

## **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

### **ANÁLISIS Y DISEÑO DE VIGAS-CABEZAL PARA ESTRUCTURAS CON SISTEMAS DE ENCOFRADO TIPO TÚNEL**

Presentado ante la Ilustre

Universidad Central de Venezuela

Por los Brs.:

Quintana Michelangeli, Rosalinda

Rojas García, Andrea

Para optar al Título de

Ingeniero Civil

Caracas, 2013

## **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

### **ANÁLISIS Y DISEÑO DE VIGAS-CABEZAL PARA ESTRUCTURAS CON SISTEMAS DE ENCOFRADO TIPO TÚNEL**

TUTOR ACADÉMICO: Prof. José Manuel Velásquez.

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela

Por los Brs.:

Quintana Michelangeli, Rosalinda

Rojas García, Andrea

Para optar al Título de

Ingeniero Civil

Caracas, 2013

ACTA

El día 03/06/2013 se reunió el jurado formado por los profesores:

Ricardo Bonilla

\_\_\_\_\_  
José Antonio Guerrero

\_\_\_\_\_  
José Manuel Velásquez

Con el fin de examinar el Trabajo Especial de Grado titulado: "ANÁLISIS Y DISEÑO DE VIGAS-CABEZAL PARA ESTRUCTURAS CON SISTEMAS DE ENCOFRADO TIPO TÚNEL".

Presentado ante la Ilustre Universidad Central de Venezuela para optar al Título de **INGENIERO CIVIL**.

Una vez oída la defensa oral que las bachilleres hicieron de su Trabajo Especial de Grado, este jurado decidió las siguientes calificaciones:

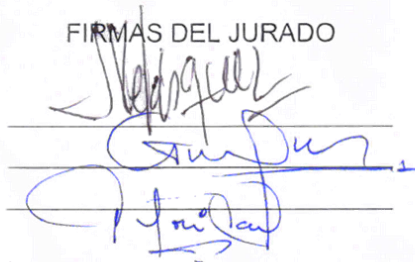
NOMBRE	CALIFICACIÓN	
	Números	Letras
Br. Rosalinda Quintana	20	VEINTE
Br. Andrea Rojas	20	VEINTE

Recomendaciones:

---

---

FIRMAS DEL JURADO



Caracas, 03 de Junio de 2013

## **AGRADECIMIENTOS**

Estas líneas están dedicadas a todos los que colaboraron en la realización de esta investigación, a los cuales les estaremos eternamente agradecidos.

En primer lugar a Dios por regalarnos la paciencia y sabiduría para superar los obstáculos que se nos presentaron a lo largo de este proceso y por permitirnos lograr una de las mayores metas de nuestra vida.

A la Universidad Central de Venezuela por abrirnos las puertas a todos los conocimientos que hemos adquirido a lo largo de nuestra carrera y que hoy nos permiten culminar con éxito esta etapa.

Al profesor y tutor José Manuel Velásquez por depositar en nosotras su confianza, así como transmitirnos sus más preciados conocimientos para poder lograr este propósito.

A los profesores del Departamento de Estructuras de la Escuela de Ingeniería Civil por dedicarnos parte de su tiempo y brindarnos su ayuda cuando se nos presentaron obstáculos.

A nuestras familias por estar siempre incondicionalmente en los momentos que más los hemos necesitado y por su paciencia, amor, apoyo, respaldo, comprensión y alegría en todo momento. En especial a nuestros padres por ser los más maravillosos del mundo y motivarnos siempre al cumplimiento de nuestras metas.

A nuestras parejas porque con su amor y respaldo nos permitieron superar los días más difíciles al transmitirnos su optimismo.

Finalmente a nuestros amigos por acompañarnos y apoyarnos a lo largo de este proceso de aprendizaje y por compartir con nosotras esta gran experiencia.

Quintana M., Rosalinda A.; Rojas G., Andrea.

## **ANÁLISIS Y DISEÑO DE VIGAS-CABEZAL PARA ESTRUCTURAS CON SISTEMAS DE ENCOFRADO TIPO TÚNEL**

**Tutor Académico: Prof. José Manuel Velásquez.**

**Trabajo especial de grado, Caracas U.C.V. Facultad de Ingeniería.**

**Escuela de Ingeniería Civil. 2013, 172pág.**

**Palabras clave:** *edificaciones tipo túnel, pilotes, cabezales, vigas rígidas, método de las bielas comprimidas, método de los elementos finitos.*

### **RESUMEN**

En las últimas décadas, se ha hecho evidente en Venezuela que las políticas de gobierno no han podido satisfacer la demanda en términos habitacionales ejercidas por la población. Es por ello que actualmente se utilizan sistemas constructivos que permiten lograr edificaciones más económicas y prácticas en cuanto a su ejecución. En ese sentido, fueron creadas las edificaciones con sistemas de encofrado tipo túnel, las cuales proporcionan un ahorro en cuanto a construcción de viviendas de manera masiva.

Comúnmente se ha venido utilizando como sistema de fundaciones para estas edificaciones una gran placa o losa de fundación sobre un conjunto de pilotes. Sin embargo, se busca analizar el comportamiento de vigas- cabezal sobre pilotes alineados en los ejes de las pantallas de la edificación, las cuales proporcionan una disminución en los volúmenes de concreto requeridos por las placas de fundación.

Para ello, se estudió el comportamiento de este sistema mediante el método de los elementos finitos y los resultados obtenidos fueron comparados con las formulaciones propuestas por el método de las bielas comprimidas, empleado comúnmente para el diseño de cabezales.

Así mismo se estudió la influencia que ejerce la variación de la rigidez de la viga-cabezal y el número de pilotes en el comportamiento del sistema.

Este análisis permitió determinar los modelos en los cuales tienen validez los resultados obtenidos por el método de los elementos finitos.

Se concluyó que para elementos con relación de rigidez mayor a 1,4 son aceptables los resultados planteados por este método, mientras que para rigideces menores la respuesta obtenida no concuerda con las aproximaciones teóricas para elementos rígidos.

Es por ello que en estos sistemas se recomienda realizar el diseño mediante el método de las bielas comprimidas el cual tiene como hipótesis fundamental el estudio de un cabezal con rigidez infinita.

En este sentido se realizó una hoja de cálculo que permite el análisis de una viga-cabezal sobre pilotes alineados en ejes de pantallas mediante el método de las bielas, para resolver de manera rápida los problemas en los cuales no son aceptables los resultados obtenidos por el método de los elementos finitos.

## ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS .....	iii
RESUMEN .....	vi
INTRODUCCIÓN .....	1
CAPÍTULO I: FUNDAMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN .....	3
1.1. Planteamiento del problema. ....	3
1.2. Objetivos de la Investigación.....	5
1.2.1. Objetivo general.....	5
1.2.2. Objetivos específicos. ....	5
1.3. Justificación del problema.....	6
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO.....	7
2.1. Sistemas tipo túnel.....	7
2.2. Sistemas de fundaciones. ....	10
2.2.1. Fundaciones profundas .....	11
2.3. Cabezales sobre pilotes.....	15
2.4. Método de las bielas comprimidas. ....	20
2.4.1. Caso I: Fundación cuadrada- Columna cuadrada.....	22
2.4.2. Caso II: Fundación rectangular- Columna rectangular.....	24
2.4.3. Caso III: Cabezales sobre un pilote. ....	26
2.4.4. Caso IV: Cabezales sobre dos pilotes. ....	27
2.4.5. Caso V: Cabezales sobre tres pilotes- Columna cuadrada.....	29



2.4.6. Caso VI: Cabezales sobre tres pilotes- Columna rectangular.....	33
2.4.7. Caso VII: Cabezal sobre cuatro pilotes - Columna cuadrada .....	34
2.4.8. Caso VIII: Cabezal sobre cuatro pilotes - Columna rectangular. ....	36
2.5. Método de los Elementos Finitos (MEF). .....	37
<b>CAPÍTULO III: MÉTODO</b> .....	<b>40</b>
3.1. Revisión del método de las bielas comprimidas en sistemas aportricados. .....	40
3.2. Análisis mediante el método de los elementos finitos en sistemas aportricados. ....	43
3.2.1. Elaboración de un modelo estructural más sencillo para interpretación de los resultados arrojados por el programa. ....	43
3.2.2. Elaboración del modelo estructural del caso de estudio. ....	43
3.3. Estudio del método de las bielas para sistemas de pantallas sobre pilotes.....	56
3.4. Análisis por el método de los elementos finitos para sistemas de pantallas sobre pilotes. ....	57
3.5. Estudio de la influencia de la altura de la viga- cabezal en el comportamiento estructural.....	57
3.6. Variación del número y espaciamiento de los pilotes y estudio de su influencia.....	57
<b>CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y ANÁLISIS</b> .....	<b>59</b>

4.1. Estudio de la influencia de la rigidez en cabezales sobre un pilote.	
Sistemas aporticados.....	59
4.2. Estudio de la influencia de la rigidez en cabezales sobre dos pilotes.	
Sistemas aporticados.....	65
4.2.1. Sin considerar las dimensiones de la columna. ....	65
4.2.2. Considerando las dimensiones de la columna.....	71
4.3. Estudio de la influencia de la rigidez en vigas- cabezal sobre pilotes.	
Sistema tipo túnel.....	85
4.3.1. Viga- cabezal sobre 3 pilotes.....	88
4.3.2. Viga- cabezal sobre 4 pilotes.....	101
4.3.3. Viga- cabezal sobre 5 pilotes.....	108
4.4. Estudio de la influencia del número de pilotes en el análisis de la viga- cabezal. Sistemas tipo túnel.....	118
<b>CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	131
5.1. Conclusiones.....	131
5.2. Recomendaciones .....	134
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	135
<b>APENDICE A: MÉTODO DE LAS BIELAS EN FUNDACIONES Y CABEZALES SOBRE 1,2,3 Y 4 PILOTES</b> .....	137
<b>APENDICE B: ANÁLISIS DE FUERZAS Y ESFUERZOS ARROJADOS POR EL PROGRAMA SAP2000</b> .....	155
<b>APENDICE C: DETALLE DE CABEZALES SEGÚN JOSE M. VELÁSQUEZ.</b>	171

## LISTA DE TABLAS

Tabla 2. 1: Clasificación de los elementos estructurales de acuerdo a su relación de rigidez. ....	16
Tabla 4. 1: Dimensiones fijas del cabezal sobre un pilote. ....	59
Tabla 4. 2: Acciones nodales en el tope de la columna para cabezal sobre un pilote. ....	60
Tabla 4. 3: Cálculo de la fuerza T para cabezal sobre un pilote. H=1,40m .....	62
Tabla 4. 4: Cálculo de la fuerza T para cabezal sobre un pilote. H=1,80m .....	62
Tabla 4. 5: Cálculo de la fuerza T para cabezal sobre un pilote. H=2,00m .....	62
Tabla 4. 6: Cálculo de la fuerza T para cabezal sobre un pilote. H=2,40m .....	63
Tabla 4. 7: Comparación entre ambos métodos para cabezal sobre un pilote.	63
Tabla 4. 8: Ejemplo numérico para cabezal sobre dos pilotes. ....	65
Tabla 4. 9: Cálculo de la fuerza de T para cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna. H = 0,50m. ....	66
Tabla 4. 10: Cálculo de la fuerza de T para cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna. H = 1,00m. ....	67
Tabla 4. 11: Cálculo de la fuerza de T para cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna. H = 1,40m. ....	67
Tabla 4. 12: Cálculo de la fuerza de T para cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna. H = 1,80m. ....	68
Tabla 4. 13: Cálculo de la fuerza de T para cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna. H = 2,00m. ....	68

Tabla 4. 14: Cálculo de la fuerza de T para cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna. $H = 2,40\text{m}$ .	69
Tabla 4. 15: Comparación de ambos métodos. Cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna.	70
Tabla 4. 16: Cargas aplicadas en el tope de la columna para cabezal sobre dos pilotes.	71
Tabla 4. 17: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. $H=0,50\text{m}$ .	74
Tabla 4. 18: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. $H=1,00\text{m}$ .	74
Tabla 4. 19: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. $H=1,40\text{m}$ .	75
Tabla 4. 20: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. $H=1,80\text{m}$ .	75
Tabla 4. 21: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. $H=2,00\text{m}$ .	76
Tabla 4. 22: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. $H=2,40\text{m}$ .	76
Tabla 4. 23: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. $H=2,80\text{m}$ .	77
Tabla 4. 24: Relación de rigidez. Cabezal sobre 2 pilotes.	78
Tabla 4. 25: Fuerzas de tracción obtenidas para diferentes alturas en cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna.	79

Tabla 4. 26: Variación de los resultados para cabezales sobre 2 pilotes considerando y sin considerar las dimensiones de la columna. ....	80
Tabla 4. 27: Comparación considerando las dimensiones y sin considerarlas por el método de elementos finitos para cabezales sobre 2 pilotes. ....	81
Tabla 4. 28: Comparación considerando las dimensiones y sin considerarlas por el método de las bielas comprimidas para cabezales sobre 2 pilotes. ....	82
Tabla 4. 29: Datos para el análisis de viga-cabezal sobre 3 pilotes. ....	88
Tabla 4. 30: Cargas en los nodos del tope de la pantalla para cabezal sobre 3 pilotes. ....	90
Tabla 4. 31: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes. H=1,00m. ....	91
Tabla 4. 32: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes. H=1,20m. ....	92
Tabla 4. 33: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes. H=1,40m. ....	92
Tabla 4. 34: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes. H=1,50m. ....	93
Tabla 4. 35: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes. H=1,70m. ....	93
Tabla 4. 36: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes. H=1,80m. ....	94
Tabla 4. 37: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes. H=2,00m. ....	94

Tabla 4. 38: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes. H=2,20m. .....	95
Tabla 4. 39: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes. H=2,40m. .....	95
Tabla 4. 40: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes. H=2,50m. .....	96
Tabla 4. 41: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes. H=3,00m. .....	96
Tabla 4. 42: Relación de rigidez. Viga-cabezal sobre 3 pilotes. ....	97
Tabla 4. 43: Fuerzas de tracción por ambos métodos. Viga-cabezal sobre 3 pilotes. ....	97
Tabla 4. 44: Fuerzas transmitidas a cada pilote para vigas-cabezal sobre 3 pilotes. ....	100
Tabla 4. 45: Fuerzas transmitidas a cada pilote para vigas-cabezal sobre 3 pilotes. ....	100
Tabla 4. 46: Datos a utilizar para el análisis de viga- cabezal sobre 4 pilotes.	101
Tabla 4. 47: Acciones nodales para viga- cabezal sobre 4 pilotes. ....	102
Tabla 4. 48: Fuerza de tracción en la base de la viga- cabezal sobre 4 pilotes. H=1,00m.....	104
Tabla 4. 49: Fuerza de tracción en la base de la viga- cabezal sobre 4 pilotes. H=1,40m.....	104
Tabla 4. 50: Fuerza de tracción en la base de la viga- cabezal sobre 4 pilotes. H=1,80m.....	104

Tabla 4. 51: Fuerza de tracción en la base de la viga- cabezal sobre 4 pilotes. H=2,00m.....	105
Tabla 4. 52: Fuerza de tracción en la base de la viga- cabezal sobre 4 pilotes. H=2,40m.....	105
Tabla 4. 53: Relación de rigidez. Viga-cabezal sobre 4 pilotes. ....	105
Tabla 4. 54: Comparación entre métodos para viga-cabezal sobre 4 pilotes. Comparación entre métodos para viga-cabezal sobre 4 pilotes.....	106
Tabla 4. 55: Distribución de la carga por ambos métodos para viga-cabezal sobre 4 pilotes. ....	107
Tabla 4. 56: Datos de entrada para viga-cabezal sobre 5 pilotes.....	108
Tabla 4. 57: Acciones nodales para viga- cabezal sobre 5 pilotes. ....	109
Tabla 4. 58: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes. H=1,00m. .....	111
Tabla 4. 59: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes. H=1,20m. .....	111
Tabla 4. 60: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes. H=1,40m. .....	111
Tabla 4. 61: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes. H=1,50m. .....	112
Tabla 4. 62: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes. H=1,60m. .....	112
Tabla 4. 63: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes. H=1,80m. .....	112

Tabla 4. 64: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes. H=2,00m. .....	113
Tabla 4. 65: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes. H=2,20m. .....	113
Tabla 4. 66: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes. H=2,40m. .....	114
Tabla 4. 67: Comparación entre métodos para viga-cabezal sobre 5 pilotes.	114
Tabla 4. 68: Comparación entre métodos. Viga-cabezal sobre 5 pilotes. ....	115
Tabla 4. 69: Distribución de la carga por ambos métodos para viga-cabezal sobre 5 pilotes. ....	117
Tabla 4. 70: Distribución de la carga por ambos métodos para viga-cabezal sobre 5 pilotes. ....	117
Tabla 4. 71: Acciones nodales para la realización del modelo de viga-cabezal sobre 6 pilotes. Sistemas tipo túnel. ....	118
Tabla 4. 72: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos finitos para viga-cabezal sobre 6 pilotes. H=2,00m. ....	119
Tabla 4. 73: Comparación entre ambos métodos para viga-cabezal sobre 6 pilotes. ....	119
Tabla 4. 74: Acciones nodales para la realización del modelo de viga- cabezal sobre 8 pilotes. Sistemas tipo túnel. ....	119
Tabla 4. 75: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos finitos para viga- cabezal sobre 8 pilotes. ....	120
Tabla 4. 76: Comparación entre ambos métodos para viga-cabezal sobre 8 pilotes. ....	120



Tabla 4. 77: Datos considerados para el análisis de la influencia del número de pilotes.....	120
Tabla 4. 78: Acciones nodales variando el número de pilotes. ....	121
Tabla 4. 79: Comparación de los métodos variando el número de pilotes. ....	121
Tabla 4. 80: Distribución de las fuerzas a los pilotes. Modelo de 6 pilotes.....	123
Tabla 4. 81: Distribución de las fuerzas a los pilotes. Modelo de 8 pilotes.....	123
Tabla 4. 82: Comparación entre sistemas tipo túnel y estructuras aporticadas. .....	124
Tabla 4. 83: Datos utilizados para el estudio de la influencia de la separación entre pilotes en el análisis de la viga- cabezal. ....	125
Tabla 4. 84: Acciones nodales utilizadas en los modelos para estudiar la influencia de la separación entre pilotes. ....	125
Tabla 4. 85: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos finitos para viga- cabezal sobre 5 pilotes. $S=1,50m$ . ....	126
Tabla 4. 86: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos finitos para viga- cabezal sobre 5 pilotes. $S=2,00m$ . ....	126
Tabla 4. 87: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos finitos para viga- cabezal sobre 5 pilotes. $S=2,50m$ . ....	127
Tabla 4. 88: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos finitos para viga- cabezal sobre 5 pilotes. $S=3,00m$ . ....	127
Tabla 4. 89: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos finitos para viga- cabezal sobre 5 pilotes. $S=3,50m$ . ....	128
Tabla 4. 90: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos finitos para viga- cabezal sobre 5 pilotes. $S=4,00m$ . ....	128

Tabla 4. 91: Fuerzas de tracción en la base del cabezal por ambos métodos para diferentes separaciones entre pilotes.....	129
Tabla B. 1: Datos ejemplo base. Viga empotrada-empotrada.....	155
Tabla B. 2: Comparación de las fuerzas. Viga empotrada-empotrada.....	159
Tabla B. 3: Cálculo de la fuerza T mediante el SAP2000.....	161
Tabla B. 4: Cálculo de la fuerza T teóricamente.....	161
Tabla B. 5: Esfuerzos y fuerzas teóricas y calculadas por el SAP2000 para viga de 7m. ....	162
Tabla B. 6: Fuerza de tracción mediante el SAP2000 para una viga de 7m. .	163
Tabla B. 7: Cálculo de la fuerza resultante teórica para una viga de7m. ....	164
Tabla B. 8: Esfuerzos y fuerzas teóricas y calculadas por el SAP2000 para viga de 5m. ....	164
Tabla B. 9: Fuerza de tracción mediante el SAP2000 para una viga de 5m. .	165
Tabla B. 10: Cálculo de la fuerza resultante teórica para una viga de5m. ....	166
Tabla B. 11: Esfuerzos y fuerzas teóricas y calculadas por el SAP2000 para viga de 3m.....	166
Tabla B. 12: Fuerza de tracción mediante el SAP2000 para una viga de 3m.	167
Tabla B. 13: Cálculo de la fuerza resultante teórica para una viga de 3m. ....	168
Tabla B. 14: Esfuerzos y fuerzas teóricas y calculadas por el SAP2000 para viga de 1m.....	168
Tabla B. 15: Fuerza de tracción mediante el SAP2000 para una viga de 1m.	169
Tabla B. 16: Cálculo de la fuerza resultante teórica para una viga de1m. ....	170

## LISTA DE GRÁFICOS Y FIGURAS

Fig 2.1: Edificación construida mediante sistema de encofrado tipo túnel. Fuente: Quintero y Ussher (2011). .....	8
Fig 2. 2: Encofrados para sistemas tipo túnel. Fuente: Quintero y Ussher (2011). .....	9
Fig 2. 3: Fundaciones Directas (a) Losa de fundación, (b) Zapata aislada. Fuente: Peck, Hanson y Thornburn (1974). .....	10
Fig 2. 4: Tipos de pilotes. Fuente: Fratelli (1993). .....	11
Fig 2. 5: Tipos de pilote de acuerdo a su forma de trabajo según Fratelli (1993). .....	13
Fig 2. 6: Grupo de pilotes según Braja M. Das (2001). .....	14
Fig 2. 7: Influencia de la rigidez del cabezal según Velásquez (2001). .....	17
Fig 2. 8: Distribución de las trayectorias de tensiones principales en una viga de gran altura con carga superior. Fuente: Leonhardt (1986). .....	19
Fig 2. 9: Esquema representativo de un cabezal según Leonhardt (1986). .....	19
Fig 2. 10: Armadura típica de un cabezal. ....	20
Fig 2. 11: Concepto de las Bielas según Velázquez (2001). .....	21
Fig 2. 12: Método de las bielas para columna cuadrada situada sobre una fundación cuadrada. ....	23
Fig 2. 13: Método de las bielas aplicado a columna rectangular sobre fundación rectangular. ....	25

Fig 2. 14: Analogía práctica para cabezales sobre un pilote. ....	26
Fig 2. 15: Evaluación de las fuerzas según el método de las bielas. ....	28
Fig 2. 16: Método de las bielas para cabezales sobre tres pilotes. ....	30
Fig 2. 17: Distribución de la carga de acuerdo a la geometría de la columna. .	31
Fig 2. 18: Método de las bielas para cabezales sobre tres pilotes- columna cuadrada. ....	32
Fig 2. 19: Método de las bielas para cabezales sobre tres pilotes- columna rectangular. ....	33
Fig 2. 20: Distribución de la carga en la columna rectangular. ....	34
Fig 2. 21: Método de las bielas comprimidas para cabezales sobre 4 pilotes- columna cuadrada. ....	35
Fig 2. 22: Método de las bielas comprimidas para cabezales sobre 4 pilotes- columna rectangular. ....	36
Fig 2. 23: Parámetros fundamentales del sistema. ....	38
Fig 2. 24: Modelo de cabezal sobre cuatro pilotes mediante el método de los elementos finitos a través del programa SAP2000. ....	39
Fig. 3. 1: Zapatas rígidas cuadradas en ejes de columnas. ....	41
Fig. 3. 2: Cabezal sobre un solo pilote. ....	41
Fig. 3. 3: Cabezal sobre dos pilotes. ....	42
Fig. 3. 4: Ventana "New Model".....	44
Fig. 3. 5: Ventana para definición del material concreto.....	45
Fig. 3. 6: Ventana para definir el material de las barras de acero de refuerzo. 46	
Fig. 3. 7: Ventana para la creación de las secciones de área. ....	47

Fig. 3. 8: Elaboración del Modelo. ....	47
Fig. 3. 9: División del modelo en elementos finitos.....	48
Fig. 3. 10: Creación de los casos de carga. ....	49
Fig. 3. 11: Cargas aplicadas en los nodos. ....	50
Fig. 3. 12: Ventana para especificación de los parámetros del Section Cut.....	51
Fig. 3. 13: Casos de carga a estudiar.....	52
Fig. 3. 14: Transformación de las fuerzas de tracción en una resultante. ....	53
Fig. 3. 15: Diagrama de fuerzas máximas. Cabezal sobre dos pilotes.....	54
Fig. 3. 16: Fuerzas de tracción resultantes en el cabezal sobre dos pilotes. ...	55
Fig. 3. 17: Sistema de cabezales sobre pilotes alineados en ejes de pantallas. .....	56
Fig. 4. 1: Modelo realizado para simular un cabezal sobre un pilote. ....	60
Fig. 4. 2: Distribución de la carga hacia el pilote. ....	61
Fig. 4. 3: Zonas en tracción y compresión.....	61
Fig. 4. 4: Distribución de las fuerzas en cabezal sobre dos pilotes sin considerar las dimensiones de la columna. ....	66
Fig. 4. 5: Modelo realizado en 3D de un cabezal sobre dos pilotes. ....	71
Fig. 4. 6: Transferencia en el cabezal de las fuerzas aplicadas hacia los dos pilotes.....	72
Fig. 4. 7: Diagrama de Fuerzas Resultantes F11 en cabezales sobre 2 pilotes. .....	73
Fig. 4. 8: Influencia de la rigidez en la deformación del cabezal. ....	78

Fig. 4. 9: Ventana de la reacción transmitida a cada pilote en cabezales sobre dos pilotes. ....	80
Fig. 4. 10: Distribución de las líneas de tensión con carga distribuida y carga puntual a lo largo de una viga. ....	83
Fig. 4. 11: Configuración estudiada de viga-cabezal sobre tres pilotes.....	85
Fig. 4. 12: Distribución de la carga hacia el pilote central. ....	86
Fig. 4. 13: Distribución de las fuerzas según el método de las bielas, para viga-cabezal sobre tres pilotes.....	86
Fig. 4. 14: Modelo en 3D de viga-cabezal sobre 3 pilotes.....	89
Fig. 4. 15: Distribución de la carga para viga- cabezal sobre 3 pilotes.....	90
Fig. 4. 16: Diagrama de tracciones y compresiones para viga- cabezal sobre 3 pilotes.....	91
Fig. 4. 17: Diagrama de esfuerzos para una viga rígida y distribución de tensiones según Leonhardt (1986).....	99
Fig. 4. 18: Modelo en 3D de viga- cabezal sobre 4 pilotes.....	102
Fig. 4. 19: Distribución de las fuerzas en la viga-cabezal sobre 4 pilotes. ....	103
Fig. 4. 20: Tracciones y compresiones para viga-cabezal sobre 4 pilotes. ....	103
Fig. 4. 21: Modelo en 3D de viga- cabezal sobre 5 pilotes.....	109
Fig. 4. 22: Distribución de las fuerzas en la viga-cabezal sobre 5 pilotes. ....	110
Fig. 4. 23: Tracciones y compresiones para viga-cabezal sobre 5 pilotes. ....	110
Fig. 4. 24: Identificación de los pilotes.....	123
 Fig. A. 1: Método de las bielas para columna cuadrada sobre fundación cuadrada. ....	 137

Fig. A. 2: Método de las bielas en columnas rectangulares sobre fundaciones rectangulares.....	140
Fig. A. 3: Método de las bielas para cabezal sobre dos pilotes.....	143
Fig. A. 4: Distribución de la carga a cada pilote. ....	145
Fig. A. 5: Método de las bielas en cabezales sobre 3 pilotes. ....	147
Fig. A. 6: Transmisión de la carga al segundo pilote.....	149
Fig. A. 7: Descomposición de la fuerza $F'$ . ....	150
Fig. A. 8: Método de las bielas comprimidas en cabezal sobre 4 pilotes. ....	152
Fig. A. 9: Descomposición de la fuerza $F_x$ . ....	154
Fig. B. 1: Sección transversal de la viga y su diagrama de esfuerzo. ....	157
Fig. B. 2: Diagrama de momentos de la viga empotrada-empotrada. ....	157
Fig. B. 3: Viga empotrada realizada en áreas. ....	158
Fig. B. 4: Esfuerzos $\sigma$ para la viga empotrada-empotrada. ....	158
Fig. B. 5: Diagrama de esfuerzos para una viga rígida y distribución de tensiones según Leonhardt (1986).....	170
Fig. C. 1: Vista en planta de cabezal típico sobre dos pilotes. ....	171
Fig. C. 2: Detallado del acero de refuerzo de cabezal sobre dos pilotes. Sección transversal.....	172
Fig. C. 3: Detallado del acero de refuerzo de cabezal sobre dos pilotes. Sección longitudinal. ....	173

Gráfico 4. 1: Comparación entre ambos métodos para diferentes alturas para cabezal sobre un pilote. ....	63
Gráfico 4. 2: Comparación de los métodos para cabezal sobre dos pilotes sin considerar las dimensiones de la columna.....	70
Gráfico 4. 3: Comparación de los métodos. Cabezal sobre 2 pilotes.....	79
Gráfico 4. 4: Variación de los resultados obtenidos para cabezales sobre 2 pilotes considerando y sin considerar las dimensiones de la columna.....	81
Gráfico 4. 5: Comparación considerando las dimensiones de la columna y sin considerarlas en elementos finitos para cabezales sobre 2 pilotes.....	82
Gráfico 4. 6: Comparación considerando las dimensiones de la columna y sin considerarlas por el método de las bielas para cabezales sobre 2 pilotes.....	83
Gráfico 4. 7: Comparación entre ambos métodos para viga-cabezal sobre 3 pilotes.....	98
Gráfico 4. 8: Comparación entre ambos métodos para viga- cabezal sobre 4 pilotes.....	106
Gráfico 4. 9: Comparación entre ambos métodos para viga- cabezal sobre 5 pilotes.....	115
Gráfico 4. 10: Comparación entre los dos métodos variando el número de pilotes.....	122
Gráfico 4. 11: Estudio de la influencia de la separación entre pilotes en el análisis de la viga-cabezal.....	129
Gráfica B. 1: Esfuerzos de la viga empotrada-empotrada.....	160



Gráfica B. 2: Diagramas de esfuerzo teórico y mediante el SAP2000 para una viga de longitud 7m. ....	163
Gráfica B. 3: Diagramas de esfuerzo teórico y mediante el SAP2000 para una viga de longitud 5m. ....	165
Gráfica B. 4: Diagramas de esfuerzo teórico y mediante el SAP2000 para una viga de longitud 3m. ....	167
Gráfica B. 5: Diagramas de esfuerzo mediante el SAP2000 para una viga de longitud 1m.....	169

## LISTA DE SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS

Símbolo	Significado	Unidades
<b>As</b>	Área de acero	cm <sup>2</sup>
<b>a'</b>	Mayor dimensión de la columna	m
<b>BC</b>	Método de las bielas comprimidas.	
<b>Bx</b>	Dimensión del cabezal en dirección del eje X	m
<b>By</b>	Dimensión del cabezal en dirección del eje Y	m
<b>b'</b>	Menor dimensión de la columna	m
<b>D</b>	Altura útil del cabezal (h-d')	m
<b>d'</b>	Distancia del borde de la sección al centro de gravedad de las barras de acero	m
<b>EF</b>	Método De los elementos finitos.	
<b>Fx</b>	Fuerza total desarrollada según la dirección más larga del cabezal	kgf
<b>Fy</b>	Fuerza total desarrollada según la dirección más corta del cabezal	kgf
<b>Fy</b>	Tensión cedente del acero de refuerzo	Kgf/cm <sup>2</sup>
<b>f'c</b>	Resistencia a la compresión del concreto a los 28 días	Kgf/cm <sup>2</sup>
<b>H</b>	Altura del cabezal	m
<b>Hx</b>	Fuerza de tracción en la parte inferior de la fundación en dirección X	kgf

---

<b>Hy</b>	Fuerza de tracción en la parte inferior de la fundación en dirección Y	kgf
<b>L</b>	Longitud de la pantalla	m
<b>Q</b>	Carga aplicada en el centro de gravedad de la fundación	kgf
<b>S</b>	Separación de los pilotes	m
<b>T</b>	Fuerza de tracción en la parte inferior de la viga-cabezal.	kgf
<b>Vc</b>	Corte resistido por el volumen de concreto	kgf
<b>Vs</b>	Corte resistido por el acero de refuerzo	kgf
<b>Tz</b>	Fuerza de compresión recibida por cada pilote	kgf
<b>Ø</b>	Diámetro del pilote.	m

---

## INTRODUCCIÓN

Los sistemas de fundaciones son los encargados de transmitir al suelo que sirve de apoyo las cargas impuestas por la superestructura a través de las columnas o pantallas. No obstante, en algunas circunstancias los estratos superiores de suelo tienen capacidades portantes bajas o las cargas impuestas por la estructura son muy altas, lo que conlleva a la utilización de sistemas de fundaciones profundas (pilotes), en los que se logre alcanzar un estrato de suelo competente para la distribución de las cargas.

En el caso de las estructuras apantalladas, debido a que se comportan como un conjunto rígido, es conveniente que el sistema de fundaciones sea coherente con la superestructura, de manera que no resultan óptimas las fundaciones de tipo aislada, combinada o conectada. Es por ello que se utilizan placas de fundación que garantizan una buena relación entre la superestructura y las fundaciones.

No obstante, en edificaciones de más de cuatro niveles, es necesario lograr un empotramiento en el suelo de fundación y además, en suelos de baja capacidad portante, se debe garantizar la rigidez de estas placas, lo que resulta en un aumento de su espesor y conlleva al incremento de los costos de la edificación.

Debido a lo anterior, se pretende analizar el comportamiento que tiene una viga-cabezal sobre pilotes alineados en los ejes de las pantallas, puesto que de esta manera a través de los pilotes se puede alcanzar un estrato competente de suelo y se logran menores volúmenes de concreto, lo cual lleva a una disminución de los costos.

Para este análisis se introducirán los modelos planteados en el programa SAP2000 para realizar el estudio mediante el método de los elementos finitos, los resultados arrojados serán comparados con la teoría y formulación planteada por el método de las bielas comprimidas, orientado a la resolución de problemas que no tienen un procedimiento explícito de diseño en las normas actuales, tal como ocurre en los cabezales muy rígidos.

De igual manera, será estudiada la importancia que tiene la rigidez de dicha viga-cabezal, así como el número de pilotes y separación de los mismos en el comportamiento estructural del sistema.

## CAPÍTULO I

### FUNDAMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN

#### 1.1. Planteamiento del problema.

En las últimas décadas, el crecimiento poblacional en Venezuela ha aumentado progresivamente, lo que ha traído como consecuencia el incremento de la demanda de viviendas y la generación de un gran déficit habitacional. Es por ello que la Ingeniería Civil busca constantemente soluciones innovadoras que permitan simplificar los sistemas constructivos usuales de manera de lograr edificaciones más económicas y prácticas en cuanto a su ejecución.

En tal sentido, ha sido creado el sistema tipo túnel, el cual según Faría (2009) se origina en los años 1950 en Francia y se ha difundido mundialmente con gran cantidad de alternativas. Dicho sistema consiste en muros o pantallas que soportan las cargas gravitacionales y laterales, los cuales son vaciados monolíticamente con las placas horizontales o losas mediante encofrados en forma de “U” invertida, permitiendo la construcción de varias edificaciones simultáneamente.

Dado el auge que han presentado estas edificaciones en los últimos tiempos, es necesario seleccionar un sistema de fundaciones adecuado, que transmita las cargas de la superestructura uniformemente evitando

asentamientos diferenciales y que tenga las mismas características que el sistema tipo túnel, es decir que sea económico y de fácil ejecución.

Actualmente, en algunas construcciones se ha venido implementando la utilización de pilotes alineados en los ejes de las pantallas, los cuales están agrupados mediante una losa de fundación. Sin embargo, este sistema puede no presentar un adecuado comportamiento estructural, debido a que los pilotes generan punzonado en la placa, por lo que, para contrarrestar este hecho, se diseñan losas de grandes espesores que no van de la mano con las dimensiones del sistema constructivo de la edificación ni con su economía.

Es por ello que se propone analizar el comportamiento de vigas-cabezal sobre pilotes alineados en los ejes de pantallas, las cuales pueden llegar a tener rigideces óptimas para soportar el punzonado generado por los pilotes así como evitar asentamientos diferenciales entre los mismos, pero a su vez ser capaces de transmitir las cargas de la superestructura de manera eficiente.

Para el análisis de este sistema se estudiará la teoría y formulación del método de las bielas comprimidas, orientado a la resolución de problemas que no tienen un procedimiento explícito de diseño en las normas actuales y los resultados obtenidos para este sistema serán comparados con los arrojados por el método de los elementos finitos, al introducir el modelo planteado en el programa SAP2000.

## **1.2. Objetivos de la Investigación.**

### **1.2.1. Objetivo general.**

Analizar el comportamiento estructural de fundaciones tipo vigas-cabezal sobre pilotes alineados en ejes de pantallas mediante el método de los elementos finitos.

### **1.2.2. Objetivos específicos.**

- Contrastar los resultados obtenidos mediante el método de los elementos finitos con las soluciones teóricas propuestas por el método de las bielas comprimidas.
- Identificar a través del método de los elementos finitos la influencia que ejerce la rigidez de la viga- cabezal en el comportamiento del sistema de fundación mediante la variación de sus dimensiones.
- Definir mediante el método de los elementos finitos la influencia que ejerce la variación de la cantidad de pilotes del sistema de fundación, así como la separación de los mismos, en su comportamiento.



### **1.3. Justificación del problema.**

El desarrollo de este trabajo de investigación está orientado al ingeniero civil especializado en estructuras.

La importancia de esta investigación radica en que, debido al auge y diversificación que ha venido presentando el sistema constructivo con encofrados tipo túnel, es necesario establecer el sistema de fundaciones que presente el mejor comportamiento estructural y se adapte a la economía y fácil ejecución de dichas estructuras.

Por otra parte, en la actualidad existe una falta de conocimientos sobre el comportamiento de las fundaciones tipo viga-cabezal, las cuales se presume que pueden ser más adecuadas para las edificaciones tipo túnel que los sistemas que se han venido utilizando con anterioridad.

Además, el estudio del comportamiento de la viga-cabezal, tanto teóricamente con el método de las bielas comprimidas, como su modelado con el método de los elementos finitos a través del programa SAP 2000, representa un aporte fundamental para la Ingeniería Civil debido a que el comportamiento de estas fundaciones no se ha estudiado con profundidad.

Así mismo, la realización de esta investigación puede incentivar la creación de una línea de investigación orientada al estudio de nuevos sistemas, que contribuyan a agilizar y mejorar la ejecución de obras en nuestro país y a nivel mundial, para así poder combatir los déficits habitacionales que se presentan actualmente.

## **CAPÍTULO II**

### **MARCO TEÓRICO**

En los últimos años, debido a la sobrepoblación y al déficit habitacional existente en Venezuela, se ha extendido y diversificado la construcción de edificaciones tipo túnel o tipo cajón, puesto que éstas son sencillas y de fácil ejecución, además de constituir una opción más económica que los edificios aporricados utilizados comúnmente.

#### **2.1. Sistemas tipo túnel.**

Estos sistemas están conformados por arreglos entre placas verticales (muros), las cuales funcionan como paredes de carga, y placas horizontales (losas). Tienen la ventaja de generar gran resistencia y rigidez lateral, sin embargo, es necesario realizar la distribución de los muros de tal manera que se originen líneas resistentes en las dos direcciones ortogonales y utilizar una configuración simétrica que asegure comportamientos que disminuyan la posibilidad de colapso. Un sistema bien configurado es menos vulnerable debido a su gran resistencia a esfuerzos laterales.

Quintero y Ussher (2011) señalan que en los sistemas tipo túnel, las cargas gravitacionales se transmiten a la fundación mediante fuerzas axiales

en los muros y los momentos flectores son generalmente muy pequeños comparados a los esfuerzos cortantes.

Es por ello que al diseñar estos sistemas, se debe aprovechar la capacidad de carga, resistencia y rigidez lateral, puesto que esta última evita que se produzcan desplazamientos y que los elementos sufran daños considerables.

En este tipo de diseño, los muros de carga, también llamados muros de corte o de pared delgada, son los principales componentes, utilizados como miembros resistentes a cargas laterales y encargados de la transferencia de cargas verticales (Ver Fig. 2.1).



Fig 2.1: Edificación construida mediante sistema de encofrado tipo túnel.

Fuente: Quintero y Ussher (2011).

Constructivamente, este sistema tiene la ventaja de ser rápido de ejecutar, debido a que utiliza encofrados en forma de “U Invertida” que permiten vaciar muros y losas de manera simultánea, así como la construcción de varios edificios al mismo tiempo (Ver Fig.2.2). Es por ello que los muros y las losas presentan casi el mismo espesor, constituyendo estructuras más livianas que los sistemas aportricados.



Fig 2. 2: Encofrados para sistemas tipo túnel. Fuente: Quintero y Ussher (2011).

En cuanto a economía, el hecho de tener muros permite un ahorro en costos en la construcción de las paredes de bloques y friso de las mismas. Así mismo, en las construcciones tipo túnel, los espesores de los elementos son relativamente delgados comparados con los del sistema constructivo tradicional.

Sin embargo, es importante resaltar que debido a la continuidad de los muros a lo largo de la edificación, se generarán grandes limitaciones en cuanto a la distribución de los espacios internos, por lo que su uso principal es de viviendas multifamiliares u hoteles.

En el capítulo 14 de la norma COVENIN 1753-1987 “Estructuras de Concreto Armado” se detallan las especificaciones para el diseño de estructuras con muros de corte.

Debido a la gran rigidez de este sistema, está expuesto a grandes esfuerzos sísmicos que tienen que ser disipados a las fundaciones, lo que requiere que la estructura esté sustentada por un suelo de gran capacidad portante.

## 2.2. Sistemas de fundaciones.

La escogencia del sistema de fundaciones favorable para la edificación va a depender de los mismos factores que para estructuras aporticadas, pudiendo así realizarse en edificaciones tipo túnel fundaciones directas o superficiales (zapatas, losas de fundación (Fig.2.3)) o fundaciones indirectas o profundas (pilotes (Fig.2.4)).

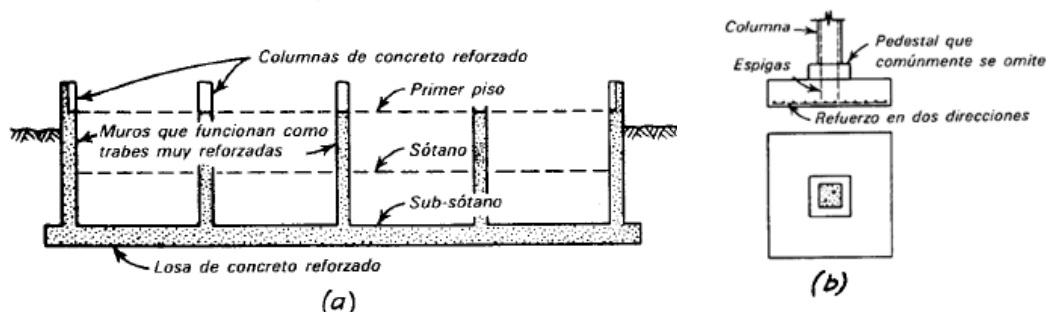


Fig 2. 3: Fundaciones Directas (a) Losa de fundación, (b) Zapata aislada.

Fuente: Peck, Hanson y Thornburn(1974).

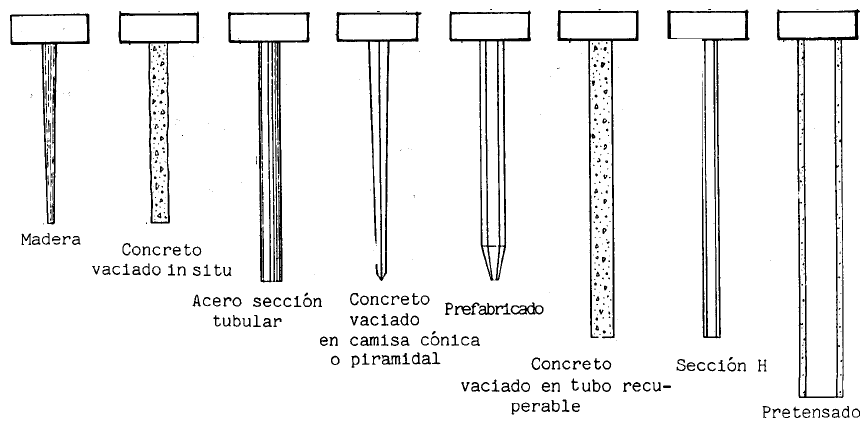


Fig 2. 4: Tipos de pilotes. Fuente: Fratelli (1993).

En algunos casos, los estratos de suelo de fundación superficiales no son capaces de resistir las cargas impuestas por la base de la superestructura, lo cual trae como consecuencia que se produzcan asentamientos diferenciales e inadmisibles y fallas en el suelo por superar su capacidad portante, por lo que surge la necesidad de buscar estratos de suelos profundos que sean más firmes y que permitan transmitir las cargas mediante *fundaciones profundas*.

### 2.2.1. Fundaciones profundas

Estas fundaciones deben ser capaces de evitar el volcamiento de la estructura mediante su anclaje en el suelo de fundación, así como transmitir las cargas de la superestructura hasta un estrato firme de suelo, trabajando como una columna.

También se consideran como una solución para controlar los asentamientos en suelos potencialmente compresibles o expansivos, proteger la cimentación de los daños por socavación en lechos de lagos, ríos o mares y

para consolidar suelos arcillosos, al incrementar su capacidad portante drenando los mismos.

