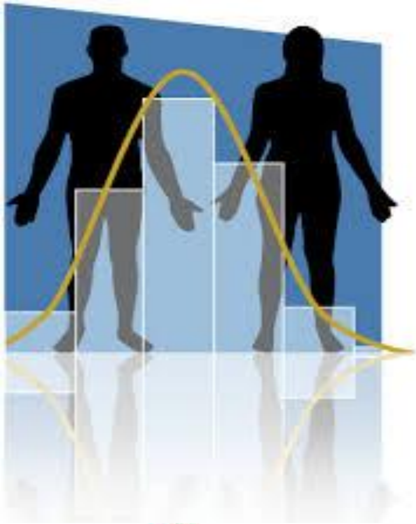
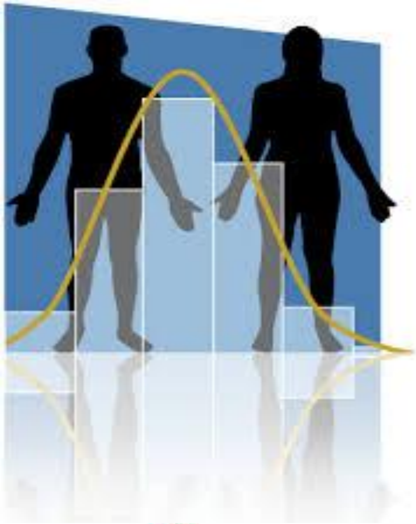


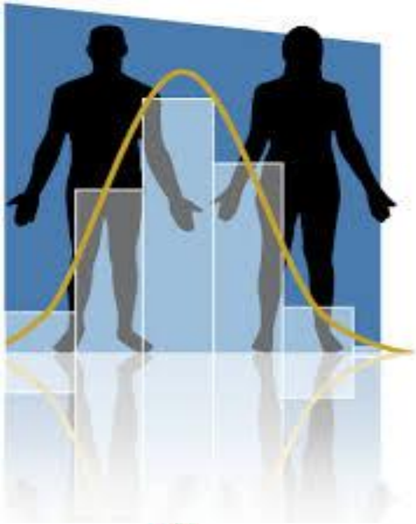
TEORÍA DE LA DECISIÓN



TEORÍA DE MUESTRAS PEQUEÑAS $(N \leq 30)$

- Distribución T de Student

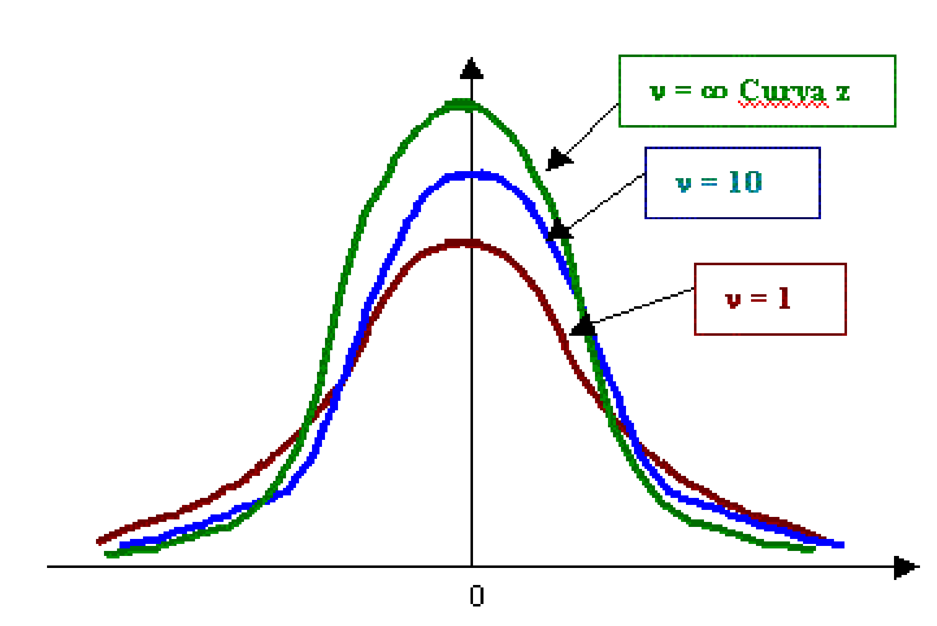
Es una distribución de probabilidad continua y simétrica, pero más extendida que la normal y su amplitud depende del tamaño de la muestra, cuando esta es muy grande coincide con la normal.



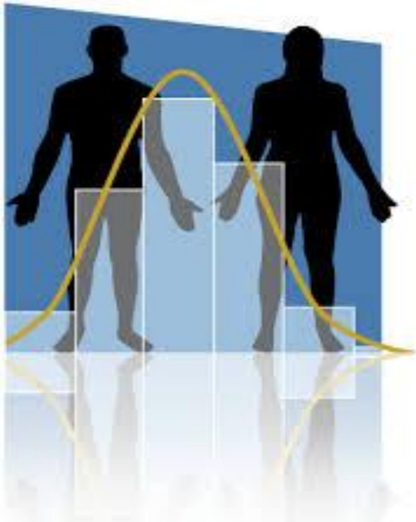
TEORÍA DE MUESTRAS PEQUEÑAS

$$y = \frac{y_0}{\left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{v+\frac{1}{2}}}$$

La curva cambia debido a los grados de libertad (V = n-1)



El número de grados de libertad es un estadístico e indica el numero de observaciones independientes de la muestra.



