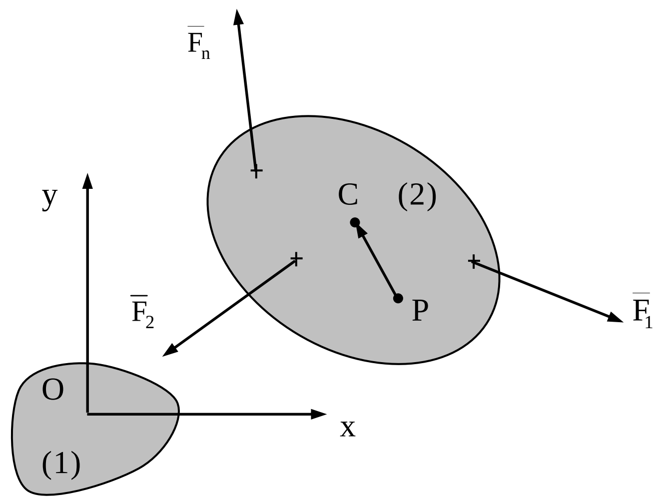
# 5.2.- MARCO TEÓRICO

## 5.2.1.- DINÁMICA PLANA DEL CUERPO RÍGIDO

Considérese el cuerpo rígido 2, de masa m en movimiento general plano respecto al marco de referencia inercial 1, debido a la aplicación de un sistema de fuerzas $\{\overline{F}_1, \overline{F}_2, ...., \overline{F}_n\}$, contenido en el plano de movimiento que pasa por el centro de masa "C" del cuerpo; este plano coincide con el plano {xy} del sistema cartesiano, fijo al marco de referencia 1.




### 5.2.1.1.- PRIMERA ECUACIÓN UNIVERSAL

La Primera Ecuación Universal de la Mecánica establece que:

$$\overline{F} = m\,\overline{a}_1^{C2} \tag{5.1}$$

En (5.1), $\overline{F}$ es la resultante del sistema de fuerzas $\{\overline{F}_1, \overline{F}_2, ...., \overline{F}_n\}$

### 5.2.1.2.- SEGUNDA ECUACIÓN UNIVERSAL

La Segunda Ecuación Universal de la Mecánica establece que:

$$\overline{M}_P = I_{zz}^P\,\overline{\alpha}_{21} + m(\overline{PC} \times \overline{a}_1^{P2}) \tag{5.2}$$

En (5.2), $\overline{M}_P$ es el momento resultante del sistema de fuerzas $\{\overline{F}_1, \overline{F}_2, ...., \overline{F}_n\}$, respecto de un punto P† cualquiera solidario al cuerpo, y contenido en el plano de movimiento que pasa por el centro de masa "C" de dicho cuerpo.

† P se denomina también centro de momentos.

En el primer término de la derecha de (5.2), la cantidad escalar $I_{zz}^{P}$ es el momento de inercia de masa del cuerpo respecto al eje z que pasa por P, y es perpendicular al plano de movimiento.

**Simplificaciones de la ecuación (5.2).**

a) El centro de momentos P coincide con el centro de masa C del cuerpo rígido 2.

$$\overline{M}_C = I_{zz}^{C}\,\overline{\alpha}_{21} \qquad (5.2a)$$

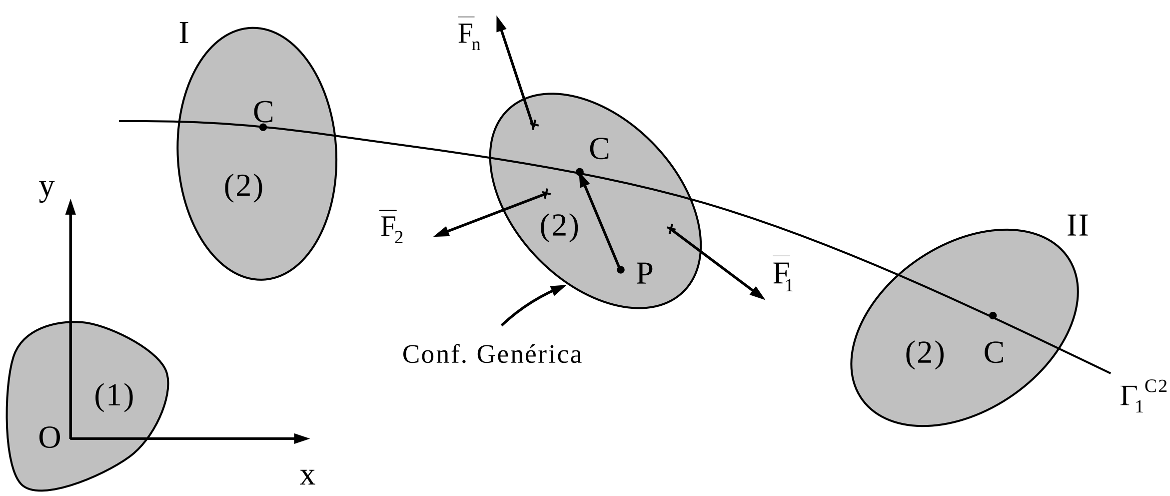
b) El centro de momentos P coincide con la partícula A del cuerpo 2, cuyo vector aceleración respecto al marco inercial es nulo.

