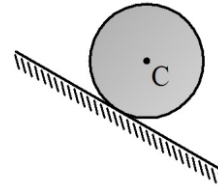
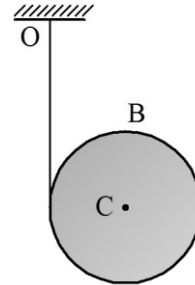


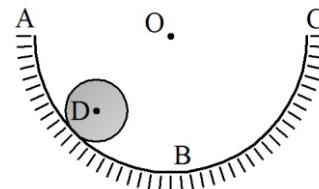
46.- El disco de centro  $C$ , radio  $R$  y peso  $P$  rueda en la superficie inclinada  $45^\circ$  con la horizontal, fija a tierra. Si el disco inicia su movimiento por efecto de la gravedad y parte del reposo; determinar su velocidad angular para el instante en que ha dado una vuelta completa.



47.- La cuerda enrollada en el disco de centro  $C$ , radio  $R$  y peso  $P$  tiene su extremo unido a tierra en  $O$ . Si el sistema cuerda-disco se considera como un yoyo que inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde el radio  $CB$  es vertical; ubicar el punto de mayor velocidad del yoyo y calcular su valor, para el instante en que la partícula  $B$  vuelve a tener velocidad nula respecto a tierra.

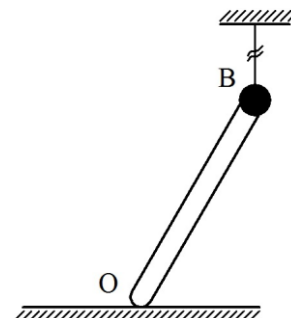


48.- El disco de centro  $D$ , radio  $R$  y peso  $P$  se mueve en la superficie semicircular  $ABC$  de centro  $O$  y radio  $4R$  fija a tierra. El tramo  $AB$  es rugoso, y se garantiza la rodadura del disco en el mismo, el tramo  $BC$  es liso. Si el disco inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde  $\overline{OD}$  forma  $45^\circ$  con la horizontal; determinar el ángulo  $\varphi$  que forma  $\overline{OD}$  con la vertical  $OB$ , correspondiente a la posición más alta del centro del disco en el tramo liso.

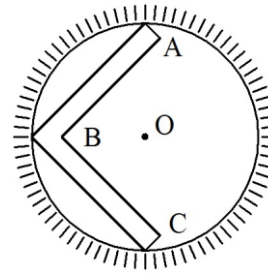


A, O y C están alineados en la misma horizontal.

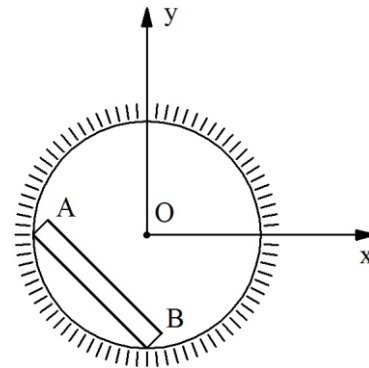
49.- La esfera de radio despreciable y peso  $2P$  está soldada en  $B$  a la barra  $OB$  de longitud  $L$  y peso  $P$ . La barra está sujeta en  $B$  por una cuerda, y su extremo  $O$  se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. Bajo estas condiciones la barra está en equilibrio y forma  $60^\circ$  con la horizontal. Si se corta la cuerda, y se inicia el movimiento por efecto de la gravedad; determinar la velocidad angular de la barra para el instante en que ella forma  $30^\circ$  con la horizontal.



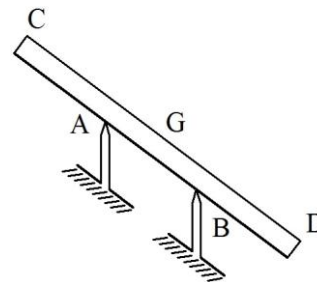
50.- La pieza rígida en forma de L está formada por dos barras de igual peso  $P$ . Los extremos  $A$ ,  $C$  y el vértice  $B$  están en contacto con la superficie circular lisa de centro  $O$  y radio  $R$  fija a tierra. Si la pieza inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde  $A$ ,  $O$  y  $C$  están alineados en la misma vertical y  $\overline{OB}$  es horizontal; determinar la velocidad angular de la pieza para el instante en que la barra  $BC$  pasa por la horizontal.



