Alirio Rosales*

El concepto de construcción en la filosofía kantiana de la matemática: Jaako Hintikka vs. Robert Butts**

RESUMEN

Se expone y se discuten comparativamente dos reconstrucciones fundamentales de la filosofía de la matemática de Kant, la de Jaakko Hintikka y la de Robert Butts. La discusión se centra en el concepto de construcción que Kant expone en la Doctrina Trascendental del Método de la *Crítica de la razón pura*. Para Kant construir un concepto significa presentar la intuición que corresponde al concepto y el problema radica en explicar lo que construir un concepto significa en el contexto propiamente matemático, principalmente el de la geometría euclidea. Más precisamente se trata de la relación entre el concepto de triángulo, por ejemplo, e instancias particulares del concepto dado. Se favorecerá aquí la reconstrucción epistemológica de Butts frente a la de corte lingüista de Hintikka.

Palabras clave: KANT, INTUICIÓN, CONSTRUCCIÓN.

ABSTRACT

Kant's philosophy of mathematical knowledge turns around his conception that mathematics involves the construction of concepts as developed in the Transcendental Doctrine of Method of the first Critique. Jaakko Hintikka and Robert Butts have provided interpretive reconstructions in order to explicate Kant's constructive conception as an intended account of the relation that holds between a given mathematical concept and particular instances of it. A comparative assessment of both views is here presented. It is Butts who elaborates just what is the gist of Kant's transcendental approach to mathematical knowledge, whereas Hintikka's framework falls short in coming to terms with Kant's central insights.

Keywords: KANT, INTUITION, CONSTRUCTION.

---

* Escuela de Filosofía, Universidad Central de Venezuela.

** El presente artículo es una versión mejorada de una ponencia presentada en el II Congreso Nacional de Filosofía (Caracas, 1988). Dicha ponencia circuló luego en el formato de Ediciones Previas de Cuadernos Venezolanos de Filosofía, nº 17 (1989). Agradezco las pertinentes observaciones de un árbitro anónimo, las cuales impulsaron una relectura cuidadosa de la antigua ponencia.
Este artículo es otro episodio de un constante diálogo con Ezra Heymann y está dedicado, *in memoriam*, a Robert Butts.

1. Introducción: el problema

En la doctrina del método de la *Crítica de la razón pura,* Kant caracteriza el conocimiento matemático «como un conocimiento obtenido por construcción de conceptos» (A713) (B741-A714-B742). Inmediatamente, formula su definición de construir un concepto:

> construir un concepto es presentar la intuición *a priori* que le corresponde (A713/B741-A714-B742).

En esta definición, Kant plantea una noción de correspondencia entre un concepto y una intuición o, en términos más generales, entre un concepto y su objeto, que en un sentido de la palabra es su referente. El problema, entonces, de explicar el concepto de construcción kantiano, se puede formular como el problema de entender la relación entre un concepto y la configuración que lo expone.

En la matemática, tales referentes pueden ser dados *a priori.* Esto es lo que constituye su carácter esencial. En las líneas siguientes se intentará abordar el problema esbozado a partir de las interpretaciones que en torno al mismo han desarrollado Jaakko Hintikka[1] y Robert E. Butts[2].

2. Hintikka

Hintikka (1982) resume las bases de su interpretación como sigue[3]:

> Por intuición [*Anschauung*] Kant significó una representación [*Vorstellung*] de una entidad particular en la mente humana. Por construcción Kant significó la introducción de un particular para instanciar un concepto general. Lo esencial del método matemático para Kant era el uso de tales construcciones (un lógico moderno diría el uso de 'reglas de instanciación').

---

1 La presente exposición se basará principalmente en su artículo «Kant's Theory of Mathematics Revisited» (1982): *Philosophical Topics* 12:201-215. Otros de sus trabajos están compilados en *Knowledge and the Known* (Dordrecht: Reidel, 1964), caps, 6-10 y en *Logic, Language Games and Information: Kantian Themes in the Philosophy and Logic* (Oxford: Clarendon Press, 1973).

