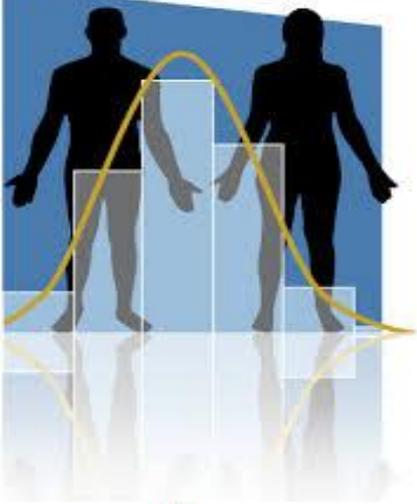
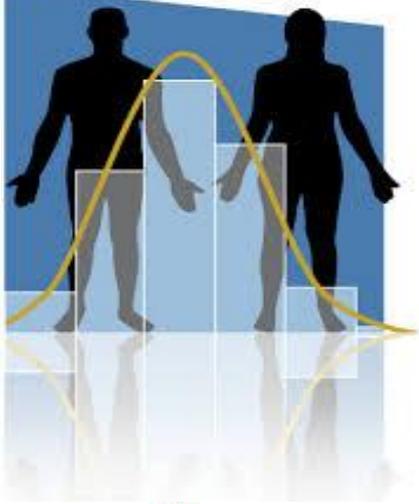


# TEORÍA DE LA DECISIÓN

# DECISIÓN ESTADÍSTICA

Son decisiones sobre poblaciones, tomadas a partir de la información muestral de las mismas.





# Hipótesis Estadística

Es una conjetura que se realiza respecto a una población, más concretamente, respecto a un parámetro de la población el cual cuantifica una característica de ella.



HIPÓTESIS NULA

HIPÓTESIS ALTERNATIVA



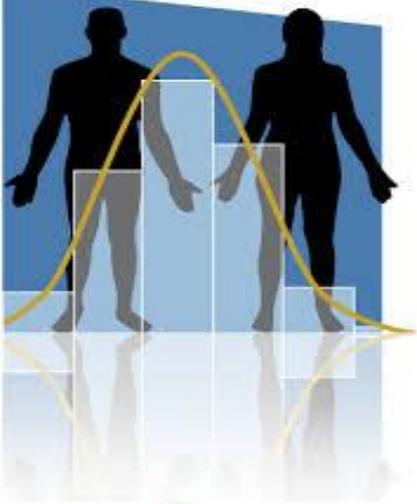
# Hipótesis Estadística

Hipótesis Estadística:

Son aquellas que pueden ser evaluadas por medio de técnicas estadísticas adecuadas.

Hipótesis de Investigación:

Es la conjetura o suposición que motiva la investigación.



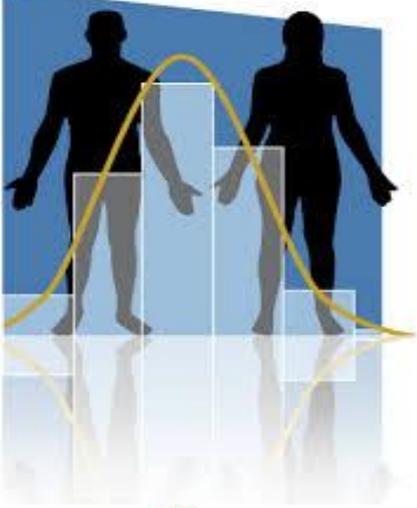
# Hípótesis Estadística

## Hípótesis Nula:

Es la manifestación que reclama la ausencia de la diferencia entre valores supuestos y la media de la población, y cualquier diferencia es producto del azar. Se denota por  $H_0$

## Hípótesis Alternativa

Es la manifestación en desacuerdo a la hipótesis nula, es decir, afirma que sí existen diferencias significativas entre valores supuestos y la media poblacional. Se denota por  $H_1$



# Hípótesis Estadística

Hípótesis Nula:

Ejemplo: Se comienza por afirmar que la media de la población ( $\mu$ ) es igual a un valor dado  $\mu_0$