Por último, en algunos casos al ser colocados en fila, en contacto entre ellos, son capaces de resistir empujes laterales de tierra o de aguas, actuando como muros de contención.

Fratelli (1993) clasifica dichas fundaciones según el diámetro de su sección transversal en: *micropilotes* ( $10\text{cm} < D < 20\text{cm}$ ), *pilotes* ( $20\text{cm} < D < 80\text{cm}$ ) y *pilas* ( $80\text{cm} < D < 220\text{cm}$ ).

Se debe tener en cuenta que el análisis de pilotes y fundaciones en general no se ajusta a modelos matemáticos ni reglas exactas, si no que el terreno se considera aproximadamente como un medio elástico heterogéneo, del cual sólo se obtienen datos cercanos a la realidad y variables en el tiempo.

Es importante recalcar que los *pilotes* son piezas muy esbeltas de gran altura, las cuales en general no pandean, a menos de que el suelo circundante sea muy blando. En la mayoría de los casos el soporte del terreno permite que el pilote mantenga su estabilidad y alineamiento, por lo cual son diseñados como columnas cortas, sin tomar en cuenta el efecto de la esbeltez sobre su resistencia. A menudo son hincados en grupos o filas que contienen suficientes pilotes para soportar la carga de una sola columna o muro.

Los pilotes se clasifican según su forma de trabajo tal como se observa en la Fig. 2.5.

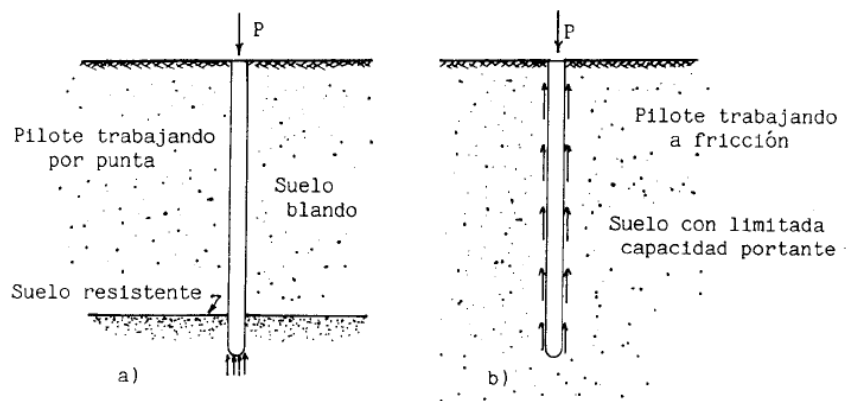


Fig 2. 5: Tipos de pilote de acuerdo a su forma de trabajo según Fratelli (1993).

Se puede afirmar que los pilotes trabajan por punta cuando el estrato de suelo en el que están ubicados no es competente para resistir las cargas y sólo alcanza un estrato resistente al final de su altura, por lo que su comportamiento es similar al de una columna, es decir que transmite las cargas de la superestructura directo al suelo firme.

Por el contrario, trabajan por fricción en el fuste cuando el suelo resistente se halla muy profundo, por lo que el pilote queda flotando en un estrato de gran espesor con poca capacidad portante.

En este tipo de pilotes las cargas son resistidas por fricción lateral o adherencia entre el suelo y las caras del pilote, mientras que el suelo que está cerca del extremo inferior sólo soporta un porcentaje muy pequeño de la carga.

Los pilotes casi nunca se usan individualmente, sino formando grupos o conjuntos, cuyo comportamiento puede no estar relacionado directamente al de los pilotes aislados. Según Peck, Hanson y Thornburn (1974) si un pilote tiene



muchos vecinos a los que el suelo que los rodea les proporciona apoyo, el esfuerzo acumulado en todo el bloque de suelo en que está encajado el grupo puede tender gradualmente a comprimir el suelo y permitir que los pilotes se hundan, por lo que una porción mayor de la carga se transmite directamente de los pilotes al estrato firme.

La determinación de la capacidad de carga en cada grupo de pilotes es complicada. Según Das (2001), cuando los pilotes se colocan uno cerca del otro, los esfuerzos transmitidos al suelo se superpondrán, reduciendo la capacidad de carga de los mismos. Es por ello que deberían espaciarse de manera que la capacidad de carga de todo el grupo de pilotes sea mayor o igual que la suma de la capacidad de todos los pilotes individualmente (Ver Fig. 2.6).

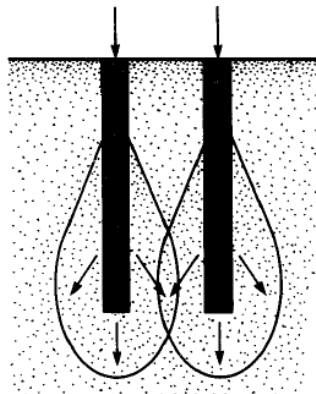


Fig 2. 6: Grupo de pilotes según Braja M. Das (2001).

Cuando los pilotes se encuentran con poca separación, es necesario analizar el conjunto en base a la eficiencia de grupo ( $\epsilon$ ) la cual viene dada por la relación entre la carga media que genera el hundimiento para el grupo de

pilotes y la de un pilote aislado. Una de las fórmulas más utilizadas para calcular la eficiencia de grupo es la de Converse- Labarre:

$$\varepsilon = 1 - \theta \times \left( \frac{(n - 1)m + (m - 1)n}{90 \times m \times n} \right)$$

Donde:

$\varepsilon$ = Eficiencia del grupo de pilotes.

n: Número de pilotes por fila.

m: Número de filas del grupo.

$\theta$ : Ángulo en grados cuya tangente es la relación es la relación entre el diámetro del pilote D y el espaciamiento S.

Es importante recalcar que la superposición de los bulbos produce una disminución de la capacidad de carga del grupo de pilotes, por lo que el valor de la eficiencia de grupo en ningún caso va a ser mayor a 1.

Para determinar la capacidad de carga definitiva que va a resistir cada pilote, se debe multiplicar la capacidad calculada por el valor obtenido mediante la fórmula de eficiencia de grupo.

En la práctica el espaciamiento de los pilotes no debería ser menor a 2 veces el diámetro del mismo, pero usualmente se usa 2,5 veces el diámetro y en situaciones particulares varía de 3 a 3,5 veces.

### **2.3. Cabezales sobre pilotes.**

El elemento estructural que se encarga de conectar las cabezas de los pilotes con la superestructura son los llamados cabezales. Éstos suelen ser

elementos de concreto armado de gran volumen y por ende de mucha rigidez, los cuales se vacían monolíticamente.

Esta estructura de fundación debe estar sobre el suelo y tiene como principal función distribuir sobre los pilotes las solicitaciones que transmiten las columnas o pantallas.

Dicha distribución debe ser lo más uniforme posible para evitar la flexión en el cabezal. Los mismos deben ser de mucho volumen para aumentar su rigidez y garantizar la hipótesis de un cabezal con rigidez infinita.

Según Velásquez (2012) en elementos donde se cumple la ley de Hooke y la hipótesis de Navier-Stokes (las caras planas permanecen planas luego de la aplicación de la carga) la rigidez viene dada por la relación entre la longitud del elemento entre su altura, clasificándolos así según la tabla 2.1.

Tabla 2. 1: Clasificación de los elementos estructurales de acuerdo a su relación de rigidez.

L/H			
1 - 2	3 - 4 - 5	6 - 7 - 8 - 9	10
Elementos muy rígidos (indeformables)	Medianamente rígidos	Medianamente flexibles	Elementos flexibles (Validez de la teoría estructural)

En los cabezales, esta expresión viene dada por la separación de los pilotes entre la altura del cabezal. Estos dos parámetros deben relacionarse de forma tal que se formen bielas inclinadas de compresión entre el elemento que trasmite la carga (columna, pantalla, etc.) y los pilotes. Las componentes

horizontales generadas por estas bielas deben absorberse mediante tensores o armaduras y no aparecen tracciones por corte significativas.

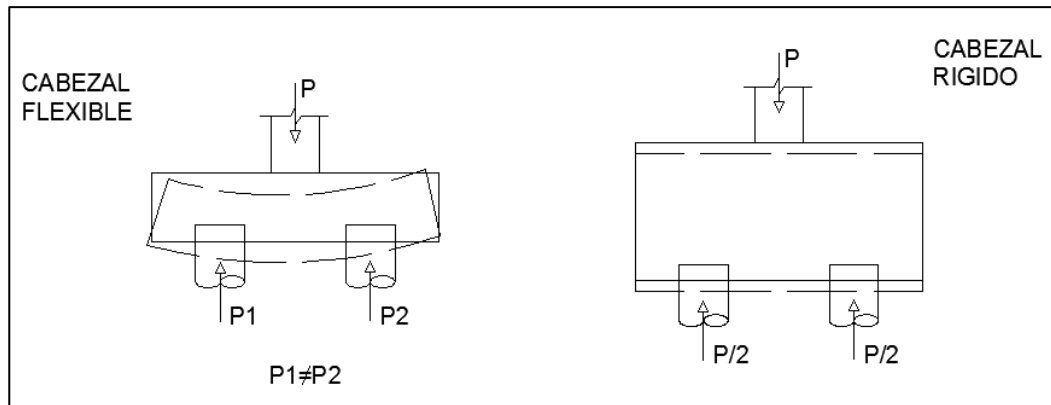


Fig 2. 7: Influencia de la rigidez del cabezal según Velásquez (2001).

En la Fig.2.7 se observa la forma en la que influye la rigidez del cabezal en la distribución de las cargas a los pilotes. Cuando es de gran volumen (rígido) se espera una distribución de las solicitaciones provenientes de la columna o pantalla más uniforme, ya que no se observan deformaciones apreciables por flexión, a diferencia de la zapata flexible, en la que por su espesor menor pueden ocurrir deformaciones por flexión y generarse distribuciones desiguales a los pilotes.

Esta hipótesis de cabezal con rigidez infinita considera que el mismo se asentará de manera uniforme, transmitiendo las presiones de forma constante sobre los pilotes y que, a su vez, cada pilote absorberá una carga axial que será proporcional a su área.

Los cabezales tienden a comportarse de forma similar a las zapatas aisladas, a diferencia de que la carga que ejerce el suelo no será una carga

distribuida, sino que sus reacciones actuarán como cargas puntuales coincidiendo con el eje de los pilotes.

Se deben diseñar para resistir los efectos de las cargas gravitacionales, las laterales y los momentos flectores generados por la columna o pantalla y se caracterizan porque ayudan a impedir los asentamientos de los pilotes aislados, o fallas localizadas en algunos.

El tamaño de la base de un cabezal (dimensiones en planta), o la distribución y el número de los pilotes, se determina en base a la tensión admisible del suelo o a la capacidad admisible de los pilotes. Para determinar el espacio o la distancia que habrá entre los pilotes es importante conocer cómo trabajarán los mismos (por fricción lateral o por punta).

En vista de que los cabezales deben resistir las cargas actuantes, los empujes y las acciones sísmicas, es necesario su arriostramiento en las dos direcciones ortogonales. Debido a esto, se conectan entre sí mediante vigas de riostra y a su vez se conectan al suelo con unas grapas o conectores.

En cuanto al diseño de los mismos, según Leonhardt (1986) en elementos de mucha rigidez, cargados en su borde superior, las trayectorias de las tensiones de tracción son muy aplanadas y por ello, en general, la armadura principal es generalmente horizontal (Ver Fig. 2.8).

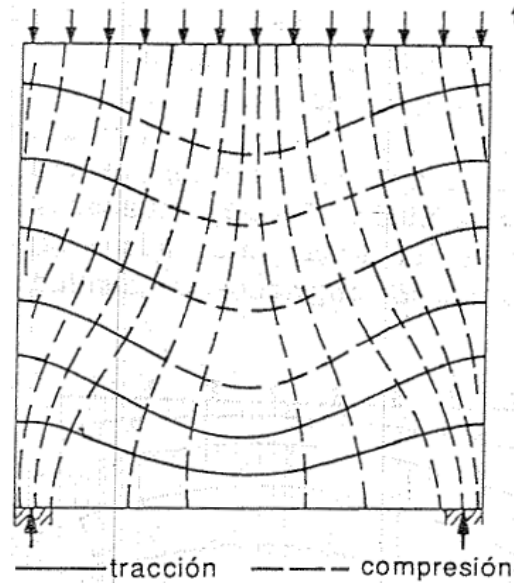


Fig 2. 8: Distribución de las trayectorias de tensiones principales en una viga de gran altura con carga superior. Fuente: Leonhardt (1986).

Así mismo, debido al gran volumen de concreto que presentan, no es necesario colocar acero para resistir las fuerzas cortantes. Sin embargo, por efectos constructivos se colocan estribos para envolver la armadura principal y vincular las armaduras horizontales.

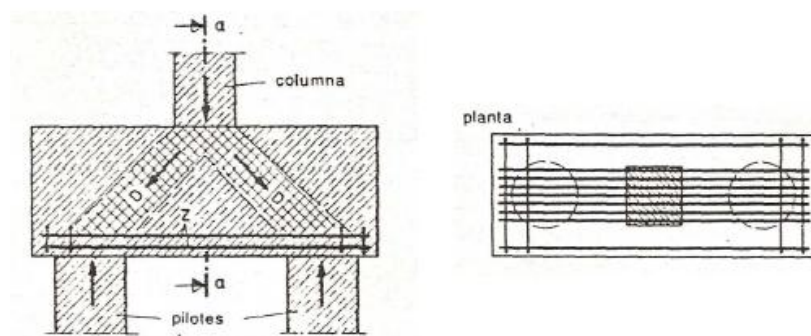


Fig 2. 9: Esquema representativo de un cabezal según Leonhardt (1986).

En la parte superior, se recomienda un acero mínimo de 0,30 veces el de la capa inferior y además, en vista de que los cabezales presentan alturas

mayores a 60cm en su mayoría, se deben colocar capas intermedias de acero situadas cada 30cm aproximadamente para contrarrestar los esfuerzos de tracción que se producen en el volumen de concreto.

En vista de que la parte inferior del cabezal se encuentra traccionada, para evitar el agrietamiento del concreto es necesario colocar estribos dobles para proporcionarle confinamiento a esta zona (Ver Fig. 2.10). En el apéndice C se observa un detallado del acero de refuerzo de un cabezal.

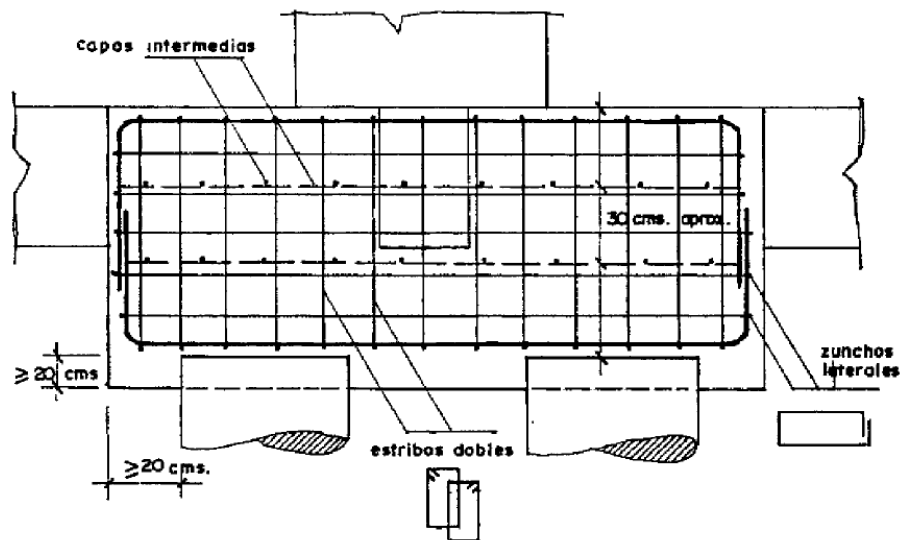


Fig 2. 10: Armadura típica de un cabezal.

Según Velásquez (2001) los cabezales pueden ser analizados mediante el método de las bielas comprimidas, puesto que en ellos no hay forma de considerar la flexión porque la carga axial pasa directamente hacia el pilote.

#### **2.4. Método de las bielas comprimidas.**

Debido a la rigidez del cabezal, no se producen deformaciones considerables a flexión, por lo que el problema a estudiar se debe analizar como la transmisión de una carga concentrada a través de un medio continuo

ideal. Según el espesor de los cabezales, son generadas líneas de compresión principales entre el elemento que transmite la carga (las pantallas en sistemas túnel) y los pilotes. Perpendicular a estas, encontramos las líneas de tracciones principales, cuyas cargas se deben absorber mediante tensores, armaduras o elementos tensores que sigan aproximadamente estas líneas (Ver Fig.2.11).

En el método de las bielas, la conexión entre el cabezal y los pilotes se supone articulada, por lo que no existen momentos flectores en las cabezas de los pilotes y sólo se consideran las cargas axiales en sus ejes.

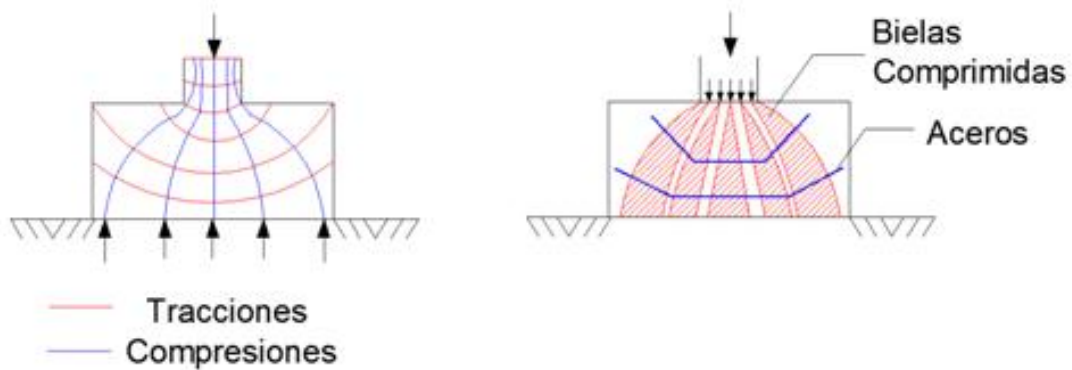


Fig 2. 11: Concepto de las Bielas según Velázquez (2001).

Según la norma COVENIN 1753, el análisis y diseño considera la geometría de las bielas, las dimensiones de sus miembros y zonas nodales. Todas estas variables deben cumplir con los principios de equilibrio y compatibilidad, incluyendo las fronteras donde existan discontinuidades.

Para que el modelo estructural sea válido, el ángulo entre las bielas comprimidas y las traccionadas concurrentes a un nodo será mayor de  $25^\circ$ . Así mismo, las bielas comprimidas sólo podrán cruzarse en los nodos.



La formulación propuesta por este método varía según la configuración del sistema de fundaciones. Los casos típicos son los siguientes:

#### **2.4.1. Caso I: Fundación cuadrada- Columna cuadrada.**

Suponiendo una columna de base cuadrada de lado  $a'$  y una fundación de base  $a$ , según la Velásquez (2001) para garantizar la rigidez del cabezal se debe cumplir que:

$$h - d' \geq \frac{a - a'}{4}$$

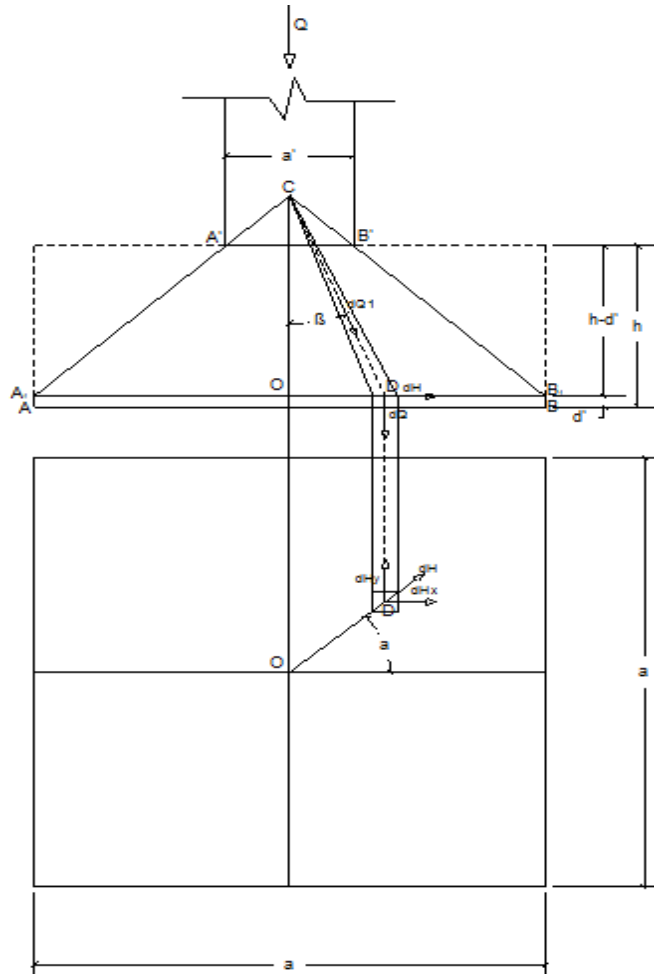


Fig 2. 12: Método de las bielas para columna cuadrada situada sobre una fundación cuadrada.

La armadura de las zapatas se constituye por dos capas de acero en direcciones paralelas a los lados de la misma, las cuales se sitúan a una distancia  $d'$  de la cara inferior de la zapata, formando un plano cuyas trazas son  $A_1B_1$  (Ver Fig. 2.12).

En este caso, las fuerzas de tracción que se producen en la parte inferior de la fundación se podrán calcular como:

$$Hx = Hy = \frac{Q}{8} \times \frac{a - a'}{h - d'}$$

#### 2.4.2. Caso II: Fundación rectangular- Columna rectangular.

Considerando una fundación  $axb$  y una columna de  $a'xb'$ , para poder utilizar el método de las bielas comprimidas, se debe garantizar que la altura de la zapata es tal que no se produzca punzonado y además, se debe cumplir que:

$$h - d' \geq \frac{a - a'}{4}$$

$$h - d' \geq \frac{b - b'}{4}$$

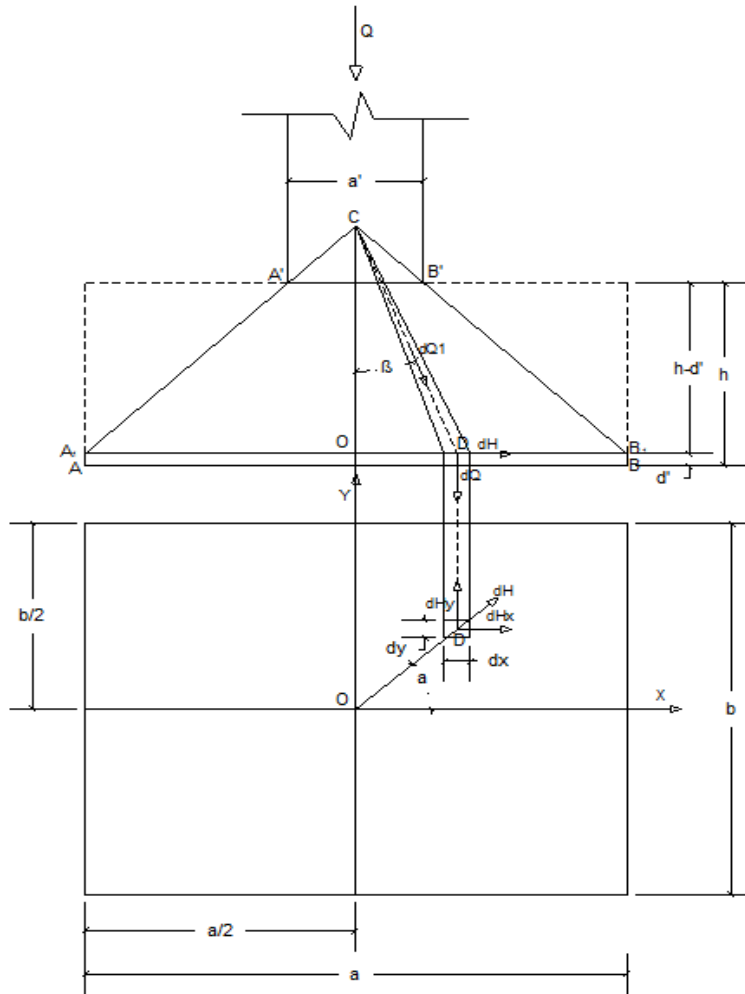


Fig 2. 13: Método de las bielas aplicado a columna rectangular sobre fundación rectangular.

Sin embargo, en este caso las tracciones  $H_x$  y  $H_y$  no son iguales y deben calcularse por separado mediante las expresiones:

$$H_x = \frac{Q}{8} \times \frac{a - a'}{h - d'}$$

$$H_y = \frac{Q}{8} \times \frac{b - b'}{h - d'}$$

### 2.4.3. Caso III: Cabezales sobre un pilote.

Este problema es similar al que se ha venido planteando. Sin embargo, para aplicar el método de las bielas, es necesario realizar ciertas analogías que permitan establecer una relación entre este caso y los planteados anteriormente.

En la práctica, se observa generalmente el caso de una columna rectangular apoyada sobre un pilote circular. No obstante, según analogías realizadas por Velásquez (2001), para poder obtener una condición práctica, es necesario suponer una columna cuadrada de área equivalente a la rectangular original y un pilote de igual manera cuadrado de lado  $\emptyset$  (Ver Fig.2.14).

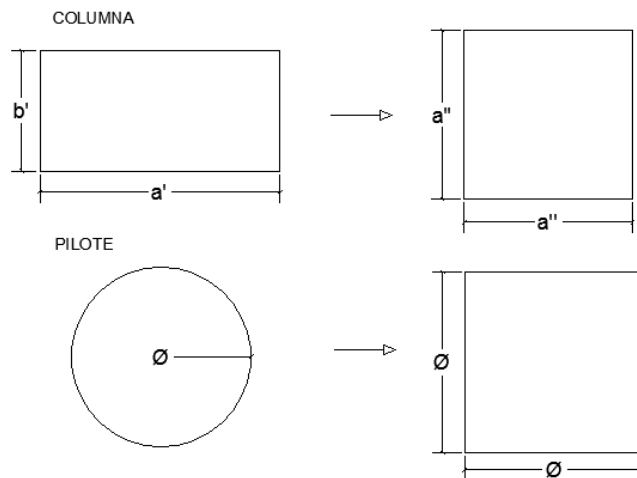


Fig 2. 14: Analogía práctica para cabezales sobre un pilote.

Las fuerzas de tracción en la base del cabezal se pueden calcular mediante las expresiones:

$$Hx = Hy = \frac{Q}{8} \times \frac{(\phi - \sqrt{a'b'})}{(h - d')}$$

Para calcular el área de acero que absorbe dichas tracciones, Velásquez (2001) propone que:

$$Asx = \frac{Hx}{fs} \quad \text{y} \quad Asy = \frac{Hy}{fs}$$

Donde  $f_s$  es la tensión admisible en el acero que se puede estimar como 0,5  $f_y$ .

#### **2.4.4. Caso IV: Cabezales sobre dos pilotes.**

En este caso, se considera que la carga  $Q$  se reparte en  $Q/2$  y  $Q/2$  aplicadas a  $a'/4$  del borde respectivo (Ver Fig. 2.15).

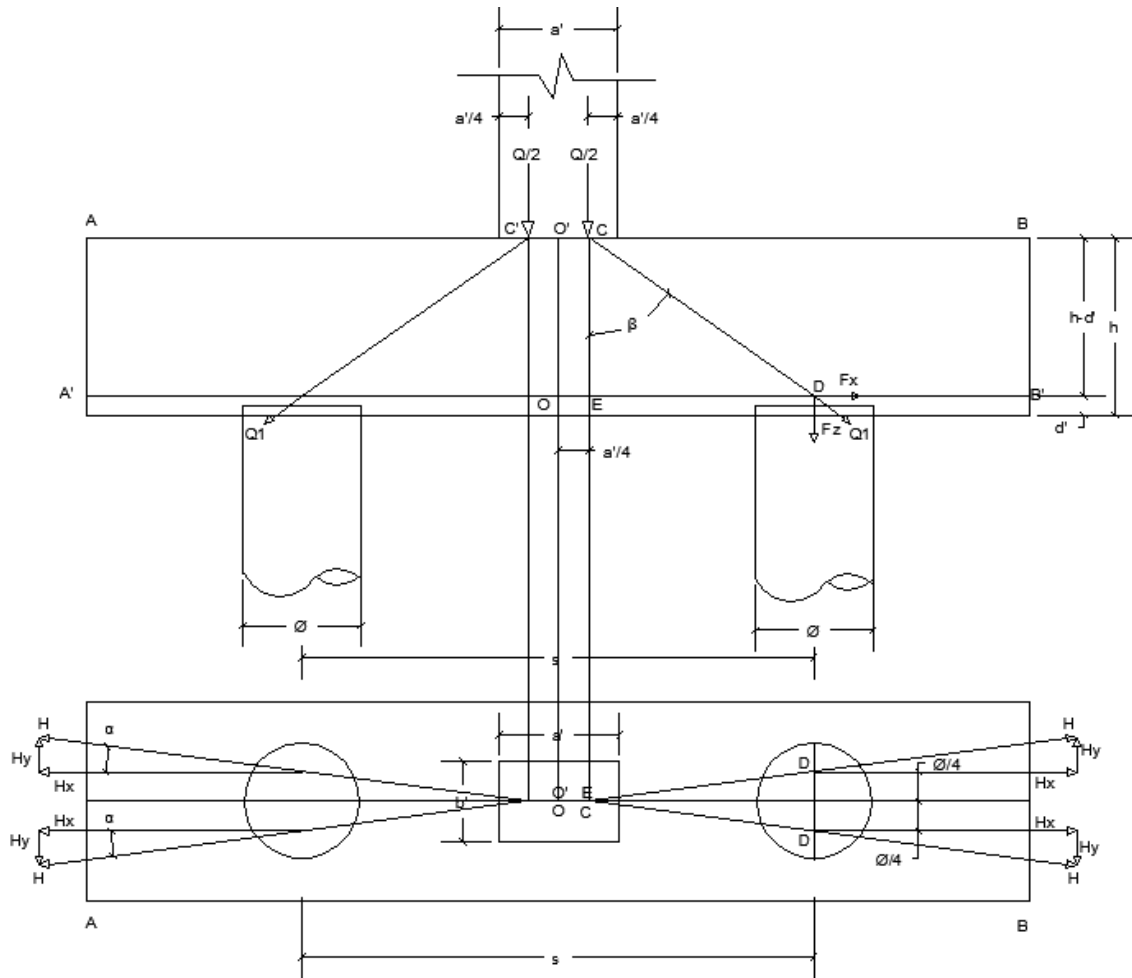


Fig 2. 15: Evaluación de las fuerzas según el método de las bielas.

Para la carga  $Q/2$  que está aplicada en  $C$ , se puede afirmar que ella se transmite al pilote de la derecha como  $Q_1$  en la dirección oblicua de la biela comprimida. El esfuerzo de compresión es transmitido al pilote, mientras que las tracciones son absorbidas por las barras de acero colocadas en la parte inferior del cabezal.

Por haber considerado dos bielas se tiene que  $F_x=2H_x$  y  $F_y=2H_y$ , por lo que finalmente:

$$F_x = \frac{Q}{8} \times \frac{(2S - a')}{(h - d')}$$

$$F_y = \frac{Q}{8} \times \frac{\phi}{(h - d')}$$

#### **2.4.5. Caso V: Cabezales sobre tres pilotes- Columna cuadrada**

En este caso, se considera que la carga Q está aplicada en el centro de gravedad de un triángulo equilátero formado por los centros de los tres pilotes

(Ver Fig. 2.16)



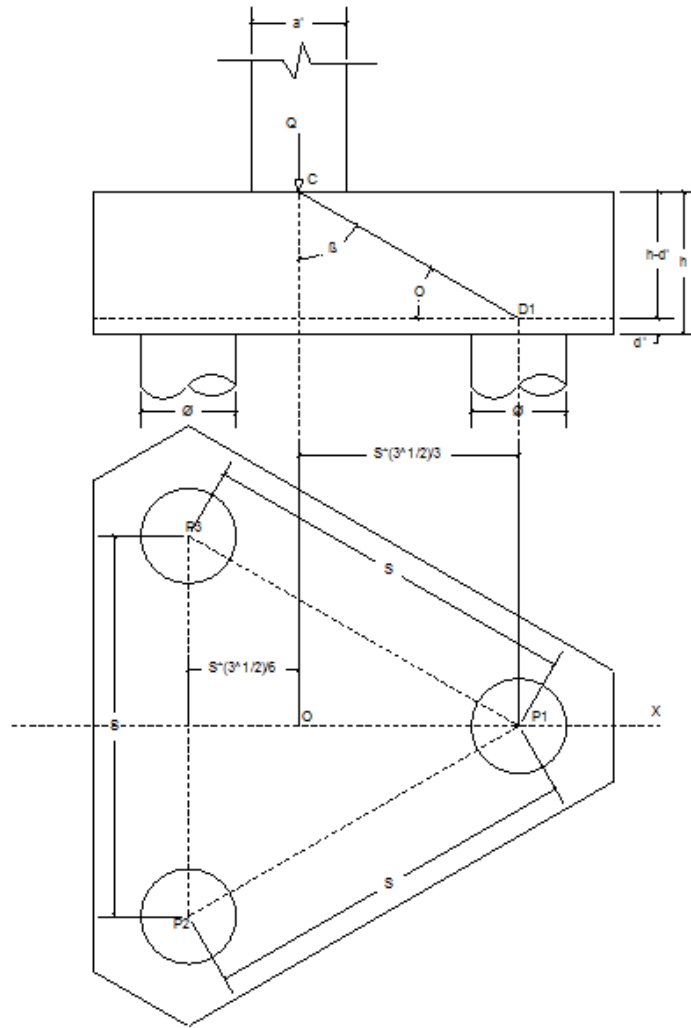


Fig 2. 16: Método de las bielas para cabezales sobre tres pilotes.

Como se observa, el ángulo que se forma entre la línea de la biela comprimida y la horizontal se denota  $\theta$ , el cual debe ser mayor de  $45^\circ$  para disminuir la cantidad de acero requerida por el cabezal.

La columna cuadrada que está centrada sobre el cabezal se puede dividir en tres partes, las cuales se distribuyen a los tres pilotes tal como se muestra en la Fig. 2.17.

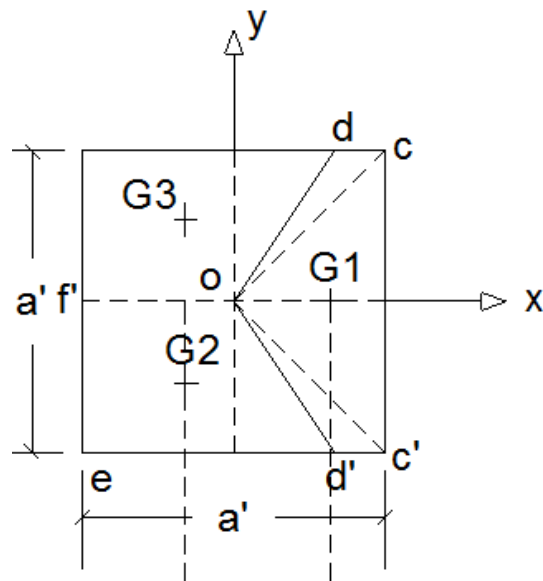


Fig 2. 17: Distribución de la carga de acuerdo a la geometría de la columna.

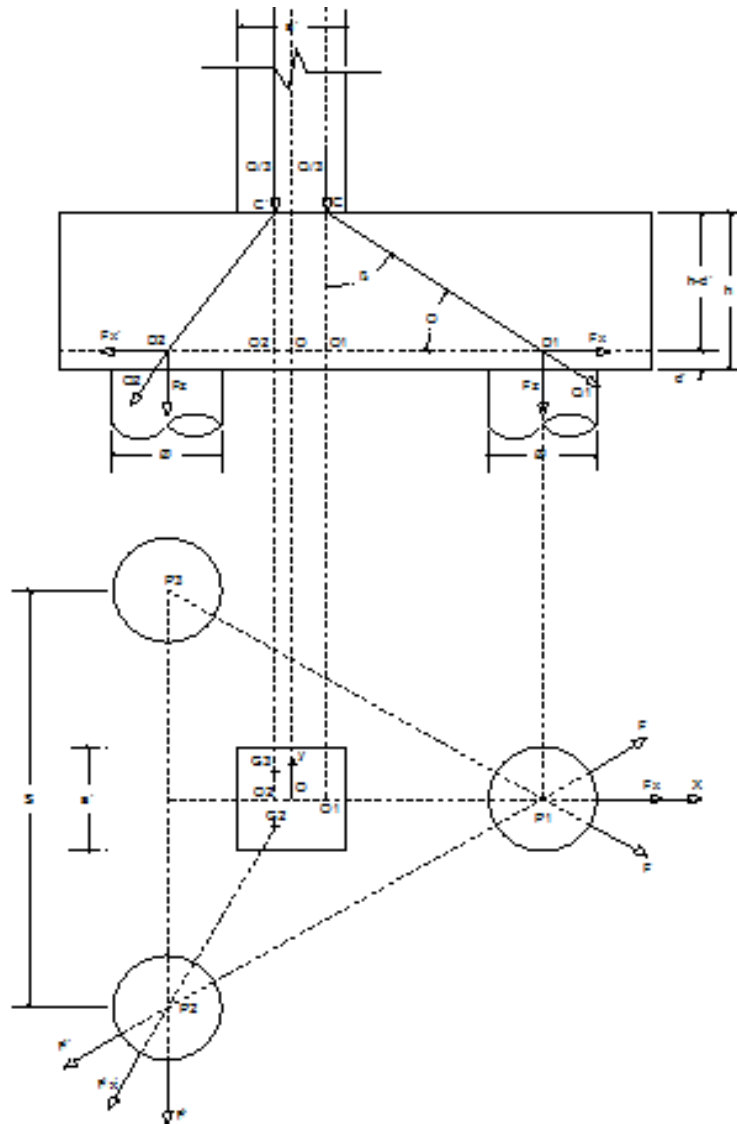


Fig 2. 18: Método de las bielas para cabezales sobre tres pilotes-columna cuadrada.

En este caso, las fuerzas de tracción en la base del cabezal se pueden hallar mediante la ecuación:

$$F = \frac{Q * S}{9 * (h - d')} * (1 - 0,553 * \frac{a'}{S})$$

2.4.6. Caso VI: Cabezales sobre tres pilotes- Columna rectangular.

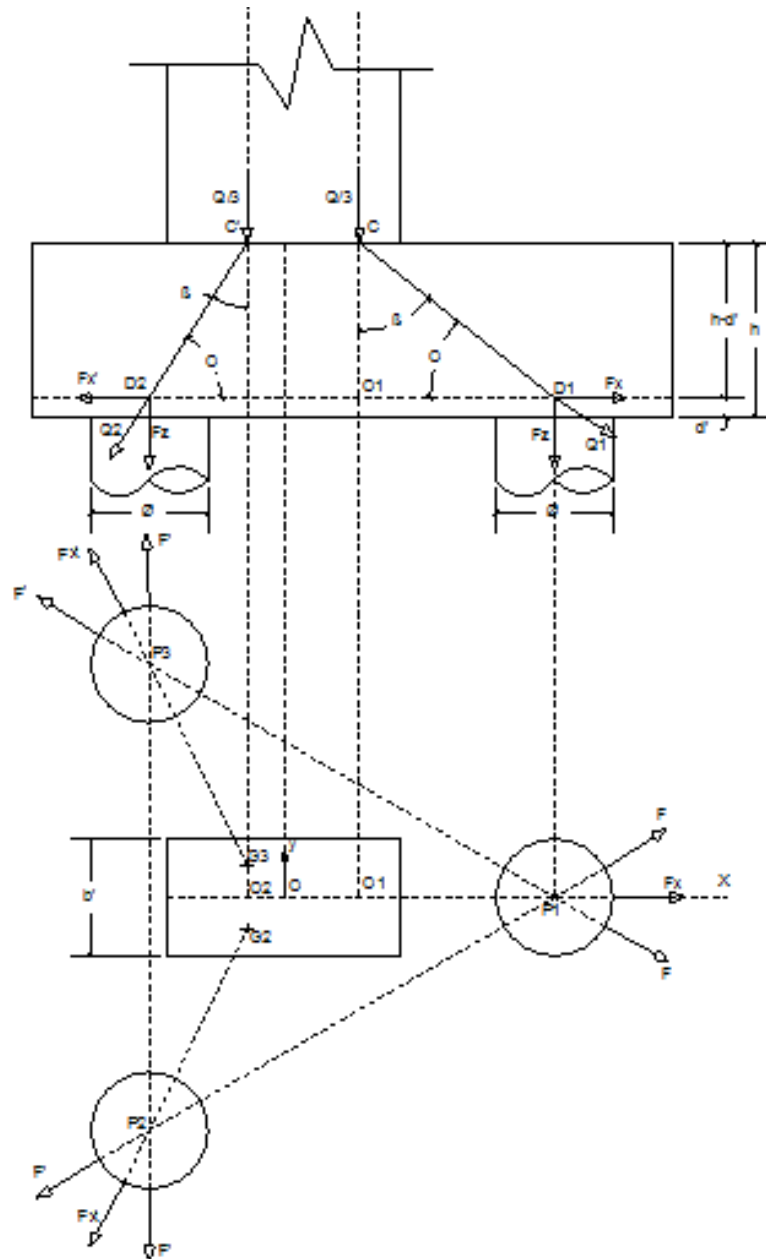


Fig 2. 19: Método de las bielas para cabezales sobre tres pilotes- columna rectangular.

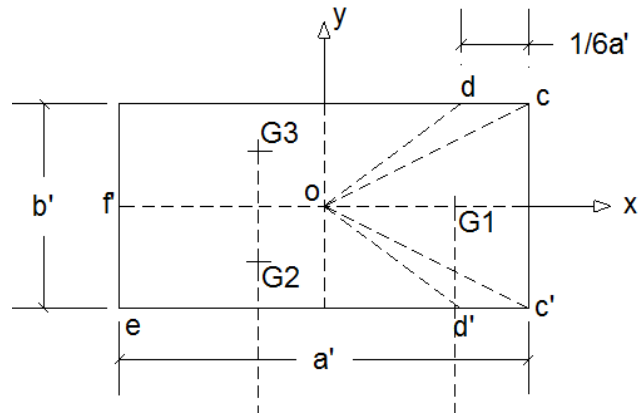


Fig 2. 20: Distribución de la carga en la columna rectangular.

Las fuerzas de tracción en la base del cabezal se pueden determinar mediante las expresiones:

$$F' = \frac{3}{18} * \frac{Q * S}{(h - d')} * (1 - 0,542 * \frac{b'}{S})$$

$$F = \frac{2}{18} * \frac{Q * S}{(h - d')} * (1 - 0,553 * \frac{a'}{S})$$

#### 2.4.7. Caso VII: Cabezal sobre cuatro pilotes - Columna cuadrada

En vista de que la columna está centrada, sus lados son paralelos a los del cabezal como se muestra en la Fig. 2.21.

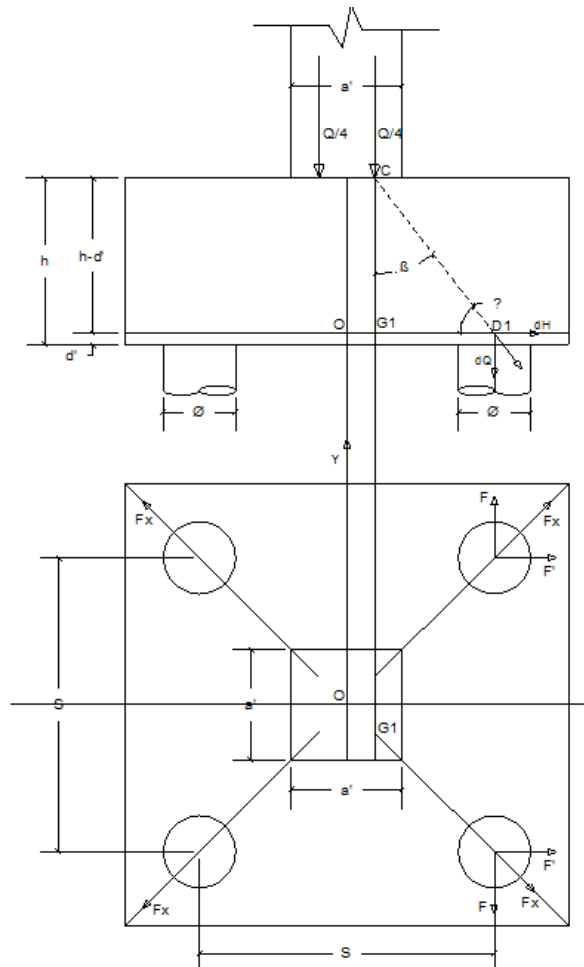


Fig 2. 21: Método de las bielas comprimidas para cabezales sobre 4 pilotes- columna cuadrada.

