

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

**AJUSTE TEÓRICO DE LOS PARÁMETROS DE CORTE EN  
EL PROCESO DE TORNEADO PARA LA REDUCCIÓN DE  
VIBRACIONES POR RETEMBLADO A TRAVÉS DE UNA  
METODOLOGÍA NUMÉRICA**

Presentado ante la ilustre  
**Universidad Central de Venezuela**  
por los Bachilleres:

**Araujo A., Oswaldo E.**

**Linarez C., Javier A.**

Para optar al Título de  
**INGENIERO MECÁNICO**

Caracas, 2008

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

**AJUSTE TEÓRICO DE LOS PARÁMETROS DE CORTE EN  
EL PROCESO DE TORNEADO PARA LA REDUCCIÓN DE  
VIBRACIONES POR RETEMBLADO A TRAVÉS DE UNA  
METODOLOGÍA NUMÉRICA**

TUTOR ACADÉMICO: Prof. Jorge Barillas

Presentado ante la ilustre  
**Universidad Central de Venezuela**

por los Bachilleres:

**Araujo A., Oswaldo E.**

**Linarez C., Javier A.**

Para optar al Título de

**INGENIERO MECÁNICO**

Caracas, 2008

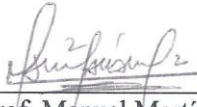
Caracas, Noviembre de 2008

## ACTA

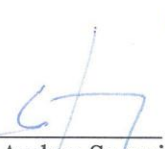
Los abajo firmantes, miembros del jurado designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Mecánica, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por los bachilleres Araujo A., Oswaldo E. y Linarez C., Javier A., titulado:


**“AJUSTE TEÓRICO DE LOS PARÁMETROS DE CORTE EN EL  
PROCESO DE TORNEADO PARA LA REDUCCIÓN DE VIBRACIONES  
POR RETEMPLADO A TRAVÉS DE UNA METODOLOGÍA  
NUMÉRICA”**

Consideran que el mismo cumple con requisitos exigidos por el plan de estudios conducente al Título de Ingeniero Mecánico.

  
Prof. Manuel Martínez  
Jurado



  
Prof. Andrea Scagni  
Jurado

  
Prof. Jorge Barillas  
Tutor

## DEDICATORIA

A muchas personas podría dedicar este trabajo, muchos han estado ahí durante largo tiempo, y me han brindado valiosos momentos, esos son mis amigos. He sido afortunado, siempre he tenido una definición muy estricta de quien es un amigo, y tengo la suerte de tener varias personas a quien se le puede llamar sinceramente *amigo*.

También están las dos personas que llenan mi mundo de luz y color, las que me brindan el amor que permite balancear mi existencia, ellos son mi esposa y mi hijo, dos personas tan tiernas que no puedo hacer otra cosa sino amarlas con el alma, espero lograr que no les falte nada, y en especial, ser un buen padre y lograr que en un futuro mi hijo sienta que le formé de la mejor manera, porque eso es lo que yo siento por mis padres. Por lo maravilloso que es sentir entre tanta gente importante, que es a mis padres, más que nadie, a quien he de dedicar este trabajo.

Principalmente he de dedicarlo a mi padre, la persona que me volvió lo que soy, la que con esfuerzo durante mi infancia formó las aptitudes académicas que me definen. ¡Aquí estoy papá, y es gracias a ti!, nunca se me olvidó, ni dejaré de recordar cuando me decías que no tenía excusa, que “si al menos una sola persona hubiera logrado hacer lo que yo quería, ¡yo también tenía que poder!” Y tenías razón, gracias a eso he logrado lo que me he propuesto y nadie ha podido doblegar mi convicción. Sin duda ¡Si lo puedes soñar, lo puedes lograr!.

A mi madre, quien me sostuvo durante tanto tiempo, quien me dio las comodidades y el apoyo que me permitieron desempeñarme de forma correcta en mis estudios. Sinceramente no se que habría hecho sin ti en una época tan dura y difícil, donde vales lo que tienes. No sé si estuviera aquí, trabajando, o a mitad de carrera, no puedo saberlo, pero algo si lo sé, y es que estoy y siempre estaré infinitamente

agradecido por todo lo que me has brindado, siempre iré a ti cuando me necesites. Debo decir también que eres un ejemplo para mí, que siempre te he admirado por lo que has logrado y por la forma como aprovechaste tus oportunidades, por eso me siento profundamente comprometido a seguir el camino ascendente que tu comenzaste, e incluso debería crecer a una velocidad mucho mayor que la tuya, y eso es gracias a la preparación que me han brindado y al hecho que yo he de comenzar a la altura donde estas.

Ustedes mis padres, tan diferentes entre sí, me han permitido una percepción quizás única del mundo, espero estén orgullosos por mí de la misma forma en que a mi se me brota el orgullo por el hecho que ustedes sean mis padres. Los quiero sinceramente.

*Javier Linarez*

## DEDICATORIA

¡Finalmente ha culminado una etapa en este camino de mi vida! y doy en primer lugar gracias a Dios por ser Él quien me ha dado la existencia.

Dedico este Trabajo Especial de Grado a mi padre *José del Carmen Araujo*, por ser la persona que siempre me apoyó incondicionalmente hasta el final de su vida: Papá, siempre serás el hombre que admiraré toda mi vida; el amor y entrega a tu familia serán mi ejemplo a seguir. Ya los agradecimientos son tarde pero quizás peor fuera no recordarte, se que te fuiste con las ganas de verme dar este paso y no me queda más que pedirte perdón por no haberte dado la oportunidad de estar en este logro junto a mí. Bendición papá...

A mi madre *María Leorilda*, por ser una luchadora incansable y siempre estar a mi lado apoyándome. Espero poder saber agradecerte todo lo que has hecho por mí. ¡Te amo mamá!

A mi hermano mayor Douglas, por ser un gran apoyo a lo largo de todos estos años, también a mis demás hermanos, Chucho, Jorge, Orangel, José Leonardo y mis sobrinos, Jesús, Mariagny y Gabriela. ¡Sigamos adelante, que aún hay muchas cosas por lograr!

A mi tía Carmen y a su esposo Félix, por haberme dado su mano cuando más lo necesité. ¡Gracias de verdad!

A mis compadres Simeón y Yudith, por estar siempre en las buenas y en las malas junto a mí. Ustedes con su perseverancia me han enseñado que cuando uno quiere puede. Cuenten siempre con mi amistad y una mano dispuesta a ayudarlos así como ustedes lo han hecho conmigo.

A mi ahijada Paola y a su hermana Vanessa. Espero que este logro sea un incentivo más para ustedes, que están comenzando este largo pero fructífero camino.

A Darlin, mi hermano del alma. Siempre has sido ese apoyo espiritual en los momentos difíciles. “Dios sabe por qué haces las cosas hermano”.

A todos mis compañeros, que a lo largo de mi carrera estuvieron y compartieron tantos momentos junto a mí. ¡Gracias muchachos!

Quizás queden muchas personas sin nombrar y que de alguna u otra manera han llenado mi vida de alegrías, y algunas veces de tristezas. A todas esas personas, Gracias por mostrarme el arcoíris de la vida.

*Oswaldo Araujo*

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradecemos profundamente a la Casa que Vence las Sombras, nuestra siempre amada *Universidad Central de Venezuela* por habernos dado una formación académica de excelencia. Es para nosotros un gran orgullo haber sido parte de esta Alma Mater durante estos años de carrera.

Al profesor Jorge Barillas, por habernos dado este tema de Tesis y habernos asesorado, corregido y monitoreado durante el avance de este Trabajo Especial de Grado.

Al Ing. L. Vela-Martínez, por habernos dedicado desinteresadamente parte de su tiempo, por brindarnos su experiencia y conocimientos en el área, respondiendo nuestras dudas y ofreciéndonos sugerencias.

Al Ing. Emilio Anteliz y a Ofni Suárez por sus sugerencias en el área metodológica.

Finalmente al T.S.U. Jovanny Safadi por su asesoría en informática.

*Oswaldo Araujo y Javier Linarez*



**Linarez C. Javier A.  
Araujo A. Oswaldo E.**

**AJUSTE TEÓRICO DE LOS PARÁMETROS DE CORTE EN EL  
PROCESO DE TORNEADO PARA LA REDUCCIÓN DE VIBRACIONES  
POR RETEMBLADO A TRAVÉS DE UNA METODOLOGÍA NUMÉRICA**

**Tutor Académico: Prof. Jorge Barillas. Tesis, Caracas.  
UCV Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Mecánica.  
2008, 146 Pág.**

**PALABRAS CLAVES:** retemblado, lóbulos de estabilidad, vibraciones auto excitadas, torneado, máquinas herramientas.

**RESUMEN:** El objetivo principal de este Trabajo Especial de Grado es desarrollar un código computacional a partir de un modelo físico-matemático (teórico) que verifique si se presenta el fenómeno de retemblado en procesos de torneado, y brinde una información válida al usuario que le permita ejecutar la operación bajo condiciones de corte estables. Para cumplir con esto se realizó un estudio teórico de la física de los procesos de corte en operaciones de torneado, así como de los principios que rigen los sistemas bajo vibraciones libres y forzadas. Estos estudios permitieron la comprensión de los modelos teóricos desarrollados para el análisis del fenómeno de retemblado.

Este fenómeno consiste en una vibración auto inducida, producida y mantenida por las fuerzas de corte en los procesos de mecanizado y que resulta en alto grado, perjudicial para las máquinas y para las herramientas de corte, así como para el acabado superficial de las piezas trabajadas.

Ya habiendo conocido el fenómeno se escogió un modelo, el cual se tradujo en un algoritmo que permitió el desarrollo de un código computacional que brinda información gráfica sobre la profundidad de corte máximos que se pueden lograr en función de la velocidad del husillo sin que se presenten estas vibraciones.

**Linarez C. Javier A.**  
**Araujo A. Oswaldo E.**

**THEORETICAL ADJUSTMENT OF THE CUTTING PARAMETERS IN  
TURNING FOR THE REDUCING OF THE VIBRATIONS FOR  
CHATTER BY MEANS OF NUMERICAL METHODS**

**Tutor Académico: Prof. Jorge Barillas. Tesis, Caracas.**  
**UCV Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Mecánica.**  
**2008, 146 Pág.**

**KEY WORDS:** Chatter, stability lobes, self excited vibrations, turning, machine tools.

**ABSTRACT:** The main goal of this special work is to develop a computer code, taking as a beginning point the physics-mathematics' model (theorist) to verify if the chatter phenomenon is present in the turning process, giving a valid information to the user and allowing him to perform the operation under good conditions and get stables cuts. In order to accomplish this, it was done a physics theorist study about the cutting processes in turning operations, as well as, the principles of the systems under free and forced vibrations. These studies let us to comprehend the theorist models developed to analyze the chatter phenomenon.

This phenomenon consists in a self excited vibration, produced and maintained by the cutting force in the machining process and that turns out in a certain degree dangerous for the machines and cutting tools, and the surface finish of the worked pieces.

Once knowing the phenomenon, we chose a model. We transformed it into an algorism which let us develop a computer code, this present us graphic information about the depth of the maximum cutting that can be achieved depending on the spindle speed without having these vibrations.

## ÍNDICE

<b>Introducción</b> .....	15
<b>Capítulo I: El Problema de Investigación</b> .....	17
1.1 Planteamiento del problema.....	17
1.1.1 Descripción de la situación.....	17
1.1.2 Formulación del problema.....	18
1.2 Objetivos.....	19
1.2.1 Objetivo general.....	19
1.2.2 Objetivos específicos.....	19
1.3 Alcances.....	20
1.4 Antecedentes.....	21
1.5. Estrategias para el control del Retemplado.....	22
<b>Capítulo II: Procesos de Manufactura</b> .....	25
2.1. Concepto de manufactura.....	25
2.2. Tornos y operaciones en torno.....	26
2.2.1. Tipos de tornos.....	27
2.2.2. Partes de un torno.....	28
2.3. El proceso de torneado.....	33
<b>Capítulo III: Mecánica del Proceso de Torneado</b> .....	35
3.1. Formación de viruta.....	35
3.2. Fuerzas de corte estático.....	38
3.2.1. Corte estático ortogonal.....	42
3.2.2. Corte estático oblicuo.....	46
<b>Capítulo IV: Vibraciones en Máquinas Herramientas</b> .....	51

4.1. Reseña histórica de vibraciones.....	51
4.2. Fenómeno de retemblado.....	56
4.3. Proceso de corte ortogonal dinámico.....	59
4.4. Teoría del Corte Dinámico Oblicuo.....	69
4.5. Sinopsis sobre vibraciones forzadas.....	70
<b>Capítulo V: Lóbulos de estabilidad y predicción de retemblado.....</b>	<b>79</b>
5.1.Obtención de los parámetros de entrada.....	81
5.1.1. La función de transferencia de un sistema de un grado de libertad $\Phi$ .....	82
5.1.2. La constante de corte.....	86
5.2. Modelo de estabilidad de Y. Altintas (2000).....	87
<b>Capítulo VI: Marco metodológico.....</b>	<b>92</b>
6.1.Desarrollo del código computacional.....	92
6.1.1. Algoritmo para la generación del código.....	92
6.1.2. Código para la obtención de las curvas de estabilidad.....	94
6.2.Depuración de los lóbulos de estabilidad.....	98
6.3.Código final.....	103
6.3.1. Listado de variables.....	103
6.3.2. Código.....	104
6.4.Interfaz gráfica.....	107
6.5.Comparación de resultados.....	118
6.6.Manual de usuario.....	124
6.7.Manual de ayuda.....	129
<b>Conclusiones.....</b>	<b>132</b>
<b>Recomendaciones.....</b>	<b>134</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>136</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>FIGURA 1:</b> Efecto regenerativo	22
<b>FIGURA 2:</b> Torno tradicional	27
<b>FIGURA 3:</b> Proceso de Torneado	34
<b>FIGURA 4:</b> Formación de viruta durante un proceso de torneado	36
<b>FIGURA 5:</b> Zonas de deformación en la generación de viruta	37
<b>FIGURA 6:</b> Formación de borde por adhesión de material	38
<b>FIGURA 7:</b> Corte Ortogonal	39
<b>FIGURA 8:</b> Corte Oblicuo.	40
<b>FIGURA 9:</b> Esquema del plano de cizallamiento	41
<b>FIGURA 10:</b> Diagrama de un proceso de corte ortogonal	42
<b>FIGURA 11:</b> (a) proceso de corte oblicuo (b) planos de corte	46
<b>FIGURA 12:</b> Diagramas de Fuerza, Velocidad y Cizallamiento en Corte Oblicuo	47
<b>FIGURA 13:</b> Pieza torneada bajo condiciones de retemblado (A) y en condiciones estables (B).	58
<b>FIGURA 14:</b> a) Corte ortogonal dinámico. b) Esquema del efecto regenerativo.	60
<b>FIGURA 15:</b> Diagrama de fuerzas sistema amortiguado de de un grado de libertad	70
<b>FIGURA 16:</b> Función de transferencia y su ángulo de fase	71
<b>FIGURA 17:</b> Partes real e imaginaria de una función de transferencia.	77
<b>FIGURA 18:</b> Lóbulos de Estabilidad	79
<b>FIGURA 19:</b> Montaje experimental para la obtención de la función de transferencia	84