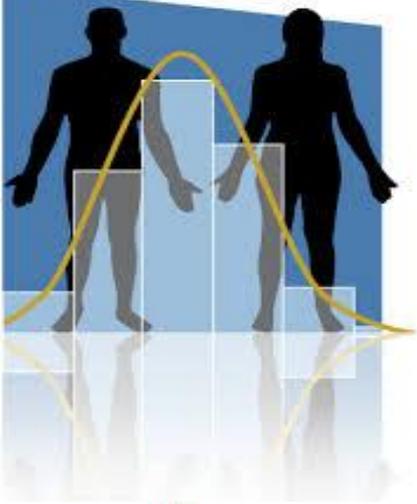
Y se denota por  $H_0 : \mu = \mu_0$

Hípótesis Alternativa

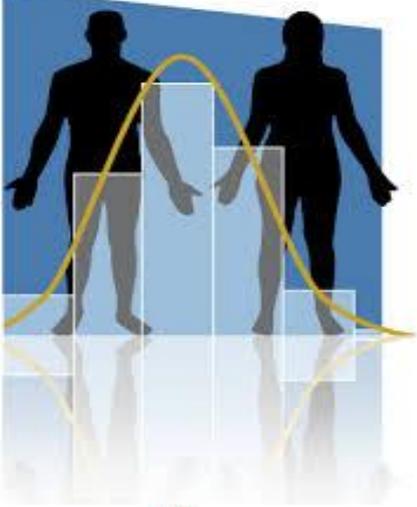
En una prueba puede haber una hipótesis nula, pero muchas hipótesis alternativa

Se denota por  $H_1 : \mu \neq \mu_0$ ,  $H_1 : \mu > \mu_0$ ,

$H_1 : \mu < \mu_0$



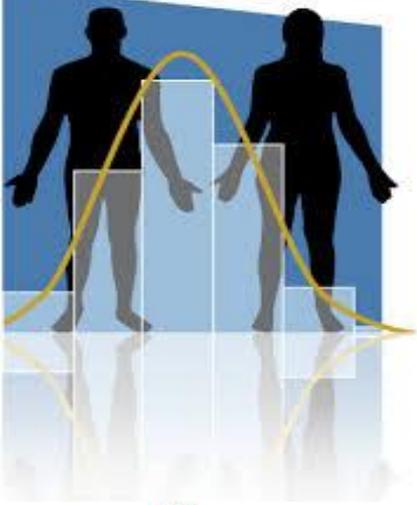
# Típos de Error: Error Tipo I y Tipo II



	Realidad	
	$H_0$ cierta	$H_0$ Falsa
Acepto $H_0$	Correcto	Error de Tipo II Probabilidad $\beta$
Rechazo $H_0$ Acepto $H_1$	Error de Tipo I Probabilidad $\alpha$	Correcto

