

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

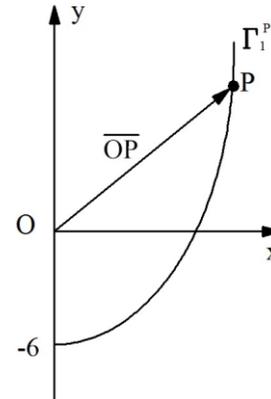
1.- El movimiento de la partícula P respecto a tierra está definido mediante las ecuaciones:

$$x(t) = 8t + 4t^2$$

$$y(t) = 16t + 8t^2 - 6$$

determinar:

- a) El vector velocidad y el vector aceleración de la partícula para el instante inicial de su movimiento.
- b) La ecuación cartesiana de su trayectoria.
- c) La coordenada intrínseca  $s$  en función del tiempo.

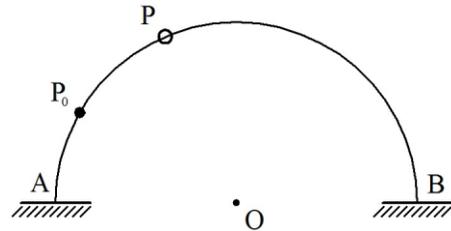


2.- El anillo P se mueve en el semiarco AB de centro O y radio 4 m. fijo a tierra, y sigue la ley de movimiento:

$$s(t) = \frac{4\pi t^2}{3}$$

Si el anillo inicia su movimiento desde la posición  $P_0$ , ubicada a 2 m. de altura por encima de la horizontal que pasa por O; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del anillo, para el instante en que pasa por la posición más alta de su trayectoria.

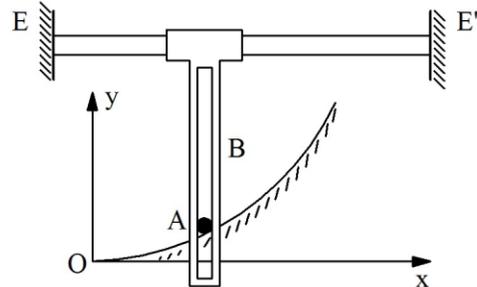
A, O y B están alineados en la misma horizontal.



3.- El perno A se mueve en la superficie fija a tierra, cuya ecuación es:

$$y = bx^2$$

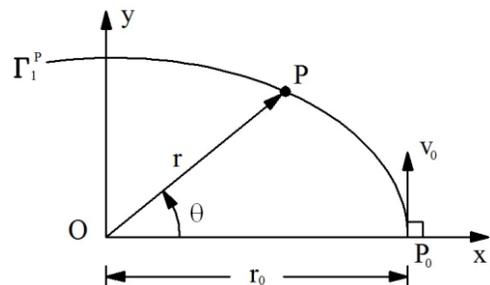
donde  $b$  es constante. El movimiento del perno es controlado por la pieza ranurada B que se mueve horizontalmente hacia la derecha con velocidad de magnitud constante  $v$  respecto a tierra. Si la ranura de la pieza es vertical; determinar el vector aceleración del perno respecto a tierra, para el instante en que la pieza se encuentra a 2 m. del eje  $y$ .



4.- La partícula P describe respecto a tierra la trayectoria plana mostrada, de manera que inmediatamente después del inicio de su movimiento en  $P_0$ , la componente radial y la componente transversal de su vector velocidad se mantienen iguales. Si la aceleración de la partícula es radial; determinar:

- a) La ecuación polar de su trayectoria.
- b) La magnitud de su aceleración como función de la coordenada  $r$ .

En la figura se indican las condiciones iniciales del movimiento.

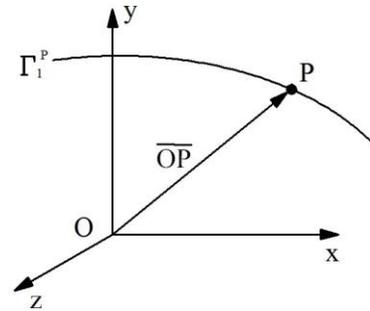


5.- El vector velocidad y el vector aceleración de la partícula P respecto a tierra para un instante dado son:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1^P &= 3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k} \\ \bar{a}_1^P &= 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}\end{aligned}$$

determinar para dicho instante:

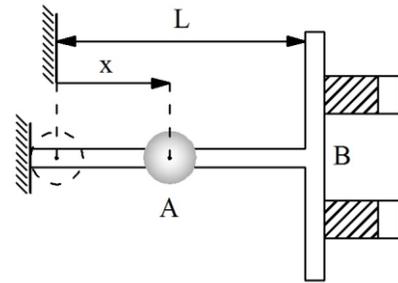
- La componente tangencial de su vector aceleración.
- El radio de curvatura de su trayectoria.



6.- La esfera A ranurada de diámetro  $d$  es atraída por la pieza polar B del electroimán con una fuerza que es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia  $x$  indicada. La aceleración de la esfera respecto a la guía horizontal fija a tierra es:

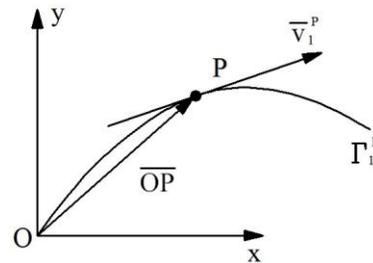
$$a = \frac{b}{(L-x)^2}$$

donde  $b$  es la constante que mide la intensidad de campo del electroimán. Si la esfera inicia su movimiento desde el reposo en  $x = 0$ ; determinar la velocidad de la esfera para el instante en que ésta hace contacto con la pieza polar.



7.- La partícula P tiene movimiento plano respecto a tierra, su vector velocidad es de magnitud constante  $v$  y su dirección forma un ángulo  $\theta = \omega t$  con el eje  $x$  del sistema cartesiano mostrado, donde  $\omega$  es constante. Si para el instante  $t = 0$ , la partícula se encuentra en el origen de coordenadas; determinar:

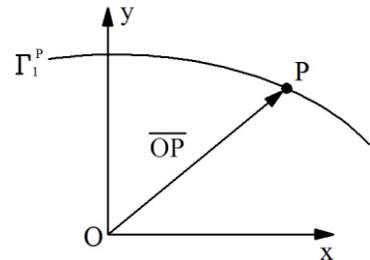
- La ecuación de su trayectoria.
- El radio de curvatura de su trayectoria.
- La componente normal de su vector aceleración.



