PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- En una partícula P de un medio continuo se conocen los siguientes vectores:

$$\bar{S}\left(\bar{r},\hat{i}\right) = 100\,\hat{i} + 200\,\hat{j} + a\,\hat{k}\ \text{(Pa)} \quad ; \quad \bar{S}\left(\bar{r},\hat{j}\right) = b\,\hat{i} + 300\,\hat{j} + c\,\hat{k}\ \text{(Pa)} \quad ; \quad \bar{S}\left(\bar{r},\hat{k}\right) = \bar{0}\ \text{(Pa)}$$

$$\hat{n} = \frac{2}{7}\,\hat{i} + \frac{3}{7}\,\hat{j} + d\,\hat{k}$$

Determinar:

a) Los valores de a, b, c y d.

b) La componentes normal y cortante del vector tracción sobre el plano cuya normal es $\hat{n}$.

2.- En un cuerpo se conocen los siguientes vectores tracción:

$$\bar{S}\left(\bar{r},\hat{i}\right) = x\,y\,\hat{i} + 2\,x\,z\,\hat{j} - 7\,z^2\,\hat{k}\ \text{(Pa)}$$

$$\bar{S}\left(\bar{r},\hat{j}\right) = 2\,x\,z\,\hat{i} + 3\,y^2\,\hat{j}\ \text{(Pa)}$$

$$\bar{S}\left(\bar{r},\hat{k}\right) = -7\,z^2\,\hat{i} + 12\,x\,y\,\hat{k}\ \text{(Pa)}$$

En la partícula de coordenadas (0, 2, –1); determinar la fuerza de volumen necesaria para que se verifique el equilibrio de fuerzas en el cuerpo.

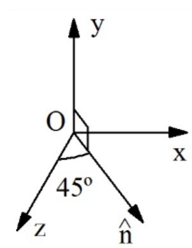
3.- En una partícula P de un continuo se conocen los siguientes vectores esfuerzos:

$$\bar{\sigma}^{x}_{(\bar{r})} = \sigma_{xx}\,\hat{i} + 5\,\hat{j} - 4\,\hat{k}\ \text{(Pa)}$$

$$\bar{\sigma}^{y}_{(\bar{r})} = \sigma_{yx}\,\hat{i} - 4\,\hat{j} + \sigma_{yz}\,\hat{k}\ \text{(Pa)}$$

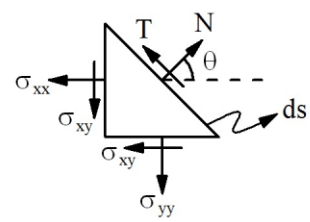
Si además sobre el plano cuya normal es $\hat{n}$, el vector tracción es:

$$\bar{S}\left(\bar{r},\hat{n}\right) = -\frac{3\sqrt{2}}{2}\,\hat{i} + 3\sqrt{2}\,\hat{j} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\,\hat{k}\ \text{(Pa)}$$



Determinar la matriz de esfuerzos en la partícula.

4.- En la figura se muestra el estado de esfuerzos en un elemento infinitesimal de un cuerpo sometido a cargas. El área del plano cuya normal está definida por el ángulo θ es ds. Si el cuerpo está en equilibrio y se supone que las fuerzas se distribuyen uniformemente sobre cada sección del elemento; demuestre que la componente normal (N) y la componente cortante (T) del vector tracción sobre el plano indicado están dadas por las siguientes expresiones:



$$N = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\cos 2\theta + \sigma_{xy}\,\text{sen}\,2\theta$$

$$T = \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2}\,\text{sen}\,2\theta + \sigma_{xy}\cos 2\theta$$

5.- En un problema de esfuerzos planos, se conoce la función de Airy:

$$\varphi = k^2 \, y \operatorname{sen} 2x \quad \text{(N)}$$

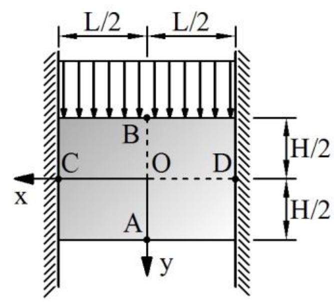
a) Verificar el cumplimiento de las ecuaciones de equilibrio en ausencia de fuerzas de volumen.
b) Calcular la componente normal y cortante del vector tracción en el punto de coordenadas (π,1) sobre el plano cuya normal forma ángulos iguales con los tres ejes coordenados.