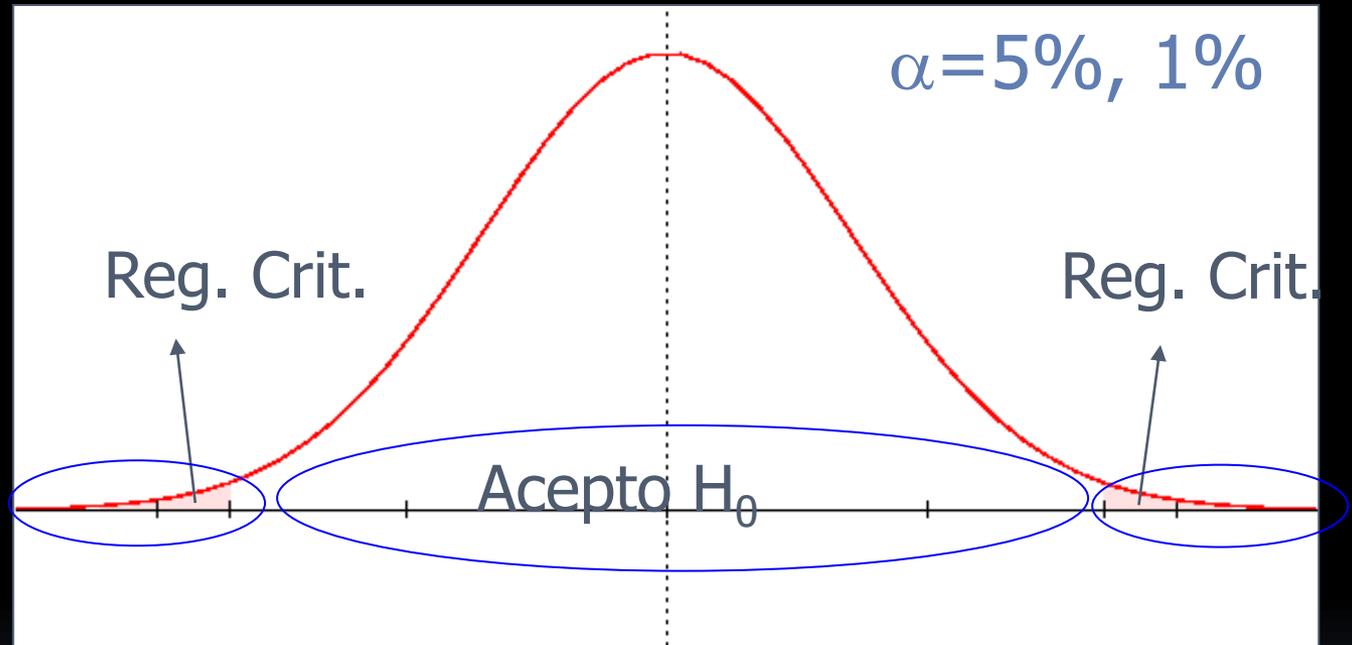
# Nivel de Significación

La probabilidad máxima de cometer un error tipo I y se denota por  $\alpha$ . Comúnmente se usan los niveles 5% y 1% .



# Ensayos referentes a la distribución normal

Región crítica      Nivel de significación:  $\alpha$



La regla de la decisión :

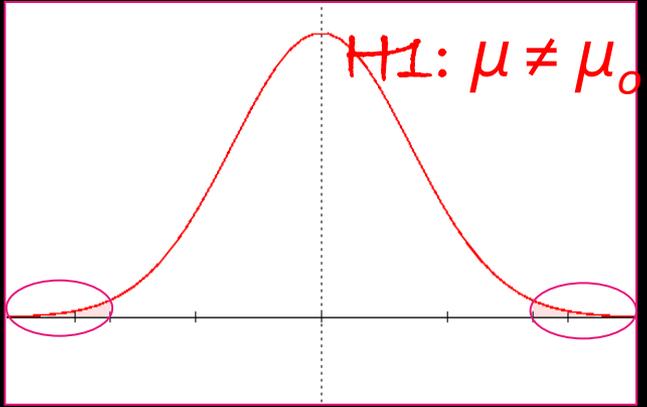
- Se rechaza la hipótesis al nivel de significación de  $\alpha$  si el valor  $z$  obtenida para el estadístico se encuentra fuera del rango  $-Z_c$  y  $+Z_c$ .
- Se acepta la hipótesis en caso contrario.

# Ensayos de una cola y dos colas

## Contrastes: Unilateral y Bilateral

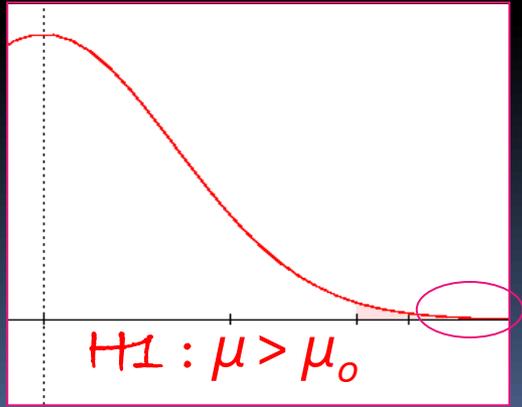
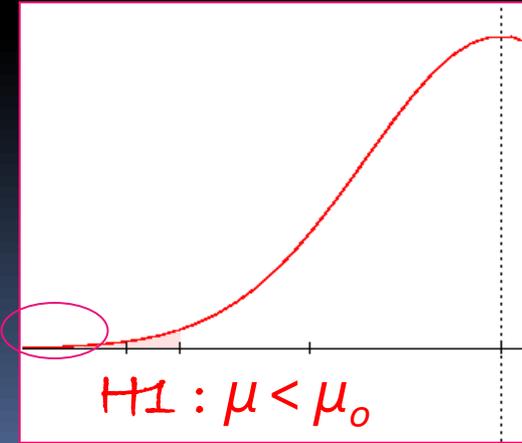
La posición de la región crítica depende de la hipótesis alternativa

