

**CONSTRUCCIÓN DE INDICADORES Y REGIONES DE  
SOSTENIBILIDAD DE LA DEUDA:  
APLICACIÓN AL CASO VENEZOLANO**

CONSTRUCTION OF DEBT SUSTAINABILITY INDICATORS AND REGIONS:  
APPLICATION TO THE VENEZUELAN CASE

JOSÉ CONTRERAS CONTRERAS\*  
UNIVERSIDAD METROPOLITANA, VENEZUELA  
<https://orcid.org/0000-0001-7015-7466>

KARELYS MEDINA\*\*  
BANCO CENTRAL DE VENEZUELA, VENEZUELA  
<https://orcid.org/0000-0003-4741-3470>

*Fecha de recepción: 28/01/2022    Fecha de aceptación: 23/04/22*  
<https://doi.org/10.54642/RVAC.2022.28.1>

---

\* Doctor en economía: PHD de la Universidad de Texas A&M. USA. Profesor de la Universidad Metropolitana- INIMET- desde 2020. Email: josecontrerasven@Gmail.com

\*\* Licenciada en Matemática. Universidad Central de Venezuela. Magister Scientiarum en Teoría y Política Económica. Universidad Central de Venezuela. Oficina de investigaciones Económicas, Analista Económico. Banco Central de Venezuela.

**Resumen**

El estudio tiene la meta de construir un indicador, así como regiones que permitan revelar alertas tempranas con relación a la sostenibilidad fiscal. Para el logro del objetivo, se parte de la ecuación presupuestaria del gobierno y, mediante el uso de propiedades de las series matemáticas telescópicas, se construye un indicador con tasas de interés y de crecimiento económico variable, lo cual lo hace más general en comparación con aquellos existentes en la literatura. En adición, por primera vez se logran construir regiones de sostenibilidad que representan las condiciones suficientes y necesarias para el análisis del problema la viabilidad de la deuda en el tiempo.

Palabras clave: deuda, sostenibilidad fiscal, tasa de interés real, crecimiento económico, ingresos fiscales, gastos fiscales.

**Código JEL: H61, H62, H63, H64**

**Abstract**

The study has the goal of constructing an indicator and regions that allow to reveal early warning in relation to fiscal sustainability. For the achievement of the objective, the analysis part of the budget equation of the Government and, through the use of mathematic telescopic series properties, is built an indicator with rates of interest and economic growth that are variables over time, which makes it more general compared with those existing in the literature. In addition, in this work, for the first time, it manages to build sustainability regions which represent necessary and sufficient conditions for the analysis of the problem of debt over time.

**Keywords: Debt, fiscal sustainability, rate of real economic growth, revenue, tax expenditures.**

**JEL Code: H61, H62, H63, H64**

.

## INTRODUCCIÓN

Después de registrar una década de elevado crecimiento y bajos niveles de inflación, la economía venezolana se ha visto afectada, desde finales de los setenta, por la presencia de inestabilidad macroeconómica y la disminución del ingreso real per cápita. La evolución de tal comportamiento se explica, en parte, por los shocks externos provenientes de la volatilidad de precios del mercado petrolero internacional.

Las exportaciones han mostrado una alta volatilidad con una reducción significativa en términos constantes per cápita. La persistencia de una fuerte dependencia del sector público de los recursos de la actividad petrolera explica una parte importante de la volatilidad fiscal. Si estas características continúan por mucho tiempo, es importante preguntarse la viabilidad de la política fiscal en términos de la sostenibilidad. La política fiscal es sostenible si puede ser mantenida sin elevar los impuestos, cortar los gastos, recurrir a la monetización o repudiando la deuda pública.

En materia de sostenibilidad de la política fiscal, se muestra la existencia y la importancia de la aplicación de indicadores, principalmente en economías que tienen alta dependencia de ingresos por recursos naturales no renovables (esencialmente el petróleo). La aplicación de estos indicadores permite determinar qué tan sostenible es la política fiscal y dónde se pueden realizar diversos ajustes para alcanzar la sostenibilidad de la misma.

En la literatura económica contemporánea de las finanzas públicas se encuentran numerosas e importantes investigaciones sobre la sostenibilidad de la deuda pública. Pues, se trata de una situación que tiene orígenes comunes y que se ha generalizado en todos los países. (Ochoa, Seijas, & Zavarce, 2002 ), (Arenas de mesa, 2016), (Afonso & Tovar Jalles, 2014), (Buiter, 1995), (Corro V. & Morales La Paz, 2017)

El peso de la deuda pública sobre las finanzas de los países ha obligado a investigadores y estudiosos del tema a indagar en posibles soluciones, tales como: examinar la manera de financiar el déficit fiscal que no provoque un incremento excesivo de la deuda pública, calcular el límite máximo de endeudamiento y evitar el llamado efecto “bola de nieve”, revisar los movimientos del tipo de cambio y el crecimiento de la economía y, la construcción de una trayectoria sostenible de la deuda pública, entre otras (Martner & Tromben, 2004).

La sostenibilidad de la deuda pública está asociada, en general, a la financiación de los déficits públicos y hace referencia a la posibilidad de que el volumen de deuda aumente indefinidamente y ponga en peligro la solvencia de largo plazo del gobierno. Cada nueva emisión de deuda origina una carga mayor de intereses, lo cual provoca que aumente el déficit total y, ese aumento, exige de nuevo la emisión de nueva deuda, y así sucesivamente. Por tales motivos, se hace

necesaria la construcción de modelos, mediante representaciones simplificadas de sistemas complejos cuyo funcionamiento se requiere para entender de una manera más adecuada la capacidad de pago de un país.