<b>FIGURA 20:</b> Montaje experimental para la obtención de los parámetros de entrada al código	85
<b>FIGURA 21:</b> Vibración por retemblado regenerativo en un proceso de corte ortogonal	87
<b>FIGURA 22:</b> Diagrama de bloque que muestra la dinámica del retemblado	88
<b>FIGURA 23:</b> Cálculo del ángulo de fase mediante coordenadas polares	93
<b>FIGURA 24:</b> Diagramas de flujo	96
<b>FIGURA 25:</b> Disminución de la altura de intersección de los lóbulos	99
<b>FIGURA 26:</b> Gráficas sin la depuración de lóbulos	100
<b>FIGURA 27:</b> Gráfica de lóbulos de estabilidad desde $k=10$ hasta $k=22$	101
<b>FIGURA 28:</b> Antes y después de la primera parte de la depuración, e indicadores de cómo se realizó	102
<b>FIGURA 29:</b> Primera comparación de resultados	120
<b>FIGURA 30:</b> Lóbulos de estabilidad para la segunda comparación	122
<b>FIGURA 31:</b> Lóbulos de estabilidad generados por el código para la segunda comparación	123
<b>FIGURA 32:</b> Solape de los lóbulos de estabilidad de la segunda comparación	124
<b>FIGURA 33:</b> Pantalla de iniciación del código (Fuente: Los autores)	125
<b>FIGURA 34:</b> Pantalla de bienvenida de la interfaz gráfica	126
<b>FIGURA 35:</b> Pantalla principal de la interfaz gráfica	
<b>FIGURA 36:</b> Pantalla principal de la interfaz gráfica con despliegue de menú de velocidades	127
<b>FIGURA 37:</b> Lóbulos de estabilidad generados para los parámetros cargados por defecto	128 129
<b>FIGURA 38:</b> Ejemplo de lóbulos de estabilidad	130

## INTRODUCCIÓN

El hombre desde los tiempos antiguos ha tratado de facilitar su estándar de vida mediante distintos inventos, fue así como llegó la era de los metales, donde el hombre comenzó a fabricar herramientas con mayor detalle y confección.

En este ámbito el hombre fue desarrollando múltiples técnicas de fabricación hasta llegar a nuestros tiempos, donde aparecieron distintos tipos de metales y aleaciones, que fueron dando distintas propiedades a los materiales que iba utilizando, tanto así, que el hombre tuvo que introducirse en otro tema, los llamados procesos de fabricación de herramientas o piezas, puesto que cada material tendría distinto tipo de trabajo debido a su naturaleza metálica.

Fue así como se llegó a los llamados procesos de manufactura, y específicamente al mecanizado. Hoy en día el mecanizado es muy común en los procesos de fabricación. Estas operaciones, torneado, fresado, rectificado o taladrado son aplicadas en la fabricación de casi cualquier tipo de pieza mecánica.

Durante estos procesos existen muchos parámetros que exigen la necesidad de ser considerados, ya que los mismos tienen que ser eficientes y económicos. Una de las consideraciones más importantes en el mecanizado es la forma como es afectada la calidad superficial, la productividad, el costo de fabricación, etc.

En las últimas décadas los avances tecnológicos han marchado en dirección de desarrollar máquinas herramientas cada vez más rápidas y precisas, para lo cual se ha volcado la mayor atención a los estudios de los procesos de corte, para así adaptar la geometría y el diseño de las máquinas herramientas a la dinámica de los procesos de corte mejorando así su calidad. También se ha presentado la necesidad de entender los procesos de corte en condiciones vibratorias, específicamente bajo una

comúnmente conocida como *retemblado*, ya que las inestabilidades producidas afectan sensiblemente la calidad y precisión de las máquinas herramientas, siendo de gran interés suprimir estas vibraciones para mejorar así la calidad de los procesos.

Este fenómeno consiste en vibraciones entre la pieza y la herramienta. El retemblado se diferencia de otras vibraciones producidas por parte de la máquina como lo son: choques, desbalanceo, cojinetes dañados, etc. La principal diferencia radica en el hecho de que el retemblado no tiene origen en fuerzas externas, sino en fuerzas producidas y mantenidas por el mismo proceso de corte, como fue demostrado por Arnold R.N. (1946) en su trabajo sobre el tema; se dice entonces que esta es una vibración de tipo *auto inducida*.

Este retemblado es indeseable por sus efectos perjudiciales sobre el acabado superficial, la precisión del mecanizado, la vida útil de la herramienta e incluso por una reducción en la producción.

Por la complejidad del retemblado, los estudios sobre el mismo son generalmente separados por tipo de procesos. Este Trabajo Especial de Grado será orientado a entender, modelar y predecir este fenómeno en procesos de torneado.



## CAPÍTULO I: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

### 1.1 Planteamiento del Problema

#### 1.1.1 Descripción de la situación

En los procesos de torneado al igual que en la industria metalmecánica es importante considerar la productividad, el costo y acabado final del producto. Es por esta razón que se invierten la mayoría de los recursos económicos a investigaciones con el fin de optimizar estos parámetros. Hoy en día se está avanzando en aras de un mecanizado de alta precisión y velocidad, el cual implica entre otras cosas el estudio de la estabilidad de los procesos de corte, puesto que las vibraciones que se producen en dichos procesos tienen magnitudes que afectan completamente las precisiones deseadas.

En los procesos de mecanizado se presentan diferentes tipos de vibraciones, unas transmitidas por las fundaciones de las máquinas herramientas (vibraciones libres), otras se transmiten como consecuencias de desbalanceos o deterioros en las piezas de la máquina (vibraciones forzadas), éstas son de fácil detección y supresión si se siguen los debidos controles de mantenimiento. Existe un tercer tipo de vibración que es generada y mantenida por las fuerzas presentes en el proceso de corte y es llamada vibración auto inducida o retemblado. Actualmente se han propuesto objetivos muy claros en este campo como lo son detección, monitoreo y puesta en funcionamiento de equipos de supresión de estas vibraciones en líneas de producción.

El problema del fenómeno de retemblado también cobra relevada importancia en la manufactura de piezas de aeronaves (presentes por ejemplo en el fuselaje), donde el desafío es hacer piezas más ligeras, con paredes delgadas, buscando la reducción de peso. En este caso los efectos de la vibración son un peligro, por ejemplo en las operaciones de acabado, donde la pieza, de por sí, puede estar en

riesgo, porque la vibración puede comprometer la precisión y el acabado, o puede incluso destruir características delicadas, como costillas y paredes en sí mismas.

Grandes corporaciones dedicadas a la industria metalmecánica y más específicamente las que se dedican a fabricación de máquinas herramientas han comenzado a incluir adaptaciones para reducir estas vibraciones, pero no ofrecen soluciones para tornos ya existentes en el mercado.

En los países llamados en vías de desarrollo existe muy poco camino recorrido en este campo, la escuela de Ingeniería Mecánica de la UCV a través de este Trabajo Especial de Grado pretende dar un primer paso en el logro de los objetivos antes descritos, específicamente en lo que concierne a detección del fenómeno de vibración auto inducida o retemblado mediante la implementación de un modelo teórico a través de un código computacional.

### **1.1.2 Formulación del Problema**

El retemblado afecta el acabado superficial de las piezas generando costos extras como pulitura o cualquier otro tipo de procedimiento para lograr los acabados y tolerancias requeridas; afecta también la productividad y la vida útil de la herramienta, por lo tanto debe ser evitado o controlado.

El retemblado es un problema de inestabilidad en el proceso de corte, el cual es caracterizado por vibraciones violentas, altos niveles de ruido y malos acabados superficiales. En procesos de torneado, por ejemplo, este fenómeno causa una reducción de la vida de la herramienta de alrededor de 50% a velocidades de corte normales, y más del 80% a altas velocidades de corte, según la tesis publicada por MEHMET KAYHAN (Sabanci University, 2004). Es de hacer notar que las herramientas de corte están hechas con materiales de alta dureza, baja ductilidad y alta fragilidad, pues el corte debería ser continuo y conviene que no se produzca una deformación elástica de la herramienta. En algunos casos la amplitud del retemblado

puede ser mayor que la profundidad de corte, y por tanto la herramienta puede dejar de hacer contacto con la pieza de trabajo y recibir impactos que terminen en la fractura de la cuchilla, esto obliga al operador de la máquina a reducir la profundidad o la velocidad de corte, afectando así la productividad e interfiriendo con el funcionamiento normal del proceso.

Estas vibraciones deben ser evitadas para mantener tolerancias adecuadas, pues el retemblado genera acabados superficiales dos veces peores que el proceso de torneado en condiciones normales, generando así gastos adicionales de manufactura.

El problema ha afectado a la industria metalmeccánica por algún tiempo y ha sido objeto de una extensa investigación académica e industrial dedicada principalmente a la caracterización, modelado, y control de dichas vibraciones.

En este proyecto se desea desarrollar un código computacional que realice un estudio teórico del proceso y ofrezca la posibilidad de ajustar los parámetros de corte para controlar estas vibraciones, pudiendo ser útil para su aplicación directa en el proceso o para la prueba de futuros trabajos de investigación.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo General**

Desarrollar un código computacional a partir de un modelo físico-matemático (teórico) que verifique si se presenta el fenómeno de retemblado en procesos de torneado, y brinde una información válida al usuario que le permita ejecutar la operación bajo condiciones de corte estables.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

- Investigar la información disponible y pertinente al estudio del efecto de retemblado en procesos de torneado, haciendo énfasis en el modelado

matemático del fenómeno así como de los diferentes códigos computacionales existentes para predecirlo.

- Establecer, a partir de la información obtenida, los criterios y procedimientos más idóneos para crear un modelo matemático que permita estudiar y analizar el efecto de retemblado
- Diseñar un código computacional que:
  - Determine numéricamente según un modelo matemático establecido si se presenta o no el fenómeno de retemblado para unas condiciones iniciales introducidas por el usuario.
  - Determine un rango de condiciones en las cuales no se presenta el fenómeno de retemblado.
  - Genere una lista de posibles cambios y/o sugerencias al operador de la máquina.
- Presentar el modelo y el programa para su evaluación, revisión y corrección, a fin de entregar la versión ó edición definitiva del mismo.
- Contrastar los resultados de este trabajo con otros obtenidos a nivel nacional y/o internacional para verificar la precisión del mismo.

### 1.3 Alcances

- Revisar los modelos físico-matemáticos que representan las vibraciones debido al fenómeno de retemblado para seleccionar aquellos que cumplan con las características de precisión y sencillez.

- Desarrollar un marco teórico que permita al ingeniero mecánico el estudio y comprensión del fenómeno de retemblado en procesos de torneado.
- Ofrecer un código computacional válido caracterizado por su simplicidad y fácil uso, que haya sido comparado con modelos existentes a nivel nacional y/o internacional, permitiendo así analizar y prevenir de manera razonable y aproximada las vibraciones debido al efecto de retemblado.
- Ofrecer al estudiante y al profesional de la Ingeniería Mecánica, así como a técnicos operadores de los tornos, utilizar un código computacional que le permita el análisis y prevención de las vibraciones debido al fenómeno de retemblado.

#### 1.4 Antecedentes

El retemblado en procesos de mecanizado ocurre debido a una gran variedad de motivos. Los trabajos de Arnold (1946), Tobias y Fishwick, (1958) y Koeingsburger y Tlusty (1970) fueron pioneros en estudiar este tema. Éstos identificaron los mecanismos que llevaban al fenómeno así como el *efecto regenerativo* (1946 y 1958) y superposición de modos de vibración (1970).

El efecto regenerativo (Figura 1) ocurre cuando las vibraciones generan una superficie ondulada en cada pase de la herramienta, y al solaparse los cortes se genera una fuerza que varía con el espesor de viruta ofreciendo así la energía para que se produzca una vibración del tipo auto inducida. Este es el mecanismo dominante del retemblado en operaciones de torneado.

La superposición de modos de vibración ocurre cuando se producen vibraciones en al menos dos direcciones dentro del plano de corte. En este caso, la herramienta

recorre un camino elíptico que varía la profundidad de corte en forma distinta a la estudiada anteriormente. Este fenómeno es observado en instrumentos delgados y simétricos, como los usados en el proceso de mandrinado o torneado interno.

Luego se tienen los estudios de Kondo, Kawano, y Sato (1981), Thusty e Ismail (1982) y Shi y Tobias (1984). Estos autores estudiaron un tipo de retemblado conocido como el *retemblado múltiple regenerativo*, el cual ocurre si la amplitud de las vibraciones producidas por el efecto regenerativo se hacen bastante grandes para que la herramienta deje de hacer contacto con la pieza de trabajo.