Bilateral



Unilateral

Unilateral



# Ejemplo de planteamientos de hipótesis

1) El peso promedio de los recién nacidos en Caracas es de 3350 gramos. ¿El peso un conjunto de recién nacidos de madres adolescentes es el mismo que el de la población?

$$H_0: \bar{X} = \mu$$

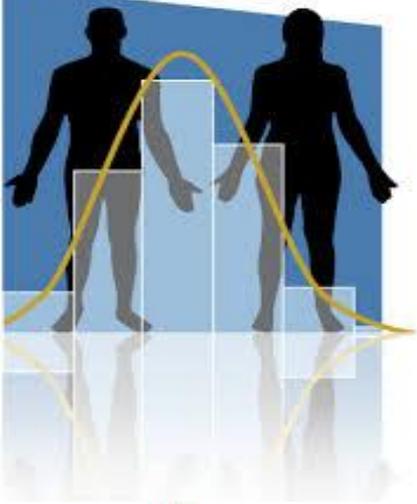
$$H_1: \bar{X} \neq \mu$$



2) El 40% de mujeres incrementa su peso durante la gestación. Se ha evaluado el peso de un grupo de mujeres antes de la gestación y 3 meses después del parto. ¿La gestación incrementa el peso de las mujeres?

$$H_0: \hat{p} = P$$

$$H_1: \hat{p} > P$$



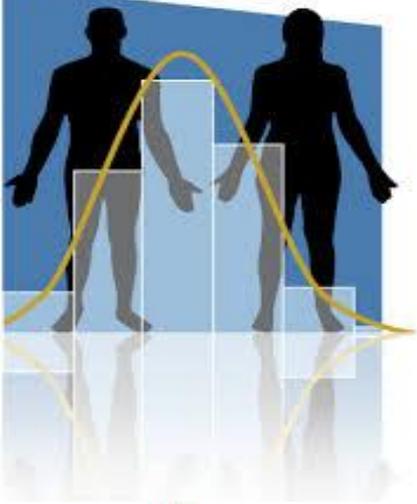
# Ejemplo de planteamientos de hipótesis

3) Se ha evaluado los niveles de glucosa en los pacientes del club de diabetes del Hospital de Mérida. ¿Existe concordancia entre los resultados del glucómetro y la media laboratorial?



$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$



# Etapas de las Pruebas de Hipótesis Estadísticas

1. Datos del problema

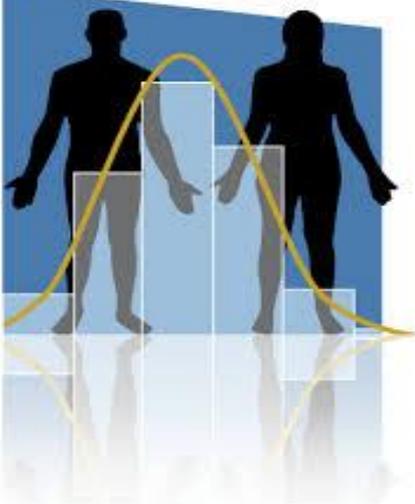
2. Determinación de  $H_0$  y  $H_1$

3. Selección del nivel de significación para la prueba. (graficar la función de densidad, definir el  $Z$  crítico)

4. Decisión sobre la prueba estadística apropiada. (fórmula a utilizar para el  $Z$  calculado)

5. Cálculos.

6. Obtención de la conclusión.



# Teoría de Muestras Grandes

## Prueba de hipótesis para la media

$$H_0: \bar{X} = \mu$$

Región de Rechazo

$$H_1: \bar{X} \neq \mu$$

R:  $|Z| > Z_{\alpha/2}$  (Bilateral)

$$H_1: \bar{X} > \mu$$

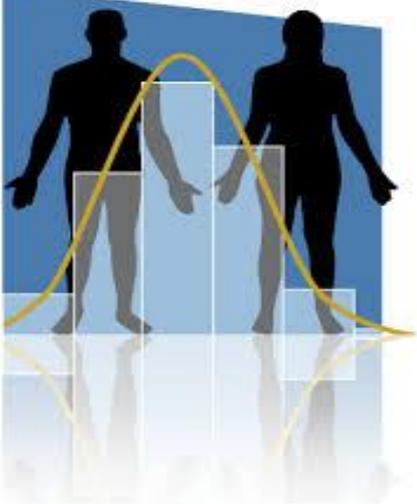
R:  $Z > Z_{\alpha}$  (Unilateral)

$$H_1: \bar{X} < \mu$$

R:  $Z < -Z_{\alpha}$  (Unilateral)