2 La exposición de Butts se basará en su artículo «Rules, Examples and constructions: Kant's Theory of Mathematics». *Synthèse* 45 (1981): 257-288, y en «Kant's Schemata as Semantical Rules», publicado en *Kant's Studies* Today, Lewis Beck (ed.) (La Salle: Open Court, 1969).

3 Las versiones en castellano de las citas son del autor. Para la *Crítica,* se ha usado la traducción de Pedro Rivas (Alfaguara: Madrid). Algunos textos fueron traducidos del original alemán.

> Un argumento matemático es sintético si hace uso de construcciones auxiliares[4], i.e. la introducción de nuevos individuos respecto a los dados en las condiciones del argumento que se hallan en unos casos en las premisas o en la conclusión esperada. «Una verdad matemática es sintética si puede ser establecida solamente por tales argumentos sintéticos.

Acto seguido, Hintikka extrae las siguientes consecuencias de su interpretación[5]:

> a) No hay nada 'intuitivo' en la fuerza básica del concepto de intuición kantiana. En la medida en que haya referencia a la imaginación o a la sensación en el concepto de Kant, tal referencia se supone una consecuencia de sus argumentos, y no una presuposición de los mismos.
> b) El uso de construcciones e intuiciones en un argumento matemático-geométrico, no significa que se apele a lo que la usanza nuestra contemporánea llamaría intuición matemática (geométrica). Significa simplemente el uso de representantes particulares de conceptos generales, i.e. reglas de instanciación.
> c) Lo que Kant dice de la matemática se aplica a la lógica contemporánea de predicados, cuyos pilares son precisamente las reglas de instanciación.
> d) Lo que hace a las verdades matemáticas sintéticas viene dado por el modo del argumento usado para establecerlas.
> e) Más específicamente, los pasos intuitivos (constructivo, sintético) de un argumento matemático se encuentra, de acuerdo con Kant, firmemente establecido dentro de las pruebas axiomáticas y deductivas, y no en apelaciones colaterales a la intuición[6].

De la reconstrucción de Hintikka se sigue que la matemática para Kant puede ser considerada como poseyendo una estructura deductiva, en un sentido

---

4 El modelo de razonamiento matemático tomado por Kant y, por ende, por Hintikka, es el presentado en los *Elementos* de Euclides. Sucintamente, consiste en la enunciación de un enunciado general (en cualquier triángulo, la suma de los tres ángulos es igual a dos rectos). Inmediatamente se aplica este enunciado a un triángulo ABC particular en un paso que se denomina *ecthesis*. Luego se procede a la demostración con la ayuda de elementos, objetos matemáticos que no figuraban en las premisas del argumento, éstas son las llamadas por Hintikka construcciones auxiliares. Por ejemplo, dibújese CE pasando por el punto E paralelo a la recta AB.

5 Sólo algunas consecuencias de las presentadas por Hintikka, las pertinentes para el presente trabajo, han sido incluidas.

6 Ahora bien, cabe resaltar que en oposición a todos los comentaristas anteriores, Hintikka piensa que el carácter sintético de la matemática tampoco viene dado por la naturaleza de los axiomas de una teoría matemática.

ampliado de «deductiva», tal que admita la introducción de elementos nuevos[7]. En consecuencia, Hintikka interpreta el concepto de construcción kantiano como un procedimiento de introducción de nuevos individuos.

Retomando nuestra formulación inicial, la relación concepto-objeto es entendida por Hintikka como una instanciación en el sentido de la lógica de predicados, más precisamente, en el sentido de la aplicación de la regla de instanciación existencial: se pasa de la afirmación «hay por lo menos un *x* que cumple la propiedad *P*» a la proposición «sea *a* uno de los objetos que cumple con *P*»[8].