Las fuerzas de tracción en la base del cabezal vienen dadas por:

$$F = \frac{Q}{8(h-d')} \left(1 - \frac{a'}{2s}\right)$$

### 2.4.8. Caso VIII: Cabezal sobre cuatro pilotes - Columna rectangular.

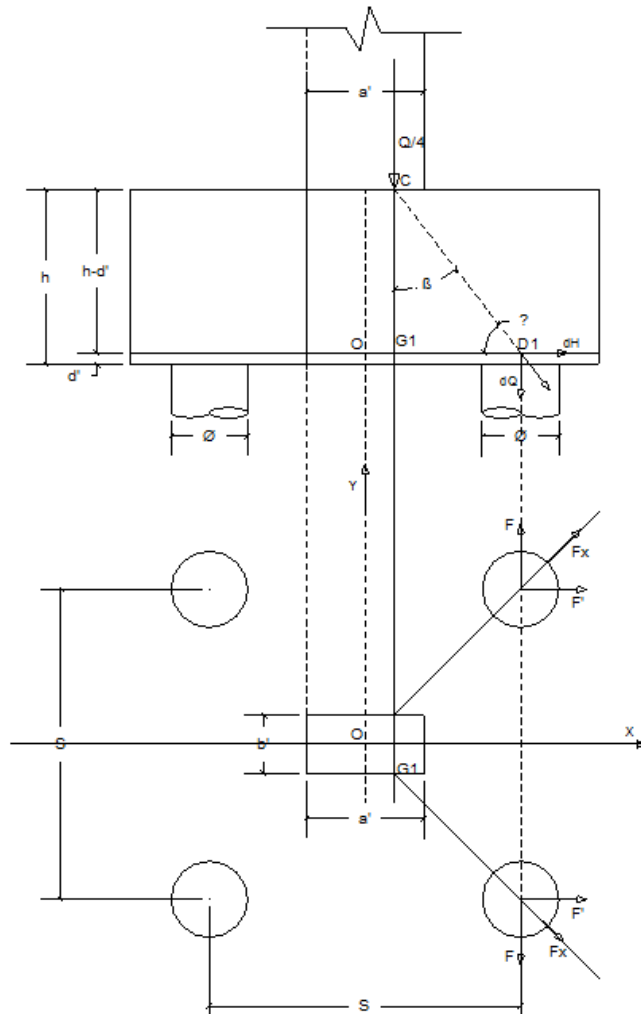


Fig 2. 22: Método de las bielas comprimidas para cabezales sobre 4 pilotes- columna rectangular.

Las fuerzas de tracción en la base del cabezal se determinan como:

$$F' = \frac{Q}{4(h-d')} \times \left(1 + \frac{a'}{2S}\right)$$

$$F = \frac{Q}{4(h-d')} \times \left(1 + \frac{b'}{2S}\right)$$

Las deducciones de las fórmulas de las fuerzas de tracción en cada uno de los casos se encuentran detalladas en el Apéndice A.

Es importante mencionar que estos métodos analíticos para el diseño de cabezales se tratan de aproximaciones que permiten relacionarlos con métodos matemáticos tradicionales, pero esta vía sólo es práctica en geometrías muy sencillas o con condiciones de contorno simples.

Por otra parte, los avances informáticos en la actualidad, han generado el perfeccionamiento del método de los elementos finitos (MEF), el cual ha proporcionado soluciones viables en problemas de geometrías complejas.

## **2.5. Método de los Elementos Finitos (MEF).**

Este método permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, de forma más rápida y fácil de modificar, pero es importante señalar que sigue siendo un método aproximado.

Su base general es la división de un elemento continuo en un conjunto de pequeños elementos finitos conectados entre sí por una serie de puntos llamados nodos. De esta forma se logra pasar de un sistema continuo con infinitos grados de libertad, a un sistema con un número de grados de libertad finito, el cual se modela por ecuaciones lineales o no lineales.

Según Carnicero (2004) es importante conocer que en cualquier sistema existe un dominio, que es el espacio geométrico donde se va a analizar el problema; las condiciones de borde, que son las variables conocidas, como cargas, desplazamientos, temperaturas, etc. y las incógnitas que están en



función a las condiciones de borde que actúan sobre el sistema. En el caso de estudio, estas incógnitas son los desplazamientos nodales, con los cuales es posible determinar las tensiones y deformaciones de la estructura que son los parámetros que interesan. En la Fig.2.23 se describen mejor los parámetros más importantes del sistema.

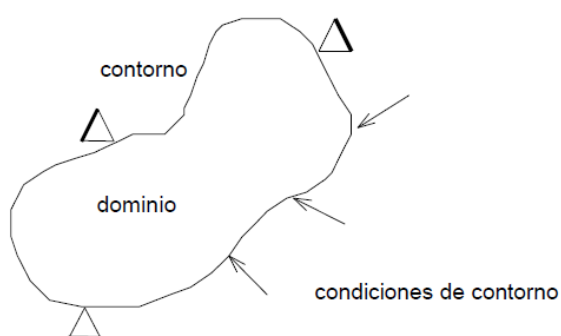


Fig 2. 23: Parámetros fundamentales del sistema.

En vista de que los desplazamientos de los nodos son las incógnitas fundamentales del problema y que ellos determinan la deformada total de la estructura, los mismos se consideran como independientes.

El método de los elementos finitos plantea ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento del continuo para el elemento. Su formulación se realiza en forma matricial debido a la facilidad para ser manipulado en las computadoras. Estas matrices, en el caso de elementos estructurales, serán llamadas matrices de rigidez, amortiguamiento y masa. Su resolución proporciona los valores de los grados de libertad en los nodos del sistema a estudiar.

Uno de los programas que en la actualidad permiten aplicar el método de los elementos finitos es el SAP2000, desarrollado por la empresa CSI, Computers and Structures, Inc. desde hace más de 30 años.

Dicho programa, es capaz de determinar a través del método de los elementos finitos la respuesta en términos de fuerzas, esfuerzos y deformadas para elementos de área y sólidos (Ver Fig.2.24).

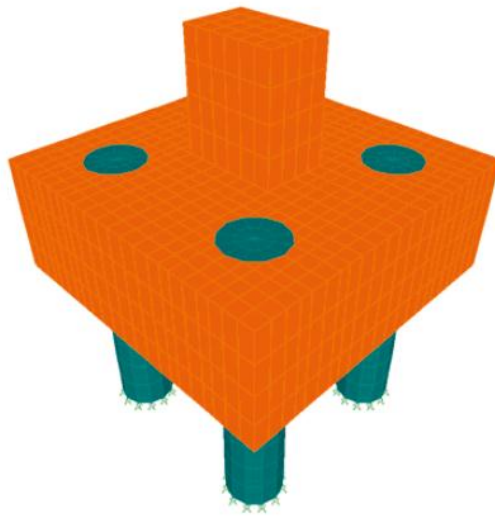


Fig 2. 24: Modelo de cabezal sobre cuatro pilotes mediante el método de los elementos finitos a través del programa SAP2000.

Fuente: Hernández

## **CAPÍTULO III**

### **MÉTODO**

Para poder realizar el análisis y diseño de vigas-cabezal en estructuras con sistemas de encofrado tipo túnel, fueron tomados como referencia dos métodos, el de las bielas comprimidas y el de los elementos finitos. Es por ello que para poder cumplir con los objetivos, se realizó una revisión exhaustiva de las formulaciones y metodologías que los mismos proponen para poder relacionarlos con el problema planteado.

#### **3.1. Revisión del método de las bielas comprimidas en sistemas aperticados.**

En primer lugar, fue revisada la formulación propuesta por el método de las bielas. Este procedimiento se realizó para diferentes configuraciones estructurales, de manera de familiarizarse con las teorías planteadas y poder establecer correlaciones con el problema del presente trabajo de investigación.

En un principio fue consultada la bibliografía existente para evaluar el comportamiento que se produce en un sistema de fundaciones compuesto por zapatas rígidas cuadradas (Ver Fig. 3.1.).

El método se evaluó en zapatas donde la altura es suficiente para que las deformaciones bajo la carga aplicada sean casi despreciables.

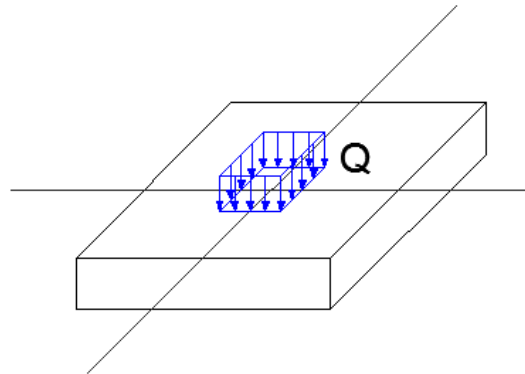


Fig. 3. 1: Zapatas rígidas cuadradas en ejes de columnas.

Seguidamente, fue analizado el problema planteado por cabezales sobre pilotes en ejes de columnas, comenzando por un solo pilote (Ver Fig. 3.2). Según Velásquez (2001), este problema es similar al planteado por las zapatas, puesto que el método supone una relación directa entre la geometría de la columna y la de la fundación, por lo que se pueden realizar ciertas analogías.

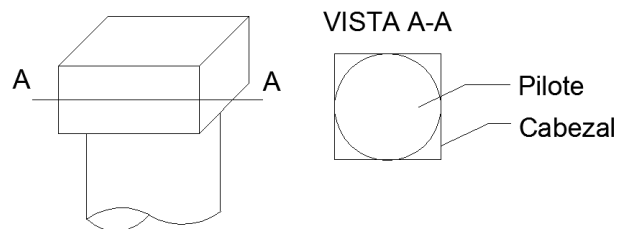


Fig. 3. 2: Cabezal sobre un solo pilote.

En cuanto a diseño, se estimaron las áreas de acero necesarias para soportar las fuerzas horizontales generadas en la base del cabezal como consecuencia de la aplicación de una carga sobre su superficie.

Una vez comprendido en su totalidad el problema planteado por un solo pilote, se procedió a evaluar el comportamiento de un cabezal sobre dos pilotes.

Para realizar este análisis existen dos métodos, el de las bielas comprimidas, o suponerlo como una viga reposando en dos apoyos simples con la carga aplicada en el medio (Ver Fig.3.3). Fue desarrollado el método de las bielas, debido a que, por las dimensiones del cabezal, se considera como rígido, por lo que la carga axial pasa directamente a los pilotes.

Este análisis fue realizado inicialmente considerando la carga aplicada como puntual, es decir, sin considerar las dimensiones de la columna y luego considerándola como distribuida en el área ocupada por la sección de la columna.

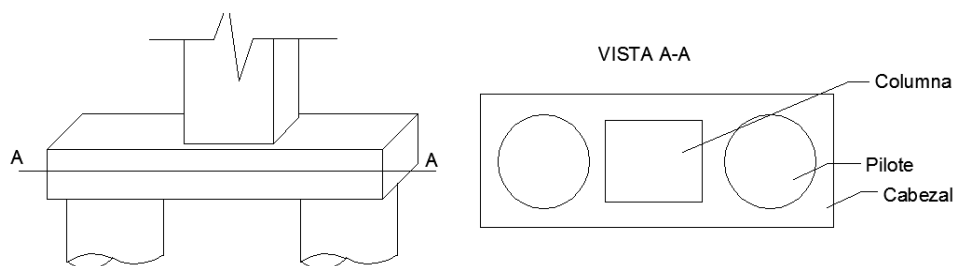


Fig. 3. 3: Cabezal sobre dos pilotes.

## **3.2. Análisis mediante el método de los elementos finitos en sistemas aportricados.**

### **3.2.1. Elaboración de un modelo estructural más sencillo para interpretación de los resultados arrojados por el programa.**

El software SAP2000 utilizado para realizar el análisis por el método de los elementos finitos permite seleccionar una variedad de diagramas de esfuerzos y fuerzas, tanto en los nodos como en los infinitos puntos que se encuentran en el interior de los elementos finitos. Por ello, es necesario analizar un modelo estructural más sencillo que el planteado por el problema de estudio para entender los resultados arrojados para cada uno de los diagramas.

Debido a lo anterior, se realizó el análisis de una viga empotrada en sus extremos con una carga distribuida en el tope de la misma y se verificó que los resultados arrojados por el SAP2000 concordaran con los obtenidos teóricamente. Dicho estudio se encuentra desarrollado en el Apéndice B.

### **3.2.2. Elaboración del modelo estructural del caso de estudio.**

El modelo planteado por cabezales sobre dos pilotes se asemeja al problema de estudio, ya que los pilotes se encuentran alineados en un único eje. Es por ello que para esta configuración se realizó un modelo mediante elementos finitos a través del programa SAP2000 y los resultados arrojados fueron comparados con los obtenidos mediante el método de las bielas comprimidas.

Para el manejo del software fueron consultados los videos tutoriales del Ing. Eliud Hernández.

El modelo fue realizado en el plano xz utilizando las propiedades de área que ofrece el programa ya que las fuerzas y los momentos flectores se transmiten a través del plano que pasa por el eje del cabezal debido al alineamiento de los pilotes.

Para ello, fue elegida la configuración "grid only" que permite realizar una configuración de ejes cualquiera (Ver Fig. 3.4)

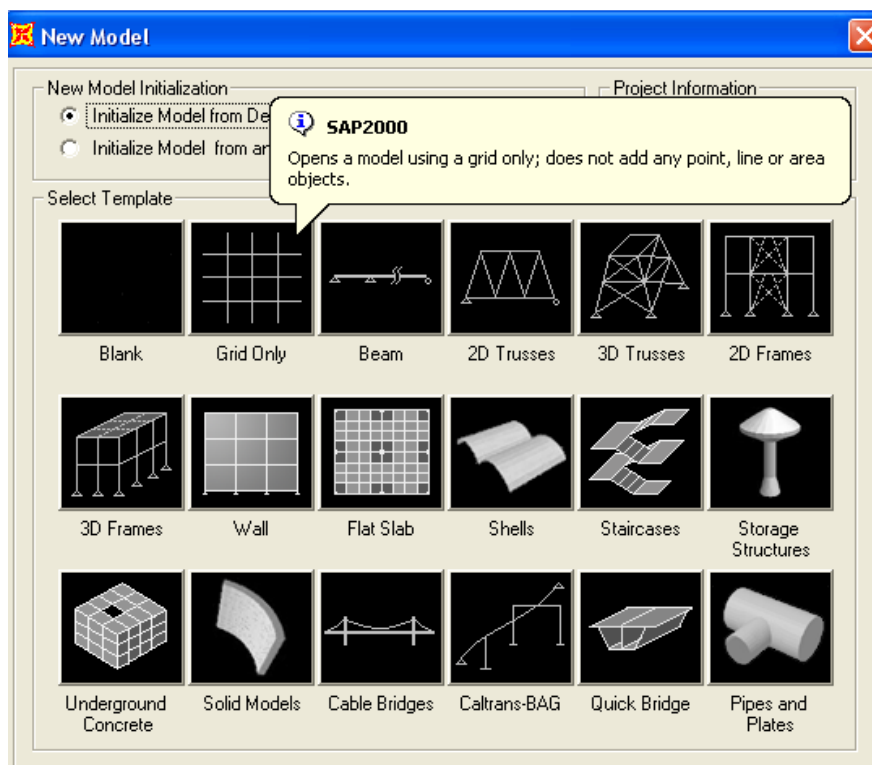


Fig. 3. 4: Ventana "New Model".

Una vez establecidas las distancias entre los ejes, se procedió a definir los materiales a utilizar a través del menú "Define >Materials". En primer lugar se modificaron las propiedades del concreto que el programa ofrece por

defecto (4000psi) para transformarlo en uno de  $f'c=250\text{kgf/cm}^2$  (Ver Fig. 3.5). A su vez se modificó el módulo de elasticidad del concreto, el cual viene dado por la expresión:

$$E_c = 15100 \times \sqrt{f'c}$$

The image shows a software dialog box titled "Material Property Data" with a blue header. It is divided into several sections:

- General Data:** Includes "Material Name and Display Color" (text box with "FC250" and a blue color swatch), "Material Type" (dropdown menu with "Concrete" selected), and "Material Notes" (button labeled "Modify/Show Notes...").
- Weight and Mass:** Includes "Weight per Unit Volume" (text box with "2,403E-03") and "Mass per Unit Volume" (text box with "2,450E-06").
- Units:** A dropdown menu showing "Kgf, cm, C".
- Isotropic Property Data:** Includes "Modulus of Elasticity, E" (text box with "238752"), "Poisson's Ratio, U" (text box with "0,2"), "Coefficient of Thermal Expansion, A" (text box with "9,900E-06"), and "Shear Modulus, G" (text box with "99480").
- Other Properties for Concrete Materials:** Includes "Specified Concrete Compressive Strength, f'c" (text box with "250"), a checkbox for "Lightweight Concrete" (unchecked), and a "Shear Strength Reduction Factor" (text box, currently empty).
- Switch To Advanced Property Display:** A checkbox (unchecked).
- Buttons:** "OK" and "Cancel" buttons at the bottom.

Fig. 3. 5: Ventana para definición del material concreto.

Así mismo, se creó el material de las barras de acero de refuerzo mediante la opción "Add New Material Quick> Rebar" (Ver Fig. 3.6) y se modificaron sus propiedades por las utilizadas comúnmente.



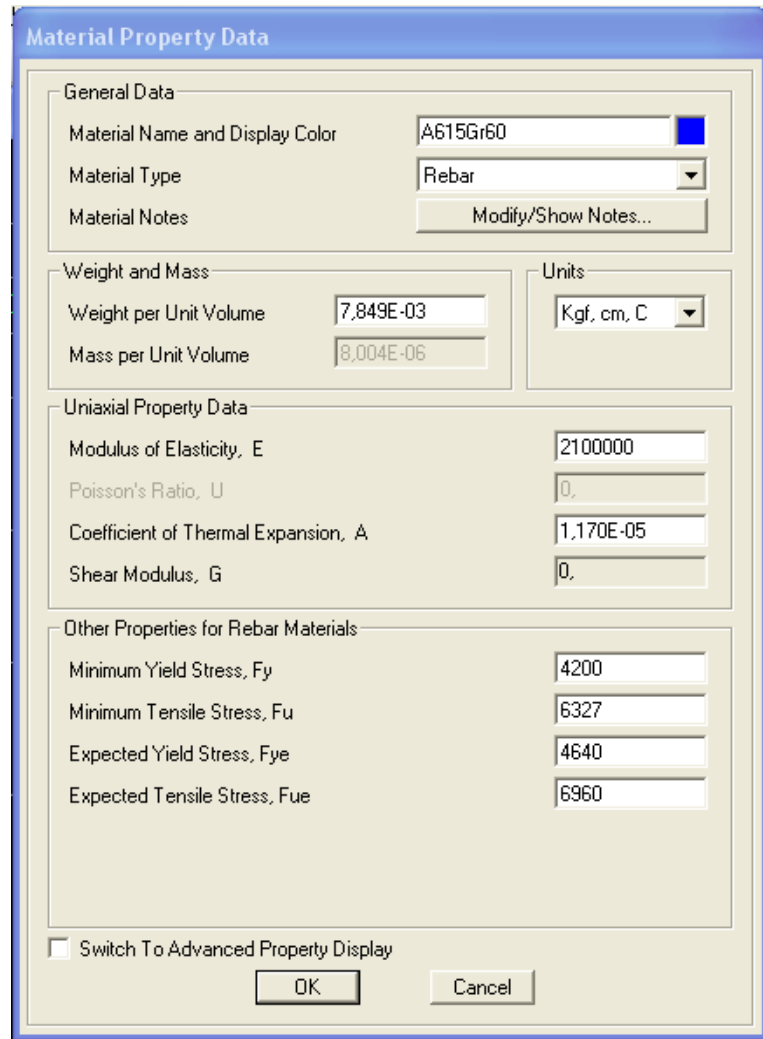


Fig. 3. 6: Ventana para definir el material de las barras de acero de refuerzo.

Por otra parte, se definieron las propiedades de las secciones de área a utilizar. Fueron creadas tres secciones tipo "Shell" con sus respectivos espesores para el cabezal, la columna y los pilotes. Éstas fueron realizadas mediante la opción "Membrane" puesto que el elemento membrana no está en capacidad de deformarse a cargas perpendiculares al plano. También fue especificada la configuración del acero de refuerzo que en este caso estaría colocado en dos capas con recubrimiento mínimo de 7,5 cm (Ver Fig. 3.7).

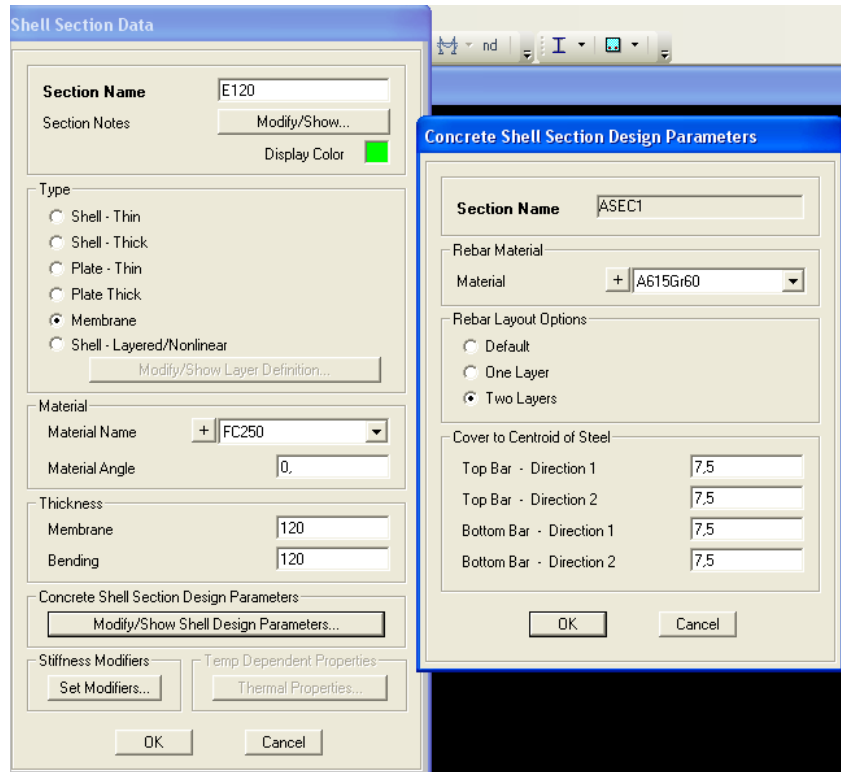


Fig. 3. 7: Ventana para la creación de las secciones de área.

A través de la opción "Quick Draw Area Element" se dibujó la configuración deseada (Ver Fig. 3.8).

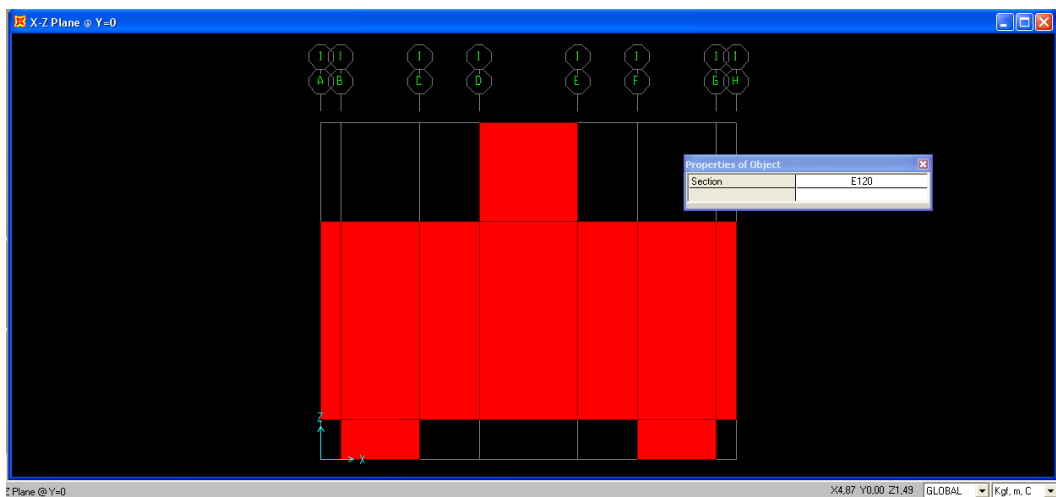


Fig. 3. 8: Elaboración del Modelo.

Dichas áreas fueron divididas en elementos finitos de un tamaño en específico mediante el menú “Edit>Edit Areas> Divide Areas” tal como se observa en la Fig. 3.9.

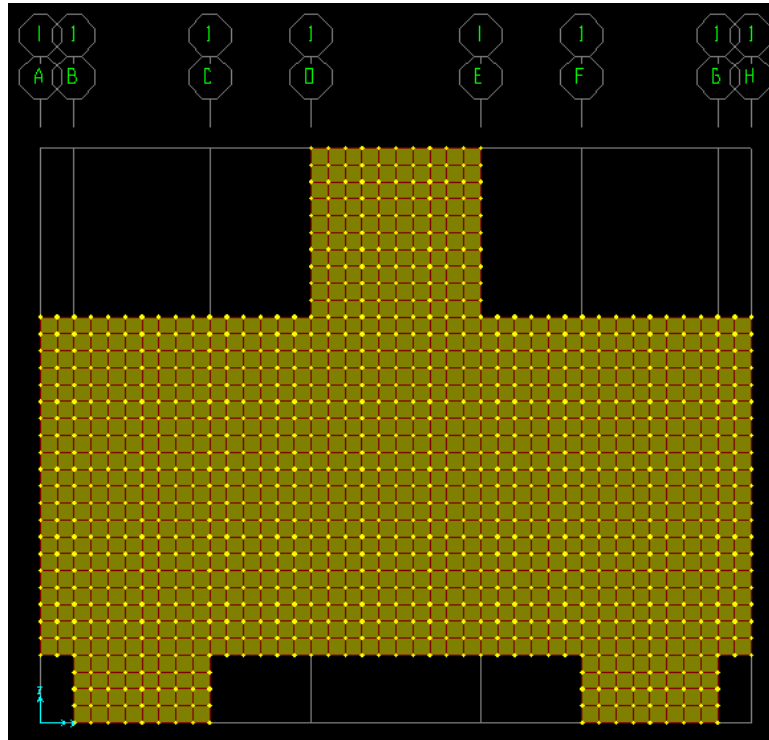


Fig. 3. 9: División del modelo en elementos finitos.

Seguidamente, se asignaron los vínculos en la base de los pilotes, ya que es necesario garantizar que la estructura no presente grados de libertad. Es por ello que es necesario restringir los movimientos horizontales y verticales de cada elemento finito mediante articulaciones a través de la opción “Assign> Joint> Restraints” de manera de crear una condición de empotramiento para simular el comportamiento usual de un pilote.

También es necesario crear los casos de carga a estudiar. En este modelo sólo será estudiado un caso de carga axial el cual fue creado mediante

el menú “Define > Load Patterns”. Este caso fue considerado tipo “Other” por ser una carga externa y el factor que multiplica al peso propio fue especificado como cero (Ver Figura 3.10).

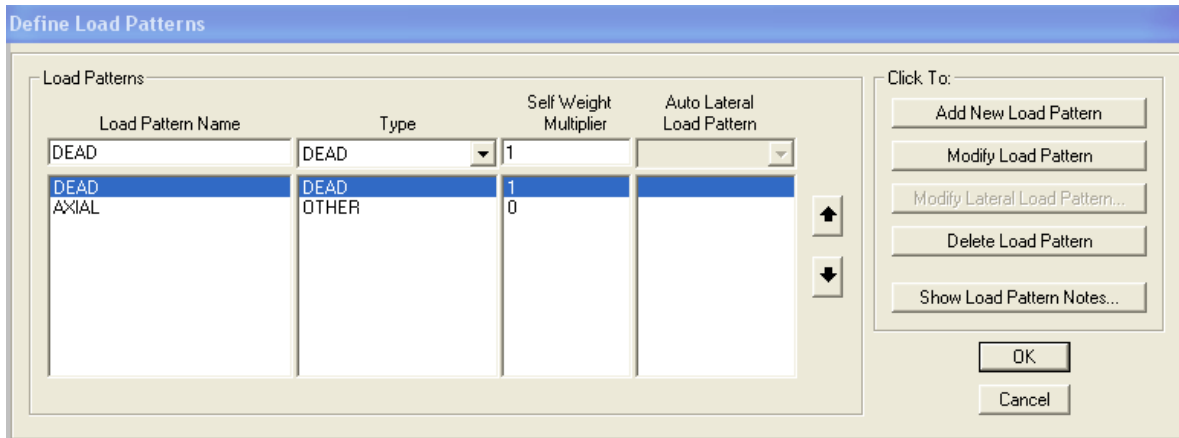


Fig. 3. 10: Creación de los casos de carga.

Una vez configurados los casos, fueron asignadas las cargas en los nodos de la columna. Para ello es necesario determinar cuántos nodos hay en la parte superior de la columna y dividir el valor de la carga actuante entre dichos nodos de manera de obtener varias cargas puntuales cuya suma origine la total. Mediante el menú “Assing> Joint Loads> Forces” se colocó el valor obtenido en el eje Z y con signo negativo por oponerse al eje local del elemento (Ver Fig. 3.11).

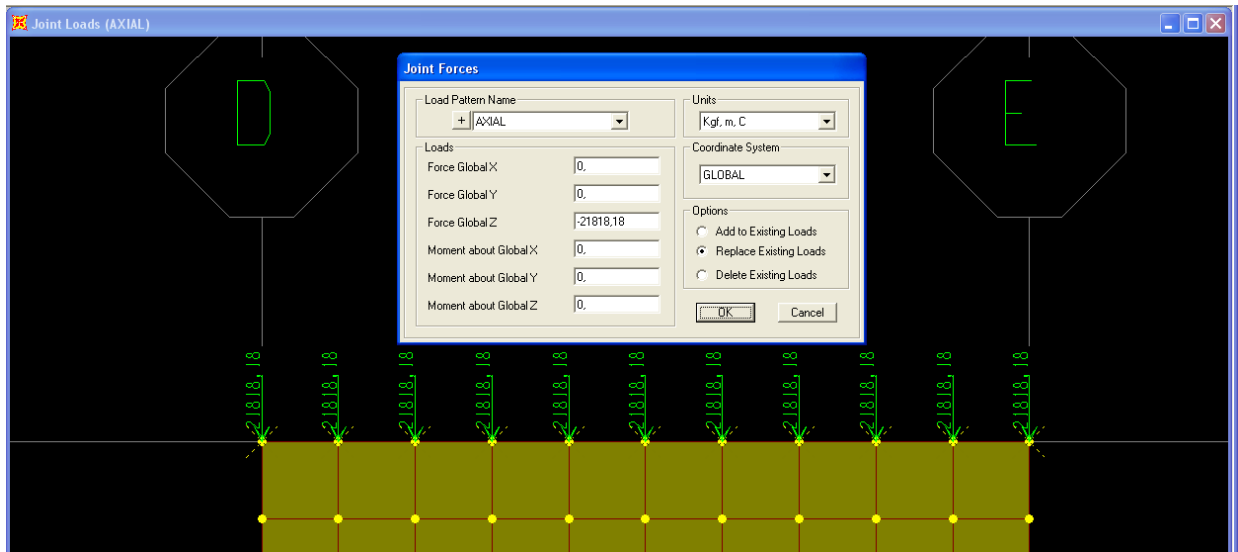


Fig. 3. 11: Cargas aplicadas en los nodos.

A su vez, mediante la opción “Analyze> Set Analysis Options” se especificó que el análisis debe ser realizado en el plano XZ.

Por último, es posible visualizar las fuerzas que son absorbidas por cada pilote. En el caso del modelo estudiado, deberían corresponder con la mitad de la carga a la cual está sometido el elemento. Sin embargo, al tener modelos con mayor cantidad de pilotes la carga se puede distribuir en diferentes porcentajes para cada uno de ellos según el método que se utilice.

Con el objeto de verificar dichas fuerzas el programa cuenta con la opción “Section Cut”. Para ello es necesario crear un grupo a través de la opción “Assign>Assign to Group...” el cual incluya a los elementos finitos de la base de los pilotes, así como sus respectivos nodos inferiores.

De igual manera, a través de la opción “Define>Section Cuts” se debe establecer cómo se quiere analizar el grupo (Ver Fig. 3.12).

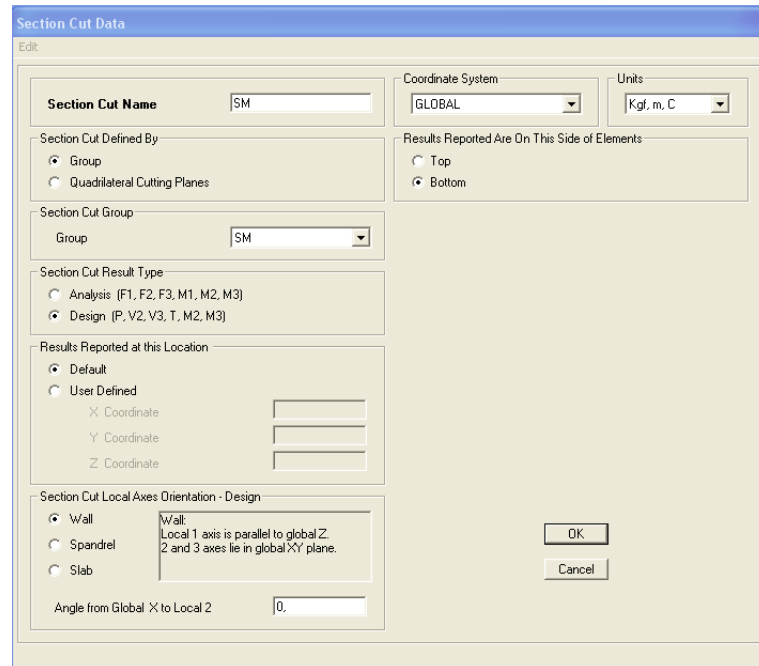


Fig. 3. 12: Ventana para especificación de los parámetros del Section Cut.

Se eligió la opción “Design”, puesto que a través de la misma se puede verificar la fuerza axial que recibe el pilote (P) y la opción “Wall” para que el análisis tome en cuenta que el mismo se comporta como un elemento vertical parecido a una columna. También es importante seleccionar que se quiere que los resultados sean reportados en los nodos inferiores de los elementos finitos pertenecientes al grupo seleccionando la opción “Bottom”.

Realizado este procedimiento con cada pilote tomando en cuenta las condiciones de simetría del elemento para cada caso, se seleccionaron los casos de carga que iban a ser considerados en el estudio mediante el menú “Analyze> Set Load Cases to Run” tal como se observa en la Fig. 3.13. Se omitió el caso denominado “Modal” puesto que este se utiliza para análisis dinámicos.

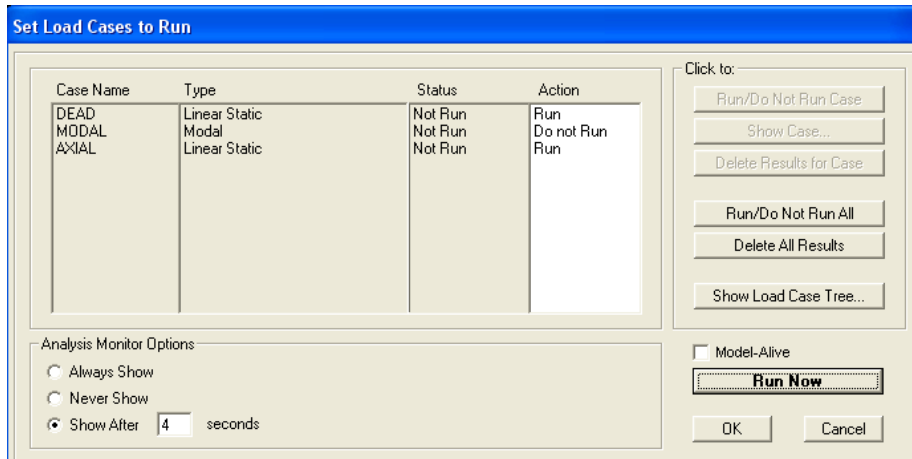


Fig. 3. 13: Casos de carga a estudiar.

Para visualizar los resultados se utilizó la opción “Display> Show Forces/Stresses> Shells”, seleccionando la opción “Resultant Forces” y “F<sub>11</sub>” para obtener las fuerzas resultantes en el eje local 1 del programa (Eje X). Se pueden visualizar los resultados obtenidos mediante un diagrama de colores que representan las zonas en tracción o compresión o mediante flechas que determinan la dirección en la que se distribuyen las fuerzas (Seleccionando la opción “Show Fmax and Fmin As Arrows”).

A través de este diagrama de colores, es posible tener la magnitud de la fuerza de tracción en cualquier punto del cabezal. Sin embargo, es necesario calcular la resultante de dichas fuerzas para poder compararla con la fuerza de tracción obtenida por el método de las bielas comprimidas.

Tomando en consideración que estas fuerzas están en kgf/m es necesario multiplicar la mayor, obtenida en la zona central de la base del cabezal, por la altura de la zona en tracción obtenida gráficamente mediante el diagrama de colores que arroja el programa (Ver Fig. 3.14).

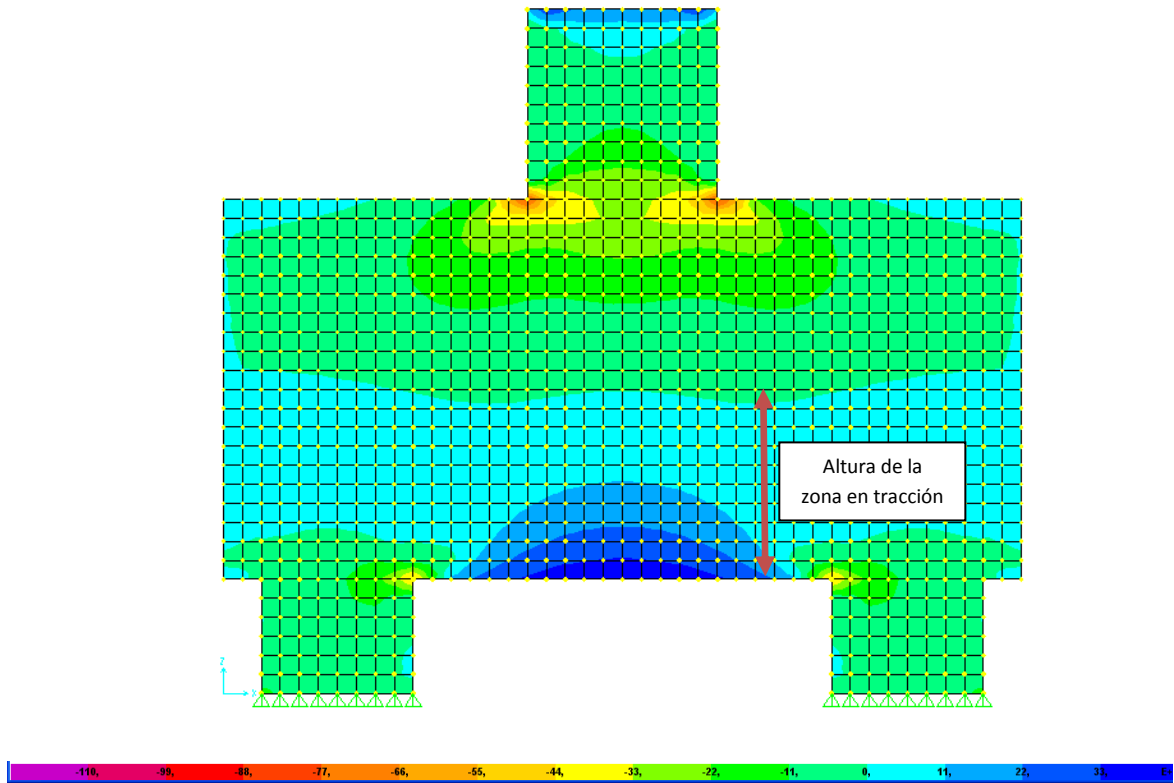


Fig. 3. 14: Transformación de las fuerzas de tracción en una resultante.

Mediante el diagrama de fuerzas máximas (Ver Fig. 3.15) es posible visualizar las fuerzas resultantes para cada elemento finito.



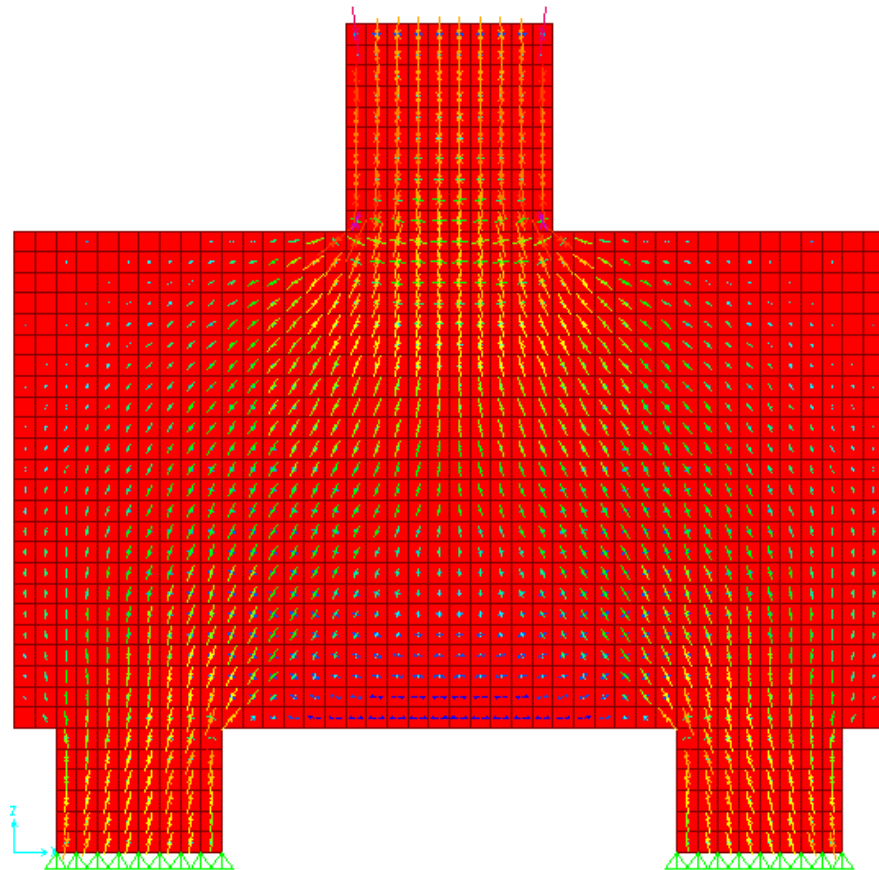


Fig. 3. 15: Diagrama de fuerzas máximas. Cabezal sobre dos pilotes.

Tomando en cuenta cada una de estas resultantes para la zona en tracción, la altura a la cual se encuentra ubicada la fuerza de tracción total (FR) se puede calcular haciendo momento en la base del cabezal mediante la siguiente expresión:

$$M = F * yt$$

$$yt = \frac{F1 \times X1 + F2 \times X2 + F3 \times X3 + \dots + Fn \times Xn}{F1 + F2 + F3 + \dots + Fn}$$

Esta fuerza se encuentra en un plano que no corresponde con la ubicación del acero de refuerzo. Para hallar una fuerza equivalente posicionada

en este plano se relacionó la resultante calculada por el programa con la que se desea obtener (Ver fig.3.16).

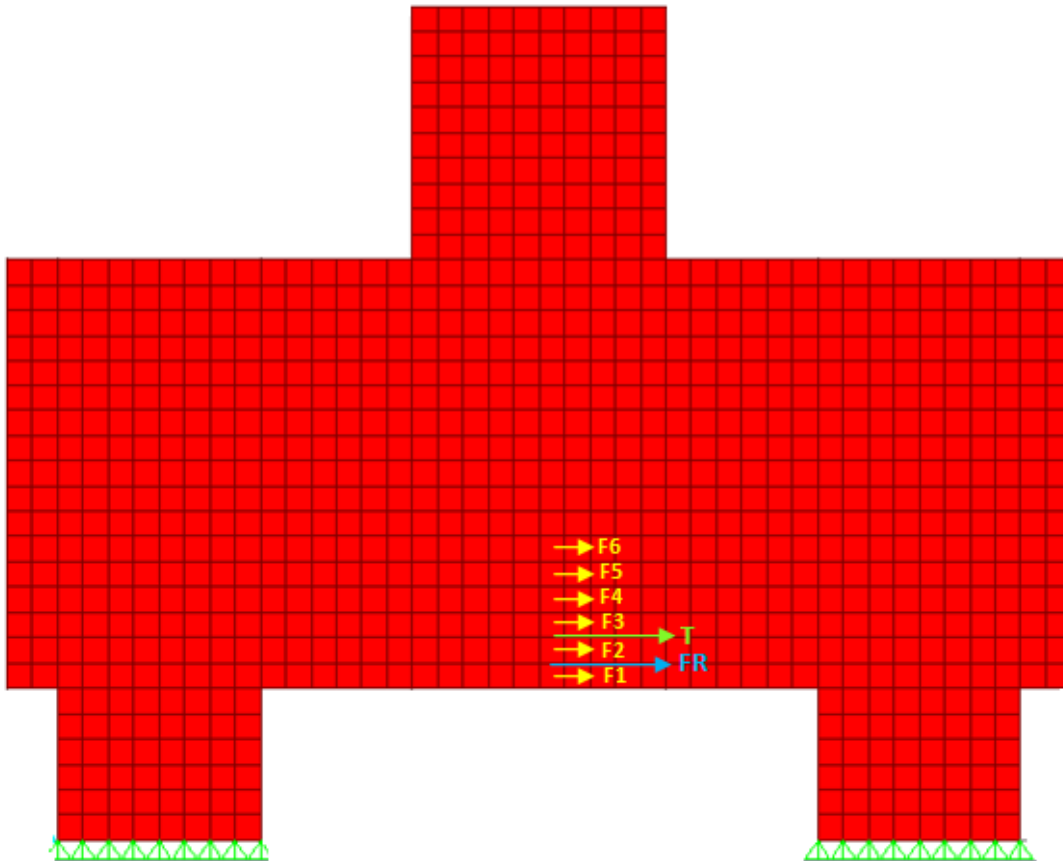


Fig. 3. 16: Fuerzas de tracción resultantes en el cabezal sobre dos pilotes.