8.- La partícula P se mueve respecto a tierra, de manera que la magnitud de la componente tangencial y la magnitud de la componente normal de su vector aceleración son constantes. Sí para el instante inicial del movimiento el vector velocidad de la partícula es nulo y su coordenada intrínseca también es nula; demostrar que bajo estas condiciones el radio de curvatura puede escribirse como:

$$\rho = \frac{2sB}{A}$$

donde  $B$  y  $A$  son las magnitudes de las componentes tangencial y normal del vector aceleración respectivamente, y  $s$  es la coordenada intrínseca.



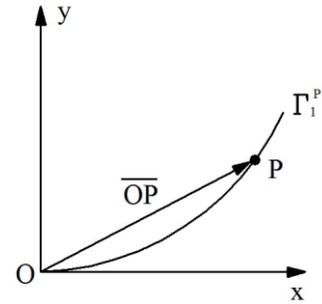
9.- La partícula P se mueve respecto a tierra y describe la parábola de ecuación:

$$y = x^2$$

Si la partícula inicia el movimiento desde el origen de coordenadas y la magnitud  $v$  de su vector velocidad es:

$$v = 3s + 2$$

donde  $s$  es la coordenada intrínseca; determinar el vector velocidad de la partícula para el instante en que  $s = 5$  m., calcular además el tiempo transcurrido.

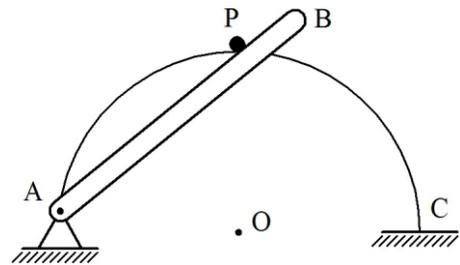


10.- El perno P se mueve en el semicirculo AC de centro O y radio R fijo a tierra, y simultáneamente en la barra AB articulada a tierra en A. La ley de movimiento del perno respecto a tierra es:

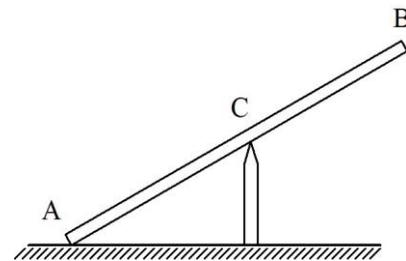
$$s(t) = \frac{\pi R t^2}{8}$$

Para la configuración mostrada  $\overline{OP}$  es vertical. Si P inicia el movimiento en el punto C; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del perno respecto a tierra y respecto a la barra para dicha configuración.

A, O y C están alineados en la misma horizontal.

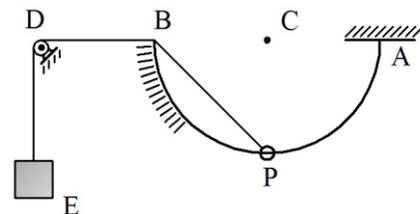


11.- El extremo A de la barra AB de longitud  $4h$  se mueve en la superficie horizontal fija a tierra con velocidad de magnitud constante  $v$  hacia la derecha, y además se apoya en el vértice de la cornisa vertical de altura  $h$ , también fija a tierra. Si para la configuración mostrada, C (punto medio de la barra) coincide con el vértice de la cornisa; determinar el vector velocidad y el vector aceleración de C respecto a tierra para dicha configuración.



12.- El anillo P se mueve en el semicirculo AB de centro C y radio R fijo a tierra. El anillo está unido a la cuerda que pasa por el extremo B del semicirculo, por la polea D de radio despreciable articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque E. Para la configuración mostrada  $\overline{CP}$  es vertical. Si el bloque se mueve con velocidad de magnitud constante  $v$  hacia abajo; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del anillo respecto a tierra para dicha configuración.

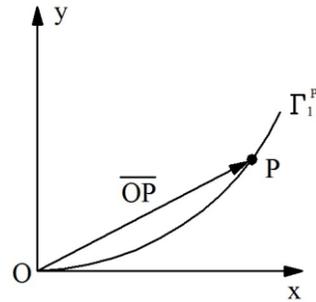
A, C y B están alineados en la misma horizontal.



13.- La partícula P se mueve respecto a tierra y describe la parábola:

$$y = \frac{x^2}{2}$$

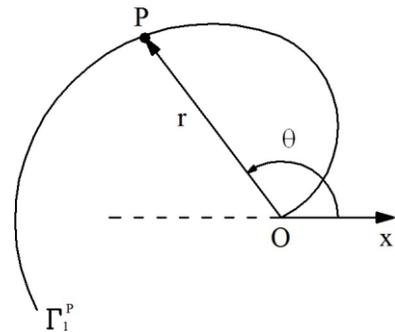
Si la magnitud de su vector velocidad es constante e igual a  $v$ ; determinar el vector aceleración de la partícula en función de la coordenada  $x$ .



14.- La partícula P se mueve respecto a tierra y describe la espiral de Arquímedes:

$$r = 3\theta$$

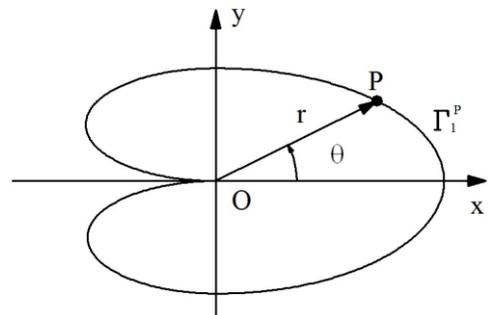
Si la magnitud de su vector velocidad es constante e igual a  $v$ ; determinar el vector aceleración de la partícula en función del ángulo  $\theta$ .



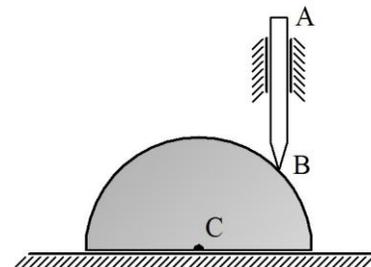
15.- La partícula P se mueve respecto a tierra y describe la cardioide:

$$r = b(1 + \cos \theta)$$

donde  $b$  es constante. Si la partícula se mueve en sentido antihorario de manera que  $\dot{\theta} = \omega$ , donde  $\omega$  es también constante; determinar el vector velocidad de la partícula para las cuatro posiciones en la cuales la trayectoria corta a los ejes cartesianos mostrados.