6.- El cuerpo rectangular plano se encuentra vinculado como se muestra en la figura y está sometido a la acción de una carga uniformemente distribuida de intensidad σ_o. La función de Airy para este problema es:

$$\varphi(x, y) = -\frac{\sigma_o}{H^3}\left(x^2 y^3 - \frac{1}{5} y^5\right) + \frac{\sigma_o}{H^3}\left(\frac{L^2}{4} - \frac{H^2}{10}\right) y^3 + \frac{3}{4}\frac{\sigma_o}{H} x^2 y - \frac{\sigma_o}{4} x^2 \quad \text{(N)}$$

Determinar los vectores tracción:

$$\bar{S}\left(\bar{r}_A, \hat{j}\right) \;;\; \bar{S}\left(\bar{r}_B, -\hat{j}\right) \;;\; \bar{S}\left(\bar{r}_C, \hat{i}\right) \;;\; \bar{S}\left(\bar{r}_D, -\hat{i}\right)$$



Verificar además el cumplimiento de las ecuaciones de equilibrio en ausencia de fuerzas de volumen.

7.- En una partícula P de un medio continuo la matriz de esfuerzos es:

$$\sum = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma & \sigma \\ \sigma & \sigma_{yy} & 0 \\ \sigma & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad \text{(KPa)}$$

Si el vector normal $\hat{n} = \frac{2}{7}\hat{i} + \frac{3}{7}\hat{j} + \frac{6}{7}\hat{k}$, es una dirección principal de los esfuerzos, donde σ es el esfuerzo principal correspondiente conocido; determinar los valores de σ_{xx}, σ_{yy} y σ_{zz}.

8.- El estado de esfuerzos en una partícula P de un cuerpo está dado por:

$$\sum = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 10 \\ 2 & -11 & 8 \\ 10 & 8 & -5 \end{pmatrix} \quad \text{(KPa)}$$

Determinar los esfuerzos y direcciones principales.

9.- El estado de esfuerzos en una partícula P de un cuerpo es:

$$\sum = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ (KPa)}$$

Determinar los esfuerzos y direcciones principales.

10.- Las tracciones en un cuerpo están representadas por la expresión:

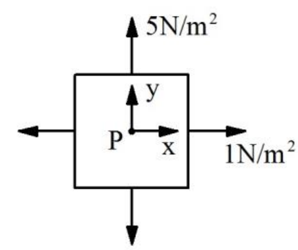
$$\bar{S}(\bar{r}, \hat{n}) = \left(2\,z\,n_x + 3\sqrt{3}\,n_z\right)\hat{i} + 2\,x\,z\,n_y\,\hat{j} + \left(3\sqrt{3}\,n_x - 4\,x\,n_z\right)\hat{k} \quad \text{(MPa)}$$

donde:

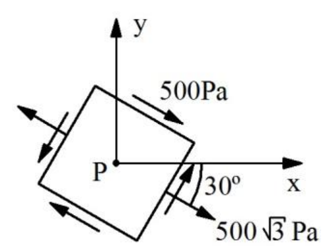
$$\bar{r} = x\,\hat{i} + y\,\hat{j} + z\,\hat{k} \;\; \text{(m)} \quad ; \quad \hat{n} = n_x\,\hat{i} + n_y\,\hat{j} + n_z\,\hat{k}$$

a) Verificar el cumplimiento de las ecuaciones de equilibrio en ausencia de fuerzas de volumen.
b) En la partícula P de coordenadas (1, 1, 1); determinar analíticamente los esfuerzos y direcciones principales.

