación (*Vorstellung*) del Espacio; y de manera análoga no habría percepción de simultaneidad o secuencia si no hubiese ya *anteriormente* la idea o presentación (*Vorstellung*) del Tiempo. Tampoco se trata de conceptos

14 Término original: «*vorstellen*»; la Ed. Losada suele traducir «representar». De hecho, la traducción de los verbos «*vor*stellen» (lit.: presentar) y «*darstellen*» (representar) es, en el caso de los textos kantianos, bastante discutible, pues en ocasiones parece como si el mismo autor no utilizara estos términos con demasiada precisión. Además, la acepción totalmente legítima —también en época de Kant— del sustantivo «*Vorstellung*» en el sentido de «idea» complica aún más el panorama. Prefiero, sin embargo, mantener las significaciones originales en todos los casos en que el contexto no lo impida claramente.

discursivos (o sea, universales lógicos), pues sólo podemos presentarnos (*vorstellen*) *un solo* Espacio y *un solo* Tiempo, perteneciendo toda multiplicidad única y exclusivamente a sus respectivas partes [RV-2, pp. 51-57]. Entonces, si no son conceptos empirícos ni discursivos, tienen que ser **intuitivos**; y si además *los dos* son indispensables como condiciones de la sensibilidad (el Espacio de la externa, el Tiempo inmediatamente de la interna y mediatamente de la externa [cfr. RV-2, p. 60]), «...*ambos, juntos*[15], *son formas puras de toda intuición sensible*...» [RV-2, p. 63], captables únicamente mediante la intuición pura. Y no sólo esto —recalca Kant—: también son las *únicas*, ya que «...*todos los demás conceptos que pertenecen a la sensibilidad, inclusive el del movimiento, el que une los dos, presuponen algo empirico*»[16] [RV-2, p. 64]. Esta misma idea se amplía más adelante: A fin de subrayar que solamente la *forma* de la sensibilidad —Espacio y Tiempo— puede ser conocida mediante intuiciones a priori, y que todo lo relativo a la *materia* de los fenómenos se presenta empíricamente, a posteriori, Kant enfatiza: «*El único concepto que presenta* ***a priori*** *este contenido empírico de los fenómenos, es el concepto de* ***cosa en general***...»[17], pero este concepto no puede proporcionar sino «...*la mera regla de síntesis de aquello que la percepción puede dar* ***a posteriori***, *y nunca la intuición del objeto real a priori*[18]...» [RV-2, p. 473].

Ahora bien, la exclusividad de Espacio y Tiempo como únicas formas de la intuición sensible, y consecuentemente la exclusividad de las intuiciones puras de estas formas como únicas intuiciones a priori posibles, resulta ser de suma importancia para la consideración de la matemática. Pues, si realmente la matemática se fundamenta *solamente* en tales intuiciones, y si se fundamenta en *ambas*, entonces: primero, proporciona **certezas** (pues su base es *siempre* un conocimiento necesario y absolutamente general); y segundo, proporciona certezas acerca de **todos los fenómenos** (pues su base es el único conocimiento necesario y absolutamente general con respecto al mundo fenoménico en su *totalidad*).

---

15 Ed. Losada: «*Tomados ambos juntamente Espacio y Tiempo*...» (t. I, p. 190).

16 Ed. Losada: «...*todos los otros conceptos, que pertenecen a la sensibilidad, aun el mismo de movimiento que reúne los dos anteriores, implican algo empírico*...» (t. I, p. 191).

17 Ed. Losada: «...*el concepto de cosa*...» (t. II, p. 328).

18 Ed. Losada «...*del objeto*...» (t. II, 328).

Pero, ¿es cierto que la matemática se basa en los conceptos de Espacio y Tiempo? Esta pregunta es, evidentemente, vital para la teoría kantiana (y, como sabemos, fundamental en gran parte de la respectiva polémica post-kantiana). Pero también es más compleja de lo que parece ser a primera vista, pues está conectada inseparablemente con otro interrogante cuyo planteamiento tiene que ir a la par con el intento de contestarla. Se trata de la pregunta por las *disciplinas* matemáticas: Por un lado, Kant habla de «**la**» forma de la sensibilidad, y por otro lado, de **dos** formas puras a priori (debido a la existencia de dos tipos de sentido); y lo que interesa es cómo se manifiesta —según Kant— tal conjunción de unicidad y duplicidad en la matemática. La respuesta parece ser, en principio, relativamente simple, pues a cada una de las formas se le podría «asignar» una de las principales disciplinas de la matemática: mientras que la **geometría** —podríamos decir— se fundamenta en la intuición pura del Espacio (pues trata de figuras), la **aritmética** (que se ocupa de números, o sea, entidades secuenciales) se basa en la del Tiempo; y por lo tanto la **matemática en general** parte de ambos.

Pero hay que admitir que la solución presentada por Kant no es tan sencilla. La única relación que define y describe con entera claridad es la relación entre la **geometría** y el concepto de Espacio (y de hecho largos párrafos de sus exposiciones sobre la matemática tratan exclusivamente de la geometría). Lo característico de las proposiciones de la geometría —nos dice— es que

> *...son válidas necesariamente para el Espacio y por ello también para todo lo que pueda encontrarse en el Espacio; pues el Espacio es precisamente la forma de todas las apariciones exteriores, y sólo bajo ella nos pueden ser dados los objetos sensibles. La sensibilidad, en cuya forma se fundamenta la geometría, es aquello en lo cual radica la posibilidad de las experiencias exteriores; por ende, éstas no pueden contener nunca nada distinto a lo que la geometría les prescribe* [PM, p. 287].

Hasta aquí —me parece— la argumentación es aceptable: Efectivamente, la geometría trata de conceptualizar la **figura**, es decir, los atributos y relaciones espaciales posibles[19]; y así como trata *solamente* del Espacio,

19 Sin querer entrar por el momento en discusión sobre este punto, quiero expresar sin embargo mi convicción de que la conceptualización de los atributos y relaciones espaciales tiene que ser, por definición, objeto de *toda* geometría, euclidiana o no-

también abarca en principio *todo* lo espacial, siempre y cuando aceptemos los presupuestos epistemológicos de Kant (el fenómeno como objeto de conocimiento).