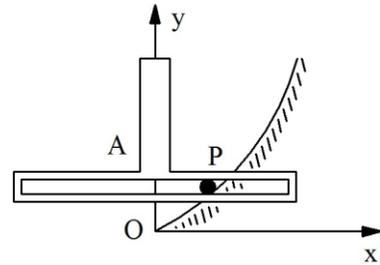
16.- La barra AB se mueve en la guía vertical fija a tierra, mientras que su extremo B permanece en contacto con la superficie de la placa semicircular de centro C y radio  $R$ , que desliza en la superficie horizontal, también fija a tierra. Si el vector velocidad de la placa respecto a tierra es de magnitud constante  $v$  hacia la derecha; y para la configuración mostrada  $\overline{CB}$  forma  $45^\circ$  con la horizontal; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del extremo B de la barra respecto a tierra para dicha configuración.



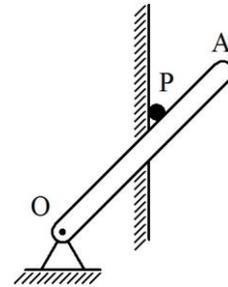
17.- El perno P se mueve en la superficie parabólica fija a tierra de ecuación:

$$y = \frac{x^2}{5}$$

y simultáneamente en la ranura horizontal de la pieza A que desciende verticalmente con velocidad de magnitud constante  $v$ ; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del perno respecto a tierra y respecto a la pieza para el instante en que  $x = 5$  m.

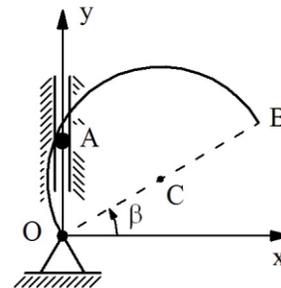


18.- El perno P se mueve en la superficie vertical fija a tierra, y simultáneamente en la barra OA articulada a tierra en su extremo O, que se encuentra ubicado a la distancia horizontal  $b$  de la superficie. Si el vector velocidad del perno respecto a tierra es de magnitud constante  $v$  hacia abajo y para la configuración mostrada la barra forma  $45^\circ$  con la horizontal; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del perno respecto a la barra para dicha configuración.

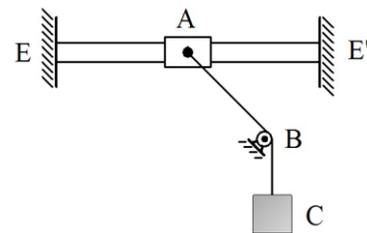


19.- El semicirculo de centro C y radio R está articulado a tierra en O. El perno A se mueve en la ranura vertical fija a tierra, y simultáneamente en la superficie interna del semicirculo. Si el perno se mueve hacia arriba con velocidad de magnitud constante  $v$  respecto a tierra; determinar para  $\beta = 60^\circ$ :

- La variación en el tiempo del ángulo  $\beta$ .
- El vector aceleración del perno respecto al semicirculo.



20.- El collar A se mueve en la guía horizontal EE' fija a tierra. El collar está unido a la cuerda que pasa por la polea B de radio despreciable articulada a tierra, ubicada a la distancia vertical  $b$  de la guía y se une en su otro extremo al bloque C que desciende con velocidad de magnitud constante  $v$ ; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del collar respecto a tierra para el instante en que el tramo de cuerda AB forma  $45^\circ$  con la horizontal.

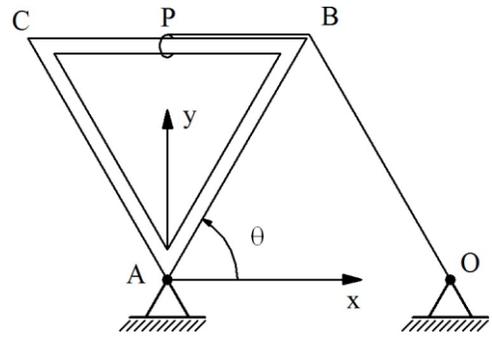


21.- La pieza triangular está formada por barras de igual longitud  $L$  rígidamente unidas entre sí, y se encuentra articulada a tierra en  $A$ . La cuerda está unida a tierra en su extremo  $O$ , se apoya en la barra  $BC$  y se une en su otro extremo al anillo  $P$ , que se mueve en dicha barra. La pieza gira respecto a tierra en sentido antihorario, de acuerdo a la ley de movimiento:

$$\theta = \omega t$$

donde  $\omega$  es constante. Si para la configuración mostrada  $\overline{AP}$  es vertical y  $\overline{CB}$  es horizontal; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del anillo respecto a tierra y respecto a la pieza para dicha configuración.

$A$  y  $O$  están alineados en la misma horizontal y la distancia entre ellos es  $L$ .

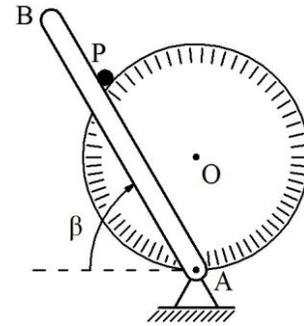


22.- El perno  $P$  se mueve en la superficie circular de centro  $O$  y radio  $R$  fija a tierra, y simultáneamente en la barra  $AB$  articulada a tierra en  $A$ . La barra gira en sentido horario según la ley de movimiento:

$$\beta = \frac{bt^2}{2}$$

donde  $b$  es constante. Si el perno inicia su movimiento en  $\beta = 45^\circ$  respecto a la horizontal; determinar su vector velocidad y su vector aceleración respecto a tierra para el instante en que éste pasa por la posición más alta de la superficie circular.

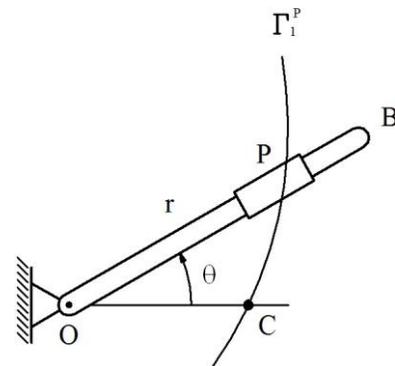
$A$  y  $O$  están alineados en la misma vertical.