11.- El estado de esfuerzos en una partícula P de un material es el representado en el elemento de la figura. Utilizando el círculo de Mohr; determinar el estado de esfuerzos en la partícula como resultado de rotar el elemento 30º en sentido antihorario, y representarlo en un elemento del plano físico.



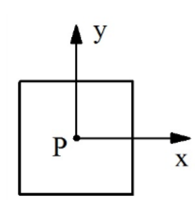
12.- En la figura se muestra el estado de esfuerzos en una partícula P de un cuerpo; determinar el estado de esfuerzos en la partícula, correspondiente a los planos perpendiculares a los ejes xy.



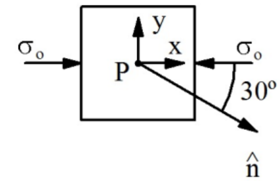
13.- En una partícula P de un cuerpo el estado de esfuerzos está dado por:

$$\bar{S}(\bar{r}, \hat{n}) = \sigma\left(n_x + 3\frac{\sqrt{3}}{2}n_y\right)\hat{i} + \sigma\left(3\frac{\sqrt{3}}{2}n_x - 2\,n_y\right)\hat{j} \quad \text{(KPa)}$$

donde: $\hat{n} = n_x\,\hat{i} + n_y\,\hat{j} + n_z\,\hat{k}$ y σ un valor de esfuerzo conocido.
Representar en elementos del plano físico los esfuerzos principales y el esfuerzo cortante máximo, indicando los ángulos que definen las nuevas direcciones.



14.- El estado de esfuerzos en una partícula P de un material es el representado por el elemento de la figura. Si el material falla sobre el plano cuya normal es $\hat{n}$, cuando el esfuerzo de compresión normal a dicho plano es 1000 N/m^2; determinar el máximo valor del esfuerzo σ_o para que no ocurra la falla del material y representar en un elemento del plano físico el par crítico.



15.- El estado de esfuerzos en una partícula P de un medio continuo es el representado por la matriz:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 500 & 300 & 0 \\ 300 & 500 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \ (\text{MPa})$$

Determinar el mayor valor del esfuerzo σ_{zz} para que el esfuerzo cortante máximo no sobrepase el valor de 1000 (MPa).

16.- Una muestra de suelo granular falla bajo el siguiente estado de esfuerzos:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix} \times 10^5 \quad (\text{Pa})$$

Determinar el coeficiente de fricción del suelo.

17.- Las tracciones en una partícula de un material granular están representadas por el siguiente vector:

$$S(\bar{r},\hat{n}) = \sigma\left(-n_x + \frac{n_z}{2}\right)\hat{i} - \sigma_{yy}\, n_y\, \hat{j} + \sigma\left(\frac{n_x}{2} - n_z\right)\hat{k} \quad (\text{Pa})$$

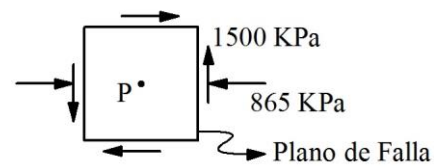
Donde: $\hat{n} = n_x\,\hat{i} + n_y\,\hat{j} + n_z\,\hat{k}$ y σ es un valor de esfuerzo conocido.
Si el material falla sobre el plano donde la componente normal y cortante del vector tracción son iguales; determinar el máximo valor del esfuerzo σ_{yy} para que no ocurra la falla del material.

18.- Los esfuerzos en una muestra de suelo sometida a un sistema de cargas están dados por:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} -400 & 0 & 0 \\ 0 & -900 & 0 \\ 0 & 0 & -900 \end{pmatrix} \ (\text{KPa})$$

Por efecto de la lluvia el coeficiente de fricción del suelo sufre una disminución del 20% respecto a su valor original, lo cual permite que ocurra la falla del material; determinar el valor del coeficiente de fricción original del suelo.