Estadístico de prueba

$$Z_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$



# Teoría de Muestras Grandes

## Prueba de hipótesis para la proporción

$$H_0: \hat{p} = P$$

Región de Rechazo

$$R: |Z| > Z_{\alpha/2} \text{ (Bilateral)}$$

$$H_1: \hat{p} \neq P$$

$$R: Z > Z_{\alpha} \text{ (Unilateral)}$$

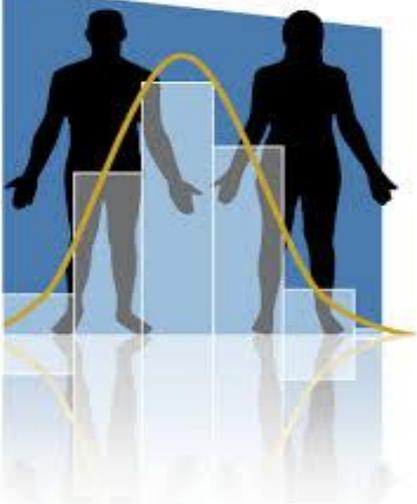
$$R: Z < -Z_{\alpha} \text{ (Unilateral)}$$

$$H_1: \hat{p} > P$$

$$H_1: \hat{p} < P$$

Estadístico de prueba

$$Z_{cal} = \frac{\hat{p} - P}{\sqrt{\frac{P \cdot Q}{n}}}$$



# Teoría de Muestras Grandes

## Prueba de hipótesis para la diferencia de medias

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 < \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Región de Rechazo

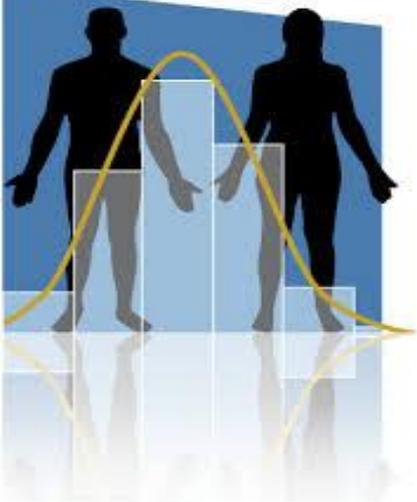
$$R: |Z| > Z_{\alpha/2} \text{ (Bilateral)}$$

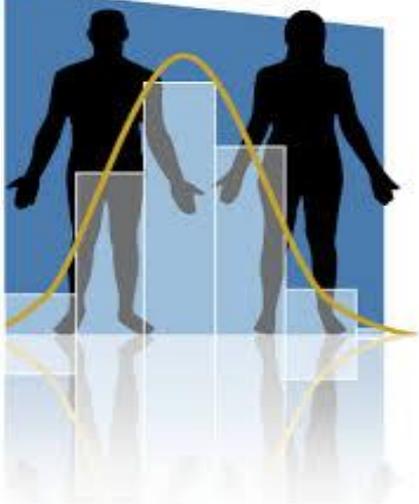
$$R: Z > Z_{\alpha} \text{ (Unilateral)}$$

$$R: Z < -Z_{\alpha} \text{ (Unilateral)}$$

Estadístico de prueba

$$Z_{cal} = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n_1} + \frac{\sigma^2}{n_2}}}$$





# Teoría de Muestras Grandes

## Prueba de hipótesis para la diferencia de proporciones

$$H_0: \hat{p}_1 = \hat{p}_2$$

$$H_1: \hat{p}_1 \neq \hat{p}_2$$

$$H_1: \hat{p}_1 > \hat{p}_2$$

$$H_1: \hat{p}_1 < \hat{p}_2$$

Región de Rechazo

R:  $|Z| > Z_{\alpha/2}$  (Bilateral)

R:  $Z > Z_{\alpha}$  (Unilateral)

R:  $Z < -Z_{\alpha}$  (Unilateral)