Pero no encontramos ninguna exposición análogamente «definitiva» para la **aritmética**. Pues ésta, tratando de conceptualizar el **número** y las relaciones numéricas, se dirige a un objeto de estudio que surge —según Kant— también *inmediatamente*, pero *no exclusivamente* de la intuición pura. El concepto de número —nos dice ya en uno de sus primeros textos— es un concepto que

> *...en sí es... intelectual, pero cuya realización* in concreto *exige no obstante los conceptos auxiliares de Tiempo y Espacio (en la agregación sucesiva y en la colocación simultánea de varios* < = varias unidades>)... [MS, p. 397].

En textos posteriores, si bien queda eliminada la idea de una doble intuición —de Tiempo *y* Espacio— como fundamento de la aritmética, se mantiene sin embargo la idea de un fundamento de cierta manera compuesto:

> *La aritmética constituye ... sus conceptos numéricos mediante agregación sucesiva de las unidades en el Tiempo...* [PM, p. 283].

Esta versión, ya más convincente (mientras que la inclusión anterior del Espacio parece ser más bien el resultado de una pasajera confusión entre conceptos geométricos y aritméticos), le atribuye definitivamente a la aritmética una complejidad de fundamento que no se manifiesta en el caso de la geometría: mientras que la figura (el concepto geométrico) es, simple y llanamente, un concepto **del** Espacio (pues las relaciones entre figuras pertenecen a él, y solamente a él), el número (el concepto de la aritmética) es un concepto compuesto **desde el** o **en el** Tiempo (pues, aunque ciertamente se basa en la idea de «sucesión», necesita para su constitución

---

euclidiana. El decir que para la geometría no-euclidiana el espacio «no sea necesario» [cfr. Gainza, «Algunas ideas sobre la matemática en Kant», p. 129] me parece por ello una excesiva simplificación, pues se trata de una diferencia que respecta, no a la finalidades conceptuales, sino a los *medios* utilizados para cumplir con tales finalidades [cfr. también nota 1].

20 El **álgebra** [cfr. el siguiente capítulo] es en este sentido una continuación de la aritmética, pues su concepto principal de «variable» (cuantidad indeterminada) es, a su vez, derivado mediante abstracción del concepto de «número» (cuantidad determinada) [cfr. al respecto p. ej.: RV-2, p. 471].

la noción adicional de «agregación»)[20].

Ahora bien, a pesar de esta diferencia en cuanto a la complejidad de los conceptos básicos de geometría y aritmética, no podemos negar que la aserción kantiana —de que tales conceptos surgen inmediatamente de las dos intuiciones puras de Espacio y Tiempo— logra mantenerse; con lo cual la **matemática en general**[21] parece recibir realmente (toda o gran parte de) su solidez del hecho de que sus disciplinas principales, en su conjunto, se fundamentan en las únicas intuiciones a priori posibles para la razón humana[22]:

> *...la matemática pura...* <es> *...el instrumento de todo conocimiento intuitivo y distinto; y como sus objetos no son solamente principios formales de toda intuición sino, ellos mismos,* ***intuiciones originarias,*** *nos ofrece un conocimiento absolutamente verdadero y, al mismo tiempo, un ejemplo de suprema evidencia dentro del marco de otros* <conocimientos> [MS, pp. 397-398].

III.2. La síntesis: construcción de conceptos

No obstante tales resultados alentadores, debe quedar bien claro que

---

21 Un poco desconcertante resulta ser dentro de este marco la inclusión, en algunos textos kantianos, de la «**mecánica pura**» en el campo de la matemática pura [cfr. MS, p. 397 y PM, p. 283]. Ciertamente la mecánica pura necesita —tal como lo afirma Kant— la intuición del Tiempo para la constitución de sus conceptos [cfr. ibid.]. Pero, en primer lugar, es evidente que también necesita la intuición del Espacio (pues trata del movimiento); y en segundo lugar, pertenece —según el mismo Kant— a la «ciencia natural pura» [cfr. MA, pp. 477 y ss. y 536 y ss.]. La única explicación de la mencionada inclusión en el campo de la matemática pura parece ser que Kant se basara al respecto en su idea de que debe haber una «parte pura» de las ciencias naturales, consistiendo en conocimientos metafísicos (como conocimiento puro desde meros conceptos) *y* matemáticos (como conocimiento puro basado en la construcción de conceptos) [cfr. p. ej.: MA, p. 469]. Pero es evidente que, tratándose en tal «ciencia natural pura» principalmente de un análisis del concepto de «materia», los instrumentos de la «parte matemática» no son sino los de aritmética y geometría; y si se trata de la aplicación de tales instrumentos, la mecánica —por pura que sea— no es una disciplina de la matemática pura, sino un caso de *aplicación* de la matemática.

22 Tanto los formalistas (a partir de Hilbert) como los intuicionistas o constructivistas (a partir de Brouwer, quien a su vez se basa en Poincaré) aceptan en principio la idea de la intuición a priori. Pero mientras que el intuicionismo puede ser entendido como una verdadera continuación de los planteamientos kantianos, los formalistas entienden por «intuición» una creación mental que surge sin conexión alguna con el mundo fenoménico [cfr. también nota 38].

hasta ahora no hemos hablado sino de la *base* de la matemática. Pero la base no lo es todo, y falta por ver en qué consiste, según Kant, el *procedimiento* —epistemológicamente hablando— de la matemática, es decir, *cómo* se llega a partir de las intuiciones puras de Espacio y Tiempo a conocimientos verdaderos. Pues la intuición en sí es —aunque indispensable cuando se pretende llegar a certezas— sólo receptiva, y para conocer auténticamente se precisa, además, la *actividad* del **entendimiento**[23]. Ahora bien, el «entendimiento» (*Verstand*) es la facultad del pensar, y como tal abarca genéricamente los conceptos, los juicios y los razonamientos[24]. Y como los razonamientos (o argumentaciones) son por definición estructuras lógicas regidas por reglas analíticas —sin importar de qué ciencia, disciplina o conocimiento se trate—, lo que nos interesa aquí es el modo de constitución de los *juicios* y *conceptos* matemáticos.