En Venezuela, similar a otros países, se han realizado diversas investigaciones de gran importancia sobre la deuda pública y su sostenibilidad, el déficit fiscal, la política fiscal, y los impactos de la deuda pública en la actividad económica y, otros (García Osío, Rodríguez Balza, Marcano, Penfold & Sánchez, 1997), (Ochoa, Seijas & Zavarce, 2002), (Lanza Soto, 2006), (Lazzáro & Contreras, 2007).

Al estudiar la sostenibilidad de la deuda pública, en general, se utilizan diversos indicadores. Sin embargo, la diversidad de trabajos se basa en indicadores que han sido construidos a partir del desarrollado por (Blanchard, 1990). El objetivo de este indicador es encontrar una trayectoria de política fiscal sostenible, ya sea mediante una tasa de tributación o de gasto constante. Esta trayectoria de tributación o de gasto constante se interpreta como la situación ideal. Luego, es posible estudiar la sostenibilidad de dos formas: por el lado del gasto, si la trayectoria de gasto corriente del periodo es negativa de manera persistente, entonces, se debería disminuir el gasto corriente para que la política fiscal sea sostenible. De manera similar, cuando la variable de control es la tributaria, si la diferencia entre la tasa de tributación de la situación ideal menos la corriente del periodo es positiva de manera persistente, entonces, implica la necesidad de incrementar los ingresos tributarios corrientes en algún momento en el futuro. Uno de los problemas con estos indicadores es que, para su deducción, en un horizonte finito, se sustenta en el supuesto de que, tanto la tasa de interés real como la del crecimiento del producto, son constantes.

Por lo tanto, en este trabajo se trata, en primer lugar, la construcción de indicadores, considerando variaciones intertemporales de la tasa de interés real y del crecimiento del producto. A partir de estos indicadores se puede deducir que existen múltiples trayectorias de tributación sostenible, dependiendo de cada serie de gasto, de tasa de interés real y crecimiento del PIB. El gran reto del trabajo consiste en que el indicador propuesto represente un criterio de sostenibilidad que se constituya en una condición suficiente y necesaria. El indicador generaliza al desarrollado por Oliver Blanchard en cuanto que los parámetros son constantes, mientras, en el propuesto en este trabajo son variables. Por otro lado, el indicador Blanchard es una condición suficiente, mientras, en el trabajo las condiciones obtenidas son necesarias y suficientes.

En segundo lugar, se intenta conseguir regiones de sostenibilidad. La idea es partir de la condición que el valor presente de los impuestos corrientes es mayor o igual al valor presente de la situación ideal que hace que la política fiscal sea sostenible. A partir de las restricciones anteriores se construyen regiones, por vía

de la política tributaria o de gasto, que garanticen sostenibilidad. Teóricamente hablando, la región así definida se constituye en las condiciones necesarias y suficientes de sostenibilidad fiscal.

En tercer lugar, se evaluará el indicador de sostenibilidad fiscal para la economía venezolana, estimando el indicador para periodos históricos y comparando los resultados con los hechos reales.

#### DINÁMICA DE LA DEUDA

Para abordar el tema de la dinámica de la deuda, el presente estudio plantea seguir el trabajo de investigación de (Croce & Hugo, 2003) que por su naturaleza reúnen las condiciones tanto teóricas como empíricas sobre las relaciones entre política fiscal y el endeudamiento, en términos de su viabilidad y sostenibilidad, en el marco de la dinámica económica. El análisis toma en cuenta, entre otros, los ingresos fiscales, el crecimiento de la economía, la variación del tipo de cambio, las tasas de interés, tanto externas como internas, otras variables macroeconómicas importantes y, por supuesto, el contexto internacional.

El estudio parte de considerar la restricción presupuestaria del gobierno, donde se define el déficit del gobierno como la diferencia entre los ingresos fiscales y el gasto del gobierno, más el pago de intereses de la deuda del período anterior, mediante:

$$-Déficit_t + T_t + DM_t = i_t B_{t-1} + G_t \quad (1)$$

$B_{t-1}$  : Saldo deuda al final del período  $t - 1$ .

$G_t$ : Gasto primario, gasto del gobierno, excluye pago de intereses de deuda ( $i_t B_{t-1}$ )

$i_t B_{t-1}$ : Intereses pagados en el período  $t$  de deuda  $B_{t-1}$

$i_t B_{t-1} + G_t$ : Pagos totales del gobierno central.

$T_t$ : Ingresos fiscales del gobierno central.

$DM_t = BM_t - BM_{t-1}$

$BM_t$ : Base monetaria

También, puede definirse el déficit presupuestario del gobierno en el período  $t$ , mediante la variación del saldo de la deuda interna y externa medida en términos nominales. En este caso se tiene que:

$$(B_t - B_{t-1}) + (BM_t - BM_{t-1}) + T_t = i_t B_{t-1} + G_t \quad (2)$$

El déficit se asume que puede ser financiado, ya sea, con deuda interna y externa, incrementando la base monetaria o usando los ingresos fiscales.

Definiendo el déficit primario,  $DP_t = T_t - G_t$  y  $DM_t = BM_t - BM_{t-1}$  se puede escribir (2) mediante:

$$B_t = (1 + i_t)B_{t-1} + DP_t - DM_t \quad (3)$$

La ecuación (3) representa la deuda al final del período  $t$ , esto es, la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno. Esta restricción presupuestaria indica que, si el gobierno tiene un déficit en el período  $t$ , la deuda total se eleva, si por el contrario existe superávit fiscal, la deuda disminuye.

Al asumir que el déficit puede ser financiado con emisión de deuda interna y externa, es necesario desagregar el saldo total de la deuda entre moneda local y moneda externa, para ello el saldo de la deuda puede ser escrito de la siguiente manera:

$$B_t = B_t^D + E_t B_t^*$$

$E_t$ : Tasa de cambio promedio en  $t$ , definida como el monto de moneda local por unidad de moneda extranjera.

