Intuición y ecthesis: la exégesis de Jaakko Hintikka sobre el conocimiento matemático en la doctrina kantiana

*María Carolina Álvarez Puerta**

Resumen

Hintikka considera que la "Deducción trascendental" incluye la búsqueda del papel que cumplen los conceptos en el esfuerzo que significan las actividades humanas de adquisición del conocimiento; así afirma que los principios que gobiernan las actividades humanas del conocer pueden ser reglas objetivas que pueden llegar a ser condiciones trascendentales de la experiencia y no condiciones contingentes producto de la naturaleza de los agentes humanos involucrados en el conocer. En su opinión, la intuición tal como es usada por Kant no se debe entenderse de forma tradicional, es decir, como productora de imágenes mentales, sino más bien como aquello que en la mente representa a un individuo. Para sustentar esta interpretación se remite a las lecciones de lógica kantianas, a la individualidad espacio-tiempo y a las tesis, presentadas en el ensayo premiado del año 1764, que caracterizan el método matemático por el uso de representantes particulares de conceptos generales. Así, su exégesis considera que las concepciones kantianas de la "Doctrina del método" no son concepciones posteriores, como se interpretan tradicionalmente, sino concepciones anteriores a la elaboración de la "Estética trascendental". El presente artículo reconstruye parte de sus argumentos que a la postre igualarán a la intuición kantiana con la ecthesis euclidiana.

Palabras claves: ecthesis, intuición, conocimiento matemático.

Intuition and ecthesis: the exegesis of Jaakko Hintikka on mathematical knowledge in kant's doctrine.

Abstract

Hintikka considers that the "Transcendental Deduction" includes finding the role that concepts in the effort is meant by human activities of acquiring knowledge; and it affirms that the principles governing human activities of knowledge can be objective rules that can become transcendental conditions of experience and no conditions contingent product of nature of human agents involved in the know. In his opinion, intuition as it is used by Kant not be understood in the traditional way, ie as producer of mental images, but rather as that which the mind represents an individual. To support this interpretation refers to the lessons of Kant´s Logics, to individuality space time and the thesis, submitted the winning essay in 1764, characterizing the mathematical method by the use of particular representatives of general concepts. Thus, his exegesis considers the Kantian conceptions of the "Doctrine of Method" not later conceptions, as

*Universidad Central de Venezuela.
Articulo recibido 15 de octubre de 2016 – Arbitrado 15 de noviembre de 2016

traditionally interpreted, but prior conceptions to the processing of "Transcendental Aesthetic". This article reconstructs some of their arguments that eventually will equal the Kantian intuition with the Euclidean ecthesis.

Keywords: Ecthesis, Intuition, Mathematical knowledge.

Dentro de la prolífica obra del filósofo y lógico Jaakko Hintikka encontramos trabajos de exégesis dedicados a autores de la talla de Aristóteles, Wittgenstein, Peirce y Kant. En el presente artículo exploraremos las tesis de Jaakko Hintikka sobre la filosofía kantiana de la matemática, sirva este trabajo como un pequeño homenaje al destacado pensador finés[1].

2.1 El conocimiento kantiano como actividad de búsqueda y encuentro

Hintikka en su artículo "Kant's Transcendental Method and his Theory of Mathematics"[2] se plantea un doble propósito. Por un lado, entender la naturaleza de las ideas kantianas del método trascendental, planteamiento que incluye el conocimiento trascendental y sus implicaciones, es decir, cuál es el objeto de este conocimiento. Y, por el otro, realizar un esbozo de lo que él considera es la verdadera estructura argumentativa de las concepciones kantianas sobre la matemática, su método, las concepciones espacio- temporales y las formas del sentido interno y externo. Este doble propósito se sustenta sobre el hecho de que para este autor las tesis de Kant sobre las matemáticas ofrecen un ejemplo de la aplicación del método trascendental[3].

Después de plantear sus objetivos Hintikka analiza el concepto "trascendental", exponiendo las diferencias que presenta en su primera formulación –primera edición (A) de la *Crítica de la razón pura*- con la otra elaborada por Kant en la segunda edición (B). Así en la formulación de la primera edición citada por Hintikka[4] se lee:

> Llamo trascendental todo conocimiento que se ocupa no tanto de objetos como de nuestros conceptos *a priori* de objetos en general[5]

[1] Este trabajo es un extracto del análisis que se recoge en: ÁLVAREZ, M.C., *Imaginación y conocimiento matemático en la "Crítica de la razón pura" de Immanuel Kant*, Tesis de Maestría no publicada, Universidad Central de Venezuela, 2009.

[2] HINTIKKA, J., "Kant's Transcendental Method and his Theory of Mathematics", *Kant´s Philosophy of Mathematics* Carl J. Posy (Ed), Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1992, pp. 341-359. Usaremos la versión en español que bajo el título: "El método trascendental de Kant y su teoría de la matemática" se publica en HINTIKKA, J., *El viaje filosófico más largo: De Aristóteles a Virginia Wolf*, Barcelona: Editorial Gedisa S.A., 1998, pp. 186-211

[3] HINTIKKA, J., *El viaje filosófico* …, cit., p. 186

[4] Las citas de Hintikka mencionadas se encuentran en: *Ibid*., p. 187

[5] En la versión usada por nosotros de la *Crítica* leemos: "no tanto de los objetos cuanto de nuestros conceptos *a priori* de los objetos en general". KANT, I., *Crítica de la razón pura*, Traductor Pedro Ribas, Madrid: Ediciones Alfaguara, S.A., sexta edición, 1988, A12 /B 25, nota 2, p. 58

Y en la segunda versión (B):

> Llamo trascendental todo conocimiento que se ocupa no tanto de objetos como de nuestro modo de conocerlos, en cuanto éste debe ser posible *a priori*.[6]

Trascendental es para Kant, en la primera versión, todo conocimiento que se ocupa de objetos, pero también de conceptos *a priori* de objetos en general, mientras en la segunda versión este conocimiento se ocupa también de los objetos como del modo en que llegamos a conocerlos y su posibilidad *a priori*. Sobre estas versiones del conocimiento trascendental Hintikka afirma que "estas definiciones o caracterizaciones parecen identificar el conocimiento trascendental pura y exclusivamente con el tipo de conocimiento propio de la epistemología general"[7].

Para comprender el propósito de estas tesis pasa al examen de las explicaciones kantianas en torno a la argumentación trascendental, dirigiéndose al texto que considera el argumento más importante: "La deducción trascendental". Allí Kant expone que entiende por deducción trascendental "la explicación del modo como esos conceptos *a priori* pueden referirse a objetos"[8]. Para Hintikka esta frase incluye la búsqueda del papel que cumplen los conceptos en el esfuerzo que significa las actividades humanas de adquisición del conocimiento[9]. Entonces el autor se pregunta cuáles son esos esfuerzos y esboza una posible respuesta con las siguientes frases:

> ¿Cuáles son esos "esfuerzos de nuestro poder de conocimiento" que Kant tiene en mente? Se obtiene una respuesta en B xviii. Allí Kant dice que "admitimos como método trasformado de pensamiento… que no conocemos *a priori* de las cosas más que lo que nosotros mismos ponemos en ellas." (*Crítica*, p. 15). En el mismo sentido Kant dice en B xiii que "la razón no conoce más que lo que ella misma produce según su bosquejo." (*Crítica*, p. 13). Por lo tanto, según Kant una deducción trascendental se ocupa esencialmente de las actividades a través de las cuales "ponemos algo en los objetos" y así "producimos" los objetos del conocimiento.[10]

---

[6] En la edición usada por nosotros de la *Crítica* se lee: "Llamo trascendental todo conocimiento que se ocupa, no tanto de los objetos, cuanto de nuestro modo de conocerlos, en cuanto que tal modo ha de ser posible *a priori*"*Ibid.*, A12 /B 25, p. 58.