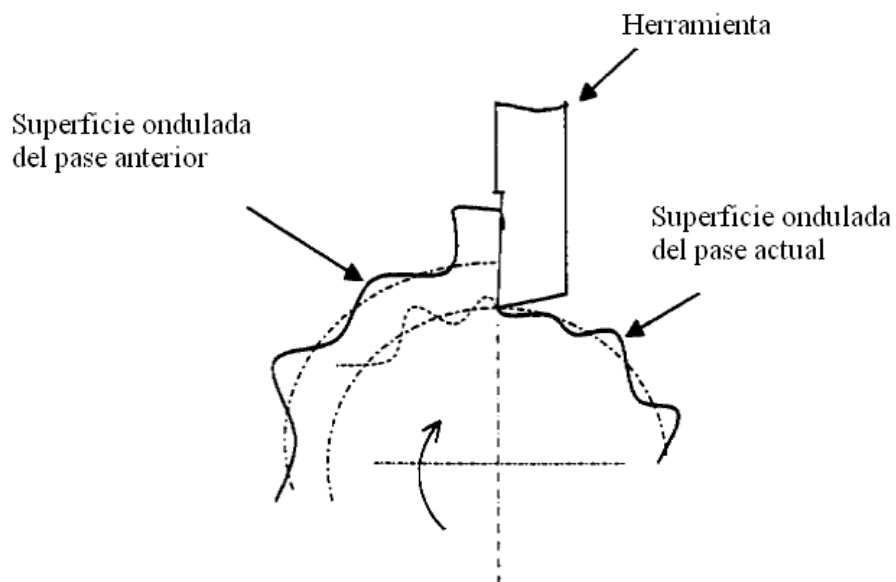


Fig. 1: Efecto regenerativo

(Fuente: Chatter Analysis of Machine Tool Systems in Turning Processes, Wang, Z., 2001)

### 1.5. Estrategias para el control del Retemblado

Tobias (1965) describe un número de modelos a emplear usando varias configuraciones de absorbentes de vibración pasivos los cuales han sido aplicados

con éxito. Entre ellos se estudia y pone en práctica los de tipo “absorbente de vibración dinámica y absorbente de impacto”.

Durante algún tiempo fueron usados equipos con absorbentes de vibración pasivos incorporados en el portaherramientas de máquinas de la marca *Kennametal*, apoyados en los estudios de Kosker (1975), y una patente similar fue concedida a Hopkins (1974), este dispositivo fue usado por la *Corporación Valeron*.

Las investigaciones de Sexton, Milne, y Stone (1977) y Takemura (1974) se basaron en el control de la velocidad cortante para alcanzar la estabilidad.

Hay una gran variedad de patentes de dispositivos para evitar el retemblado. Estos ajustan los parámetros del proceso como la velocidad y el avance para producir un corte estable. Thompson (1986) patentó su trabajo sobre un sistema que ajusta el ángulo entre la herramienta y la pieza de trabajo (ángulo de ataque) llamado “lobe pressecion angle” el cual fue asignado a la Empresa *General Electric*. Una suposición fundamental de esta técnica es que existe una bifurcación súper crítica, o en otras palabras, que la transición del corte desde la condición estática a la dinámica es suave y sin saltos.

Según la experiencia de la industria metalmecánica se considera que las herramientas rígidas y amortiguadas tienen una tendencia inferior a retemblar. Rivin y Kang (1989) aumentaron considerablemente la amortiguación de una herramienta de corte usando un dispositivo tipo “emparedado” de placas de acero y caucho con ciertas propiedades visco elásticas en el material para formar así un mecanismo de sujeción con abrazaderas laminadas que sostienen la herramienta de corte. Seifring (1991) patentó un sistema similar al anterior pero alternando las capas entre acero y caucho. Esta patente fue asignada a la empresa *Monarch Machine Tool*. Kelson y Hsueh (1996) también alcanzaron un aumento de la estabilidad al diseñar un sostenedor de la herramienta que aumenta su rigidez y amortiguación.

Nachtigal, Klein, y Maddux (1976) patentaron un aparato para controlar el retemblado en una máquina-herramienta que utiliza un circuito de procesamiento de datos. Utilizando un sensor para el movimiento de la herramienta, los autores sostuvieron que con su circuito podrían modelar las fuerzas cortantes y aplicar fuerzas amortiguadoras apropiadas mediante un actuador. Más tarde, Tewani, Rouch, y Walcott (1995) diseñaron un control de retemblado mediante un absorbente activo dinámico para una pieza mandrinada.

El esquema de control activo de Tewani, Rouch, y Walcott (1995) también representó un gran avance. El dispositivo que ellos patentaron emplea un actuador piezoeléctrico de masas de reacción montado dentro de una barra mandrinada. Un modelo similar pero aplicado a dos grados de libertad fue el desarrollado por Pratt en su tesis doctoral (Universidad de Virginia, 1997) llamado el “SMARTOOL”.

El Dr. Yusuf Altintas (University of British Columbia, 2000) desarrolló un código computacional llamado CutPro® que permite simular procesos de mecanizado y predecir su estabilidad.



## CAPÍTULO II: PROCESO DE MANUFACTURA

### 2.1 Concepto de Manufactura

Antes de dar una definición de Manufactura, tómese un momento y estudie varios de los objetos que le rodean: una silla, las lámparas que alumbran su habitación u oficina, e incluso este papel que está leyendo. De inmediato se dará cuenta que en algún momento todos esos objetos tenían una forma distinta, no podrá encontrarlos en la naturaleza tal como los está viendo, pues estos han sido transformados a partir de materias primas hasta llegar a la forma que usted observa en este momento.

La manufactura, en su sentido más amplio, es el proceso de convertir la materia prima en productos mediante varios procesos, maquinarias y operaciones a través de un plan organizado para cada actividad requerida. La palabra *manufactura* se deriva del latín *manu factus*, que significa hecho a mano. Ésta palabra apareció por primera vez en 1567 y la palabra *manufacturar* en 1683.

En la actualidad los procesos de manufactura son muy variados, e incluso para la producción de una pieza se puede necesitar más de uno de ellos. Estos procesos pueden ser descritos de la siguiente forma:

1. Fundición: Este proceso se trata básicamente de vaciar metal fundido en un molde construido siguiendo la forma de la pieza a manufacturar, dejar que se enfríe y extraer el metal del molde.
2. Formado y Conformado: En esta categoría están incluidos: la laminación, forja, extrusión, formado de lámina, metalurgia de polvos y moldeo.

3. Mecanizado: Torneado, taladrado, barrenado, fresado, cepillado, brochado y esmerilado, mecanizado ultrasónico; mecanizado químico, eléctrico y electroquímico; y mecanizado de haz de alta energía.

4. Unión: Soldadura sin aporte, soldadura con aporte, soldadura blanda, unión por difusión, unión adhesiva y unión mecánica.

5. Acabado: Asentado, lapeado, pulido, bruñido, desbarbado, tratamiento superficial, recubrimiento y depósito.

Dentro de los procesos de manufactura se ha de destacar el torneado. Este tipo de mecanizado es de los que se conoce como proceso de corte, en los cuales se quita material de una pieza y se produce viruta.

El torneado es un procedimiento que consiste en lograr superficies cilíndricas, tanto internas como externas, por medio de la acción de diversas máquinas herramientas especiales llamadas tornos.

## 2.2 Tornos y operaciones en torno

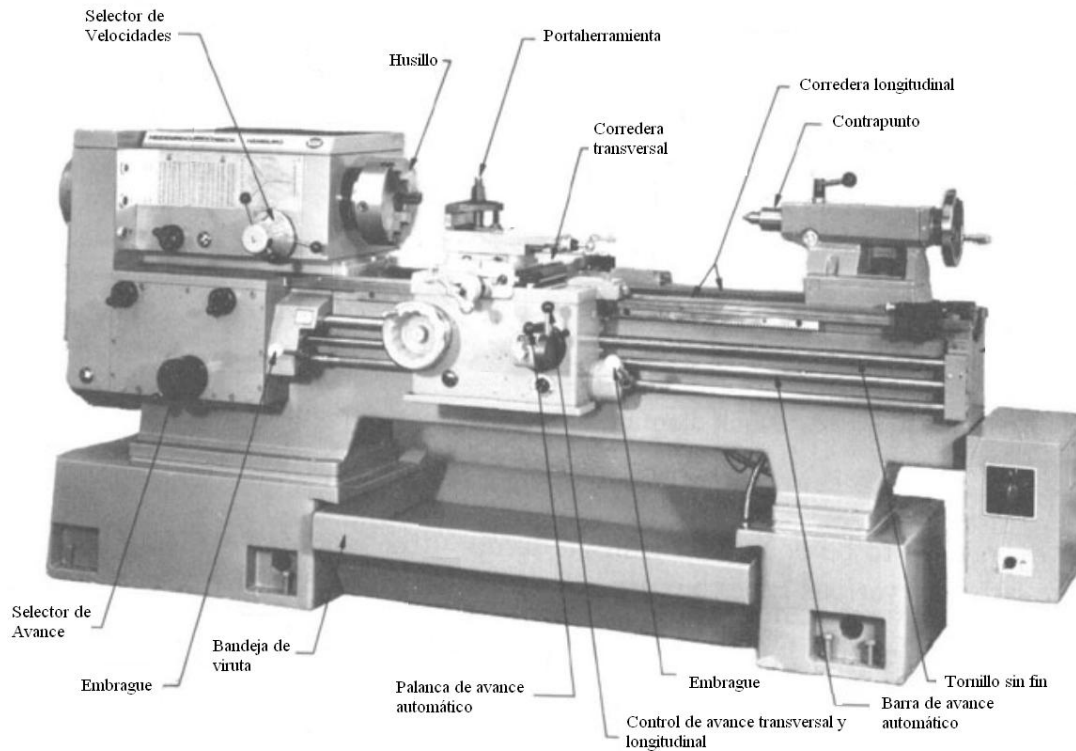


Fig. 2: Torno tradicional (Fuente: [www.mec-tools.com](http://www.mec-tools.com))

En general, se considera que los tornos son las máquinas herramientas más antiguas. Aunque se desarrollaron tornos de madera entre 1000 y 1001 a.C., los tornos para metal con avance de sinfín, no se construyeron sino hasta finales del siglo XVIII. El torno más común se llamó originalmente **torno de motor**, porque era impulsado por poleas y bandas por encima, accionadas por motores cercanos. Hoy en día, estos tornos tienen sus motores eléctricos individuales.

### 2.2.1. Tipos de Tornos.

El torno que se ha utilizado para la descripción general de sus diferentes mecanismos es el torno paralelo o cilíndrico. La índole de las piezas, el número de

ellas o los trabajos especiales han impuesto la necesidad de otros tipos que se diferencian, principalmente, por el modo de sujetar la pieza o el trabajo que realizan. Los más importantes son:

1. Tornos Revólver: Se distinguen de los cilíndricos en que no llevan contrapunto y el cabezal móvil se sustituye por una torre giratoria alrededor de un árbol horizontal o vertical. La torre lleva diversos portaherramientas, lo cual permite ejecutar mecanizados consecutivos con sólo girar la torreta.

2. Tornos al Aire: Se utilizan para el mecanizado de piezas de gran plato, en el eje principal. El avance lo proporciona una cadena que es difícil de fijar en dos puntos. Entonces se fija la pieza sobre un gran plato en el eje principal. El avance lo proporciona una cadena que transmite, por un mecanismo de trinquete, el movimiento al husillo, el cual hace avanzar al portaherramientas

3. Tornos Verticales: Los inconvenientes apuntados para los tornos al aire se evitan haciendo que el eje de giro sea vertical. La pieza se coloca sobre el plato horizontal, que soporta directamente el peso de aquella. Las herramientas van sobre carros que pueden desplazarse vertical y transversalmente.

4. Tornos Automáticos: Son tornos revólver en que pueden realizarse automáticamente los movimientos de la torreta así como el avance de la barra. Suelen usarse para la fabricación en serie de pequeñas piezas.

### **2.2.2. Partes del Torno**

1. Bancada:

Es un zócalo de fundición soportado por uno o más pies, que sirve de apoyo y guía a las demás partes principales del torno. La fundición debe ser de la mejor calidad; debe tener dimensiones apropiadas y suficientes para soportar las fuerzas que se originan durante el trabajo, sin experimentar deformación apreciable, aún en los

casos más desfavorables. Para facilitar la resistencia suele llevar unos nervios centrales.

Las guías han de servir de perfecto asiento y permitir un deslizamiento suave y sin juego al carro y contra cabezal. Deben estar perfectamente rasqueteadas o rectificadas. Es corriente que hayan recibido un tratamiento de temple superficial, para resistir el desgaste. A veces, las guías se hacen postizas, de acero templado y rectificado.

## 2. Cabezal:

Es una caja fijada al extremo de la bancada por medio de tornillos o bridas. En ella va alojado el eje principal, el cual proporciona el movimiento a la pieza. En su interior suele ir alojado el mecanismo para lograr las distintas velocidades que se seleccionan por medio de mandos adecuados, desde el exterior.

El mecanismo que más se emplea para lograr las distintas velocidades es por medio de trenes de engranajes. Los principales sistemas empleados en los cabezales de los tornos son:

- *Cabezal Monopolea:* El movimiento proviene de un eje, movido por una polea única. Las distintas velocidades o marchas se obtienen por desplazamiento de engranajes.
- *Transmisión Directa por Motor:* En lugar de recibir el movimiento a través de una polea, lo pueden recibir directamente desde un motor. En este tipo de montaje es normal colocar un embrague, para evitar el cambio brusco del motor, al parar o invertir el sentido de la marcha. La potencia al transmitir es más directa, pues se evitan pérdidas por deslizamiento de correas.
- *Caja de Cambios:* Otra disposición muy frecuente es la colocación de una caja o cambio, situada en la base del torno; desde allí se transmite el movimiento

hasta el cabezal por medio de correas. Este sistema se presta muy bien para tornos rápidos y, sobre todo, de precisión. El eje principal queda descargado de tensiones, haciendo que la polea apoye en soportes adecuados.

- *Variador de Velocidades:* Para lograr una variación de velocidades, mayor que las limitadas por los mecanismos anteriores, se emplean en algunos tornos variadores de velocidad mecánicos o hidráulicos.

#### 1. Eje Principal:

Es el órgano que más esfuerzos realiza durante el trabajo. Por consiguiente, debe ser robusto y estar perfectamente guiado por los rodamientos, para que no haya desviaciones ni vibraciones. Para facilitar el trabajo en barras largas suele ser hueco. En la parte anterior lleva un cono interior, perfectamente rectificando, para poder recibir el punto y servir de apoyo a las piezas que se han de tornearse entre puntos. En el mismo extremo, y por su parte exterior, debe llevar un sistema para poder colocar un plato porta piezas.