$$\overline{M}_A = I_{zz}^{A}\,\overline{\alpha}_{21} \qquad (5.2b)$$

c) El centro de momentos P coincide con la partícula J del cuerpo 2, cuyo vector aceleración respecto al marco inercial es paralelo al vector $\overline{JC}$

$$\overline{M}_J = I_{zz}^{J}\,\overline{\alpha}_{21} \qquad (5.2c)$$

### 5.2.1.3.- TERCERA ECUACIÓN UNIVERSAL




La tercera ecuación universal de la Mecánica, establece que:

$$W_{I-II} = K_{II} - K_I \qquad (5.3)$$

En (5.3), $W_{I-II}$ es la suma de los Trabajos Totales realizados por el sistema de fuerzas $\{\overline{F}_1, \overline{F}_2, ...., \overline{F}_n\}$, desde la configuración I hasta la configuración II del cuerpo rígido, $K_I$ es la Energía Cinética del cuerpo rígido en la configuración I y $K_{II}$ es la Energía Cinética del cuerpo rígido en la configuración II.

El Trabajo Total puede evaluarse como la suma de dos términos: el realizado por las fuerzas conservativas y el realizado por las fuerzas no conservativas, esto es:

$$W_{I-II} = W_{I-II}^{(C)} + W_{I-II}^{(NC)} \qquad (5.4)$$

El primer término de la derecha de (5.4), puede expresarse en función del cambio de las Energías Potenciales asociadas a las fuerzas conservativas entre las configuraciones I y II, esto es:

$$W_{I-II}^{(C)} = U_I - U_{II} \qquad (5.5)$$

Recordando que la Energía Mecánica Total es la suma de la Energía Cinética y la Energía Potencial, de (5.3), (5.4) y (5.5) se concluye:

$$W_{I-II}^{(NC)} = E_{II} - E_I \qquad (5.6)$$

### 5.2.3.- ENERGÍA CINÉTICA DE UN CUERPO RÍGIDO EN MOVIMIENTO PLANO

La Energía Cinética del cuerpo rígido 2 evaluada por un observador ubicado en el marco inercial es:

$$K = \frac{1}{2} m \left| \overline{V}_1^{P2} \right|^2 + \overline{V}_1^{P2} \circ \overline{\omega}_{21} \times m\,\overline{PC} + \frac{1}{2} I_{zz}^{P}\, \omega_{21}^2 \qquad (5.7)$$

En la expresión (5.7), la Energía Cinética se ha evaluado tomando como referencia una partícula P cualquiera solidaria al cuerpo 2.

**Simplificaciones de la ecuación (5.7)**

a) La partícula P coincide con el centro de masa "C" del cuerpo.

$$K = \frac{1}{2} m \left| \overline{V}_1^{C2} \right|^2 + \frac{1}{2} I_{zz}^{C}\, \omega_{21}^2 \qquad (5.7a)$$

b) La partícula P coincide con la partícula "J" del cuerpo, cuya velocidad respecto al marco inercial es nula.

$$K = \frac{1}{2} I_{zz}^{J}\, \omega_{21}^2 \qquad (5.7b)$$

c) El cuerpo rígido 2 tiene movimiento de traslación ($\omega_{21} = 0$).

$$K = \frac{1}{2} m \left| \overline{V}_1^{P2} \right|^2 \qquad (5.7c)$$