De manera similar, desagregamos el pago de intereses y se obtiene que:

$$i_t B_{t-1} = i_t^D B_{t-1}^D + E_t i_t^* B_{t-1}^* \quad (4)$$

$i^D, i^*$ : Tasas de interés promedio nominales de la deuda interna y externa, respectivamente. Por consiguiente, se define:

$E_t B_t^*$ : Saldo de la deuda externa valorada en moneda local,

$E_t i_t^* B_{t-1}^*$ : Saldo de intereses pagados de deuda externa en moneda local.

Sustituyendo (4) en (3), se obtiene que

$$B_t = B_t^D + E_t B_t^*$$

$$B_t = (1 + i_t^D)B_{t-1}^D + E_t(1 + i_t^*)B_{t-1}^* - DP_t - DM_t \quad (5)$$

En la ecuación (5), los pasivos financieros del gobierno (deuda) se desagregan en moneda nacional y moneda extranjera.

Ahora, se necesita conocer la proporción de la deuda con respecto al valor de la producción nacional, es decir, se expresa (5) en términos del producto  $Y_t$ . Para ello se definen las siguientes relaciones.

$$b_t^D = \frac{B_t^D}{Y_t} \quad b_t^E = \frac{B_t^E}{Y_t} \equiv \frac{E_t B_t^*}{Y_t} \quad dp_t = \frac{DP_t}{Y_t} \quad sf_t = \frac{DM_t}{Y_t}$$

Entonces, se tiene que:

$$b_t = b_t^D + b_t^E$$

$$b_t = (1 + i_t^D) \frac{B_{t-1}^D}{Y_t} + E_t(1 + i_t^*) \frac{B_{t-1}^*}{Y_t} - dp_t - sf_t$$

Luego,

$$b_t = (1 + i_t^D) \frac{B_{t-1}^D}{Y_{t-1}} \frac{Y_{t-1}}{Y_t} + E_t(1 + i_t^*) \frac{B_{t-1}^*}{Y_{t-1}} \frac{Y_{t-1}}{Y_t} - dp_t - sf_t$$

De donde,

$$b_t = b_t^D + b_t^E$$

$$b_t = (1 + i_t^D) b_{t-1}^D \frac{Y_{t-1}}{Y_t} + (1 + i_t^*) E_t \frac{B_{t-1}^* Y_{t-1}}{Y_{t-1} Y_t} - dp_t - sf_t$$

Pero,

$$\frac{B_{t-1}^*}{Y_{t-1}} = \frac{1}{E_{t-1}} \frac{B_{t-1}^E}{Y_{t-1}} = \frac{1}{E_{t-1}} b_{t-1}^E$$

En consecuencia, se obtiene la siguiente expresión:

$$b_t = b_t^D + b_t^E$$

$$b_t = (1 + i_t^D) b_{t-1}^D \left( \frac{Y_{t-1}}{Y_t} \right) + (1 + i_t^*) b_{t-1}^E \left( \frac{E_t}{E_{t-1}} \right) \left( \frac{Y_{t-1}}{Y_t} \right) - dp_t - sf_t \quad (6)$$

Si se denota por  $\theta_t$  como la tasa de crecimiento del PIB real y  $\pi_t$  la tasa de inflación doméstica, entonces, el crecimiento del PIB nominal viene dado por:

$$Y_t = (1 + \theta_t)(1 + \pi_t)Y_{t-1}$$

Además, la variación del tipo de cambio nominal (devaluación nominal promedio)  $e_t$ , se define mediante:

$$e_t = \frac{E_t}{E_{t-1}} - 1$$

Entonces (6) puede describirse de la siguiente manera:

$$b_t = b_t^D + b_t^E$$

$$b_t = \frac{1 + i_t^D}{(1 + \pi_t)(1 + \theta_t)} b_{t-1}^D + \frac{(1 + i_t^E)(1 + e_t)}{(1 + \pi_t)(1 + \theta_t)} b_{t-1}^E - dp_t - sf_t \quad (7)$$

Sea,  $r_t^D$  la tasa real de interés de la deuda interna y  $r_t^E$  la tasa real de interés de la deuda externa, valorada en moneda local de la siguiente manera:

$$r_t^D = \frac{1 + i_t^D}{1 + \pi_t} - 1$$

$$r_t^E = \frac{(1 + i_t^E)(1 + e_t)}{(1 + \pi_t)} - 1$$

Donde  $i_t^D$  e  $i_t^E$  son las tasas de interés implícitas doméstica y externa, estimadas mediante

$$i_t^{D,E} = \frac{\text{Pagos de intereses (internos o externos)}}{\text{Saldo de la deuda}_{t-1}}$$

Luego, usando  $r_t^D$  y  $r_t^E$  en la ecuación (7) y haciendo algunas manipulaciones algebraicas, se obtiene que:

$$b_t = b_t^D + b_t^E$$

$$b_t = \frac{1 + r_t^D}{1 + \theta_t} b_{t-1}^D + \frac{1 + r_t^E}{1 + \theta_t} b_{t-1}^E - dp_t - sf_t \quad (8)$$

La ecuación (8) puede ser reducida, para ello se multiplica apropiadamente por  $\frac{b_{t-1}}{b_{t-1}}$ , luego se tiene que:

$$b_t = \frac{1 + r_t^D}{1 + \theta_t} b_{t-1}^D \left( \frac{b_{t-1}}{b_{t-1}} \right) + \frac{1 + r_t^E}{1 + \theta_t} b_{t-1}^E \left( \frac{b_{t-1}}{b_{t-1}} \right) - dp_t - sf_t$$