Los juicios de la matemática —dice Kant— son **sintéticos** o «extensivos», es decir, realizan conexiones conceptuales. El *análisis* de conceptos, si bien se da en oportunidades en la matemática, no es constitutivo de ella, sino que consiste en una explicación adicional (generalmente de carácter filosófico) que no afecta en nada los procedimientos de la matemática misma. Pues aun en esos casos —dice Kant— el matemático «*...maneja semejante concepto como **dado** según su presentación clara y general...*», y las explicaciones analíticas «*...no surgen de la matemática, sino que sólo son utilizadas en ella*» [DG, p. 278]. El concepto propiamente matemático es, por ende, producto de la definición, y no viceversa; y la consecuencia de ello con respecto al *lenguaje* consiste en que «*...en la*

23 De hecho, Kant subraya reiteradamente la necesidad de *ambas* instancias. «*Pensamientos sin contenido son vacíos; intuiciones sin conceptos son ciegas*» —enfatiza al respecto—, pues sólo de la *unión* entre entendimiento y sensibilidad (como intuición empírica o intuición pura) puede surgir conocimiento [RV-2, p. 75].

24 A este respecto cabe una aclaratoria terminológica: El término «entendimiento» (*Verstand*) es utilizado en los textos kantianos de dos maneras, una genérica y otra específica. Genéricamente, abarca todo lo que pertenece al *intelecto* (la facultad inteligible) frente a la *sensibilidad* (la facultad sensible) [cfr. p. ej.: RV-2, pp. 5-10, 75 y ss., 85 y ss.]. Específicamente, «entendimiento» (*Verstand*) designa aquella parte de la facultad inteligible que se encarga de constituir los *conceptos*; frente a la «capacidad de juzgar» (*Urteilskraft*) responsable de la elaboración de los *juicios*, y la «razón» (*Vernunft*) cuyo ámbito es el del *razonamiento* [cfr. p. ej.: RV-2, p. 130].

matemática las significaciones de los signos son seguras, porque estamos completamente conscientes de cuáles son las que hemos decidido darles» [DG, p. 284].

Estas consideraciones, expresadas ya en los textos «precríticos», vuelven a aparecer en el período de la «crítica» kantiana; pero ahora con la insistencia adicional en la diferencia fundamental entre matemática y lógica[25]: Los juicios de la matemática —dice Kant— son todos sintéticos, y no derivables del principio lógico de contradicción. El que sus *razonamientos* se *rijan* por tal principio es sencillamente una regla exigida por la naturaleza de toda certeza apodíctica, pero no significa que sus *postulados surjan* de él. Pues —continúa—, aunque ciertamente una proposición matemática (así como toda proposición sintética), puede ser considerada según el principio de contradicción, «*...ello nunca es posible dentro de ella misma, sino sólo presuponiendo otra proposición sintética de la cual pueda ser derivada*»[26] [RV-2, p. 36]. Y aduce ejemplos tanto geométricos como aritméticos:

> *El que la línea recta entre dos puntos sea la más corta, es una proposición sintética. Pues mi concepto de lo recto no contiene nada referente a la cuantidad, sino solamente una cualidad. El concepto de lo más corto es, entonces, completamente añadido y no puede obtenerse mediante descomposición del concepto de línea recta* [27][RV-2, p. 38].
> *Se podría ... creer a primera vista que la proposición 7+5=12 sea una proposición analítica que proceda del concepto de una suma de siete y cinco según el principio de contradicción. Pero ... el concepto de doce no es, de modo alguno, pensado por sólo pensar la unión de siete y cinco, y por mucho que descomponga mi concepto de tal posible suma, nunca encontraré en él el doce*[28] [RV-2, p. 37].

---

25 Es evidente que éste es el punto atacado por las corrientes logicistas a partir de Frege, según las cuales la matemática (o por lo menos la aritmética) es derivable de principios exclusivamente lógicos.

26 Ed. Losada: «*...esto no es posible dentro de ella misma, sino suponiendo otra proposición sintética de la que pueda resultar la contradicción*» (t. I, p. 157). La segunda parte de esta traducción («*...de la que pueda resultar la contradicción...*») se basa evidentemente en una interpretación equivocada.

27 Ed. Losada: «*Es una proposición sintética que la línea recta entre dos puntos es la más corta, porque mi concepto de recto no contiene nada que sea cantidad, sino sólo cualidad. El concepto de más corta* <sic> *es completamente añadido y no puede provenir en modo alguno de la descomposición del concepto de línea recta.*» (t. I, p. 158).

28 Ed. Losada: «*Se podría ... creer a primera vista que la proposición 7+5=12 es puramente analítica, que procede, según el principio de contradicción, del concepto de una suma de siete*

Aceptando, entonces, el carácter sintético de las proposiciones matemáticas, debemos recordar ahora que —según lo que hemos visto acerca de la base de la matemática— tal síntesis se efectuará exclusivamente a partir de, o mejor dicho, *en* las intuiciones puras de las formas de la sensibilidad; con lo cual los juicios matemáticos son —evidentemente— al mismo tiempo **sintéticos** y **a priori**. Y un juicio sintético a priori que parte directamente de la **intuición pura** y por ende establece una conexión **necesaria**, es —según Kant— un juicio que **construye** un concepto.