TEORÍA DE MUESTRAS PEQUEÑAS

Los valores del estadístico "t" vienen expresados en función del nivel de confianza y grados de libertad de la prueba.

Intervalo de confianza para medias poblacionales

$$\overline{X} \pm t_c . \frac{s}{\sqrt{n-1}}$$

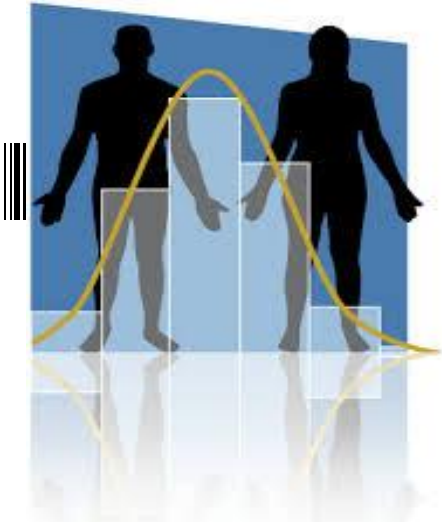
Donde,

X= Estadístico

tc= valor de t bajo la curva (buscar este valor en la tabla de *tp*)

S= desviación estándar de la muestra

n-1= grados de libertad



Prueba de Hipótesis para una muestra

$$H_0 : \ \overline{X} = \mu$$
$$H_1 : \overline{X} \neq \mu$$

$$t_{cal} = \frac{\overline{X} - \mu}{s} . \sqrt{n-1} \qquad \nu = n - 1$$

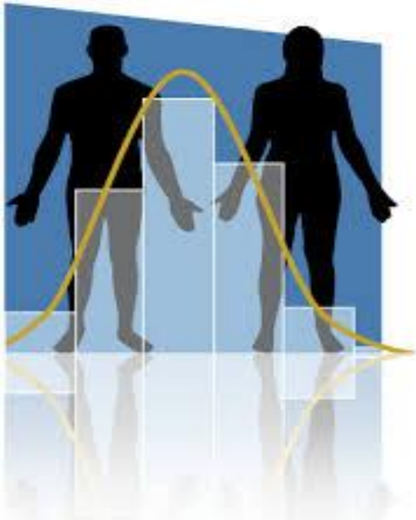
Prueba de Hipótesis para dos muestras independiente

$$H_0 : \ \overline{X}_1 = \overline{X}_2$$
$$H_1 : \overline{X}_1 \neq \overline{X}_2$$

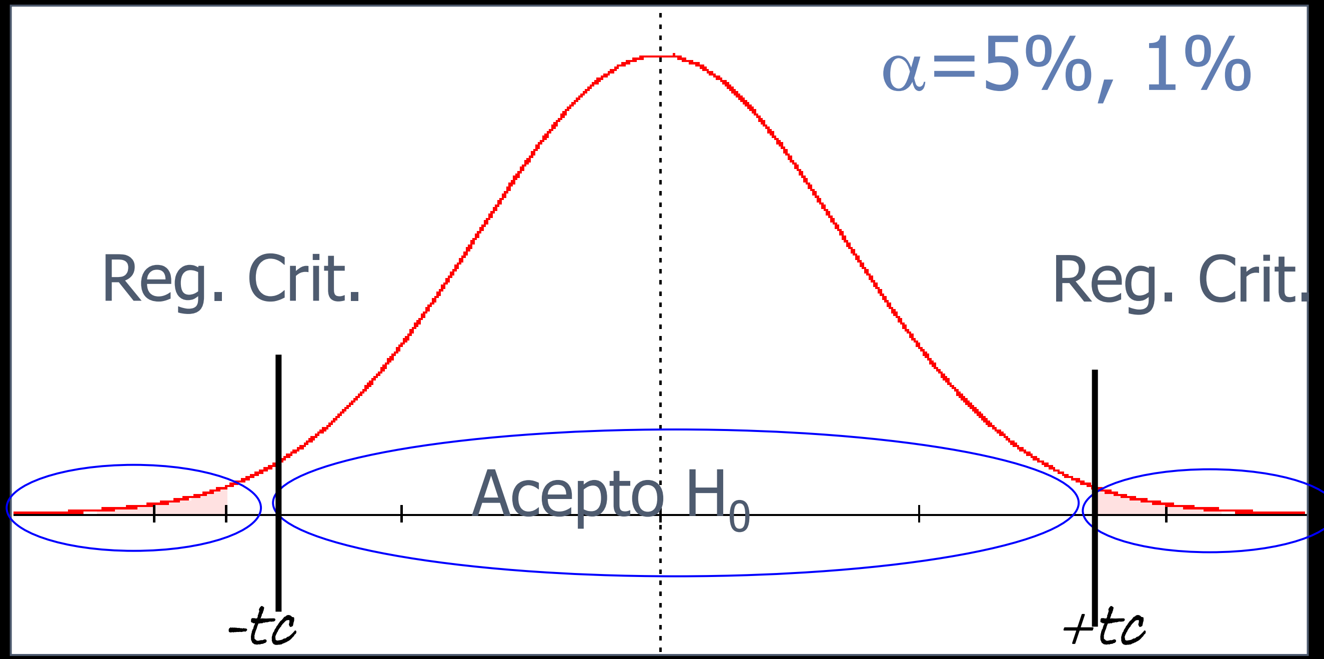
$$t_{cal} = \frac{X_1 - X_2}{\sigma . \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \qquad \nu = n_1 + n_2 - 2$$