23.- El collar  $P$  se mueve en la barra  $OB$  articulada a tierra en  $O$ . La ecuación de la trayectoria del collar respecto a tierra es:

$$r = b \sec^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)$$

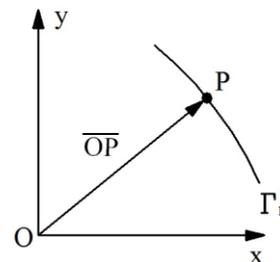
donde  $b$  es constante. Si  $\theta = 2 \omega t$ , donde  $\omega$  también es constante; determinar la magnitud de la aceleración tangencial del collar respecto a tierra, cuando éste se encontraba en el punto  $C$  indicado.



24.- La partícula  $P$  se mueve respecto a tierra de manera que su posición en cualquier instante está dada por el vector:

$$\overline{OP} = b \cos(\omega t) \hat{i} + b \sin(\omega t) \hat{j}$$

donde  $b$  y  $\omega$  son constantes. Si para el instante inicial,  $s = 0$ ; determinar la ley de movimiento de la partícula en forma intrínseca.



25.- La ecuación de la trayectoria de la partícula P respecto a tierra es:

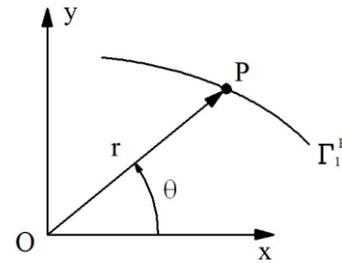
$$r = b(1 + \cos \theta)$$

donde  $b$  es constante. Si la magnitud de su vector velocidad es constante; demostrar que:

a) La magnitud  $v$  del vector velocidad puede escribirse como:

$$v = 2b\dot{\theta} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

b) La magnitud de la componente radial de su vector aceleración es constante.

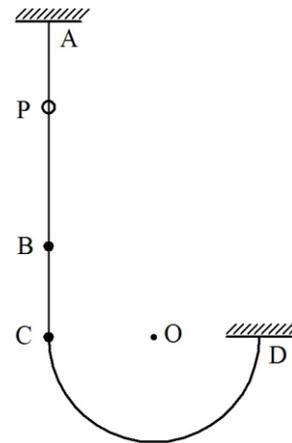


26.- El anillo P se mueve en el alambre formado por el tramo recto AC de longitud  $3L$  y el tramo semicircular CD de centro O y radio  $2L$ , fijo a tierra. Si el anillo parte del reposo desde A y la magnitud de su vector aceleración tangencial es:

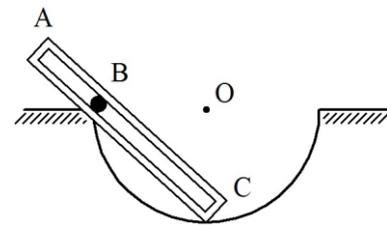
$$|\vec{a}_{1t}^P| = \frac{bt}{6}$$

donde  $b$  es constante; determinar el vector aceleración total del anillo cuando éste pasa por:

- a) El punto B, ubicado a la distancia  $2L$  por debajo de A
  - b) El punto más bajo de su trayectoria.
- C, O y D están alineados en la misma horizontal.



27.- El extremo C de la barra ranurada AC se mueve en la superficie semicircular de centro O y radio R fija a tierra. En B hay un perno, también fijo a tierra que se mueve en la ranura de la barra. Para la configuración mostrada  $\overline{OC}$  es vertical. Si el perno tiene velocidad de magnitud constante  $v$  respecto a la barra en sentido descendente; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del extremo C de la barra respecto a tierra para dicha configuración. B y O están alineados en la misma horizontal.

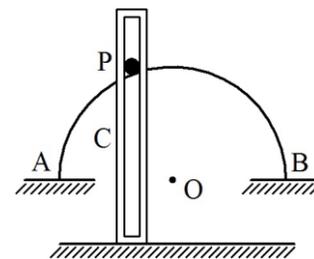


28.- El perno P se mueve en el semiarco AB de centro O y radio R fijo a tierra, y simultáneamente en la ranura vertical de la pieza C que desliza horizontalmente hacia la derecha. La ley de movimiento del perno respecto a tierra es:

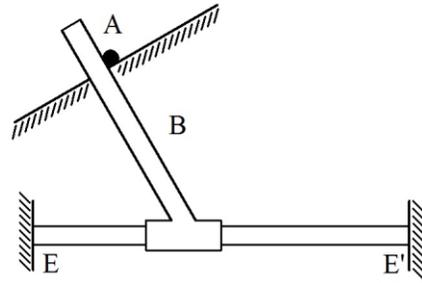
$$s(t) = \frac{\pi R t^3}{36}$$

Si P inicia el movimiento en el punto A; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del perno respecto a tierra y respecto a la pieza para el instante en que ha recorrido tres cuartas partes de su trayectoria sobre el semiarco.

A, O y B están alineados en la misma horizontal.



29.- El perno A se mueve en la superficie inclinada  $30^\circ$  con la horizontal, fija a tierra y simultáneamente en el brazo B que es perpendicular a la superficie. Para la configuración mostrada la altura del perno medida desde el eje horizontal EE' es h. Si el brazo se mueve horizontalmente hacia la derecha con velocidad de magnitud constante v; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del perno respecto a tierra y respecto al brazo para dicha configuración.



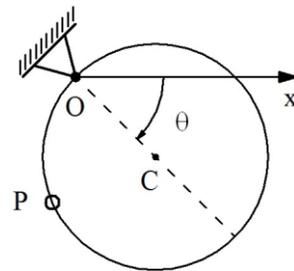
30.- El aro de centro C y radio 1 m. está articulado a tierra en O. El radio OC gira en sentido horario de acuerdo a la ley de movimiento:

$$\theta = \frac{\pi \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{4}\right)}{2}$$

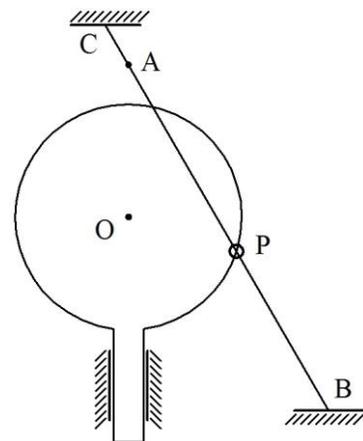
A su vez, el anillo P se mueve en el aro de de acuerdo a la ley:

$$s(t) = \frac{\pi t^2}{3}$$

medida a partir de O; determinar el vector velocidad del anillo respecto a tierra para el instante en que  $s = \frac{4\pi}{3}$  m.