3. Butts

Para Butts (1981):

> Construir una intuición *a priori* significa simplemente producir un ejemplo individual (en la intuición empírica) de acuerdo con reglas de construcción que son dadas por nuestro sistema conceptual (en este caso la matemática).
> En el caso de las construcciones matemáticas los ejemplos son usados como representantes de conceptos universales cuyo significado viene dado por el sistema matemático de que se trate, y existe por lo tanto un sentido bien directo en que los juicios matemáticos se refieren a los ejemplos o representantes que el mismo hará constructivamente posible.

Se va vislumbrando que Butts entiende la construcción de conceptos como la producción de un ejemplo concreto individual de acuerdo con reglas dadas por el sistema conceptual propio de la matemática. Los conceptos matemáticos en la concepción kantiana deben ser vistos como reglas de construcción, o como esencialmente asociados a reglas de construcción[9]. Tales reglas pueden ser entendidas como claves semánticas en el sentido de que son procedimientos para hacer corresponder a los conceptos con objetos. La relación problema es vista por Butts como una relación de producción de individuos —ejemplo por medio de las reglas mínimas de construcción contenidas en la

---

7 Esto es, precisamente, lo que ocurre con las construcciones auxiliares.

8 En la aplicación de construcciones auxiliares ve Hintikka lo equivalente a la aplicación de reglas de instanciación existencial. Según Hintikka, para Kant un razonamiento es sintético si se introducen nuevas intuiciones *a priori*, lo que en la teoría de la cuantificación es la regla de instanciación existencial. Para esto ver Hintikka (1973), cap. 5.

9 Esto lo desarrolla Butts en «Kant's Schemata as Semantical Rules».

definición de un concepto y el enriquecimiento ilimitado del concepto a partir del estudio de los ejemplos, que va a resultar a su vez en nuevas reglas de construcción.

> La regla puede ser considerada como un conjunto de condicionales a los cuales se puede agregar otros sin límite, sin agotar el significado del triángulo (Butts, *op. cit.*).

Tales condicionales serían de la forma: si esto es un triángulo, entonces puedo realizar un conjunto determinado de operaciones. Algún subconjunto de reglas será cumplido por todos los triángulos, por toda figura tomada como construcción de un triángulo.

Al presentar un triángulo particular ABC, éste es un ejemplo cuya construcción satisface la definición de triángulo. ABC es un individuo determinado plenamente identificado, y no un «*a*» postulado, nombrado. La regla de instanciación existencial no provee tal ejemplo definido, tal individuo. En palabras de Butts:

> Una regla puede imponer condiciones sobre cómo podemos conocer cosas, cómo organizar cosas. La regla no puede introducir las cosas, ni puede, como regla lógica, introducir un ejemplo de las cosas. Es precisamente para superar estas limitaciones que Kant quiso que los objetos matemáticos fueran construidos (esto está estrechamente ligado a sus esfuerzos para demostrar que la matemática es sintética) (Butts, *op. cit.*).

Butts enfatiza que las restricciones sobre las construcciones no son solamente lógicas, y agregaremos aquí que tales restricciones son semántico-trascendentales antes que propiamente semántico-formales: se trata de restricciones en el proceso de delinear un objeto al cual se aplica el concepto. Permiten que el concepto tenga significado y uso, independientemente de si la experiencia nos ofrece ejemplificaciones suficientemente buenas de estos conceptos. En la interpretación de Butts, el contexto en que Kant fundamenta la matemática es el contexto de la elaboración de conceptos (construcción). Kant atiende a consideraciones cuya comprensión se escapa de un marco estrictamente lógico deductivo. Este es el punto central de Butts:

> El punto de Kant no parece ser el que en el razonamiento matemático haya una subforma de razonamiento que introduce individuos mediante reglas lógicas de inferencia, más bien, parece querer argüir que en la matemática el razonamiento no lo es todo, que también hay hechura, producción (Butts, *op. cit.*).

Para Kant, la matemática tiene objetos, los juicios matemáticos son sintéticos. Adicionalmente, Butts señala otra motivación de la posición kantiana:

> Kant quiere hacer justicia, consistentemente con su adopción de un nuevo método de pensamiento, al hecho de que en un sentido crucialmente significativo y único, en la matemática hay creación libre de conceptos, una característica que la distingue, tanto de la filosofía (como explicación de conceptos dados) como de la ciencia natural (como matemática aplicada que busca descubrir características del mundo real) (Butts, *op. cit.*).