En consecuencia, se obtiene que:

$$b_t = b_t^D + b_t^E$$

$$b_t = \frac{1 + r_t^D}{1 + \theta_t} \left( \frac{b_{t-1}^D}{b_{t-1}} \right) b_{t-1} + \frac{1 + r_t^E}{1 + \theta_t} \left( \frac{b_{t-1}^E}{b_{t-1}} \right) b_{t-1} - dp_t - sf_t \quad (9)$$

La tasa de interés real ponderada<sup>1</sup> relevante para la deuda se define como:

$$r_t = r_t^D \left( \frac{b_{t-1}^D}{b_{t-1}} \right) + r_t^E \left( \frac{b_{t-1}^E}{b_{t-1}} \right)$$

Donde  $r_t^D \left( \frac{b_{t-1}^D}{b_{t-1}} \right)$  y  $r_t^E \left( \frac{b_{t-1}^E}{b_{t-1}} \right)$  son las tasas de interés real ponderadas de la deuda interna y de la deuda externa, respectivamente.

Sustituyendo la definición de tasa de interés real ponderada en la ecuación (9) se obtiene la condición estándar de solvencia y sostenibilidad de la deuda, la cual se escribe de la siguiente manera:

$$b_t = \frac{1 + r_t}{1 + \theta_t} b_{t-1} - dp_t - sf_t \quad (10)$$

En efecto,

$$b_t = \frac{1}{1 + \theta_t} \left[ \frac{b_{t-1}^D}{b_{t-1}} b_{t-1} + r_t^D \frac{b_{t-1}^D}{b_{t-1}} b_{t-1} + r_t^E \frac{b_{t-1}^E}{b_{t-1}} b_{t-1} \right] - dp_t - sf_t$$

---

<sup>1</sup> Usando como ponderador las participaciones de deuda interna y externa dentro del total.

Usando la definición de tasa de interés real ponderada que es relevante para la deuda, simplificando, agrupando y, tomando en cuenta que  $b_{t-1}^D + b_{t-1}^E = b_{t-1}$ , se obtiene (10).

La ecuación (10) exhibe la dinámica de la deuda y hace explícito los factores determinantes del grado de endeudamiento. Además, (10) es una ecuación en diferencias que relaciona el volumen de la deuda en el período  $t$  con otras variables del mismo período y con el volumen de deuda en el período anterior.

El cociente  $\beta_t = \frac{1+r_t}{1+\theta_t}$  es una tasa especial de descuento y trae a valor presente el flujo futuro de ingresos del gobierno.

#### CONDICIONES DE SOSTENIBILIDAD

A partir de la ecuación en diferencias (10) se concluye que si  $r_t < \theta_t$ , entonces, la deuda tiende a reducirse como proporción del producto sin que se hayan generado superávits primarios. En este caso el gobierno podría permanecer con déficit primario, pagando deuda con nueva deuda.

Por lo tanto, es importante responder qué pasa cuando  $r_t > \theta_t$ . Pues, en caso contrario no se enfrenta a ninguna restricción de sostenibilidad.

Con el fin de encontrar condiciones de sostenibilidad cuando  $r_t > \theta_t$  se define la siguiente función:

$$\alpha_t = \begin{cases} \frac{1}{\prod_{i=1}^t \left( \frac{1+r_i}{1+\theta_i} \right)}, & t \geq 1 \\ 1, & t = 0 \end{cases}$$

Luego, a partir de (10) se puede estimar el valor presente, usando  $\alpha_t$  como la tasa de descuento. Así se tiene la siguiente expresión (11).

$$\alpha_t b_t = \left( \frac{1+r_t}{1+\theta_t} \right) \alpha_t b_{t-1} - \alpha_t dp_t - \alpha_t sf_t \quad (11)$$

Del hecho que:

$$\left(\frac{1+r_t}{1+\theta_t}\right)\alpha_t = \left(\frac{1+r_t}{1+\theta_t}\right)\frac{1}{\prod_{i=1}^t\left(\frac{1+r_i}{1+\theta_i}\right)} = \frac{1}{\prod_{i=1}^{t-1}\left(\frac{1+r_i}{1+\theta_i}\right)} = \alpha_{t-1}$$

se desprende que:

$$\alpha_t b_t = \alpha_{t-1} b_{t-1} - \alpha_t dp_t - \alpha_t sf_t \quad (12)$$

Definiendo  $a_t = \alpha_{t-1} b_{t-1} - \alpha_t b_t$ , se obtiene una serie, matemáticamente, llamada telescópica y que tiene propiedades útiles para el análisis.

Así, se tiene que:

$$\sum_{t=N}^{N+T} a_t = \alpha_{N-1} b_{N-1} - \alpha_{N+T} b_{N+T} \quad (13)$$

Esta serie es convergente si  $\lim_{T \rightarrow \infty} \alpha_{N+T} b_{N+T} = 0$ . (14)

Combinando las ecuaciones (12), (13) y (14), con  $T \rightarrow \infty$ , se obtiene la siguiente expresión:

$$\sum_{t=N}^{N+T} a_t = \alpha_{N-1} b_{N-1} = \sum_{t=N}^{\infty} (\alpha_t dp_t + \alpha_t sf_t) \quad (15)$$

La expresión (15) es equivalente a:

$$\alpha_N b_N = \sum_{t=N+1}^{\infty} (\alpha_t dp_t + \alpha_t sf_t) \quad (16)$$

Ahora bien, si  $N = 0$  y, del hecho que:  $\alpha_0 = 1$ , entonces, se deduce que:

$$b_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t dp_t + \alpha_t sf_t \quad (17)$$

De esta última ecuación permite afirmar que la política fiscal es sostenible, en un periodo de tiempo infinito, si el superávit primario junto con el financiamiento monetario, en valor presente, iguale al coeficiente inicial,  $b_0$ .