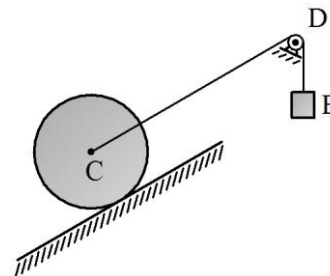
51.- La barra  $AB$  de peso  $P$  se apoya sobre la plataforma horizontal fija a tierra, y sus extremos se mueven en la superficie circular lisa de centro  $O$  y radio  $R$  fija a la plataforma. Si para la configuración mostrada donde  $\overline{OA}$  es colineal al eje  $x$  y además perpendicular a  $\overline{OB}$ , la barra está en reposo y se inicia el movimiento debido a la aplicación en el extremo  $A$  de la fuerza de magnitud constante  $P$  siempre perpendicular a la barra, dirigida hacia abajo y contenida en el plano de la plataforma; determinar la velocidad del extremo  $A$  de la barra para el instante en que ésta es paralela a la dirección del eje  $x$  indicado. El campo gravitacional actúa en dirección perpendicular al plano de la plataforma.



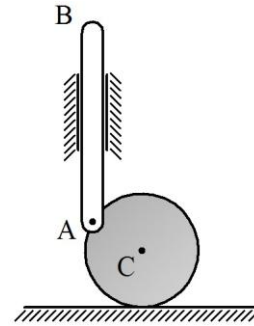
52.- La barra  $CD$  de longitud  $3L/2$  y peso  $P$  se apoya en los vértices  $A$  y  $B$  fijos a tierra. El contacto en  $A$  es liso y en  $B$  es rugoso. Si la barra inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde su centro de masa  $G$  está equidistante de ambos vértices; determinar el coeficiente de roce que debe existir en el contacto  $B$ , de manera que la velocidad del centro de masa cuando pasa por dicho vértice sea igual a  $\sqrt{3gL/20}$ . La inclinación de la barra con la horizontal está dada por:  $\text{tg } \alpha = 3/4$  y la distancia entre ambos vértices, medida en la dirección de la barra es  $L/2$ .



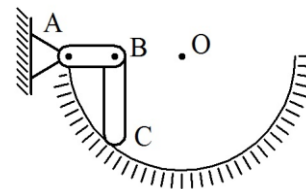
53.- El disco de centro  $C$ , radio  $R$  y masa  $m$  rueda en la superficie inclinada  $30^\circ$  con la horizontal, fija a tierra. El centro del disco se une a la cuerda que pasa por la polea  $D$  de radio y masa despreciables articulada a tierra y se une en su extremo al bloque  $E$  también de masa  $m$ . Si el tramo de cuerda entre  $C$  y  $D$  es paralelo a la superficie, el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la separación vertical entre el centro del disco y el bloque es  $h$ ; determinar la velocidad del bloque respecto a tierra para el instante en que el centro del disco y el bloque están alineados en la misma horizontal.



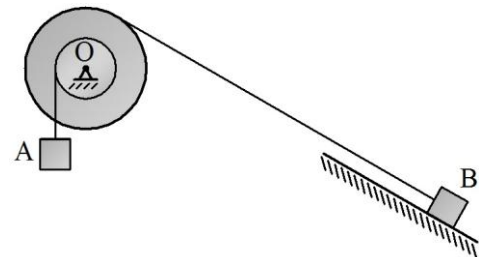
54.- El disco de centro  $C$ , radio  $R$  y peso  $P$  se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. La barra  $AB$  también de peso  $P$  está articulada a la periferia del disco en  $A$  mediante un pasador ideal, y se mueve en la guía vertical lisa igualmente fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde  $\overline{CA}$  forma  $30^\circ$  con la horizontal; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante en que el extremo  $A$  de la barra y el centro del disco están alineados en la misma horizontal.



55.- La barra  $AB$  de longitud  $R$  y masa  $m$  está articulada a tierra en  $A$ , su extremo  $B$  se articula a la barra  $BC$  también de masa  $m$ , cuyo extremo  $C$  se mueve en la superficie circular lisa de centro  $O$  y radio  $2R$  fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde  $A$ ,  $B$  y  $O$  están alineados en la misma horizontal, la barra  $AB$  es horizontal y la barra  $BC$  es vertical; determinar la velocidad angular de la barra  $AB$  respecto a tierra para el instante en que ambas barras son colineales.