Pues bien, es esta noción de «**construcción**» la que ahora merece nuestra atención especial[29]. Su fundamento es —como acertadamente señala Raggio— una de las ideas básicas de la epistemología kantiana, según la cual «... para conocer debemos generar previamente por medio de una síntesis específica un dominio homogéneo de objetos, que proporciona la materia y el *término ad quem* de toda actividad teórica»[30].

Semejante «síntesis constituyente del dominio de objetos»[31]puede efectuarse de dos maneras: mediante la ayuda de la facultad sensible o solamente mediante la facultad inteligible. En el segundo caso la síntesis es *pura* [RV-2, p. 91]. Ciertamente, la síntesis en sí no es sino una especie de instancia que «recoge» elementos cognoscitivos y los une en un cierto contenido, de manera que sólo en una segunda instancia, la instancia de la

---

y cinco. Pero ... el concepto de doce no es en modo alguno percibido por sólo pensar la unión de cinco y siete, y puedo descomponer todo mi concepto de esa suma tanto como quiera, sin que por eso encuentre el número doce» (t. I, p. 157).

29 Está totalmente en lo cierto Raggio [«La filosofía matemática de Kant», pp. 7-9] cuando subraya la importancia del elemento «constructivo» en la filosofía de la matemática kantiana (pues éste —como veremos— es efectivamente el rasgo específico de la matemática frente a todas las demás disciplinas). Sin embargo, su insistencia en considerar por ello la diferenciación entre análisis y síntesis como una diferenciación solo «periférica» y la idea del «juicio sintético a priori» sólo secundaria dentro del marco de la teoría matemática de Kant, no deja de parecer un poco exagerada. Pues, si bien es verdad que Kant admite también «juicios sintéticos a priori» no «constructivos» (y a esto —supongo— se refire Raggio en última instancia), no debe olvidarse que el juicio matemático como «juicio sintético a priori *intuitivo*» (y *por tanto* constructivo) es el juicio sintético a priori *por excelencia.* Me parece, en consecuencia, que no sería justificado restarle importancia a ese concepto.

30 Raggio, loc. cit., p. 8.

31 Ibid.

conceptualización, se constituye propiamente el dominio de objetos de conocimiento. Pero por mucho que sea siempre el entendimiento el que actúa en esta segunda fase (sin importar mediante cuál facultad se hayan reunido los elementos), hay que subrayar que —según Kant— sólo es pura aquella síntesis que se haya efectuado *exclusivamente* a priori [RV-2, p. 91].

Si además la **síntesis pura** parte de la **intuición pura**, Kant la llama «**construcción**»:

> *Construimos conceptos cuando los representamos en la intuición* a priori, *sin la experiencia; o cuando representamos aquel objeto en la intuición que* < = el cual > *corresponde al concepto que de él tenemos* [LO, p. 23].
> *...construir un concepto quiere decir: representar a priori la intuición que le corresponde*[32][RV-2, p. 469].

De aquí podemos derivar varias importantes conclusiones. Primero, la definición dada en la *Lógica* indica que también la construcción misma —según la concibe Kant— tiene de cierta manera dos instancias: una que hace *surgir* el concepto mismo, y otra que permite *utilizar* el concepto ya constituido. Segundo, se evidencia (a partir de ambas definiciones) el motivo por el cual la matemática trata principalmente —en lo que a elementos constitutivos se refiere— de *cuantidades*, y no de cualidades: tal motivo —dice el mismo Kant— consiste en el hecho de que «*...las cuantidades pueden ser construidas en la intuición* a priori, *mientras que las cualidades no pueden ser representadas en la intuición*» [LO, p. 23], a no ser que se representen *junto con* la cuantidad, como en la geometría [cfr. RV-2, p. 473]. Y tercero, se aclara una de las afirmaciones tal vez más enigmáticas de Kant, de que el conocimiento filosófico «*...considera lo particular sólo en lo general...*»[33], y el conocimiento matemático «*...lo general en lo particular, y aun en lo singular...*» [RV-2, p. 469]. Pero este último punto exige algunas explicaciones adicionales:

En la *Crítica de la razón pura*, Kant compara la matemática, ya no con la tan vehementemente atacada «filosofía tradicional», sino con la «filosofía transcendental» que él quiere desarrollar. Ambas —dice— traba-

---

32 Ed. Losada: «*...construir un concepto significa exponer a priori la intuición que le corresponde...*» (t. II, p. 324).

33 Ed. Losada: «*...contempla solamente lo particular en lo universal...*» (t. II, p. 324).

jan con conceptos a priori. Pero el concepto matemático contiene ya en sí una intuición a priori y por lo tanto puede ser **construido**; mientras que el concepto filosófico contiene solamente «...*la síntesis de intuiciones posibles que no son dadas a priori*» [RV-2, p. 473], debido a lo cual, «...*aunque es verdad que por medio de él puede juzgarse sintéticamente y a priori*[34], *ello sólo puede hacerse* ***discursivamente****, según conceptos, y nunca intuitivamente por medio de la construcción del concepto*» [RV-2, p. 473; el subrayado es mío]. Ahora bien, ello significa que la filosofía, que parte discursivamente de conceptos, siempre llegará a conceptos *generales* que supuestamente cubren las características de los *individuos* (= fenómenos), por lo cual dependerá siempre en última instancia de la verificación empírica. La matemática, en cambio, construye sus conceptos dentro de la intuición no empírica (pero sí fenoménica) la cual «...*en tanto intuición, es un objeto* ***singular****; y que sin embargo, como construcción de un concepto... debe expresar, en la presentación, validez* ***general*** *para* [35]*todas las posibles intuiciones que pertenezcan a ese mismo concepto...*» [RV-2, p. 469; el segundo subrayado es mío]. En este sentido, entonces, Kant había declarado 23 años antes: «*La matemática considera ... lo general bajo el signo* in concreto, *la filosofía lo general mediante los signos* in abstracto» [DG, p. 278].