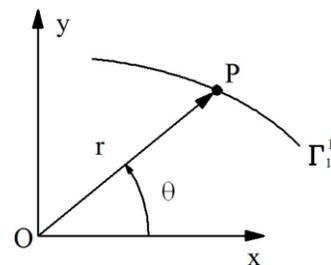
31.- El anillo P se mueve en el alambre recto CB inclinado  $60^\circ$  con la horizontal, fijo a tierra. Simultáneamente el anillo se mueve en el aro de centro O y radio R que asciende verticalmente con velocidad de magnitud constante v; determinar para el instante en que la distancia vertical OA es R, el vector velocidad del anillo respecto a tierra y respecto al aro.



32.- La partícula P describe respecto a tierra la trayectoria dada por la ecuación:

$$r = b(1 + \cos \theta)$$

donde b es constante. Si  $\theta = \omega t$ , donde  $\omega$  también es constante; determinar el radio de curvatura de su trayectoria en función del tiempo.

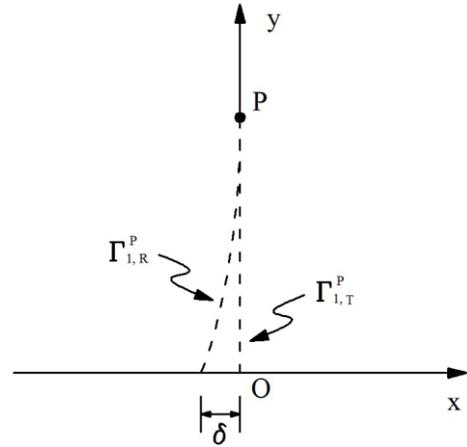


33.- Debido a la rotación de la tierra, el vector aceleración de la partícula P en caída libre es:

$$\vec{a}_1^P = 2\omega v_y \cos\lambda \hat{i} - g \hat{j}$$

donde  $\omega$  y  $\lambda$  son constantes, y  $v_y$  es la componente vertical de su velocidad. Si en  $t = 0$ , la partícula parte del reposo y se encuentra a la altura  $h$  de la superficie de la tierra; determinar:

- La ecuación de su trayectoria real ( $\Gamma_{1,R}^P$ ).
- La desviación  $\delta$  respecto a su trayectoria teórica ( $\Gamma_{1,T}^P$ ).

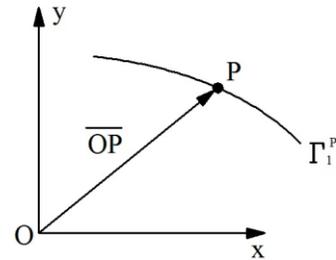


34.- El movimiento de la partícula P respecto a tierra está definido por el vector de posición:

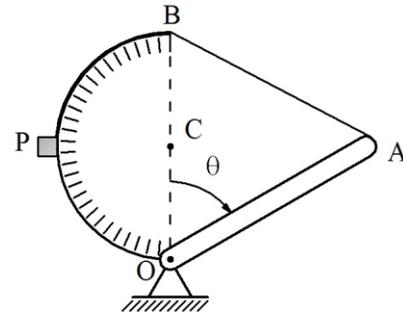
$$\vec{OP} = b(\omega t - \sin(\omega t)) \hat{i} + b(1 - \cos(\omega t)) \hat{j}$$

donde  $\omega$  y  $b$  son constantes. Si  $v$  es la magnitud de su vector velocidad y  $\rho$  es el radio de curvatura de su trayectoria; demostrar que:

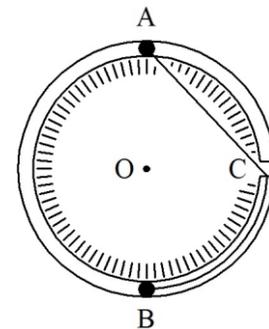
$$v = \frac{\rho \omega}{2}$$



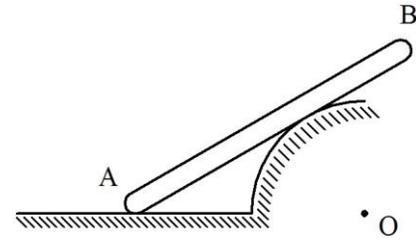
35.- El bloque P de dimensiones despreciables se mueve en la superficie semicircular OB de centro C y radio R fija a tierra. El bloque está unido a la cuerda que se apoya sobre la superficie y se une en su otro extremo a la barra OA de longitud  $2R$  articulada a tierra en O. Para la configuración mostrada la barra forma  $60^\circ$  con la vertical OB y  $\vec{CP}$  es horizontal. Si la barra gira en sentido horario y  $\dot{\theta} = \omega$ , donde  $\omega$  es constante; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del bloque respecto a tierra para dicha configuración.



36.- Dos pernos A y B se mueven en la ranura circular de centro O y radio R fija a tierra. Ambos pernos están unidos por la cuerda tal como se indica. Para la configuración mostrada A, O y B están alineados en la misma vertical. Si el perno B se mueve con velocidad de magnitud constante  $v$  en sentido horario; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del perno A respecto a tierra para dicha configuración. O y C están alineados en la misma horizontal.



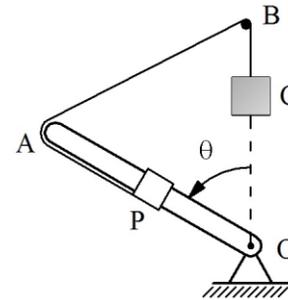
37.- La barra AB de longitud  $4R$  se apoya en la superficie semicircular de centro  $O$  y radio  $R$  fija a tierra, y su extremo  $A$  se mueve en la superficie horizontal, también fija a tierra con velocidad de magnitud constante  $v$  hacia la izquierda; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del extremo  $B$  de la barra respecto a tierra para el instante en que el extremo  $A$  se encuentra a la distancia  $2R$  del centro de la superficie semicircular.  $A$  y  $O$  están alineados en la misma horizontal.