**Proposición 1.-** Supóngase que se conocen las trayectorias del gasto y financiamiento monetario, entonces, existe una trayectoria de política fiscal sostenible con un coeficiente tributación constante.

**Demostración:**

Del hecho que  $dp_t = t_t - g_t$  y asumiendo el coeficiente  $t_t = t^*$ , sustituyendo en la expresión (17) se obtiene que:

$$b_0 = \sum_{t=1}^{\infty} (\alpha_t t^* - \alpha_t g_t + \alpha_t sf_t)$$

A partir de allí se desprende que:

$$b_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t t^* - \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t g_t + \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t sf_t$$

Y, por lo tanto:

$$b_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t sf_t = t^* \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t$$

$$t^* = \frac{b_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t sf_t}{\sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t} \quad (18)$$

**Proposición 2.** Existe una tasa “g” de gasto constante que garantiza que la política fiscal sea sostenible. Es decir, existe el coeficiente de gasto constante compatible con la estructura tributaria.

**Demostración:**

$$b_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t t_t - \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t g^* + \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t s f_t$$

$$g^* \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t = \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t t_t + \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t s f_t - b_0$$

Luego, despejando  $g^*$  se llega a que:

$$g^* = \frac{\sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t t_t + \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t s f_t - b_0}{\sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t} \quad (19)$$

Las proposiciones 1 y 2 constituyen una generalización a los resultados obtenidos por (Blanchard, 1990) y generalizados por (Talvi & Végh, 2000). En el sentido que no es necesario la condición de que la tasa de interés y de crecimiento de la economía sean constantes.

La interpretación es similar. En efecto, el problema de sostenibilidad se puede analizar de dos formas:

**Primero**, si  $g^* - g_t < 0$  de manera persistente, entonces, debe reducir el gasto para garantizar que la política fiscal sea sostenible. En caso contrario, la sostenibilidad fiscal estaría comprometida.

**Segundo**, si  $t^* - t_t > 0$  es positivo de manera persistente, entonces, debe aumentar los ingresos tributarios en algún momento en el futuro. En caso contrario, la sostenibilidad de la política fiscal está en riesgo.

Los indicadores anteriores son interesantes desde la perspectiva teórica, sin embargo, no pueden ser construidos debido a que se requiere predicciones de  $\{g_t, t_t, s f_t, \alpha_t\}$  hasta el infinito.

(Blanchard, 1990) define un indicador de sostenibilidad fiscal para un horizonte finito, considerando constante, tanto la tasa de interés, como la tasa de

crecimiento de la economía. En este trabajo se construye un indicador de sostenibilidad análogo, pero sin la condición impuesta para la tasa de interés y el indicador de crecimiento de la economía.

**Proposición 3.** El coeficiente tributario constante compatible con el criterio de sostenibilidad fiscal viene dado por:

$$t_N^* = \frac{b_0 - \alpha_N b_N + \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t}{\sum_{t=1}^N \alpha_t}$$

**Demostración:**

En efecto, de la ecuación (17) se tiene que:

$$b_0 = \sum_{t=1}^N (\alpha_t d p_t + \alpha_t s f_t) + \sum_{t=N+1}^{\infty} (\alpha_t d p_t + \alpha_t s f_t) \quad (20)$$

Luego, sustituyendo (16) en (20) se arriba a la siguiente expresión:

$$b_0 = \sum_{t=1}^N (\alpha_t d p_t + \alpha_t s f_t) + \alpha_N b_N \quad (21)$$

Es decir, para  $t_t = t_N^*$ , la ecuación (21) se expresa como:

$$b_0 = \sum_{t=1}^N \alpha_t t_N^* - \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + \alpha_N b_N$$

$$b_0 - \alpha_N b_N + \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t = t_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t$$

Para finalmente, encontrar el coeficiente tributario  $t_N^*$  el cual viene dado según la siguiente expresión:

$$t_N^* = \frac{\sum_{t=1}^N \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + b_0 - \alpha_N b_N}{\sum_{t=1}^N \alpha_t} \quad (22)$$

**Proposición 4.** El coeficiente de gasto constante compatible con el criterio de sostenibilidad fiscal bien dado por:

$$g_N^* = \frac{\sum_{t=1}^N \alpha_t t_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t - b_0 + \alpha_N b_N}{\sum_{t=1}^N \alpha_t}$$

**Demostración:**

A partir de (21) y el hecho que  $g_t = g_N^*$  se tiene que:

$$b_0 = \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t - g_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + \alpha_N b_N$$

$$g_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t = \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + \alpha_N b_N - b_0$$

$$g_N^* = \frac{\sum_{t=1}^N \alpha_t t_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + \alpha_N b_N - b_0}{\sum_{t=1}^N \alpha_t} \quad (23)$$

**Proposición 5.** Si el  $\lim_{N \rightarrow \infty} \alpha_N b_N = 0$ , los indicadores  $t_N^*$  y  $g_N^*$  tienden  $t^*$ ,  $g^*$ .

La demostración es consecuencia de tomar el límite cuando  $N \rightarrow \infty$  en las expresiones (22) y (23) bajo el supuesto que:  $\lim_{N \rightarrow \infty} \alpha_N b_N = 0$ .

La interpretación es similar.

**Primero**, si  $g_N^* - g_t < 0$  de manera persistente, entonces, se debería reducir el gasto para garantizar que la política fiscal sea sostenible. En caso contrario, la sostenibilidad fiscal estaría comprometida.