La relación entre estas fuerzas viene dada por:

$$FR * (H - yt) = T * (H - d')$$

Despejando T se obtiene la fuerza de tracción ubicada en el plano del acero de refuerzo.

En cuanto a las fuerzas que se distribuyen a cada pilote, se acudió a la opción "Display >Show Tables" y se seleccionó "Analysis Results>Structure

Output>Other Output Items>Table: Section Cut Forces - Analysis”, seleccionando el caso de carga creado con las solicitaciones a las cuales está sometido elemento se obtuvieron las tablas con las fuerzas en la base del pilote, de las cuales nos interesa la fuerza axial (P).

### 3.3. Estudio del método de las bielas para sistemas de pantallas sobre pilotes.

Una vez obtenidos los resultados por ambos métodos para sistemas con columnas, se establecieron correlaciones para determinar el comportamiento que se puede producir con la utilización de pilotes con cabezales en sistemas de encofrado tipo túnel, puesto que, como se ha especificado con anterioridad, dichas edificaciones están compuestas por muros portantes (Ver Fig. 3.17).

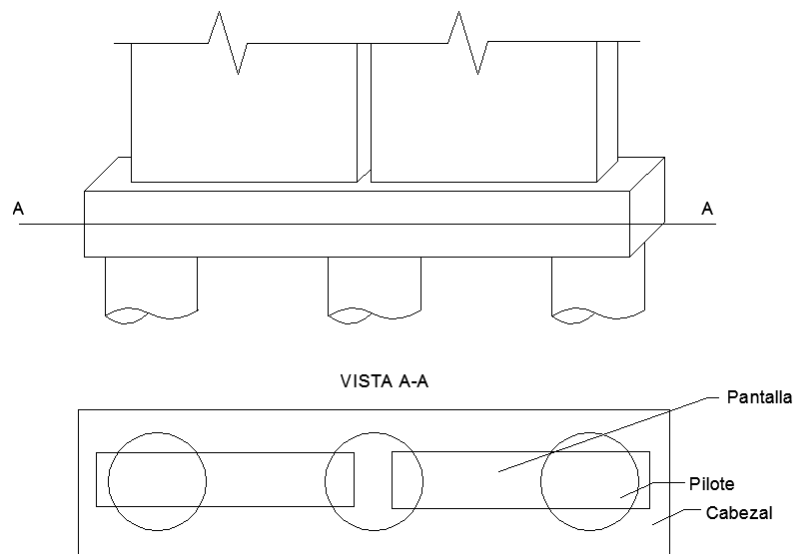


Fig. 3. 17: Sistema de cabezales sobre pilotes alineados en ejes de pantallas.

### **3.4. Análisis por el método de los elementos finitos para sistemas de pantallas sobre pilotes.**

Una vez caracterizado el sistema descrito, se procedió a comparar los resultados con los obtenidos por el método de los elementos finitos. Para ello se siguió el mismo procedimiento descrito para un cabezal sobre dos pilotes, con la diferencia de que en este caso al ser la carga distribuida, fue necesario multiplicarla por la longitud de la pantalla y luego dividirla entre el número de nodos que se encuentran en el tope de la misma.

### **3.5. Estudio de la influencia de la altura de la viga- cabezal en el comportamiento estructural.**

Una vez obtenidos los modelos analizados teóricamente por el método de las bielas y a través de los elementos finitos, fueron caracterizadas las variaciones que sean presentadas por el sistema al variar la altura de la viga- cabezal, para determinar la influencia que ejerce la rigidez del mismo en las fundaciones.

### **3.6. Variación del número y espaciamiento de los pilotes y estudio de su influencia**

De igual manera, se varió el número y espaciamiento de los pilotes puesto que, como se sabe, dependiendo de la altura de la estructura, las cargas pueden llegar a aumentar de tal manera que se requiera un número mayor de pilotes.

Los resultados obtenidos mediante los dos métodos fueron sintetizados en cuadros comparativos, bien sea de acuerdo a las características del comportamiento, o en base a resultados obtenidos con ejemplos planteados, así como también están expuestos los modelos estructurales arrojados por el software utilizado.

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y ANÁLISIS

#### 4.1. Estudio de la influencia de la rigidez en cabezales sobre un pilote.

##### Sistemas aporticados.

Para calcular las fuerzas de tracción en la base del cabezal se realizó una hoja de cálculo en Excel con unas dimensiones específicas, las cuales se presentan en la tabla 4.1.

Tabla 4. 1: Dimensiones fijas del cabezal sobre un pilote.

DATOS DE ENTRADA					
COLUMNA		FUNDACIÓN		CARGA ACTUANTE	
a' (m)	0,80	Ø Pilote(m)	1,00	Q (kgf)	70000
b' (m)	0,60	d' (m)	0,10		
		a Cabezal (m)	2,00		

CONCRETO		ACERO	
f'c (kgf/cm <sup>2</sup> )	250	fy (kgf/cm <sup>2</sup> )	4200
		fs (kgf/cm <sup>2</sup> )	2100

Utilizando la formulación propuesta en el marco teórico se calculó la fuerza de tracción en la base del cabezal para cualquier altura determinada.

De igual forma, se realizaron modelos en el programa SAP2000 con diferentes alturas (Ver Fig. 4.1).

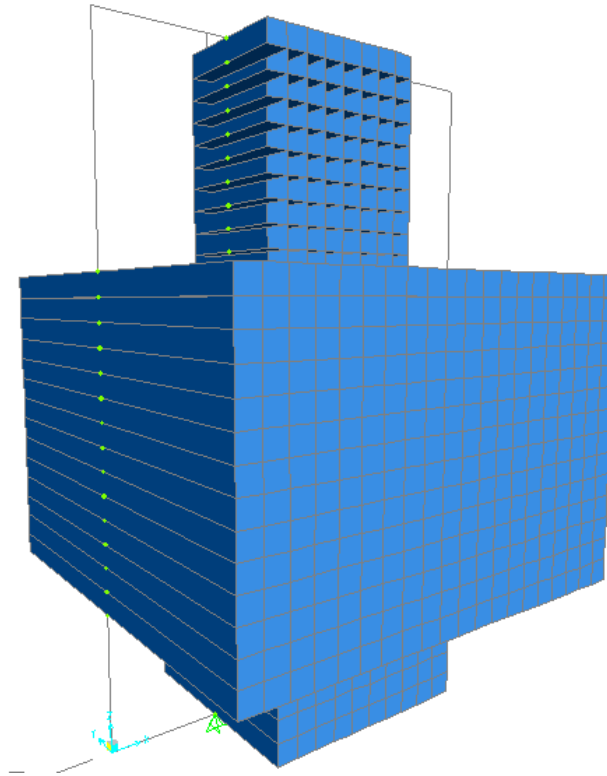


Fig. 4. 1: Modelo realizado para simular un cabezal sobre un pilote.

El elemento fue dividido en elementos finitos de 10cm x 10cm. La carga que recibe cada nodo se observa en la tabla 4.2.

Tabla 4. 2: Acciones nodales en el tope de la columna para cabezal sobre un pilote.

ACCIONES NODALES	
Tamaño de los EF (m)	0,10 x 0,10
Nodos en el Tope	9
Q/nodo (kgf)	7777,778

Como se observa en la Fig. 4.2, la carga se distribuye a través de un bulbo directamente desde la base de la columna hasta el pilote y a su vez se genera una fuerza de tracción a lo largo de la base del cabezal.

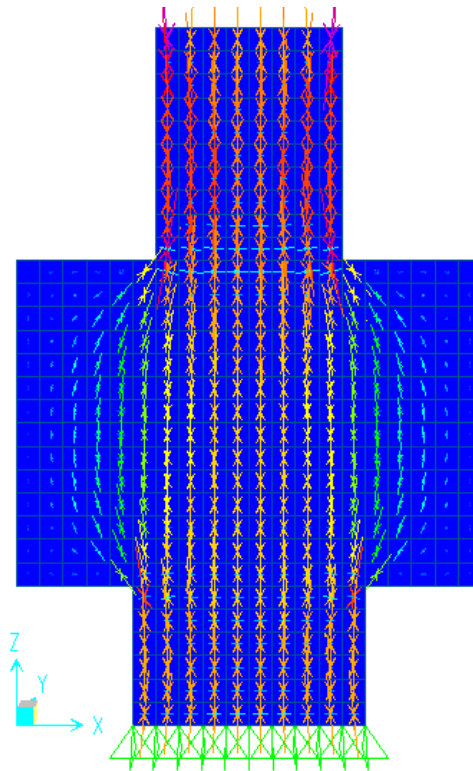


Fig. 4. 2: Distribución de la carga hacia el pilote.

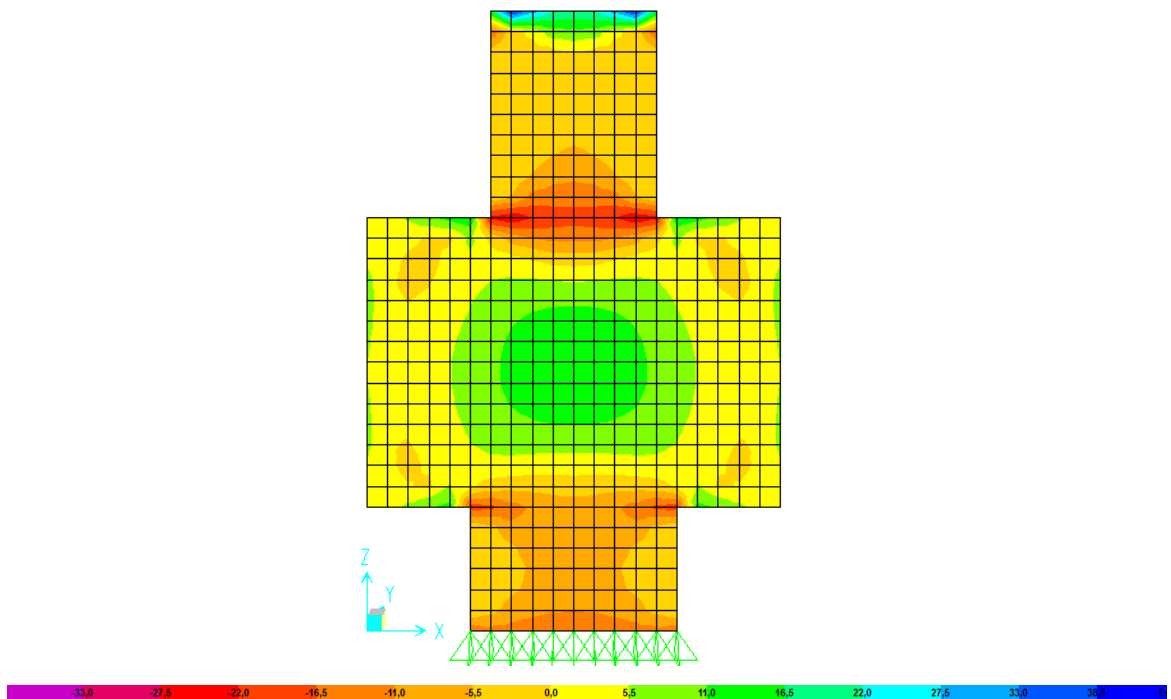


Fig. 4. 3: Zonas en tracción y compresión.



Para realizar la comparación entre el método de las bielas y el de los elementos finitos se realizaron cuatro modelos con alturas diferentes y se calcularon las fuerzas de tracción por ambos métodos (Ver Tabla 4.7 y Gráfico 4.1)

Tabla 4. 3: Cálculo de la fuerza T para cabezal sobre un pilote. H=1,40m

<b>h=1,40m</b>				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,07
0,05	2775,00	138,75	H. Trac(m)	0,10
0,15	780,00	117,00	T. Max (kgf/m)	4300,00
0,45	0,00	0,00	Tresult (kgf)	430
$\Sigma$	3555,00	255,75	<b>T (Kgf)</b>	<b>475,89</b>

Tabla 4. 4: Cálculo de la fuerza T para cabezal sobre un pilote. H=1,80m

<b>h=1,80m</b>				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,05
0,05	2080,00	104,00	H. Trac(m)	0,08
0,15	0,00	0,00	T. Max (kgf/m)	3784,00
0,45	0,00	0,00	Tresult (kgf)	302,72
$\Sigma$	2080,00	104,00	<b>T (Kgf)</b>	<b>331,10</b>

Tabla 4. 5: Cálculo de la fuerza T para cabezal sobre un pilote. H=2,00m

<b>h=2,00m</b>				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,05
0,05	1902,00	95,10	H. Trac(m)	0,07
0,15	0,00	0,00	T. Max (kgf/m)	3999,00
0,45	0,00	0,00	Tresult (kgf)	279,93
$\Sigma$	1902,00	95,10	<b>T (Kgf)</b>	<b>303,26</b>

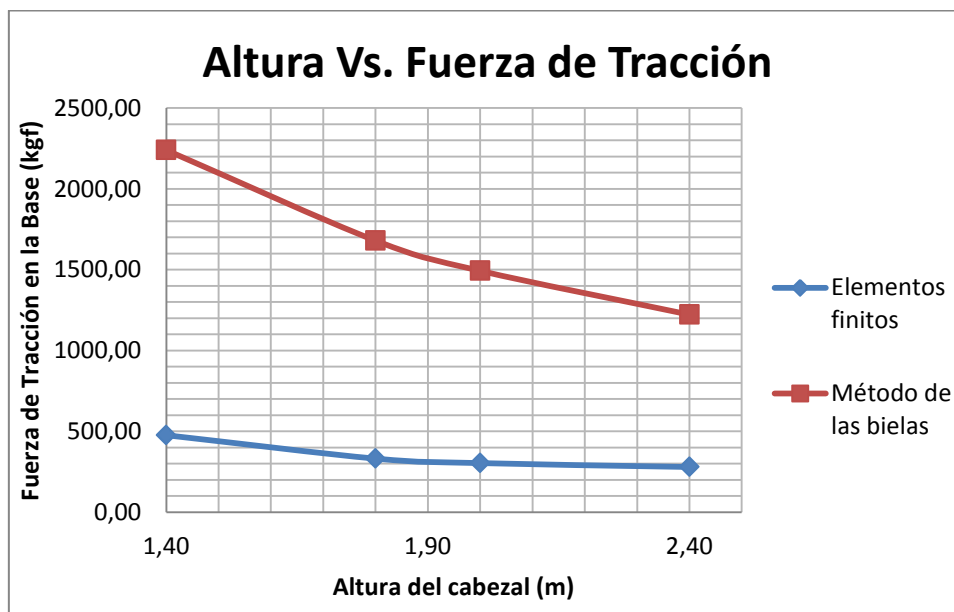
Tabla 4. 6: Cálculo de la fuerza T para cabezal sobre un pilote. H=2,40m

h=2,40m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,05
0,05	1749,00	87,45	H. Trac(m)	0,07
0,15	0,00	0,00	T. Max (kgf/m)	3734,00
0,45	0,00	0,00	Tresult (kgf)	261,38
$\Sigma$	1749,00	87,45	<b>T (Kgf)</b>	<b>279,20</b>

Tabla 4. 7: Comparación entre ambos métodos para cabezal sobre un pilote.

S/H	Rigidez	Altura Viga-Cabezal (m)	T (Kgf) Método de las bielas	T (Kgf) Elementos Finitos	Variación
0,36	Muy rígido	1,40	2239,85	475,89	371%
0,28	Muy rígido	1,80	1679,89	331,10	407%
0,25	Muy rígido	2,00	1493,23	303,26	392%
0,21	Muy rígido	2,40	1221,74	279,20	338%

Gráfico 4. 1: Comparación entre ambos métodos para diferentes alturas para cabezal sobre un pilote.



En vista de que se trata de un modelo de un solo pilote, la rigidez del mismo viene dada por la longitud libre entre la altura del cabezal  $((a-\emptyset)/2)$ . Es por ello que para las alturas propuestas, el elemento tiene una relación S/H menor a dos y se considera muy rígido.

Se observa que los resultados obtenidos por ambos métodos presentan variaciones mayores a 300%. Esto se puede atribuir a que, como se demostró en el apéndice B, el método de los elementos finitos no realiza una distribución adecuada de esfuerzos para elementos muy rígidos.

A su vez se observa en la figura 4.3 que el diagrama de fuerzas refleja zonas de tracción (Color verde) en la parte superior del cabezal, las cuales se originan debido a la introducción de la carga. Estas tracciones son compensadas con el acero de refuerzo que se coloca en esta zona.

Además, a través del método de los elementos finitos, se observan zonas comprimidas alrededor de las uniones entre el cabezal y la columna y los pilotes, mientras que el método de las bielas lo analiza como un elemento aislado.

Debido a lo anterior, para el análisis de cabezales sobre un pilote, se recomienda emplear el método de las bielas cuyos resultados se consideran más aceptables.

## 4.2. Estudio de la influencia de la rigidez en cabezales sobre dos pilotes.

### Sistemas aporticados.

#### 4.2.1. Sin considerar las dimensiones de la columna.

Se elaboró una hoja de cálculo para estimar de manera rápida y ordenada las fuerzas de tracción en la base del cabezal.

En la tabla 4.8 se observa un ejemplo numérico que fue tomado como base para la comparación de los resultados obtenidos con este método y con el de los elementos finitos.

Tabla 4. 8: Ejemplo numérico para cabezal sobre dos pilotes.

DATOS DE ENTRADA					
COLUMNA		FUNDACIÓN			
a' (m)	1,00	Ø Pilote(m)	0,80	Bx Cabezal (m)	4,20
b' (m)	0,80	S (m)	3,00	By Cabezal (m)	1,00
		d' (m)	0,20		

CONCRETO		ACERO		CARGA ACTUANTE	
f'c (kgf/cm <sup>2</sup> )	250	fy (kgf/cm <sup>2</sup> )	4200	Q (kgf)	70000

Se elaboró un modelo en SAP2000 donde la carga fue colocada en el nodo central del cabezal.

En la figura 4.4 se observa la distribución de la carga puntual hacia cada pilote.

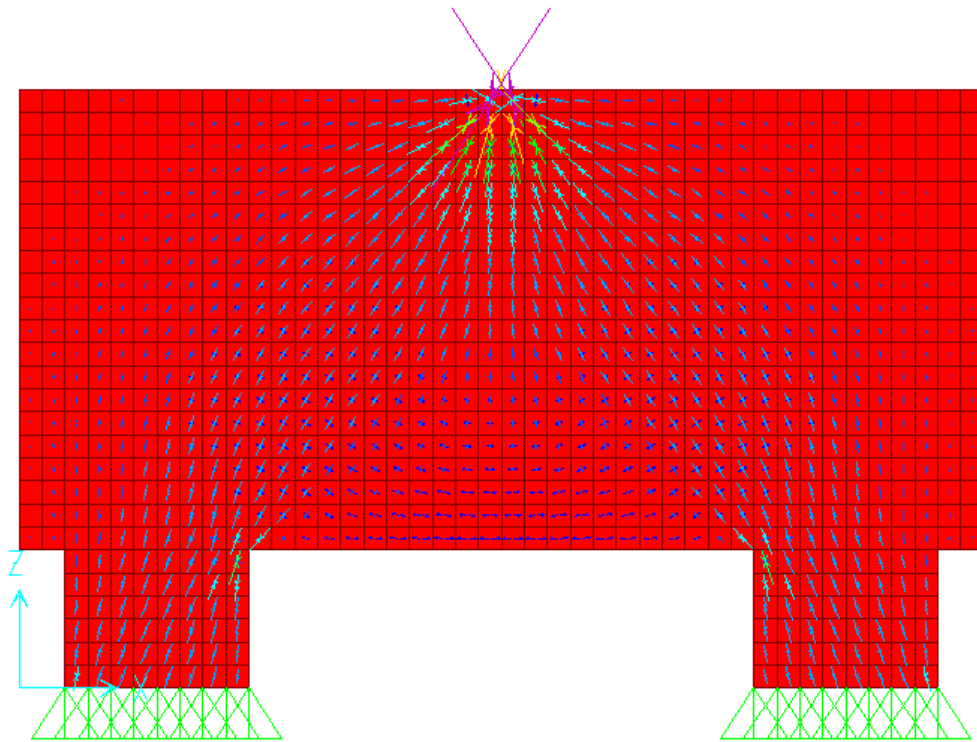


Fig. 4. 4: Distribución de las fuerzas en cabezal sobre dos pilotes sin considerar las dimensiones de la columna.

Mediante el procedimiento explicado en el método se calculó la fuerza de tracción en la base del cabezal para diferentes alturas.

Tabla 4. 9: Cálculo de la fuerza de T para cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna. H = 0,50m.

h=0,50m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,08
0,05	361270,00	18063,50	H. Trac(m)	0,23
0,15	153970,00	23095,50	T. Max (kgf/m)	475559,00
0,25	0,00	0,00	Tresult (kgf)	109378,57
0,35	0,00	0,00	<b>T (Kgf)</b>	<b>153172,60</b>
0,45	0,00	0,00		
0,55	0,00	0,00		
Σ	515240,00	41159,00		

Tabla 4. 10: Cálculo de la fuerza de T para cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna. H = 1,00m.

h=1,0m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,15
0,05	122072,00	6103,60	H. Trac(m)	0,47
0,15	83312,00	12496,80	T. Max (kgf/m)	144139,00
0,25	52739,00	13184,75	Tresult (kgf)	67745,33
0,35	27735,00	9707,25	<b>T (Kgf)</b>	<b>71816,31</b>
0,45	6498,00	2924,10		
0,55	0,00	0,00		
Σ	292356,00	44416,50		

Tabla 4. 11: Cálculo de la fuerza de T para cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna. H = 1,40m.

h=1,40m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,21
0,05	74023,00	3701,15	H. Trac(m)	0,68
0,15	55515,00	8327,25	T. Max (kgf/m)	84005,00
0,25	40563,00	10140,75	Tresult (kgf)	57123,4
0,35	28447,00	9956,45	<b>T (Kgf)</b>	<b>56668,05</b>
0,45	18589,00	8365,05		
0,55	10369,00	5702,95		
0,65	3369,00	2189,85		
Σ	230875,00	48383,45		

Tabla 4. 12: Cálculo de la fuerza de T para cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna. H =1,80m.

h=1,80m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,27
0,05	50987,00	2549,35	H. Trac(m)	0,94
0,15	39893,00	5983,95	T. Max (kgf/m)	56746
0,25	30743,00	7685,75	Tresult (kgf)	53341,24
0,35	23300,00	8155,00	<b>T (Kgf)</b>	<b>51010,85</b>
0,45	17325,00	7796,25		
0,55	12541,00	6897,55		
0,65	8710,00	5661,50		
0,75	5569,00	4176,75		
0,85	2948,00	2505,80		
0,95	608,00	577,60		
Σ	192624,00	51989,50		

Tabla 4. 13: Cálculo de la fuerza de T para cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna. H = 2,00m.

h=2,00m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,30
0,05	43561,00	2178,05	H. Trac(m)	1,12
0,15	34482,00	5172,30	T. Max (kgf/m)	48158
0,25	26932,00	6733,00	Tresult (kgf)	53936,96
0,35	20774,00	7270,90	<b>T (Kgf)</b>	<b>50804,72</b>
0,45	15848,00	7131,60		
0,55	11956,00	6575,80		
0,65	8900,00	5785,00		
0,75	6484,00	4863,00		
0,85	4554,00	3870,90		
0,95	2939,00	2792,05		
1,05	1552,00	1629,60		
1,15	235,00	270,25		
Σ	178217,00	54272,45		

Tabla 4. 14: Cálculo de la fuerza de T para cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna. H = 2,40m.

h=2,40m				
$\gamma$ (m)	F (Kgf/m)	F* $\gamma$ (Kgf)	$\gamma t$ (m)	0,41
0,05	33184,00	1659,20	H. Trac(m)	1,70
0,15	26587,00	3988,05	T. Max (kgf/m)	36752
0,25	21021,00	5255,25	Tresult (kgf)	62478,4
0,35	16456,00	5759,60	<b>T (Kgf)</b>	<b>56375,21</b>
0,45	12821,00	5769,45		
0,55	9997,00	5498,35		
0,65	7854,00	5105,10		
0,75	6252,00	4689,00		
0,85	5068,00	4307,80		
0,95	4188,00	3978,60		
1,05	3529,00	3705,45		
1,15	3006,00	3456,90		
1,25	2578,00	3222,50		
1,35	2174,00	2934,90		
1,45	1795,00	2602,75		
1,55	1352,00	2095,60		
1,65	899,00	1483,35		
1,75	269,00	470,75		
$\Sigma$	159030,00	65982,60		

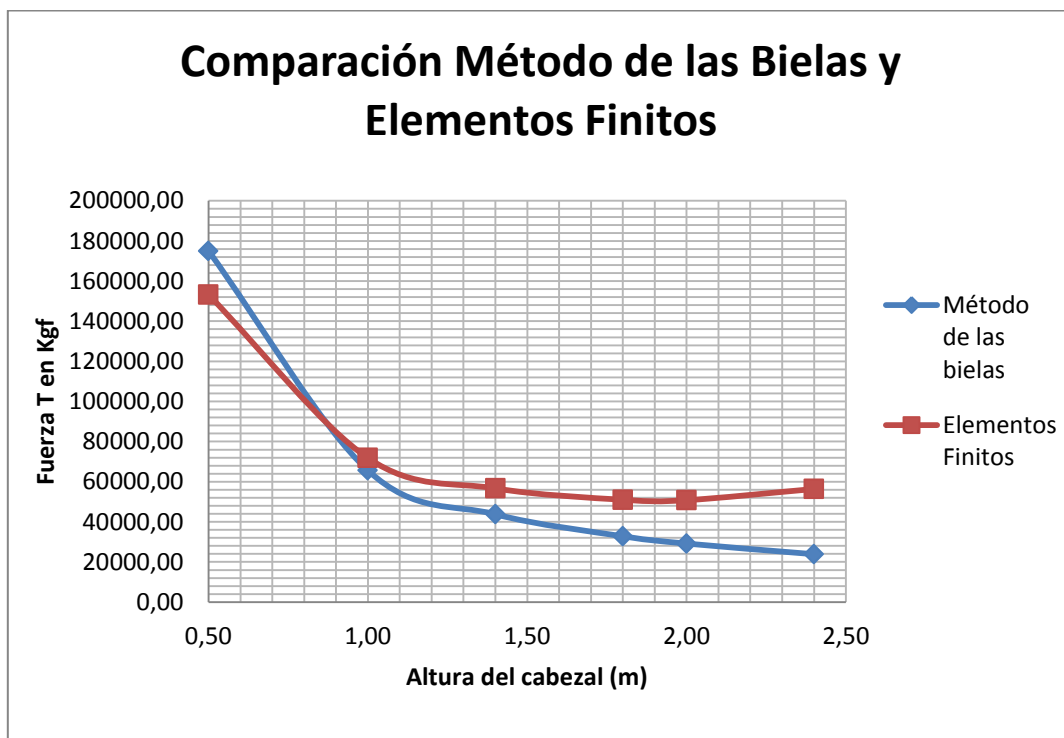
En la tabla 4.15 y el gráfico 4.2 se observa la comparación entre los resultados obtenidos por ambos métodos.



Tabla 4. 15: Comparación de ambos métodos. Cabezal sobre 2 pilotes sin considerar las dimensiones de la columna.

Altura Viga-Cabezal (m)	T (Kgf) Elementos Finitos	T (Kgf) Método de las bielas	Variación
0,50	153172,60	175000,00	12%
1,00	71816,31	65625,00	9%
1,40	56668,05	43750,00	23%
1,80	51010,85	32812,50	36%
2,00	50804,72	29166,67	43%
2,40	56375,21	23863,64	58%

Gráfico 4. 2: Comparación de los métodos para cabezal sobre dos pilotes sin considerar las dimensiones de la columna.



#### 4.2.2. Considerando las dimensiones de la columna.

El ejemplo numérico que fue tomado como base para la comparación de los resultados obtenidos con este método y con el de los elementos finitos fue el mismo utilizado para el análisis sin considerar las dimensiones de la columna (Tabla 4.8)

Se introdujeron las dimensiones y acciones nodales (Ver Fig. 4.5 y Tabla 4.16) en el programa SAP2000.

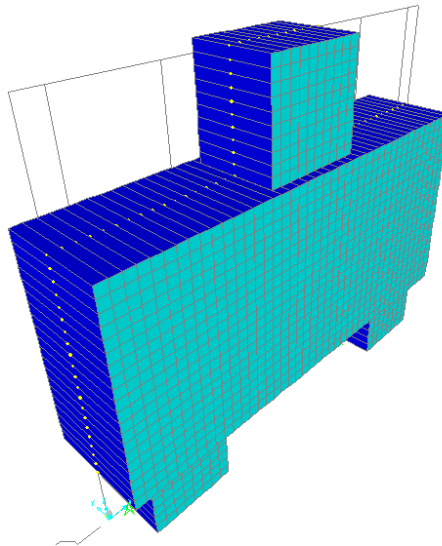


Fig. 4. 5: Modelo realizado en 3D de un cabezal sobre dos pilotes.

Tabla 4. 16: Cargas aplicadas en el tope de la columna para cabezal sobre dos pilotes.

ACCIONES NODALES	
Tamaño de los EF (m)	0,10 x 0,10
Nodos en el Tope	11
Q/nodo (kgf)	6363,636

El programa permite visualizar las fuerzas máximas resultantes mediante flechas (Fig. 4.6) y mediante un diagrama de colores (Ver Fig. 4.7).

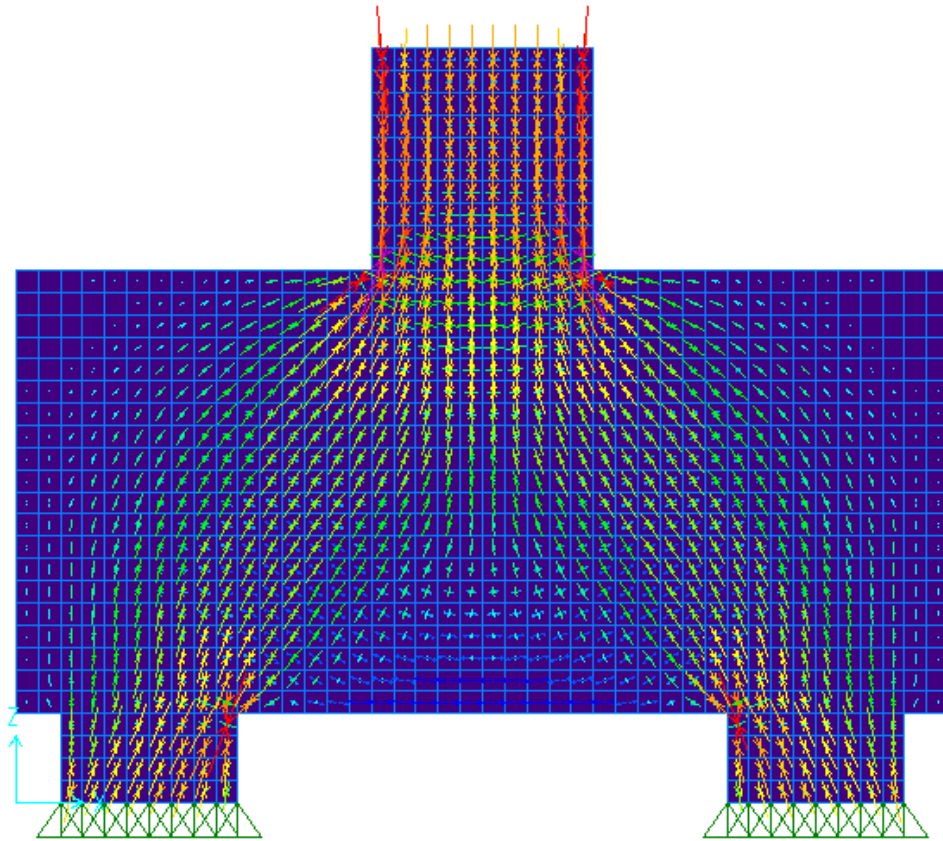


Fig. 4. 6: Transferencia en el cabezal de las fuerzas aplicadas hacia los dos pilotes.

Se puede observar que la distribución de las fuerzas se realiza a través de bulbos que van directamente desde la base de la columna hasta los dos pilotes, el cual es un comportamiento similar al planteado por el método de las bielas comprimidas.

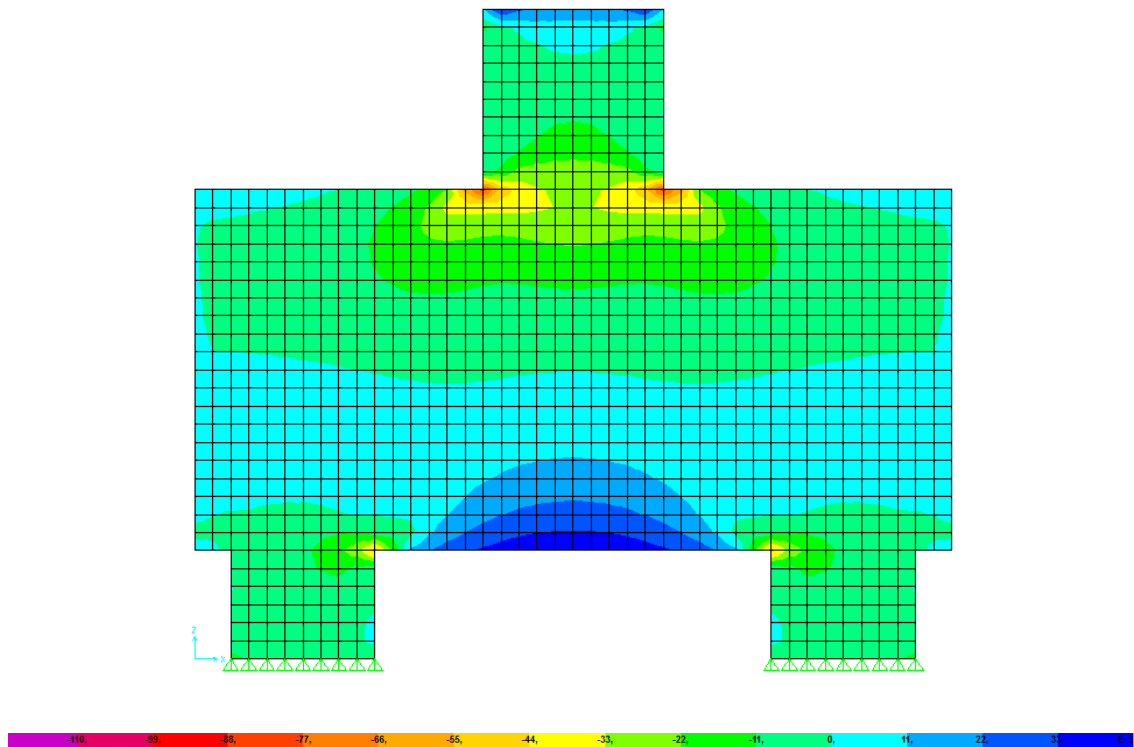


Fig. 4. 7: Diagrama de Fuerzas Resultantes F11 en cabezales sobre 2 pilotes.

Mediante el diagrama de colores es posible visualizar las zonas comprimidas (colores morados, rojos, naranjas y amarillos) y las traccionadas (gama de colores azules). Se observa que el área más traccionada es la inferior central, lo cual es un comportamiento esperado en vista de que la carga está aplicada en la parte media superior por lo que, en consecuencia, ésta se encuentra comprimida.

Ya que estas magnitudes se encuentran en kgf/m se multiplicó la mayor fuerza de tracción, obtenida en la zona central inferior de la base del cabezal, por la altura de la zona en tracción que se observa en el diagrama de colores (Ver Fig. 4.7).

En vista de que esta fuerza no está ubicada en el plano del acero de refuerzo se realizó el procedimiento descrito en el método para ubicarla a 20cm de la base del cabezal.

A continuación se presentan las tablas realizadas con las diferentes alturas para hallar la fuerza T.

Tabla 4. 17: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. H=0,50m.

h=0,50m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,09
0,05	145178,00	7258,90	H. Trac(m)	0,24
0,15	68601,00	10290,15	T. Max (kgf/m)	174968,00
0,25	6787,00	1696,75	Tresult (kgf)	41992,32
0,35	5073,00	1775,55	<b>T (Kgf)</b>	<b>56789,78</b>
0,45	711,00	319,95		
0,55	0,00	0,00		
Σ	226350,00	21341,30		

Tabla 4. 18: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. H=1,00m.

h=1,00m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,14
0,05	84822,00	4241,10	H. Trac(m)	0,44
0,15	59142,00	8871,30	T. Max (kgf/m)	98944,00
0,25	36722,00	9180,50	Tresult (kgf)	43535,36
0,35	16887,00	5910,45	<b>T (Kgf)</b>	<b>46650,91</b>
0,45	0,00	0,00		
0,55	0,00	0,00		
Σ	197573,00	28203,35		

Tabla 4. 19: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. H=1,40m.

h=1,40m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	
0,05	59234,00	2961,70	H. Trac(m)	0,63
0,15	44907,00	6736,05	T. Max (kgf/m)	67185,00
0,25	32762,00	8190,50	Tresult (kgf)	42326,55
0,35	22488,00	7870,80	<b>T (Kgf)</b>	<b>42438,51</b>
0,45	13722,00	6174,90		
0,55	6057,00	3331,35		
Σ	179170,00	35265,30		

Tabla 4. 20: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. H=1,80m.

h=1,80m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	
0,05	43534,00	2176,70	H. Trac(m)	0,85
0,15	34230,00	5134,50	T. Max (kgf/m)	48342,00
0,25	26366,00	6591,50	Tresult (kgf)	41090,7
0,35	19829,00	6940,15	<b>T (Kgf)</b>	<b>39796,83</b>
0,45	14454,00	6504,30		
0,55	10037,00	5520,35		
0,65	6353,00	4129,45		
0,75	3179,00	2384,25		
0,85	291,00	247,35		
Σ	158273,00	39628,55		

Tabla 4. 21: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. H=2,00m.

h=2,00m				
γ (m)	F (Kgf/m)	F*γ (Kgf)	yt (m)	0,28
0,05	37932,00	1896,60	H. Trac(m)	0,98
0,15	30111,00	4516,65	T. Max (kgf/m)	42078,00
0,25	23488,00	5872,00	Tresult (kgf)	41236,44
0,35	18001,00	6300,35	<b>T (Kgf)</b>	<b>39442,41</b>
0,45	13539,00	6092,55		
0,55	9947,00	5470,85		
0,65	7050,00	4582,50		
0,75	4672,00	3504,00		
0,85	2641,00	2244,85		
0,95	800,00	760,00		
Σ	148181,00	41240,35		

Tabla 4. 22: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. H=2,40m.

h=2,40m				
γ (m)	F (Kgf/m)	F*γ (Kgf)	yt (m)	0,34
0,05	29685,00	1484,25	H. Trac(m)	1,24
0,15	23774,00	3566,10	T. Max (kgf/m)	32774,00
0,25	18731,00	4682,75	Tresult (kgf)	40639,76
0,35	14557,00	5094,95	<b>T (Kgf)</b>	<b>38076,89</b>
0,45	11206,00	5042,70		
0,55	8583,00	4720,65		
0,65	6567,00	4268,55		
0,75	5035,00	3776,25		
0,85	3864,00	3284,40		
0,95	2949,00	2801,55		
1,05	2190,00	2299,50		
1,15	1508,00	1734,20		
1,25	825,00	1031,25		
1,35	70,00	94,50		
Σ	129544,00	43881,60		

Tabla 4. 23: Cálculo de la fuerza T para cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna. H=2,80m.

h=2,80m				
$\gamma$ (m)	F (Kgf/m)	F* $\gamma$ (Kgf)	yt (m)	0,44
0,05	24154,00	1207,70	H. Trac(m)	1,85
0,15	19340,00	2901,00	T. Max (kgf/m)	26717,00
0,25	15192,00	3798,00	Tresult (kgf)	49426,45
0,35	11749	4112,15	<b>T (Kgf)</b>	<b>44918,96</b>
0,45	8996	4048,20		
0,55	6872	3779,60		
0,65	5288	3437,20		
0,75	4145	3108,75		
0,85	3345	2843,25		
0,95	2804	2663,80		
1,05	2443	2565,15		
1,15	2203	2533,45		
1,25	2030	2537,50		
1,35	1883	2542,05		
1,45	1721	2495,45		
1,55	1511	2342,05		
1,65	1215	2004,75		
1,75	791	1384,25		
1,85	185	342,25		
$\Sigma$	115867,00	50646,55		

En la figura 4.8 se observa la influencia que tiene la variación de la rigidez del cabezal en la deformada reportada por el programa.



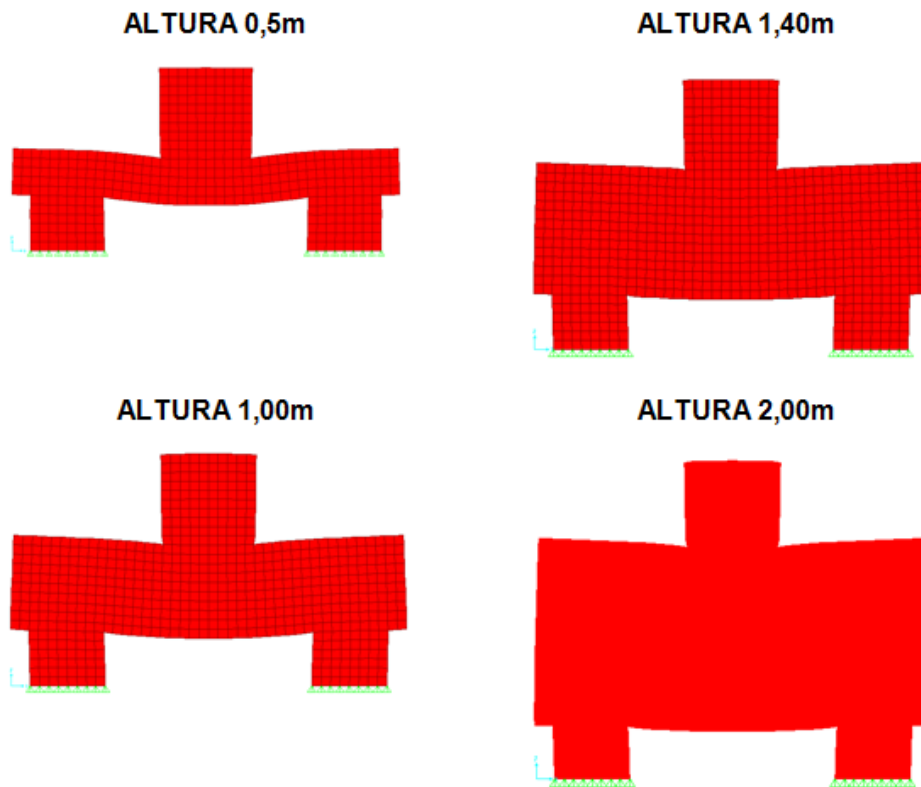


Fig. 4. 8: Influencia de la rigidez en la deformación del cabezal.

En la tabla 4.25 y el gráfico 4.3 se observa la comparación de los resultados de las fuerzas de tracción obtenidas.

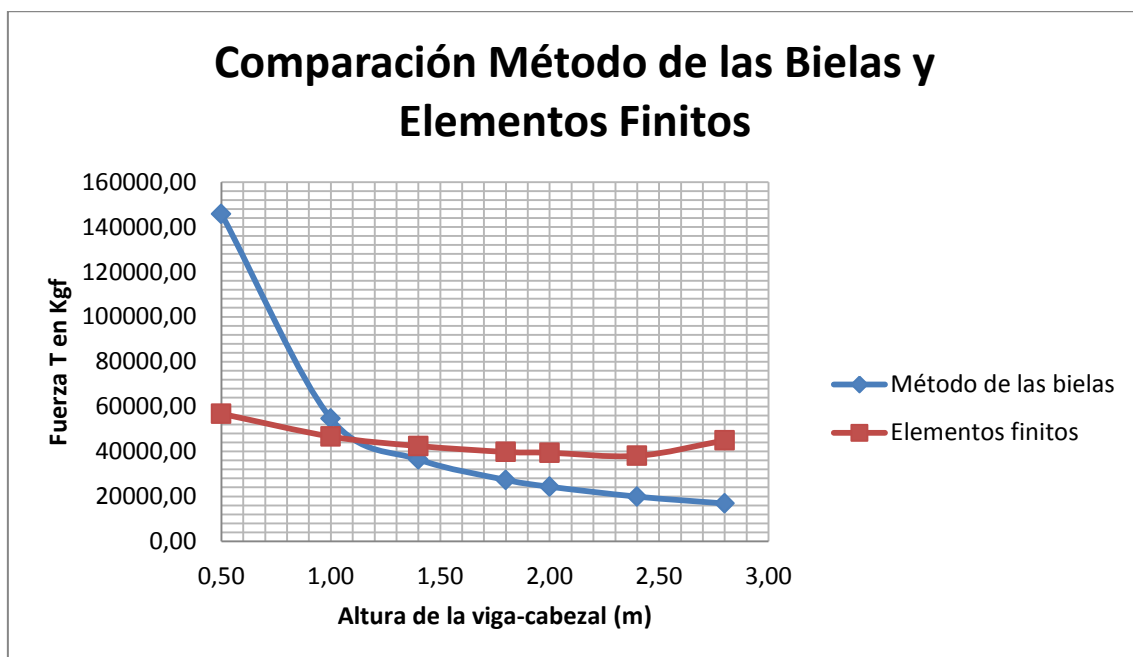
Tabla 4. 24: Relación de rigidez. Cabezal sobre 2 pilotes.