38.- El collar  $P$  se mueve en la barra  $OA$  de longitud  $L$ , articulada a tierra en  $O$ . El collar se une a la cuerda que se apoya en la barra, pasa por la clavija  $B$  de radio despreciable fija a tierra y se une en su otro extremo al bloque  $C$  que desciende con velocidad de magnitud constante  $v$ . Para la configuración mostrada la barra forma  $60^\circ$  con la vertical  $OB$  y el collar se encuentra en su punto medio. Si el ángulo que forma la barra con la vertical varía en el tiempo de acuerdo a:

$$\theta = \omega t$$

donde  $\omega$  es constante; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del collar respecto a tierra para dicha configuración. La distancia entre  $O$  y  $B$  es  $L$ .

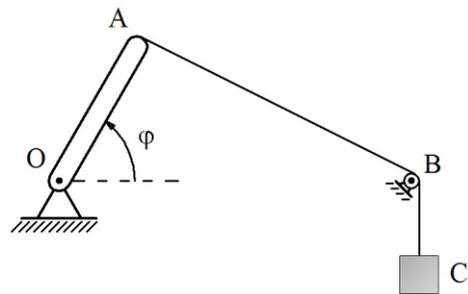


39.- La barra  $OA$  de longitud  $L$  está articulada a tierra en  $O$ , y gira en sentido antihorario de acuerdo a la ley de movimiento:

$$\varphi = \omega t$$

donde  $\omega$  es constante. El extremo  $A$  de la barra se une a la cuerda que pasa por la polea  $B$  de radio despreciable articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque  $C$ ; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del bloque respecto a tierra para el instante en que éste ocupa la posición más baja de su trayectoria.

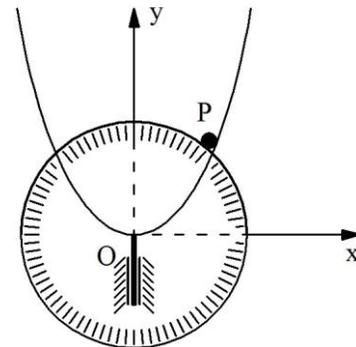
$O$  y  $B$  están alineados en la misma horizontal y separados una distancia  $2L$ .



40.- El perno  $P$  se mueve en la superficie circular de centro  $O$  y radio  $4$  m. fija a tierra, y simultáneamente en la superficie de la pieza doblada en forma de parábola, cuya ecuación para la configuración mostrada es:

$$y = \frac{x^2}{5}$$

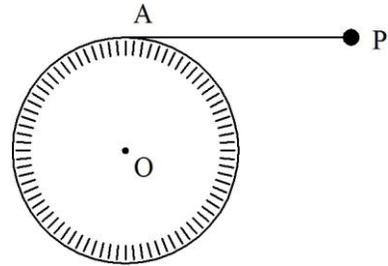
Si la pieza se mueve verticalmente hacia arriba con velocidad de magnitud constante  $v$ , y para esta configuración el vértice de la parábola coincide con el centro  $O$  de la superficie circular; determinar el vector velocidad del perno respecto a tierra para dicha configuración.



41.- La esfera P de radio despreciable está unida a la cuerda que permanece tensa, y enrollada a la superficie circular de centro O y radio R fija a tierra. Para la configuración mostrada el segmento de cuerda AP es horizontal y su longitud es L. Si La ley de variación del ángulo que forma la cuerda con la horizontal es:

$$\theta = \omega t$$

donde  $\omega$  es constante; determinar el vector aceleración de la esfera cuando la cuerda ha girado en sentido horario  $45^\circ$  respecto a su posición original.



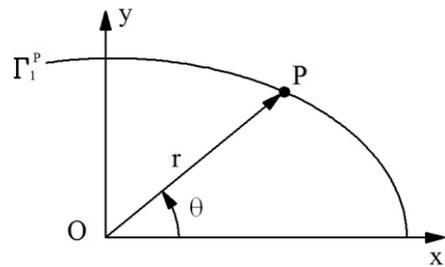
42.- La partícula P describe respecto a tierra la trayectoria dada por la ecuación:

$$r = r_0 e^{b\theta}$$

donde  $\theta = \omega t$ . Si  $r_0$ ,  $b$  y  $\omega$  son constantes; determinar:

a) La componente normal y la componente tangencial de su vector aceleración.

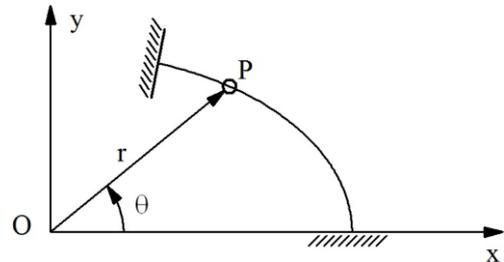
b) El radio de curvatura de su trayectoria.



43.- El anillo P se mueve en el alambre fijo a tierra, doblado en forma de espiral logarítmica de ecuación:

$$r = r_0 e^\theta$$

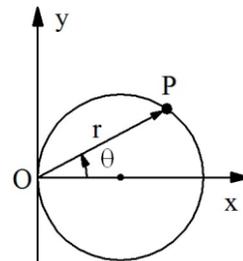
donde  $r_0$  es constante. Si su vector velocidad es de magnitud constante  $v$ ; determinar las coordenadas  $r$  y  $\theta$  en función del tiempo.



44.- La partícula P se mueve respecto a tierra y describe la trayectoria cuya ecuación es:

$$r = 2 r_0 \cos \theta$$

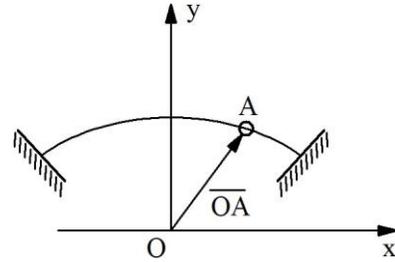
donde  $r_0$  es constante. Si el vector aceleración de la partícula es radial; determinar la magnitud de su vector aceleración en función de la coordenada  $r$ .