**Segundo**, si  $t_N^* - t_t > 0$  de manera persistente, entonces, se deben aumentar los ingresos tributarios, en algún momento en el futuro. En caso contrario, la sostenibilidad de la política fiscal está en riesgo.

Un elemento importante es, si estas condiciones son necesarias y suficientes. Se sabe que es suficiente, por construcción. ¿Será necesaria?, la respuesta es no. En efecto, puede existir una trayectoria  $t_t$  que oscile alrededor de  $t_N^*$  y sea sostenible. Es decir, es posible tener una trayectoria de impuestos o gastos que al principio se sitúa por debajo de la tasa sostenible, pero después, se ubica por arriba y siga siendo sostenible. Como tal trayectoria existe, las condiciones mostradas anteriormente son suficientes y no necesarias.

**CONSTRUCCIÓN DE REGIONES DE SOSTENIBILIDAD**

Con el fin de construir un indicador que proporcione condiciones necesarias y suficientes de sostenibilidad se define lo que se entenderá por una política fiscal sostenible.

**Definición:** Una política fiscal  $\{g_t, t_t, sf_t, b_0, b_N\}$  es sostenible si y solo si alguna de las siguientes condiciones se cumple:

$$a) \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t \geq t_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t$$

$$b) \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t \leq g_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t$$

**Proposición 6.** Las condiciones a) y b) son equivalentes

**Demostración:**

Se quiere demostrar que:  $\rightarrow$  a)  $\rightarrow$  b), o sea:

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t t_t \geq t_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t \quad \leftarrow \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t \leq g_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t$$

(            )  $\rightarrow$

Si se cumple que,  $\sum_{t=1}^N \alpha_t t_t \geq t_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t$ , entonces,  $t_N^* \leq \frac{\sum_{t=1}^N \alpha_t t_t}{\sum_{t=1}^N \alpha_t}$  (24)

Pero, sustituyendo (22) en (24), la siguiente desigualdad tiene lugar:

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + b_0 - \alpha_N b_N \leq \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t \quad (25)$$

Partiendo de (23) se tiene que:

$$g_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t - \alpha_N b_N + b_0 = \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t \quad (26)$$

Sustituyendo (26) en el lado derecho de (25) se obtiene el siguiente resultado

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t g_t \leq g_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t$$

← a) — b)  
← ( )

Si se cumple que,

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t g_t \leq g_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t,$$

entonces,

$$g_N^* \geq \frac{\sum_{t=1}^N \alpha_t g_t}{\sum_{t=1}^N \alpha_t} \quad (27)$$

Sustituyendo (23) en (27) se llega a la siguiente desigualdad:

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t t_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + \alpha_N b_N - b_0 \geq \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t \quad (28)$$

De la ecuación (22) se tiene que:

$$t_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t = \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + b_0 - \alpha_N b_N$$

Y, por lo tanto

$$t_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t - b_0 + \alpha_N b_N = \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t \quad (29)$$

Ahora sustituyendo (29) en el lado derecho de (28) se llega a que:

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t t_t \geq t_N^* \sum_{t=1}^N \alpha_t$$

La conclusión que se desprende es que para evaluar la sostenibilidad de una política fiscal específica basta con utilizar una de las desigualdades, a) o b).

**Proposición 7.** Las condiciones a) y b) se pueden escribir como sigue:

$$c) \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t \geq \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + b_0 - \alpha_N b_N$$

$$d) \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t \leq \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + \alpha_N b_N - b_0$$

La demostración se obtiene al sustituir (22) y (23) en las condiciones a) y b) para obtener las condiciones c) y d).

**Proposición 8.** En la frontera de la región de sostenibilidad, la tasa de sustitución entre impuestos presentes y futuros es mayor que 1 para asegurar la trayectoria de impuestos sostenibles. Similar para los gastos presentes y futuros.

**Demostración:**

De la condición c) se tiene que en la frontera vale la siguiente igualdad:

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t t_t = \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + b_0 - \alpha_N b_N$$

Si se considera los tiempos  $t = i$  y  $t = j$  con  $j > i$ , se tiene que:

$$\sum_{t=1, t \neq i, t \neq j}^N \alpha_t t_t + \alpha_i t_i + \alpha_j t_j = \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + b_0 - \alpha_N b_N$$

Tomando diferencial respecto a  $t_i$  y  $t_j$ , tiene que:

$$\alpha_i (dt_i) + \alpha_j (dt_j) = 0$$

Luego,

$$\alpha_j (dt_j) = -\alpha_i (dt_i)$$

De donde se desprende que:

$$\frac{(dt_j)}{(dt_i)} = -\frac{\alpha_i}{\alpha_j}$$

De la definición de  $\alpha_i$  y  $\alpha_j$  se tiene que:

$$\frac{\alpha_i}{\alpha_j} = \prod_{k=i+1}^j \left( \frac{1+r_k}{1+\theta_k} \right)$$

Del hecho que  $r_k > \theta_k$ , se desprende que  $\prod_{k=i+1}^j \left( \frac{1+r_k}{1+\theta_k} \right) > 1$

Así, por ejemplo, una reducción del 1% de la relación impuesto a PIB presente, implica que un aumento de más del 1% en los impuestos futuros como proporción del PIB.

### 1. Espacio fiscal

El objetivo es conseguir el gasto adicional máximo que es posible realizar sin incurrir en problemas de insostenibilidad fiscal.