19.- En la figura se muestra el estado de esfuerzos en una partícula P de un material granular. Cuando se alcanza el par crítico representado en el elemento, el material falla sobre el plano indicado; determinar los esfuerzos principales compatibles con la condición planteada y representarlos en un elemento del plano físico, indicando el ángulo que definen las direcciones principales.

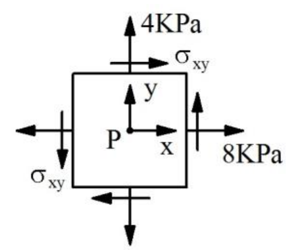


20.-El estado de esfuerzos en una partícula de un material granular es:

$$\sum = \begin{pmatrix} -600 & 0 & 0 \\ 0 & -600 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_{zz} \end{pmatrix} \; (\mathrm{N/m^2})$$

Si el material falla en un plano donde la componente normal del vector tracción es 100 (N/m^2); determinar el valor del esfuerzo σ_{zz}, así como el coeficiente de fricción del suelo compatibles con la condición de falla.

21.- El estado de esfuerzos en una partícula P de un material es el representado por el elemento de la figura. Si el material falla cuando el esfuerzo cortante máximo alcanza el valor de 4000 (Pa); determinar el valor del esfuerzo σ_{xy} compatible con la condición de falla. Representar en un elemento del plano físico el par (N, T_{CR}).

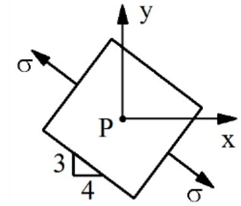


22.- En un laboratorio de suelos se somete una muestra húmeda de un material granular al siguiente estado de esfuerzos:

$$\sum = \begin{pmatrix} -100 & 0 & 0 \\ 0 & -200 & 0 \\ 0 & 0 & -200 \end{pmatrix} \; (\mathrm{Pa})$$

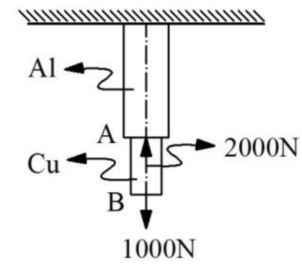
Se observa que la muestra falla violentamente; determinar el mínimo porcentaje en que debe aumentarse el coeficiente de fricción eliminando la humedad, para que una muestra similar no falle bajo el mismo estado de esfuerzos. El coeficiente de fricción original de la muestra es $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

23.- En figura se muestra el estado de esfuerzos de una partícula P de un material que falla cuando el esfuerzo cortante máximo (T_{max}) alcanza el valor crítico de 50 (MPa); determinar el valor máximo del esfuerzo "σ" para que no ocurra la falla y para ese valor determinar el estado de esfuerzos para el elemento orientado según los ejes xy mostrados.

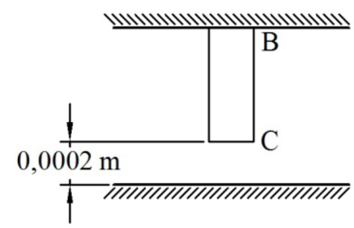


24.- La pieza mostrada está formada por dos barras; una de aluminio de 2 m. de largo y sección transversal de 0,00005 m^2 y la otra de cobre de 1,0 m de largo y sección transversal de 0,0000125 m^2. Si la temperatura ambiente es 25ºC y la pieza se calienta hasta una temperatura de 300ºC; determinar el esfuerzo en cada barra y el alargamiento total de la pieza.
El módulo de Young y el coeficiente de dilatación térmica para cada material son:

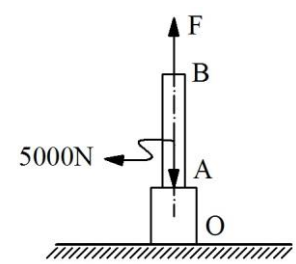
E_{Al} = 8 x 10^{10} (Pa) y α_{Al} = 1,9 x 10^{-6} (1/ºC)
E_{Cu} = 16 x 10^{10} (Pa) y α_{Cu} = 1,2 x 10^{-6} (1/ºC)