Relación S/H	Rigidez	Altura Viga-Cabezal (m)
6,0	Medianamente flexible	0,50
3,0	Medianamente rígido	1,00
2,1	Medianamente rígido	1,40
1,7	Muy rígido	1,80
1,5	Muy rígido	2,00
1,3	Muy rígido	2,40
1,1	Muy rígido	2,80

Tabla 4. 25: Fuerzas de tracción obtenidas para diferentes alturas en cabezales sobre dos pilotes considerando las dimensiones de la columna.

Altura Viga-Cabezal (m)	T (Kgf) Elementos Finitos	T (Kgf) Método de las bielas	Variación
0,50	56789,78	145833,33	61%
1,00	46650,91	54687,50	15%
1,40	42438,51	36458,33	14%
1,80	39796,83	27343,75	31%
2,00	39442,41	24305,56	38%
2,40	38076,89	19886,36	48%
2,80	44918,96	16826,92	63%

Gráfico 4. 3: Comparación de los métodos. Cabezal sobre 2 pilotes.



A su vez, el programa permite mediante el menú “Draw>Draw Section Cut” verificar la reacción que se genera en cada pilote, la cual en este caso debe corresponder a la mitad de la carga aplicada (35.000 kgf) (Ver Fig. 4.9).

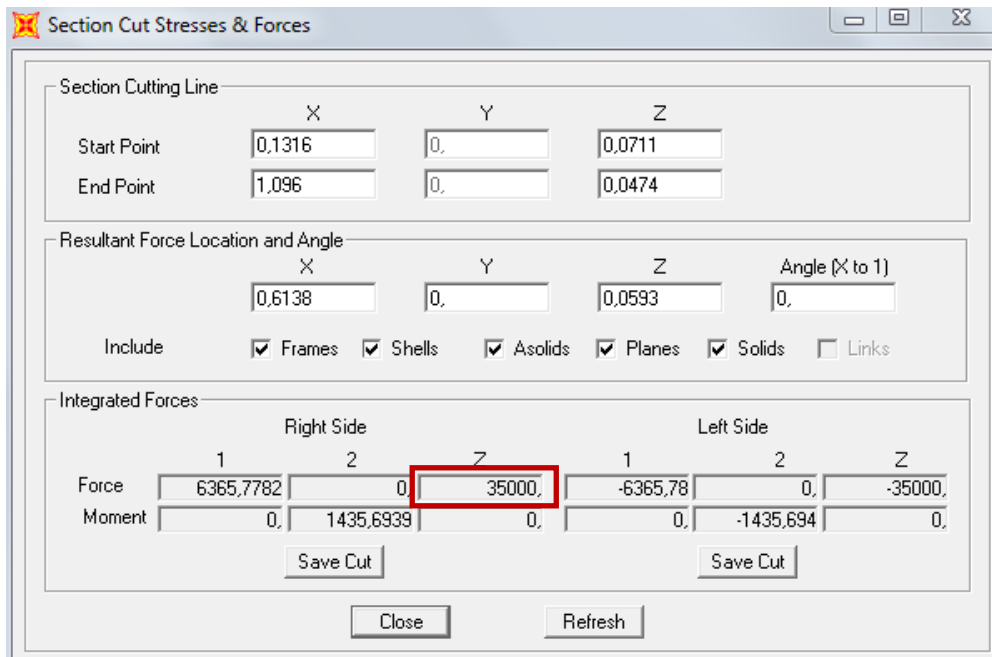


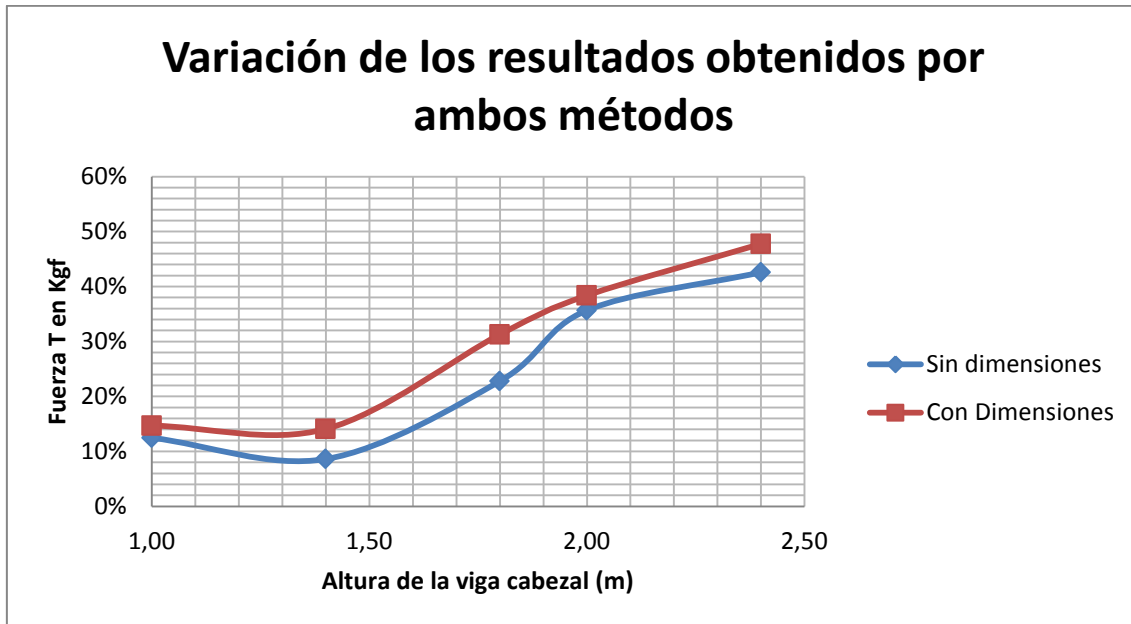
Fig. 4. 9: Ventana de la reacción transmitida a cada pilote en cabezales sobre dos pilotes.

En la tabla 4.26 y el gráfico 4.4 se puede observar la variación que presentan los resultados obtenidos por ambos métodos considerando y sin considerar las dimensiones de la columna.

Tabla 4. 26: Variación de los resultados para cabezales sobre 2 pilotes considerando y sin considerar las dimensiones de la columna.

Altura Viga-Cabezal (m)	T (Kgf) Sin Dimensiones	T (Kgf) Con Dimensiones
1,00	12%	15%
1,40	9%	14%
1,80	23%	31%
2,00	36%	38%
2,40	43%	48%

Gráfico 4. 4: Variación de los resultados obtenidos para cabezales sobre 2 pilotes considerando y sin considerar las dimensiones de la columna.



A continuación se presenta la comparación entre los resultados obtenidos sin considerar las dimensiones de la columna y considerándolas.

Tabla 4. 27: Comparación considerando las dimensiones y sin considerarlas por el método de elementos finitos para cabezales sobre 2 pilotes.

ELEMENTOS FINITOS			
Altura Viga-Cabezal (m)	T (Kgf) Sin Dimensiones	T (Kgf) Con Dimensiones	Variación
1,00	71816,31	46650,91	35%
1,40	56668,05	42438,51	25%
1,80	51010,85	39796,83	22%
2,00	50804,72	39442,41	22%
2,40	56375,21	38076,89	32%

Gráfico 4. 5: Comparación considerando las dimensiones de la columna y sin considerarlas en elementos finitos para cabezales sobre 2 pilotes.

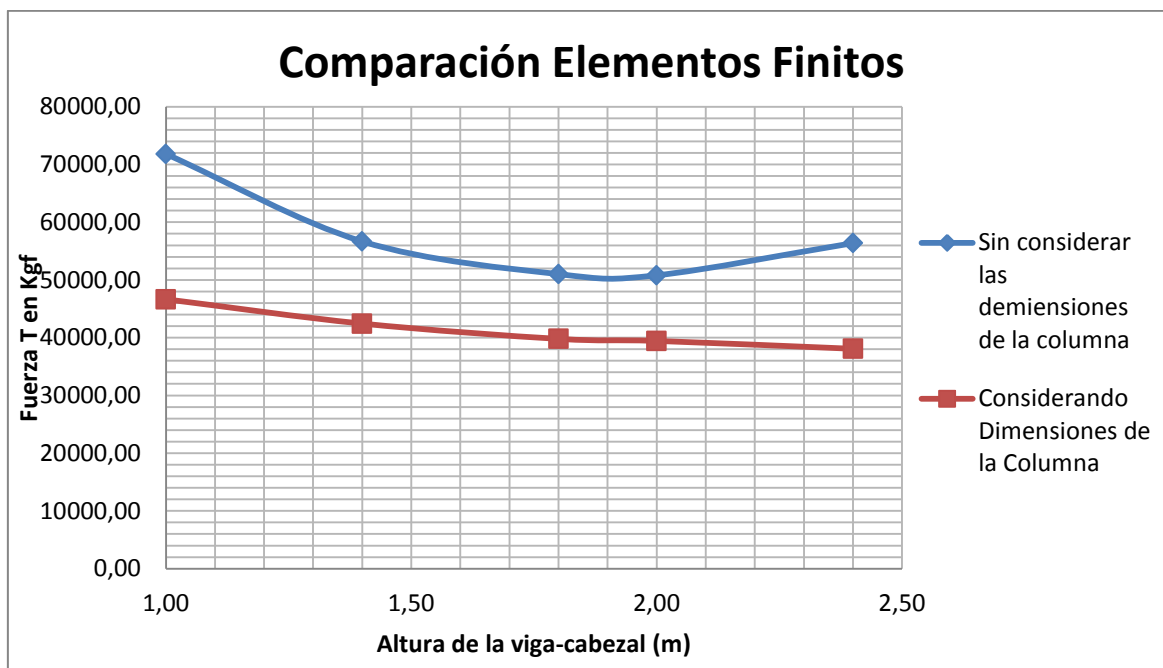
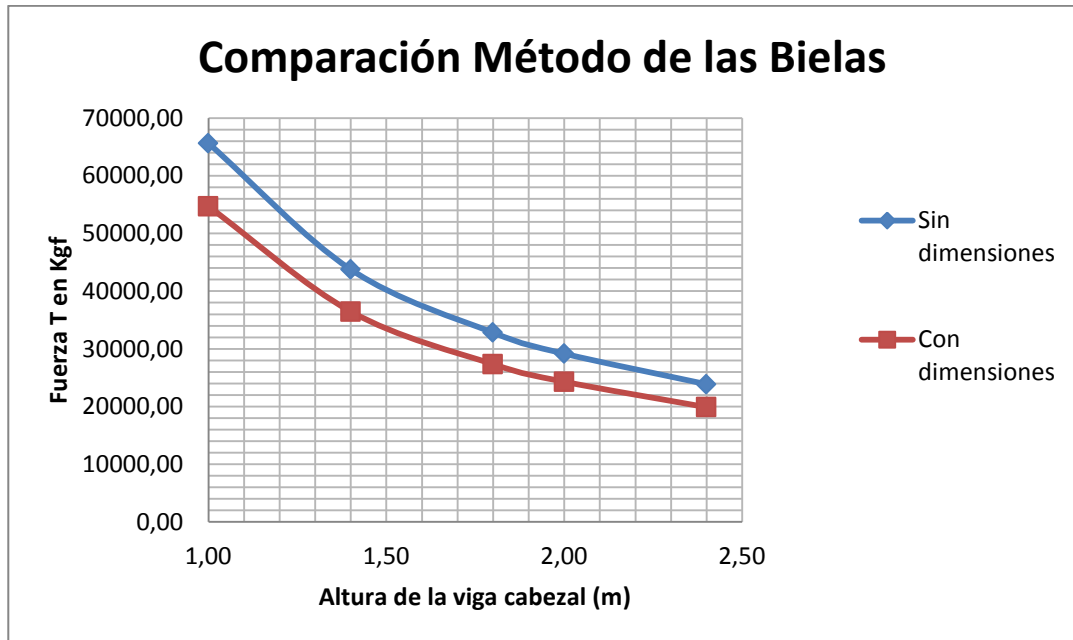


Tabla 4. 28: Comparación considerando las dimensiones y sin considerarlas por el método de las bielas comprimidas para cabezales sobre 2 pilotes.

MÉTODO DE LAS BIELAS			
Altura Viga-Cabezal (m)	T (Kgf) Sin Dimensiones	T (Kgf) Con Dimensiones	Variación
1,00	65625,00	54687,50	17%
1,40	43750,00	36458,33	17%
1,80	32812,50	27343,75	17%
2,00	29166,67	24305,56	17%
2,40	23863,64	19886,36	17%

Gráfico 4. 6: Comparación considerando las dimensiones de la columna y sin considerarlas por el método de las bielas para cabezales sobre 2 pilotes.



Como se observa en las gráficas 4.5 y 4.6 la fuerza de tracción sin considerar las dimensiones de la columna es mayor con ambos métodos. Es por ello que es preferible realizar el análisis considerando las dimensiones para obtener fuerzas más cercanas a la realidad.

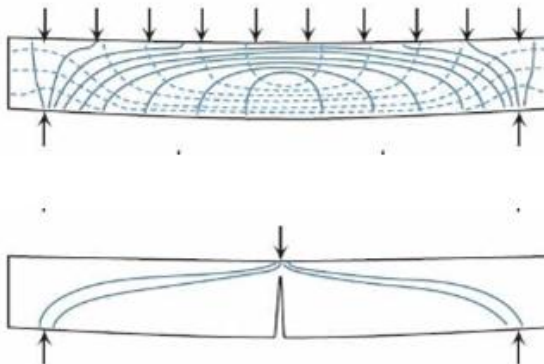


Fig. 4. 10: Distribución de las líneas de tensión con carga distribuida y carga puntual a lo largo de una viga.

Como se observa en la figura 4.10, la diferencia entre los resultados obtenidos se debe a que al considerar una carga repartida la distribución de las líneas de tensiones es más uniforme a lo largo de todo el elemento. Por el contrario al aplicar una carga puntual las tensiones se distribuyen directamente desde ese punto hacia los apoyos, produciendo mayores tracciones en el tramo central.

Las fuerzas de tracción obtenidas por ambos métodos considerando las dimensiones de la columna indican que para relaciones de rigidez entre 2,1 y 3,0 los resultados presentan una variación menor al 15%, por lo que en este rango se consideran aceptables los resultados obtenidos por ambos métodos.

Para rigideces menores el elemento se considera muy rígido, por lo que los resultados obtenidos por el método de los elementos finitos no es aceptable (Ver apéndice B).

Por el contrario, para rigideces mayores a 3,0 el elemento se considera medianamente rígido, por lo que el método de las bielas no tiene validez, al no cumplirse la hipótesis de un cabezal infinitamente rígido.

### 4.3. Estudio de la influencia de la rigidez en vigas- cabezal sobre pilotes.

#### Sistema tipo túnel.

En principio se estudió la configuración más sencilla, la cual consiste en una pantalla alineada sobre el eje de tres pilotes, separados uniformemente y con el mismo diámetro (Ver Fig. 4.11).

Para su estudio no fueron consideradas las aberturas existentes entre las pantallas por motivos de puertas, ventanas, etc. ya que no afectan el análisis de manera significativa.

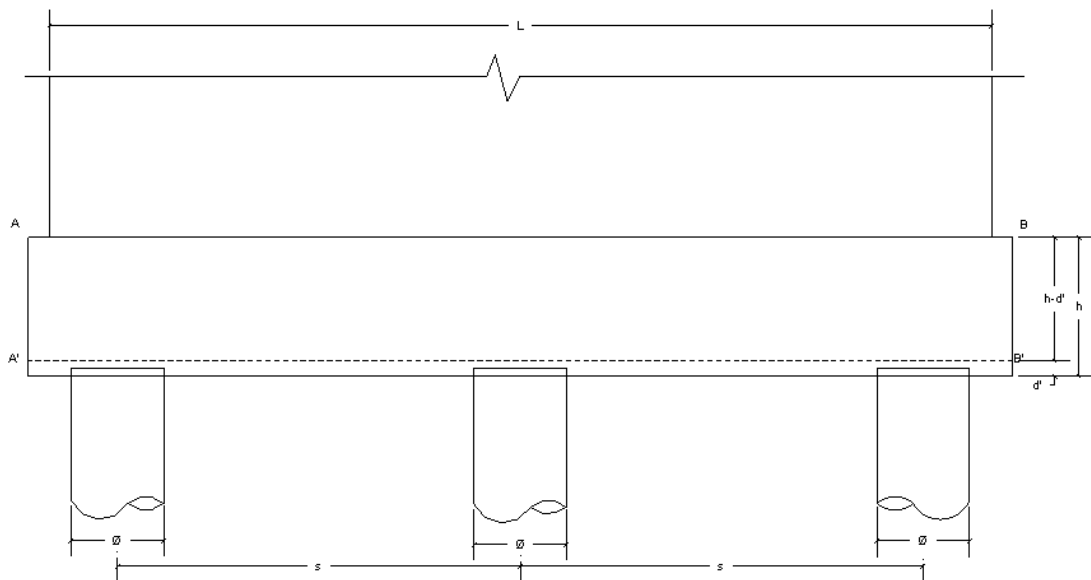


Fig. 4. 11: Configuración estudiada de viga-cabezal sobre tres pilotes.

Como se observa en la figura 4.12, la pantalla ejerce sobre la viga-cabezal una carga distribuida  $q$  (kgf/m) proveniente de la superestructura.



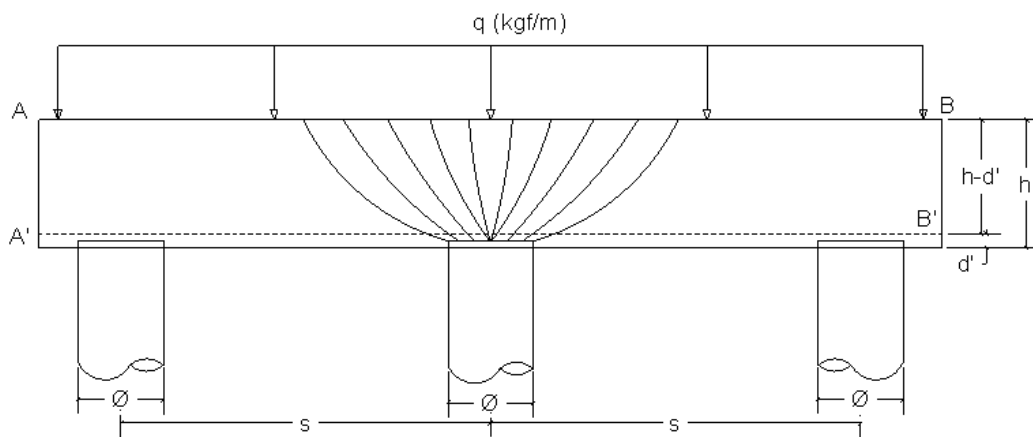


Fig. 4. 12: Distribución de la carga hacia el pilote central.

Para simplificar el análisis, se sustituyó la carga distribuida por un par de fuerzas concentradas a  $\frac{1}{4} S$  y  $\frac{3}{4} S$  respectivamente, tal como se observa en la Fig. 4.13.

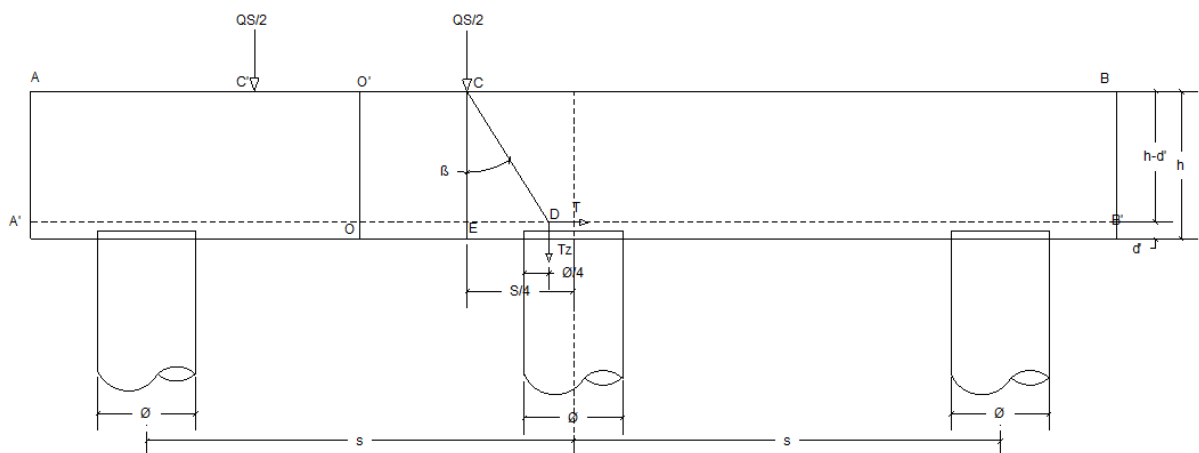


Fig. 4. 13: Distribución de las fuerzas según el método de las bielas, para viga-cabezal sobre tres pilotes.

Para la carga  $qS/2$  que está aplicada en C, se puede afirmar que ella se transmite al pilote central como  $Q_1$  en la dirección oblicua de la biela comprimida. El esfuerzo de compresión es transmitido al pilote, mientras que

las tracciones son absorbidas por las barras de acero colocadas en la parte inferior de la viga- cabezal.

Descomponiendo la carga  $Q1$  en una horizontal  $T$  y una vertical  $Tz$  se tiene que:

$$T = Q1 \operatorname{sen}\beta$$

$$Tz = Q1 \operatorname{cos}\beta$$

Sabiendo que:

$$Tz = \frac{qS}{2}$$

Se tiene:

$$Q1 = \frac{qS}{2\operatorname{cos}\beta}$$

Sustituyendo esta expresión en la fórmula de  $T$  se obtiene:

$$T = \frac{qS}{2} \times \operatorname{tg}\beta$$

Mediante la geometría de la Fig.46 es posible calcular  $\operatorname{tg}\beta$  como:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\left(\frac{S}{4} - \frac{\emptyset}{4}\right)}{d}$$

Donde  $d$  es la altura útil del cabezal, la cual viene dada por la expresión:

$$d = h - d'$$

Teniendo en cuenta que los pilotes penetran en la viga cabezal una distancia aproximada de 20 cm, el acero debe estar colocado a esta altura, por lo que las fuerzas de tracción estarán calculadas en este plano.

Sustituyendo este término en la ecuación de T se obtiene finalmente:

$$T = \frac{qS}{8} \times \frac{(S - \phi)}{d}$$

Mediante esta expresión es posible calcular la fuerza de tracción en la base del cabezal sobre pilotes en sistemas tipo túnel.

#### 4.3.1. Viga- cabezal sobre 3 pilotes.

Se realizó una hoja de cálculo para obtener las fuerzas de tracción en la base de la viga- cabezal con la formulación planteada anteriormente, para la cual fueron considerados los datos observados en la tabla 4.29.

Tabla 4. 29: Datos para el análisis de viga-cabezal sobre 3 pilotes.

DATOS DE ENTRADA					
PANTALLAS		FUNDACIÓN			
e (m)	0,20	Nº Pilotes	3	Bx Cabezal (m)	7,20
L (m)	6,80	∅ Pilote(m)	0,80	By Cabezal (m)	1,00
		S (m)	3,00	d' (m)	0,20
CONCRETO		ACERO		CARGA DISTRIBUIDA	
f'c (kgf/cm <sup>2</sup> )	250	fy (kgf/cm <sup>2</sup> )	4200	q (kgf/m)	70000

Con dichos valores fueron realizados modelos con diferentes alturas para establecer comparaciones entre los dos métodos (Ver Fig. 4.14).

Los pilotes fueron modelados con sección cuadrada puesto que el análisis, como se mencionó con anterioridad, es realizado en el plano xz que pasa por el eje del elemento, por lo que la sección debe ser la ocupada por los pilotes en este plano.

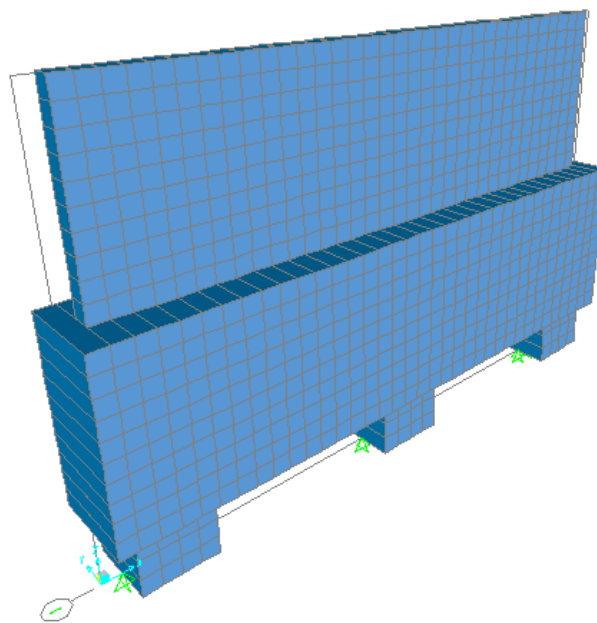


Fig. 4. 14: Modelo en 3D de viga-cabezal sobre 3 pilotes.

Para poder establecer comparaciones con los resultados obtenidos para un cabezal sobre uno o dos pilotes, se mantuvo una carga distribuida de 70.000kgf/m. Sin embargo, como en este caso se estudiaron estructuras tipo túnel, fue necesario concentrar esta carga en el centro de gravedad de la pantalla y a su vez dividirla entre los nodos del tope para obtener las acciones nodales (Tabla 4.30).

Tabla 4. 30: Cargas en los nodos del tope de la pantalla para cabezal sobre 3 pilotes.

ACCIONES NODALES	
Tamaño de los EF (m)	0,10 x 0,10
Nodos en el Tope	69
Carga Total (kgf)	420000,00
Q/nodo (kgf)	6086,96

Al igual que para el caso de cabezales sobre dos pilotes, la distribución de la fuerza se puede observar mediante el SAP2000 con flechas que generan bielas inclinadas que van desde la base de la pantalla hacia cada pilote (Ver Fig. 4.15).

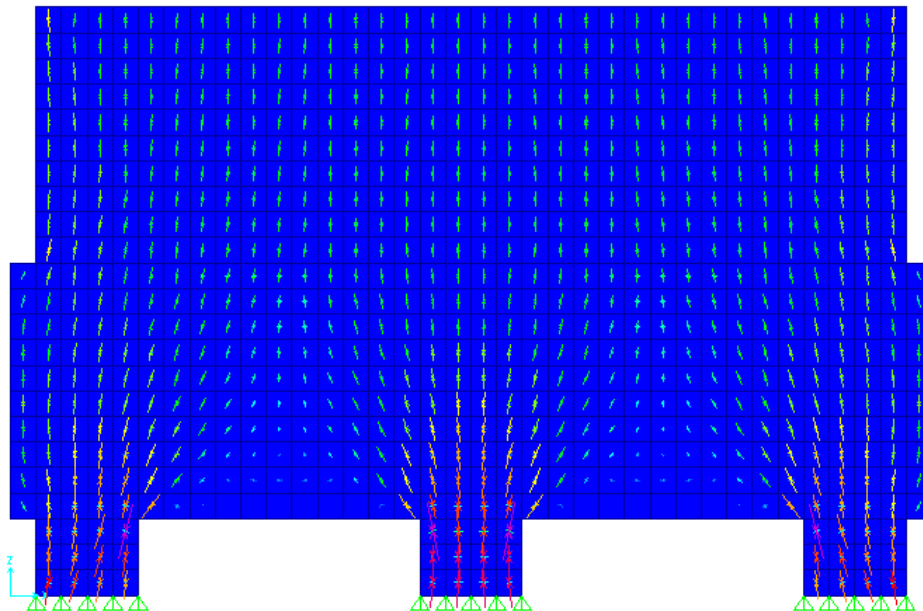


Fig. 4. 15: Distribución de la carga para viga- cabezal sobre 3 pilotes.

Para obtener el valor de la fuerza de tracción, se realizó el procedimiento descrito en el método.

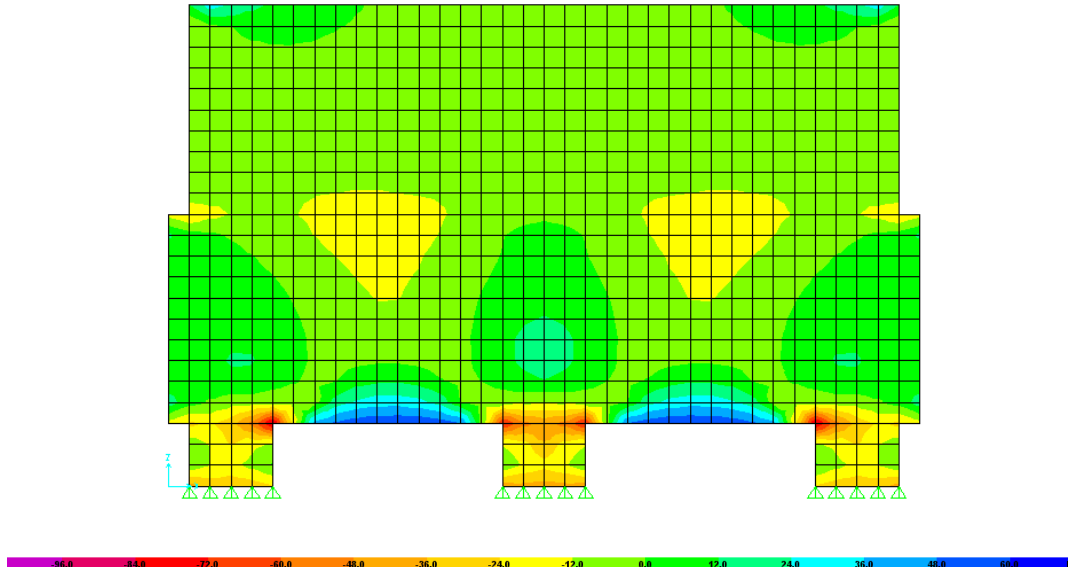


Fig. 4. 16: Diagrama de tracciones y compresiones para viga- cabezal sobre 3 pilotes.

Tabla 4. 31: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes.

H=1,00m.

h=1,00m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,15
0,05	77208,00	3860,40	H. Trac(m)	0,48
0,15	54921,00	8238,15	T. Max (kgf/m)	87941,00
0,25	35340,00	8835,00	Tresult (kgf)	42211,68
0,35	18292,00	6402,20	<b>T (Kgf)</b>	<b>44709,30</b>
0,45	3442,00	1548,90		
0,55	0,00	0,00		
Σ	189203,00	28884,65		

Tabla 4. 32: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes.

H=1,20m.

h=1,20m				
γ (m)	F (Kgf/m)	F*γ (Kgf)	yt (m)	0,17
0,05	67092,00	3354,60	H. Trac(m)	0,52
0,15	48880,00	7332,00	T. Max (kgf/m)	76317,00
0,25	32870,00	8217,50	Tresult (kgf)	39684,84
0,35	19131,00	6695,85	<b>T (Kgf)</b>	<b>41065,38</b>
0,45	7554,00	3399,30		
0,55	0,00	0,00		
Σ	175527,00	28999,25		

Tabla 4. 33: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes.

H=1,40m.

h=1,40m				
γ (m)	F (Kgf/m)	F*γ (Kgf)	yt (m)	0,17
0,05	61062,00	3053,10	H. Trac(m)	0,56
0,15	45146,00	6771,90	T. Max (kgf/m)	68893,00
0,25	31095,00	7773,75	Tresult (kgf)	38580,08
0,35	19108,00	6687,80	<b>T (Kgf)</b>	<b>39405,44</b>
0,45	9200,00	4140,00		
0,55	1182,00	650,10		
Σ	166793,00	29076,65		

Tabla 4. 34: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes.

H=1,50m.

h=1,50m				
γ (m)	F (Kgf/m)	F*γ (Kgf)	yt (m)	0,19
0,05	59372,00	2968,60	H. Trac(m)	0,60
0,15	45084,00	6762,60	T. Max (kgf/m)	66172,00
0,25	32284,00	8071,00	Tresult (kgf)	39703,2
0,35	21201,00	7420,35	<b>T (Kgf)</b>	<b>40026,37</b>
0,45	11932,00	5369,40		
0,55	4396,00	2417,80		
Σ	174269,00	33009,75		

Tabla 4. 35: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes.

H=1,70m.

h=1,70m				
γ (m)	F (Kgf/m)	F*γ (Kgf)	yt (m)	0,19
0,05	56144,00	2807,20	H. Trac(m)	0,62
0,15	42755,00	6413,25	T. Max (kgf/m)	62420,00
0,25	30711,00	7677,75	Tresult (kgf)	38700,4
0,35	20274,00	7095,90	<b>T (Kgf)</b>	<b>38932,21</b>
0,45	11573,00	5207,85		
0,55	4565,00	2510,75		
Σ	166022,00	31712,70		



Tabla 4. 36: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes.

H=1,80m.

h=1,80m				
γ (m)	F (Kgf/m)	F*γ (Kgf)	yt (m)	0,19
0,05	54311,00	2715,55	H. Trac(m)	0,60
0,15	40349,00	6052,35	T. Max (kgf/m)	61731,00
0,25	28004,00	7001,00	Tresult (kgf)	37038,6
0,35	17768,00	6218,80	<b>T (Kgf)</b>	<b>37385,64</b>
0,45	9792,00	4406,40		
0,55	3832,00	2107,60		
Σ	154056,00	28501,70		

Tabla 4. 37: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes.

H=2,00m.

h=2,00m				
γ (m)	F (Kgf/m)	F*γ (Kgf)	yt (m)	0,18
0,05	52584,00	2629,20	H. Trac(m)	0,60
0,15	39420,00	5913,00	T. Max (kgf/m)	59442,00
0,25	27638,00	6909,50	Tresult (kgf)	35665,2
0,35	15556,00	5444,60	<b>T (Kgf)</b>	<b>36043,75</b>
0,45	9313,00	4190,85		
0,55	2856,00	1570,80		
Σ	147367,00	26657,95		

Tabla 4. 38: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes.

H=2,20m.

h=2,20m				
γ (m)	F (Kgf/m)	F*γ (Kgf)	yt (m)	0,18
0,05	51117,00	2555,85	H. Trac(m)	0,60
0,15	38053,00	5707,95	T. Max (kgf/m)	57406,00
0,25	26430,00	6607,50	Tresult (kgf)	34443,6
0,35	16728,00	5854,80	<b>T (Kgf)</b>	<b>34711,65</b>
0,45	9116,00	4102,20		
0,55	3444,00	1894,20		
Σ	144888,00	26722,50		

Tabla 4. 39: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes.

H=2,40m.

h=2,40m				
γ (m)	F (Kgf/m)	F*γ (Kgf)	yt (m)	0,19
0,05	50863,00	2543,15	H. Trac(m)	0,62
0,15	38044,00	5706,60	T. Max (kgf/m)	56862,00
0,25	26605,00	6651,25	Tresult (kgf)	35254,44
0,35	17030,00	5960,50	<b>T (Kgf)</b>	<b>35468,44</b>
0,45	9470,00	4261,50		
0,55	3806,00	2093,30		
Σ	145818,00	27216,30		

Tabla 4. 40: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes.

H=2,50m.

h=2,50m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,19
0,05	50570,00	2528,50	H. Trac(m)	0,63
0,15	38310,00	5746,50	T. Max (kgf/m)	56352,00
0,25	27283,00	6820,75	Tresult (kgf)	35501,76
0,35	17942,00	6279,70	<b>T (Kgf)</b>	<b>35601,05</b>
0,45	10444,00	4699,80		
0,55	4737,00	2605,35		
0,65	474,00	308,10		
Σ	149760,00	28988,70		

Tabla 4. 41: Cálculo de la fuerza T para un cabezal sobre 3 pilotes.

H=3,00m.

h=3,00m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,18
0,05	48091,00	2404,55	H. Trac(m)	0,60
0,15	36048,00	5407,20	T. Max (kgf/m)	54346,00
0,25	25213,00	6303,25	Tresult (kgf)	32607,6
0,35	15920,00	5572,00	<b>T (Kgf)</b>	<b>32815,72</b>
0,45	8337,00	3751,65		
0,55	2434,00	1338,70		
Σ	136043,00	24777,35		

Se realizaron modelos de diferentes alturas para establecer comparaciones entre las fuerzas obtenidas mediante los dos métodos (Ver Tabla 4.42y Gráfico 4.7).

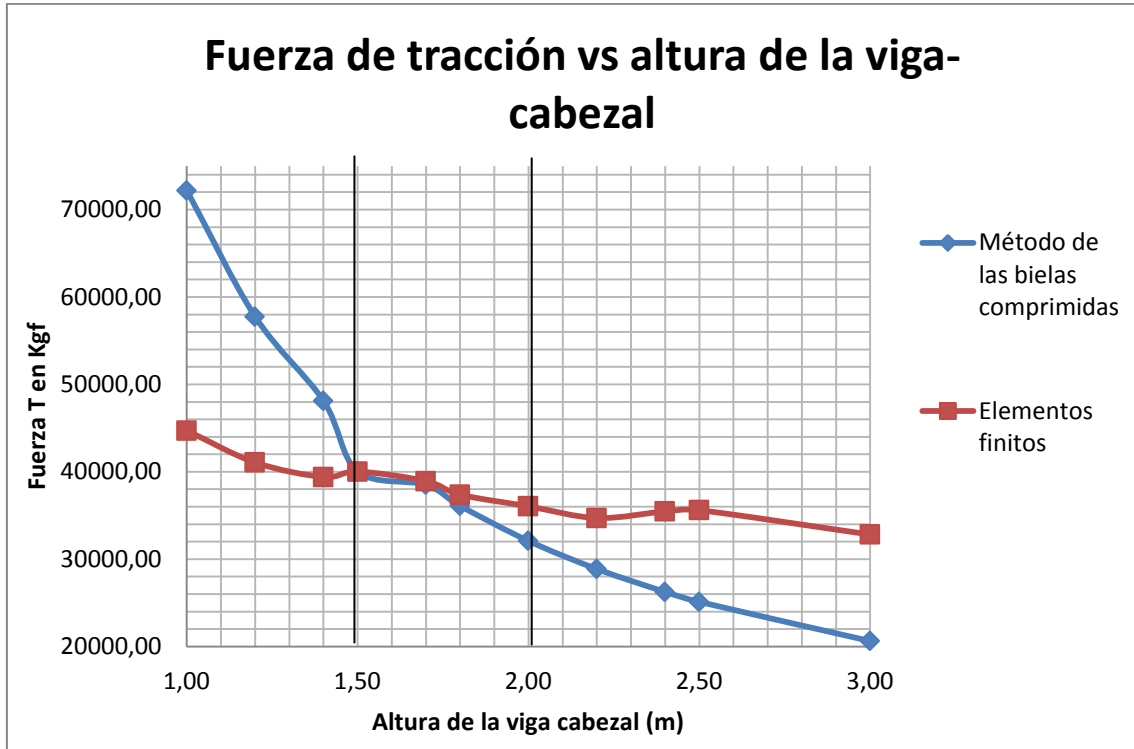
Tabla 4. 42: Relación de rigidez. Viga-cabezal sobre 3 pilotes.

Relación S/H	Rigidez	Altura Viga-Cabezal (m)
3,0	Medianamente rígido	1,00
2,5	Medianamente rígido	1,20
2,1	Medianamente rígido	1,40
2,0	Muy rígido	1,50
1,8	Muy rígido	1,70
1,7	Muy rígido	1,80
1,5	Muy rígido	2,00
1,4	Muy rígido	2,20
1,3	Muy rígido	2,40
1,2	Muy rígido	2,50
1,0	Muy rígido	3,00

Tabla 4. 43: Fuerzas de tracción por ambos métodos. Viga-cabezal sobre 3 pilotes.

Altura Viga-Cabezal (m)	T (Kgf) Elementos Finitos	T (Kgf) Método de las bielas	Variación
1,00	44709,30	72187,50	38%
1,20	41065,38	57750,00	29%
1,40	39405,44	48125,00	18%
1,50	40026,37	40026,37	0%
1,70	38932,21	38500,00	1%
1,80	37385,64	36093,75	3%
2,00	36043,75	32083,33	11%
2,20	34711,65	28875,00	17%
2,40	35468,44	26250,00	26%
2,50	35601,05	25108,70	29%
3,00	32815,72	20625,00	37%

Gráfico 4. 7: Comparación entre ambos métodos para viga-cabezal sobre 3 pilotes.



Como se observa en la región delimitada en el gráfico 4.7, correspondiente a las alturas entre 1,50m y 2,00m, los valores presentan porcentajes de variación entre 0 y 11%. Este rango de alturas corresponde a elementos muy rígidos con relación S/H que varían entre 1,50 y 2,00.

Para alturas menores a las mencionadas se observa que los porcentajes de variación son mayores. En vista de que dichos cabezales son medianamente rígidos, en este rango se consideran más aceptables los resultados obtenidos por elementos finitos, puesto que el método de las bielas comprimidas se aplica sólo para elementos muy rígidos.

Según el análisis de una viga rígida planteado en el apéndice B, se observa que el diagrama de esfuerzos realizado por el SAP2000 es el observado en la Fig. 4.17.

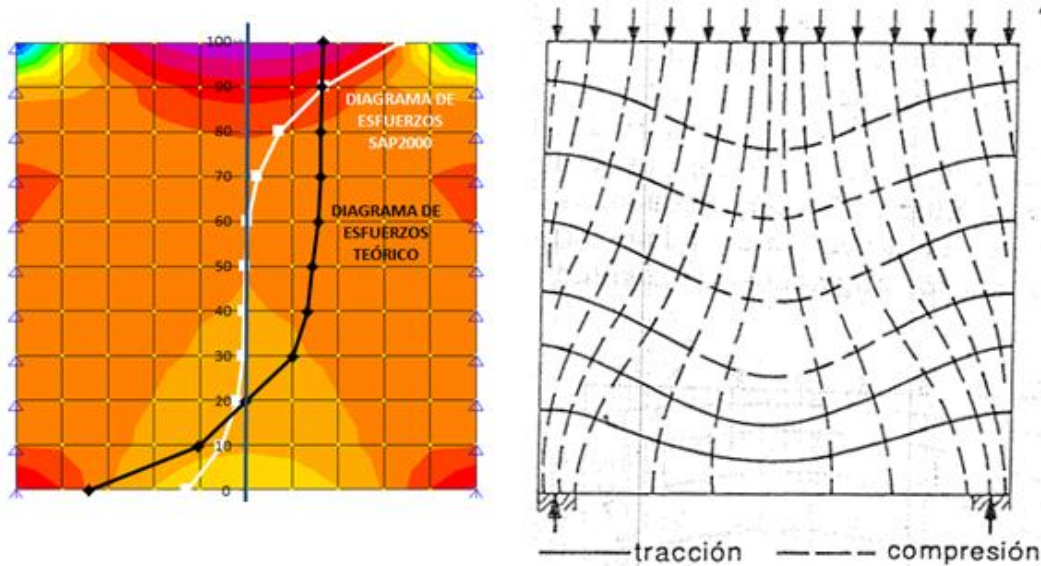


Fig. 4. 17: Diagrama de esfuerzos para una viga rígida y distribución de tensiones según Leonhardt (1986).

Tal como se observa, hay una diferencia considerable entre el diagrama de esfuerzos teórico esperado para una viga rígida y el arrojado por el programa, el cual realiza una distribución tal que el eje neutro quede situado en el centro de la misma. Esta distribución de los esfuerzos no es factible, debido a que la rigidez de la viga impide su deformación ante la acción de la carga, por lo que sólo se producen tracciones en la parte inferior, siendo mayor la zona que se encuentra comprimida.

Debido a lo anterior, para alturas mayores a 2,00m, son más aceptados los resultados que se obtienen por el método de las bielas comprimidas.

En cuanto a las fuerzas transmitidas a cada pilote por ambos métodos (Ver Tabla 4.44 y 4.45) se observa que el método de las bielas distribuye al pilote central el doble de la carga de los pilotes de los extremos, mientras que el de los elementos finitos hace una distribución más equitativa de aproximadamente el 40% al pilote central y 30% a los pilotes de los extremos.

Tabla 4. 44: Fuerzas transmitidas a cada pilote para vigas-cabezal sobre 3 pilotes.

Altura Viga-Cabezal (m)	MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS					
	1,00	1,20	1,40	1,50	1,70	1,80
PE	123239,61	123899,02	124736,62	125196,61	126160,83	126647,92
PM	173520,79	172201,96	170526,76	169606,78	167678,33	166704,16
Comprobación	420000	420000	420000	420000	420000	420000
%PE	29%	29%	30%	30%	30%	30%
%PM	41%	41%	41%	40%	40%	40%

Tabla 4. 45: Fuerzas transmitidas a cada pilote para vigas-cabezal sobre 3 pilotes.