#### 2. Contra Cabezal o Cabezal Móvil:

El contra cabezal o cabezal móvil, llamado impropriamente contrapunta, consta de dos piezas de fundición, de las cuales una se desliza sobre la bancada y la otra puede moverse transversalmente sobre la primera, mediante uno o dos tornillos. Ambas pueden fijarse en cualquier punto de la bancada mediante una tuerca y un tornillo de cabeza de grandes dimensiones que se desliza por la parte inferior de la bancada. La superior tiene un agujero cilíndrico perfectamente paralelo a la bancada y a igual altura que el eje del cabezal.

En dicho agujero entra suavemente un manguito cuyo hueco termina, por un extremo en un cono Morse y, por el otro, en una tuerca. En esta tuerca entra un tornillo que puede girar mediante una manivela; como este tornillo no puede moverse

axialmente, al girar el tornillo el manguito tiene que entrar o salir de su alojamiento. Para que este manguito no pueda girar, hay una ranura en toda su longitud en la que ajusta una chaveta. El manguito puede fijarse en cualquier parte de su recorrido mediante otro tornillo.

En el cono Morse puede colocarse una punta semejante a la del cabezal o bien una broca, escariador, etc. Para evitar el roce se emplean mucho los puntos giratorios. Además de la forma común, estos puntos giratorios pueden estar adaptados para recibir diversos accesorios según las piezas que se hayan de tornear.

### 3. Carros:

En el torno la herramienta cortante se fija en el conjunto denominado carro. La herramienta debe poder acercarse a la pieza, para lograr la profundidad de pasada adecuada y, también, poder moverse con el movimiento de avance para lograr la superficie deseada. Las superficies que se pueden obtener son todas las de revolución: cilindros y conos, llegando al límite de superficie plana. Por tanto, la herramienta debe poder seguir las direcciones de la generatriz de estas superficies. Esto se logra por medio del carro principal, del carro transversal y del carro inclinable.

a. *Carro Principal:* Consta de dos partes, una de las cuales se desliza sobre la bancada y la otra, llamada delantal, está atornillada a la primera y desciende por la parte anterior. El delantal lleva en su parte interna los dispositivos para obtener los movimientos automáticos y manuales de la herramienta, mediante ellos, efectuar las operaciones de roscar, cilindrar y refrentar.

b. *Dispositivo para Roscar:* El dispositivo para roscar consiste en una tuerca en dos mitades, las cuales por medio de una manivela pueden aproximarse hasta engranar con el tornillo patrón o eje de roscar. El paso que

se construye variará según la relación del número de revoluciones de la pieza que se trabaja y del tornillo patrón.

c. *Dispositivo para Cilindrar y Refrentar:* El mismo dispositivo empleado para roscar podría servir para cilindrar, con tal de que el paso sea suficientemente pequeño. Sin embargo, se obtiene siempre con otro mecanismo diferente. Sobre el eje de cilindrar va enchavetado un tornillo sin fin que engrana con una rueda, la cual, mediante un tren basculante, puede transmitir su movimiento a un piñón que engrana en una cremallera fija en la bancada o a otro piñón en el tornillo transversal. El tren basculante puede también dejarse en posición neutra. En el primer caso se mueve todo el carro y, por tanto, el torno cilindrará; en el segundo, se moverá solamente el carro transversal y el torno refrentará; en el tercer caso, el carro no tendrá ningún movimiento automático. Los movimientos del tren basculante se obtienen por medio de una manivela exterior. El carro puede moverse a mano, a lo largo de la bancada, por medio de una manivela o un volante.

d. *Carro Transversal:* El carro principal lleva una guía perpendicular a los de la bancada y sobre ella se desliza el carro transversal. Puede moverse a mano, para dar la profundidad de pasada o acercar la herramienta a la pieza, o bien se puede mover automáticamente para refrentar con el mecanismo ya explicado.

Para saber el giro que se da al husillo y, con ello, apreciar el desplazamiento del carro transversal y la profundidad de la pasada, lleva el husillo junto al volante de accionamiento un tambor graduado que puede girar loco o fijarse en una posición determinada. Este tambor es de gran utilidad para las operaciones de cilindrado y roscado, como se verá más adelante.

e. *Carro Orientable:* El carro orientable, llamado también carro portaherramientas, está apoyado sobre una pieza llamada plataforma giratoria,



que puede girar alrededor de un eje central y fijarse en cualquier posición al carro transversal por medio de cuatro tornillos. Un círculo o limbo graduado indica en cualquier posición el ángulo que el carro portaherramientas forma con la bancada. Esta pieza lleva una guía en forma de cola de milano en la que se desliza el carro orientable. El movimiento no suele ser automático, sino a mano, mediante un husillo que se da vueltas por medio de una manivela o un pequeño volante. Lleva el husillo un tambor similar al del husillo del carro transversal.

#### 4. Portaherramientas

Para fijar varias herramientas de trabajo se emplea con frecuencia la torre portaherramientas, la cual puede llevar hasta cuatro herramientas que se colocan en posición de trabajo por un giro de 90°. Tiene el inconveniente de necesitar el uso de suplementos, por lo cual se emplea el sistema americano, o bien se utilizan otras torretas que permiten la graduación de la altura de la herramienta, que además tiene la ventaja de que se puede cambiar todo el soporte con la herramienta y volverla a colocar en pocos segundos; con varios soportes de estos se pueden tener preparadas otras tantas herramientas.

### 2.3 El proceso de torneado

La conversión de materia prima en productos fabricados por lo general requiere que se lleve a cabo algún tipo de proceso de retiro de material. Los procesos más comunes son los que forman viruta. La formación de viruta, o el acto de cortar el metal de una pieza para producir una forma geométrica deseada, son realizados mediante la utilización de una máquina herramienta. El tipo de máquina que se utilice es fijado en gran parte por la geometría y el acabado superficial que desea para el producto final.

Las fresadoras, tornos, taladros y rectificadoras son ejemplos de los tipos de máquinas herramientas que existen. Una forma de diferenciar unas de otras son el número de aristas de corte empleadas para quitar el metal. En cuanto a esto, las máquinas herramientas pueden ser de un solo punto o de múltiples puntos, según la convención común.

Durante este proyecto se estudiará las máquinas de un solo punto de corte, específicamente se considerará el torneado (Figura 3). Este proceso es fácil para su estudio porque la dinámica estructural es bien caracterizada usando un modelo de bajo orden.

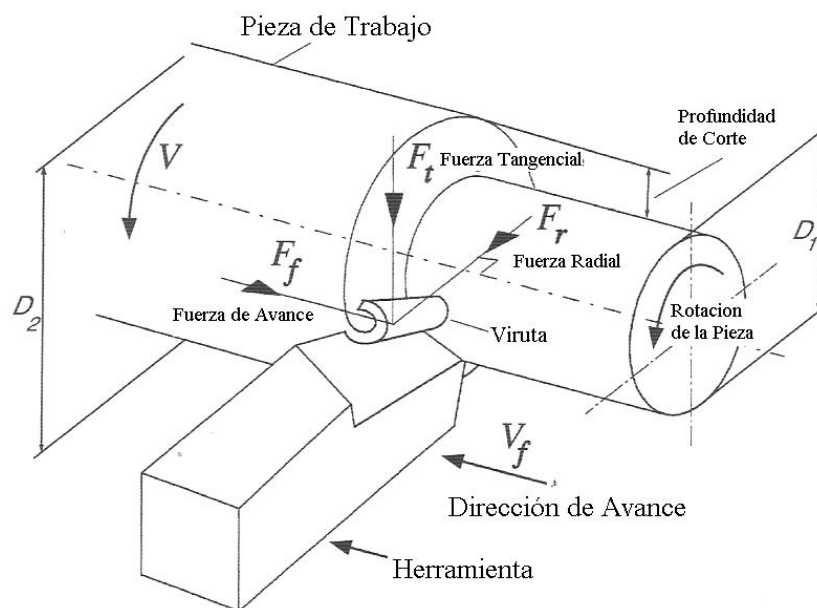


Fig. 3: Proceso de Torneado (Fuente: Manufacturing Automation, Altintas, Y., 2000)

### **CAPÍTULO III: MECÁNICA DEL PROCESO DE TORNEADO**

El corte de los metales requiere de mucha potencia para separar la viruta de la pieza de trabajo. Aunque las herramientas de corte hoy, son mucho más eficientes, las velocidades de arranque del material también se han incrementado. La comprensión de las fuerzas de corte, ha llevado a buenos y más fuertes filos de corte, que han permitido a la manufactura colocarse en donde está hoy en día.

El corte de los metales tiene por objeto, eliminar en forma de viruta, porciones de metal de la pieza a trabajar, con el fin de obtener una pieza con medidas, forma y acabado deseado.

El mecanizado, es un proceso de deformación, en el que tienen lugar unas muy fuertes deformaciones plásticas a grandes velocidades. El estudio del proceso se complica aún más a causa de los parámetros de corte, las variaciones de la geometría de las herramientas y sus materiales, la temperatura, las condiciones de funcionamiento de la máquina e incluso el medio en que se desarrolla este proceso. Para ahondar en el conocimiento del mecanizado, es necesario conocer, entre otras cosas la formación de viruta y las fuerzas que se producen en un proceso de corte.

#### **3.1. Formación de viruta**

Como se sabe, los procesos de corte quitan material de la superficie de una pieza y por ende producen virutas. La herramienta de corte se ajusta a determinada profundidad de corte y se mueve hacia la izquierda con cierta velocidad a medida que gira la pieza. El avance o velocidad de avance es la distancia que recorre la herramienta en cada revolución. Como consecuencia de esta acción se produce una viruta, que se mueve cuesta arriba por la cara de la herramienta. A continuación se dará un breve esbozo de la formación de viruta.



Fig. 4: Formación de viruta durante un proceso de torneado

(Fuente: [http://www2.coromant.sandvik.com/coromant/pdf/Supplement\\_20062/spa/A17\\_A19.pdf](http://www2.coromant.sandvik.com/coromant/pdf/Supplement_20062/spa/A17_A19.pdf))

La figura 5 muestra un proceso idealizado bidimensional de corte de metal o torneado. Las suposiciones en este modelo son que la herramienta está perfectamente afilada, que la profundidad de corte y la velocidad del husillo son constantes, y que la profundidad de corte es pequeña comparado con el ancho del corte. En este modelo idealizado, la capa de material de la superficie se transforma en viruta por un proceso de corte de cizallamiento en la zona primaria de corte AB. La viruta desliza por la superficie frontal de la herramienta produciendo algún flujo plástico secundario debido a la fuerza de rozamiento. Este modelo idealizado predice que la fuerza de corte aumenta con la profundidad de corte, la dureza del material, y el coeficiente de fricción.

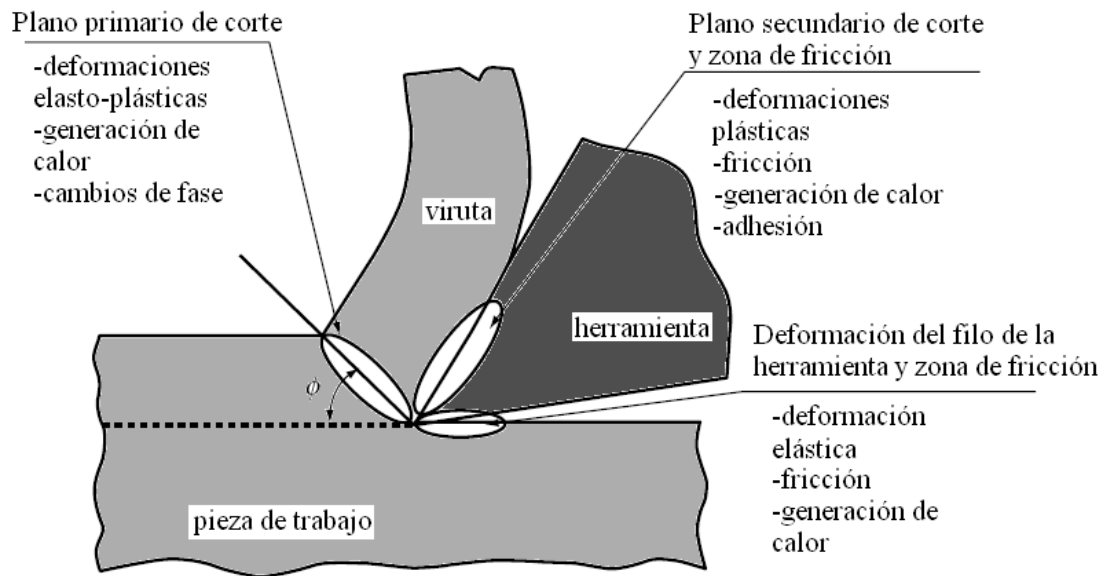


Fig. 5: Zonas de deformación en la generación de viruta

(Fuentes: Sources of Nonlinearities, Chatter Generation and Suppression in Metal Cutting, Wiercigroch, M., 2000 y [http://www.tecnun.es/manufacturing/videos/EN\\_CUT.MPG](http://www.tecnun.es/manufacturing/videos/EN_CUT.MPG))

Un efecto importante no considerado en el modelo anterior es la formación de borde a lo largo del filo de la herramienta. En la mayoría de los procesos de corte, una cantidad de viruta se “soldará” al filo de la herramienta, esto ocasionará un corte

mayor que la profundidad de corte nominal degradando de esta manera el acabado superficial. También, periódicamente el borde formado se desprenderá retirando también un poco de material de la herramienta, por lo tanto, la vida de la herramienta se reduce considerablemente. En general la formación de borde puede ser reducido:

- Incrementando la velocidad de corte
- Disminuyendo el avance
- Aumentando el ángulo de ataque
- reduciendo el rozamiento