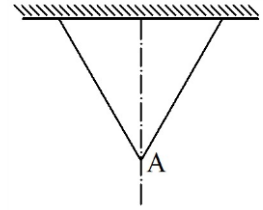
25.- La barra BC es de peso despreciable, longitud de 0,2 m., sección transversal de 0,01 m^2, constante elástica E = 2 x 10^6 Pa y coeficiente de dilatación térmica α = 1 x 10^{-5} 1/ºC. Si la barra se encuentra empotrada en su extremo B a la superficie horizontal rígida y fija a tierra; determinar:
a) El incremento de temperatura ΔT necesario para que el extremo C de la barra haga contacto con la superficie horizontal inferior sin llegar a interactuar.
b) La fuerza generada sobre la barra luego del alargamiento anterior, si se aplica sobre ella el incremento de temperatura determinado.



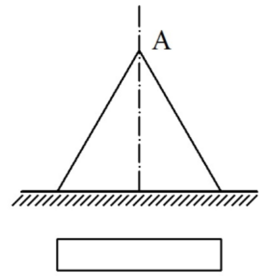
26.- La pieza compuesta de peso despreciable está formada por dos tramos: El tramo OA de longitud 0,1 m. y sección transversal de 0.02 m^2 y el tramo AB de longitud 0,2 m. y sección transversal de 0,01 m^2. El material de la pieza tiene un módulo de Young E = 3 x 10^7 Pa y un coeficiente de dilatación térmica α = 5 x 10^{-5} 1/ºC. Si la cara inferior del tramo OA se encuentra empotrada a la superficie horizontal rígida y fija a tierra, y la pieza se encuentra a una temperatura de 400 ºC; determinar el valor de la fuerza F necesaria para que la pieza no cambie su longitud cuando se disminuye la temperatura hasta la mitad de su valor inicial.



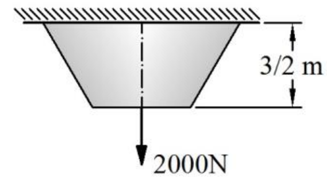
27.- El cono elástico de base circular de radio 0,2 m., vértice A se encuentra suspendido de la superficie horizontal rígida y fija a tierra. El material del cono tiene peso específico γ = 4 x 10^7 N/m^3 y constante elástica E = 2 x 10^8 Pa. Si ambos lados del cono forman un ángulo de 60º con la horizontal; determinar el alargamiento total que experimenta debido a la acción de su propio peso.



28.- El bloque elástico prismático triangular de sección transversal rectangular se apoya sobre la superficie horizontal rígida y fija a tierra. El material del bloque tiene peso específico $\gamma = 4 \times 10^7$ N/m^3 y constante elástica E = 3 x 10^8 Pa. Si los lados del bloque miden 0,4 m., y forman entre sí un ángulo de 60º y además el lado menor de la base mide 0,01 m.; determinar el acortamiento que experimenta debido a la acción de su propio peso. (La figura muestra la vista frontal y la vista superior del bloque.)



29.- El cono elástico truncado de base circular de radio $\sqrt{3}$ m. se encuentra suspendido de la superficie horizontal rígida y fija a tierra, mientras que su cara libre se encuentra sometida a una carga axial resultante de 2000 N. El material del cono es de peso despreciable y constante elástica E = 2 x 10^4 Pa,. Si ambos lados del cono forman un ángulo de 60º con la horizontal; determinar el alargamiento total que experimenta debido a la acción de dicha carga.