[7] Ver: HINTIKKA, J., *El viaje filosófico…*, cit., p.187

[8] *Ibid.*, p. 188

[9] Hintikka escribe al respecto: "El <modo como esos conceptos…pueden referirse a objetos> incluye para Kant el papel que desempeñan en nuestras actividades de adquisición de conocimiento <los… esfuerzos que realiza nuestro poder de conocimiento>, tal como Kant lo fórmula en A 86/ B 118 (*Crítica*, p. 75)".*Ibid.*, p. 188

[10] *Ibidem*

En consecuencia, para Hintikka la deducción trascendental se ocupa de esas actividades que realizamos en el acto de adquirir conocimiento y que suponen el acto de "poner algo en los objetos" y de esa manera "producir" los objetos de conocimiento. Es de la opinión que la modificación de la noción de trascendental efectuada por Kant en la segunda edición de la *Crítica* se realiza con el fin de recalcar la idea de que el conocimiento es una actividad que requiere esfuerzo por parte del sujeto que conoce[11]. De esta manera, para una completa comprensión de lo que tiene Kant en mente cuando plantea su conocimiento trascendental, se debe realizar la lectura a la luz de su explicación de la "revolución copernicana"[12] que expone su "nuevo método de pensamiento"[13]. Afirma Hintikka:

> El "modo de nuestro conocimiento" del que habla Kant en la versión B tiene que ser concebido como una actividad por parte del cognoscente, no como un fenómeno natural, pues sólo mediante una actividad por nuestra propia parte (actuando *qua* ser humanos racionales) podemos crear o (en términos de propio Kant) "producir" un conocimiento *a priori* o "ponerlo en los objetos". Por lo tanto, la intensidad del término "trascendental" tal como lo usa Kant –o en toda su verdadera *Transzendental philosophie*- se debe en gran parte al hecho de que se emplea para señalar tanto el papel que desempeñan en nuestra total estructura de conocimiento las actividades humanas de búsqueda de dicho conocimiento, como su contribución a aquello con lo que éste tiene que ver, al menos su componente *a priori*. Aplicar el término "trascendental" a un estudio de los rasgos generales de nuestro propio sistema conceptual o a una "metafísica descriptiva" es así muy engañoso en la medida en que no se reconoce el papel de las actividades humanas reales en la constitución y conservación de nuestro sistema conceptual.[14]

Y bajo esta óptica, el conocimiento se nos aparece como una búsqueda, como una actividad del ser humano racional y no como un acto pasivo de espera por el conocimiento. La idea que considera la obtención del conocimiento como un acto pasivo es objetada por el autor, quien es de la opinión de que la relación entre el conocimiento sintético y la propia producción del

---

[11]El autor escribe: "Cabe suponer que Kant cambia la redacción de su caracterización del concepto de conocimiento trascendental en la segunda edición de la primera *Crítica* a fin de hacer lugar para este énfasis." *Ibid.*, p. 188

[12] Para la interpretación de Hintikka sobre la analogía kantiana de la revolución Copernican aver: HINTIKKA, J., "Kant´s 'New Method of Thought' and his Theory of Mathematics" en *Knowledge and the Know: Historical Perspectives in Epistemology*, Dordrecht/London/Boston-USA: Kluwer Academic Publishers, 1991, pp. 126-134

[13] Al respecto Hintikka escribe: "En suma, la caracterización que da Kant del conocimiento trascendental tiene que ser considerada de este modo en combinación con sus explicaciones de su <revolución copernicana>, i.e., con su <nuevo método de pensamiento> que según él se basa en esa comprensión de que la razón <debe adoptar como guía…de aquello que ella misma ha puesto en la naturaleza> (B xiv). En otras palabras, en el conocimiento trascendental nos ocupamos no tanto de nuestro conocimiento como un sistema estático o de nuestros propios conceptos tomados como herramientas inertes, como de nuestro modo de adquisición del conocimiento. Kant no sólo reconoce que tenemos que hacer algo para alcanzar el conocimiento que de hecho tenemos; va hasta el extremo idealista y da a entender que nuestro conocimiento sintético *a priori* tiene que ver en último análisis con aquello que nosotros mismos hemos producido."HINTIKKA, J., *El viaje filosófico…*, cit.,pp. 188-189

[14]*Ibid.*, p. 189

conocimiento ha sido oscurecida por algunos intérpretes que plantean que hacer una lectura que revalorice las actividades humanas en la búsqueda del conocimiento es transformar los argumentos kantianos en tesis que sólo tienen interés desde un perspectiva psicologista o antropológica. A estos planteamientos contra argumenta afirmando que los principios que gobiernan las actividades humanas del conocer pueden ser reglas objetivas “hasta el punto de que estas reglas pueden llegar a ser condiciones trascendentales de la experiencia”[15] y no condiciones contingentes producto de la naturaleza de los agentes humanos involucrados en el conocer. En opinión de Hintikka, en la analogía que hace Kant de sí mismo y Copérnico, algunos intérpretes pasan por alto la posibilidad de que las reglas que gobiernan las operaciones de la mente humana en los actos de búsqueda del conocimiento sean objetivas. Allí se ve claramente este problema, que resume al preguntarse: “¿Cómo pueden los objetos amoldarse a nuestros conceptos a menos que nosotros *intervengamos* de algún modo en ellos?”. El autor al respecto escribe:

> Y por supuesto, todo el sentido de la analogía de Kant consiste en destacar la importancia que tienen el hecho de que *nuestros* “movimientos”, i.e., nuestras actividades, constituyen las condiciones trascendentales de la experiencia (Véase B xvi-xvii) Por lo tanto, el error que estoy diagnosticando es profundamente antikantiano.[16]

Pero también adjudica errores en la interpretación a lo que él denomina falacia *pragmática*, que consiste en considerar que el estudio del uso del lenguaje está condicionado por factores peculiares de los usuarios del mismo. Hintikka describe esta falacia en el siguiente párrafo:

> Este error en la interpretación tiene una clara contraparte lingüística en la filosofía del siglo XX. A menudo se supone que todo estudio del *uso* del lenguaje, llamado *pragmática*, es meramente una parte de la psicología o de la sociología (o quizás de la antropología). Esto es engañoso porque deja por completo de lado la posibilidad de que el empleo del lenguaje esté gobernado por leyes que pueden ser estudiadas de manera objetiva en abstracción de las idiosincrasias de los usuarios individuales, de la misma manera que se estudia la sintaxis en abstracción de las peculiaridades grafológicas y ortográficas de los usuarios del lenguaje. Podría llamarse a esto la falacia de la pragmática como una ciencia empírica y la otra falacia que hemos encontrado es su contraparte trascendental.[17]

Planteamiento que tiene dos consecuencias: la primera deja de lado la consideración sobre las condiciones objetivas en el uso del lenguaje y la segunda que se entienda la pragmática como

---

[15]*Ibidem.*
[16]*Ibid.*, p. 190
[17]*Ibidem*

parte de la psicología, de la sociología o de la antropología. En cierta medida le adjudica esta falacia a Kant, ya que éste habla de las "condiciones subjetivas del conocer" y no de las condiciones de las actividades humanas de búsqueda del conocimiento. Aunque esto no es decisivo, se debe al "error aristotélico" que comete Kant[18]. Este error, que discutirá más tarde, proviene del supuesto kantiano de que sólo por medio de la percepción sensible se nos pueden dar objetos particulares[19].

En conclusión, el problema que pretende abordar en este artículo concierne al tipo de conocimiento que se maneja en los textos kantianos y a la respuesta por la pregunta de cómo es posible que las actividades de búsqueda del conocimiento y los productos que en ellas elaboramos puedan contribuir al conocimiento de la realidad física, en otras palabras, cómo puede uno y el mismo conocimiento ocuparse de objetos y también de nuestro modo de conocimiento[20]. Problema que resolverá interpretando la construcción de conceptos en la intuición como una aplicación de la regla de instanciación tal como se entiende en la lógica contemporánea.