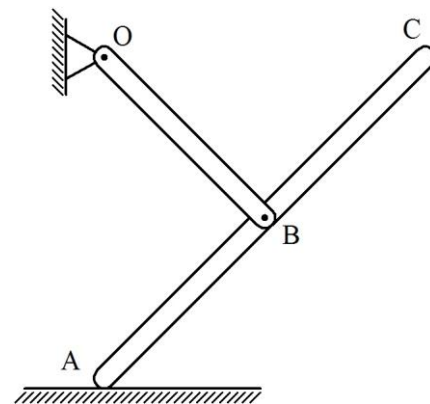


56.- La pieza compuesta de peso  $P$  está formada por dos discos concéntricos rigidamente unidos de radio  $2R$  y  $R$  respectivamente, y se articula a tierra en su centro  $O$ . En el disco de menor radio se enrolla la cuerda cuyo extremo se une al bloque  $A$  de peso  $2P$ . En el disco de mayor radio se enrolla otra cuerda cuyo extremo se une al bloque  $B$  de peso  $P$  que se mueve en la superficie lisa inclinada  $30^\circ$  con la horizontal, fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la distancia vertical entre los bloques es  $R$ ; determinar la velocidad angular de la pieza para el instante en que los bloques están alineados en la misma horizontal.

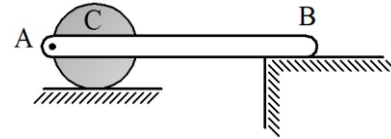


El tramo de cuerda entre el disco de mayor radio y el bloque  $B$  es paralelo a la superficie,

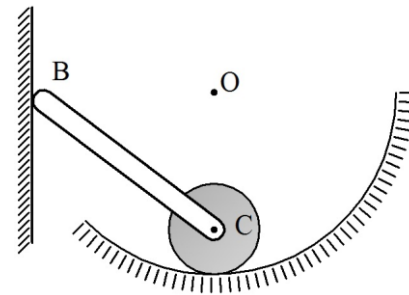
57.- La barra  $OB$  de longitud  $L$  y peso  $P$  está articulada a tierra en  $O$ . La barra  $AC$  de peso  $2P$  se articula en su punto medio mediante un pasador ideal al extremo  $B$  de la barra  $AB$ , cuyo extremo  $A$  se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde las barras son perpendiculares entre sí,  $O$  y  $A$  están alineados en la misma vertical, y separados una distancia  $2L$ ; determinar la velocidad del extremo  $A$  respecto a tierra para el instante en que la barra  $OB$  pasa por la vertical.



58.- El disco de centro  $C$ , radio  $R$  y peso  $P$  rueda en la superficie horizontal fija a tierra. En su periferia se articula la barra  $AB$  de longitud  $6R$  y peso  $P$  que se apoya en la superficie horizontal lisa también fija a tierra. Si el sistema se encuentra en reposo para la configuración mostrada donde la barra está horizontal y se aplica al centro del disco la fuerza horizontal hacia la derecha de magnitud constante  $4P/\pi$ ; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante en que la partícula  $A$  se encuentra en la posición más alta de su trayectoria.

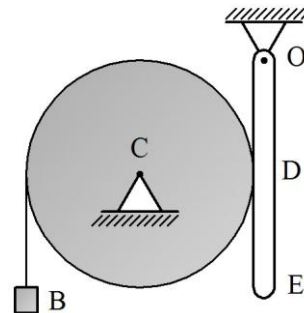


59.- El extremo  $B$  de la barra  $BC$  de peso  $P$  se mueve en la superficie vertical lisa fija a tierra. Su otro extremo está articulado al centro  $C$  del disco, de radio  $R$  y peso  $P$  que rueda en la superficie circular de centro  $O$  y radio  $4R$  fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde  $\overline{OB}$  es horizontal y  $\overline{OC}$  es vertical; determinar la velocidad angular de la barra respecto a tierra para el instante en que ella pasa por la horizontal.

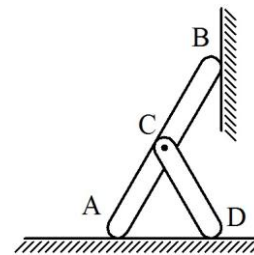


La superficie vertical es tangente a la superficie circular.