Si desconocemos la desviación de la población la calculamos aplicando la fórmula

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1 . s_1^{\ 2} + n_2 . s_2^{\ 2}}{n_1 + n_2 - 2}}$$

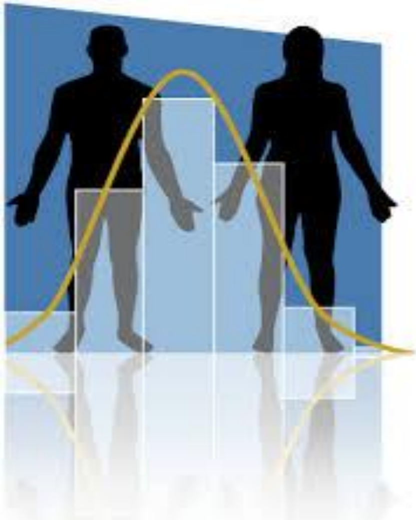


Para obtener el valor de tc, a dos colas



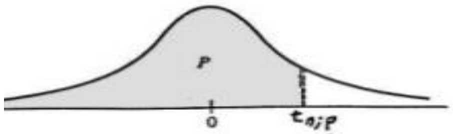
Conocer el valor del $\alpha/2$ y los grados de libertad n-1

$$t_{c\left(1-\frac{\alpha}{2},n-1\right)}$$



$$t_{c\left(1-\frac{\alpha}{2},n-1\right)}$$

Distribución t de Student



Ejemplo

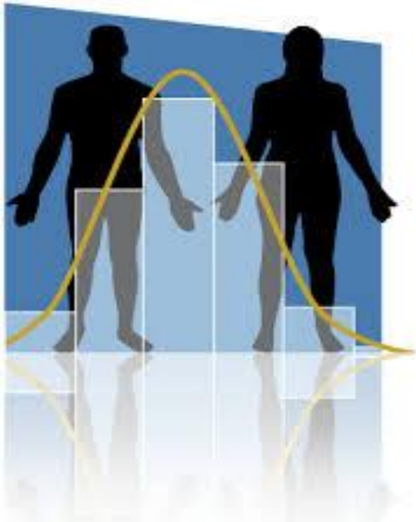
$$t_{c(1-0.025;24)}$$

$$t_{c(0.975;24)}$$

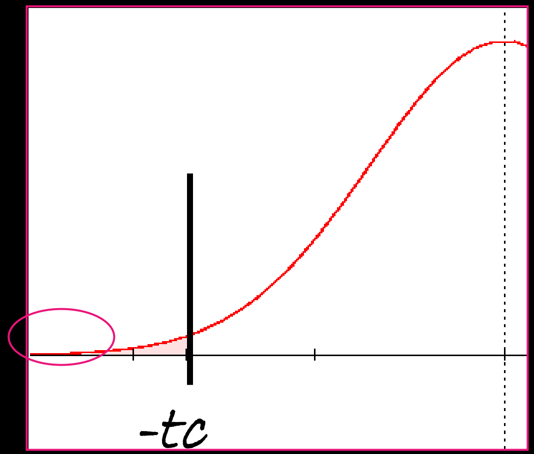
La tabla A.4 da distintos valores de la funcio
relación con el número de grados de libertad; concretamente, r
y $t_{n;p}$ que satisfacen