Todo ello resulta ser —así al menos me parece— bastante convincente tanto para la geometría (construcción intuitiva de figuras) como para la aritmética (construcción intuitiva de números), pues en ambas la «contemplación» intuitiva es claramente singular; pero será conveniente añadir unas pocas palabras sobre el caso especial del **álgebra**. Siendo ésta una especie de continuación —mediante *abstracción*— de la aritmética, se

34 Merece destacar en este lugar que —de acuerdo a todas las demás exposiciones kantianas— tales juicios sintéticos a priori que son solamente *discursivos* deben considerarse de cierta manera «inauténticos», dado que se dirigen a «...*cosas* < =la cosa> *en general, cuya intuición no puede darse a priori...*» [RV-2, p. 473; Ed. Losada (equivocadamente): «...*cosas cuya intuición no puede darse a priori...*» (t. II, p. 328)]. Pues debido a ello sólo pueden proporcionar —aparte de principios de verificación— *principios* de construcción, pero no efectuar la construcción conceptual misma. Carecen, por ende, del enlace con el mundo fenoménico que —según el mismo Kant— es indispensable para llegar a *certezas apodícticas.*

35 Ed. Losada: «...*en tanto intuición, es un objeto* ***individual*** *y, no obstante, como construcción de un concepto... debe expresar en la representación la validez universal para...*» (t. II, p. 324).

podría tal vez argumentar que en este caso, si bien hay una construcción, no hay ninguna contemplación «in concreto». Sin embargo, Kant nos guarda al respecto una de sus andandas argumentativas:

> *...la matemática no se limita a construir cuantos (*quanta*)... sino también la mera cuantidad (*quantitatem*), como en el álgebra, donde abstrae totalmente de la cualidad del objeto que se pretende pensar según ese concepto de cuantidad. Elige entonces cierta denominación para todas las construcciones de cuantidades en general (números) tales como la adición ... etc.; y, después de haber denominado también el concepto general de las cuantidades según las distintas condiciones de éstas, representa en la intuición, según ciertas reglas generales, todo procedimiento que se produce y modifica mediante la cuantidad...; y llega así, mediante una construcción simbólica ... hasta donde el conocimiento discursivo, mediante meros conceptos, nunca podría llegar»*[36] [RV-2, p. 471].

Creo que mejor no se puede presentar el hecho de que el álgebra, a pesar de su alto grado de abstracción, es sin embargo capaz de presentar intuiciones, «a priori» e «in concreto» —es decir, de construir sus conceptos—, colocando simplemente el *símbolo* (como matasigno) en el foco de la «contemplación»[37].

Entonces, la matemática en su totalidad es —según Kant (y creo que ésta es una de las partes más convincentes de toda su filosofía)— **constructiva**, lo que equivale a decir que todos sus juicios son **juicios sintéticos a priori *intuitivos*.** Más aún; la matemática es la *única* disciplina que presenta esta característica, y Kant lo subraya más de una vez: «*El*

---

36 Ed. Losada: «*...la matemática no se limita a construir magnitudes (*quanta*) ... sino también la mera cantidad (*quantitas*), como en el álgebra, donde prescinde totalmente de la cualidad del objeto que se pretende pensar según ese concepto de cantidad. Elige entonces cierta denominación para todas las construcciones de magnitudes (números, como suma, ... etc.) ..., y, después de haber designado también el concepto universal de magnitudes según las distintas proporciones de las mismas, expone en la intuición, según ciertas reglas universales, todo procedimiento que se produce y modifica mediante la magnitud ... y, en consecuencia, mediante una construcción simbólica llega ... hasta donde no podría llegar nunca mediante meros conceptos el conocimiento discursivo*» (t. II, p. 326). Cabe añadir (con respecto a ambas traducciones) que Kant no usa el término **Álgebra**, sino que habla de *Buchstabenrechnung* (lit.: cálculo mediante letras).

37 Creo que esta explicación es al mismo tiempo un eficiente argumento para refutar a aquellos que rechazan la idea de la «intuición» kantiana sencillamente por manejar un concepto demasiado estrecho de la misma [cfr. p. ej.: Hahn, «La crisis de la intuición»].

conocimiento racional puro ... que basa su conocimiento únicamente en la ***construcción*** *de los conceptos mediante la representación del objeto en una intuición a priori,* ***se llama matemática***» [MA, p. 469; el segundo subrayado es mío]. Y si finalmente recordamos que la construcción es una conexión *necesaria*[38] de conceptos (por basarse precisamente en un conocimiento «absolutamente a priori», necesario y absolutamente universal), y que consecuentemente los respectivos juicios proporcionan una *certeza apodíctica*, entonces podemos concluir con Kant que no hay ciencia si no hay matemática[39]:

> *En una disciplina de las ciencias naturales*[40] *sólo puede hallarse ciencia* ***propiamente*** *dicha en cuanto se halla en ella matemática* [MA, p. 470].
> *A la parte teórico-dogmática de la metafísica pertenece también ... la filosofía pura sobre los objetos sensoriales, la del sentido exterior... y la del sentido interior... En ambas sólo puede haber ciencia en cuanto se puede aplicar en ellas la matemática, es decir, la construcción de los conceptos...* [FM, p. 621].

Por ello Kant, durante toda su actividad filosófica, busca convertir también la filosofía (y específicamente la metafísica) en una «ciencia» según el modelo de la matemática; no en el sentido de imitar su método (lo que sería imposible), sino *aplicándola* «*... en aquellas partes en que se trata del conocimiento de las cuantidades ...*» [DG, p. 283], o, más general, aprovechando la inmediatez apodíctica de sus construcciones en la intuición pura.

---

38 Este aspecto de la *necesidad* es el que diferencia fundamentalmente la corriente formalista de la doctrina kantiana; por lo demás, comparten un considerable número de ideas (por ejemplo la convicción de que el concepto matemático es producto de la definición). Así, encontramos también en las teorías formalistas la noción de «construcción», pero en el sentido de una *creación* cuyo único criterio de convalidación es el de validez [cfr. también nota 22]. Fuera del campo del formalismo, la idea de la «creación» en la matemática ha llevado en ocasiones hasta el extremo de considerar ésta un «arte», un «...producto de la libre imaginación creadora ...» [Sullivan, «Las matemáticas como arte», p. 410].