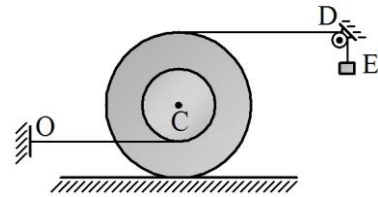
60.- El disco de radio  $R$  y peso  $P$  está articulado a tierra en su centro  $C$ . En la periferia del disco se enrolla la cuerda que se une en su extremo al bloque  $B$  también de peso  $P$ . La barra vertical  $OE$  de longitud  $2R$  y peso despreciable está articulada a tierra en  $O$  y se apoya en su punto medio a la periferia del disco para servir como freno al mismo. Si el sistema disco-bloque se mueve por efecto de la gravedad, y para el instante en que el bloque adquiere una velocidad  $v$  se acciona el freno, mediante la aplicación en el extremo  $E$  de la barra de la fuerza horizontal de magnitud  $P$ ; determinar la distancia que descenderá el bloque a partir de este instante hasta detenerse. El coeficiente de roce entre la barra y el disco es  $2/3$ .



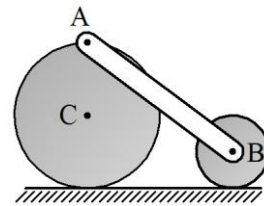
61.- El extremo  $A$  de la barra  $AB$  de longitud  $2L$  y peso  $2P$  se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra y su extremo  $B$  se mueve en la superficie vertical lisa también fija a tierra. La barra  $CD$  de longitud  $L$  y peso  $P$  se articula al centro de la barra  $AB$ , y su extremo  $D$  se mueve en la superficie horizontal lisa. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra  $CD$  forma  $60^\circ$  con la horizontal,  $D$  y  $B$  están alineados en la misma vertical; determinar la velocidad angular de la barra  $AB$  respecto a tierra para el instante en que ella forma  $45^\circ$  con la horizontal.



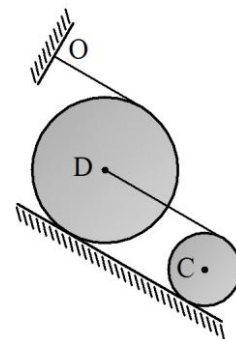
62.- La pieza compuesta formada por dos discos concéntricos rígidamente unidos entre sí, se mueve en la superficie horizontal rugosa cuyo coeficiente de roce es 0,5. En el disco menor de radio  $R$  y peso  $P$  se enrolla la cuerda cuyo extremo se une en  $O$  a la pared fija a tierra. En el disco mayor de radio  $2R$  y peso  $2P$  se enrolla otra cuerda que pasa por la polea  $D$  de radio y peso despreciables articulada a tierra y se une en su extremo al bloque  $E$  de peso  $2P$ , que hace girar y deslizar la pieza en la superficie de apoyo. Si el sistema se mueve por efecto de la gravedad y parte del reposo desde la configuración mostrada donde el bloque se encuentra ubicado a la distancia vertical  $3R$  por encima de la superficie; determinar la velocidad del centro de masa de la pieza para el instante en que su centro geométrico y el bloque están alineados en la misma horizontal. Los tramos de cuerda no enrollados son paralelos a la superficie.



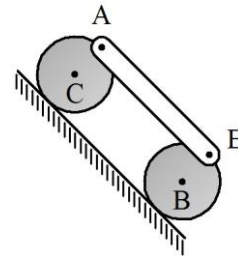
63.- La barra  $AB$  de longitud  $5R$  y peso  $P$  está articulada en  $B$  al centro del disco de radio  $R$  y peso  $P$ . El extremo  $A$  de la barra se articula mediante un pasador ideal a la periferia de otro disco de centro  $C$ , radio  $2R$  y peso  $P$ . Si ambos discos ruedan en la superficie horizontal fija a tierra, el sistema inicia el movimiento por la aplicación en  $C$  de la fuerza horizontal de magnitud constante  $P$ , dirigida hacia la derecha, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde  $\overline{AC}$  es vertical; determinar la velocidad angular del disco de centro  $C$  respecto a tierra para el instante en que  $A$  se encuentra en el punto más bajo de su trayectoria.