Hasta aquí creemos que hay suficiente material para intentar orquestar una discusión. Veámoslo:

4. Discusión

Detrás de la posición de Hintikka están sus trabajos, los cuales él mismo ha llamado de inspiración kantiana[10], donde ha argumentado que las reglas de instanciación, en particular la instanciación existencial, constituyen pasos sintéticos dentro de las pruebas lógicas, ya que se introducen individuos no mencionados en las premisas. Creemos, con Butts, que Hintikka, desde su estrategia, le adjudica a Kant un marco teórico que, si bien resalta un aspecto importante de su posición, se aleja de la que más le importa a Kant destacar.

La reconstrucción de Hintikka resalta que en la matemática hay, de hecho, introducción de individuos nuevos: construcciones auxiliares o instanciación de elementos no señalados en las condiciones iniciales de la prueba (por ejemplo, un ángulo suplementario al ángulo dado). Pero la construcción es, dentro del cálculo de predicados de primer orden, vista dentro del esquema de una prueba lógica ordinaria en la cual se aplica la regla de instanciación existencial. Esto no permite, dentro de la reconstrucción de Hintikka, dar cuenta de que para Kant no *sólo* se trata, en su concepción de que la matemática es un conocimiento que construye conceptos, de que en las pruebas se introducen individuos nuevos vía instanciación: «sea un triángulo ABC»; Kant atiende, *además*, al hecho de que no sólo se nombra un triángulo o un número particular (sea ABC, sea un número particular) sino que además se trabaja con la posibilidad de presentar un triángulo ABC o de exhibir un número natural, si no en una representación concreta por dedos o puntos, por un esquema general

10 Ver nota 1.

de construcción de números (en el ejemplo de Kant, el sistema decádico[11]). Recordemos que en la Doctrina del Método Kant quiere distinguir entre el conocimiento filosófico y el conocimiento matemático. El primero es un conocimiento derivado de conceptos, el segundo los construye.

Al decir que «la línea recta es la distancia más corta entre dos puntos» es una proposición sintética, Kant quiere expresar que el conocer características de la línea recta no consiste meramente en deducciones lógicas a partir del concepto de línea recta, sino, además, en la producción según reglas de este objeto matemático. La distinción entre juicios analíticos y sintéticos tiene una clara motivación trascendental, es decir, que atañe la cuestión de la constitución del objeto matemático, y no sólo lógico-formal que presupone un punto de vista en el cual se hace abstracción de la cuestión de cómo llegan a sernos dados objetos.

El hablar de reglas de instanciación existencial exige, pues, un marco en que, aunque haya introducción de nuevos individuos, tal introducción consiste, en la interpretación de Hintikka, meramente en mencionarlos, lo cual es algo diferente a la exhibición kantiana.

En lo que sigue se intentará dejar ver que la relación concepto-objeto es desarrollada por Kant apuntando hacia otra motivación que justamente es la que Butts desarrolla[12].

Citemos algunos pasajes del Esquematismo:

> En todas las subsunciones de un objeto bajo un concepto, la representación del primero debe ser homogénea con la del segundo, esto es, el concepto debe contener aquello que se representa en el objeto que se le subsume, ya que es precisamente esto lo que significa la expresión «un objeto está contenido bajo un concepto» (A137/B176 A138/B177).

---

11 El argumento de Butts depende de consideraciones metodológicas «sobre las características de los individuos introducidos en las pruebas mediante la instanciación existencial» (*op. cit.*). El núcleo de tales consideraciones está en el hecho de que un símbolo individual «*a*» «tiene que ser más que una variable y algo menos que una constante» (*op. cit.*). Para que la regla de instanciación existencial fuera una opción viable para explicar el concepto kantiano de construcción, el símbolo individual debería ser, en un sentido claro, un *ejemplo* individual de un concepto matemático dado.