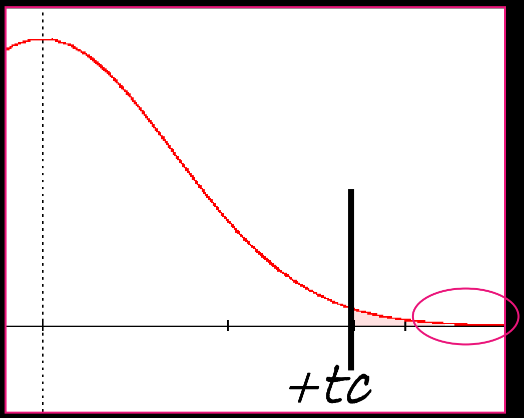
$$P(t_n \leq t_{n;p}) = p.$$

n	$t_{0,55}$	$t_{0,60}$	$t_{0,70}$	$t_{0,80}$	$t_{0,90}$	$t_{0,95}$	$t_{0,975}$	$t_{0,99}$	$t_{0,995}$
1	0,1584	0,3249	0,7265	1,3764	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567
2	0,1421	0,2887	0,6172	1,0607	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248
3	0,1366	0,2767	0,5844	0,9785	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409
4	0,1338	0,2707	0,5686	0,9410	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041
5	0,1322	0,2672	0,5594	0,9195	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321
6	0,1311	0,2648	0,5534	0,9057	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074
7	0,1303	0,2632	0,5491	0,8960	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995
8	0,1297	0,2619	0,5459	0,8889	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554
9	0,1293	0,2610	0,5435	0,8834	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498
10	0,1289	0,2602	0,5415	0,8791	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693
11	0,1286	0,2596	0,5399	0,8755	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058
12	0,1283	0,2590	0,5386	0,8726	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545
13	0,1281	0,2586	0,5375	0,8702	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123
14	0,1280	0,2582	0,5366	0,8681	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768
15	0,1278	0,2579	0,5357	0,8662	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467
16	0,1277	0,2576	0,5350	0,8647	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208
17	0,1276	0,2573	0,5344	0,8633	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982
18	0,1274	0,2571	0,5338	0,8620	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784
19	0,1274	0,2569	0,5333	0,8610	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609
20	0,1273	0,2567	0,5329	0,8600	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453
21	0,1272	0,2566	0,5325	0,8591	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314
22	0,1271	0,2564	0,5321	0,8583	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188
23	0,1271	0,2563	0,5317	0,8575	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073
24	0,1270	0,2562	0,5314	0,8569	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969
25	0,1269	0,2561	0,5312	0,8562	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874
26	0,1269	0,2560	0,5309	0,8557	1,3150	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787
27	0,1268	0,2559	0,5306	0,8551	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707
28	0,1268	0,2558	0,5304	0,8546	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633
29	0,1268	0,2557	0,5302	0,8542	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564
30	0,1267	0,2556	0,5300	0,8538	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500
40	0,1265	0,2550	0,5286	0,8507	1,3031	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045
50	0,1263	0,2547	0,5278	0,8489	1,2987	1,6759	2,0086	2,4033	2,6778
60	0,1262	0,2545	0,5272	0,8477	1,2958	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603
80	0,1261	0,2542	0,5265	0,8461	1,2922	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387
100	0,1260	0,2540	0,5261	0,8452	1,2901	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259
120	0,1259	0,2539	0,5258	0,8446	1,2886	1,6577	1,9799	2,3578	2,6174
∞	0,126	0,253	0,524	0,842	1,282	1,645	1,960	2,327	2,576



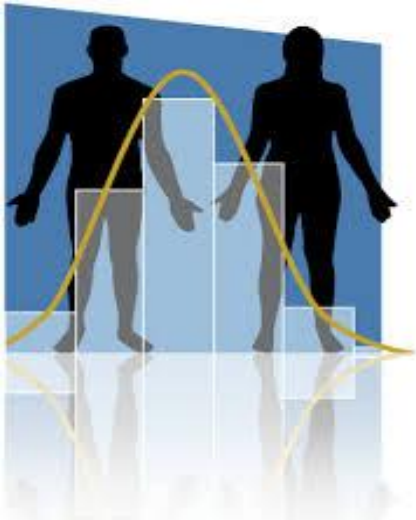
Para obtener el valor de tc, a una cola





Conocer el valor del α y los grados de libertad n-1

$$t_{c(1-\alpha, n-1)}$$



Ejemplo: Actualmente en el mercado, existen varios medicamentos que logran disminuir la temperatura en casos de fiebres muy altas en el tiempo promedio de 2 hr. Se quiere probar la eficacia de una nueva droga que produzca el mismo efecto en menor tiempo. Se escogió una muestra de 25 personas con fiebre alta y se les suministro el nuevo medicamento y se observó que en un tiempo promedio de 1hr y 15min con una desviación de 7 minutos, se reduce la temperatura. La nueva droga es más eficaz que los medicamentos actuales del mercado? Probar con α= *10%*

Paso 1. *Datos*

μ= 2hr = 120 min

S= 7min

$$\bar{x} = 75\,\text{min}$$

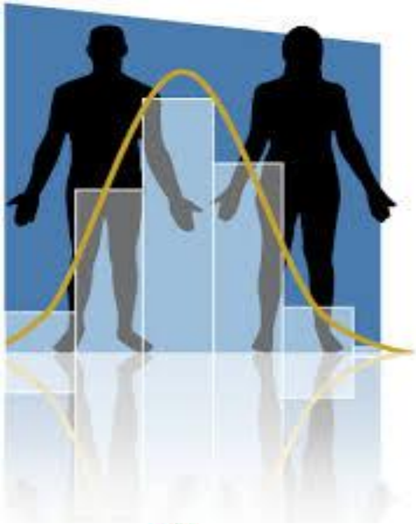
n= 25

α=10%

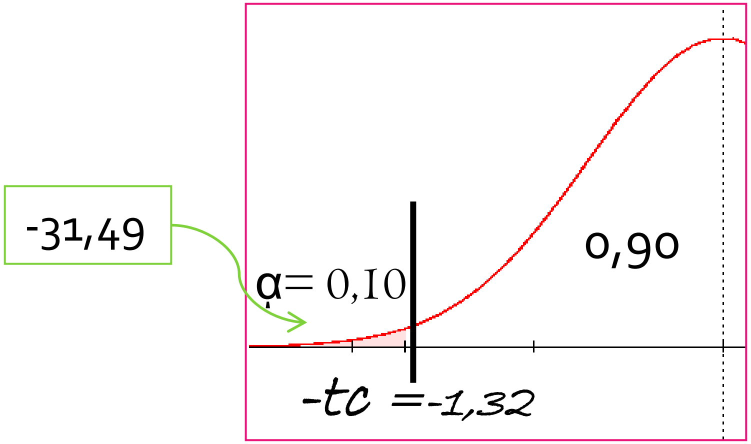
Paso 2. Plantear Hipótesis

Ho : $\bar{X} = \mu$; La temperatura no disminuye al suministrar el nuevo medicamento, luego la droga es igual que otros medicamentos del mercado..