2.2 La construcción de conceptos en la intuición como aplicación de la regla de instanciación

Para Kant la matemática es un conocimiento que se da por medio de la construcción del concepto en la intuición o, si se quiere, de la exhibición de una intuición que corresponde al concepto. Hintikka en su artículo "Las reflexiones de Kant sobre el método de la matemática" [21] expone que "la construcción equivale a la transición desde el concepto general hasta una intuición que representa al concepto, con tal de que se efectúe sin recurrir a la experiencia"[22]. Pero el término "construcción" se usaba en la época por lo menos en una parte de la matemática, a saber, en la geometría. De lo anterior se puede suponer que Kant tenía en mente las construcciones geométricas en sus argumentos sobre el conocimiento matemático. Se pregunta Hintikka qué garantía se tiene para asegurar que las construcciones geométricas son siempre

[18]Escribe Hintikka: "Sin embargo, me parece que en cierta medida Kant mismo fue víctima de esta falacia al hablar, de manera característica, de las condiciones subjetivas de nuestro conocimiento y no de las condiciones de nuestras actividades de búsqueda de conocimiento. Con todo, esto no es aún decisivo y se debe en parte a su <error aristotélico> que se discutirá más adelante en este capítulo". *Ibid.*, p. 190

[19] Para los comentarios sobre error aristotélico de Kant ver: *Ibid.*, pp. 196 y sgtes.

[20]*Ibid.*, pp. 190-191

[21]HINTIKKA, J., "Las reflexiones de Kant sobre el método de la matemática" en HINTIKKA, J., *El viaje filosófico más largo: De Aristóteles a Virginia Wolf,* Barcelona: Editorial Gedisa S.A., 1998, pp. 157-185.

[22]*Ibid.*, p. 158

posibles, ya que Newton consideraba que el único fundamento para éstas era lo que él llamo "prácticas mecánicas"[23]. Prácticas que en definitiva le otorgan a la matemática una certeza endeble. Sin embargo, para Hintikka es plausible que la relación entre intuición y conocimiento matemático, propuesta por Kant, sea una estrategia para otorgarle un mejor fundamento a las construcciones geométricas. Al respecto escribe:

> Kant parece estar diciendo que no es necesario construir una figura geométrica en un papel o sobre un pizarrón. Todo lo que tenemos que hacer es representar por medio de la imaginación la figura deseada. Este procedimiento estaría justificado por el resultado de la Estética Trascendental, en el caso de que pueda aceptarse. Pues allí se pretende mostrar que todas las relaciones geométricas se deben a la estructura de nuestra sensibilidad (nuestro aparato perceptual, si se prefiere el término); por esta razón se las puede representar en la imaginación de manera acabada sin recurrir a las impresiones sensoriales.[24]

Desde este punto de vista, las relaciones geométricas se deben a la estructura de la sensibilidad y en consecuencia pueden ser representadas por medio de la imaginación. Pero estas afirmaciones constituyen el inicio de la crítica que Hintikka resume en el siguiente párrafo:

> Esta interpretación constituye el punto de partida de una crítica que se le dirige muy a menudo a la teoría kantiana de la matemática. Se dice, o se da por sentado, que en la matemática se puede prescindir de las construcciones en el sentido geométrico de la expresión. Allí sólo tenemos que efectuar algunos argumentos lógicos que pueden ser formalizados de manera completa en términos de la lógica moderna.[25]

Y la razón por la que Kant pensó que la matemática se sustentaba en el empleo de construcciones geométricas se debe a que la geometría de su época requería de construcciones, la mayoría de las cuales provenía de los *Elementos* de Euclides. Sin embargo, el uso de tales construcciones, en este texto, se debe al hecho de que el conjunto de postulados y axiomas es incompleto, en consecuencia para probar todos los problemas a Euclides no le bastaba el recurso lógico, así que debió hacer uso de diagramas y figuras, valiéndose de esta manera de la intuición geométrica que proveería las suposiciones faltantes[26]. Sobre el uso por parte de Kant del modelo euclidiano, el autor afirma: "De este modo, se afirma, la teoría kantiana surgió mediante el hecho

[23] Escribe: "¿Qué garantía hay, si la hay, para asegurar que las construcciones geométricas son siempre posibles? Newton había considerado que el único fundamento para las construcciones geométricas consiste en aquello que él denominó <práctica mecánica>. (véase el prefacio de *Principia*). Pero si esto es así, la certeza de la geometría no supera a la certeza de una <práctica mecánica>, más o menos tosca."*Ibid.*, p. 158

[24] *Ibidem*, pp. 158-159

[25] *Ibid.*, p. 159

[26] *Ibidem.*

de tomar como rasgo esencial de toda la matemática algo que sólo era una consecuencia de un defecto propio de la axiomatización euclidiana de la geometría."[27]Sin embargo, en su opinión esta crítica no le hace justicia a la manera en que Kant llega a su teoría del conocimiento matemático, pues no toma en cuenta las concepciones precríticas kantianas y además fracasa en el intento de dar sentido a los argumentos que Kant utiliza para probar su teoría, aunque constituye una objeción acertada a las concepciones maduras kantianas sobre el conocimiento matemático y su relación con el espacio y el tiempo en la "Estética trascendental"[28]. La insuficiencia de esta interpretación se hace patente al analizar el concepto de "intuición". Al respecto Hintikka escribe:

> La interpretación que esbocé brevemente más arriba asimila la noción kantiana de una intuición *a priori* a aquello que nosotros podemos llamar imágenes mentales. Intuición es algo que uno puede poner ante el ojo de la propia mente, algo que uno puede visualizar, algo que uno puede presentar en su imaginación.[29]

En su opinión la intuición tal como es usada por Kant no se debe entender como una imagen mental, sino más bien como aquello que en la mente representa a un individuo. Esta formulación está inspirada en las lecciones de lógica kantianas y es expuesta de la siguiente manera:

> Sin embargo, en absoluto es éste el significado básico que Kant quiso darle a la palabra. Según su definición, presentada en el primer parágrafo de sus lecciones sobre lógica, toda idea particular en cuanto se distingue de conceptos generales es una intuición. En otras palabras, todo aquello que en la mente humana representa un individuo es una intuición. Podemos decir que no hay nada "intuitivo" con respecto a las intuiciones así definidas. Intuitividad significa individualidad sin más[30]

Gracias a esta definición de "intuición" Hintikka puede afirmar que el concepto de intuición que aparece en la *Crítica de la razón pura* y que se conecta con el conocimiento matemático no tiene nada de intuitivo o "visual", sino más bien significa "individualidad sin

[27]*Ibidem.*
[28] Hintikka escribe: "Esta interpretación, y la crítica que se basa en ella, no deja de ser pertinente como una objeción a la teoría kantiana madura del espacio, el tiempo y la matemática, tal como aparece en la Estética Trascendental. Me parece, sin embargo, que no le hace justicia a la manera en la que Kant realmente llegó a esta teoría. No toma en cuenta de manera suficiente las concepciones kantianas precríticas sobre la matemática es incluso parece fracasar a la hora de dar sentido a los argumentos por medio de los cuales Kant intentó probar su teoría." *Ibid.*, p. 159
[29]*Ibid.*, p. 160
[30]*Ibidem*.

más"[31] o aquello que representa a un individuo. Y sugiere que las concepciones kantianas en torno a la matemática que se presentan al final de este texto – "Doctrina del método"- no son concepciones posteriores, como se interpretan tradicionalmente, sino concepciones anteriores a la elaboración de la "Estética trascendental". En consecuencia, el término "intuición" presente en la "Doctrina del método" debe ser entendido como introducción de particulares. Al respecto escribe:

> En particular, hay que considerar que la caracterización kantiana de la matemática, que la hace depender del empleo de construcciones, sólo significa que en la matemática se introducen constantemente representantes particulares de conceptos generales y se llevan a cabo argumentos en términos de tales representantes particulares, argumentos que no pueden ser realizados únicamente por medio de conceptos generales. Pues, si la metodología kantiana de la matemática es independiente de las pruebas que se da en la Estética para conectar intuición y sensibilidad e incluso anterior a ella, entonces en absoluto tenemos justificación alguna para suponer tal conexión dentro de la teoría kantiana del método de la matemática, i.e, no tenemos justificación alguna para dar a la noción de intuición un significado distinto del que Kant le da en sus propias definiciones.[32]