Altura Viga-Cabezal (m)	MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS					M. BIELAS
	2,00	2,20	2,40	2,50	3,00	-
PE	127589,2	128460,68	129238,65	129587,46	130950,06	105000,00
PM	164821,61	163078,63	161522,71	160825,08	158099,89	210000,00
Comprobación	420000	420000	420000	420000	420000	420000
%PE	30%	31%	31%	31%	31%	25%
%PM	39%	39%	38%	38%	38%	50%

### 4.3.2. Viga- cabezal sobre 4 pilotes.

Se realizó una hoja de cálculo para obtener las fuerzas de tracción en la base de la viga- cabezal con la misma formulación planteada anteriormente para edificaciones tipo túnel, puesto que en la expresión no influye el número de pilotes. De tal manera:

$$T = \frac{qS}{8} \times \frac{(S - \phi)}{d}$$

Se tomaron en cuenta los mismos datos utilizados para el análisis anterior, variando el número de pilotes y, por ende, la dimensión del cabezal en el eje x (Ver Tabla 4.46).

Tabla 4. 46: Datos a utilizar para el análisis de viga- cabezal sobre 4 pilotes.

DATOS DE ENTRADA					
PANTALLAS		FUNDACIÓN			
e (m)	0,20	Nº Pilotes	4	Bx Cabezal (m)	10,20
L (m)	9,80	Ø Pilote(m)	0,80	By Cabezal (m)	1,00
		S (m)	3,00	d' (m)	0,20
CONCRETO		ACERO		CARGA DISTRIBUIDA	
f'c (kgf/cm <sup>2</sup> )	250	fy (kgf/cm <sup>2</sup> )	4200	q (kgf/m)	70000

Con dichos valores fueron realizados modelos con diferentes alturas para establecer comparaciones entre los dos métodos (Ver Fig. 4.18).



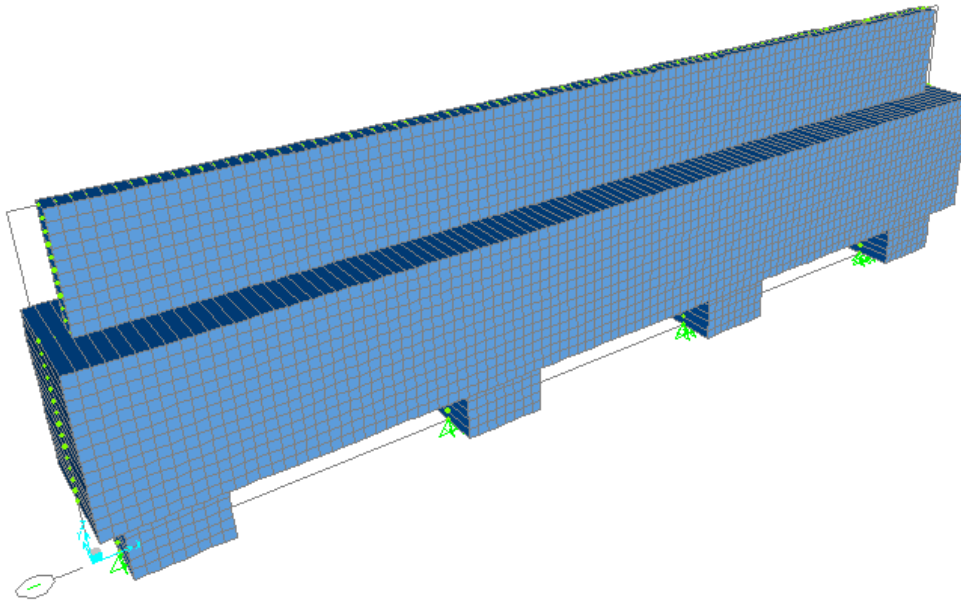


Fig. 4. 18: Modelo en 3D de viga- cabezal sobre 4 pilotes.

En tal sentido, se mantuvo la carga distribuida de 70.000kgf/m utilizada anteriormente, la cual se distribuyó entre los nodos del tope de la pantalla para obtener las acciones nodales (Tabla 4.47).

Tabla 4. 47: Acciones nodales para viga- cabezal sobre 4 pilotes.

ACCIONES NODALES	
Tamaño de los EF (m)	0,10 x 0,10
Nodos en el Tope	99
Carga Total (kgf)	630000,00
Q/nodo (kgf)	6363,636

Se observó la distribución de las fuerzas en forma de bielas comprimidas (Ver Fig. 4.19) y la magnitud de la mayor fuerza de tracción en la base del cabezal (Ver Fig. 4.20).

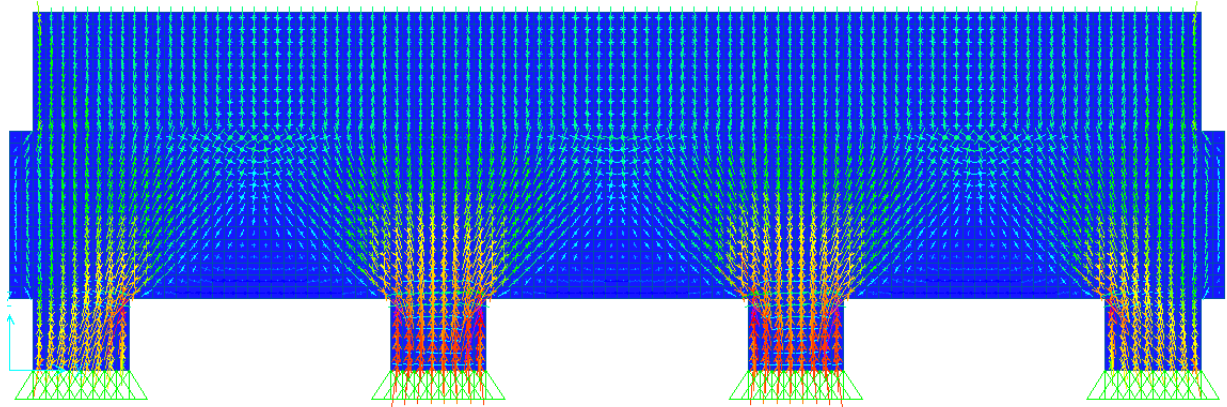


Fig. 4. 19: Distribución de las fuerzas en la viga-cabezal sobre 4 pilotes.

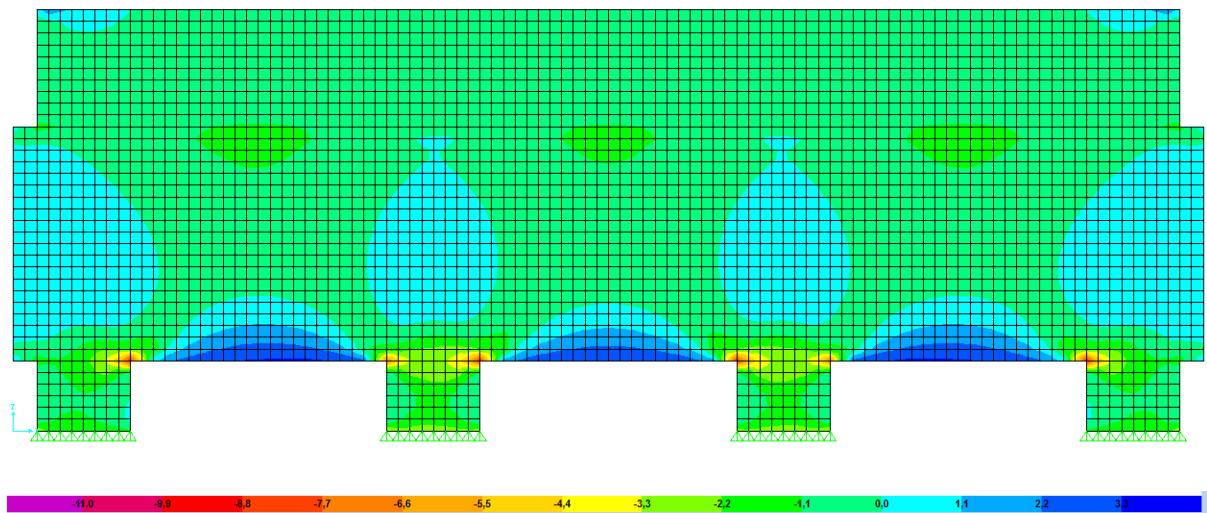


Fig. 4. 20: Tracciones y compresiones para viga-cabezal sobre 4 pilotes.

Se realizaron modelos de diferentes alturas para establecer comparaciones entre las fuerzas obtenidas mediante los dos métodos (Ver Tabla 4.54 y Gráfico 4.8).

Tabla 4. 48: Fuerza de tracción en la base de la viga- cabezal sobre 4 pilotes. H=1,00m.

h=1,00m				
γ (m)	F (Kgf/m)	F*γ (Kgf)	yt (m)	
				0,14
0,05	81583,00	4079,15	H. Trac(m)	0,44
0,15	56711,00	8506,65	T. Max (kgf/m)	94406,00
0,25	35096,00	8774,00	Tresult (kgf)	41538,64
0,35	16587,00	5805,45	<b>T (Kgf)</b>	<b>44422,01</b>
0,45	918,00	413,10		
Σ	190895,00	27578,35		

Tabla 4. 49: Fuerza de tracción en la base de la viga- cabezal sobre 4 pilotes. H=1,40m.

h=1,40m				
γ (m)	F (Kgf/m)	F*γ (Kgf)	yt (m)	
				0,16
0,05	63072,00	3153,60	H. Trac(m)	0,52
0,15	45799,00	6869,85	T. Max (kgf/m)	71920,00
0,25	30593,00	7648,25	Tresult (kgf)	37398,4
0,35	17640,00	6174,00	<b>T (Kgf)</b>	<b>38508,51</b>
0,45	6929,00	3118,05		
Σ	164033,00	26963,75		

Tabla 4. 50: Fuerza de tracción en la base de la viga- cabezal sobre 4 pilotes. H=1,80m.

h=1,80m				
γ (m)	F (Kgf/m)	F*γ (Kgf)	yt (m)	
				0,17
0,05	55289,00	2764,45	H. Trac(m)	0,55
0,15	40581,00	6087,15	T. Max (kgf/m)	62609,00
0,25	27465,00	6866,25	Tresult (kgf)	34434,95
0,35	16251,00	5687,85	<b>T (Kgf)</b>	<b>35131,26</b>
0,45	7067,00	3180,15		
Σ	146653,00	24585,85		

Tabla 4. 51: Fuerza de tracción en la base de la viga- cabezal sobre 4 pilotes. H=2,00m.

h=2,00m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	
0,05	52359,00	2617,95	H. Trac(m)	0,18
0,15	38492,00	5773,80	T. Max (kgf/m)	0,55
0,25	26246,00	6561,50	Tresult (kgf)	60076,00
0,35	15994,00	5597,90	<b>T (Kgf)</b>	33041,8
0,45	7858,00	3536,10		
0,55	1593,00	876,15		
$\Sigma$	142542,00	24963,40		

Tabla 4. 52: Fuerza de tracción en la base de la viga- cabezal sobre 4 pilotes. H=2,40m.

h=2,40m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	
0,05	50536,00	2526,80	H. Trac(m)	0,17
0,15	37206,00	5580,90	T. Max (kgf/m)	0,55
0,25	25267,00	6316,75	Tresult (kgf)	56510,00
0,35	15070,00	5274,50	<b>T (Kgf)</b>	31080,5
0,45	6768,00	3045,60		
0,55	299,00	164,45		
$\Sigma$	135146,00	22909,00		

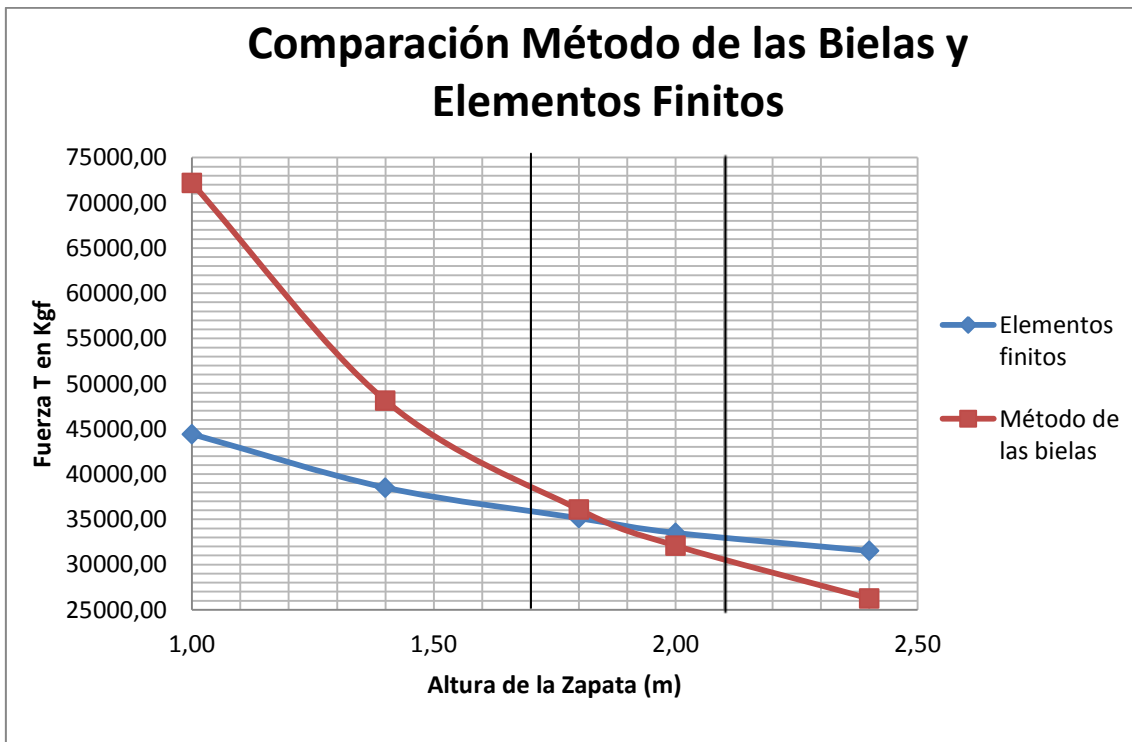
Tabla 4. 53: Relación de rigidez. Viga-cabezal sobre 4 pilotes.

S/H	Rigidez	Altura Viga-Cabezal (m)
3,00	Medianamente rígido	1,00
2,14	Medianamente rígido	1,40
1,67	Muy rígido	1,80
1,50	Muy rígido	2,00
1,25	Muy rígido	2,40

Tabla 4. 54: Comparación entre métodos para viga-cabezal sobre 4 pilotes. Comparación entre métodos para viga-cabezal sobre 4 pilotes.

Altura Viga-Cabezal (m)	T (Kgf) Elementos Finitos	T (Kgf) Método de las bielas	Variación
1,00	44422,01	72187,50	38%
1,40	38508,51	48125,00	20%
1,80	35131,26	36093,75	3%
2,00	33498,33	32083,33	4%
2,40	31511,21	26250,00	17%

Gráfico 4. 8: Comparación entre ambos métodos para viga- cabezal sobre 4 pilotes.



Al igual que para el caso anterior, las curvas se acercan en la región central, intersectándose para una altura de 1,90m aproximadamente. Para

alturas entre 1,70m y 2,10m se observan variaciones menores al 10%, por lo que ambos métodos se consideran aceptables.

Para alturas menores a las mencionadas se observa que los porcentajes de variación son mayores. En vista de que dichos cabezales son medianamente rígidos, en este rango se consideran más aceptables los resultados obtenidos por elementos finitos, puesto que el método de las bielas comprimidas se aplica sólo para elementos muy rígidos.

Por el contrario, para alturas mayores a 2,10m, son más aceptados los resultados que se obtienen por el método de las bielas comprimidas, puesto que según se demostró con anterioridad, el programa SAP2000 no realiza una distribución de esfuerzos correcta para elementos muy rígidos.

En cuanto a las fuerzas transmitidas a cada pilote por ambos métodos (Ver Tabla 4.55) se observa que el método de las bielas distribuye a los pilotes centrales el doble de la carga de los pilotes de los extremos, mientras que el de los elementos finitos hace una distribución más equitativa de aproximadamente el 30% a los pilotes centrales y 20% a los pilotes de los extremos.

Tabla 4. 55: Distribución de la carga por ambos métodos para viga-cabecal sobre 4 pilotes.

Altura Viga-Cabecal (m)	MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS					M. BIELAS
	1,00	1,40	1,80	2,00	2,40	-
PC	193002,95	190716,3	187803,49	186240,68	183139,68	210000
PE	121997,03	124283,68	127196,5	128759,3	131860,3	105000
Comprobación	630000	630000	630000	630000	630000	630000
%PC	31%	30%	30%	30%	29%	33%
%PE	19%	20%	20%	20%	21%	17%

### 4.3.3. Viga- cabezal sobre 5 pilotes.

Utilizando la misma formulación planteada anteriormente se halló la fuerza de tracción en la base de la viga-cabezal mediante la expresión:

$$T = \frac{qS}{8} \times \frac{(S - \phi)}{d}$$

Con los mismos datos utilizados para el análisis anterior, variando el número de pilotes y, por ende, la dimensión del cabezal en el eje x se elaboró la Tabla 4.56.

Tabla 4. 56: Datos de entrada para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

DATOS DE ENTRADA					
PANTALLAS		FUNDACIÓN			
e (m)	0,20	Nº Pilotes	5	Bx Cabezal (m)	13,20
L (m)	12,80	Ø Pilote(m)	0,80	By Cabezal (m)	1,20
		S (m)	3,00	h Cabezal(m)	2,00
		d' (m)	0,20		
CONCRETO		ACERO		CARGA DISTRIBUIDA	
f'c (kgf/cm <sup>2</sup> )	250	fy (kgf/cm <sup>2</sup> )	4200	q (kgf/m)	70000

Con dichos valores fueron realizados modelos con diferentes alturas para establecer comparaciones entre los dos métodos (Ver Fig. 4.21).

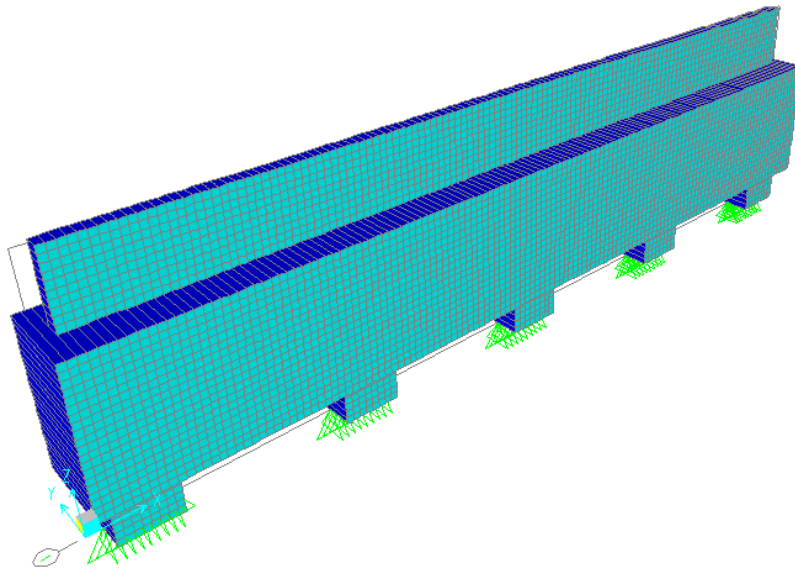


Fig. 4. 21: Modelo en 3D de viga- cabezal sobre 5 pilotes.

Distribuyendo la carga de 70.000kgf/m utilizada anteriormente, entre los nodos del tope de la pantalla se obtuvieron las acciones nodales (Tabla 4.57)

Tabla 4. 57: Acciones nodales para viga- cabezal sobre 5 pilotes.

ACCIONES NODALES	
Tamaño de los EF (m)	0,10 x 0,10
Nodos en el Tope	129
Carga Total (kgf)	840000,00
Q/nodo (kgf)	6511,628

Se observó la distribución de las fuerzas en forma de bielas comprimidas (Ver Fig. 4.22) y la magnitud de la mayor fuerza de tracción en la base de la viga-cabezal (Ver Fig. 4.23).



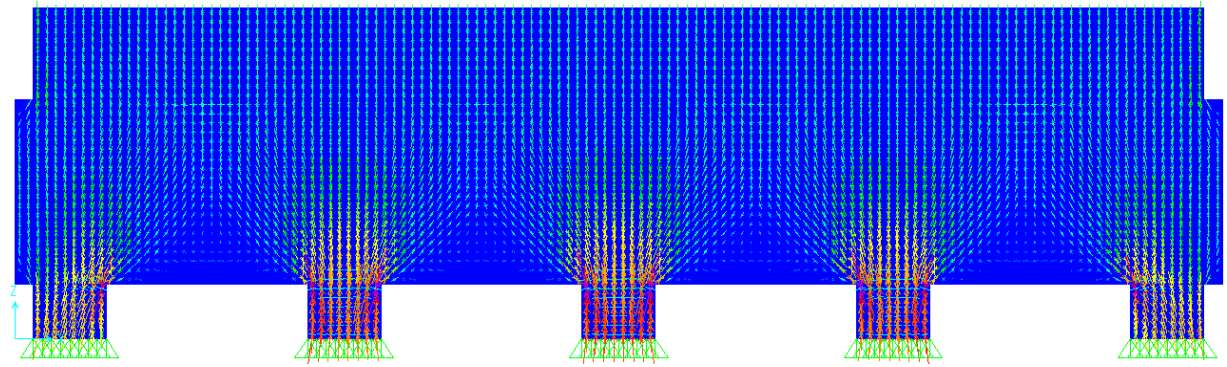


Fig. 4. 22: Distribución de las fuerzas en la viga-cabezal sobre 5 pilotes.

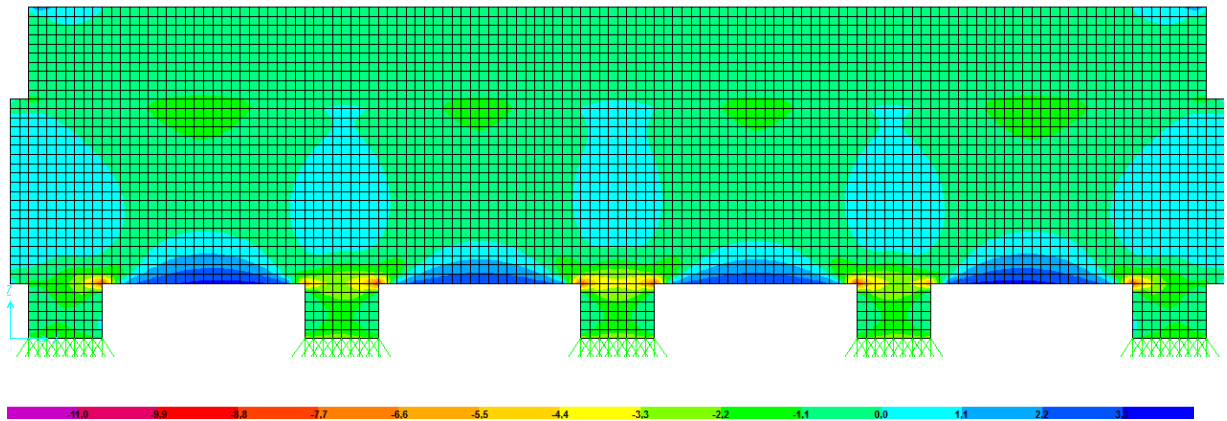


Fig. 4. 23: Tracciones y compresiones para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

Se realizaron modelos de diferentes alturas para establecer comparaciones entre las fuerzas obtenidas mediante los dos métodos (Ver Tabla 4.68y Gráfico 4.9).

Tabla 4. 58: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

H=1,00m.

h=1,00m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,14
0,05	84149,00	4207,45	H. Trac(m)	0,45
0,15	58484,00	8772,60	T. Max (kgf/m)	97776,00
0,25	35988,00	8997,00	Tresult (kgf)	43999,2
0,35	16387,00	5735,45	<b>T (Kgf)</b>	<b>47183,12</b>
0,45	0,00	0,00		
0,55	0,00	0,00		
Σ	195008,00	27712,50		

Tabla 4. 59: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

H=1,20m.

h=1,20m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,16
0,05	72091,00	3604,55	H. Trac(m)	0,49
0,15	51521,00	7728,15	T. Max (kgf/m)	82767,00
0,25	33482,00	8370,50	Tresult (kgf)	40555,83
0,35	18004,00	6301,40	<b>T (Kgf)</b>	<b>42309,23</b>
0,45	4927,00	2217,15		
0,55	0,00	0,00		
Σ	180025,00	28221,75		

Tabla 4. 60: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

H=1,40m.

h=1,40m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,16
0,05	64199,00	3209,95	H. Trac(m)	0,52
0,15	46499,00	6974,85	T. Max (kgf/m)	73391,00
0,25	30891,00	7722,75	Tresult (kgf)	38163,32
0,35	17607,00	6162,45	<b>T (Kgf)</b>	<b>39331,76</b>
0,45	6697,00	3013,65		
0,55	0,00	0,00		
Σ	165893,00	27083,65		

Tabla 4. 61: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

H=1,50m.

h=1,50m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,16
0,05	61447,00	3072,35	H. Trac(m)	0,52
0,15	44686,00	6702,90	T. Max (kgf/m)	70219,00
0,25	29850,00	7462,50	Tresult (kgf)	36513,88
0,35	17204,00	6021,40	<b>T (Kgf)</b>	<b>37509,06</b>
0,45	6834,00	3075,30		
0,55	0,00	0,00		
Σ	160021,00	26334,45		

Tabla 4. 62: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

H=1,60m.

h=1,60m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,17
0,05	59194,00	2959,70	H. Trac(m)	0,53
0,15	43167,00	6475,05	T. Max (kgf/m)	67672,00
0,25	28937,00	7234,25	Tresult (kgf)	35866,16
0,35	16791,00	5876,85	<b>T (Kgf)</b>	<b>36753,03</b>
0,45	6835,00	3075,75		
0,55	0,00	0,00		
Σ	154924,00	25621,60		

Tabla 4. 63: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

H=1,80m.

h=1,80m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,17
0,05	55785,00	2789,25	H. Trac(m)	0,53
0,15	40803,00	6120,45	T. Max (kgf/m)	63492,00
0,25	27445,00	6861,25	Tresult (kgf)	33650,76
0,35	16027,00	5609,45	<b>T (Kgf)</b>	<b>34362,13</b>
0,45	6674,00	3003,30		
0,55	0,00	0,00		
Σ	146734,00	24383,70		

Tabla 4. 64: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

H=2,00m.

h=2,00m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,17
0,05	53383,00	2669,15	H. Trac(m)	0,53
0,15	39082,00	5862,30	T. Max (kgf/m)	60621,00
0,25	26303,00	6575,75	Tresult (kgf)	32129,13
0,35	15322,00	5362,70	<b>T (Kgf)</b>	<b>32729,32</b>
0,45	6485,00	2918,25		
0,55	0,00	0,00		
Σ	140575,00	23388,15		

Tabla 4. 65: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

H=2,20m.

h=2,20m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,16
0,05	52141,00	2607,05	H. Trac(m)	0,53
0,15	37868,00	5680,20	T. Max (kgf/m)	58132,00
0,25	25119,00	6279,75	Tresult (kgf)	30809,96
0,35	14392,00	5037,20	<b>T (Kgf)</b>	<b>31358,33</b>
0,45	5915,00	2661,75		
0,55	0,00	0,00		
Σ	135435,00	22265,95		

Tabla 4. 66: Cálculo de la fuerza T para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

H=2,40m.

h=2,40m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,17
0,05	51102,00	2555,10	H. Trac(m)	0,53
0,15	36393,00	5458,95	T. Max (kgf/m)	57099,00
0,25	23581,00	5895,25	Tresult (kgf)	30262,47
0,35	13358,00	4675,30	<b>T (Kgf)</b>	<b>30704,97</b>
0,45	6097,00	2743,65		
0,55	1515,00	833,25		
Σ	132046,00	22161,50		

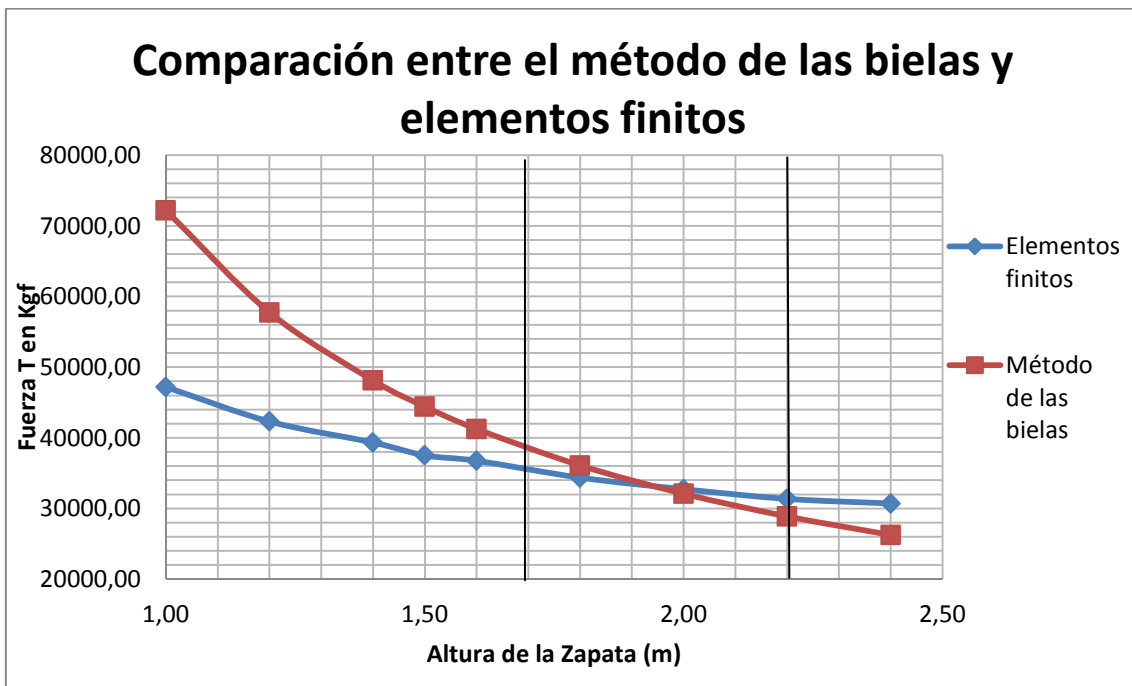
Tabla 4. 67: Comparación entre métodos para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

S/H	Rigidez	Altura Viga-Cabezal (m)
3,0	Medianamente rígido	1,00
2,5	Medianamente rígido	1,20
2,1	Medianamente rígido	1,40
2,0	Muy rígido	1,50
1,9	Muy rígido	1,60
1,7	Muy rígido	1,80
1,5	Muy rígido	2,00
1,4	Muy rígido	2,20
1,3	Muy rígido	2,40

Tabla 4. 68: Comparación entre métodos. Viga-cabezal sobre 5 pilotes.

Altura Viga-Cabezal (m)	T (Kgf) Elementos Finitos	T (Kgf) Método de las bielas	Variación
1,00	47183,12	72187,50	35%
1,20	42309,23	57750,00	27%
1,40	39331,76	48125,00	18%
1,50	37509,06	44423,08	16%
1,60	36753,03	41250,00	11%
1,80	34362,13	36093,75	5%
2,00	32729,32	32083,33	2%
2,20	31358,33	28875,00	8%
2,40	30704,97	26250,00	15%

Gráfico 4. 9: Comparación entre ambos métodos para viga- cabezal sobre 5 pilotes.



Como se observa en el gráfico las curvas se intersectan en 2,00m aproximadamente y mantienen una variación entre 0 y 10% en alturas entre 1,70m y 2,20m, es decir en este rango de valores los dos métodos son aceptables.

Por otro parte, a medida que la viga-cabezal disminuye su altura la relación S/H se hace menor y el cabezal se convierte en medianamente rígido.

Como se analizó anteriormente, el método de las bielas se basa en la condición de un cabezal infinitamente rígido, por lo que se puede concluir que en este rango de valores es más preciso el método de los elementos finitos.

A su vez, las curvas comienzan a alejarse de nuevo cuando la viga-cabezal sigue aumentando su rigidez, en este caso como se ha demostrado anteriormente, son más aceptables los resultados obtenidos mediante el método de las bielas.

Por otra parte, las fuerzas transmitidas a cada pilote por ambos métodos observadas en la tabla que suministra el programa SAP2000, indican que a través de los elementos finitos se realiza una distribución más equitativa de aproximadamente el 23% a los pilotes centrales y 15% a los pilotes de los extremos, mientras que el método de las bielas distribuye a los pilotes centrales el doble de la carga transmitida a los extremos.

Tabla 4. 69: Distribución de la carga por ambos métodos para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

	<b>MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS</b>				
<b>Altura Viga-Cabezal (m)</b>	1,00	1,20	1,40	1,50	1,60
<b>PC</b>	196971,24	195685,57	194224,24	193461,19	192692,46
<b>PE</b>	124938,12	126085,61	127413,99	128128,65	128867,94
<b>PM</b>	196181,3	196457,67	196723,55	196820,32	196879,21
<b>Comprobación</b>	840000	840000	840000	840000	840000
<b>% PC</b>	23%	23%	23%	23%	23%
<b>% PE</b>	15%	15%	15%	15%	15%
<b>% PM</b>	23%	23%	23%	23%	23%

Tabla 4. 70: Distribución de la carga por ambos métodos para viga-cabezal sobre 5 pilotes.

	<b>MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS</b>				<b>M. BIELAS</b>
<b>Altura Viga-Cabezal (m)</b>	1,80	2,00	2,20	2,40	-
<b>PC</b>	191175,16	189728,84	188385,3	187158,64	210000
<b>PE</b>	130396,33	131956,77	133515,64	135046,95	105000
<b>PM</b>	196857,02	196628,79	196198,13	195588,83	210000
<b>Comprobación</b>	840000	840000	840000	840000	840000
<b>% PC</b>	23%	23%	22%	22%	25%
<b>% PE</b>	16%	16%	16%	16%	13%
<b>% PM</b>	23%	23%	23%	23%	25%



#### 4.4. Estudio de la influencia del número de pilotes en el análisis de la viga-cabezal. Sistemas tipo túnel.

Para los casos analizados con anterioridad se concluyó que con una altura de aproximadamente 2,00m los resultados obtenidos por los dos métodos son aceptables puesto que tienen una variación entre sí menor a 10%. Es por ello que fueron tomados como referencia los modelos en los cuales la viga- cabezal tiene estas dimensiones para determinar la influencia que ejerce el número de pilotes en los resultados obtenidos.

Para ampliar el análisis se realizaron dos casos más, con seis y ocho pilotes respectivamente, cuyos resultados se observan en las tablas 4.71-4.76.

Tabla 4. 71: Acciones nodales para la realización del modelo de viga-cabezal sobre 6 pilotes. Sistemas tipo túnel.

ACCIONES NODALES	
Tamaño de los EF (m)	0,10 x 0,10
Nodos en el Tope	159
Carga Total (kgf)	1050000,00
Q/nodo (kgf)	6603,77

Tabla 4. 72: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos finitos para viga-cabezal sobre 6 pilotes. H=2,00m.

h=2,00m				
$\gamma$ (m)	F (Kgf/m)	F* $\gamma$ (Kgf)	$\gamma t$ (m)	0,16
0,05	54234,00	2711,70	H. Trac(m)	0,53
0,15	39328,00	5899,20	T. Max (kgf/m)	61146,80
0,25	26045,00	6511,25	Tresult (kgf)	32407,80
0,35	14895,00	5213,25	<b>T (Kgf)</b>	<b>33052,53</b>
0,45	6118,00	2753,10		
0,55	0,00	0,00		
$\Sigma$	140620,00	23088,50		

Tabla 4. 73: Comparación entre ambos métodos para viga-cabezal sobre 6 pilotes.

S/H	Rigidez	T (Kgf) Elementos Finitos	T (Kgf) Método de las bielas	Variación
1,5	Muy rígido	33052,53	32083,33	3%

Tabla 4. 74: Acciones nodales para la realización del modelo de viga-cabezal sobre 8 pilotes. Sistemas tipo túnel.

ACCIONES NODALES	
Tamaño de los EF (m)	0,10 x 0,10
Nodos en el Tope	219
Carga Total (kgf)	1470000,00
Q/nodo (kgf)	6712,33

Tabla 4. 75: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos finitos para viga- cabezal sobre 8 pilotes.

h=2,00m				
$y$ (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	$y_t$ (m)	0,16
0,05	54873,00	2743,65	H. Trac(m)	0,52
0,15	39724,00	5958,60	T. Max (kgf/m)	61527,88
0,25	26214,00	6553,50	Tresult (kgf)	31994,50
0,35	14852,00	5198,20	<b>T (Kgf)</b>	<b>32648,70</b>
0,45	5877,00	2644,65		
0,55	0,00	0,00		
$\Sigma$	141540,00	23098,60		

Tabla 4. 76: Comparación entre ambos métodos para viga-cabezal sobre 8 pilotes.

S/H	Rigidez	T (Kgf) Elementos Finitos	T (Kgf) Método de las bielas	Variación
1,5	Muy rígido	32648,70	32083,33	2%

Los datos tomados en consideración para este análisis se presentan en la tabla 4.77.

Tabla 4. 77: Datos considerados para el análisis de la influencia del número de pilotes.

DATOS DE ENTRADA					
PANTALLAS		FUNDACIÓN			
e (m)	0,20	S(m)	3,00	By Cabezal (m)	1,00
		$\varnothing$ Pilote(m)	0,80	h Cabezal(m)	2,00
		d' (m)	0,20		
CONCRETO		ACERO		CARGA DISTRIBUIDA	
f'c (kgf/cm <sup>2</sup> )	250	fy (kgf/cm <sup>2</sup> )	4200	q (kgf/m)	70000

Las fuerzas de tracción obtenidas mediante la variación del número de pilotes se presentan en la tabla 4.78 y 4.79 y el grafico 4.10.

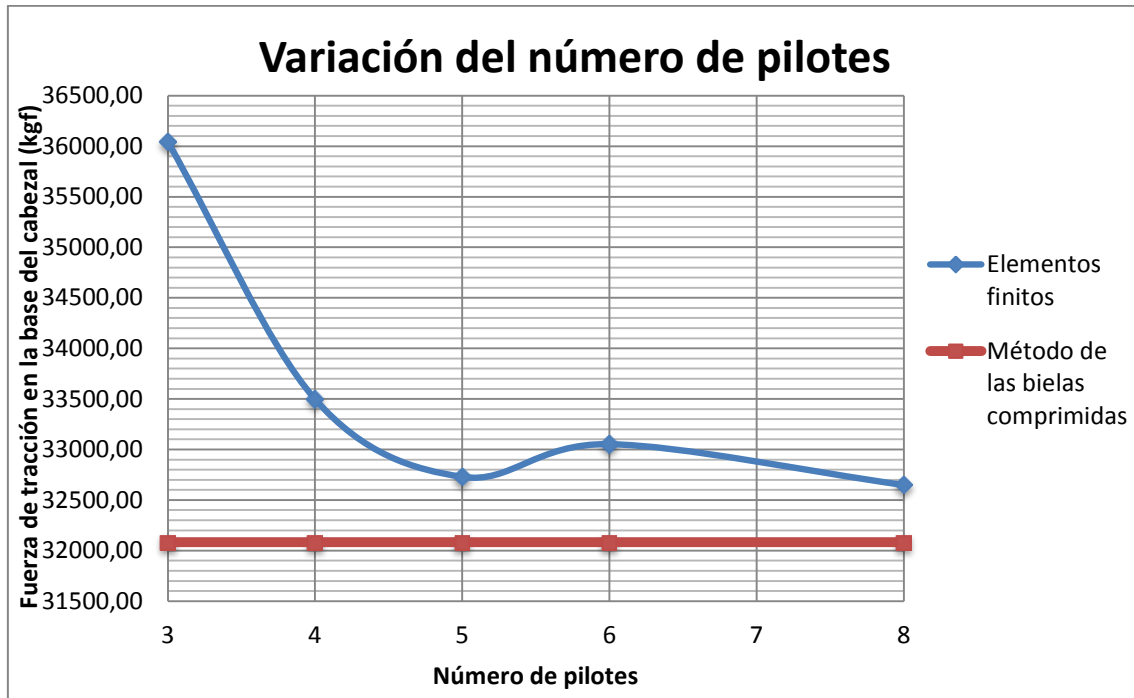
Tabla 4. 78: Acciones nodales variando el número de pilotes.

# de pilotes	Longitud de la pantalla (m)	Carga total (Kgf)	Nodos en el Tope	Q/Nodo (Kgf)	T (Kgf) Método de las bielas	T (Kgf) Elementos Finitos	Variación
3	6,80	476000,00	69,00	6898,551	32083,33	36043,75	12%
4	9,80	686000,00	99,00	6929,293	32083,33	33498,33	4%
5	12,80	896000,00	129,00	6945,736	32083,33	32729,32	2%
6	15,80	1106000,00	159,00	6955,975	32083,33	33052,53	3%
8	21,80	1526000,00	219,00	6968,037	32083,33	32648,70	2%

Tabla 4. 79: Comparación de los métodos variando el número de pilotes.

h = 2,00m			
Nº Pilotes	T (kgf) EF	T(kgf) BC	Variación
3	36043,75	32083,33	12%
4	33498,33	32083,33	4%
5	32729,32	32083,33	2%
6	33052,53	32083,33	3%
8	32648,70	32083,33	2%

Gráfico 4. 10: Comparación entre los dos métodos variando el número de pilotes.



Como se observa en el gráfico, los resultados obtenidos por el método de las bielas son independientes del número de pilotes. Por otra parte, el porcentaje de variación entre los dos métodos disminuye a medida que se aumenta la cantidad de pilotes.

Los porcentajes de carga distribuida a cada pilote se presentan en las tablas 4.80 y 4.81. En el caso de 8 pilotes, los mismos fueron identificados de acuerdo a lo observado en la figura 4.24.

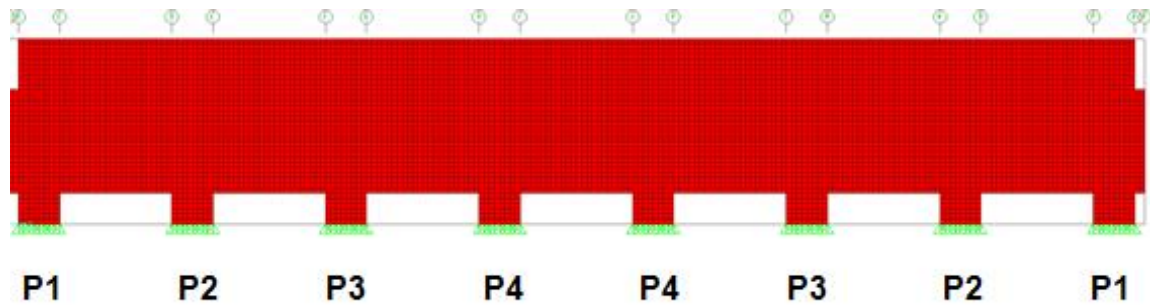


Fig. 4. 24: Identificación de los pilotes.

Tabla 4. 80: Distribución de las fuerzas a los pilotes. Modelo de 6 pilotes.

Método	EF	BC
PC	192108,44	210000
PE	134219,85	105000
PM	198672,06	210000
<b>Comprobación</b>	1050001	1050000
<b>% PC</b>	18%	20%
<b>% PE</b>	13%	10%
<b>% PM</b>	19%	20%

Tabla 4. 81: Distribución de las fuerzas a los pilotes. Modelo de 8 pilotes.

Método	EF	BC
P1	136861,11	105000
P2	195345,78	210000
P3	201751,4	210000
P4	201042,18	210000
<b>Comprobación</b>	1470001	1470000
<b>% P1</b>	9%	7%
<b>% P2</b>	13%	14%
<b>% P3</b>	14%	14%
<b>% P4</b>	14%	14%

Se observa que a medida que aumenta el número de pilotes la distribución realizada por elementos finitos se aproxima a la ejecutada por el

método de las bielas. Es por esta razón que los resultados de la fuerza de tracción presentan un porcentaje de variación menor entre si al aumentar la cantidad de pilotes.

Los resultados obtenidos para sistemas tipo túnel y estructuras aporticadas se encuentran comparados en la tabla 4.82. El valor de la fuerza de tracción para viga-cabezal sobre pilotes se obtuvo mediante el promedio de los resultados obtenidos para 3, 4, 5, 6 y 8.

Tabla 4. 82: Comparación entre sistemas tipo túnel y estructuras aporticadas.

Pantallas	Pórticos	Variación
33594,52	39442,41	15%

#### **4.5. Estudio de la influencia de la separación entre pilotes en el análisis de la viga- cabezal. Sistemas tipo túnel.**

En vista de que según el análisis anterior se concluyó que, a medida que se aumenta el número de pilotes, los resultados arrojados por los dos métodos se aproximan más entre sí, se decidió realizar un modelo base constituido por cinco pilotes para estudiar la influencia que ejerce la separación de los mismos en los resultados. Además, se fijó una altura de 2,00m, debido a que se demostró que para una separación de 3,00m, esta altura proporciona una rigidez óptima para la viga-cabezal.

Los datos utilizados para todos los modelos se presentan en la tabla 4.83.

Tabla 4. 83: Datos utilizados para el estudio de la influencia de la separación entre pilotes en el análisis de la viga- cabezal.