H1: $\bar{X} \langle \mu$;La temperatura disminuye al suministrar el nuevo medicamento, luego la droga es más eficaz que otros medicamentos del mercado.



Paso 3. Selección del nivel de significación



$$t_{c(1-\alpha, n-1)}$$

$$t_{c(1-0.10,25-1)}$$

$$t_{c(0.90;24)} = 1{,}32$$

Paso 4. Selección del estadístico de prueba

$$t_{cal} = \frac{\overline{X} - \mu}{s} . \sqrt{n-1}$$

$$\nu = n - 1$$

Paso 5. Cálculos

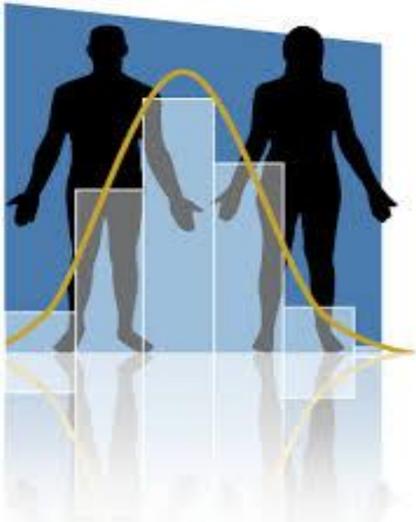
$$t_{cal} = \frac{75\,\text{min} - 120\,\text{min}}{7\,\text{min}} . \sqrt{25-1}$$

$$t_{cal} = -31{,}49$$

Como *tcal* ϵ a la región crítica *Rechazo Ho*, Acepto H1 con un nivel de un nivel de significación del 10% y una confianza del 90%

Paso 6. Conclusión

- La temperatura disminuye al suministrar el nuevo medicamento, luego la droga es más eficaz que otros medicamentos del mercado.

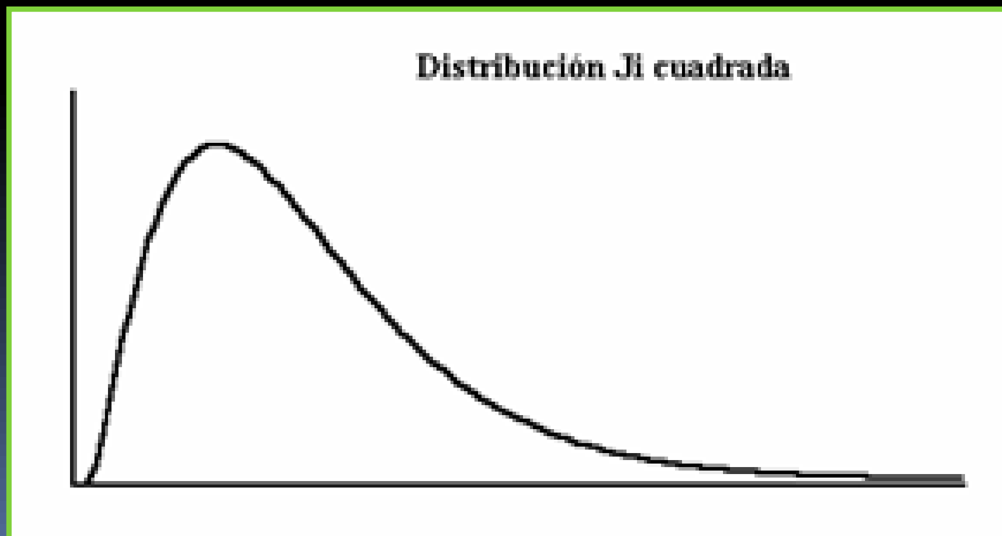


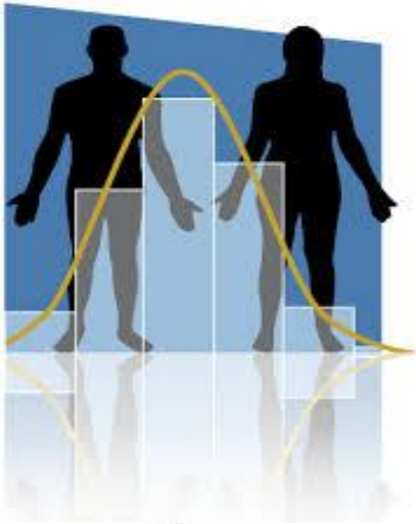
TEORÍA DE MUESTRAS PEQUEÑAS

- Distribución Chi-Cuadrado (Estudio de Varianzas)