12 Aquí queremos, partiendo de Butts (1969), presentar otros textos con vistas a iniciar un análisis preliminar de la forma como Kant ve la subsunción de un objeto bajo un concepto en la Doctrina del Esquematismo de la *Crítica*.

Lo que establece una homogeneidad entre el concepto y sus objetos es el esquema asociado con el concepto para que éste sea aplicable. El esquema es un procedimiento para producir imágenes que ilustren el concepto. Kant continúa:

> A esta representación de un procedimiento universal de la imaginación para suministrar a un concepto su propia imagen es a lo que llamo esquema de este concepto (A140/B179) – A141/B180).
>
> El esquema de triángulo no puede existir más que en el pensamiento y significa una regla de síntesis de la imaginación respecto de figuras puras en el espacio (A141/B180 – A142/B181).

El concepto de triángulo significa una regla conforme a la cual la imaginación es capaz de dibujar la figura de los distintos tipos de triángulos.

Kant dirá que las matemáticas representan lo universal en lo particular, *a priori* y mediante un esquema de la imaginación.

Un triángulo ABC particular que se construye de acuerdo con el esquema general de triángulo, representa características de cualquier triángulo. Es, sin embargo, un triángulo determinado que podemos hacer representar a conceptos y esquemas más generales o más especificados.

> Así construyo un triángulo en tanto que expongo el objeto que corresponde a este concepto, sea en la mera imaginación, en la intuición pura, sea conforme a la misma sobre el papel, en la intuición empírica, pero las dos veces completamente *a priori*, sin haber tomado prestado para ello el patrón de ninguna experiencia (A713/B741 – A714/B742).

Con Butts, diremos que cada triángulo particular es un ejemplo que expresa la universalidad del concepto en la medida que es construido a partir del esquema general del triángulo, que se formula en reglas de construcción.

El concepto permite construir ejemplos y, a su vez, la construcción de los ejemplos permite el establecimiento de relaciones con elementos nuevos que enriquecen el concepto. Podríamos decir que conocemos lo que es un triángulo a partir del estudio de lo involucrado en su ejemplificación, o de las relaciones que podemos establecer entre su ejemplificación y el resto de las construcciones matemáticas.

El marco de Hintikka exige conceptos dados sin preguntarse por su construcción, la cual, en el sentido kantiano, requiere de la producción de ejemplos efectivos en la intuición empírica según reglas contenidas en conceptos. Con la inclusión de los pasajes del esquematismo, se abre un compás argumentativo en el que la ejemplificación en la intuición empírica va a la par con la labor sintética constructiva de la imaginación, conforme a la cual se aplican las reglas de construcción. Un concepto matemático apunta hacia una posible ejemplificación, cuya realización en el papel presupone construcciones en la intuición pura que es, en Kant, el marco de la imaginación en el que se despliegan los esquemas *a priori*. El papel de la imaginación productiva, en contra de lo que dice Hintikka, no es colateral en Kant, ya que está destinado a señalar el lugar de una posible construcción *a priori*, i.e., de un esquema *a priori* para posibles construcciones *a posteriori*.

Es Butts quien hace resaltar este crucial aspecto de la concepción kantiana de la matemática. Kant habla de construcción en el sentido elemental de construcción libre de los objetos que constituyen el *datum* matemático y, por ende, construcción en el sentido de construcción de teorías matemáticas. Hintikka, por su parte, parece en realidad ayudarnos a entender otro problema, el de explicar cómo podemos salvar el carácter sintético de la prueba matemática a pesar de que Kant reconoce que toda deducción es analítica. Para resolver esta dificultad podemos utilizar la idea de Hintikka de que la introducción de elementos auxiliares que permiten relacionar de manera nueva los elementos presentados en las premisas da cuenta de una argumentación sintética, en el sentido en que Kant señala en la prueba que la demostración matemática requiere una argumentación sintética.

Esto, sin embargo, nos llevaría a otro ensayo en el que cabría preguntarse por una posible complementariedad entre ambas posiciones.