De la condición d) se tiene que:

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t g_t \leq \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + \alpha_N b_N - b_0$$

Si se denota por  $\Delta g_t$  la variación del gasto en proporción del PIB, entonces, se tiene que el gasto adicional debe cumplir la siguiente condición:

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t (g_t + \Delta g_t) = \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + \alpha_N b_N - b_0$$

De allí se desprende que:

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t \Delta g_t = \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + \alpha_N b_N - b_0 - \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t$$

Si  $\sum_{t=1}^N \alpha_t \Delta g_t > 0$ , implica en cuánto se puede incrementar el gasto, en términos del PIB, sin poner en riesgo la sostenibilidad. Si  $\sum_{t=1}^N \alpha_t \Delta g_t < 0$ , informa

en cuánto debe disminuir el gasto, en términos del PIB, para recobrar la sostenibilidad.

De manera similar para los impuestos: se sabe que la condición de sostenibilidad viene dada por:

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t t_t \geq \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + b_0 - \alpha_N b_N$$

Si se denota por  $\Delta t_t$  la variación del impuesto en proporción del PIB, entonces, se tiene que el  $\Delta t_t$  adicional debe cumplir la siguiente condición:

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t (t_t + \Delta t_t) = \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + b_0 - \alpha_N b_N$$

Por lo tanto, se obtiene la siguiente expresión:

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t \Delta t_t = \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + b_0 - \alpha_N b_N - \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t$$

Si el lado izquierdo es negativo, significa que aún puede disminuir los impuestos como proporción del PIB, sin poner en peligro la sostenibilidad. En caso de ser positivo, debe aumentar las proporciones de impuestos para recobrar la sostenibilidad.

## 2. Estimaciones para el caso venezolano.

A continuación, se muestra el índice de sostenibilidad y los resultados para Venezuela. A partir de la proposición 7 se tiene la condición necesaria y suficiente de sostenibilidad:

$$\sum_{t=1}^N \alpha_t t_t \geq \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + b_0 - \alpha_N b_N$$

Luego se define el índice de sostenibilidad como:

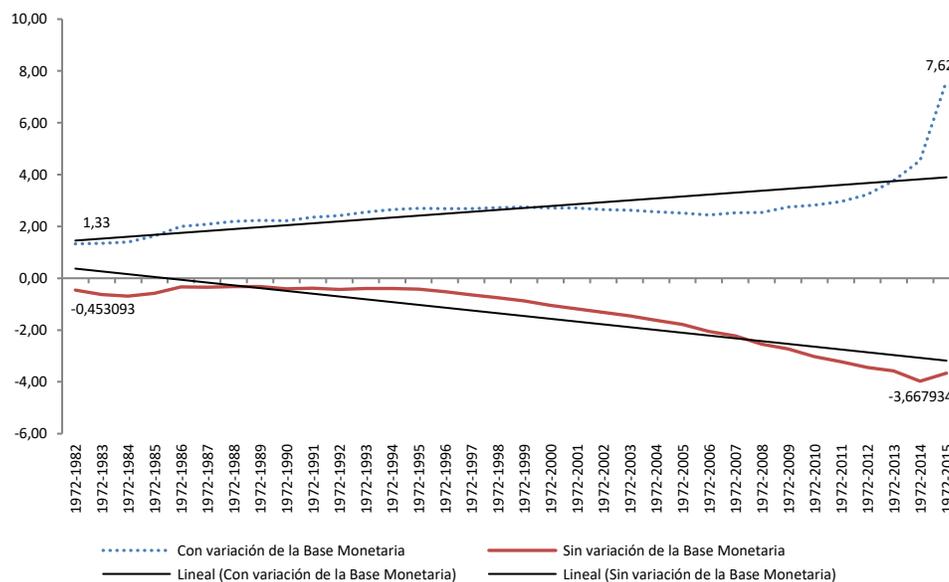
$$I_{sost} = \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t - \mathbf{b}_0 + \alpha_N \mathbf{b}_N$$

Notando que el valor del índice se interpreta de la siguiente manera:

- Si  $I_{sost}$  es no negativo ( $I \geq 0$ ) se puede afirmar la sostenibilidad de la dinámica de la deuda.
- Si  $I_{sost}$  es negativo ( $I < 0$ ) se puede afirmar la insostenibilidad de la dinámica de la deuda.

Los gráficos 1 y 2 muestran el resultado de calcular índice de sostenibilidad considerando que el año 1972 es el año base. Es decir, fijado el año 1972, se estima el índice asumiendo el histórico de las variables macroeconómicas hasta el año 2015.

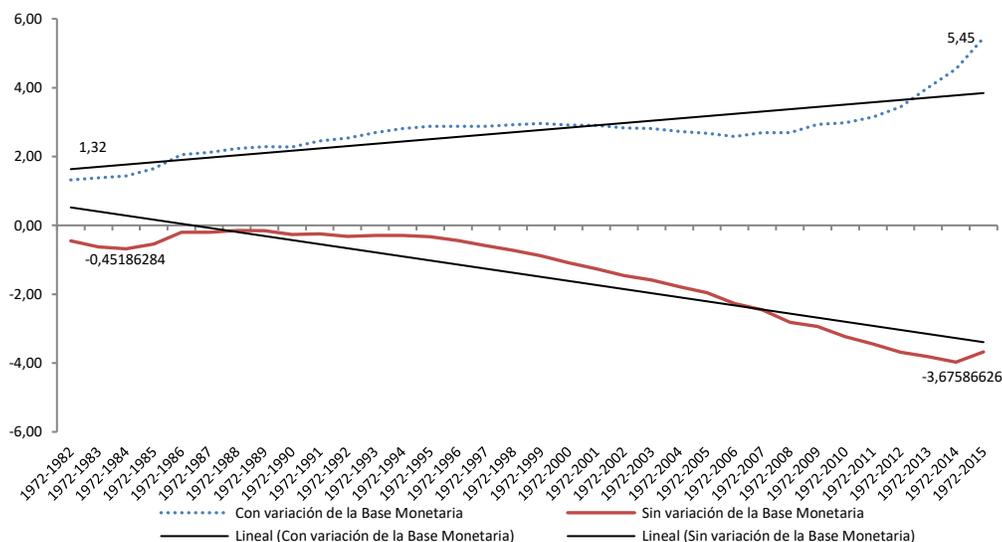
Gráfico 1: Índice de sostenibilidad de la deuda venezolana 1972-2015 (tipo de cambio oficial)



Fuente: Banco Central de Venezuela y Ministerio del Poder Popular de Economía, Finanzas y Comercio Exterior. Cálculos propios

El gráfico 1 muestra el indicador con el tipo de cambio nominal oficial. Mientras en el gráfico 2, se usa el tipo de cambio de la economía<sup>2</sup>.