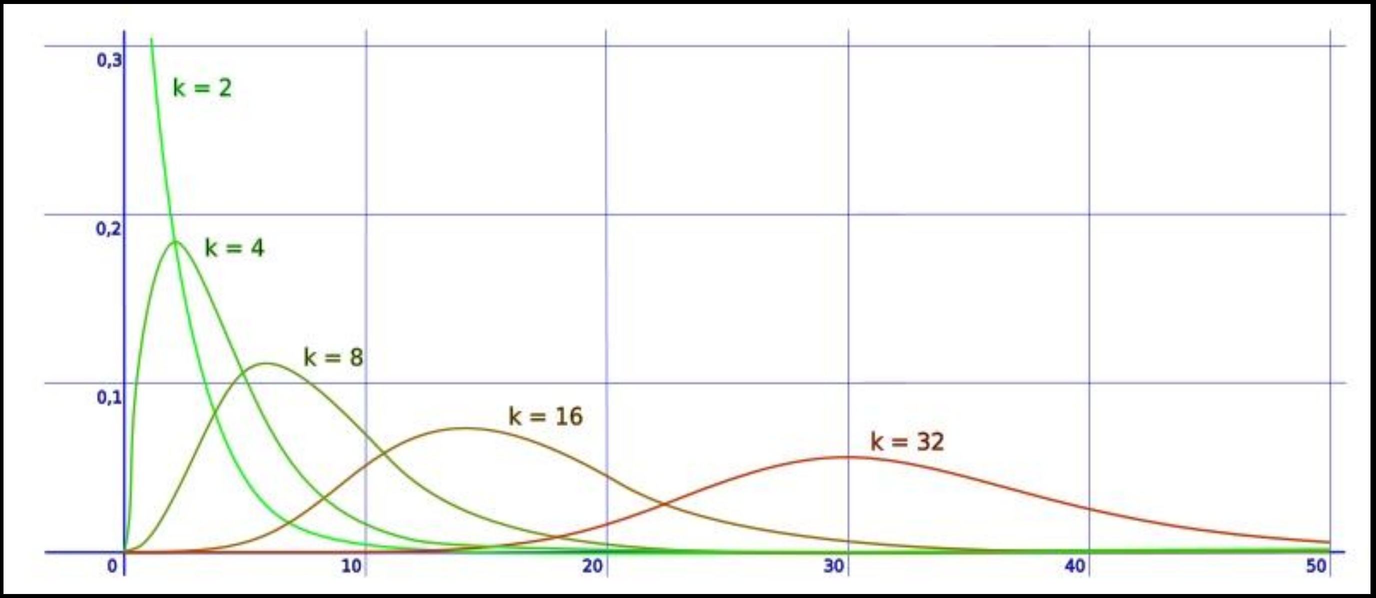
Es una distribución probabilística de tipo continua, con asimetría positiva y su función viene dada por la expresión

$$Y = Y_o \chi^{\upsilon-2} e^{-\frac{1}{2}\chi^2}$$



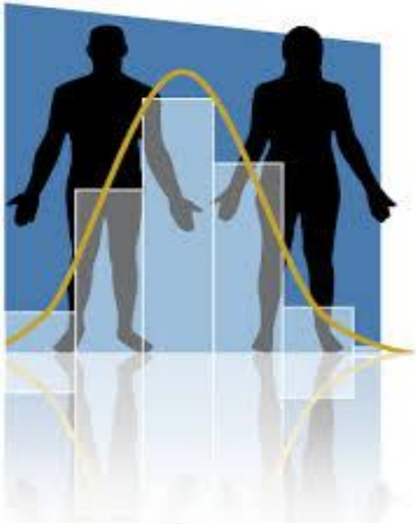


Cambia debido a los grados de libertad



Intervalo de confianza para el estadístico X^2

$$P\left(\frac{(n-1)\,s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)\,s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}\right) = 1-\alpha$$



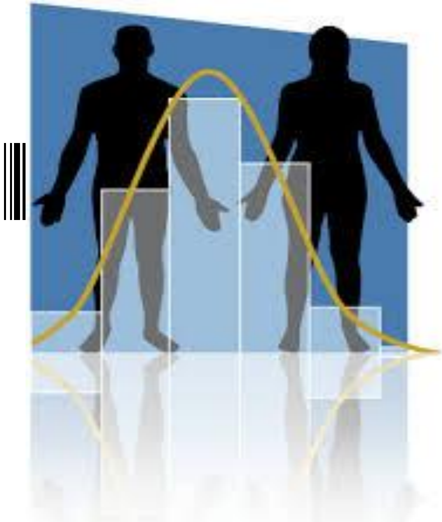
Prueba de Hipótesis para la varianza

Se utiliza cuando se desea comparar la varianza poblacional con la varianza muestral. El estadístico de prueba es

$$H_0 : s^2 = \sigma^2$$

$$H_1 : s^2 \neq \sigma^2$$

$$\chi^2_{\text{calculado}} = n\frac{s^2}{\sigma^2}$$



Ejemplo: En el pasado, la desviación típica de los pesos de ciertos paquetes de 40 onzas llenados por una máquina era de 0,25 onzas. Una muestra al azar de 20 paquetes dio una desviación típica de 0,32 onzas. Es significativo el incremento de variabilidad? Probar con un nivel de significación del 5%.