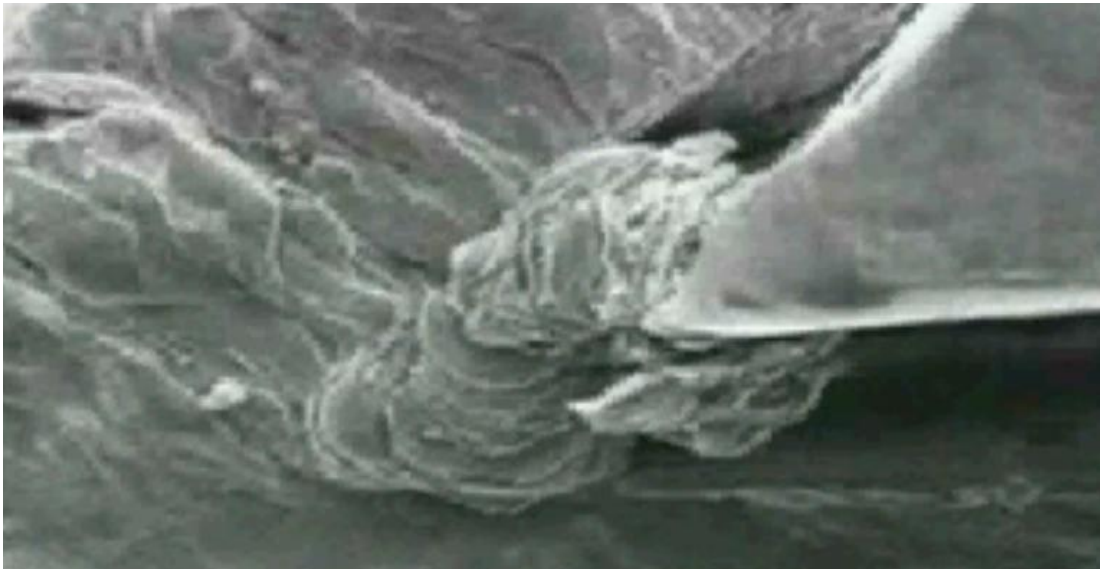


Fig. 6: Formación de borde por adhesión de material

(Fuente: [http://www.tecnun.es/manufacturing/videos/EN\\_CUT.MPG](http://www.tecnun.es/manufacturing/videos/EN_CUT.MPG))

### 3.2. Fuerzas de corte estático

Las fuerzas que surgen durante el retiro de material son clasificadas como estáticas o dinámicas. Hay una literatura bien establecida acerca del modelado y el análisis de ambas clases. En ambos casos, tanto en el corte estático como dinámico deben ser estudiados los dos modelos de corte existentes, los cuales son:

1. Corte Ortogonal: En este se puede apreciar que la herramienta de corte penetra perpendicularmente en la pieza a ser torneada.

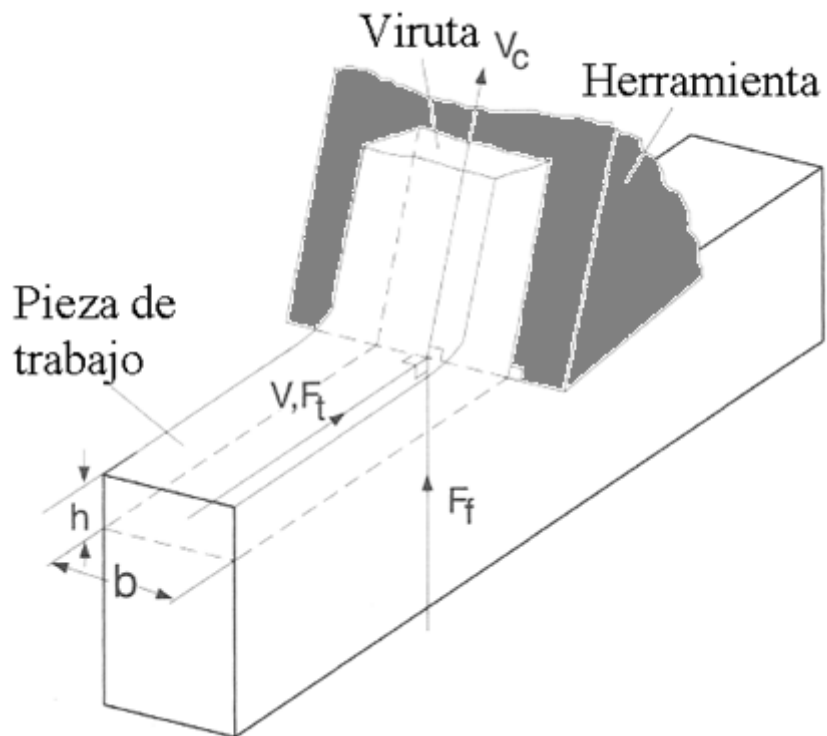


Fig. 7: Corte Ortogonal (Fuente: Manufacturing Automation, Altintas, Y., 2000)

2. Corte Oblicuo: En el cual esta penetración se produce con un ángulo de inclinación.

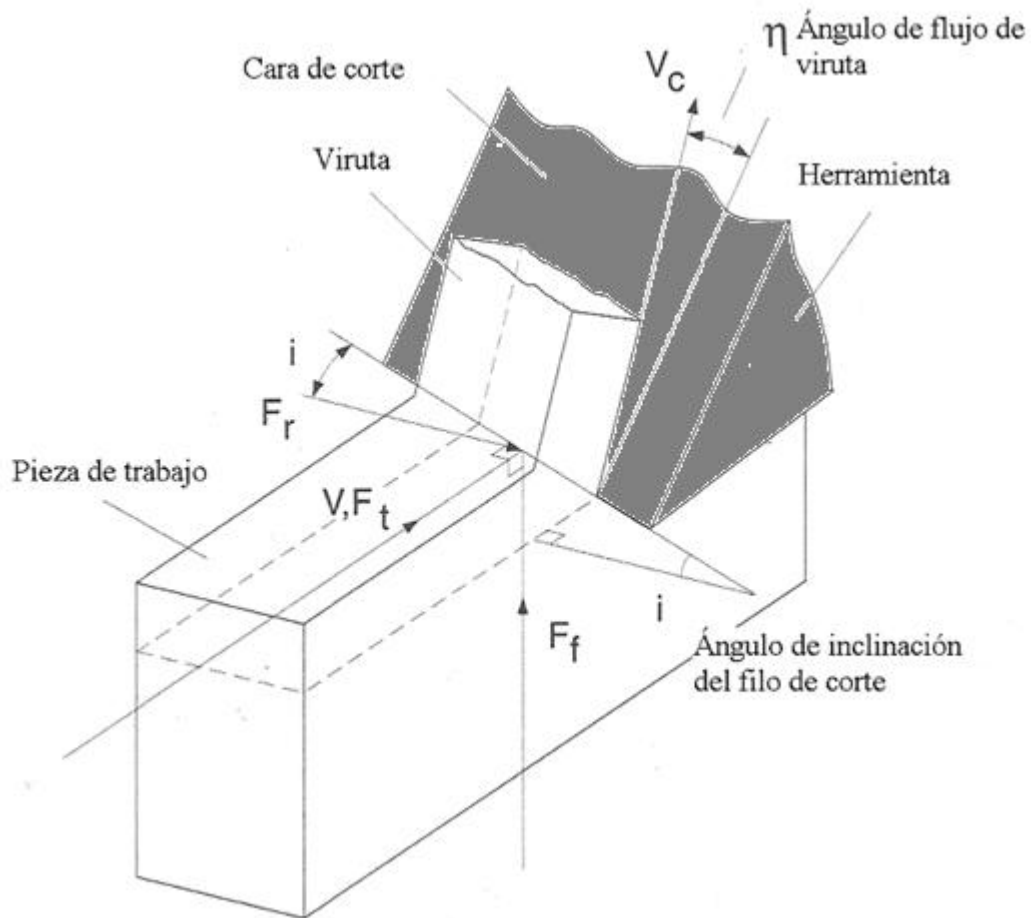


Fig. 8: Corte Oblicuo. (Fuente: Manufacturing Automation, Altintas, Y., 2000)

### 3.2.1. Corte Estático Ortogonal

En análisis microscópicos se ha observado que las virutas se producen por el proceso de cizallamiento que se ve en la figura 9, acción que se produce a lo largo de una zona llamada plano de cizallamiento. Este plano forma un ángulo  $\phi$  con la superficie de la pieza y se llama ángulo de cizallamiento.



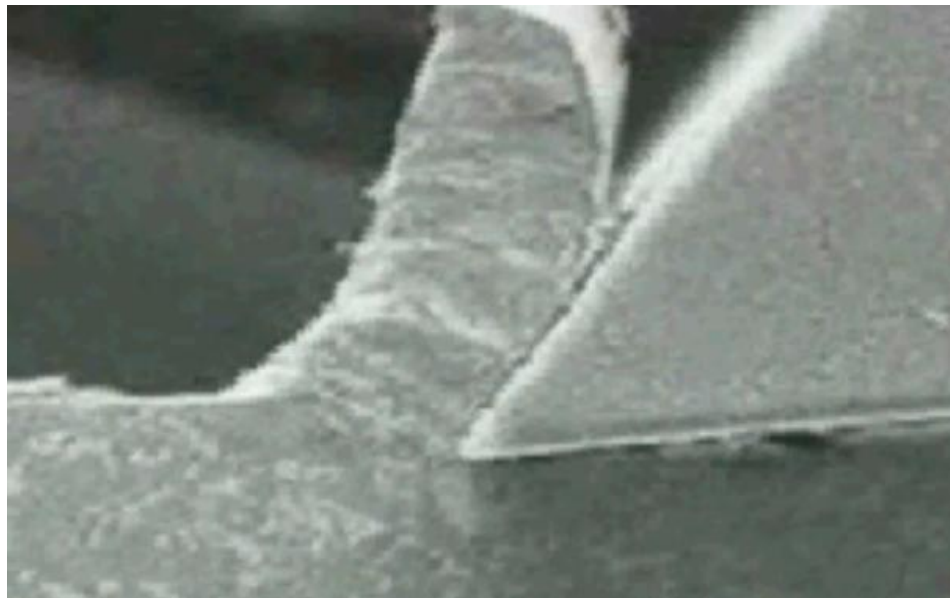
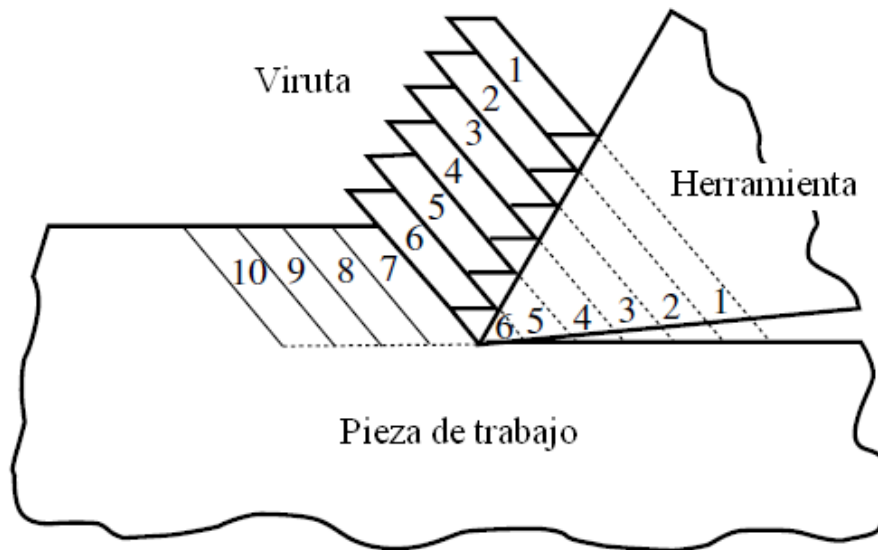


Fig. 9: Esquema del plano de cizallamiento

(Fuentes: Sources of Nonlinearities, Chatter Generation and Suppression in Metal Cutting, Wiercigroch, M., 2000 y [http://www.tecnun.es/manufacturing/videos/EN\\_CUT.MPG](http://www.tecnun.es/manufacturing/videos/EN_CUT.MPG))

Este tipo de solución se menciona como una “solución de ángulos de corte”, o el “análisis Merchant” acreditado a su autor (The Merchant o el Comerciante, 1945). La teoría de Merchant es popular porque termina en una solución relacionada con las

fuerzas cortantes. Este trabajo es conservador y proporciona un modo simple de dar cualitativamente una solución al problema.

Primero, se define un proceso de corte ortogonal como aquél donde el filo de corte es orientado de forma perpendicular a la velocidad de corte, con la condición de que la profundidad de corte  $h$  sea al menos cinco veces el ancho de corte  $b$ .

