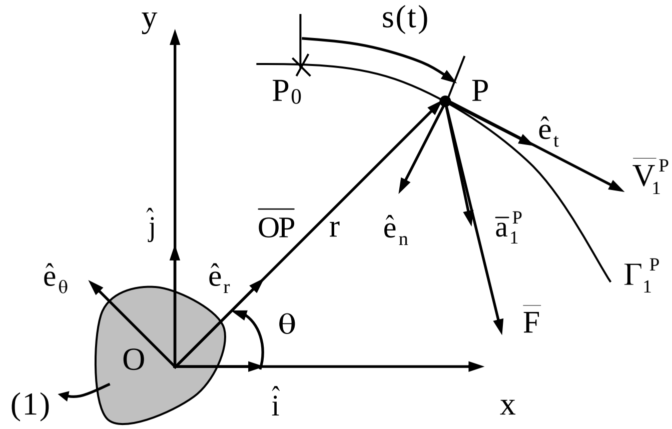
4.2.- MARCO TEÓRICO

4.2.1.- LEY FUNDAMENTAL DE LA MECÁNICA

Considérese la partícula P de masa m, en movimiento plano[†] respecto al marco de referencia inercial 1 debido a la aplicación de un sistema de fuerzas cuya resultante es $\overline{F}$.



La ley fundamental de la Mecánica establece que:

$$\overline{F} = m\ \overline{a}_1^P \tag{4.1}$$

4.2.2.-EXPRESIONES DE LA LEY FUNDAMENTAL DE LA MECÁNICA EN DIFERENTES SISTEMAS DE COORDENADAS

4.2.2.1.- COORDENADAS CARTESIANAS

$$\begin{aligned} F_x &= m\, a_{1x}^P = m\,\ddot{x} \\ F_y &= m\, a_{1y}^P = m\,\ddot{y} \end{aligned} \tag{4.2}$$

donde F_x y F_y son las componentes de $\overline{F}$ en el sistema cartesiano.

4.2.2.2.- COORDENADAS POLARES

$$\begin{aligned} F_r &= m\, a_{1r}^P = m\left(\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2\right) \\ F_\theta &= m\, a_{1\theta}^P = m\left(2\,\dot{r}\,\dot{\theta} + r\,\ddot{\theta}\right) = \frac{m}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\,\dot{\theta}\right) \end{aligned} \tag{4.3}$$

donde F_r y F_θ son las componentes de $\overline{F}$ en el sistema polar.

[†] La trayectoria Γ_1^P está contenida en el plano {xy} del sistema cartesiano fijo al marco de referencia 1.

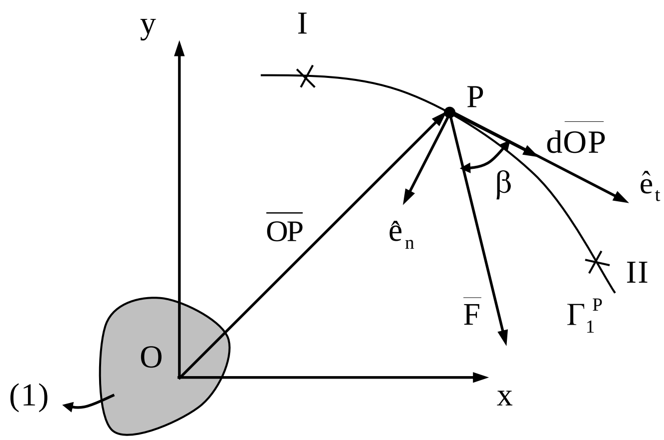
4.2.2.3.- COORDENADAS INTRÍNSECAS

$$\begin{aligned} F_t &= m a_{1t}^P = m \frac{d\left|\overline{V}_1^P\right|}{dt} = m\ddot{s} \\ F_n &= m a_{1n}^P = m \frac{\left|\overline{V}_1^P\right|^2}{\rho} = m\frac{\dot{s}^2}{\rho} \end{aligned} \tag{4.4}$$

donde F_t y F_n son las componentes de $\overline{F}$ en el sistema intrínseco.

4.3.- RELACIÓN TRABAJO-ENERGÍA CINÉTICA

Considérese la partícula P de masa m, en movimiento plano respecto al marco de referencia inercial 1 debido a la aplicación de un sistema de fuerzas cuya resultante es $\overline{F}$. Sean I y II dos posiciones cualesquiera de la partícula, y $\overline{OP}(t)$ su correspondiente vector de posición.



4.3.1.- DEFINICIONES

1.- El Trabajo Total realizado sobre la partícula P por el sistema de fuerzas cuya resultante es $\overline{F}$, para llevarla desde la posición I hasta la posición II queda definido mediante:

$$W_{I-II} = \int_I^{II} \overline{F} \circ d\overline{OP} = \int_I^{II} \left|\overline{F}\right| \cos\beta \left|d\overline{OP}\right| = \int_I^{II} F_t \left|d\overline{OP}\right| \tag{4.5}$$

donde F_t es la proyección de $\overline{F}$ sobre la dirección tangente a la trayectoria Γ_1^P

2.- La Energía Cinética de la partícula P para una posición genérica se define como:

$$K = \frac{1}{2} m \left(\overline{V}_1^P \circ \overline{V}_1^P \right) = \frac{1}{2} m \left| \overline{V}_1^P \right|^2 \tag{4.6}$$

La relación "Trabajo – Energía Cinética" para la partícula, entre la posición I y la posición II establece que:

$$W_{I-II} = K_{II} - K_I \tag{4.7}$$

donde:

W_{I-II}: Trabajo Total[‡] realizado por el sistema de fuerzas sobre la partícula entre las posiciones I y II.

K_I: Energía Cinética de la partícula en la posición I

K_{II}: Energía Cinética de la partícula en la posición II

Las fuerzas del sistema pueden clasificarse en conservativas y no conservativas, por lo que el trabajo total puede determinarse mediante:

$$W_{I-II} = W_{I-II}^{C} + W_{I-II}^{NC} \tag{4.8}$$

donde

W_{I-II}^{C}: Trabajo Total realizado por las fuerzas conservativas

W_{I-II}^{NC}: Trabajo Total realizado por las fuerzas no conservativas

El Trabajo realizado por una fuerza conservativa puede expresarse mediante:

$$W_{I-II}^{C} = U_I - U_{II} \tag{4.9}$$

donde, U_I y U_{II} son las Energías Potenciales asociadas a la fuerza conservativa, evaluadas en las posiciones I y II respectivamente.

De (4.7), (4.8) y (4.9)

$$W_{I-II} = U_I - U_{II} + W_{I-II}^{NC} = K_{II} - K_I \tag{4.10}$$

[‡] Suma de los trabajos realizados por todas las fuerzas del sistema

De (4.10),

$$W_{I-II}^{NC} = (K_{II} + U_{II}) - (K_I + U_I) \qquad (4.11)$$

Se define Energía Mecánica Total de la partícula para una configuración genérica a la cantidad escalar dada por:

$$E = K + U \qquad (4.12)$$

De (4.11) y (4.12) se concluye,

$$W_{I-II}^{NC} = E_{II} - E_I \qquad (4.13)$$

donde:

E_{II} = Energía Mecánica Total en la posición II

E_I = Energía Mecánica Total en la posición I