39 Reconozco que éste sería el momento apropiado para dedicarnos a las posibilidades de la *aplicación* de la matemática; sin embargo, dado el propósito del presente trabajo (que se refiere a la matemática en sí, es decir, a la matemática pura) dejaré también esta parte (igual que la evaluación de las teorías post-kantianas) para un ensayo posterior [con respecto a la aplicación de la matemática según Kant, cfr. p. ej.: Gainza, loc. cit.].

40 Lit.: «*En toda doctrina especial de la naturaleza...*».

Pues —según dice Kant— la particular «dignidad» de la matemática, de ese «coloso» que tenemos delante como «... *prueba de la realidad del conocimiento ampliado exclusivamente mediante la razón pura...*» [FM, p. 665], consiste justamente en «servir de guía a la razón»[41]; tanto en el conocimiento de la naturaleza, como —y sobre todo— en aquel conocimiento que intenta alejarse de lo empírico [RV-2, p. 323].

IV. Una cita final: «la esencia de la cosa consiste en la forma»

Pues bien, nos resta tratar de contestar nuestra pregunta inicial acerca del «poder» de la teoría de la matemática kantiana. Vimos que una confrontación del conocimiento matemático con las demás vías cognoscitivas —las de la lógica, de las ciencias fácticas, de la filosofía de las ciencias y de la filosofía pura— arrojaría (según Kant) como único distintivo *exclusivo* de la matemática (es decir, como aquel que la diferencia de *todas* las restantes disciplinas) el factor de la **intuición pura** de las formas de la sensibilidad que (siempre según Kant) la convierte en la única «ciencia pura» auténtica. Si hay, entonces, algún aspecto «mágico» en esta teoría, debe encontrarse aquí. Veamos.

Ciertamente, la idea de la «intuición pura» (una herencia en muchos aspectos platónica dentro del pensamiento occidental y sin embargo en última instancia anti-platónica)[42], ha suscitado, desde Kant hasta nuestros días, muy distintas reacciones entre los que se han dedicado al tema del status del juicio matemático. Unos la han aceptado, aunque partiendo (por lo menos en una primera fase) de una concepción más bien *psicológica*, entendiendo la intuición como *«inspiración»* inconsciente[43]. Otros, a pesar de aprobarla en principio, la consideran una idea sólo secundaria y *ad hoc*, dándole importancia únicamente a la noción de *construcción*[44]. Algunos

41 Ni siquiera las bellas artes se escapan, en este sentido, del alcance de la matemática. Por ejemplo en la música —dice Kant—, la matemática (como estructuración de la armonía musical) no es, ciertamente, más que la «conditio sine qua non» en lo que respecta al «movimiento del ánimo»; pero constituye, sin embargo, la base para el *juicio* estético [UK, p. 329].

42 Cfr. al respecto Bernays, *El platonismo en matemática.*

43 Cfr. p. ej.: Poincaré, «Invención matemática», p. 439.

44 Cfr. p. ej.: Raggio, loc. cit., p. 11.

creen tener que rechazarla por haberse dado cuenta de que en ocasiones la intuición no puede *«seguir»* los complicados *procesos* de la matemática[45]. También los hay que efectivamente la rechazan, aunque no por principio, en cuanto a su existencia, sino más bien con referencia a la *certeza* apodíctica a la cual según Kant conlleva; y ello por dudar de tal certeza en lo que concierne a los *resultados* de las derivaciones matemáticas[46]. Y finalmente los hay que simplemente no la consideran; no tanto por negarla expresamente, sino por interesarse exclusivamente en los elementos *lógicos* dentro de los *procedimientos* matemáticos[47]. Pero lo curioso es que, hasta el día de hoy, nadie ha logrado refutarla; y de hecho tampoco nadie lo ha intentado seria y explícitamente. ¿Se trata, entonces, de una especie de «constante» en el pensamiento filosófico metamatemático?

También desde otro ángulo llegamos a un supuesto similar: Llama la atención el que, de las tres grandes corrientes post-kantianas acerca de la fundamentación matemática (logicismo, formalismo e intuicionismo/constructivismo), sólo quede, hoy por hoy, una sola que aún no ha sido refutada por la matemática misma: el intuicionismo o constructivismo[48]. También ello da que pensar. ¿Será ésta la única vía para solucionar el problema del status cognoscitivo de la matemática?

Sin querer contestar tales preguntas por el momento, sí me parece oportuno señalar lo siguiente: podemos ciertamente polemizar acerca de los aspectos psicológicos del origen de la intuición pura, y acerca de los factores lógicos dentro de los procesos que parten de ella; podemos someter a discusión la supuesta «infalibilidad» de los productos intelectuales obtenidos a partir de la intuición pura; y tambien podemos ponderar la primacía conceptual de la construcción sobre la intuición o viceversa; pero me parece que *no podemos negar* la intuición pura en cuanto *fundamento* del pensamiento matemático.

---

45 Cfr. p. ej.: Hahn, loc. cit., p. 351.

46 Cfr. p. ej.: Mises, «Postulados matemáticos y entendimiento», p. 119.

47 Cfr. p. ej.: Russell, «Los metafísicos y las matemáticas», p. 379.

48 Cfr. respecto la excelente exposición de Davis y Hersh en *The Mathematical Experience*, pp. 318-411. Nótese que con tales resultados se da una curiosa inversión de lo que los logicistas, en su época, creían poder afirmar categóricamente: que los avances matemáticos habían «invalidado» la filosofía metamatemática de Kant [cfr. p. ej.: Russell, «Atomismo lógico»].