Un argumento para inclinar la balanza hacia su tesis sobre la posterioridad de los argumentos kantianos esgrimidos en la "Estética trascendental" lo encuentra en los argumentos del espacio y el tiempo. En este sentido expone:

> Otra razón persuasiva dice que en la Estética Trascendental y en los momentos clave Kant entiende por intuiciones justo aquello que nos dicen sus propias definiciones. Por ejemplo, sostiene sobre el espacio y el tiempo: "El espacio no es un concepto…universal, de las relaciones de las cosas en general, sino una intuición pura. Pues…no se puede representar más que un único espacio…El es esencialmente uno; lo múltiple en él y, por lo tanto también el concepto universal de espacios en general, se origina sólo en limitaciones. De aquí se sigue que…una intuición *a priori*…sirve de base a todos los conceptos del mismo" (A24-25/B39) (*Crítica de la razón pura*, pp. 43-44). Aquí el carácter intuitivo se infiere de un modo directo de la individualidad y, sin duda, no significa más que esto último. [33]

De la individualidad planteada en los argumentos del espacio y del tiempo, ya que el mismo argumento es usado por Kant en este último caso, Hintikka concluye la no intuitividad de estas intuiciones puras *a priori*. Otro de los argumentos que esgrime este autor a favor de su vía de interpretación es que en las concepciones precríticas de Kant, presentadas en el ensayo premiado del año 1764, estaba presente la idea de que el método matemático se caracterizaba por el uso de representantes particulares de conceptos generales. Concepción que no depende de la

---

[31]*Ibidem.*
[32]*Ibid.*, p. 161
[33]*Ibid.*, p. 162

intuición y que fue, en su opinión, el punto de partida para concepciones más elaboradas sobre la matemática[34].

Bajo la luz de estas ideas ¿cuál es el papel de los planteamientos kantianos en torno a la relación entre el espacio y el tiempo –las intuiciones puras *a priori*- y el conocimiento matemático esgrimidos en la "Estética trascendental"? Este papel es definido por Hintikka en el artículo "El método trascendental de Kant y su teoría de la matemática"[35] y es la solución del doble propósito que en él se plantea: cómo es posible que el mismo conocimiento pueda referirse a objetos y a su vez al modo en que conocemos dichos objetos. Para Hintikka las concepciones kantianas de la matemática desde la perspectiva de la "Estética trascendental" constituyen el primer empleo de la idea central de la *Transzendental philosophie* y en éstas se presenta un ejemplo de la doble ocupación del conocimiento: ocuparse de objetos y también de nuestro modo de conocer esos objetos[36]. En este artículo, el autor nuevamente negará el uso de la intuición en el conocimiento matemático. La intuición que operaría como una imaginación geométrica o matemática en la obtención de este conocimiento es para él una errada interpretación de los textos kantianos. Al respecto Hintikka escribe:

> Frente a lo que a menudo se piensa, en la Estética trascendental Kant no intenta explicar el hecho de que podamos obtener conocimiento sintético *a priori* en la matemática por medio de una fuente especial de conocimiento llamada "intuición". Según esta opinión incorrecta, esta fuente de conocimiento operaría de modo semejante a la imaginación matemática y a fin de valernos de ella emplearíamos construcciones (figuras) en la geometría y medios auxiliares comparables a la intuición en otras partes de la matemática. Esta opinión es *grundfalsch*, totalmente errónea. Entiende mal la fuerza que tiene el término "intuición" (*Anschauung*) en los escritos de Kant y descuida las observaciones explícitas que hace Kant contra todo intento de apelar a la imaginación geométrica. "Para saber seguramente algo *a priori*, no se debía atribuir nada a la cosa, a no ser lo que se sigue necesariamente de aquello que él mismo, conformemente a su concepto, hubiese puesto en ella" (*Crítica*, p. 12) (B xii) ¿Se puede excluir de un modo más explícito todo recurso a la intuición en las pruebas geométricas?[37]

Así, según su opinión, la frase kantiana: "Para saber seguramente algo *a priori*, no se debía atribuir nada a la cosa, a no ser lo que se sigue necesariamente de aquello que él mismo, conformemente a su concepto, hubiese puesto en ella" excluye de un plumazo el uso de la intuición, entendida en el sentido tradicional del término, juntamente con el recurso a la

[34] *Ibid.*, p. 163
[35] *Ibid.*, pp. 186-211
[36] *Ibid.*, pp. 191-192
[37] *Ibid.*, p. 192

imaginación en el conocimiento matemático. La opinión que tiene Hintikka es que para Kant el conocimiento sintético *a priori* en las matemáticas se da, no de forma intuitiva o imaginativa, sino por medio de la regla de instanciación, en otras palabras, mediante la asunción de representantes particulares o individuos[38]. Así escribe:

> Para él el problema real consiste en explicar por qué podemos obtener conocimiento sintético *a priori* en la matemática, no por medio de la "intuición", sino por medio de aquello que los lógicos del siglo XX llamarían instanciaciones, esto es, mediante la consideración en los argumentos matemáticos de representantes, "elegidos de modo arbitrario", de conceptos generales. Pues según mi interpretación tales representantes de particulares (individuos) son precisamente las intuiciones kantianas. Kant define la construcción como una introducción de tales representantes (Véase la definición kantiana de este término en A 713 / B 741). El problema que se plantea en el empleo de tales métodos de instanciación es que en ellos introducimos un representante de una entidad particular *a priori*, sin que tal entidad esté presente o nos esté dada de alguna manera.[39]

Bajo esta interpretación el concepto de la matemática kantiana -construcción de conceptos en la intuición-, queda modificado como la asunción de particulares o individuos, es decir, como aplicación de la regla de instanciación. Una instanciación existencial es un movimiento de una sentencia con cuantificador existencial $(\exists x)p$ hacia una sentencia que la instancia $p(a/x)$, donde *a*es un símbolo individual libre que surge de la sustitución de *a* por *x* en la sentencia con cuantificador existencial. Esta regla de inferencia no produce contradicciones en los argumentos sólo si el símbolo *a* no aparece libre en alguna de las líneas de la prueba, es decir, no ha sido mencionado en alguna de las hipótesis previas[40]. La restricción en la aplicación de IE es necesaria ya que el individuo no puede ser escogido arbitrariamente, pues debe poseer la propiedad *p*. En otros términos, una intuición entendida como instanciación existencial no es más que a asunción de un representante individual, aunque no esté presente, de un concepto general.

---

[38] Allison opina que, en este tipo de afirmación, Hintikka olvida la doble función de la intuición: presentación de individuales (inmediatez) y representación de particulares (particularidad de una variedad intelectual). Al respecto de esta vía interpretativa dirá: "Kant define una intuición como una 'representación singular' (*representatio singularis*), y 'refiere inmediatamente a estos objetos' (A320/B377). Reconociendo que esta definición de 'intuición' como 'representación singular' no envuelve alguna referencia a la sensibilidad, Hintikka argumenta que sólo el criterio de particularidad es esencial y el criterio de inmediatez es un corolario. Esto ignora, no obstante, la función presentacional de la intuición, esto en virtud de la 'inmediatez', esto es, el modo no conceptual de representar, una intuición puede presentar un objeto particular a la mente y, ahí, sirve como 'representación singular'. Además, esto es verdad en ambas especies de intuición. La problemática variedad intelectual es también intuición sensible operativa en el humano o, más generalmente, conocimiento finito." ALLISON, H., *Kant´s Transcendental Idealism. An Interpretation and Defense*, New Haven and London: Yale University Press, 1983, p. 67

[39]HINTIKKA, J., *El viaje filosófico…*, cit., p. 193

[40] Ver al respecto: GARRIDO, M., *Lógica simbólica*, Madrid: Editorial Tecnos, 1974, p. 187. Allí es sugerente el predicado que con el que el autor denomina a ese símbolo individual libre al que se le asigna tal propiedad: siempre es un individuo *imaginado*.