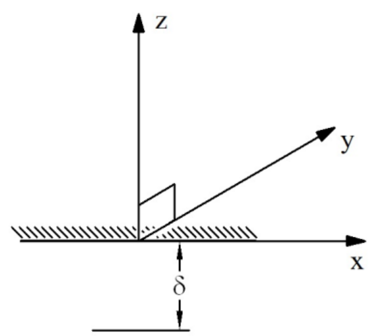


30.- En el semi-espacio elástico que ocupa la región z > 0 se producen las siguientes deformaciones:

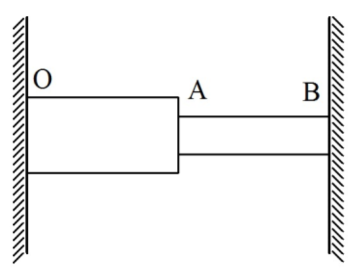
$$e_{xx} = 0{,}03\,x\,y^2 \quad ; \quad e_{yy} = 0{,}25\,y^3$$

$$e_{zz} = -\frac{0{,}001\,z}{\left(1+z^2\right)^{3/2}} \quad ; \quad e_{xy} = e_{xz} = e_{yz} = 0$$

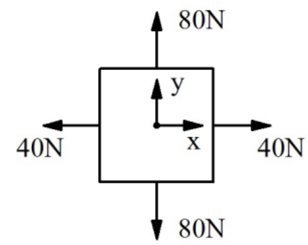
Si se supone que en el infinito los desplazamientos son nulos; determinar el descenso δ que experimenta el plano z = 0.



31.- La pieza compuesta de peso despreciable está formada por dos tramos: El tramo OA de longitud 0,5 m., sección transversal de 0,1 m^2 y el tramo AB de longitud 0,5 m., sección transversal de 0,025 m^2. El material de la pieza tiene un módulo de Young E = 2 x 10^7 Pa y un coeficiente de dilatación térmica $\alpha = 3 \times 10^{-5}$ 1/ºC. Si la cara izquierda del tramo OA y la cara derecha del tramo AB están empotradas a las superficies verticales rígidas y fijas a tierra; determinar el esfuerzo generado en cada tramo si se produce un incremento de 200 ºC en la temperatura de la pieza.



32.- La placa cuadrada de lado 0,2 m. y espesor de 0,01 m. es de un material cuyas constantes elásticas son: módulo de Young $E = 5 \times 10^6$ y módulo de Poisson $\nu = 1/4$; determinar las deformaciones netas e_{xx}, e_{yy} que se producen en la placa por la acción del sistema de fuerzas mostrado.



33.- Una pieza de aluminio cuyas constantes elásticas son $E = 7 \times 10^6$ Pa y $\nu = 1/3$, está sometida al siguiente estado de esfuerzos:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 20 & -50 & 0 \\ -50 & 50 & 30 \\ 0 & 30 & -20 \end{pmatrix} \quad \text{(Pa)}$$

Determinar la matriz de deformaciones infinitesimales.

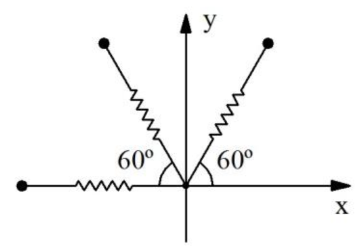
34.- Un material elástico de constantes E y $\nu = 2/5$ está sometido al siguiente estado de esfuerzos:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} Eax & -Eay & 0 \\ -Eay & Eax & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

donde “a” es una constante. En la partícula de coordenadas (a, a, 0) dibujar los círculos de Mohr de esfuerzos y de deformaciones. Determinar los esfuerzos principales, el esfuerzo cortante máximo, las deformaciones principales y la deformación cortante máxima en dicha partícula.

35.- A una partícula de un material elástico cuyas constantes elásticas son $E = 1{,}25 \times 10^6$ Pa y $\nu = 1/4$, se le aplica la roseta de deformación que se muestra en la figura. Las deformaciones resultantes en cada galga son:

$$e_{11} = -2010 \times 10^{-6}$$
$$e_{22} = -430 \times 10^{-6}$$
$$e_{33} = -270 \times 10^{-6}.$$



Determinar los esfuerzos principales y el esfuerzo cortante máximo.