Estas condiciones son supuestas de manera tal que la viruta se genera de forma continua. La zona de deformación primaria es definida como el plano de cizallamiento. Por consiguiente, se asume que la viruta actúa como un cuerpo rígido sostenido en equilibrio por las fuerzas creadas entre la herramienta y la viruta en el plano de corte. A continuación se muestra un diagrama de cuerpo libre que ilustra las fuerzas que actúan sobre la viruta:

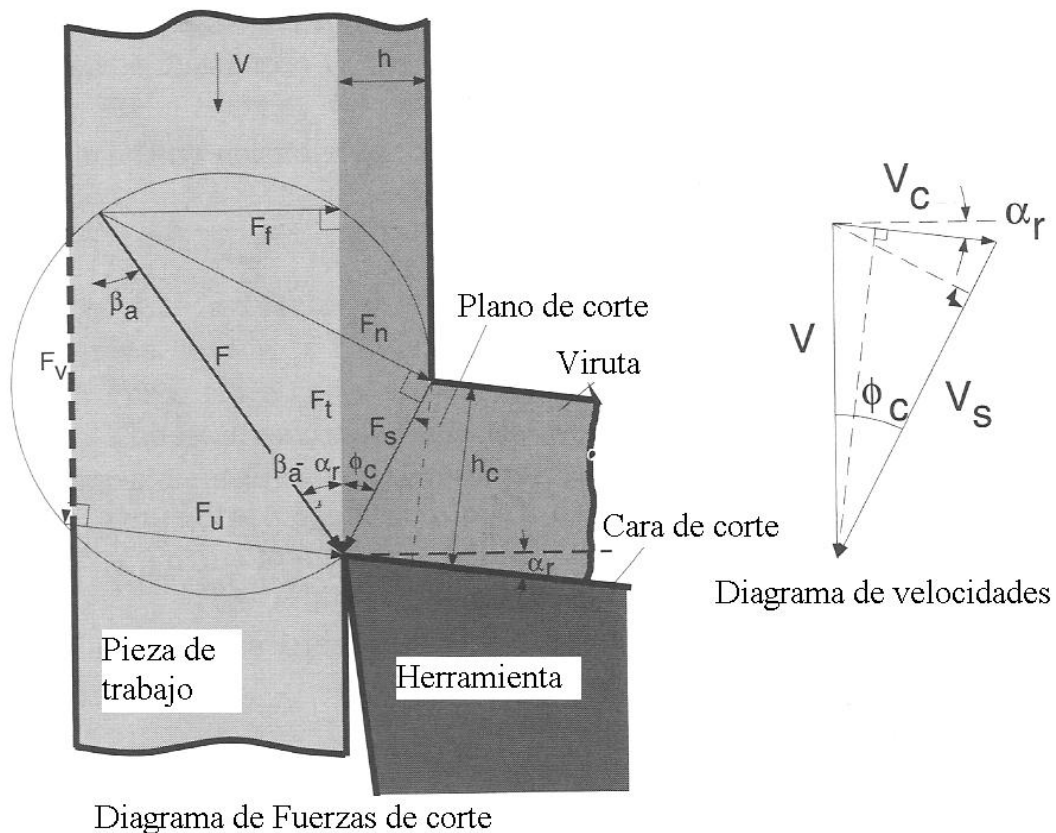


Fig. 10: Diagrama de un proceso de corte ortogonal (Fuente: Manufacturing Automation, Altintas, Y., 2000)

En la figura 10 se puede notar las diferentes fuerzas, velocidades y ángulos presentes en un proceso de corte estático ortogonal. El significado físico de las mismas serán presentadas a continuación:

$b$ : Ancho de corte

$h$ : Ancho de viruta sin deformar

$h_c$ : Ancho de viruta deformado

$r_c$ : Relación de viruta, la cual se define como:

$$r_c = \frac{h}{h_c} \quad \text{Ec. 3.1}$$

$\alpha_r$ : Ángulo de la cara de la herramienta

$\phi_c$ : Ángulo del plano de cizallamiento, se puede calcular como:

$$\phi_c [\text{rad}] = \text{arctg} \frac{r_c \cos(\alpha_r)}{1 - r_c \sin(\alpha_r)} \quad \text{Ec. 3.2}$$

$\beta_a$ : Ángulo de fricción

$$\beta_a [\text{rad}] = \alpha_r + \text{arctg} \frac{F_f}{F_t} \quad \text{Ec. 3.3}$$

$F_t$ : Fuerza tangencial o de avance

$$F_t [N] = bh \left[ \tau_s \frac{\cos(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \right] = K_t bh \quad \text{Ec. 3.4}$$

donde  $K_t$  es el coeficiente de fuerza de corte tangencial. Algunos autores también lo definen como presión específica de corte; en lo adelante se tomará la primera definición.

$$K_t \left[ N / mm^2 \right] = \tau_s \frac{\cos(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \quad \text{Ec. 3.5}$$

$F_f$ : Fuerza de penetración o empuje

$$F_f [N] = K_f bh = bh \left[ \tau_s \frac{\text{sen}(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \right] \quad \text{Ec. 3.6}$$

donde  $K_f$  es la constante de fuerza penetración

$$K_f \left[ N / mm^2 \right] = \tau_s \frac{\sin(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \quad \text{Ec. 3.7}$$

$F$ : Fuerza Resultante

$$F [N] = \sqrt{F_t^2 + F_f^2} \quad \text{Ec. 3.8}$$

$F_s$ : Fuerza de cizallamiento

$$F_s [N] = F \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r) \quad \text{Ec. 3.9}$$

$F_n$ : Fuerza normal al plano de corte

$$F_n [N] = F \sin(\phi_c + \beta_a - \alpha_r) \quad \text{Ec. 3.10}$$

$$F_n [N] = F_t \overset{\circ}{\sin}(\phi_c) + F_f \cos(\phi_c) \quad \text{Ec. 3.11}$$

$F_u$ : Fuerza de fricción

$$F_u [N] = F \sin(\beta_a) \quad \text{Ec. 3.12}$$

$F_v$ : Fuerza normal

$$F_v[N] = F \cos(\beta_a) \quad \text{Ec. 3.13}$$

$A_s$ : Área del plano de cizallamiento

$$A_s[mm^2] = b \frac{h}{\sin(\phi_c)} \quad \text{Ec. 3.14}$$

$\tau_s$ : Esfuerzo de cizallamiento

$$\tau_s[N/mm^2] = \frac{F_s}{A_s} \quad \text{Ec. 3.15}$$

$\sigma_c$ : Esfuerzo normal

$$\sigma_c[N/mm^2] = \frac{F_n}{A_s} \quad \text{Ec. 3.16}$$

$D$ : Diámetro de la pieza

$n$ : rpm de la pieza

$V$ : Velocidad de corte

$$V[m/s] = \pi n D \quad \text{Ec. 3.17}$$

$V_s$ : Componente de la velocidad en el plano de cizallamiento

$$V_s[m/s] = V \frac{\cos(\alpha_r)}{\cos(\phi_c - \alpha_r)} \quad \text{Ec. 3.18}$$

$V_c$ : Velocidad de salida de viruta

$$V_c[m/s] = r_c V \quad \text{Ec. 3.19}$$

### 3.2.2. Corte Estático Oblicuo

Raras veces se encuentra un corte verdaderamente ortogonal en la práctica. Casi todos los procesos de corte prácticos son oblicuos, es decir, el filo de la herramienta está inclinado respecto a la velocidad de corte como se muestra en la figura 11.

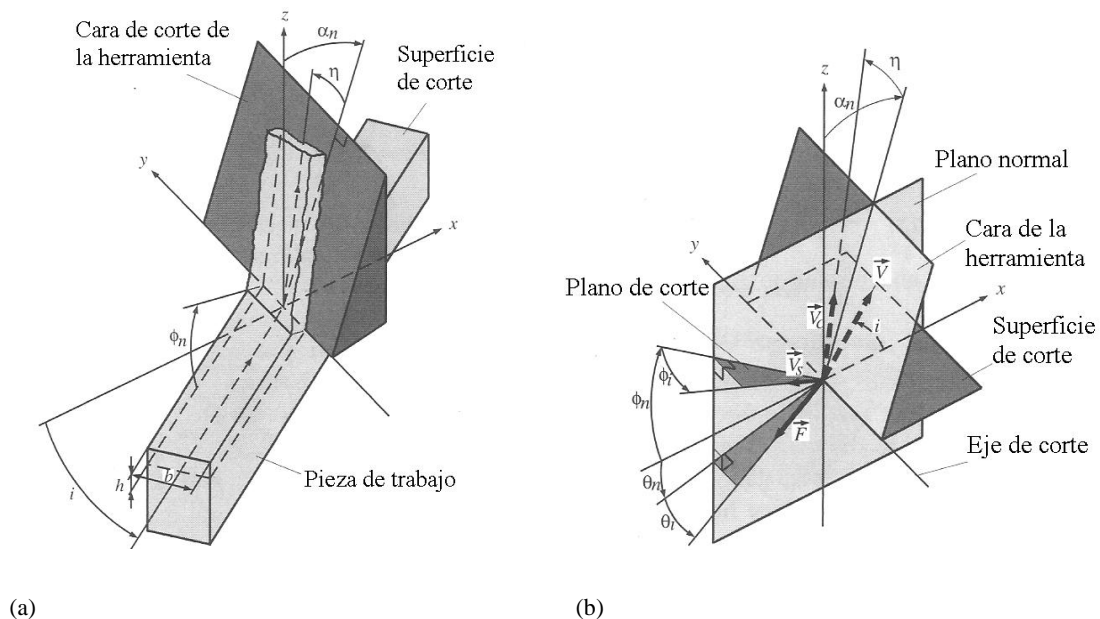


Fig. 11: (a) proceso de corte oblicuo (b) planos de corte (Fuente: Manufacturing Automation, Altintas, Y., 2000)

La mecánica de corte oblicuo puede ser determinada usando el modelo “Merchant”. Las descripciones de este tipo de teoría son presentadas por Armarego y Brown (1969) y Shaw (1984). El trabajo original es acreditado a Stabler (1951). El problema se resuelve encontrando el ángulo de inclinación para una geometría de la herramienta dada. Usando esta información, con la dirección de flujo de viruta, se construye una condición de corte equivalente ortogonal.

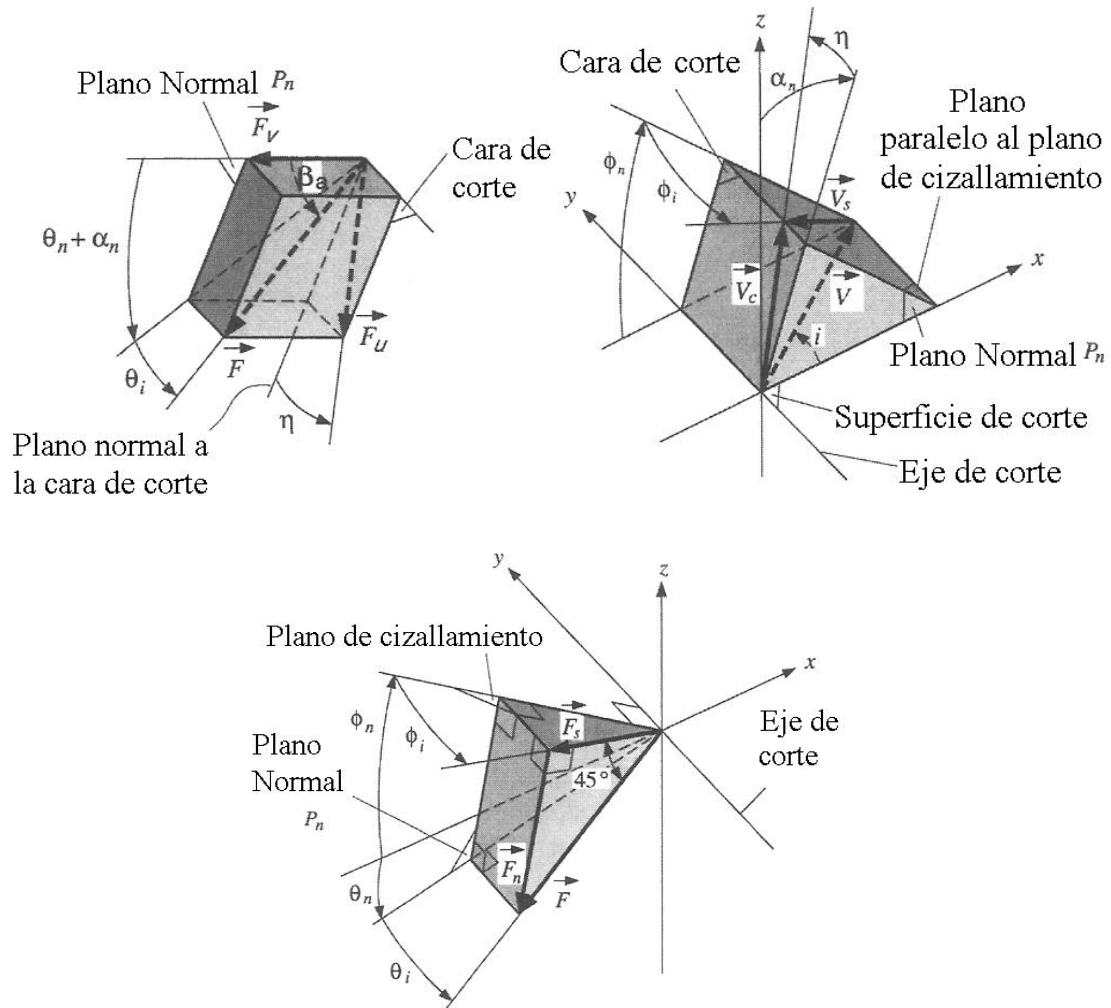


Fig. 12: Diagramas de Fuerza, Velocidad y Cizallamiento en Corte Oblicuo

(Fuente: Manufacturing Automation, Altintas, Y., 2000)

En la figura 12 se puede notar las diferentes fuerzas, velocidades y ángulos presentes en un proceso de corte estático oblicuo. El significado físico de las mismas serán presentadas de inmediato, cabe mencionar que los términos no mencionados son idénticos a los presentados en el corte estático ortogonal.

$\phi_n$ : Ángulo normal de cizallamiento. Éste es el ángulo que forma el plano de cizallamiento respecto al plano  $xy$ .

$\phi_i$  : Ángulo oblicuo de cizallamiento. Éste es el ángulo que forma la velocidad de cizallamiento con el vector normal al eje de corte dentro del plano de cizallamiento.

$\eta$  : Ángulo de flujo de viruta medido desde un vector en la cara de la herramienta, perpendicular al eje de corte.