Hintikka afirma que el problema que Kant plantea no radica en el uso de instanciaciones en matemáticas, ya que él acepta ese uso. El problema más bien es: "¿Cómo puede tal argumentación, al incluir de manera eminente en las instanciaciones anticipaciones notorias de particulares ausentes, dar un conocimiento que es aplicable *a priori* a toda experiencia?"[41] . A la luz de esta lectura se observa una inversión del problema por parte de algunas interpretaciones que leen en los textos kantianos la explicación de "cómo las intuiciones pueden dar conocimiento en virtud de la relación especialmente inmediata que tienen con sus objetos" en vez de "por qué algunas intuiciones (a saber los términos de instanciación empleados en la lógica y en la matemática) pueden dar conocimiento sintético *a priori* aún cuando sus objetos están ausentes"[42]. Éste se constituye así para Hintikka en el problema kantiano real. La solución a este problema se encuentra en las tesis kantianas sobre filosofía trascendental, en la cuales se propone un cambio de método. "La razón comprende lo que ha puesto en los objetos según su propio plan", "la razón adopta como guía de su comprensión lo que ella misma ha puesto en el objeto" o "el geómetra obtiene conocimiento derivando de la figura lo que él mismo ha puesto en ella" son algunas de las formulaciones de este cambio de método. De esta manera, el hecho de que nosotros asignemos ciertas propiedades y relaciones a los objetos por medio de los procesos por los cuales llegamos a conocer individuos explica la aplicabilidad universal del conocimiento adquirido vía intuición, entendido como instanciación. El conocimiento obtenido de esta manera refleja la estructura de los procesos del conocimiento en general y será aplicable a objetos en la medida de que éstos sean objetos de tales procesos[43]. Y aquí entra en juego el "error aristotélico" cometido por Kant. Si Aristóteles en los *Analíticos posteriores* afirmaba que "la sensación lo es de los singulares", siguiendo esta tradición Kant en su *Crítica* escribe: "Por medio de la sensibilidad nos son dados los objetos y ella sola nos proporciona intuiciones"[44]. Acorde con la tradición aristotélica Kant vuelve intuitivas las instancias individuales. De esta manera, para Kant es en la percepción sensible que se da el proceso de poner propiedades y relaciones en los objetos y estos procesos deben corresponder con la estructura de nuestro conocer, en este caso, nuestro conocimiento sensible, cuya estructura es descrita en términos de intuiciones puras *a priori* del tiempo y del espacio. El conocimiento matemático reflejará la forma de nuestros procesos de

[41]La pregunta es formulada por Hintikka: HINTIKKA, J., *El viaje filosófico…*, cit., p. 193
[42]Ver: *Ibid.*, p. 194
[43]*Ibid.*, p. 194
[44]*Ibidem.*

conocer objetos particulares sensibles, es decir, de forma espacial y de forma temporal. Hintikka describe lo anterior con las siguientes frases:

> Bajo este supuesto Kant concluye que nosotros mediante la percepción sensible ponemos en los objetos las propiedades y relaciones de las que trata la matemática. Por lo tanto (dice Kant) estas propiedades y relaciones se deben a la estructura (forma) de nuestra facultad de percepción sensible. Kant identifica estas formas con el espacio y el tiempo. Así nuestro conocimiento matemático refleja la forma de los procesos por medio de los cuales llegamos, según se supone, a conocer particulares y es aplicable a objetos sólo *qua* objetos de la percepción sensible.[45]

Para Hintikka la afirmación de Kant de que los particulares son dados por medio de la sensibilidad constituye un error. Esta afirmación hace que el conocimiento de los objetos matemáticos esté íntimamente relacionado con la sensibilidad[46]. Y es que, en su opinión, Kant se formula la pregunta erróneamente, en vez de preguntarse si la percepción está involucrada en todos los procesos por los que llegamos a conocer particulares, debió preguntarse si es la percepción *todo* lo que está involucrado en el proceso por el que llegamos a conocer objetos individuales y, en particular, sobre la existencia de estos individuos, o también si es la percepción sensible *la* manera de conocer la existencia individual en general[47]. En su opinión, la respuesta dada por Kant es errada. Así afirma:

> Y como respuesta a estas preguntas la doctrina kantiana está equivocada de manera irremediable. La descripción más general de los modos en que alcanzamos la información que realmente tenemos acerca de individuos (en particular de su existencia) no es la percepción pasiva, sino la *búsqueda* y el *descubrimiento* activos.[48]

---

[45]*Ibid.*, p. 195

[46]Escribe el autor: "Este argumento kantiano depende esencialmente no sólo de su posición trascendental general, sino también del supuesto de que los objetos particulares a los que se aplica la matemática siempre nos son dados mediante la percepción sensible. Pero ¿tiene razón Kant al suponer de este modo que el proceso por medio del cual llegamos a ser conscientes de la existencia de individuos es la percepción sensible? A pesar de su plausibilidad y de su amplia aceptación creo que el supuesto de Kant es por completo erróneo." Y *Ibid.*, p. 196. Varias son las críticas que hace Robert Butts a la interpretación de Hintikka entre las cuales se cuentan: las distintas acepciones del término "intuición", el conocimiento de existentesproducto de la sensación y que si bien las construcciones matemáticas suministran individuos su restricción no es lógica, como en el caso de la instanciación existencial, sino más bien semántica. La construcción de un concepto en la intuición implica la aplicación de un conjunto de reglas de construcción: dibujar un triángulo implica movimientos consistentes con el concepto de triángulo. Ver: BUTTS, R., "Rules, Examples and Constructions Kant's Theory of Mathematics", publicado en *Synthese*, 47, 1981, pp. 257-288. Para un estudio comparativo de la formulaciones de Hintikka y Butts ver: ROSALES, A.,"El concepto de construcción en la filosofía kantiana de la matemática: JaakkoHintikka vs. Robert Butts", *Apuntes Filosóficos*, 13, Caracas: UCV, 1981, pp. 121-129. Para éstas y otras objeciones a la interpretación de Hintikka ver: ÁLVAREZ, M.C., *Imaginación y conocimiento matemático en la "Crítica de la razón pura" de Immanuel Kant*, Tesis de Maestría no publicada, Universidad Central de Venezuela, 2009.

[47]*Ibid.*,p. 196

[48]*Ibidem*.

El error se debe a la característica pasiva que tiene la percepción sensible y así, bajo esta lectura, el conocimiento no es una actividad de búsqueda y encuentro. Afirma Hintikka que una vez que Kant da este paso no le queda más que identificar la estructura de nuestra facultad de percepción sensible, en la cual se apoya el conocimiento matemático, con la estructura del espacio y tiempo[49]. La corrección del error kantiano consiste en privilegiar las actividades de búsqueda y encuentro en el conocimiento frente a la percepción sensible y es por ello por lo que la lectura de Hintikka empieza por la "Doctrina del método" considerando que los textos pertenecientes a la "Estética trascendental" son de anterior factura.

Bajo esta lectura, Hintikka puede afirmar que el conocimiento obtenido mediante la aplicación de la regla de instanciación trata "realmente" de las actividades de búsqueda y descubrimiento gobernadas por reglas objetivas[50]. Sin embargo, en su opinión hace falta un ajuste terminológico: el conocimiento así obtenido, que Kant entiende como conocimiento matemático, se identifica plenamente con el tipo de conocimiento que se obtiene en lógica, especialmente en la lógica de primer orden[51].