Gráfico 2: Índice de sostenibilidad de la deuda venezolana 1972-2015 (tipo de cambio de la economía)



Fuente: Banco Central de Venezuela y Ministerio del Poder Popular de Economía, Finanzas y Comercio Exterior. Cálculos propios

El indicador da cuenta de dos periodos de insostenibilidad de la deuda. El primero en la primera mitad de los 80's y, el segundo, hacia finales de los 90's. Situación que se muestra agravada a partir del año 2000.

La utilidad del indicador y las regiones, construidas en el trabajo, radica en la posibilidad de poder evaluar la sostenibilidad fiscal a partir de escenarios de la economía nacional. Dado que los escenarios deben ser consistentes con las variables macroeconómicas se sugiere la posibilidad de usar modelos de equilibrio general, mediante el cual se pueda visualizar la dinámica de las variables del modelo de sostenibilidad fiscal.

<sup>2</sup> El tipo de cambio de la Economía se corresponde con el promedio ponderado de los tipos de cambio existentes: el tipo de cambio oficial considerando SICAD, CENCOEX y SIMADI, y el tipo de cambio paralelo. El dato para el 2015 proviene del Informe de Coyuntura Cambiaria, publicado por Ecoanalítica, año 12, número 11. diciembre 2016.

## CONCLUSIONES

Lo expuesto a lo largo del trabajo permite arribar a las siguientes conclusiones:

1. En cuanto a las construcciones de regiones de sostenibilidad fiscal.

A partir de la observación de la existencia de diversas estructuras de ingresos ( $t_t$ ) y gastos fiscales ( $g_t$ ), la tasa de crecimiento del producto ( $\theta_t$ ) y tipo de cambio real ( $r_t$ ), se definen las siguientes condiciones como regiones de sostenibilidad:

$$I) \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t \geq \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + b_0 - \alpha_N b_N$$

$$II) \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t \leq \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t + \alpha_N b_N - b_0$$

Las expresiones así construidas corresponden un criterio novedoso, con relación a aquellos existentes en la literatura, para analizar la sostenibilidad fiscal de diferentes escenarios macroeconómicos.

2. En cuanto al diseño de un indicador de sostenibilidad fiscal.

A partir de las regiones de sostenibilidad fiscal se diseñó el siguiente índice de sostenibilidad:

$$I_{sost} = \sum_{t=1}^N \alpha_t t_t - \sum_{t=1}^N \alpha_t g_t + \sum_{t=1}^N \alpha_t s f_t - b_0 + \alpha_N b_N$$

El indicador propuesto se estimó para los datos de la economía venezolana, seleccionando como año base 1972. *La dinámica que sigue el indicador muestra que replica muy bien los acontecimientos de crisis de la deuda.* Lo que se deduce que dicho indicador puede dar señales de alerta que permitan tomar las precauciones y evitar los problemas que se generan por la insostenibilidad de la deuda.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Afonso, A. & Tovar, J. (2014). A longer-run perspective on fiscal sustainability. *Empirica*, 821-847.
- Arenas de mesa, A. (2016). *Sostenibilidad fiscal y reformas tributarias en América Latina*. Santiago de Chile: CEPAL.
- Blanchard, O. (1990). Sugestions for a New Set of fiscal Indicators. *Working Paper (79)*. OCDE.
- Buiter, W. (1995). *Measuring Fiscal Sustainability*. Cambridge: University of Cambridge.
- Corro, J. & Morales La Paz, L. (2017). Sostenibilidad y solvencia de la política fiscal: una evaluación retrospectiva para el caso venezolano:1968-2014. *Revista Economía, Empresa e Instituciones (REEEI)*, 125-161.
- Croce, E. & Hugo, J. R. (2003). Assessing Fiscal Sustainability: A cross-country Comparison. *IMF Working Paper*, 32.
- García, G., Rodríguez, R., Marcano, L., Penfold, R. & Sánchez , G. (1997). La sostenibilidad de la política fiscal en Venezuela. *Banco Interamericano de Desarrollo*.
- Lanza, S. (2006). *Análisis de sostenibilidad de la política fiscal mediante la aplicación del índice de Blanchard*. Caracas: Universidad Católica Andrés Bello.
- Lazzáro, O. & Contreras, P. (2007). *Sostenibilidad de la política fiscal en economías petroleras frete a choques positivos en los precios del crudo*. Caracas: Universidad Católica Andrés Bello.
- Martner, R. & Tromben, V. (2004). La sostenibilidad de la deuda pública, el efecto bola de nieve y el “pecado original”. *Serie CEPAL*, 47.
- Ochoa, E., Seijas, L. & Zavarce, H. (2002 ). Consideraciones metodológicas para la evaluación de la sostenibilidad y vulnerabilidad fiscal. *Revista BCV.*, 65-90.
- Talvi, E. & Végh, C. (2000). *¿Cómo armar el rompecabezas fiscal?. Nuevos indicadores de sostenibilidad*. Washington: Banco Interamericano de Desarrollo.