DATOS DE ENTRADA					
PANTALLAS		FUNDACIÓN			
e (m)	0,20	Nº Pilotes	5	By Cabezal (m)	1,00
L (m)	Variable	Ø Pilote(m)	0,80	h Cabezal(m)	2,00
		d' (m)	0,20		

CONCRETO		ACERO		CARGA DISTRIBUIDA	
f'c (kgf/cm <sup>2</sup> )	250	fy (kgf/cm <sup>2</sup> )	4200	q (kgf/m)	70000

Los miembros fueron divididos en elementos finitos de 10x10cm, obteniéndose las acciones nodales de la tabla 4.84.

Tabla 4. 84: Acciones nodales utilizadas en los modelos para estudiar la influencia de la separación entre pilotes.

Longitud de la pantalla (m)	S/H	Rigidez	Separación entre pilotes (m)	Carga total (Kgf)	Nodos en el Tope	Q/Nodo (Kgf)
6,80	0,75	Muy rígido	1,50	420000,00	69,00	6086,957
8,80	1,00	Muy rígido	2,00	560000,00	89,00	6292,135
10,80	1,25	Muy rígido	2,50	700000,00	109,00	6422,018
12,80	1,50	Muy rígido	3,00	840000,00	129,00	6511,628
14,80	1,75	Muy rígido	3,50	980000,00	149,00	6577,181
16,80	2,00	Muy rígido	4,00	1120000,00	169,00	6627,219



Las fuerzas de tracción obtenidas mediante el método de los elementos finitos se presentan en las siguientes tablas.

Tabla 4. 85: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos finitos para viga- cabezal sobre 5 pilotes. S=1,50m.

S=1,50m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,07
0,05	28624,00	1431,20	H. Trac(m)	0,17
0,15	5578,00	836,70	T. Max (kgf/m)	44152,00
0,25	0,00	0,00	Tresult (kgf)	7505,84
0,35	0,00	0,00	<b>T (Kgf)</b>	<b>8063,32</b>
0,45	0,00	0,00		
0,55	0,00	0,00		
Σ	34202,00	2267,90		

Tabla 4. 86: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos finitos para viga- cabezal sobre 5 pilotes. S=2,00m.

S=2,00m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,10
0,05	40329,00	2016,45	H. Trac(m)	0,31
0,15	20199,00	3029,85	T. Max (kgf/m)	50432,00
0,25	6682,00	1670,50	Tresult (kgf)	15633,92
0,35	0,00	0,00	<b>T (Kgf)</b>	<b>16503,01</b>
0,45	0,00	0,00		
0,55	0,00	0,00		
Σ	67210,00	6716,80		

Tabla 4. 87: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos

finitos para viga- cabezal sobre 5 pilotes. S=2,50m.

S=2,50m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,14
0,05	48342,00	2417,10	H. Trac(m)	0,43
0,15	31068,00	4660,20	T. Max (kgf/m)	55769,00
0,25	17157,00	4289,25	Tresult (kgf)	23980,67
0,35	7434,00	2601,90	<b>T (Kgf)</b>	<b>24805,56</b>
0,45	1258,00	566,10		
0,55	0,00	0,00		
Σ	105259,00	14534,55		

Tabla 4. 88: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos

finitos para viga- cabezal sobre 5 pilotes. S=3,00m.

S=3,00m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,17
0,05	53383,00	2669,15	H. Trac(m)	0,53
0,15	39082,00	5862,30	T. Max (kgf/m)	60621,00
0,25	26303,00	6575,75	Tresult (kgf)	32129,13
0,35	15322,00	5362,70	<b>T (Kgf)</b>	<b>32729,32</b>
0,45	6485,00	2918,25		
0,55	0,00	0,00		
Σ	140575,00	23388,15		

Tabla 4. 89: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos

finitos para viga- cabezal sobre 5 pilotes. S=3,50m.

S=3,50m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,21
0,05	64379,00	3218,95	H. Trac(m)	0,67
0,15	50381,00	7557,15	T. Max (kgf/m)	70726,00
0,25	37574,00	9393,50	Tresult (kgf)	47386,42
0,35	26142,00	9149,70	<b>T (Kgf)</b>	<b>47237,89</b>
0,45	16302,00	7335,90		
0,55	8065,00	4435,75		
0,65	1400,00	910,00		
Σ	204243,00	42000,95		

Tabla 4. 90: Cálculo de la fuerza T mediante el método de los elementos

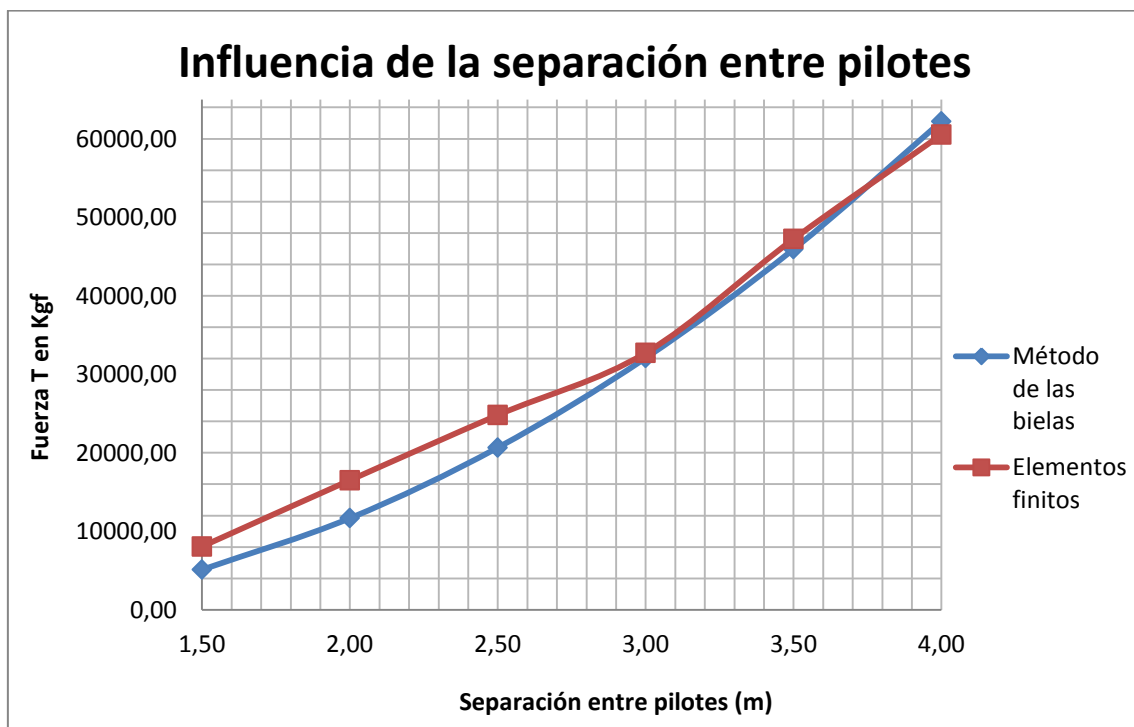
finitos para viga- cabezal sobre 5 pilotes. S=4,00m.

S=4,00m				
y (m)	F (Kgf/m)	F*y (Kgf)	yt (m)	0,23
0,05	75063,00	3753,15	H. Trac(m)	0,75
0,15	61008,00	9151,20	T. Max (kgf/m)	82237,00
0,25	47987,00	11996,75	Tresult (kgf)	61677,75
0,35	36110,00	12638,50	<b>T (Kgf)</b>	<b>60530,50</b>
0,45	25425,00	11441,25		
0,55	15937,00	8765,35		
0,65	7592,00	4934,80		
0,75	298,00	223,50		
Σ	269420,00	62904,50		

Tabla 4. 91: Fuerzas de tracción en la base del cabezal por ambos métodos para diferentes separaciones entre pilotes.

Separación entre pilotes (m)	T (Kgf) Elementos Finitos	T (Kgf) Método de las bielas	Variación
1,50	8063,32	5104,17	37%
2,00	16503,01	11666,67	29%
2,50	24805,56	20659,72	17%
3,00	32729,32	32083,33	2%
3,50	47237,89	45937,50	3%
4,00	60530,50	62222,22	3%

Gráfico 4. 11: Estudio de la influencia de la separación entre pilotes en el análisis de la viga-cabezal.



Como se observa, para vigas-cabezal con una relación de rigidez entre 1,50 y 2,00, los resultados calculados por ambos métodos presentan variaciones menores a 5% entre sí. Sin embargo, para elementos cuya relación de rigidez es menor, las variaciones son mayores, considerándose más aceptables los resultados obtenidos por el método de las bielas, cuya hipótesis se basa en un cabezal infinitamente rígido. Este comportamiento presenta concordancia con los resultados obtenidos mediante la variación de la altura de la viga-cabezal, en vista de que ambos análisis constituyen una variación de la rigidez de la misma

Los resultados obtenidos mediante este análisis son equivalentes a la variación del diámetro de los pilotes, ya que al aumentar el mismo, disminuye la separación. Esto quiere decir que este análisis termina resultando en la variación de la rigidez de la viga-cabezal.

## **CAPÍTULO V**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

#### **5.1. Conclusiones**

A lo largo de esta investigación se ha descrito el comportamiento de un sistema de fundaciones basado en una viga-cabezal como solución propia sobre pilotes alineados en ejes de pantallas.

En primer lugar, las tracciones observadas en estos cabezales son menores a las producidas en sistemas donde la transferencia de la carga se realiza mediante columnas, puesto que el área de aplicación es menor, mientras que en los sistemas con pantallas la carga se encuentra repartida a lo largo de la viga-cabezal, por lo que las tensiones se distribuyen de manera más uniforme. El porcentaje de variación de las fuerzas de tracción para ambos sistemas es de aproximadamente 15%.

A su vez se demostró que la variación de estas fuerzas de tracción está condicionada por las dimensiones de la viga-cabezal. Los elementos de gran altura presentan mayor rigidez a flexión por lo cual no se producen deformaciones importantes con la aplicación de la carga, lo que conlleva a fuerzas de tracción menores para el diseño.

Estos elementos no presentan un comportamiento dúctil, ya que en ellos la falla se presenta de manera repentina, es decir reflejando un comportamiento frágil, sin cedencia.

El análisis realizado para vigas-cabezal sobre 3,4 y 5 pilotes con diferentes alturas demostró que los resultados obtenidos mediante el método de los elementos finitos son aceptables para elementos con relación de rigidez (S/H) mayor a 1,40, debido a que en ellos todavía tiene validez la teoría de flexión.

Por el contrario, para elementos con rigidez menor, este método realiza una distribución de esfuerzos que no concuerda con las aproximaciones teóricas, las cuales plantean que en elementos muy rígidos el área traccionada es menor, debido a la resistencia que los mismos presentan ante las deformaciones por flexión.

Para el análisis y diseño de estos elementos son aceptables los resultados obtenidos por el método de las bielas comprimidas el cual se basa en la hipótesis de un cabezal infinitamente rígido. En este sentido, fue creada una hoja de cálculo en Excel para realizar el diseño de una viga- cabezal mediante el método de las bielas.

Según se observó en los casos estudiados este método plantea que para alturas mayores la biela comprimida se encuentra más inclinada, por lo que su componente horizontal (fuerza de tracción) es menor.

Para un rango de rigideces entre 1,50 y 1,70 se consideran aceptables los resultados obtenidos por ambos métodos, los cuales presentan una variación entre sí menor al 10%.

En cuanto al análisis realizado variando la separación entre pilotes, se observó que la fuerza de tracción presenta una variación menor al 5% entre ambos métodos para elementos con rigidez entre 1,50 y 2,00. Esto se debe a que la separación de los pilotes, al igual que su altura, determina la rigidez de la viga-cabezal.

Se debe tener en cuenta que en el caso de presentarse diferentes separaciones entre pilotes se debe realizar el análisis para el tramo que tiene mayor separación libre, puesto que en esta zona la inclinación de la biela de compresión es mayor y, por ende las fuerzas de tracción son mayores.

La variación de la cantidad determinó que al aumentar el número de pilotes por el método de los elementos finitos la distribución de las tensiones es más uniforme y por ende las fuerzas de tracción y compresión para el diseño son menores. Por otra parte el análisis realizado por el método de las bielas no toma en consideración el número de pilotes.

Es por ello que al aumentar la cantidad de pilotes para sistemas con la misma rigidez los resultados obtenidos por el método de los elementos finitos tienden a aproximarse a los arrojados por el método de las bielas.

Es importante destacar que para el análisis realizado no fue considerado el efecto del cabezal y la pantalla como un conjunto. Esto puede presentar una



variación en los resultados puesto que, en la realidad, la pantalla limita las deflexiones en la viga-cabezal.

Por otra parte, los dos métodos estudiados se basan en aproximaciones teóricas, por lo que las soluciones obtenidas en ningún caso son exactas, sin embargo pueden ser utilizadas para el diseño.

## **5.2. Recomendaciones**

Debido al auge de las edificaciones con encofrado tipo túnel se recomienda ampliar el análisis en el marco de esta línea de investigación, con el objetivo de determinar si el sistema de fundaciones tipo viga-cabezal sobre pilotes alineados en los ejes de pantallas constituye una solución efectiva que se adapte a las características constructivas de estos sistemas.

En este sentido, es recomendable estudiar el efecto que se produce en la viga-cabezal mediante la presencia de un momento actuante en la base de la pantalla, el cual representa un análisis más complejo.

Además, la viga- cabezal fue analizada como un elemento aislado por lo que es necesario estudiar la interacción del mismo con las vigas de riostra.

También se recomienda investigar el efecto que ejerce la pantalla sobre la viga-cabezal, analizando el comportamiento del sistema como una viga te invertida.

Por último, es necesario investigar el efecto que se produce en los resultados obtenidos al variar el tamaño de los elementos finitos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Carnicero, A. y Príncipe, C. Curso Introductorio al Método de los Elementos Finitos y al Programa Ansys. Apuntes internos ICAI
- Das. B.M. (2001) Principios de Ingeniería de Cimentaciones. 4ta Edición. International Thomsom Editores. México. 880p.
- Faría, M. (2009). Análisis comparativo entre los sistemas constructivos tipo túnel y Omniblock. Trabajo Especial de Grado. Universidad Rafael Urdaneta. Maracaibo, Venezuela.
- Ferdinand L. Singer (1977). Resistencia de materiales. New York University, College of Engineering. 636p.
- Fratelli, M.G. (1993) Suelos, Fundaciones y Muros. Caracas. 574p.
- Hernández, E. Manual de Aplicación del Programa SAP2000 v14. Caracas, Venezuela. 363p.
- Hernández, E. (Productor). Videos tutoriales para el manejo del software SAP2000 [Grabación en video]. Caracas, Venezuela.
- Leonhardt, F. (1986). Estructuras de Hormigón Armado. Bases para el armado de estructuras de hormigón armado. Tomo III. Tercera edición. 256p.
- Norma COVENIN-MINDUR 1753 1(R) Año 2005: "Estructuras de Concreto Armado para Edificaciones. Análisis y Diseño" Articulado. Venezuela. 183p.
- Peck, R.B., Hanson, W.E., Thornburn, T.H. (1974) Ingeniería de Cimentaciones. Noriega Editores. 535p.
- Quintero, D., Ussher, J. (2011) Asistente computacional para el análisis, diseño y construcción de un edificio. Trabajo Especial de Grado. Universidad de Los Andes. Mérida, Venezuela.

- Velásquez, J.M. (2001) Diseño Estructural de Fundaciones. Parte II: Cabezales y Pilotes. Caracas, Venezuela.
- Velásquez, J.M. (2012, Abril 09). Cálculo estructural de fundaciones. Materia selectiva ingeniería civil. Caracas: Universidad Central de Venezuela.
- Weber, D.E. (2011) Cimentaciones U.T.N. Santa Fe. 11p.
- Yáñez, D.A. (2006). Análisis de Respuesta Sísmica en Edificios Tipo Túnel, Bajo Régimen Elástico. Trabajo Especial de Grado. Universidad de los Andes. Mérida, Venezuela.



Para comprender el método de las bielas, se debe suponer que el punto D, es el centro de una pequeña superficie cuadrada de lado  $dx$  y  $dy$  (Ver Fig.A.1). Se tiene entonces que:

$$dS = dx \times dy \quad (\text{Ecuación I.1})$$

Si se considera un prisma con centro en C (Intersección de A1A' con B1B') y con base igual a la superficie  $dS$  en el plano A1B1, se puede afirmar que la parte de la carga Q que se reparte a través de este prisma ( $dQ_1$ ) actúa como una biela comprimida.

Suponiendo que  $dQ$  es la componente vertical de dicha fuerza y  $dH$  la horizontal, entonces:

$$dQ = p \times dx \times dy = dQ_1 \times \cos\beta \quad (\text{Ecuación I.2})$$

$$dH = dQ \times \operatorname{tg}\beta \quad (\text{Ecuación I.3})$$

Observando el diferencial de área en planta en la base de la fundación, la recta OD forma un ángulo  $\alpha$  con la horizontal, con lo que  $dH$  se descompone nuevamente en  $dH_x$  y  $dH_y$  en los respectivos planos ortogonales, los cuales vienen dados por:

$$dH_x = dH \times \cos\alpha \quad (\text{Ecuación I.4})$$

$$dH_y = dH \times \operatorname{sen}\alpha \quad (\text{Ecuación I.5})$$

En vista de que la fundación es cuadrada, presenta condiciones de simetría que llevan a que:

$$H_x = H_y = \iint_S p \times \operatorname{tg} \beta \times \cos \alpha dx dy \quad (\text{Ecuación I.6})$$

Donde S es la superficie de la zapata.

Además, por la geometría planteada se observa que:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{OD}{CO} = \frac{\sqrt{(x^2+y^2)}}{\frac{a(h-d')}{(a-a')}} = \frac{(a-a') \times \sqrt{(x^2+y^2)}}{a(h-d')} \quad (\text{Ecuación I.7})$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{(x^2+y^2)}} \quad (\text{Ecuación I.8})$$

Sustituyendo estos términos en la Ecuación I.6 se tiene:

$$H_x = \frac{p \times (a - a')}{a \times (h - d')} \iint_S x dx dy$$

Teniendo en cuenta los límites de integración:

$$H_x = \frac{p \times (a - a')}{a \times (h - d')} \times \left( \frac{a}{2} + \frac{a'}{2} \right) \times \frac{a^2}{8} = \frac{p \times a}{8} \times \frac{a - a'}{h - d'} = \frac{Q}{8} \times \frac{a - a'}{h - d'}$$

En conclusión, las fuerzas de tracción que se producen en la parte inferior de la fundación se podrán calcular como:

$$\boxed{H_x = H_y = \frac{Q}{8} \times \frac{a - a'}{h - d'}} \quad (\text{Ecuación I.9})$$

## CASO II: FUNDACIÓN RECTANGULAR- COLUMNA RECTANGULAR.

Para la formulación del método, se cumplen las mismas igualdades que para la fundación cuadrada explicada anteriormente, tal como se observa en la Fig.A.2.

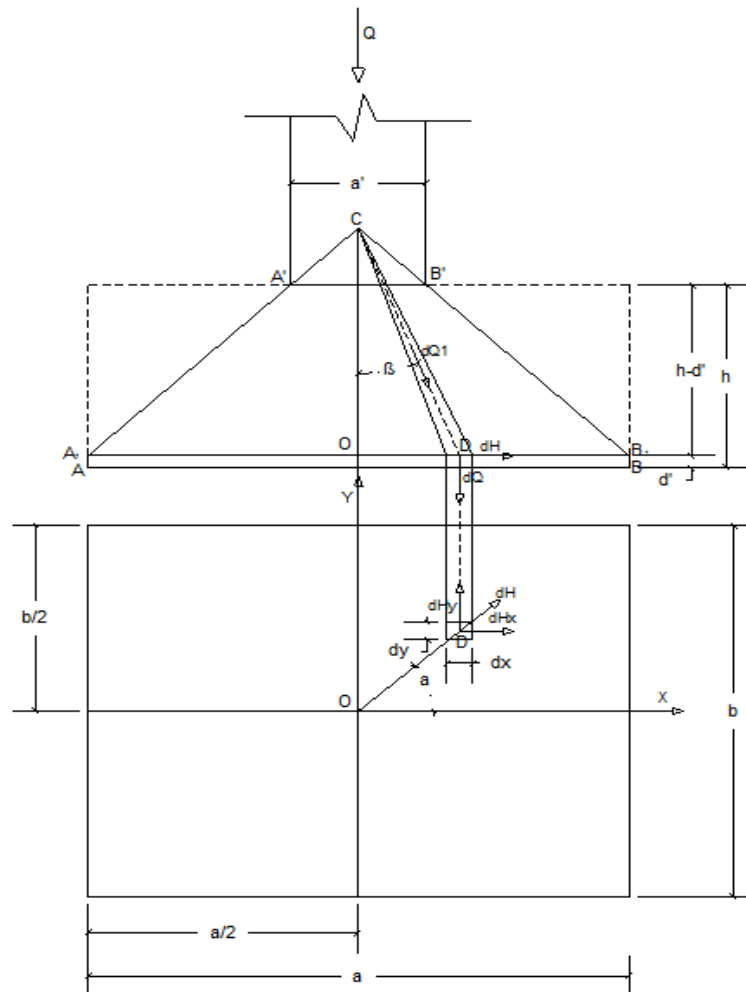


Fig. A. 2: Método de las bielas en columnas rectangulares sobre fundaciones rectangulares.

Mediante relaciones trigonométricas se puede afirmar que:

$$\text{sen } \alpha = \frac{y}{\sqrt{(x^2+y^2)}} \quad \text{cos } \alpha = \frac{x}{\sqrt{(x^2+y^2)}} \quad (\text{Ecuación II.1 y Ecuación II.2})$$

Sustituyendo estos valores en las fórmulas de dHx y dHy deducidas anteriormente para la zapata cuadrada:

$$dHx = \frac{p \times (a-a')}{a \times (h-d')} \times x dx dy \quad (\text{Ecuación II.3})$$

$$dHy = \frac{p \times (b-b')}{a \times (h-d')} \times x dx dy \quad (\text{Ecuación II.4})$$

De donde se obtienen finalmente las fuerzas de tracción en los ejes ortogonales:

$$Hx = \frac{Q}{8} \times \frac{a-a'}{h-d'} \quad (\text{Ecuación II.5})$$

$$Hy = \frac{Q}{8} \times \frac{b-b'}{h-d'} \quad (\text{Ecuación II.6})$$

### CASO III: CABEZALES SOBRE UN PILOTE.

Para analizar el problema planteado por cabezales sobre un pilote, Velásquez (2001) ha propuesto una analogía que supone que:

$$b' \times a' = a''^2 \quad (\text{Ecuación III.1})$$

$$a = \emptyset \quad (\text{Ecuación III.2})$$



Mediante esta hipótesis, se puede utilizar la expresión que se muestra en la Ecuación I.9.

Sustituyendo los valores de  $a''$  y  $a$  se puede concluir que:

$$\boxed{Hx = Hy = \frac{Q}{8} \times \frac{(\phi - \sqrt{a'b'})}{(h-d')}} \quad (\text{Ecuación III.3})$$

#### **CASO IV: CABEZALES SOBRE DOS PILOTES.**

Descomponiendo la carga  $Q_1$  que se transmite en la dirección oblicua de las bielas a cada uno de los pilotes en una horizontal  $F_x$  y una vertical  $F_z$  (Ver Fig. A.3) se tiene que:

$$F_x = Q_1 \operatorname{sen}\beta \quad (\text{Ecuación IV.1})$$

$$F_z = Q_1 \operatorname{cos}\beta \quad (\text{Ecuación IV.2})$$

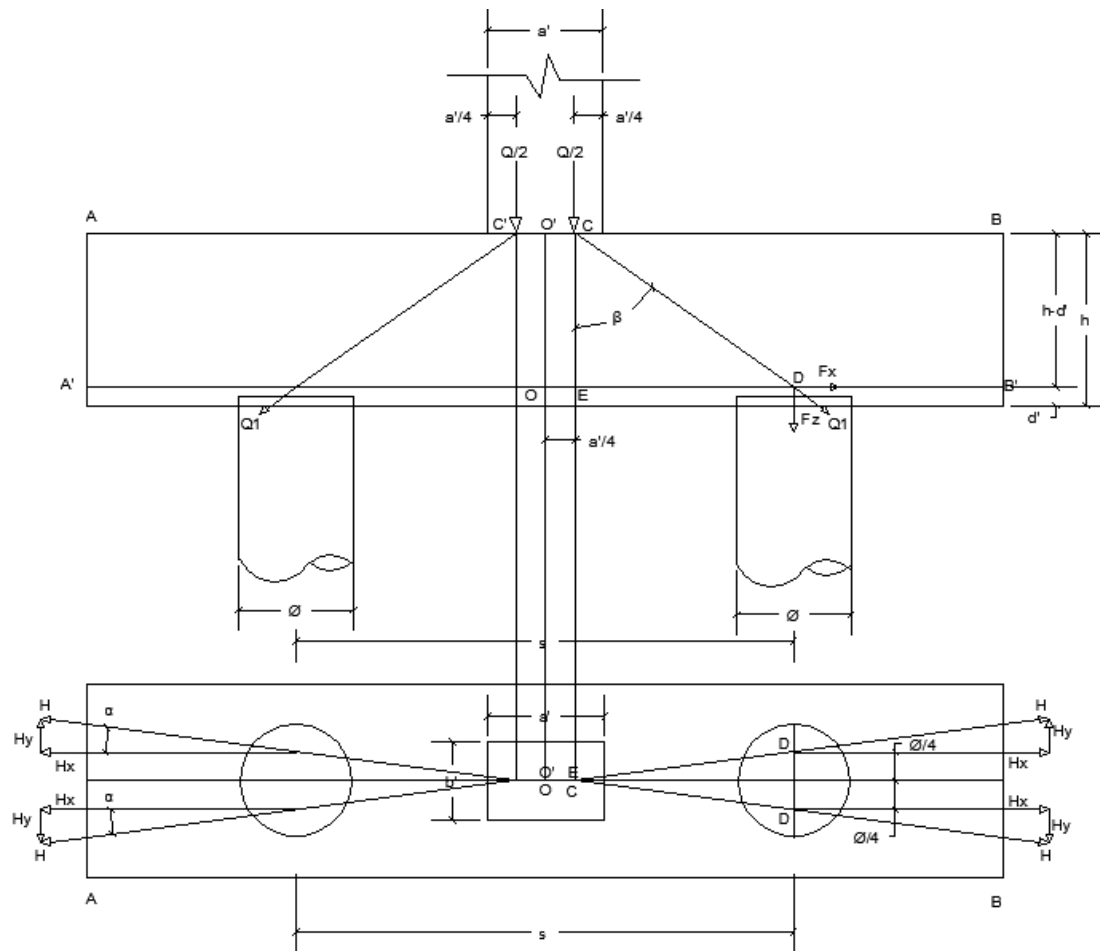


Fig. A. 3: Método de las bielas para cabezal sobre dos pilotes.

Se ha supuesto que la carga se distribuye al pilote a través de dos bielas comprimidas en vista de que de esta manera es posible considerar el efecto de tracción en la dirección más corta del cabezal.

En tal sentido, se tiene que:

$$H = Q_1 \operatorname{sen} \beta = F_z \times \operatorname{tg} \beta \quad (\text{Ecuación IV.3})$$

Como se sabe que el conjunto de fuerzas que se transmiten a la fundación es Q, entonces:

$$2Fz = \frac{Q}{2}$$

Sustituyendo esta expresión en la Ecuación IV.3:

$$H = \frac{Q}{4} \times \operatorname{tg}\beta \quad (\text{Ecuación IV.4})$$

Por otra parte, la geometría observada en la la Fig. A.3 permite afirmar que:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{ED}{CE} = \frac{\sqrt{\left(\left(\frac{\phi^2}{4}\right) + \left(\left(\frac{s}{2} - \frac{a'}{4}\right)^2\right)\right)}}{h-d'} \quad (\text{Ecuación IV.5})$$

A su vez, la fuerza H se puede descomponer en Hx y Hy respectivamente, las cuales vendrían dadas por:

$$Hx = H \cos\alpha \quad (\text{Ecuación IV.6})$$

$$Hy = H \operatorname{sen}\alpha \quad (\text{Ecuación IV.7})$$

Sabiendo que:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\frac{\phi}{4}}{\sqrt{\left(\left(\frac{\phi^2}{4}\right) + \left(\left(\frac{s}{2} - \frac{a'}{4}\right)^2\right)\right)}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\left(\frac{s}{2} - \frac{a'}{4}\right)}{\sqrt{\left(\left(\frac{\phi^2}{4}\right) + \left(\left(\frac{s}{2} - \frac{a'}{4}\right)^2\right)\right)}}$$

Sustituyendo estas expresiones en las Ecuaciones IV.6 y IV.7:

$$Hx = \frac{Q}{4} \times \frac{\left(\frac{s-a'}{2}\right)}{(h-d')} \quad (\text{Ecuación IV.8})$$

$$Hy = \frac{Q}{4} \times \frac{\phi}{(h-d')} \quad (\text{Ecuación IV.9})$$

Por haber considerado dos bielas se tiene que  $F_x=2H_x$  y  $F_y=2H_y$ , por lo que finalmente las fuerzas de tracción en la base del cabezal vienen dadas por:

$$F_x = \frac{Q}{8} \times \frac{(2s-a')}{(h-d')} \quad (\text{Ecuación IV.10})$$

$$F_y = \frac{Q}{8} \times \frac{\phi}{(h-d')} \quad (\text{Ecuación IV.11})$$

### CASO V: CABEZALES SOBRE TRES PILOTES - COLUMNA RECTANGULAR.

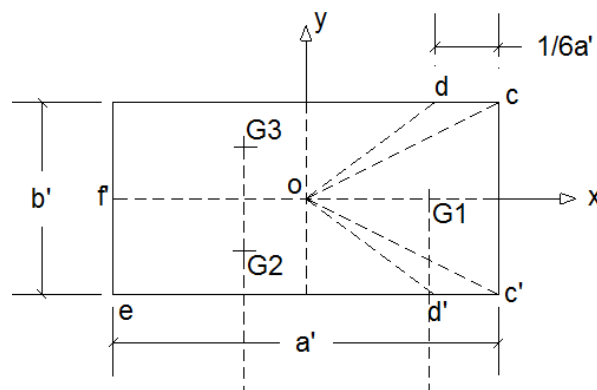


Fig. A. 4: Distribución de la carga a cada pilote.

La superficie  $O_{d'c'c'd'}$  transmite  $Q/3$  al primer pilote y se puede calcular mediante la expresión (Ver Fig. A.4):

$$O_{d'c'c'd'} = (a'b')/3 \quad (\text{Ecuación V.1})$$

Así mismo:

$$O_{c'c'} = (a'b')/4 \quad (\text{Ecuación V.2})$$

$$O_{dc} = O_{d'c'} = \frac{1}{2} * ((a'b')/3 - (a'b')/4) = a'b'/24 \quad (\text{Ecuación V.3})$$

Con esta expresión y considerando la altura  $b'/2$  se puede hallar la distancia  $d_c$ :

$$d_c = d'c' = a'/6 \quad (\text{Ecuación V.4})$$

Obteniendo las coordenadas del centro de gravedad como:

$$X = \frac{23}{72} a' \quad Y = 0$$

En la Fig. A.5 se observa la transmisión de la carga  $Q/3$  por la biela comprimida que se convierte en la fuerza oblicua  $Q_1$ , la cual se descompone en  $F_x$  y  $F_z$  que se pueden determinar como:

$$F_x = Q_1 * \text{Sen}\beta \quad (\text{Ecuación V.5})$$

$$F_z = Q_1 * \text{Cos}\beta \rightarrow Q_1 = F_z / \text{Cos}\beta (\text{Ecuación V.6})$$

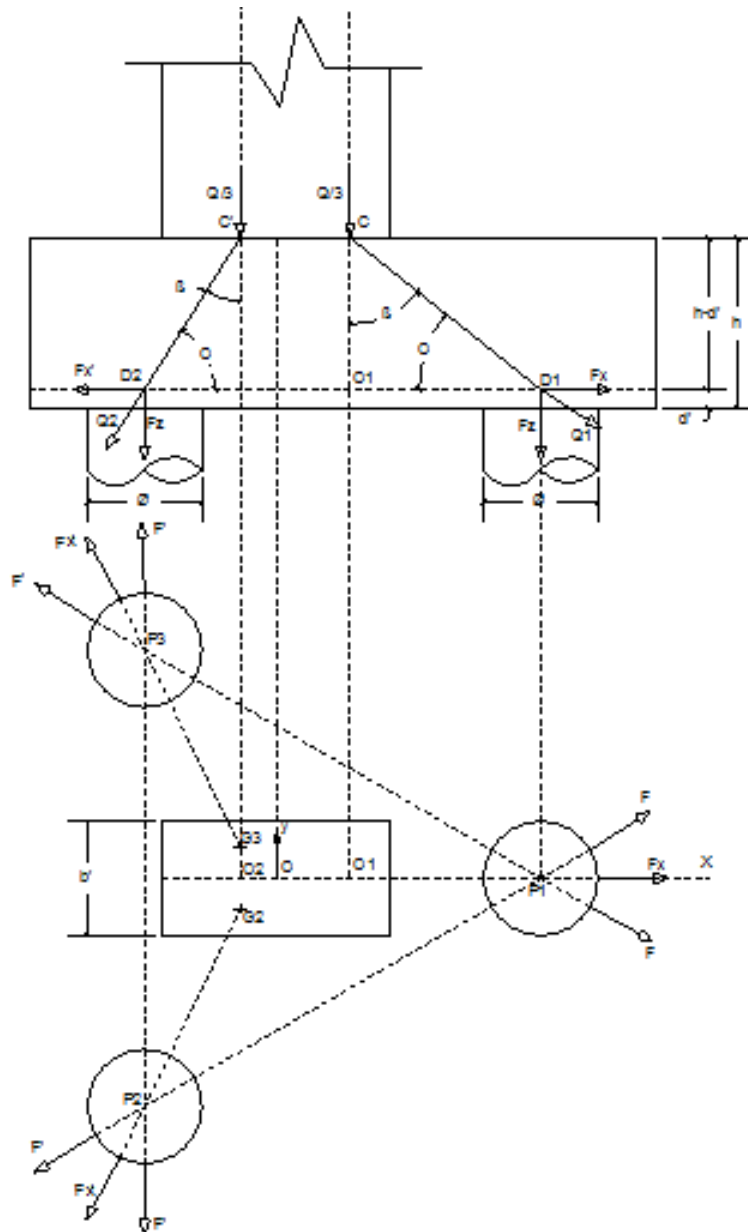


Fig. A. 5: Método de las bielas en cabezales sobre 3 pilotes.

Por lo que sustituyendo la Ecuación V.5 en la Ecuación V.6:

$$F_x = F_z \cdot \tan \beta = Q/3 \cdot \tan \beta \quad (\text{Ecuación V.7})$$

Como se sabe que el cabezal es un triángulo equilátero, se tiene que:

$$\tan \beta = \frac{O_1 D_1}{O_1 C}$$

$$O1D1 = D1O - O1O$$

$$D1O = \text{Cos}30^\circ * S * \frac{2}{3} = S * \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$OO1=G1$$

$$O1O = \frac{23}{72} a'$$

Sustituyendo estas expresiones en la Ecuación V.7:

$$Fx = \frac{Q}{3} * \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} * S - \frac{23}{72} a'}{(h - d')}$$

Conociendo Fx, es posible obtener F como:

$$2 * F * \text{Cos}30^\circ = Fx$$

$$F = \frac{Fx}{\sqrt{3}}$$

$$F = \frac{Q * S}{9 * (h - d')} * \left(1 - 0,553 * \frac{a'}{S}\right) \quad (\text{Ecuación V.8})$$

Ya conocida la fuerza que se produce en el pilote uno con la superficie Odcc'd', ahora se debe estudiar la carga que se transmite al cabezal por la superficie Od'ef' que se muestra en la Fig. A.6.

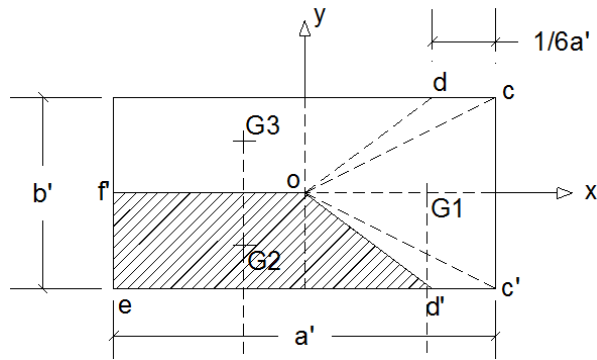


Fig. A. 6: Transmisión de la carga al segundo pilote.

Es posible obtener el área que transmite la carga al segundo pilote mediante la ecuación:

$$Od'ef' = (a'b')/3 \quad (\text{Ecuación V.9})$$

Las coordenadas del centro de gravedad de la superficie  $Od'ef'$  vienen dadas por:

$$X = \frac{23}{144} a'$$

$$Y = -\frac{39}{144} b'$$

Sabiendo que:

$$F_x' = Q_1' \cdot \text{Sen}\beta \quad (\text{Ecuación V.10})$$

$$F_z = Q_1' \cdot \text{Cos}\beta \rightarrow Q_1' = F_z / \text{Cos}\beta \quad (\text{Ecuación V.11})$$

Se puede obtener:

$$F_x = F_z \cdot \text{Tan}\beta = Q/3 \cdot \text{Tan}\beta \quad (\text{Ecuación V.12})$$



$$\tan\beta = \frac{O2D2}{O2C'}$$

$$O2C' = (h-d')$$

$$G2 = \left(-\frac{23}{144}a'; -\frac{39}{144}b'\right)$$

Las coordenadas de D2 se pueden obtener como:

$$D2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{6}S; \frac{S}{2}\right)$$

En base a lo anterior, se puede hallar la distancia O2G2 como:

$$O2G2 = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{6} * S - \frac{23}{144}a'\right)^2 + \left(\frac{S}{2} - \frac{39}{144}b'\right)^2}$$

Sustituyendo en la Ecuación V.12:

$$F_x = \frac{Q}{3 * (h - d')} \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{6} * S - \frac{23}{144}a'\right)^2 + \left(\frac{S}{2} - \frac{39}{144}b'\right)^2}$$

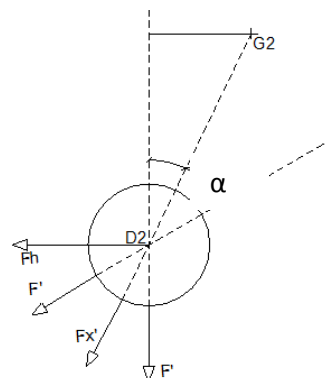


Fig. A. 7: Descomposición de la fuerza F'.

En la Fig. A.7 se observa que:

$$F' = F'x * \text{Cos}\alpha$$

$$Fh = F'x * \text{Sen}\alpha$$

$$F = \frac{Fh}{\text{Cos}30^\circ} = \frac{F'x * \text{Sen}\alpha}{\text{Cos}30^\circ}$$

$$F' = \frac{Q}{3 * (h - d')} \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{6} * S - \frac{23}{144} a'\right)^2 + \left(\frac{S}{2} - \frac{39}{144} b'\right)^2}$$

$$* \frac{\frac{S}{2} - \frac{39}{144} b'}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{6} S - \frac{23}{144} a'\right)^2 + \left(\frac{S}{2} * \frac{39}{144} b'\right)^2}} * \frac{1}{2}$$

Reduciendo las expresiones se tiene:

$$F' = \frac{3}{18} * \frac{Q * S}{(h - d')} * \left(1 - 0,542 * \frac{b'}{S}\right) \quad (\text{Ecuación V.13})$$

$$F = \frac{2}{18} * \frac{Q * S}{(h - d')} * \left(1 - 0,553 * \frac{a'}{S}\right) \quad (\text{Ecuación V.14})$$

Para el tercer pilote se toman estas mismas formulaciones, ya que según la distribución de la carga que se explica en la Fig. A.5, el área que se distribuye al pilote 2 es igual a la abarcada por el pilote 3.

**CASO VI: CABEZAL SOBRE CUATRO PILOTES - COLUMNA RECTANGULAR.**

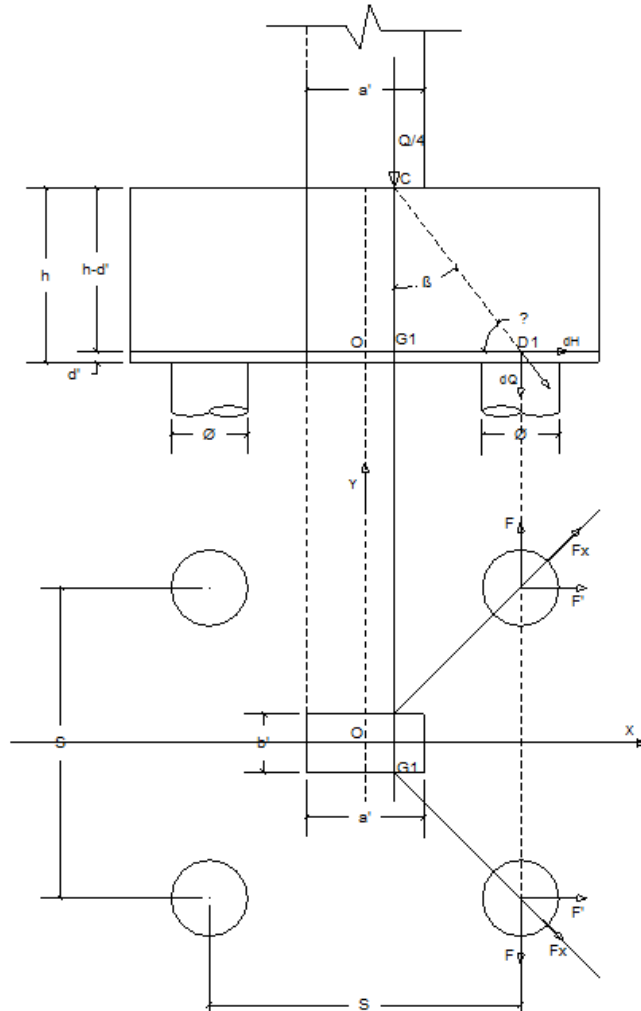


Fig. A. 8: Método de las bielas comprimidas en cabezal sobre 4 pilotes.

En la Fig. A.8 se observa la transmisión de la carga vertical  $Q/4$  por la biela comprimida CD1.

Descomponiendo la carga  $Q1$  en una horizontal  $F_x$  y una vertical  $F_z$  se tiene que:

$$F_x = Q1 \operatorname{sen}\beta \quad (\text{Ecuación VI.1})$$

$$Fz = Q1 \cos\beta \rightarrow Q1 = Fz / \cos\beta \quad (\text{Ecuación VI.2})$$

En tal sentido, se tiene que:

$$Fx = Fz * \operatorname{tg}\beta \quad (\text{Ecuación VI.3})$$

Como se sabe que el conjunto de fuerzas que se transmiten en la fundación es Q, entonces:

$$Fz = \frac{Q}{4}$$

Se puede afirmar que:

$$Fx = \frac{Q}{4} \times \operatorname{tg}\beta \quad (\text{Ecuación VI.4})$$

De la Fig. A.8 se observa que

$$\operatorname{Tan}\beta = \frac{D1G1}{G1C}$$

$$G1C = h - d'$$

$$D1 = \left(\frac{S}{2}; \frac{S}{2}\right)$$

$$G1 = \left(\frac{a'}{4}; \frac{b'}{4}\right)$$

$$D1G1 = \sqrt{\left(\frac{S}{2} - \frac{a'}{4}\right)^2 + \left(\frac{S}{2} - \frac{b'}{4}\right)^2}$$

Sustituyendo en la Ecuación VI.4

$$F_x = \frac{Q}{4(h-d')} \sqrt{\left(\frac{S}{2} - \frac{a'}{4}\right)^2 + \left(\frac{S}{2} - \frac{b'}{4}\right)^2}$$

Luego la fuerza de tracción F de las armaduras es:

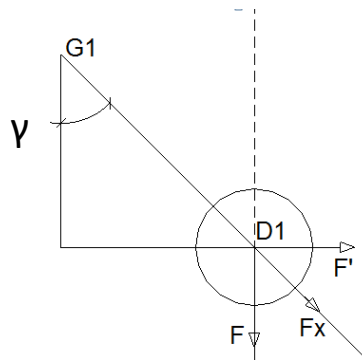


Fig. A. 9: Descomposición de la fuerza Fx.

$$\text{Cos} \gamma = \frac{F'}{F_x}$$

$$\text{Sen} \gamma = \frac{F}{F_x}$$

$$F' = F_x * \text{Cos} \gamma$$

$$F = F_x * \text{Sen} \gamma$$

Finalmente, según se observa en la Fig. A.9:

$$F' = \frac{Q}{4(h-d')} \times \left(1 * \frac{a'}{2S}\right)$$

(Ecuación VI.5)

$$F = \frac{Q}{4(h-d')} \times \left(1 * \frac{b'}{2S}\right)$$

(Ecuación VI.6)

## APENDICE B

### ANÁLISIS DE FUERZAS Y ESFUERZOS ARROJADOS POR EL PROGRAMA SAP2000

El método de los elementos finitos aplicado mediante el programa SAP2000 arroja una serie de resultados (Fuerzas y esfuerzos) con respecto a sus ejes locales.