La reconstrucción de las tesis kantianas le da a Hintikka un argumento para un enfoque de la lógica, no sólo de la forma – lógica de primer orden-, sino también para la "Semántica de teoría de los juegos" desarrollada por él y en la cual el conocimiento lógico muestra la estructura de los juegos de búsqueda y descubrimiento. La reconstrucción del argumento kantiano no es más que una deducción trascendental de esta semántica[52]. Tras estas afirmaciones plantea una serie de conclusiones que muestran la relación entre los presupuestos kantianos y su semántica. En ellas se puede leer:

> El interés y el valor de este argumento kantiano renacido sin duda se ven de manera más clara a partir de las conclusiones específicas a las que nos conduce. Algunas de ellas tienen un sabor trascendental muy familiar, al menos para un verdadero kantiano. Kant intenta analizar la naturaleza de los procesos percepctuales y aperceptuales y de la aplicación de los conceptos al material bruto perceptual a fin de conseguir una mayor comprensión de los límites del empleo legítimo de las categorías del entendimiento, que él relaciona con las diferentes formas de los juicios. De manera

---

[49]*Ibid.*, p. 197
[50]*Ibid.*, p. 199
[51]*Ibidem.*
[52]Al respecto se lee: "En suma, la línea de pensamiento kantiana una vez corregida nos da así un argumento para un enfoque de la lógica –tanto de la lógica formal como de la *Sprachlogik*- que se centra en los <juegos del lenguaje> de búsqueda y descubrimiento y ve en nuestro conocimiento lógico la estructura de estos juegos sólo que escrita en grandes letras. Tal enfoque de la lógica está representado por la <semántica de teoría de los juegos> que he desarrollado en años recientes. El resultado de nuestra corrección de Kant, motivada de un modo retrospectivo, es así –dicho de manera literal- una deducción trascendental de la semántica de teoría de los juegos." *Ibid.*, pp. 199-200

algo análoga, un examen más profundo de las precondiciones de los "juegos del lenguaje" de búsqueda y descubrimiento nos conduce a concebir de manera interesante las presuposiciones y limitaciones de los diferentes tipos de lógica, incluyendo una mejor captación de las limitaciones de la lógica clásica y del concepto clásico de modelo en lógica.[53]

Si para Kant uno de los intereses era definir o demarcar los límites en el empleo de las categorías del entendimiento, para Hintikka el análisis sobre las precondiciones de los juegos de lenguaje implicados en la actividad de búsqueda y descubrimiento da cuenta de las presuposiciones y límites de las lógicas.

Afirmará Hintikka que las aplicaciones del argumento kantiano reconstruido están estrechamente ligadas a la perspectiva trascendental por varias razones. Según esta lectura el sistema de verdades lógicas estará determinado por la estructura de las actividades de búsqueda de conocimiento –juegos de lenguaje de búsqueda y descubrimiento-, algún cambio en las reglas o precondiciones de estos juegos se reflejará en la estructura del sistema lógico.[54] De forma similar al presupuesto kantiano que manifiesta que la matemática se aplica a objetos que pueden ser objetos de la percepción sensible, la lógica se aplica a objetos en la medida en que son objetos potenciales de las actividades cognoscitivas de búsqueda y descubrimiento. Hintikka afirmará que ambas concepciones implican que los objetos no cambian mientras se aplica sobre ellos los "juegos" del conocer, en otras palabras, que el mundo no cambia mientras lo investigamos. Aunque no todos los objetos son aptos para juegos de búsqueda y descubrimiento bajo ciertas reglas, podemos hacerlos aptos en la medida en que modificamos el marco lógico o normativo de tales juegos[55].

---

[53]*Ibid.*, p. 200

[54]Hintikka escribe: "Estas aplicaciones ulteriores de las ideas kantianas están estrechamente conectadas con su perspectiva trascendental fundamental. Según esta concepción, nuestro sistema de verdades lógicas está determinado por la estructura de nuestras actividades de búsqueda y descubrimiento, que en mi modelo son juegos de lenguaje de búsqueda y descubrimiento. Cualquier cambio en las reglas para estos <juegos> o en sus precondiciones se reflejará en la estructura de nuestro sistema lógico. Por ejemplo, si las estrategias que están a disposición de los jugadores de mis juegos semánticos se restringen a estrategias computables (recursivas) (y los juegos más abarcativos se dividen en cierto sentido en subjuegos), obtenemos ciertas interpretaciones no clásicas de la lógica que incluyen de manera eminente la famosa interpretación funcional gödeliana de la lógica de primer orden y de la aritmética" *Ibid.*, pp. 200-201

[55] Expone Hintikka. "Por otra parte, nuestra lógica usual sólo se aplica a objetos en la medida en que son objetos potenciales de nuestras actividades de búsqueda y descubrimiento. Esto es análogo a la afirmación kantiana de que la matemática sólo se aplica a objetos *qua* objetos de la percepción sensible. Se considera de manera habitual que tales precondiciones de nuestro uso de la lógica y la matemática implican que los objetos en cuestión no deben cambiar mientras se juegan sobre ellos los juegos en cuestión, en otras palabras, que el mundo no cambia mientras lo investigamos, de un modo más preciso, que el mundo no cambia por medio de las jugadas de los juegos semánticos. Sin embargo, está claro que no todos los cambios en los objetos los tornan *inelegibles* para servir como objetos de búsqueda y descubrimiento. Por lo tanto, podemos ampliar nuestros conceptos de lógica y modelo en la lógica con el

2.3 El método euclidiano como modelo[56]

En su artículo "Las reflexiones de Kant sobre el método de la matemática"[57], Hintikka persigue aquellos rasgos de la geometría euclidiana que Kant tenía en mente a la hora de elaborar su teoría sobre este conocimiento. En realidad su indagación girará en examinar si existe algún rasgo en el método euclidiano que privilegie el empleo de instancias particulares de conceptos generales en las matemáticas[58]. Para Hintikka la respuesta a esta interrogante es afirmativa y por eso analizará la estructura de la proposición euclidiana. Ésta consta de cinco o seis partes: *enunciación, exposición o ecthesis*, *construcción auxiliar*, *apodeixis o prueba, y conclusión*. La primera parte era la *enunciación* de una proposición general, cuyo contenido era aplicado a una figura delineable en la *exposición* o *ecthesis*. En las *construcciones auxiliares*, también llamadas *preparación* u *organización*, se completa la figura construida en la *ecthesis*por medio de puntos, líneas o círculos adicionales. Una vez realizado esto se pasa a la *apodeixis* o *prueba*, parte en la que no se hacen construcciones y en la cual se realizan las inferencias pertinentes haciendo uso de axiomas, proposiciones anteriores y las propiedades de la figura derivadas de las construcciones realizadas. Por último, Euclides cerraba la proposición afirmando la *enunciación* como una *conclusión*[59].

En opinión de Hintikka, si se compara la estructura de la proposición euclidiana con la explicación kantiana del conocimiento matemático, el acuerdo es innegable. De esta manera, afirma que cuando Kant se refiere al método del geómetra lo que tiene en mente es la *ecthesis*, ya que en ella se exhibe o se expone el concepto general en concreto –en una figura particular-[60]. Juntamente con la *ecthesis* los ejemplos que provee el texto kantiano indican que Kant tenía presente las construcciones auxiliares –la *preparación u organización*-. Obtenemos una confirmación de esto si analizamos los ejemplos que se proveen para ilustrar el trabajo del

---

objeto de acomodar ciertos cambios en el mundo mientras jugamos en él los juegos de lenguaje de búsqueda y descubrimiento."*Ibid.*, p. 201. Hemos sustituido la palabra "ilegible" que aparece en la versión en español por la palabra "inelegible" traducción de la palabra "ineligible" que aparece en el artículo en su versión en inglés.