Creo que los mismos textos de Kant nos han dado el instrumental para justificar semejante aserción. Primero: Una *geometría*, sea cual sea el sistema que utilice (aun hasta el punto de prescindir, en su constitución y procedimientos, de todo elemento cualitativo), siempre tratará en última instancia de conceptualizar lo *espacial*; y cualquier *aritmética*, por muy abstracta que se torne (lo que incluye, tanto su continuación en el campo algebraico, como los sistemas metamatemáticos formalizados), siempre continuará girando alrededor de las ideas de sucesión y simultaneidad, que son instancias *temporales*. Segundo: El origen de las nociones de Espacio y Tiempo *no* puede ser *completamente ajeno* a la conciencia humana, porque aquello que captamos en el Espacio y en el Tiempo pertenece siempre a un «mundo» (natural y/o artificial) que, o no «se nos da» tal como «es», o del cual nunca podemos saber con certeza si «es» tal como «se nos da» (pues nuestro único acceso a él son los sentidos, comprobadamente falibles). *Tampoco* puede tratarse de un origen de carácter *exclusivamente subjetivo*, dado que ambas nociones manifiestan su pertinencia en la totalidad de nuestras captaciones de elementos físicos y psíquicos, es decir del «mundo». Tercero: Son nociones *necesarias*, ya que, precisamente por mostrarse como pertinentes en *toda* captación del mundo, se revelan como «conditio sine qua non» de esa misma captación, o sea, de cualquier contacto con el mundo. Cuarto: También son las *únicas* nociones necesarias, es decir, constituyen la única «conditio sine qua non» del contacto con el mundo, pues no hay otra noción *sin la que no podamos percibir*; por lo cual todas las demás se originan *dentro* o *a partir* de aquéllas. Entonces, quinto, concluimos: **La matemática se fundamenta en la captación de la única «conditio sine qua non» del contacto entre el ser humano y el mundo**. Kant diría: «La matemática parte de la intuición pura».

Como vemos, todo es en última instancia cuestión de términos. Lo que en lo anterior he llamado con tanta insistencia **«conditio sine qua non»**, no es otra cosa sino la **«forma»** kantiana. Y tal vez ayude este préstamo latino a entender a cabalidad, tanto la intención de Kant, como la asombrosa verdad que entraña su filosofía. «*En la forma consiste la esencia de la cosa...*» —escribe, encontrándose ya en la cumbre de su vida filosófica— «*...en cuanto se pretende conocer ésta* < = la esencia> *mediante la razón.... En tales formas se fundamenta la posibilidad de todo conocimiento* *sintético a priori...*» [VT, p. 404]. Y —podemos continuar— si la forma que se conoce no es simplemente la forma de lo empírico (como en las ciencias fácticas puras) ni la forma de lo que regula el contacto con lo empírico (como en la filosofía pura), sino la *forma del mismo contacto con lo empírico* (es decir, su condición de *posibilidad*), entonces efectivamente la matemática, como «*doctrina formal de la intuición pura...*» [VT, p. 404] es la *ciencia por excelencia.*

Mucho queda aún por decir. En el presente estudio no hemos llegado sino hasta la identificación —así al menos creo— de la «varita mágica» de Kant como filósofo de la matemática: es la noción de la intuición pura como fundamento de la matemática. Futuras reflexiones mostrarán qué podemos hacer con ella. Sabemos que se trata de una noción que, si bien resulta ser convincente en sí, se torna sin embargo altamente polémica en lo que concierne a algunas de sus consecuencias; siendo, indudablemente, su aspecto más controversial el de la pretendida certeza apodíctica. Pero, el hecho de que no será fácil indagar con seriedad en esta dirección, no nos desanimará. ¡Si hasta el mismo mago de Königsberg admitió que filosofar acerca de la matemática es «*...ein schweres Geschäfte...*»[49]!

49 «*...una ardua tarea...*» [RV-2, p. 476; Ed. Losada: «*...difícil tarea...*» (t. II, p. 331)].

Bibliografía

I. Textos primarios

KANTS WERKE. AKADEMIE TEXTAUSGABE, 9 tomos, Ed.: Wilhelm Dilthey (1902), Walter der Gruyter & Co., Berlín, 1968; de allí:

- *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte* (1747), tomo I, pp. 1-182;
- *Neuer Lehrbegriff der Bewegung und Ruhe* (1758), tomo II, pp.13-26;
- *Versuch einiger Betrachtungen über den Optimismus* (1759), tomo II, pp. 27-36;
- *Versuch den Begriff der negativen Größen in die Weltweisheit einzuführen* (1763), tomo II, pp. 165-204;
- *Untersuchung über die Deutlichkeit der Grundsätze der natürlichen Theologie und der Moral* (1764), tomo II, 273-302;
- *Träume eines Geistersehers, erläutert durch Träume der Metaphysik* (1766), tomo II, pp. 315-384;
- *De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis* (1770), tomo II, pp. 385-420;
- *Kritik der reinen Vernunft*: primera edición (1781), tomo IV, pp.1-252; segunda edición (1787), tomo III, pp. 1-552;
- *Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik* (1783), tomo IV, pp. 253-384;
- *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaften* (1783), tomo IV, pp. 465-566;
- *Kritik der praktischen Vernunft* (1788), tomo V, pp. 1-164;
- *Kritik der Urteilskraft* (1790), tomo VI, pp. 165-486;
- *Über eine Entdeckung, nach der alle neue Kritik der reinen Vernunft durch eine ältere entbehrlich gemacht werden soll* (1790), tomo VIII, pp. 185-252;
- *Von einem neuerdings erhobenen vornehmen Ton in der Philosophie* (1796), tomo VIII, pp. 387-406;
- *Die Metaphysik der Sitten* (1797), tomo VI, pp. 203-494;
- *Anthropologie in pragmatischer Hinsicht* (1798), tomo VII, pp. 117-334;
- *Logik* (1800), tomo IX, pp. 1-150;
- *Pädagogik* (1803), tomo IX, pp. 437-500.