Estadístico de prueba

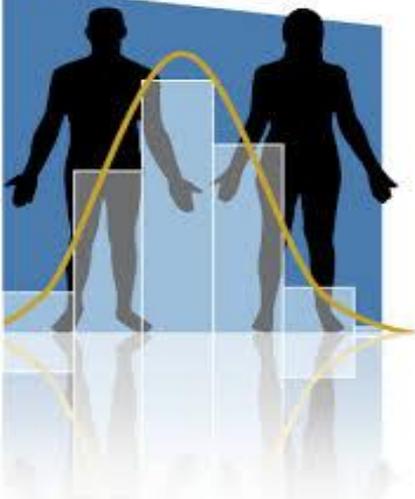
$$Z_{cal} = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{P \cdot Q}{n_1} + \frac{P \cdot Q}{n_2}}}$$

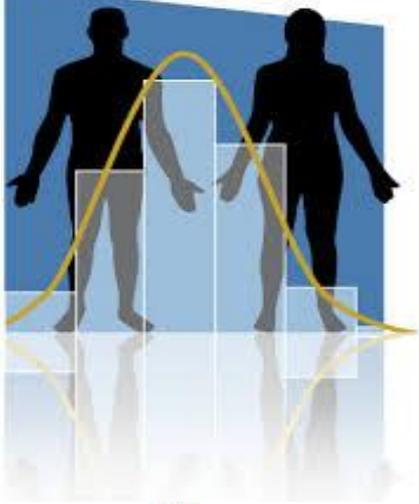
Donde P,

$$P = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$



*vamos a la práctica...*





1) Se supone que el peso medio de todas las personas con sobrepeso, debido a problemas hormonales es de 90Kg. Si la distribución de peso es normal con varianza igual a  $100\text{Kg}^2$ . Se podrá asegurar a un nivel de significación del 5% que el peso medio muestral de 89Kg obtenido de una muestra aleatoria de 120 pacientes difiere significativamente del peso medio hipotético?

### Paso 1. Datos

$x$  = peso medio de personas con sobrepeso

$$\mu = 90\text{Kg}$$

$$\sigma^2 = 100\text{Kg}^2$$

$$\bar{x} = 89\text{Kg}$$

$$n = 120$$

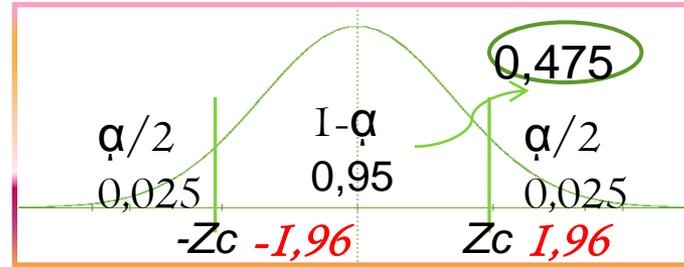
$$\alpha = 5\%$$

### Paso 2. Plantear Hipótesis

**H<sub>0</sub>**  $\bar{X} = \mu$  ; No existe diferencia significativa entre el peso medio de las personas con sobrepeso de la muestra con respecto al peso medio de la población.

**H<sub>1</sub>**:  $\bar{X} \neq \mu$  ; Existe diferencia significativa entre el peso medio de las personas con sobrepeso de la muestra con respecto al peso medio de la población.

### Paso 3. Selección del nivel de significación



### Paso 4. Selección del estadístico de prueba

$$Z_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

### Paso 5. Cálculos

$$Z_{cal} = \frac{89kg - 90kg}{10 / \sqrt{120}}$$

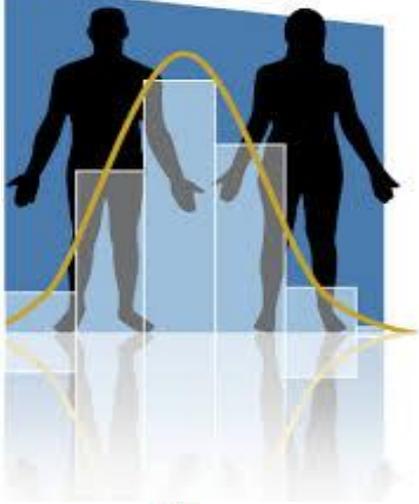
$$Z_{cal} = -1,09$$

Como  $Z_{cal} \notin$  a la región crítica *Acepto  $H_0$* , con un nivel de confianza del 95% y un nivel de significación del 5%.