$\beta_a$ : Ángulo de fricción

$\theta_n$ : Ángulo entre el eje  $x$  y la proyección de la fuerza  $F$  en el plano normal  $P_n$

$\theta_i$ : Ángulo entre la fuerza  $F$  y el plano normal  $P_n$

siendo las relaciones geométricas entre los ángulos las siguientes:

$$\tan \eta = \frac{\tan i \cos(\phi_n - \alpha_n) - \cos \alpha_n \tan \phi_i}{\sin \phi_n} \quad \text{Ecs. 3.20}$$

$$\beta_n [\text{rad}] = \theta_n + \alpha_n \quad \text{Ec. 3.21}$$

$$\tan \beta_n = \tan \beta_a \cos \eta \quad \text{Ec. 3.22}$$

$$\tan \phi_n = \frac{r_c (\cos \eta / \cos i) \cos \alpha_n}{1 - r_c (\cos \eta / \cos i) \sin \alpha_n} \quad \text{Ec. 3.23}$$

Las velocidades involucradas en el proceso de corte oblicuo son las siguientes:

- $V_c$ : Velocidad de la viruta
- $V_s$ : Velocidad del plano de cizallamiento
- $V$ : Velocidad de corte

las cuales pueden ser definidas en sus componentes cartesianos de la forma que sigue:



$$\vec{V}[m/s] = V \cos i \quad , V \sin i \quad , \quad 0 \quad \text{Ec. 3.24}$$

$$\vec{V}_c[m/s] = V_c \cos \eta \sin \alpha_n \quad , V_c \sin \eta \quad , V_c \cos \eta \cos \alpha_n \quad \text{Ec. 3.25}$$

$$\vec{V}_s[m/s] = -V_s \cos \phi_i \cos \phi_n \quad , -V_s \sin \phi_i \quad , V_s \cos \phi_i \sin \phi_n \quad \text{Ec. 3.26}$$

siendo la relación entre ellas como se muestra a continuación

$$\vec{V}_s[m/s] = \vec{V}_c - \vec{V} \quad \text{Ec. 3.27}$$

Así, las fuerzas del proceso de corte se definen como sigue:

- $F_u$ : Fuerza de fricción en la superficie de la herramienta
- $F$ : Fuerza de corte resultante
- $F_s$ : Fuerza de cizallamiento
- $F_r$ : Fuerza radial

$$F_u[N] = F \sin \beta_a = F \frac{\sin \theta_i}{\sin \eta} \quad \text{Ec. 3.28}$$

$$F_v[N] = F_v \tan \beta_a = F_v \frac{\tan(\theta_n + \alpha_n)}{\cos \eta} \quad \text{Ec. 3.29}$$

$$F_s[N] = F \left[ \cos(\theta_n + \phi_n) \cos \theta_i \cos \phi_i + \sin \theta_i \sin \phi_i \right] \quad \text{Ec. 3.30}$$

$$F_s[N] = \tau_s A_s = \tau \left( \frac{b}{\cos i} \right) \left( \frac{h}{\sin \phi_n} \right) \quad \text{Ec. 3.31}$$

$$F_t[N] = bhK_{tc} \quad \text{Ec. 3.32}$$

$$F_r[N] = bhK_{fc} \quad \text{Ec. 3.33}$$

$$F_r[N] = bhK_{rc} \quad \text{Ec. 3.34}$$

donde

$$K_{tc}[N/mm^2] = \frac{\tau_s}{\sin\phi_n} \frac{\cos(\beta_n - \alpha_n) + \tan i \tan \eta \sin \beta_n}{\sqrt{\cos^2(\phi_n + \beta_n - \alpha_n) + \tan^2 \eta \sin^2 \beta_n}} \quad \text{Ec. 3.35}$$

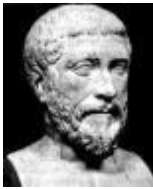
$$K_{fc}[N/mm^2] = \frac{\tau_s}{\sin\phi_n \cos i} \frac{\sin(\beta_n - \alpha_n)}{\sqrt{\cos^2(\phi_n + \beta_n - \alpha_n) + \tan^2 \eta \sin^2 \beta_n}} \quad \text{Ec. 3.36}$$

$$K_{rc}[N/mm^2] = \frac{\tau_s}{\sin\phi_n} \frac{\cos(\beta_n - \alpha_n) \tan i + \tan \eta \sin \beta_n}{\sqrt{\cos^2(\phi_n + \beta_n - \alpha_n) + \tan^2 \eta \sin^2 \beta_n}} \quad \text{Ec. 3.37}$$

## CAPÍTULO IV: VIBRACIONES EN MÁQUINAS HERRAMIENTAS

### 4.1. Reseña histórica de vibraciones

Es difícil establecer el origen de la ciencia de las vibraciones mecánicas, ni si quiera adjudicar a una sola persona el título del “padre de la ciencia de las vibraciones” ya que a través de la historia grandes científicos realizaron importantes aportaciones que hicieron hoy en día del fenómeno de las vibraciones toda una ciencia. A continuación se presenta un breve recorrido de algunos personajes de ciencia que hicieron aportes sobre el fenómeno de las vibraciones.



Remontándose en la historia, un personaje célebre de la antigua Grecia sorprendía con grandes e importantes aportaciones filosóficas y matemáticas, sobre todo en el área de la aritmética; hoy en día todos conocemos de él gracias a un famoso teorema dado en su honor conocido como el teorema de Pitágoras. Pitágoras (570 – 497 A.C.) desarrolló la teoría de los números y la teoría de la música y de la armonía en donde afirmaba la relación entre estas dos ciencias. Cuenta la historia que un día pasó por una herrería y se quedó sorprendido al darse cuenta de la rítmica regularidad con la que el herrero hacía repicar el martillo sobre el yunque; tal fue su admiración que llegado a su casa se puso a experimentar, haciendo vibrar varias agujas del mismo espesor y misma tensión, pero de distinta longitud. De esta manera pudo concluir que las notas dependían de la frecuencia de vibración, esto mismo Pitágoras lo calculó y concluyó que la música no era más que una relación matemática de las vibraciones medidas según intervalos.



Por otro lado un importante filósofo e investigador llamado Aristóteles (374-355 A.C.) que trabajó con las leyes del movimiento, escribió el

primer trabajo relacionado con la acústica llamado “On Acoustic”, introdujo el principio del trabajo virtual.



En el siglo XVI uno de los personajes de ciencia mas inquietados por este fenómeno es conocido como Galileo Galilei (1564-1642). Galileo encontró la relación existente entre la longitud de cuerda de un péndulo y su frecuencia de oscilación, además encontró la relación entre la tensión, longitud y frecuencia de vibración de las cuerdas. Se cuenta que cierta vez, mientras observaba despreocupadamente las oscilaciones de un candelabro en la catedral de Pisa, Galileo Galilei se interesó en medir el tiempo de cada oscilación comparándolo con el número de latidos de su pulso (en esa época todavía no se inventaba los relojes ni los cronómetros). Pudo comprobar, sorprendido, que aún cuando las oscilaciones fueran cada vez más menores, el tiempo de cada oscilación era siempre el mismo. Al repetir el experimento en su casa, comprobó lo anterior utilizando un péndulo (una piedra atada al extremo de una cuerda), encontrando además que el tiempo de la oscilación dependía de la longitud de la cuerda.



En la década de los 40 del siglo XVII existió uno de los grandes científicos de la historia llamado Isaac Newton (1642-1727), matemático y físico británico, considerado uno de los más grandes científicos de la historia, que hizo importantes aportaciones en muchos campos de la ciencia. Sus descubrimientos y teorías sirvieron de base a la mayor parte de los avances científicos desarrollados desde su época. Newton fue, junto al matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz, uno de los inventores de la rama de las matemáticas denominada cálculo. También resolvió cuestiones relativas a la luz y la óptica, formuló las leyes del movimiento y dedujo a partir de ellas la ley de la gravitación universal. En el campo de las vibraciones el uso de las leyes de Newton forma un papel importante en el análisis de sistemas y la determinación de

frecuencias de oscilación. Publicó su teoría en “Principios Matemáticos de la Filosofía Natural” (1687), obra que marcó un punto de inflexión en la historia de la ciencia, y con la que perdió el temor a publicar sus teorías.



Con la aparición de la obra de Newton “The principia” implicó éste en un desagradable episodio con otro gran filósofo y físico llamado Robert Hooke (1635-1701). En 1687 Hooke afirmó que Newton le había robado la idea central del libro: que los cuerpos se atraen recíprocamente con una fuerza que varía inversamente al cuadrado de la distancia entre ellos. Sin embargo, la mayor parte de los historiadores no aceptan los cargos de plagio de Hooke. En todo caso, este científico es reconocido por sus investigaciones en el campo de la elasticidad. En 1678, el también llamado Leonardo Inglés, publicó el libro: “Ut Pondus Sic Tensia” (como el peso así es la tensión) que representa un primer enunciado de su conocida ley de la elasticidad.



Ya en una época reciente Daniel Bernoulli (1700-1782) estudió la forma de vibrar de algunos cuerpos usando el principio de superposición de armónicos. Daniel Bernoulli hizo una estrecha correspondencia con su amigo Euler en la que trataron temas de la mecánica de los medios flexibles y elásticos, en particular los problemas de pequeñas oscilaciones de cuerdas y vigas. Particularmente atractiva es la polémica que se abrió sobre el tema de la cuerda musical, no sólo entre Euler y Daniel, sino con la incorporación de un joven geómetra Jean le Rond D’Alembert, quien pronto fue considerado entre los más prestigiosos geómetras de Francia en el siglo de las luces. El debate sobre la ecuación de la cuerda, sometida a una vibración en un mismo plano, es importante desde el punto de vista matemático, no sólo porque representa el primer análisis de la solución de una ecuación diferencial en derivadas parciales, sino además porque la discusión llevó al cuestionamiento de las nociones establecidas de función y de representación de funciones mediante series trigonométricas. En

particular en las ideas de Daniel estaba el germen de la teoría de representación en series de Fourier que se estableció en el siglo XIX con los trabajos de Fourier, Dirichlet, Riemann y otros.



Pero en el siglo XVIII el matemático francés Joseph Fourier (1768-1830) vino a realizar una de las aportaciones más importantes en el área de las vibraciones, en 1807 envió un artículo a la Academia de Ciencias en Paris en él presentaba una descripción matemática de problemas relacionados con la conducción de calor. Pese a que el artículo fue rechazado, contenía ideas que se convertirían en una importante área de las matemáticas llamada en su honor, el análisis de Fourier. Una de las sorprendentes aportaciones del trabajo de Fourier fue que muchas de las funciones más conocidas podían expandirse en series de senos y cosenos; de tal modo que esta aportación es una de las más interesantes e importantes en el campo de las vibraciones mecánicas ya que en base al algoritmo de la serie de Fourier trabajan los modernos analizadores de vibración.

En la era moderna, en donde los avances tecnológicos están a la puerta, grandes aportaciones matemáticas y métodos de análisis vinieron a resolver algunos problemas en el campo de las vibraciones mecánicas.

Por ejemplo en 1909, Frahm propuso una forma de reducir las vibraciones mecánicas mediante la implementación de sistema agregado de masa-resorte. Stodola Aurel (1859 – 1943) hizo aportaciones importantes relacionadas con las vibraciones de membranas, vigas y placas. Timoshenko (1872-1972) realizó aportaciones importantes en la teoría de vibración en vigas.

Por otro lado, importantes aportaciones matemáticas ampliaron considerablemente el área de investigación del campo de las vibraciones mecánicas, por mencionar algunos, los métodos de Rayleigh que sirven para determinar las

frecuencias de resonancia de algunos elementos basándose en ecuaciones de energía, las variables de estado que permiten “resolver” y analizar problemas basados en ecuaciones diferenciales no lineales, el elemento finito que consiste en discretizar cualquier elemento para posteriormente modelar y analizar su comportamiento como pudiera ser los modos de vibrar, ecuaciones estadísticas que facilitaron el estudio de vibraciones aleatorias.

Estos métodos modernos unidos a los avances tecnológicos por ejemplo, a) Las computadoras, b) Los PLC's, c) Analizadores de vibración, d) Software de monitoreo y/o mantenimiento, etc. hacen hoy en día de las vibraciones todo un campo de investigación tal que existen asociaciones, revistas, seminarios, cursos especializados dedicados al estudio de este fenómeno.

En la actualidad el estudio en este campo es tan grande que basta con ver algunos de sus causa-efecto para entender su importancia. Primero considere que existen diferentes tipos de maquinaria que pueden ser causantes de vibración en algunos casos causado por algunos de los elementos ó por algún proceso; algunos ejemplos de vibración causada por elementos son: desbalance rotativo, acoples mal alineados, chumaceras dañadas, engranes defectuosos, bandas mal alineadas, entre otros.

Por otro lado, algunos ejemplos causados por procesos industriales pueden ser: procesos de maquinado o de máquinas herramientas, procesos de extrusión, procesos de centrifugado, pruebas mecánicas, etc. Pues bien, estas vibraciones pueden implicar problemas de diferente índole como lo es: a) pérdidas económicas, b) daños en maquinaria, c) contaminación por ruido, d) accidentes laborales, entre otros.

Uno de las formas de monitorear el buen funcionamiento y vida útil de las máquinas es por medio del análisis de vibración, este consiste en tomar medidas de vibración de las maquinas y mediante el uso de gráficos y/o experiencia, determinar

la vida útil de la máquina o de uno de sus elementos. Esto conlleva a conservar un historial gráfico y bitácora con el fin de predecir fallas futuras y realizar las acciones correctivas correspondientes.

Por otro lado, un fenómeno bien conocido en el ambiente de las vibraciones mecánicas y en el cuál todo ingeniero del ramo de la ingeniería mecánica debería poner atención se le conoce como resonancia, este fenómeno es de gran interés en el estudio de las vibraciones mecánicas ya que ha estado relacionado con diferentes eventos destructivos en la historia de la industria y estructuras, este ha sido el causante de problemas en estructuras, máquinas y contaminación por ruido.

#### **4.2. Fenómeno de Retemblado**

Hoy en día el mecanizado es la técnica fundamental de los procesos de manufactura, y de acuerdo a las predicciones más aceptadas, en las próximas cinco décadas esta posición se mantendrá sin cambios, y el corte de metal se convertirá en la mayor rama en los procesos de producción. Sin embargo, también se ha predicho que un mecanizado de ultra precisión tendría un rol aún más significativo. De acuerdo con la Academia Internacional para la Producción en la Ingeniería (CIRP por sus siglas en francés) aproximadamente la mitad de todos los procesos de manufactura son realizados por mecanizado, tomando en cuenta la precisión, productividad, fiabilidad y consumo de energía que han sido logrados a través de estas técnicas de manufactura. Mientras que, considerando los centros de manufactura automatizados (CNC), la flexibilidad de la manufactura brinda una importante ventaja adicional.