Datos

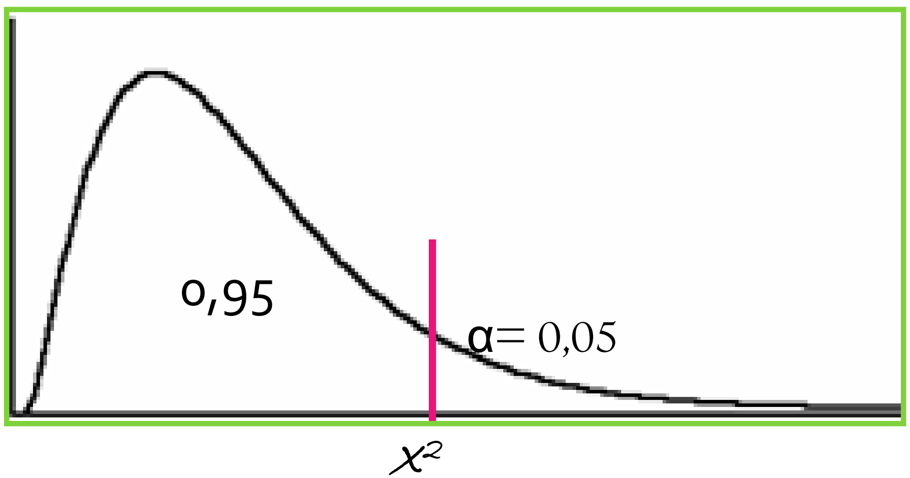
S= 0,32 onzas
σ=0,25 onzas
n= 20 paquetes
α=5%

Plantear Hipótesis

Ho $s^2 = \sigma^2$; No hay variabilidad significativa en los datos.

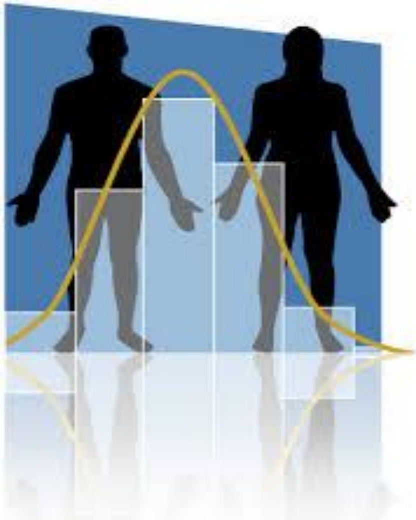
H1: $s^2 \rangle \sigma^2$; Se observa un incremento significativo en la variabilidad.

Paso 3. Selección del nivel de significación

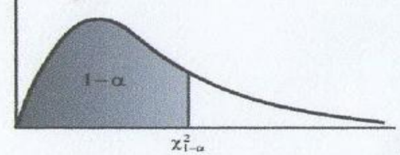


$$X^2{}_{c(1-\alpha, n-1)}$$

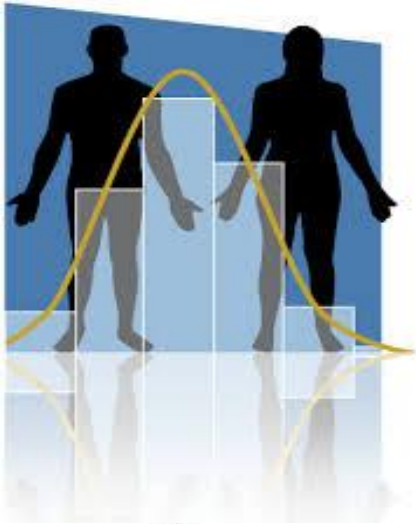
$$X^2{}_{c(0.95;19)}$$



PERCENTILES ($\chi^2_{1-\alpha}$) DE LA DISTRIBUCIÓN JI-CUADRADO CON v GRADOS DE LIBERTAD (ÁREA SOMBREADA $= 1 - \alpha$)