45.- El anillo A se mueve en el alambre fijo a tierra, doblado en forma de un arco de elipse, cuya ecuación es:

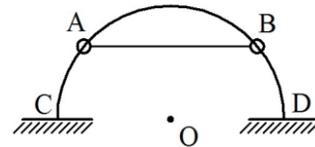
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Si el vector aceleración del anillo es vertical, y además para el instante  $t = 0$ , éste se encuentra en el punto de coordenadas  $(0, b)$  y la magnitud de su vector velocidad es  $v$ ; determinar el vector aceleración del anillo para un instante cualquiera en función de su coordenada  $y$ .



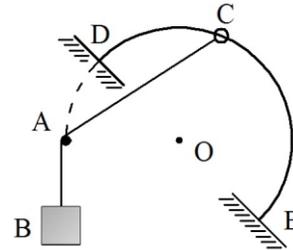
46.- El anillo A se mueve en el semiarco CD de centro O y radio R fijo a tierra. El anillo está unido por la cuerda tensa de longitud  $\sqrt{2} R$  a otro anillo B que también se mueve en el semiarco. Para la configuración mostrada la cuerda es horizontal. Si el anillo B inicia su movimiento en el punto D del semiarco, de acuerdo a la ley:

$$s(t) = \frac{\pi R t^2}{16}$$

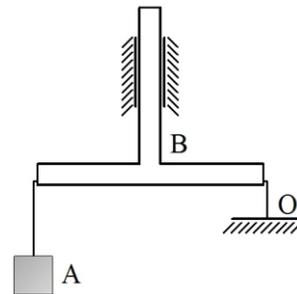


determinar el vector velocidad y el vector aceleración del anillo A respecto a tierra para dicha configuración. C, O y D están alineados en la misma horizontal.

47.- El anillo C se mueve en el semiarco DE de centro O y radio R fijo a tierra. El anillo está unido a la cuerda que pasa por la clavija A de radio despreciable también fija a tierra, ubicada en la horizontal que pasa por el centro del semiarco y se une en su otro extremo al bloque B que descende con velocidad de magnitud constante  $v$ ; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del anillo respecto a tierra para el instante en que éste ocupa la posición más alta de su trayectoria.

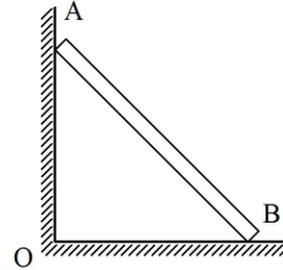


48.- La pieza B en forma de T invertida se mueve en la guía vertical fija a tierra con velocidad de magnitud constante  $v$  hacia arriba. El tramo horizontal de dicha pieza es un tubo por el cual pasa la cuerda que tiene su extremo O fijo a tierra y se une en su otro extremo al bloque A; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del bloque respecto a tierra y respecto a la pieza.



49.- El extremo A de la barra AB de longitud L se apoya en la superficie vertical fija a tierra, y su extremo B se mueve hacia la derecha con velocidad de magnitud constante  $v$  en la superficie horizontal, también fija a tierra; determinar:

- La ecuación cartesiana de la trayectoria que describe el punto medio de la barra.
- El vector velocidad de dicho punto para el instante en que la barra forma  $45^\circ$  con la horizontal.

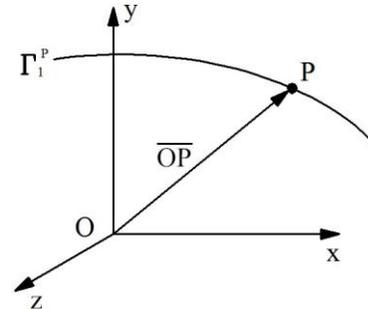


50.- La partícula P se mueve respecto a tierra, y su posición en cualquier instante está dada por:

$$\overline{OP} = e^t \hat{i} + e^{-t} \hat{j} + \sqrt{2} \hat{k}$$

demostrar que el radio de curvatura de su trayectoria queda determinado por:

$$\rho(t) = \frac{(e^{2t} + e^{-2t})^{3/2}}{2}$$

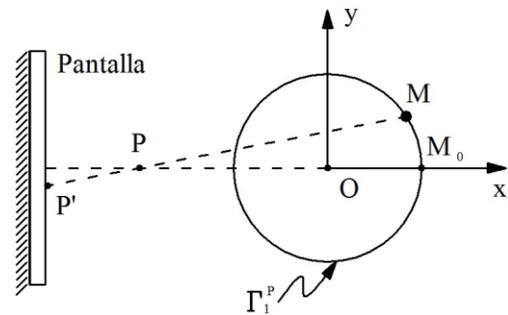


51.- El punto luminoso M describe respecto a tierra la circunferencia de centro O y radio R mostrada. Dicho punto inicia su movimiento en la posición  $M_0$ , ubicada en la horizontal que pasa por O, según la ley:

$$s(t) = b R t^2$$

donde  $b$  es constante. El punto opaco P, ubicado a la distancia R a la derecha de la pantalla vertical fija a tierra y a la distancia  $2R$  a la izquierda de O, arroja sobre la pantalla la sombra  $P'$ ; determinar:

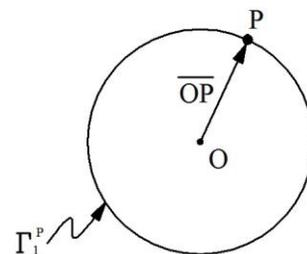
- ¿En que instante la dirección del vector aceleración y la dirección del vector velocidad del punto M, forman entre sí  $45^\circ$ ?
- El vector velocidad de la sombra respecto a tierra para dicho instante.



52.- La partícula P describe respecto a tierra la circunferencia de centro O mostrada. Si su ley de movimiento es:

$$s(t) = t^4 - 8t$$

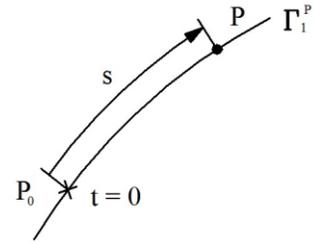
y dos segundos después de haber partido del reposo, la magnitud del vector aceleración total de la partícula es  $48\sqrt{2} \text{ (m/s}^2\text{)}$ ; determinar el radio de la circunferencia.