36.-Los desplazamientos en un cuerpo, cuyas constantes elásticas son: E y $\nu = 2/5$ están dados por:

$$U_x = k_1 x^2 + xy - y^2 \;\; ; \;\; U_y = x^2 - xy + k_2 y^2 \;\; ; \;\; U_z = 0 .$$

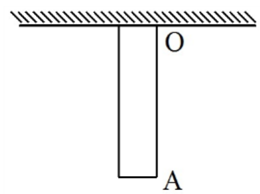
Determinar el valor de las constantes k_1 y k_2 para que se verifique el equilibrio del cuerpo, en ausencia de fuerzas de volumen.

37.- Una barra elástica OA de longitud L y sección rectangular, está suspendida en su cara superior a la superficie horizontal fija a tierra. Los desplazamientos en la barra están dados por:

$$U_x = -\frac{\nu\gamma}{E} xz$$

$$U_y = -\frac{\nu\gamma}{E} yz$$

$$U_z = \frac{\gamma}{2E}\left[z^2 - L^2 + \nu\left(x^2 + y^2\right)\right]$$



donde γ es el peso específico de la barra y E y ν sus constantes elásticas; determinar la fuerza de volumen que verifica el equilibrio de la barra.

38.- En un medio continuo de constantes elásticas E y $\nu = 2/5$, los desplazamientos están dados por:

$$\overline{U} = \left\{\left(10x^3 + 3y^3\right)\hat{i} + \left(3x^2 + 2y^3\right)\hat{j} + 6z^3\,\hat{k}\right\}$$

a) Verificar las ecuaciones de equilibrio en ausencia de fuerzas de volumen para cualquier partícula del medio continuo.
b) Dibujar los círculos de Mohr, y determinar las deformaciones principales en la partícula de coordenadas (1, 1, 0).

39.- Los desplazamientos en un medio continuo de constantes elásticas G y E están dados por:

$$U_x = \frac{\rho g}{20\,G}\left[(1-\delta)x^2 + 2(1-3\delta)xy - (2-\delta)y^2\right]$$

$$U_y = \frac{\rho g}{20\,G}\left[(5+3\delta)x^2 - 2\delta xy + (2-3\delta)y^2\right]$$

$$U_z = 0$$

Determinar la fuerza de volumen necesaria que satisfaga el equilibrio de fuerzas en el cuerpo.

40.- Un cuerpo elástico de constantes E y ν = 1/3 está sumergido en un fluido de densidad ρ en reposo, si la presión ejercida sobre el cuerpo por el fluido es p, y los desplazamientos están dados por:

$$U_x = k_1\left(-p+\rho g z\right)x \;;\; U_y = k_1\left(-p+\rho g z\right)y \;;\; U_z = k_2\left\{-pz + \frac{1}{2}\rho g(z^2 - x^2 - y^2)\right\}$$

donde k_1 y k_2 son constantes.
Encontrar la relación k_2/k_1 para que se verifique el equilibrio del cuerpo en ausencia de fuerzas de volumen.

41.- Los desplazamientos en un cuerpo de constantes elásticas E y ν están dados por:

$$U_x = -k\,x\,y \;;\; U_y = \frac{1}{2}k\left(x^2 + \nu y^2 - \nu z^2\right) \;;\; U_z = k\,\nu\,y\,z$$

donde k es una constante.
Determinar la deformación angular máxima y el esfuerzo cortante máximo en el punto de coordenadas (0, 1, 0), dibujar los círculos de Mohr para los esfuerzos y para las deformaciones.

42.- En un cuerpo elástico de constantes elásticas E y ν, los desplazamientos son:

$$U_x = -\frac{\nu g \rho z}{E} \;;\; U_y = -\frac{\nu g \rho y z}{E} \;;\; U_z = \frac{1}{2}\frac{g\rho}{E}\left(z^2 + \nu x^2 - b^2\right)$$

donde "g" es la gravedad, "ρ" la densidad del cuerpo y "b" una constante.
Calcular las fuerzas de volumen para que se verifiquen las ecuaciones de equilibrio.