v	$\chi^2_{0,995}$	$\chi^2_{0,99}$	$\chi^2_{0,975}$	$\chi^2_{0,95}$	$\chi^2_{0,90}$	$\chi^2_{0,75}$	$\chi^2_{0,50}$	$\chi^2_{0,25}$	$\chi^2_{0,10}$	$\chi^2_{0,05}$	$\chi^2_{0,025}$	$\chi^2_{0,01}$	$\chi^2_{0,005}$
1	7,88	6,63	5,02	3,84	2,71	1,32	0,455	0,102	0,0158	0,0039	0,0010	0,0002	0,0000
2	10,6	9,21	7,38	5,99	4,61	2,77	1,39	0,575	0,211	0,103	0,0506	0,0201	0,0100
3	12,8	11,3	9,35	7,81	6,25	4,11	2,37	1,21	0,584	0,352	0,216	0,115	0,072
4	14,9	13,3	11,1	9,49	7,78	5,39	3,36	1,92	1,06	0,711	0,484	0,297	0,207
5	16,7	15,1	12,8	11,1	9,24	6,63	4,35	2,67	1,61	1,15	0,831	0,554	0,412
6	18,5	16,8	14,4	12,6	10,6	7,84	5,35	3,45	2,20	1,64	1,24	0,872	0,676
7	20,3	18,5	16,0	14,1	12,0	9,04	6,35	4,25	2,83	2,17	1,69	1,24	0,989
8	22,0	20,1	17,5	15,5	13,4	10,2	7,34	5,07	3,49	2,73	2,18	1,65	1,34
9	23,6	21,7	19,0	16,9	14,7	11,4	8,34	5,90	4,17	3,33	2,70	2,09	1,73
10	25,2	23,2	20,5	18,3	16,0	12,5	9,34	6,74	4,87	3,94	3,25	2,56	2,16
11	26,8	24,7	21,9	19,7	17,3	13,7	10,3	7,58	5,58	4,57	3,82	3,05	2,60
12	28,3	26,2	23,3	21,0	18,5	14,8	11,3	8,44	6,30	5,23	4,40	3,57	3,07
13	29,8	27,7	24,7	22,4	19,8	16,0	12,3	9,30	7,04	5,89	5,01	4,11	3,57
14	31,3	29,1	26,1	23,7	21,1	17,1	13,3	10,2	7,79	6,57	5,63	4,66	4,07
15	32,8	30,6	27,5	25,0	22,3	18,2	14,3	11,0	8,55	7,26	6,26	5,23	4,60
16	34,3	32,0	28,8	26,3	23,5	19,4	15,3	11,9	9,31	7,96	6,91	5,81	5,14
17	35,7	33,4	30,2	27,6	24,8	20,5	16,3	12,8	10,1	8,67	7,56	6,41	5,70
18	37,2	34,8	31,5	28,9	26,0	21,6	17,3	13,7	10,9	9,39	8,23	7,01	6,26
19	38,6	36,2	32,9	30,1	27,2	22,7	18,3	14,6	11,7	10,1	8,91	7,63	6,84
20	40,0	37,6	34,2	31,4	28,4	23,8	19,3	15,5	12,4	10,9	9,59	8,26	7,43
21	41,4	38,9	35,5	32,7	29,6	24,9	20,3	16,3	13,2	11,6	10,3	8,90	8,03
22	42,8	40,3	36,8	33,9	30,8	26,0	21,3	17,2	14,0	12,3	11,0	9,54	8,64
23	44,2	41,6	38,1	35,2	32,0	27,1	22,3	18,1	14,8	13,1	11,7	10,2	9,26
24	45,6	43,0	39,4	36,4	33,2	28,2	23,3	19,0	15,7	13,8	12,4	10,9	9,89
25	46,9	44,3	40,6	37,7	34,4	29,3	24,3	19,9	16,5	14,6	13,1	11,5	10,5
26	48,3	45,6	41,9	38,9	35,6	30,4	25,3	20,8	17,3	15,4	13,8	12,2	11,2
27	49,6	47,0	43,2	40,1	36,7	31,5	26,3	21,7	18,1	16,2	14,6	12,9	11,8
28	51,0	48,3	44,5	41,3	37,9	32,6	27,3	22,7	18,9	16,9	15,3	13,6	12,5
29	52,3	49,6	45,7	42,6	39,1	33,7	28,3	33,6	19,8	17,7	16,0	14,3	13,1
30	53,7	50,9	47,0	43,8	40,3	34,8	29,3	24,5	20,6	18,5	16,8	15,0	13,8
40	66,8	63,7	59,3	55,8	51,8	45,6	39,3	33,7	29,1	26,5	24,4	22,2	20,7
50	79,5	76,2	71,4	67,5	63,2	56,3	49,3	42,9	37,7	34,8	32,4	29,7	28,0
60	92,0	88,4	83,3	79,1	74,4	67,0	59,3	52,3	46,5	43,2	40,5	37,5	35,5
70	104,2	100,4	95,0	90,5	85,5	77,6	69,3	61,7	55,3	51,7	48,8	45,4	43,3
80	116,3	112,3	106,6	101,9	96,6	88,1	79,3	71,1	64,3	60,4	57,2	53,5	51,2
90	128,3	124,1	118,1	113,1	107,6	98,6	89,3	80,6	73,3	69,1	65,6	61,8	59,2
100	140,2	135,8	129,6	124,3	118,5	109,1	99,3	90,1	82,4	77,9	74,2	70,1	67,3



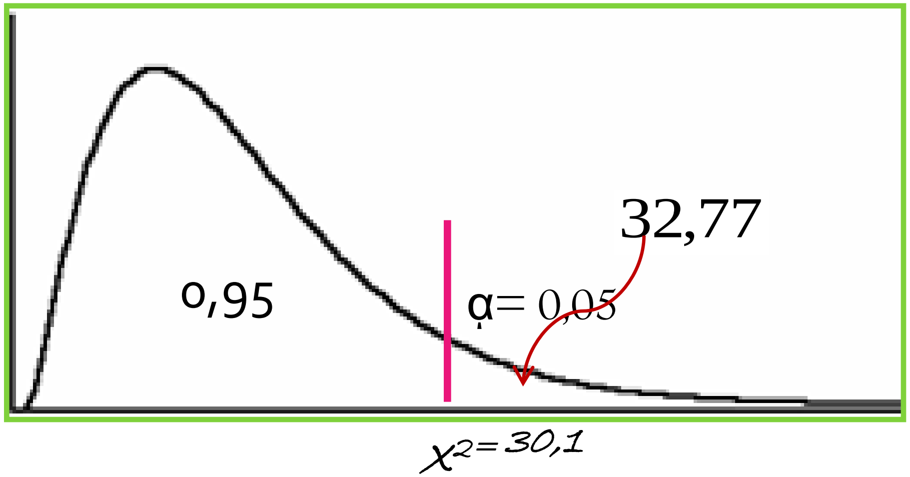
Paso 4. Selección del estadístico de prueba

$$\chi^2_{\text{calculado}} = n\frac{s^2}{\sigma^2}$$

Paso 5. Cálculos

$$\chi^2_{calculado} = 20\frac{(0{,}32)^2}{(0{,}25)^2}$$

$$\chi^2_{calculado} = 32{,}77$$



Como *X² cal* ϵ a la región crítica *Rechazo Ho*, Acepto H1 con un nivel de un nivel de significación del 5% y una confianza del 95%

Paso 6. Conclusión

- Se acepta que es significativo el incremento en la variabilidad.