[56]Si en la interpretación de Hintikka el paradigma kantiano es el modelo euclidiano, bajo la óptica de Longuenesse el modelo combinatorio de Leibniz inspira a Kant la noción de síntesis. Al respect ver: LONGUENESSE, B., *Kant and the Capacity to Judge*, New Jersey: Princeton University Press, 1998, pp. 30-31

[57]HINTIKKA, J., *El viaje filosófico…, cit.*, pp. 157-185

[58]*Ibid.*, pp. 166-167

[59] Para esta explicación del método euclidiano ver: *Ibid.*, pp. 166-168

[60] Hintikka desarrolla esta idea con las siguientes frases: "Cuando Kant dice que el método de los matemáticos consiste en emplear siempre los conceptos generales *in concreto*, en una aplicación particular, tiene en mente la exposición o *ecthesis* de una proposición euclidiana en la que se "exhibe" o "expone" una proposición geométrica general por medio de una figura particular". *Ibid.*, p. 168

matemático: la geometría es superior a la filosofía en la medida en que puede trazar figuras y realizar pruebas sobre éstas, entonces si un filósofo intenta probar que las suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°, se verá limitado al análisis de los conceptos sin poder llegar más lejos y, por el contrario, si este trabajo es realizado por el matemático, éste tendrá la posibilidad de trazar la figura y completarla mediante las construcciones auxiliares pertinentes, mostrando la proposición que pretende demostrar[61]. Sobre el privilegio que otorga Kant a la *ecthesis* y a la *preparación,* Hintikka escribe:

> Exposición y preparación eran las dos partes de una proposición euclidiana en las que se hacían construcciones en el sentido usual de la palabra; y hemos visto que estas dos partes eran también aquellas en las que se necesitaban las construcciones en el sentido abstracto kantiano de la expresión, i.e., donde se introducían los nuevos puntos, líneas, etc., individuos. Entonces, esto significa que dentro de la geometría la noción kantiana de la construcción coincide con el uso corriente del término "construcción".[62]

Concluyendo que la noción de construcción kantiana coincide con el uso del término en la práctica geométrica. Si las líneas, puntos y otras figuras auxiliares se conciben como individuos, entonces la noción de intuición kantiana puede ser entendida como aplicación de la regla de instanciación.

2.4 Las tesis sobre el álgebra, la aritmética y la geometría.

Hintikka extrae algunas consecuencias de la comparación entre el conocimiento matemático en la filosofía kantiana y el método euclidiano. La primera de ellas se refiere a la distinción entre los métodos analítico y sintético presente en la geometría antigua[63]. El método analítico supone que se ha tenido éxito en la construcción auxiliar, alcanzando así el resultado deseado, y de allí se continúa "hacia atrás" buscando las condiciones a partir de la cuales la construcción es posible. Este método, aunque se le adjudica a Platón, fue aplicado sistemáticamente por la geometría analítica cartesiana. Por el contrario, el método sintético busca obtener el resultado que se desea por medio de las construcciones no presentes en el método analítico. Ambos métodos son procedimientos distintos para encontrar una prueba o construcción

[61] KANT, I., *Crítica de la…*, cit., A 716 / B 744, p. 576 y sgtes.
[62] HINTIKKA, J., *El viaje filosófico…*, cit., p. 168-169
[63] Para las consecuencias referentes a los métodos analítico y el sintético ver: *Ibid.*, pp. 169 y sgtes.

deseada. En este sentido, la matemática para Kant es sintética pues requiere el uso de las construcciones intuitivas[64].

Hintikka considera que la comparación entre la geometría euclidiana y el método geométrico cartesiano introduce un nuevo rasgo del conocimiento matemático kantiano. El objetivo principal de la geometría analítica, según Descartes, es obtener un correlato entre operaciones algebraicas y geométricas. La aritmética requiere de algunas operaciones (adición, sustracción, multiplicación, división y extracción de raíces) y análogamente para Descartes sólo son necesarias en geometría algunas pocas construcciones básicas. La analogía entre operaciones geométricas y algebraicas es la clave, en opinión de Hintikka, para entender por qué Kant afirma que las ecuaciones aritméticas, el ejemplo kantiano es 5 + 7 = 12, son "inmediatas" e "indemostrables". Bajo este enfoque pasa Hintikka a representar, en forma de una proposición euclidiana, el ejemplo kantiano. Para Kant los números 5 y 7 deben ser expuestos o exhibidos en la *ecthesis* –por medio de puntos o dedos-,y la adición real de ellos forma parte de la *organización* o *preparación*. Para probar el argumento lo único que se debe hacer en la *apodeixis* es efectuar la adición y, en este caso, la prueba en sentido propio es reducida a un mínimo: "a la mera observación de que el resultado de la adición iguala al resultado deseado"[65]. Esto sugiere que ninguna *apodeixis* se requiere para establecer el argumento y así se puede concluir que la ecuación es "inmediata" e "indemostrable", ya que es establecida sólo mediante el recurso de la construcción auxiliar -*preparación u organización*-. Sobre este punto Hintikka expondrá:

> Esto es importante, creo, sobre todo la interpretación de determinados pasajes, porque muestra cómo quería Kant que se entendiera el carácter intuitivo de la aritmética. La inmediatez de las verdades aritméticas no se debe al hecho de que se perciba y no se argumente que las ecuaciones simples como 7+ 5 = 12 son verdaderas, sino al hecho de que lo único que tenemos que hacer para establecer tales ecuaciones es realizar el cálculo. Esto permite explicar por qué Kant dijo que su explicación de las ecuaciones se entiende de manera más fácil en relación con los grandes números (B 16; cfr. A 78 / B 104)[66]

Si se entiende la intuición kantiana en términos tradicionales, se hace muy difícil comprender su papel en la aritmética y en el álgebra. Por el contrario, si se entiende la intuición como introducción de particulares, entonces, en opinión de Hintikka, se le da sentido al término

[64] Así Hintikka explica "Los matemáticos aún hoy hablan de geometría sintética queriendo decir geometría que depende del empleo y el estudio de construcciones geométricas". *Ibid.*, p. 170
[65] *Ibid.*, p. 171
[66] *Ibid.*, p. 172

en estas dos disciplinas. Así, si suponemos que los símbolos que se usan en el álgebra representan números individuales, y si entendemos por construcciones algebraicas aquellas operaciones cuyo resultado introducen nuevos representantes individuales –nuevas intuiciones-, entonces esta reconstrucción lleva a considerar a Kant un nominalista muy cercano a Quine para quien "los valores únicamente aceptables de las variables son *individuos*"[67]. También así se torna comprensible, en opinión de Hintikka, el pasaje de B14 en el cual Kant afirma que todas las pruebas matemáticas se sustentan en el principio de no-contradicción. De esta manera, la *apodeixis*, aquella parte de la proposición euclidiana en la cual se efectúan inferencias, se convierte en la parte analítica, mientras la *ecthesis*, aquella en la cual se realizan construcciones auxiliares, será la parte sintética de un argumento matemático[68].

2.5 El conocimiento matemático en la doctrina kantiana a la luz de la reconstrucción de Hintikka

Hintikka considera que la "Deducción trascendental" incluye la búsqueda del papel que cumplen los conceptos en el esfuerzo que significan las actividades humanas de adquisición del conocimiento; así afirma que los principios que gobiernan las actividades humanas del conocer pueden ser reglas objetivas "hasta el punto de que estas reglas pueden llegar a ser condiciones trascendentales de la experiencia"[69] y no condiciones contingentes producto de la naturaleza de los agentes humanos involucrados en el conocer. En su opinión, la intuición tal como es usada por Kant no se debe entender de forma tradicional, es decir, como productora de imágenes mentales, sino más bien como aquello que en la mente representa a un individuo. Para sustentar esta interpretación se remite a las lecciones de lógica kantianas, a la individualidad espacio temporal y a las tesis, presentadas en el ensayo premiado del año 1764, que caracterizan el método matemático por el uso de representantes particulares de conceptos generales. Así, su reconstrucción considera que las concepciones kantianas de la "Doctrina del método" no son concepciones posteriores, como se interpretan tradicionalmente, sino concepciones anteriores a la elaboración de la "Estética trascendental". Concluye entonces que el conocimiento sintético *a priori* en las matemáticas se da, no de forma intuitiva o imaginativa, sino por medio de la regla de instanciación, en otras palabras, mediante la asunción de representantes particulares o individuos.