Para la comprensión de dicha respuesta se realizó un modelo simple que consiste en una viga de concreto armada empotrada en sus extremos. En la tabla B.1 se muestran los datos usados para el modelo.

Tabla B. 1: Datos ejemplo base. Viga empotrada-empotrada.

DATOS			
L (m)	10	b (cm)	50
q (kgf/m)	70000	h (cm)	100

Las tensiones normales producidas por el momento flector se llaman tensiones de flexión y las relaciones entre estas tensiones y el momento se expresan mediante la fórmula de flexión.

Para realizar estas relaciones se hacen las siguientes hipótesis:

- Se cumple el principio de Navier-Stokes: Las secciones planas de la viga permanecen planas luego de la aplicación de la carga.
- El material es homogéneo y obedece la ley de Hooke.

- El módulo elástico es igual a tracción que a compresión.
- La viga es inicialmente recta y de sección constante.
- El plano en el que actúan las fuerzas contiene a uno de los ejes principales de la sección recta de la viga y las cargas actúan perpendicularmente al eje longitudinal de ésta.

Para la deducción de la fórmula se plantea que las deformaciones elásticas junto con la ley de Hooke determinan la forma de la distribución de tensiones y mediante las condiciones de equilibrio se establece la relación entre las tensiones y las cargas. Luego se obtiene que la fuerza normal por flexión sea:

$$\sigma = \frac{M * y}{I}$$

Dónde:

$\sigma$ : es el esfuerzo normal por flexión en una fibra situada a la distancia “y” del eje neutro.

M: es el momento flector generado por las fuerzas externas, en la sección estudiada.

y: representa la distancia a la que se encuentra la fibra estudiada del eje neutro.

I: momento de inercia de la sección.

Esta expresión indica que la tensión debida a la flexión en cualquier sección es directamente proporcional a la distancia del punto considerado al eje neutro.

En la Fig.B.1 se observa la sección transversal de la viga en estudio y su diagrama de esfuerzos.

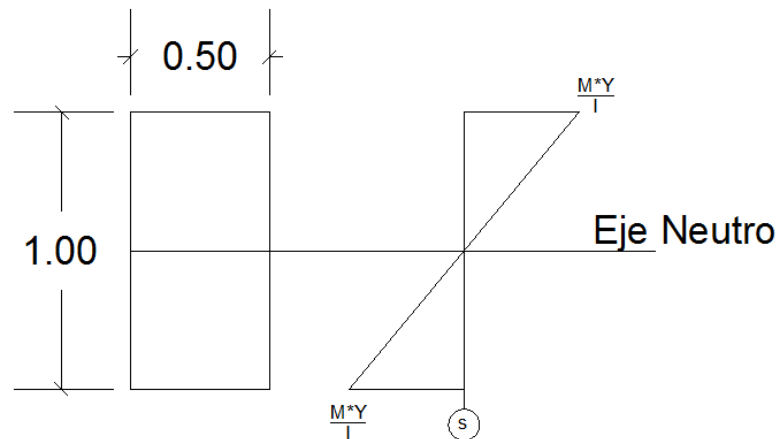


Fig. B. 1: Sección transversal de la viga y su diagrama de esfuerzo.

En la Fig. B.2 se muestra el modelo de la viga empotrada en sus extremos y su diagrama de momento realizada en “frame section”.

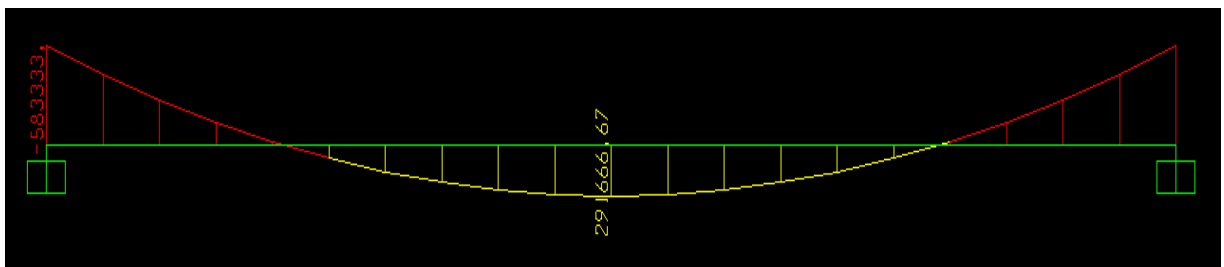


Fig. B. 2: Diagrama de momentos de la viga empotrada-empotrada.

Como el caso de estudio (viga-cabezal) fue realizado mediante áreas, se dispuso a estudiar el comportamiento de esta viga empotrada-empotrada en esta propiedad para realizar comparaciones más precisas.



En la figura B.3 se presenta la viga en estudio realizada con la propiedad de áreas en el programa SAP2000.

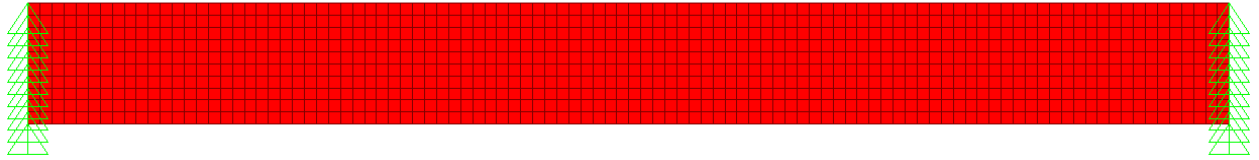


Fig. B. 3: Viga empotrada realizada en áreas.

Como se observa, la viga se dividió en elementos finitos de 10x10cm y se le aplicaron las acciones necesarias a los nodos para lograr una carga distribuida de 70000Kgf/m.

Como se sabe que:

$$M = 291666,67\text{Kgf}\cdot\text{m}$$

$$I = b\cdot h^3/12 = 4166666,67\text{cm}^4$$

Se solicitó al programa el diagrama para los esfuerzos 11 (Ver Fig.B.4) y se observaron los valores cada 10cm en la parte central de la viga, para saber si se estaba realizando bien la teoría de flexión. Por otra parte, se calculó mediante la fórmula anteriormente descrita los esfuerzos generados en dicha viga.

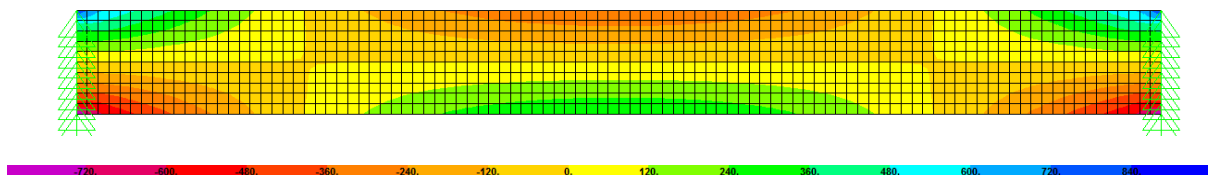


Fig. B. 4: Esfuerzos 11 para la viga empotrada-empotrada.

Para el cálculo de la fuerzas se solicitó al programa las fuerzas 11, que se obtienen como resultados de multiplicar los esfuerzos por el ancho de la sección en cuestión (50cm). En la tabla B.2 se presentan los valores arrojados por el programa y los calculados.

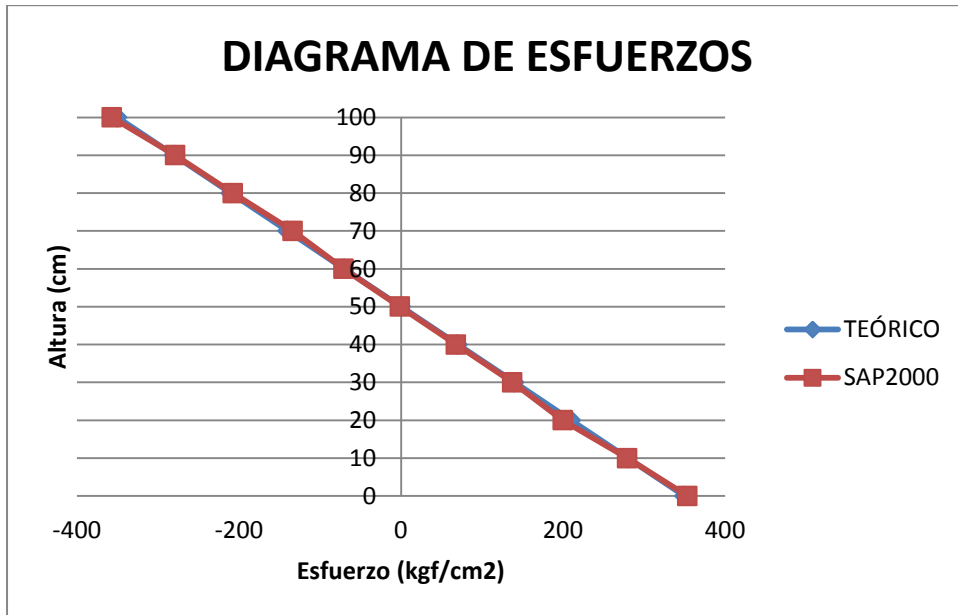
Tabla B. 2: Comparación de las fuerzas. Viga empotrada-empotrada.

Y (cm)	TEÓRICO		SAP2000		Variación
	$\sigma$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	Fuerza (kgf/cm)	s11 (kgf/cm <sup>2</sup> )	F11 (kgf/cm)	
100	-350	-17500	-356,79	-17839,5	2%
90	-280	-14000	-278,73	-13936,5	0%
80	-210	-10500	-207,68	-10384	1%
70	-140	-7000	-133,7	-6685	5%
60	-70	-3500	-70,72	-3536	1%
50	0	0	-1,36	-68	-
40	70	3500	68,09	3404,5	3%
30	140	7000	137,7	6885	2%
20	210	10500	199,84	9992	5%
10	280	14000	286,69	14334,5	2%
0	350	17500	353,68	17684	1%

Como se observa, los resultados que arroja el programa comparados con los calculados por la formula de flexión presentan una variacion menor al 5%, esto se puede generar debido a la presición con la que se toman los decimales.

En la gráfica B.1 se representaron los esfuerzos generados en la viga cada 10cm.

Gráfica B. 1: Esfuerzos de la viga empotrada-empotrada.



Para el cálculo de las tracciones resultantes, se halló la altura en la que está localizada la fuerza de tracción, haciendo momento en la base de la viga. En tal sentido se tiene que:

$$y_t = \frac{F_1 \times 5 + F_2 \times 15 + F_3 \times 25 + F_4 \times 35 + F_5 \times 45}{F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5}$$

Luego, la fuerza de tracción localizada a 5cm de la base de la viga (donde se encuentra el acero de refuerzo) se halló mediante la siguiente relación de equilibrio:

$$F_r \rightarrow (h - y_t)$$

$$T \rightarrow (h - 5\text{cm})$$

En tal sentido, es posible conocer la fuerza de tracción localizada a 5cm de la base de la viga como:

$$T = \frac{Fr \times (h - yt)}{(h - 5cm)}$$

Dicho procedimiento se realizó, tanto con los valores obtenidos teóricamente, como para los arrojados por el SAP2000 (Ver tablas B.3 y B.4).

Tabla B. 3: Cálculo de la fuerza T mediante el SAP2000.

SAP2000				
y (cm)	F (Kgf/cm)	F*y (Kgf)	yt (cm)	16,87
5	15793,00	78965,00	H. Trac(cm)	50,00
15	12191,00	182865,00	T. Max (kgf/cm)	17684,00
25	8646,00	216150,00	Tresult (kgf)	884200,00
35	5144,00	180040,00	<b>T (Kgf)</b>	<b>465368,42</b>
45	1668,00	75060,00		
55	0,00	0,00		
Σ	43442,00	733080,00		

Tabla B. 4: Cálculo de la fuerza T teóricamente.

TEÓRICO				
y (cm)	F (Kgf/cm)	F*y (Kgf)	yt (cm)	17,00
5	15750,00	78750,00	H. Trac(cm)	50,00
15	12250,00	183750,00	T. Max (kgf/cm)	17500,00
25	8750,00	218750,00	Tresult (kgf)	875000,00
35	5250,00	183750,00	<b>T (Kgf)</b>	<b>460526,32</b>
45	1750,00	78750,00		
Σ	43750,00	743750,00		

Dichos valores presentan una variación de tan sólo 1% entre sí, por lo que se puede afirmar que el análisis de la viga en cuestión realizado por el programa SAP2000 arroja resultados válidos y aceptables para el cálculo y diseño de la misma.

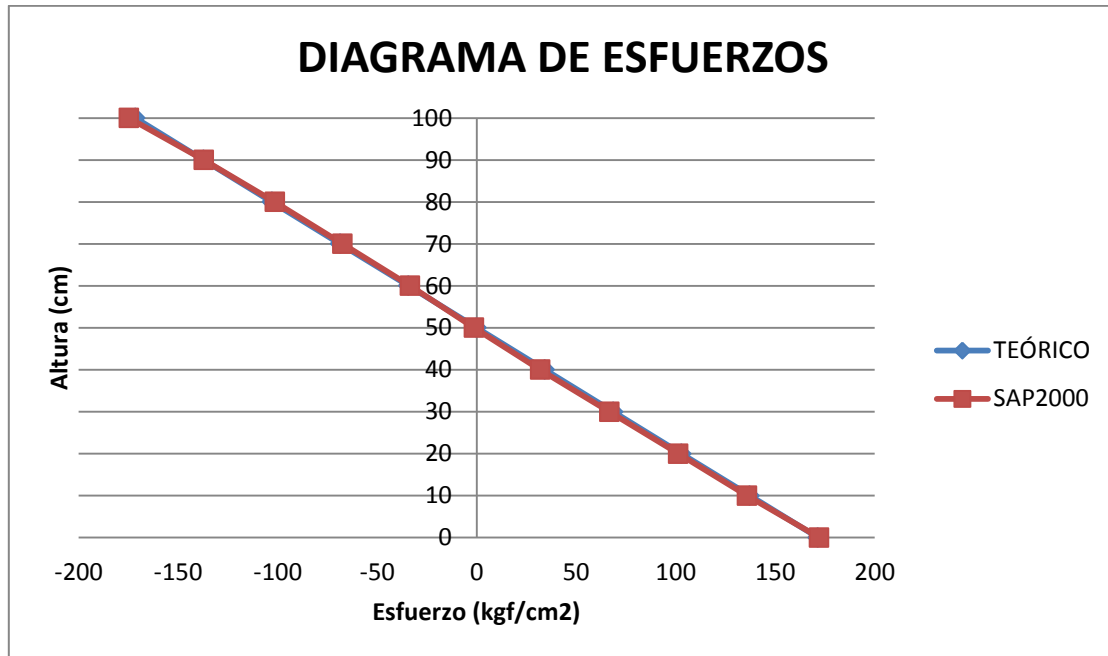
Una vez obtenida esta conclusión, se realizó el análisis de vigas de longitudes menores (7m, 5m, 3m y 1m) con el objetivo de demostrar si a través del programa se obtienen valores aceptables independientemente de la rigidez del elemento.

Para el análisis de la viga de 7m, la cual constituye un elemento medianamente flexible el momento máximo tiene un valor de 142.917 kgf-m se obtuvieron los valores de esfuerzos y fuerzas mostrados en la tabla B.5 y el gráfico B.2.

Tabla B. 5: Esfuerzos y fuerzas teóricas y calculadas por el SAP2000 para viga de 7m.

Y (cm)	TEÓRICO		SAP2000		Variación
	$\sigma$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	Fuerza (kgf/m)	s11 (kgf/cm <sup>2</sup> )	F11 (kgf/m)	
100	-171,5	-8575	-174,72	-8736	2%
90	-137,2	-6860	-137,07	-6853,5	0%
80	-102,9	-5145	-101,44	-5072	1%
70	-68,6	-3430	-67,41	-3370,5	2%
60	-34,3	-1715	-33,45	-1672,5	3%
50	0	0	-1,32	-66	-
40	34,3	1715	31,89	1594,5	7%
30	68,6	3430	66,65	3332,5	3%
20	102,9	5145	101,34	5067	2%
10	137,2	6860	135,82	6791	1%
0	171,5	8575	172,11	8605,5	0%

Gráfica B. 2: Diagramas de esfuerzo teórico y mediante el SAP2000 para una viga de longitud 7m.



En cuanto a las fuerzas de tracción resultantes se encuentran calculadas en las tablas B.6 y B.7.

Tabla B. 6: Fuerza de tracción mediante el SAP2000 para una viga de 7m.

SAP2000				
y (cm)	F (Kgf/cm)	F*y (Kgf)	yt (cm)	16,75
5	7658,00	38290,00	H. Trac(cm)	50,00
15	5865,00	87975,00	T. Max (kgf/cm)	8487,00
25	4129,00	103225,00	Tresult (kgf)	424350,00
35	2435,00	85225,00	<b>T (Kgf)</b>	<b>223342,11</b>
45	767,00	34515,00		
55	0,00	0,00		
Σ	20854,00	349230,00		

Tabla B. 7: Cálculo de la fuerza resultante teórica para una viga de 7m.

TEÓRICO				
y (cm)	F (Kgf/cm)	F*y (Kgf)	yt (cm)	17,00
5	7717,50	38587,50	H. Trac(cm)	50,00
15	6002,50	90037,50	T. Max (kgf/cm)	8575,00
25	4287,50	107187,50	Tresult (kgf)	428750,00
35	2572,50	90037,50	<b>T (Kgf)</b>	<b>225657,89</b>
45	857,50	38587,50		
Σ	21437,50	364437,50		

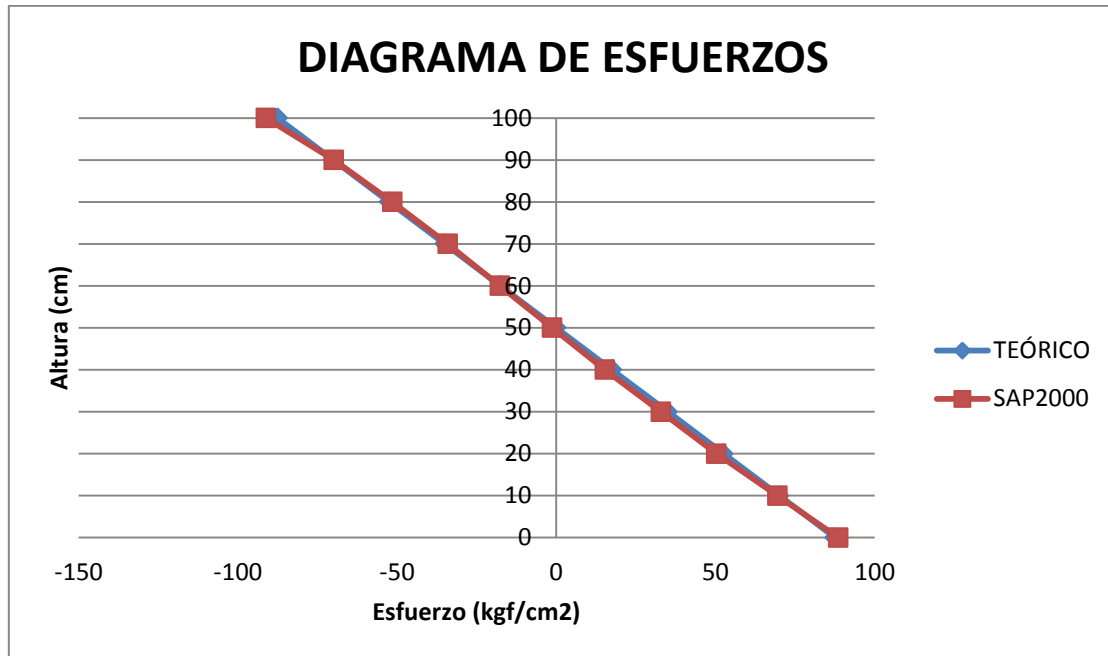
La variación entre la fuerza resultante de tracción teórica y la arrojada por el SAP2000 es del 1%.

Para el análisis de la viga de 5m, la cual constituye un elemento medianamente rígido, el momento máximo tiene un valor de 72.917 kgf-m se obtuvieron los valores de esfuerzos y fuerzas mostrados en la tabla B.8 y el gráfico B.3.

Tabla B. 8: Esfuerzos y fuerzas teóricas y calculadas por el SAP2000 para viga de 5m.

Y (cm)	TEÓRICO		SAP2000		Variación
	$\sigma$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	Fuerza (kgf/m)	s11 (kgf/cm <sup>2</sup> )	F11 (kgf/m)	
100	-87,5	-4375	-91,14	-4557	4%
90	-70	-3500	-69,84	-3492	0%
80	-52,5	-2625	-51,49	-2574,5	2%
70	-35	-1750	-34,1	-1705	3%
60	-17,5	-875	-17,73	-886,5	1%
50	0	0	-1,29	-64,5	-
40	17,5	875	15,27	763,5	13%
30	35	1750	32,87	1643,5	6%
20	52,5	2625	50,31	2515,5	4%
10	70	3500	69,43	3471,5	1%
0	87,5	4375	88,56	4428	1%

Gráfica B. 3: Diagramas de esfuerzo teórico y mediante el SAP2000 para una viga de longitud 5m.



En cuanto a las fuerzas de tracción resultantes se encuentran calculadas en las tablas B.9 y B.10.

Tabla B. 9: Fuerza de tracción mediante el SAP2000 para una viga de 5m.

SAP2000				
y (cm)	F (Kgf/cm)	F*y (Kgf)	yt (cm)	16,51
5	3913,00	19565,00	H. Trac(cm)	50,00
15	2953,00	44295,00	T. Max (kgf/cm)	4428,00
25	2050,00	51250,00	Tresult (kgf)	221400,00
35	1189,00	41615,00	<b>T (Kgf)</b>	<b>116526,32</b>
45	354,00	15930,00		
55	0,00	0,00		
Σ	10459,00	172655,00		



Tabla B. 10: Cálculo de la fuerza resultante teórica para una viga de 5m.

TEÓRICO				
y (cm)	F (Kgf/cm)	F*y (Kgf)	yt (cm)	17,00
5	3937,50	19687,50	H. Trac(cm)	50,00
15	3062,50	45937,50	T. Max (kgf/cm)	4375,00
25	2187,50	54687,50	Tresult (kgf)	218750,00
35	1312,50	45937,50	<b>T (Kgf)</b>	<b>115131,58</b>
45	437,50	19687,50		
Σ	10937,50	185937,50		

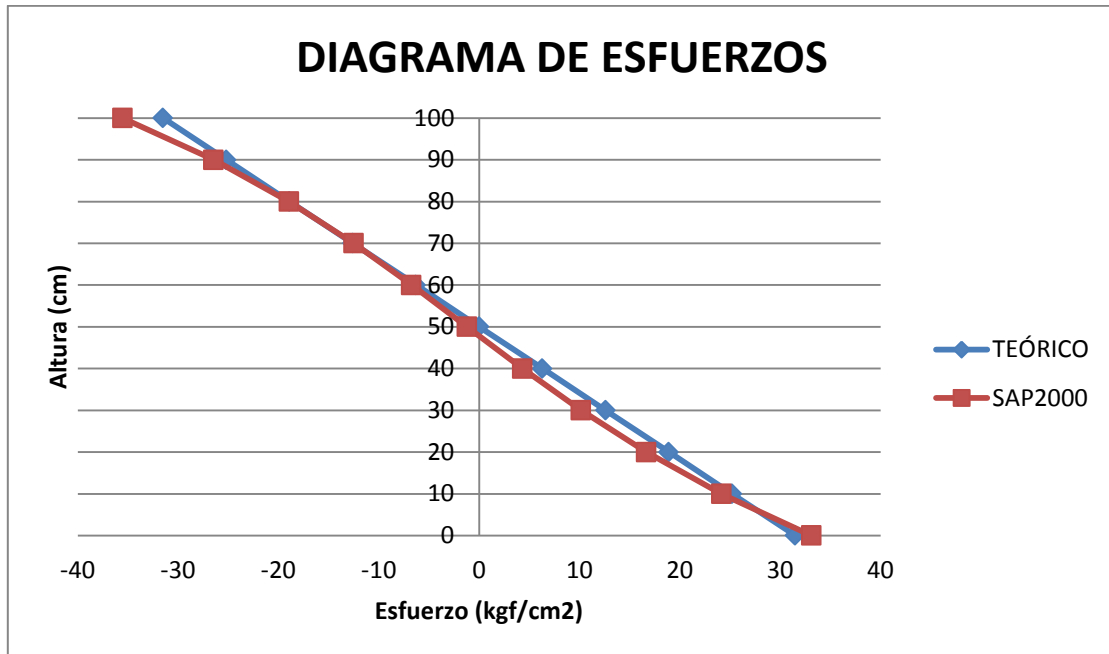
La variación entre la fuerza resultante de tracción teórica y la arrojada por el SAP2000 es del 1%.

Para el análisis de la viga de 3m, la cual constituye un elemento medianamente rígido, el momento máximo tiene un valor de 26.250 kgf-m se obtuvieron los valores de esfuerzos y fuerzas mostrados en la tabla B.11 y el gráfico B.4.

Tabla B. 11: Esfuerzos y fuerzas teóricas y calculadas por el SAP2000 para viga de 3m.

Y (cm)	TEÓRICO		SAP2000		Variación
	$\sigma$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	Fuerza (kgf/m)	s11 (kgf/cm <sup>2</sup> )	F11 (kgf/m)	
100	-31,5	-1575	-35,54	-1777	13%
90	-25,2	-1260	-26,47	-1323,5	5%
80	-18,9	-945	-18,95	-947,5	0%
70	-12,6	-630	-12,5	-625	1%
60	-6,3	-315	-6,75	-337,5	7%
50	0	0	-1,21	-60,5	-
40	6,3	315	4,31	215,5	32%
30	12,6	630	10,16	508	19%
20	18,9	945	16,65	832,5	12%
10	25,2	1260	24,14	1207	4%
0	31,5	1575	33,11	1655,5	5%

Gráfica B. 4: Diagramas de esfuerzo teórico y mediante el SAP2000 para una viga de longitud 3m.



En cuanto a las fuerzas de tracción resultantes se encuentran calculadas en las tablas B.12 y B.13.

Tabla B. 12: Fuerza de tracción mediante el SAP2000 para una viga de 3m.

SAP2000				
y (cm)	F (Kgf/cm)	F*y (Kgf)	yt (cm)	15,65
5	1429,00	7145,00	H. Trac(cm)	50,00
15	1023,00	15345,00	T. Max (kgf/cm)	1656,00
25	674,00	16850,00	Tresult (kgf)	82800,00
35	367,00	12845,00	<b>T (Kgf)</b>	<b>43578,95</b>
45	84,00	3780,00		
Σ	3577,00	55965,00		

Tabla B. 13: Cálculo de la fuerza resultante teórica para una viga de 3m.

TEÓRICO				
y (cm)	F (Kgf/cm)	F*y (Kgf)	yt (cm)	17,00
5	1417,50	7087,50	H. Trac(cm)	50,00
15		0,00	T. Max (kgf/cm)	1575,00
25	787,50	19687,50	Tresult (kgf)	78750,00
35	472,50	16537,50	<b>T (Kgf)</b>	<b>41447,37</b>
45	157,50	7087,50		
$\Sigma$	3937,50	66937,50		

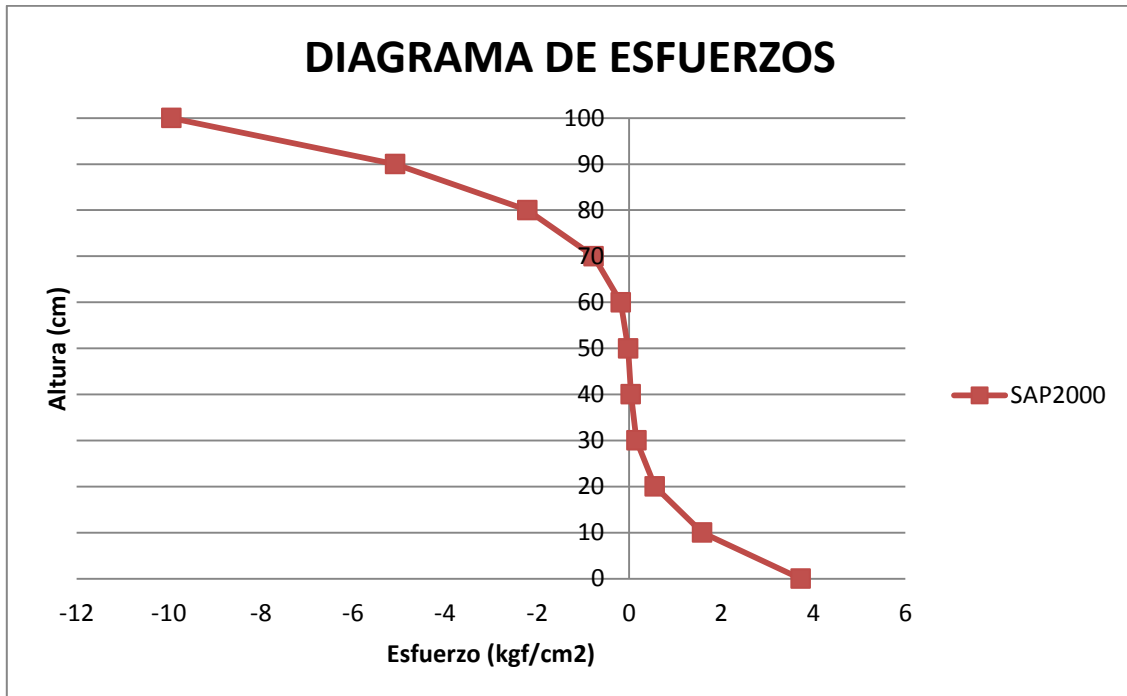
La variación entre la fuerza resultante de tracción teórica y la arrojada por el SAP2000 es del 5%.

Para el análisis de la viga de 1m, la cual constituye un elemento muy rígido, el momento máximo tiene un valor de 2.917 kgf-m se obtuvieron los valores de esfuerzos y fuerzas mostrados en la tabla B.14 y el gráfico B.5.

Tabla B. 14: Esfuerzos y fuerzas teóricas y calculadas por el SAP2000 para viga de 1m.

Y (cm)	TEÓRICO		SAP2000		Variación
	$\sigma$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	Fuerza (kgf/m)	s11 (kgf/cm <sup>2</sup> )	F11 (kgf/m)	
100	-3,5	-175	-9,94	-497	184%
90	-2,8	-140	-5,08	-254	81%
80	-2,1	-105	-2,21	-110,5	5%
70	-1,4	-70	-0,77	-38,5	82%
60	-0,7	-35	-0,18	-9	289%
50	0	0	-0,02	-1	-
40	0,7	35	0,04	2	94%
30	1,4	70	0,16	8	89%
20	2,1	105	0,56	28	73%
10	2,8	140	1,59	79,5	43%
0	3,5	175	3,73	186,5	6%

Gráfica B. 5: Diagramas de esfuerzo mediante el SAP2000 para una viga de longitud 1m.



En cuanto a las fuerzas de tracción resultantes se encuentran calculadas en las tablas B.15 y B.16.

Tabla B. 15: Fuerza de tracción mediante el SAP2000 para una viga de 1m.

SAP2000				
y (cm)	F (Kgf/cm)	F*y (Kgf)	yt (cm)	12,93
5	134,00	670,00	H. Trac(cm)	50,00
15	61,00	915,00	T. Max (kgf/cm)	187,00
25	28,00	700,00	Tresult (kgf)	9350,00
35	14,00	490,00	<b>T (Kgf)</b>	<b>4921,05</b>
45	9,00	405,00		
$\Sigma$	246,00	3180,00		

Tabla B. 16: Cálculo de la fuerza resultante teórica para una viga de 1m.

TEÓRICO				
y (cm)	F (Kgf/cm)	F*y (Kgf)	yt (cm)	16,56
5	157,50	787,50	H. Trac(cm)	50,00
15	122,50	1837,50	T. Max (kgf/cm)	17684,00
25	87,50	2187,50	Tresult (kgf)	8750,00
35	52,50	1837,50	<b>T (Kgf)</b>	<b>4605,26</b>
45	17,50	787,50		
$\Sigma$	560,00	9275,00		

La variación entre la fuerza resultante de tracción teórica y la arrojada por el SAP2000 es del 6%.

Al estudio el ejemplo planteado por la viga de 1m, por ser un elemento muy rígido como las vigas-cabecal analizadas, se pudo notar que el diagrama de esfuerzos arrojado por el programa no coincide con la respuesta teórica que se puede esperar para un elemento con dicha rigidez (Ver Fig. B.5).

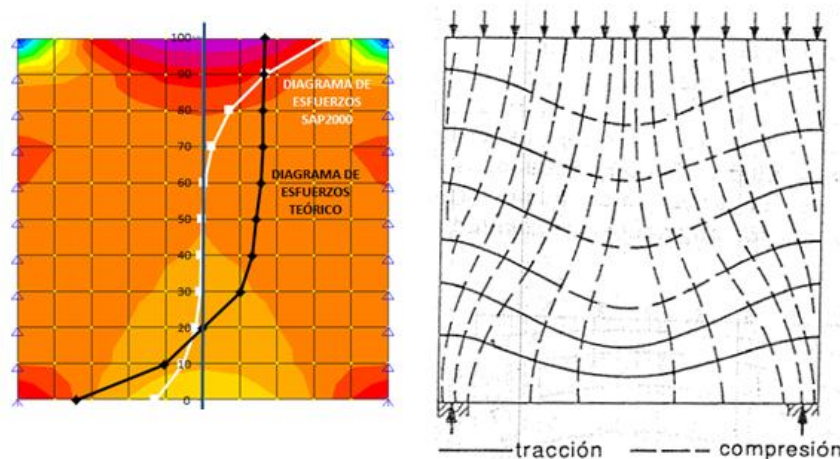


Fig. B. 5: Diagrama de esfuerzos para una viga rígida y distribución de tensiones según Leonhardt (1986).

APENDICE C

DETALLE DE CABEZALES SEGÚN JOSE M. VELÁSQUEZ.

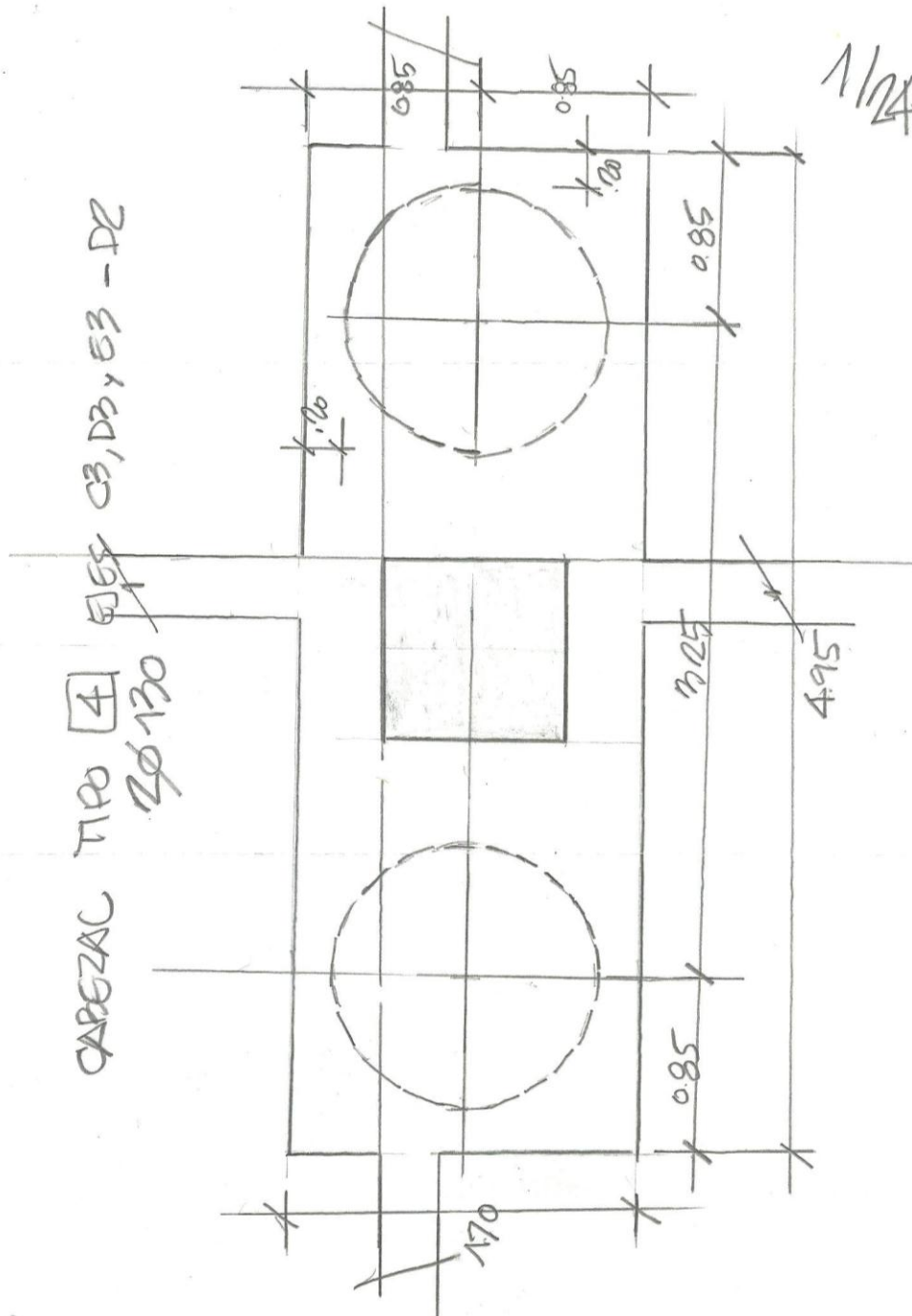


Fig. C. 1: Vista en planta de cabezal típico sobre dos pilotes.

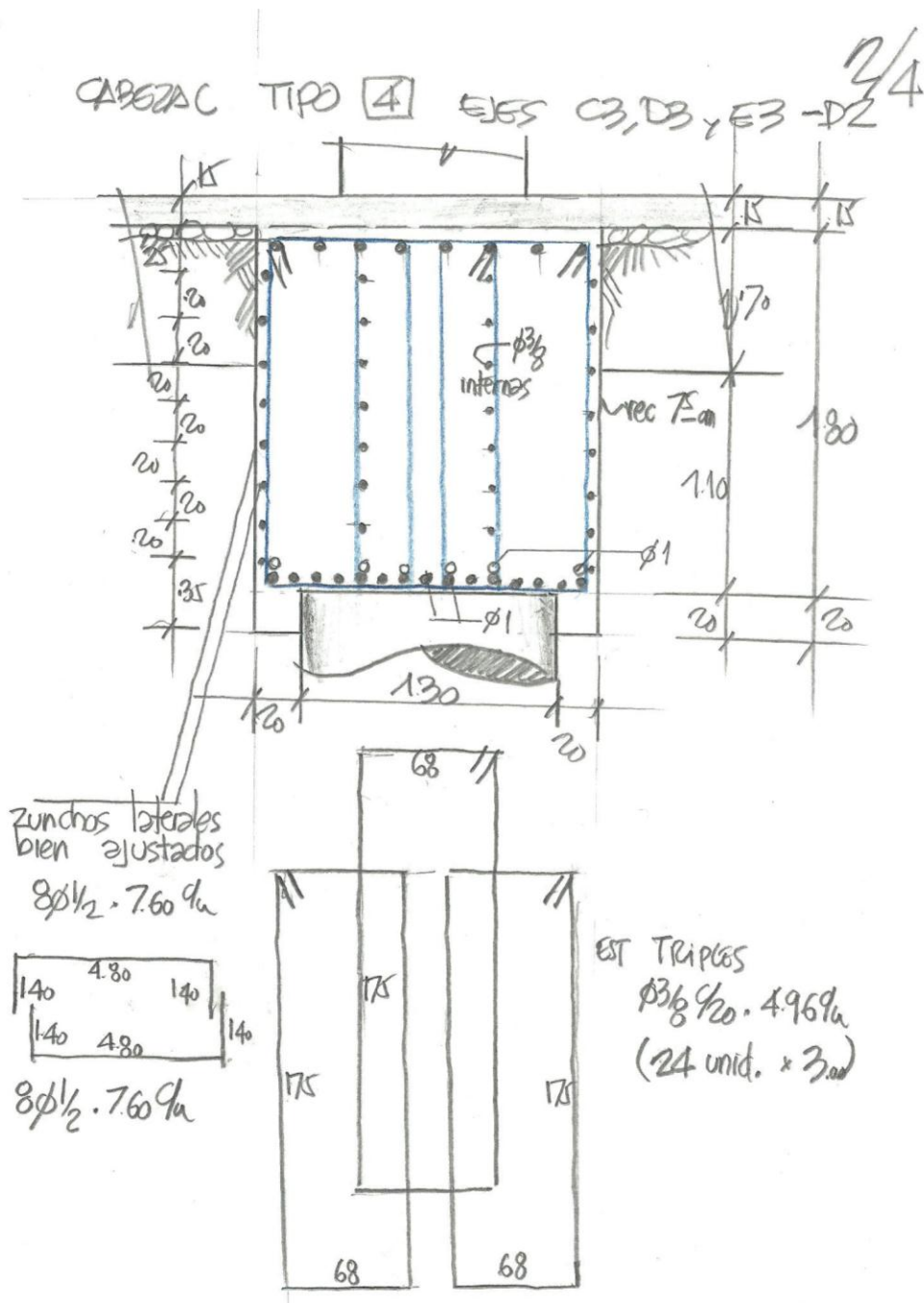


Fig. C. 2: Detallado del acero de refuerzo de cabezal sobre dos pilotes.

Sección transversal.

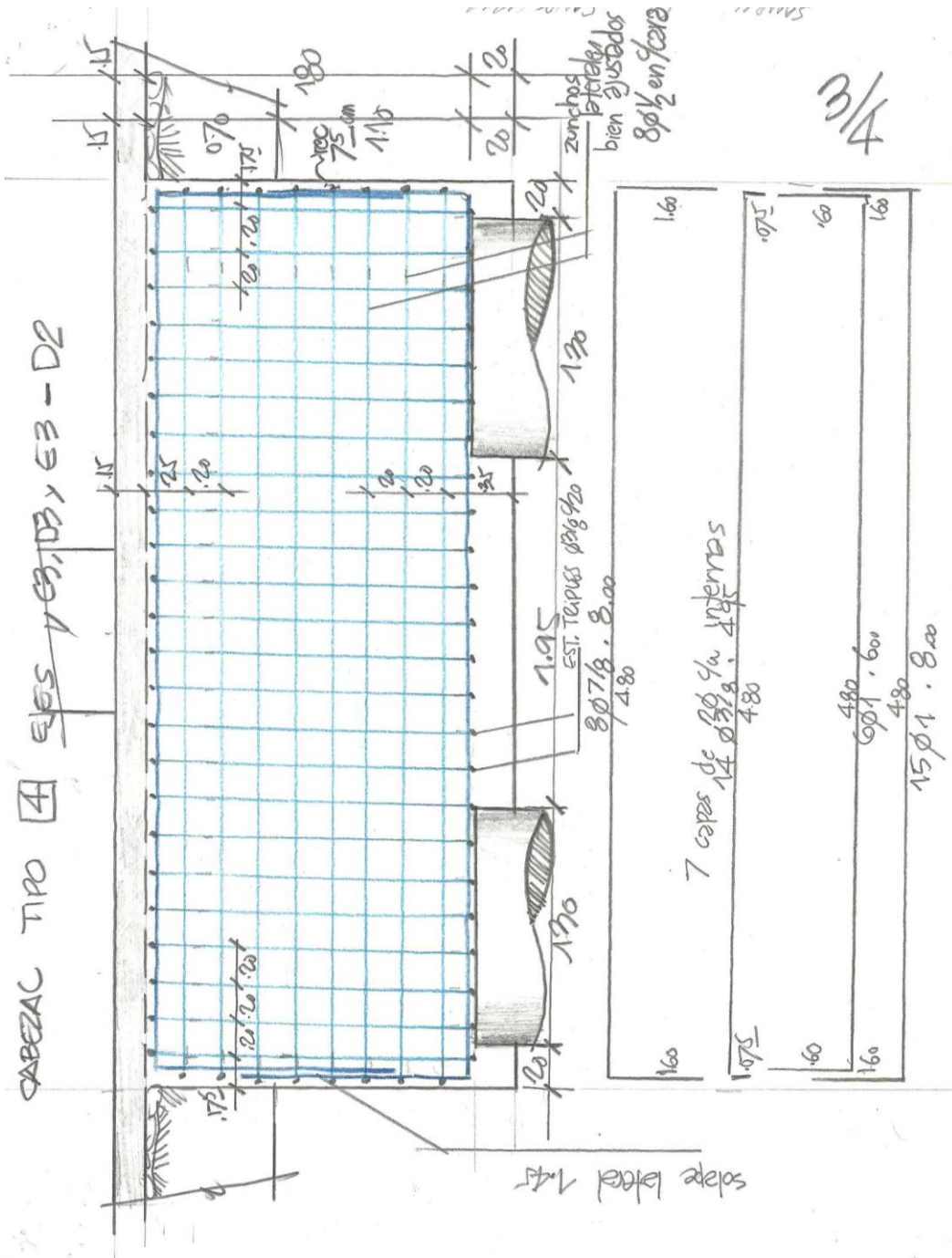


Fig. C. 3: Detallado del acero de refuerzo de cabezal sobre dos pilotes.

Sección longitudinal.