### Paso 6. Conclusión

- El peso medio de las personas con sobrepeso de la muestra no es significativamente diferente con respecto al peso medio de la población.





2) Por lo general una persona nerviosa, tiene pulso promedio de 105 puls/min. Con una varianza de  $25 (\text{puls/min})^2$ . un fabricante de medicamentos elabora un nuevo tranquilizante con la intención de reducirlas. Para probar esta aseveración selecciona una muestra de 56 personas nerviosas; les suministra el nuevo medicamento y obtiene como resultado promedio 98 puls/min. Es cierta la aseveración del fabricante? Pruébalo con un nivel del 1%

### Datos

$x$  = pulso medio de personas nerviosas

$\mu = 105 \text{ puls/min}$

$\sigma^2 = 25 (\text{puls/min})^2$

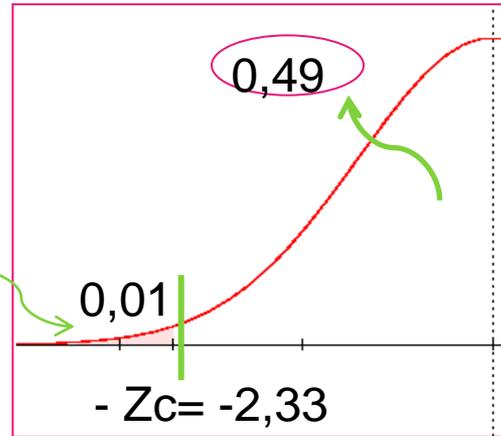
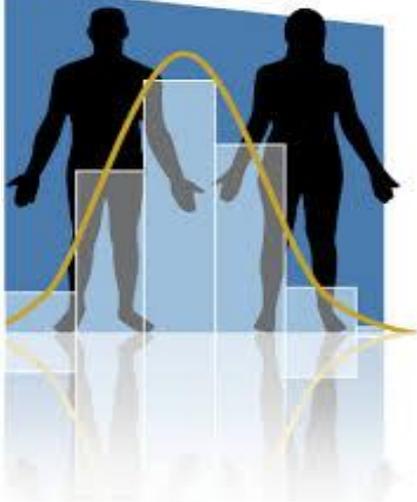
$\bar{x} = 98 \text{ puls / min}$

$n = 56 \text{ personas}$

### Plantear Hipótesis

**H<sub>0</sub>**  $\bar{X} = \mu$  ; Luego de aplicar el medicamento no existe diferencia significativa en el pulso medio de las personas nerviosas de la muestra con respecto al pulso medio de la población.

**H<sub>1</sub>**:  $\bar{X} < \mu$  ; Luego de aplicar el medicamento el pulso medio de las personas nerviosas de la muestra es significativamente menor con respecto al pulso medio de la población.



$$Z_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

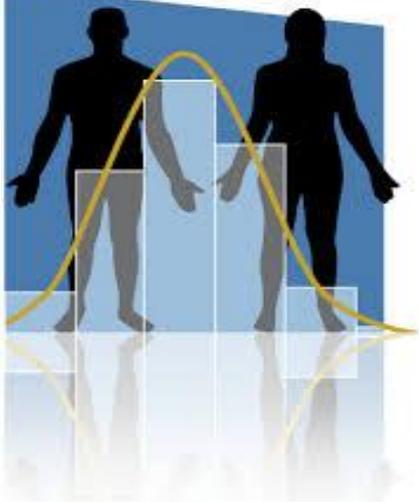
$$Z_{cal} = \frac{98 \text{ puls / min} - 105 \text{ puls / min}}{5 / \sqrt{56}}$$

u

$$Z_{cal} = -10,47$$

Como  $Z_{cal} \in$  a la región crítica Rechazo  $H_0$ , Acepto  $H_1$ , con un nivel de confianza del 99% y un nivel de significación del 1%.

- Luego de aplicar el medicamento el pulso medio de las personas nerviosas de la muestra es significativamente menor con respecto al pulso medio de la población.