IMMANUEL KANT. WERKAUSGABE, 12 tomos, Ed.: Wilhelm Weischedel, Suhrkamp, Frankfurt/M., 1977; de allí:

- *Welches sind die wirklichen Fortschritte, die die Metaphysik seit Leibnitzens und Wolf's Zeiten in Deutschland gemacht hat?* (1791; publ. 1804), tomo VI, pp. 585-676.

II. Textos secundarios

BERNAYS, Paul: *El platonismo en matemática* (Tít. orig.: Sur le platonisme dans les mathématiques, 1934; Trad.: Vicenzo P. Lo Monaco y Benjamín Sánchez M.), UCV, Caracas, 1982.

CARNAP, Rudolf: «La superación de la metafísica mediante el análisis lógico del lenguaje», en: AYER, A.J. (Ed.), *El positivismo lógico* (Tít. orig.: Logical Positivism, 1959; Trad.: L. Aldama, U. Frisch, C. N. Molina, F. M. Torner, R. Ruiz Harrel), Fondo de Cultura Económica, México, [2]1981; pp. 66-87.

____________ *Fundamentación lógica de la física* (Tít. orig.: Philosophical Foundations of Physics, 1966; Trad.: Néstor Miguens), Ed. Sudamericana, Buenos Aires, 1969.

CASSIRER, Ernst: *El problema del conocimiento en la filosofía y en las ciencias modernas, IV: De la muerte de Hegel a nuestros días* (Tít. orig.: Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit, IV: Von Hegels Tod bis zur Gegenwart; 1932; Trad.: Wenceslao Roces), Fondo de Cultura Económica, México, [3]1979.

DAMPIER, William Cecil: *Historia de la ciencia y sus relaciones con la filosofía y la religión* (Tít. orig.: A History of Science and its Relation to Philosophy and Religion, 1929; Trad.: Cecilio Sánchez Gil), Tecnos, Madrid, 1972.

DAVIS, Philip J. y HERSH, Reuben: *The Mathematical Experience*, Houghton Mifflin Company, Boston, 1980.

GAINZA ROS, José L.: «Algunas ideas sobre la matemática en Kant», en: *Revista de Filosofía*, 6/7, LUZ, Maracaibo, 1984; pp. 127-140.

GASKING, Douglas: «La matemática y el mundo», en: NEWMAN, James R. (Ed.), *Sigma. El mundo de las matemáticas* (Tít. orig.: Sigma. The World of Mathematics; 1956; Trad.: Simon and Schuster Inc., Nueva York), Grijalbo, Barcelona, [2]1974; tomo 5, pp. 98-111.

HAHN, Hans: «La crisis de la intuición», en: *Sigma. El mundo de las matemáticas* (cfr. arriba); tomo 5, pp. 342-362.

____________ «Lógica, matemática y conocimiento de la naturaleza», en: *El positivismo lógico* (cfr. arriba); pp. 153-167.

HEMPEL, Carl: «La geometría y la ciencia empírica», en: *Sigma. El mundo de las matemáticas* (cfr. arriba); tomo 5, pp. 23-34.

____________ «Sobre la naturaleza de la verdad matemática», en: *Sigma. El mundo de las matemáticas* (cfr. arriba); tomo 5, pp. 7-22.

HULL, L. W. H.: *Historia y filosofía de la ciencia* (Tít. orig.: History and Philosophy of Science, 1958; Trad.: Manuel Sacristán), Ariel, Barcelona, [3]1973.

JOURDAIN, Philip E. B.: «La naturaleza de la matemática», en: *Sigma. El mundo de las matemáticas* (cfr. arriba); tomo 1, pp. 344-408.

KLINE, Morris: *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Oxford University Press, Nueva York, 1972.

LORENZO, Javier (de): «La matemática, ¿incompleta, aleatoria, experimental?», en: *Theoria, 1952 - 1992* (tomo A), año VII, N° 16-17-18 (número especial), San Sabastián, 1992; pp. 423-450.

MISES, Richard (von): «Los postulados matemáticos y el entendimiento humano», en: *Sigma. El mundo de las matemáticas* (cfr. arriba); tomo 5, pp. 112-142.

NEUMANN, John (von): «El matemático», en: *Sigma. El mundo de las matemáticas* (cfr. arriba); tomo 5, pp. 443-453.

PEIRCE, Charles Sanders: «La esencia de la matemática», en: *Sigma. El mundo de las matemáticas* (cfr. arriba); tomo 5, pp. 161-171.

POINCARÉ, Henri: «Invención matemática», en: *Sigma. El mundo de las matemáticas* (cfr. arriba); tomo 5, pp. 431-440.

RAGGIO, Andrés R.: «La filosofía matemática de Kant», en: *Manuscrito*, vol. II, N° 1, Universidade Estadal de Campinas, Campinas, 1978.

RUSSELL, Bertrand: «Atomismo lógico», en: *El positivismo lógico* (cfr. arriba); pp. 37-56.

—————————— «Los metafísicos y las matemáticas», en: *Sigma. El mundo de las matemáticas* (cfr. arriba); tomo 4, pp. 386-381.

SULLIVAN, John William Navin: «Las matemáticas como arte», en: *Sigma. El mundo de las matemáticas* (cfr. arriba); tomo 5, pp. 405-411.

SYLVESTER, James Joseph: «El estudio que no sabe nada de la observación», en: *Sigma. El mundo de las matemáticas* (cfr. arriba); tomo 5, pp. 147-154.

WAISMANN, Friedrich: «Mi perspectiva de la filosofía», en: *El positivismo lógico* (cfr. arriba); pp. 349-385.

WEYL, Hermann: «El modo matemático de pensar», en: *Sigma. El mundo de las matemáticas* (cfr. arriba); tomo 5, pp. 220-237.

WHITEHEAD, Alfred North: «La matemática como elemento en la historia del pensamiento», en: *Sigma. El mundo de las matemáticas* (cfr. arriba); tomo 1, pp. 325-338.