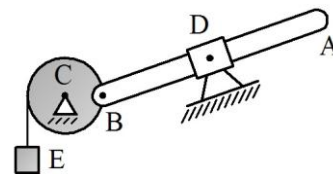
64.- El disco de centro  $C$ , radio  $R$  y peso  $P$  rueda en la superficie inclinada  $30^\circ$  con la horizontal, fija a tierra. En su periferia se enrolla la cuerda que se une al centro  $D$  de otro disco de peso  $2P$ , que se mueve en la misma superficie. En la periferia de este segundo disco se enrolla otra cuerda cuyo extremo se une en  $O$  a la pared fija. Si los tramos de cuerda no enrollados son paralelos a la superficie inclinada, el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad y parte del reposo; determinar la velocidad angular del disco de centro  $C$  respecto a tierra para el instante en que éste ha dado una vuelta completa a partir del inicio del movimiento. El coeficiente de roce entre la superficie y el disco de centro  $D$  es 0,25.



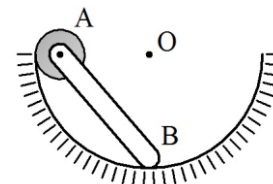
65.- Los discos de centros C y B de igual radio R e igual peso P ruedan en la superficie inclinada  $45^\circ$  con la horizontal, fija a tierra. La barra AE de longitud  $4R$  y peso P se articula en sus extremos mediante pasadores ideales a las periferias de ambos discos. La barra es paralela a la superficie. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde  $\overline{CA}$  y  $\overline{BE}$  son perpendiculares a la superficie; determinar la velocidad angular del disco de centro C respecto a tierra para el instante en que éste ha girado un cuarto de vuelta a partir del inicio del movimiento.



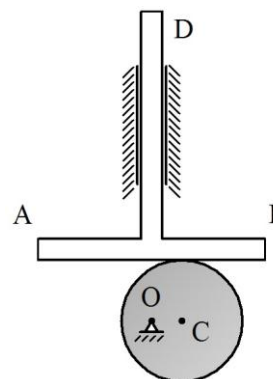
66.- El disco de radio R y peso P está articulado a tierra en su centro C. En la periferia del disco se enrolla la cuerda cuyo extremo se une al bloque E de peso  $2P$ . La barra BA de longitud  $4R$  y peso P articulada a la periferia del disco mediante un pasador ideal en B, se mueve en el collar liso D articulado a tierra, y ubicado a la distancia vertical R por encima de C. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, parte del reposo desde la configuración mostrada donde  $\overline{CB}$  es horizontal y D está ubicado en el punto medio de la barra; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante en que la barra pasa por la horizontal.



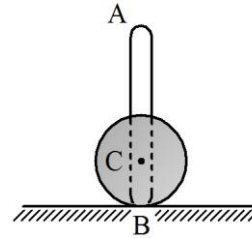
67.- El disco de centro A, radio R y peso P rueda en la superficie semicircular de centro O y radio  $4R$  fija a tierra. Al centro del disco se articula la barra AB de peso P, cuyo extremo B se mueve en la superficie semicircular. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad y parte del reposo desde la configuración mostrada donde  $\overline{OA}$  es horizontal y  $\overline{OB}$  es vertical; determinar la velocidad angular de la barra respecto a tierra para el instante en que el centro del disco ocupe la posición más baja de su trayectoria. El roce entre el extremo B y la superficie es despreciable.



68.- La leva excéntrica circular de centro C, radio R y peso P está articulada a tierra en O. El vástago del seguidor de cara plana también de peso P se mueve en la guía vertical fija a tierra. La cara horizontal AB está en contacto con la leva. El centro de rotación O de la leva está ubicado en el eje longitudinal del vástago y la distancia OC (excentricidad) es  $R/2$ . Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde  $\overline{OC}$  es horizontal; determinar la velocidad angular de la leva respecto a tierra para el instante en que su centro se alinea por primera vez con la vertical que pasa por O. Todos los contactos son lisos.

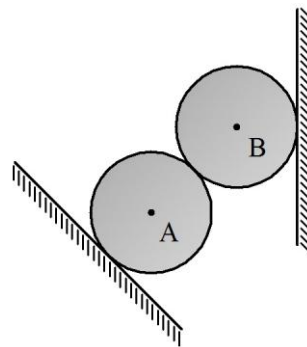


69.- El disco de centro  $C$ , radio  $R$  y masa  $m$  tiene una ranura diametral lisa y rueda en la superficie horizontal fija a tierra. La barra  $AB$  de longitud  $4R$  y masa  $m$  se mueve en la ranura del disco, y su extremo  $B$  se mueve en la superficie. Si el roce entre el extremo  $B$  y la superficie es despreciable, y el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad y parte del reposo debido a la pérdida del equilibrio inestable de la barra desde la configuración mostrada donde ella está en posición vertical; determinar la velocidad angular de ambos cuerpos respecto a tierra para el instante en que la barra forma  $30^\circ$  con la horizontal.