53.- La partícula P se mueve respecto a tierra de manera que:

$$\bar{a}_1^P \circ \bar{v}_1^P = b^2 \omega^3 \sin(\omega t)$$

donde  $b$  y  $\omega$  son constantes. Si en  $t = 0$ , la partícula parte del reposo y su coordenada curvilínea es nula; determinar la longitud de arco  $s$  recorrida por la partícula para  $t = 2\pi/\omega$ .

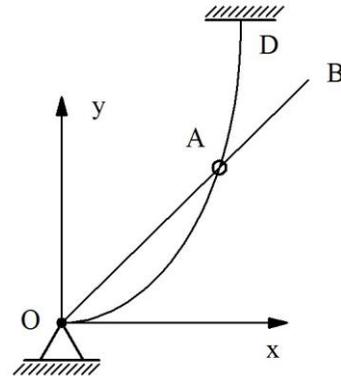


54.- El anillo A se mueve en el alambre OD fijo a tierra, cuya ecuación es:

$$y = 2x^2$$

y simultáneamente se mueve a lo largo de la varilla recta OB, articulada a tierra en O. Si la velocidad del anillo respecto a la varilla es de magnitud constante  $v$ , alejándose de O; determinar en función de la coordenada  $x$  del anillo:

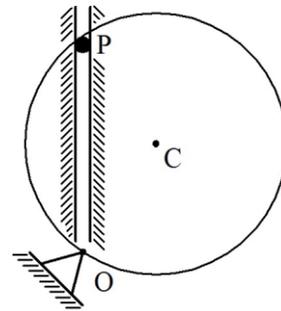
- El vector velocidad del anillo respecto a tierra.
- Variación en el tiempo del ángulo que forma la varilla con la horizontal.
- El vector aceleración del anillo respecto a la varilla.



55.- El perno P se mueve en la ranura vertical fija a tierra y simultáneamente dentro de la superficie del aro de centro C y radio R, articulado a tierra en O. El perno se mueve respecto al aro en sentido horario según la ley:

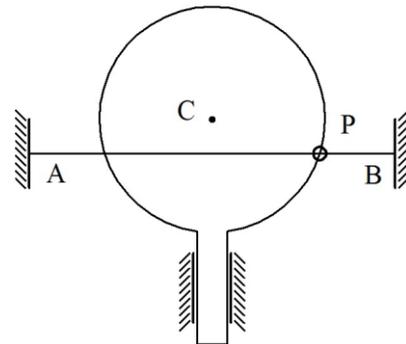
$$s(t) = \frac{R t^2}{8}$$

si P inicia su movimiento desde O; determinar el vector velocidad y el vector aceleración de P respecto a tierra para el instante en que su vector aceleración respecto al aro forma  $45^\circ$  con la dirección del vector velocidad también respecto al aro. O y P están alineados en la misma vertical.

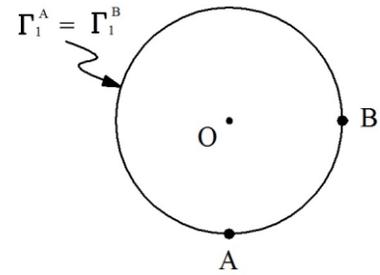


56.- El anillo P se mueve en el alambre horizontal AB fijo a tierra, y simultáneamente en el aro de centro C y radio R, que se desplaza verticalmente hacia abajo con velocidad de magnitud constante  $v$ ; determinar para el instante en el cual el centro C del aro se encuentra sobre la recta AB:

- El vector velocidad y el vector aceleración de P respecto a tierra.
- El vector velocidad y el vector aceleración de P respecto al aro.

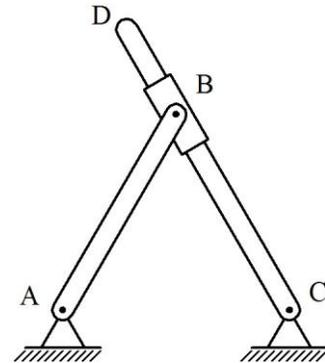


57.- Las partículas A y B se mueven en sentido horario describiendo respecto a tierra una circunferencia común de centro O y radio R, con aceleraciones exclusivamente normales de magnitudes constantes  $a$  y  $4a$  respectivamente. Si el movimiento de ambas partículas se inicia en forma simultánea desde la configuración mostrada, donde  $\overline{OA}$  es vertical y  $\overline{OB}$  es horizontal; determinar el tiempo que tarda la partícula B en alcanzar a la partícula A.



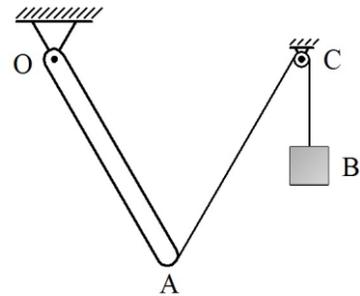
58.- La barra AB de longitud L, está articulada a tierra en A. En el extremo B de dicha barra se conecta el collar de dimensiones despreciables que desliza a lo largo de la barra CD articulada a tierra en C. El collar se mueve respecto a la barra CD alejándose de C con velocidad de magnitud constante  $v$ ; determinar para la configuración mostrada donde la barra AB forma  $60^\circ$  con la horizontal AC:

- El vector velocidad del collar respecto a tierra.
  - La variación respecto al tiempo del ángulo que forma la barra AB con la horizontal.
- La distancia entre A y C es L.



59.- La barra OA de longitud 3 m. está articulada a tierra en O. En A se conecta la cuerda que pasa por la polea C de radio despreciable articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque B. Si el bloque desciende aceleradamente, y para la posición mostrada su velocidad es 2 m/s, su aceleración es  $4 \text{ m/s}^2$  y la barra forma  $60^\circ$  con la horizontal OC; determinar para dicha configuración el valor de la primera y segunda derivada respecto al tiempo del ángulo que forma la barra con la horizontal.

La distancia entre O y C es 3 m.



60.- La cuerda de longitud 15 m. está unida en su extremo A a tierra y pasa por la polea C de radio despreciable articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque D que desciende con velocidad de magnitud constante de 10 m/s. En el punto medio del tramo de cuerda AC se coloca la polea B igualmente de radio despreciable, la cual se encuentra unida a otra cuerda que sostiene al bloque E; determinar para la configuración mostrada, donde la longitud del tramo de cuerda CD es 5 m., el vector velocidad y el vector aceleración del bloque E respecto a tierra.

A y C están alineados en la misma horizontal y su separación es 8 m.