**Ejemplo 3:** Se desea saber si el ayuno afecta los resultados de las hematologías completas. Para ello, se escogen dos muestras de personas normales: la primera muestra consta de personas que respetaron las 14 horas de ayuno antes de practicarse el examen; y la segunda muestra, por personas que hicieron sus comidas cotidianas. Después de realizar las hematologías, se obtuvieron los siguientes resultados:

-En la primera muestra, de 80 personas, 50 de ellas tienen los valores dentro de los intervalos de referencia.

-En la segunda muestra, de 90 personas, 45 de ellas tienen los valores dentro de los intervalos de referencia.

¿Existe diferencia significativa entre las dos muestras?

¿Influirá el ayuno en los resultados de las hematologías?. Pruébalo con un nivel de significación del 8%

### **Datos**

$x$  = influencia del ayuno en la prueba de hematología

$n_1$  = 80 personas en ayuno

$X_1$  = 50 personas con valores dentro del intervalo de referencia

$n_2$  = 90 personas sin ayuno

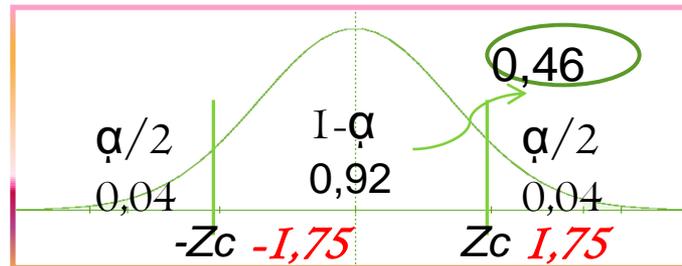
$X_2$  = 45 personas con valores dentro del intervalo.

$\alpha = 8\%$

## Plantear Hipótesis

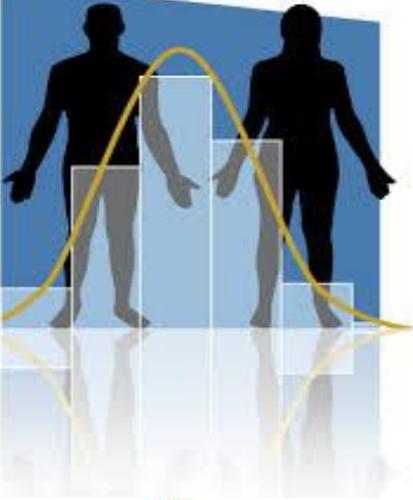
**H<sub>0</sub>**  $\hat{p}_1 = \hat{p}_2$ ; No existe diferencia significativa entre la muestra de personas que cumplieron con el ayuno y la muestra de personas que no cumplieron con el ayuno.

**H<sub>1</sub>**:  $\hat{p}_1 \neq \hat{p}_2$ ; Existe diferencia significativa entre la muestra de personas que cumplieron con el ayuno y la muestra de personas que no cumplieron con el ayuno.

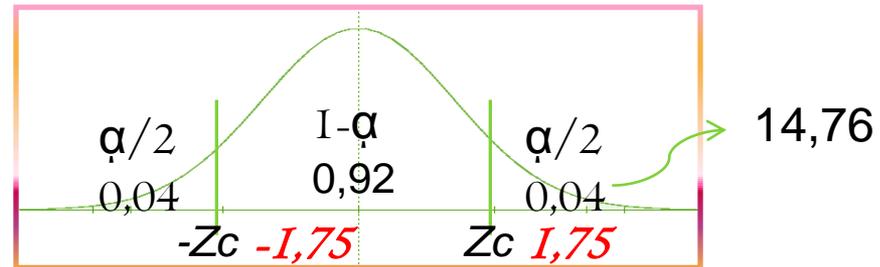


$$Z_{cal} = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{P \cdot Q}{n_1} + \frac{P \cdot Q}{n_2}}}$$

$$P = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$


$$Z_{cal} = \frac{\frac{50}{80} + \frac{45}{90}}{\sqrt{\frac{0,56 * 0,44}{80} + \frac{0,56 * 0,44}{90}}}$$

$$Z_{cal} = 14,76$$



Como  $Z_{cal} \in$  a la región crítica Rechazo  $H_0$ , Acepto  $H_1$ , con un nivel de confianza del 92% y un nivel de significación del 8%.

- 
- Existe diferencia significativa entre la muestra de personas que cumplieron con el ayuno y la muestra de personas que no cumplieron con el ayuno..