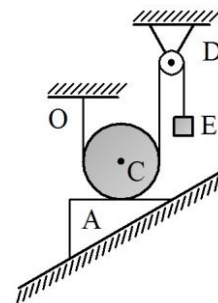


El movimiento del sistema es hacia la derecha.

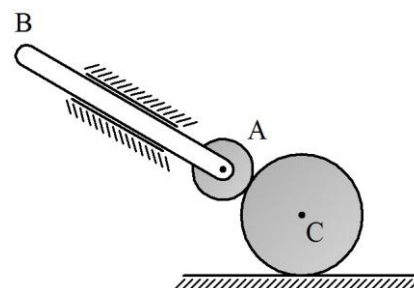
70.- El disco de centro  $A$ , radio  $R$  y masa  $m$  rueda en la superficie inclinada  $45^\circ$  con la horizontal, fija a tierra. El disco de centro  $B$ , radio  $R$  y masa  $m$  se apoya en la periferia lisa del disco de centro  $A$  y rueda en la superficie vertical igualmente fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde  $\overline{AB}$  es perpendicular a la superficie inclinada; determinar la velocidad del disco de centro  $A$  respecto a tierra para el instante en que ambos centros están alineados en la misma vertical.



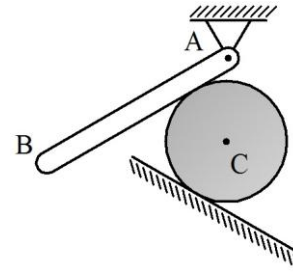
71.- La cuña  $A$  de masa  $m$  se mueve en la superficie lisa inclinada  $30^\circ$  con la horizontal, fija a tierra. El disco de centro  $C$ , radio  $R$  y masa  $m$  se mueve en la cara horizontal lisa de la cuña. La cuerda cuyo extremo  $O$  está unido a tierra pasa por la periferia del disco y por la polea  $D$  de radio y masa despreciables articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque  $E$  de masa  $m/2$ . Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante en que el bloque  $E$  ha ascendido una distancia  $h$ .



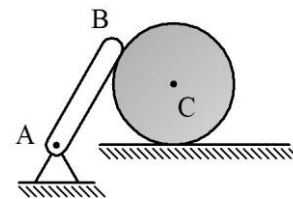
72.- El disco de centro  $A$ , radio  $R$  y peso  $P$  rueda en la periferia de otro disco de centro  $C$ , radio  $2R$  y peso  $P$  que rueda en la superficie horizontal fija a tierra. En el centro del disco superior se articula la barra  $AB$  de peso despreciable que se mueve en la guía lisa inclinada  $30^\circ$  con la horizontal, fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde el centro del disco inferior está alineado con el eje longitudinal de la barra; determinar la velocidad angular del disco inferior respecto a tierra para el instante en que los centros de ambos discos están alineados en la misma horizontal.



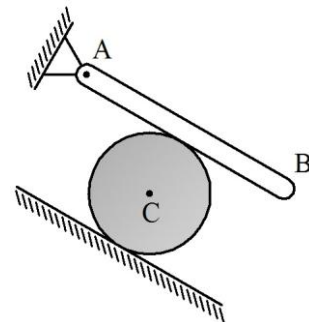
73.- La barra AB de longitud  $2\sqrt{3}R$  y masa  $m$  está articulada a tierra en A, y se apoya a la periferia lisa del disco centro C, radio  $R$  y masa  $m$  que rueda en la superficie inclinada  $30^\circ$  con la horizontal, fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra forma  $30^\circ$  con la horizontal y  $\overline{AC}$  es vertical; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante en que la barra pasa por la vertical.



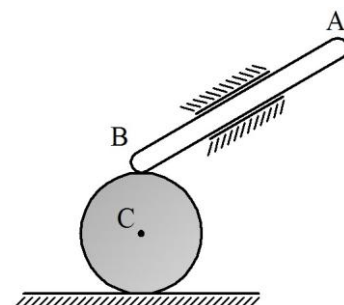
74.- El disco de centro C, radio  $R$  y peso  $P$  rueda en la superficie horizontal fija a tierra. La barra AB también de peso  $P$  está articulada a tierra en A, y apoya su extremo B en la periferia lisa del disco. Si el sistema inicia el movimiento por la aplicación en el centro del disco de la fuerza horizontal de magnitud constante  $P$ , dirigida hacia la derecha, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra es tangente al disco y forma  $60^\circ$  con la horizontal; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante en que el extremo B de la barra y el centro del disco están alineados en la misma horizontal. A está alineado con la superficie.