[67]*Ibid.*, p. 165
[68]*Ibid.*, p. 172
[69]*Ibid.*, p. 189

Y de esta manera el problema real que inspira a Kant en su *Crítica* es:"por qué algunas intuiciones (a saber los términos de instanciación empleados en la lógica y en la matemática) pueden dar conocimiento sintético *a priori* aún cuando sus objetos están ausentes"[70]. El hecho de que nosotros asignemos ciertas propiedades y relaciones a los objetos por medio de los procesos por los cuales llegamos a conocer individuos explica la aplicabilidad universal del conocimiento adquirido vía intuición, entendido como instanciación, este conocimiento reflejará la estructura de los procesos del conocimiento en general y será aplicable a objetos en la medida de que estos sean objetos de tales procesos. Sin embargo, la tradición aristotélica hace caer en el error a Kant quien afirma que es por medio de la sensibilidad que son dados los objetos particulares y sólo ella provee intuiciones. Para Hintikka, la corrección de este error consiste en privilegiar la búsqueda y encuentro en el conocimiento como formas activas frente a la pasividad de la percepción sensible y, aunque el conocimiento al que se refiere Kant es el matemático, puede aplicarse, en su opinión, al conocimiento lógico especialmente a la lógica de primer orden. Según esta lectura el sistema de verdades lógicas estará determinado por la estructura de las actividades de búsqueda de conocimiento, algún cambio en las reglas o precondiciones de estos juegos se reflejará en la estructura del sistema lógico.

Hintikka se pregunta cuál es el rasgo común de los usos de la intuición como instancias de introducción de los particulares en la geometría, el álgebra y la aritmética que hizo que Kant pensará que las intuiciones matemáticas son sensibles. Según Hintikka, la parte de la proposición euclidiana que es intuitiva en el sentido kantiano es la *ecthesis*, esta parte no sólo aparece en la geometría griega sino también en la lógica aristotélica. Aunque Aristóteles nunca expuso en qué consistía, Hintikka puede afirmar que era un paso desde "consideraciones sobre un término general hasta consideraciones sobre un representante particular de ese término general"[71]. Hintikka esboza dos posibles explicaciones de por qué Kant asimila la instanciación de particulares al ámbito sensible. La primera, que ya se ha mencionado, tiene que ver con la tradición aristotélica: "la sensación lo es de los singulares", se afirma en *Organon*, lo que hace que históricamente se considere la percepción la vía idónea para conocer individuos. La segunda tiene que ver con que las construcciones pueden ser entendidas como anticipaciones de existencia. La distinción entre razonamiento intuitivo y lógico se centra en la distinción en la

[70]*Ibid.*, p. 194
[71]*Ibid.*,p. 174

geometría entre postulados y axiomas: los postulados son los principios de construcciones, mientras los axiomas principios de prueba. Los primeros son considerados, desde Aristóteles, como suposiciones de *existencia*[72] y, de esta manera, Kant al justificar las construcciones, justifica también el uso de suposiciones existenciales en matemáticas. Y esto tiene consecuencias: al aplicar a la realidad un argumento matemático que contiene un postulado, la existencia del objeto precede al encuentro con la realidad, la introducción del representante se hace *a priori*[73]. Esta es la razón por la que Kant afirmará que sólo hay una forma en la que podemos estar seguros de que los individuos que hemos supuesto existen y es cuando nosotros mismos los hemos creado y hemos puesto en ellos las propiedades y relaciones adecuadas, cosa que se hace solamente mediante la percepción sensible, ya que gracias a ella "un objeto individual puede <abrirse paso>hacia nuestra conciencia"[74]. Y como sólo mediante el sentido externo –espacio- somos conscientes de los objetos y podemos atribuirle relaciones espaciales a éstos, entonces la geometría debe provenir del sentido externo, vinculando así conocimiento matemático y sensibilidad o, si se quiere, las tesis de la "Doctrina del método" y los argumentos del espacio de la "Estética trascendental"[75].

Finalmente Hintikka ofrece el siguiente esquema de reconstrucción desde la perspectiva de la "Estética trascendental":

(1) El razonamiento matemático se ocupa principalmente de la existencia de individuos.

(2) Los resultados del razonamiento matemático son aplicables a toda experiencia *a priori.*

De las tesis de la revolución copernicana y de (1) y (2) deduce:

(3) La existencia de los individuos de los que se ocupa el razonamiento matemático se debe al proceso mediante el cual llegamos a conocer la existencia de individuos en general.

(4) Las relaciones que mantienen entre sí los individuos de los que se ocupa el razonamiento matemático se deben al proceso por medio del cual llegamos a conocer la existencia de individuos.

(5) El proceso por medio del cual llegamos a conocer la existencia de individuos en general es la percepción (sensación).

[72]*Ibid.*, pp. 176-177
[73]*Ibid.*, pp. 178-179
[74]*Ibid.*, p. 179
[75] Para esta reconstrucción ver: *Ibid.*, p. 179

(6) La estructura del razonamiento matemático se debe a la estructura de nuestro aparato de percepción

Sin embargo, aunque este recorrido no deja de ser plausible, Hintikka se pregunta cómo sería su aplicación a la lógica simbólica. Los pasos (1)-(4) serían aplicables, pero es en el paso (5) donde Kant yerra. Así se permite sustituir (5) y (6) en estos términos:

(5) * El proceso por medio del cual llegamos a conocer la existencia de individuos es su búsqueda.

(6) * La estructura de un argumento lógico se debe a la estructura de los procesos de búsqueda y encuentro.

Reconstrucción que deja de lado la pasividad de la percepción sensible, privilegiando las actividades de búsqueda y encuentro presentes en la actividad cognoscitiva humana y que presenta a la lógica de la cuantificación como la lógica de esa búsqueda y descubrimiento[76].

[76] Para esta sustitución en la reconstrucción previa, ver: *Ibid.*, pp. 180 y sgtes

Referencias Bibliográficas

ALLISON, H., *Kant´s Transcendental Idealism. An Interpretation and Defense*, New Haven and London: Yale University Press, 1983.

ÁLVAREZ, M.C., *Imaginación y conocimiento matemático en la "Crítica de la razón pura" de Immanuel Kant*, Tesis de Maestría no publicada, Universidad Central de Venezuela, 2009.

BUTTS, R., "Rules, Examples and Constructions Kant's Theory of Mathematics", publicado en *Synthese*, 47, 1981, pp. 257-288.

GARRIDO, M., *Lógica simbólica*, Madrid: Editorial Tecnos, 1974.

HINTIKKA, J., "Kant´s 'New Method of Thought' and his Theory of Mathematics" en *Knowledge and the Know: Historical Perspectives in Epistemology*, Dordrecht/London/Boston-USA: Kluwer Academic Publishers, 1991, pp. 126-134

HINTIKKA, J., "Kant's Transcendental Method and his Theory of Mathematics", *Kant´s Philosophy of Mathematics* Carl J. Posy (Ed), Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1992, pp. 341-359.

HINTIKKA, J., "El método trascendental de Kant y su teoría de la matemática" en *El viaje filosófico más largo: De Aristóteles a Virginia Wolf*, Barcelona: Editorial Gedisa S.A., 1998, pp. 186-211

HINTIKKA, J., "Las reflexiones de Kant sobre el método de la matemática" en HINTIKKA, J., *El viaje filosófico más largo: De Aristóteles a Virginia Wolf*, Barcelona: Editorial Gedisa S.A., 1998, pp. 157-185.

KANT, I., *Crítica de la razón pura*, Traductor Pedro Ribas, Madrid: Ediciones Alfaguara, S.A., sexta edición, 1988.

LONGUENESSE, B., *Kant and the Capacity to Judge*, New Jersey: Princeton University Press, 1998.

ROSALES, A., "El concepto de construcción en la filosofía kantiana de la matemática: Jaakko Hintikka vs. Robert Butts", *Apuntes Filosóficos*, 13, Caracas: UCV, 1981, pp. 121-129