43.- Los desplazamientos en un cuerpo cuyas constantes elásticas son: E y ν = 1/4 están dados por:

$$U_x = k_1 x^2 - y^2 + 4xy$$
$$U_y = 8x^2 + k_2 y^2 + 10xy$$
$$U_z = 0$$

Calcular los valores de las constantes k_1 y k_2 para que se verifique el equilibrio del cuerpo en ausencia de fuerzas de volumen.

44.- En un continuo de constantes elásticas G, E y ν = 1/4, los desplazamientos están dados por:

$$\overline{U}(\bar{r}) = \left(xy + \frac{1}{2}k_1 x^2\right)\hat{i} + \left(yz + k_2 y^2\right)\hat{j} + \left(zx + 2k_3 z^2\right)\hat{k}$$

Determinar los valores de las constantes k_1, k_2 y k_3 para que se verifiquen las ecuaciones de equilibrio en ausencia de fuerzas de volumen.

45.- En un cuerpo elástico de constantes E y ν los desplazamientos están dados por:

$$U_x = -\tau\, y\, z \quad , \quad U_y = \tau\, x\, z \quad , \quad U_z = 0$$

En la partícula de coordenadas (1, 1, 1)
a) Calcular analíticamente las deformaciones principales e_{11}, e_{22}, e_{33} ($e_{11} < e_{22} < e_{33}$).
b) Calcular analíticamente los esfuerzos principales σ_{11}, σ_{22}, σ_{33} ($\sigma_{11} < \sigma_{22} < \sigma_{33}$).
c) Dibujar los círculos de Mohr y determinar la deformación cortante máxima y el esfuerzo cortante máximo.

46.- En el problema de torsión de una barra elíptica, cuyo módulo de corte G es conocido y además $\nu = 1/3$, los esfuerzos están dados por:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0$$

$$\sigma_{xy} = 0 \quad ; \quad \sigma_{xz} = -\frac{2G\, a^2\, \alpha\, y}{a^2 + b^2} \quad ; \quad \sigma_{xz} = \frac{2\, G\, b^2\, \alpha\, x}{a^2 + b^2}$$

donde G, a, b y α son constantes positivas; determinar:
a) Las deformaciones principales en el punto de coordenadas (0, b, 0).
b) La deformación cortante máxima en este punto.

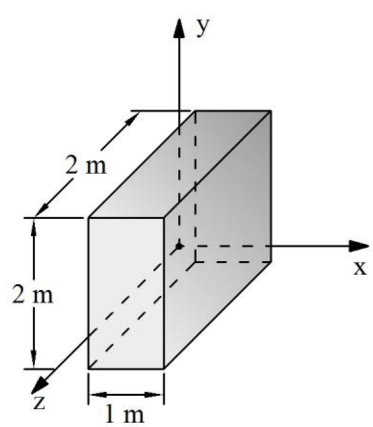
47.- Los desplazamientos debidos a la flexión de una viga cuyas constantes elásticas son: $E = 1 \text{ x } 10^6$ (Mpa) y $\nu = 2/5$, están dados por:

$$U_x = a\left[\frac{1}{2}(1 - \sigma)\, x^2 - \frac{1}{2}(3 + \sigma)\, y^2\right]$$
$$U_y = a\,(1 - \sigma)\, x\, y$$
$$U_z = -\, 2\, a\, \sigma\, x\, z$$

Calcular la fuerza de volumen necesaria para el equilibrio del cuerpo.

48.- El cuerpo mostrado es la figura es de un material cuyas constantes elásticas son: $E = \frac{4}{3} \text{x}10^6$ Pa y $\nu = 1/3$. Si los desplazamientos en el cuerpo están dados por:

$U_x = 0{,}02\, x^2$ m ; $U_y = 0{,}04\, z$ m y $U_z = -\,0{,}01\, y^2$ m



Para el punto A del cuerpo; determinar:
a) Las deformaciones principales.
b) Los esfuerzos correspondientes a la orientación mostrada.
c) Los esfuerzos principales y el esfuerzo cortante máximo.