75.- El disco de centro C, radio  $R$  y peso  $2P$  rueda en la superficie inclinada  $30^\circ$  con la horizontal, fija a tierra. La barra AB de longitud  $4R$  y peso  $P$  está articulada a tierra en A y se apoya en la periferia del disco. Si el coeficiente de roce entre la barra y el disco es  $\sqrt{3}/3$ , el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la distancia desde A hasta el punto de contacto del disco con la barra es igual a  $2R$ ; determinar la velocidad angular del disco respecto a tierra para el instante en que su centro ha recorrido una distancia  $2R$ . La barra es paralela a la superficie

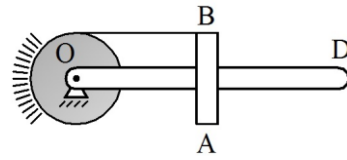


76.- El disco de centro C, radio  $R$  y peso  $P$  rueda en la superficie horizontal fija a tierra. La barra AB de peso  $P$  se mueve en la guía lisa inclinada  $30^\circ$  con la horizontal, fija a tierra. El extremo B de la barra se mueve en la periferia lisa del disco. Si el sistema inicia el movimiento por la aplicación en el centro del disco de la fuerza horizontal de magnitud constante  $P$ , dirigida hacia la izquierda, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde  $\overline{CB}$  es vertical; determinar la velocidad angular del disco para el instante en que la barra está alineada con el centro del disco.

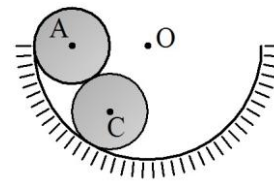




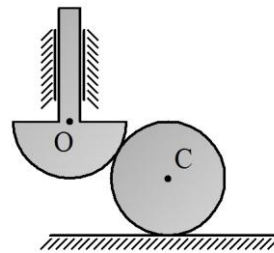
77.- La barra lisa OD de longitud  $6R$  y masa  $m$  está articulada a tierra en O. La pieza ranurada AB de longitud  $2R$  y masa  $m$  se mueve en dicha barra. La cuerda enrollada en el disco de centro O y radio  $R$  fijo a tierra se une en su extremo B a la pieza, de manera que el tramo de cuerda no enrollado es paralelo a la barra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra es horizontal y la longitud del tramo de cuerda no enrollado es  $3R$ ; determinar la velocidad angular de la barra respecto a tierra para el instante en que ésta ha girado  $30^\circ$ . La pieza ranurada puede considerarse como una barra



78.- Los discos de centro A y C de radio  $3R$  y peso  $P$  cada uno se mantienen en contacto entre sí y ruedan en la superficie circular de centro O y radio  $9R$  fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde  $\overline{OA}$  es horizontal y la vertical trazada por O es tangente al disco inferior; determinar la velocidad angular del disco superior respecto a tierra para el instante en que los centros A y C están alineados en la misma horizontal. El contacto entre ambos discos es liso.



79.- El tramo recto de la pieza rígida de peso  $P$  se mueve en la guía vertical lisa fija a tierra. El tramo circular de esta pieza de centro O y radio  $R$  está en contacto con la periferia lisa del disco de centro C, radio  $R$  y peso  $P$  que rueda en la superficie horizontal fija a tierra. El sistema inicia el movimiento por la aplicación en el centro del disco de la fuerza horizontal de magnitud constante  $P$ , dirigida hacia la izquierda, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde O está ubicado a la distancia  $2R$  de la superficie; determinar la velocidad angular de la pieza respecto al disco para el instante en que C y O están alineados en la misma vertical.



80.- El aro de centro C, radio  $R$  y peso  $2P$  se apoya en el extremo B de la barra horizontal lisa empotrada a tierra en O. En la periferia del aro se articula el collar A de peso  $P$  que se mueve en la barra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad, y parte del reposo desde la configuración mostrada donde el collar está a la distancia  $\sqrt{3}R$  de B; determinar la velocidad del collar respecto a tierra para el instante en que  $\overline{AC}$  forma  $60^\circ$  con la horizontal.