Sin embargo, agregando los nuevos retos, como el tema ambiental y la reducción de costos mientras se mejora la calidad de los productos finales, se terminan conduciendo las investigaciones sobre el mecanizado de metal en dos direcciones, llamadas “corte de metal de ultra-precisión” y “corte de metal de alta velocidad”. El primero está estrictamente relacionado con el mejoramiento de la



tecnología de las herramientas de corte, donde se avanza en el uso de herramientas de diamante, que por su geometría y propiedades, han logrado reducir significativamente el desgaste y las roturas de la herramienta. Esto ha puesto al mecanizado de ultra-precisión en una posición privilegiada en el mercado de las tecnologías de acabado. Una ventaja similar es ofrecida por el corte de metal de alta velocidad, debido a las reducciones en el consumo específico de energía de corte, resultando en menores fuerzas y altas velocidades de corte, donde las máquinas herramientas son puestas a operar a muy altas rpm, frecuentemente por encima de la frecuencia de resonancia principal, lo que se corresponde con una alta estabilidad.

En la búsqueda de una significativa mejora en precisión y productividad de los procesos de mecanizado, los mecanismos de formación de viruta han sido revisados para entender la relación funcional entre los procesos y los parámetros tecnológicos. El entendimiento de esas relaciones se verá reflejada en el diseño de nuevas máquinas herramientas, no necesariamente más pesadas y rígidas, sino adaptadas a las necesidades de la actual carrera por mayor precisión, productividad y economía. No obstante, el mayor requerimiento es realizar las operaciones tecnológicas bajo condiciones libres de retemblado, lo cual puede garantizar la geometría requerida y el acabado superficial de las partes mecanizadas.

El retemblado es una vibración relativa presente en procesos de mecanizado entre la pieza de trabajo y la herramienta, ésta es generada y mantenida por las fuerzas propias del proceso de corte, es decir, es una vibración de tipo *auto-inducida*. Esta vibración es indeseable por sus efectos perjudiciales sobre el acabado superficial, la precisión de mecanizado, la duración de la herramienta e incluso por una reducción de la producción. En la figura 13 se puede notar una pieza que ha sido torneada bajo condiciones de retemblado.

El retemblado se diferencia de otras vibraciones producidas en la máquina y que pueden ser reparadas como lo son: choques, desbalanceos, cojinetes dañados, etc.

Esta diferencia radica en el hecho de que el retemblado no tiene origen en fuerzas externas, sino en fuerzas producidas y mantenidas por el mismo proceso de corte, como lo ha demostrado Arnold R.N. (1946) en su primer trabajo sobre el tema.

El objetivo principal de un análisis de retemblado es predecir las condiciones en que inicia. El inicio del retemblado es el momento en el cual la amplitud de vibración de la pieza de trabajo con respecto a la herramienta, comienza a elevarse rápidamente durante un corte normal. Este aumento de la amplitud ocurre porque la energía suministrada al sistema de corte sobrepasa la energía disipada por el sistema. Si la energía disipada es mayor que la energía suministrada, se dice que el sistema es estable. De otra manera, cuando la energía disipada es menor que la energía suministrada, el sistema es inestable. Desde el punto de vista de transferencia de energía, el inicio del retemblado puede ser considerado como el umbral de estabilidad del sistema, en el cual la energía suministrada al sistema es igual a la energía disipada.

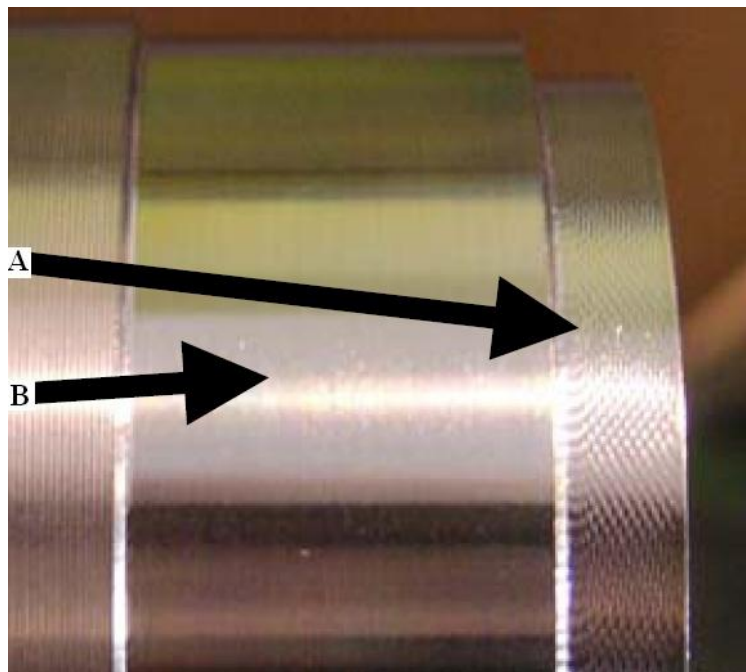


Fig. 13: Pieza torneada bajo condiciones de retemblado (A) y en condiciones estables (B). (Fuente: Analytical Modeling of Chatter Stability in Turning and Boring Operations: A Multi-Dimensional Approach, Budak, E., 2007)

Cuando ocurre el retemblado, la amplitud de las fuerzas de corte se incrementa abruptamente, adicionalmente la superficie de la pieza de trabajo es dañada debido a las marcas producidas por el retemblado. La presencia de un retemblado severo redundaría en muchos efectos adversos, los cuales incluyen, precisión muy pobre de la pieza trabajada, una reducción de la vida de la herramienta e incluso daños a la máquina. Muchos investigadores habían propuesto parámetros de corte muy conservadores intentando evitar el retemblado a expensas de una gran pérdida de productividad. Como el mecanizado de ultra precisión se ha vuelto tan importante en muchas aplicaciones, la industria ha comenzado a buscar parámetros de corte menos conservadores sin comprometer la estabilidad del sistema. Para lograr esto se debe definir los parámetros de corte donde comienza el efecto de retemblado, es decir, el límite de estabilidad del sistema, el cual puede ser obtenido de forma muy precisa a través de experimentos de corte, estos sin embargo, consumen mucho tiempo y dinero, por lo tanto, los modelos teóricos basados en la dinámica del proceso, han resultado ser más rentables y eficientes que aproximaciones experimentales.

#### **4.3. Proceso de Corte Ortogonal Dinámico**

Cualquier movimiento irregular de la herramienta de corte o de la pieza de trabajo produce una superficie ondulada durante el proceso de mecanizado. En torneado la superficie ondulada creada en el pase previo resulta en una variación del espesor de viruta respecto al espesor nominal del pase actual. Esto resulta en una vibración inestable debido a que la fuerza de corte está relacionada directamente con el espesor de viruta. La variación de la fuerza de corte a la variación del espesor de viruta es llamada *efecto regenerativo*, este ha sido la principal causa del fenómeno de retemblado desde que Thusty y Polacek (1963) y Tobias (1965) propusieron sus teorías fundamentales sobre el retemblado. Siguiendo los trabajos de estos pioneros, muchos estudios han conseguido éxito en la predicción de los límites de estabilidad

mediante el desarrollo de una dinámica del proceso de mecanizado más ajustada a la realidad.

Las ondulaciones de la superficie producida por los pases anterior y actual son ilustradas en la figura 14a. El espesor de viruta sin deformar es variable debido a las ondulaciones que se producen durante el corte (Fig. 14b). Dichas ondulaciones son producidas por el movimiento de la herramienta  $x(t)$  e  $y(t)$ . Durante el siguiente pase de la herramienta, esta superficie ondulada es quitada para producir otra superficie.

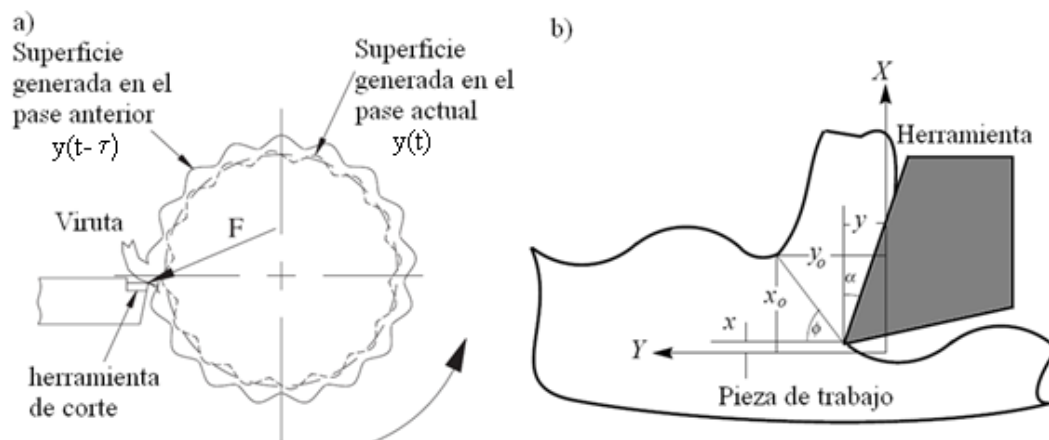


Fig. 14: a) Corte ortogonal dinámico. b) Esquema del efecto regenerativo.

(Fuentes: Analysis of compliance between the cutting tool and the workpiece on the stability of a turning process, Vela, L., 2007 y

Vibration Control for Chatter Suppression with Application to Boring Bars, Pratt, J., 1999)

De ahí, para el caso de una operación de torneado ortogonal con una sola arista, la ondulación externa de la viruta debido al pase anterior de la herramienta puede ser caracterizado por los movimientos de la misma (Figura 14b) de la siguiente forma:

$$x_0(t) = x_r + s_0 \quad \text{Ec. 4.17}$$

donde

$$x_r = x(t - \tau) \quad \text{Ec. 4.18}$$

$$y_0(t) = y_r \quad \text{Ec. 4.19}$$

$$y_r = y(t - \tau) \quad \text{Ec. 4.20}$$

Siendo  $\tau$  el tiempo para una revolución de la pieza de trabajo.

Numerosos modelos han sido desarrollados para considerar las fuerzas generadas como consecuencia del efecto regenerativo. Algunos investigadores trabajan con el modelo de Merchant y buscan una expresión explícita para la variación del ángulo del plano de corte y así obtener las fuerzas dinámicas, otros investigadores toman un acercamiento más empírico. Los trabajos más importantes son los siguientes:

1. Modelo de Tobias (1958, 1977, 1997)
2. Modelo de Wu y Liu (1985a, b)
3. Modelo de Lin y Weng (1991)
4. Modelo de Grabec (1988)
5. Modelo de Moon (1994)

De todos los modelos, es el de Tobias el más utilizado en las investigaciones sobre retemblado, siendo usado frecuentemente en trabajos y literatura especializada que desarrolla modelos, softwares o experimentos. Éste, junto a los otros modelos serán expuestos a continuación:

### 1. Modelo de Tobias (1958)

Tobias (1958) desarrolló la hipótesis de que en condiciones dinámicas de corte, la fuerza de corte es función de tres factores independientes (el espesor de viruta  $s$ , la velocidad de avance  $r$  y la velocidad rotacional  $\Omega$ )  $P(s,r,\Omega)$  por lo que la variación de la fuerza de corte para pequeños cambios en estos factores es:

$$dP = k_1 ds + k_2 dr + k_3 d\Omega \quad \text{Ec. 4.21}$$

de donde:

$$k_1 = \left( \frac{\partial P}{\partial s} \right)_{dr=d\Omega=0}, k_2 = \left( \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{ds=d\Omega=0}, k_3 = \left( \frac{\partial P}{\partial \Omega} \right)_{dr=ds=0}$$

Por lo tanto, para la determinación experimental de  $k_1$ , el espesor de viruta  $s$  debe incrementarse en  $ds$ , pero  $r$  y  $\Omega$  deben permanecer constantes. Los valores de  $k_2$  y  $k_3$  se hallan de forma similar. Es claro que  $k_1$  (y también  $k_2$  y  $k_3$ ) no pueden determinarse por experiencias estáticas. Si por ejemplo, se cambia el espesor de viruta  $s$  en una experiencia estática (por un cambio de avance  $s_0=s$ ) automáticamente se produce un cambio en la velocidad del avance  $r$  con  $dr=ds\Omega/2\pi$ . Dificultades análogas se encuentran si se intenta determinar  $k_2$  y  $k_3$  mediante experiencias estáticas, por lo tanto estos coeficientes sólo deben ser hallados mediante experiencias dinámicas.

La teoría también indica que la ecuación de la variación dinámica de la fuerza de corte puede expresarse de la siguiente forma:

$$dP = k_1 ds + \frac{2\pi K}{\Omega} dr + \left[ k_\Omega - \frac{2\pi K}{\Omega} s_0 \right] d\Omega \quad \text{Ec. 4.22}$$

Esta ecuación contiene sólo un coeficiente dinámico,  $k_I$ , que se denomina coeficiente de espesor de viruta. La cantidad  $k_s - k_I = K$  es entonces el coeficiente de penetración, siendo  $k_s$  el coeficiente de la fuerza de corte, que se define como la relación entre la fuerza de corte y el avance nominal, mientras que a  $k_{\Omega} = (k_s - k_I) s_0 / \Omega$  se le llama coeficiente de velocidad de corte.

Al restringir la herramienta a la dirección normal de corte y tomando  $x$  como la dirección positiva.

$$ds = (x(t) - x(t - \tau)) dt \quad \text{Ec. 4.23}$$

$$dr = \dot{x} dt$$

donde  $x(t)$  es la vibración de la herramienta suponiendo un avance fijo. Entonces, asumiendo que no hay cambios de velocidad  $d\Omega$ , se podría expresar la variación de la fuerza de la siguiente forma:

$$dP_x = \omega k_1 [x(t) - x(t - \tau)] + \omega \frac{2\pi K}{\Omega} \dot{x} \quad \text{Ec. 4.24}$$

Este modelo básico muestra que la variación dinámica de la fuerza de corte tiene un componente proporcional al espesor de viruta sin deformar y un componente debido a la velocidad de penetración. El componente debido al espesor de viruta sin deformar depende del desplazamiento del pase anterior, y por esta razón se llama fuerza de corte regenerativo. El componente debido a la velocidad de penetración es un término de la velocidad dependiente, que puede aparecer como amortiguación positiva o negativa según la geometría del corte. Tobias (1965) tiende a diferenciar efectos de velocidad de penetración de otras fuerzas de tipo amortiguación que ocurren durante el proceso de corte.

Los modelos descritos a continuación fueron tomados de la tesis doctoral de Pratt, J., (1997):

## 2. Modelo de Nigm, Sadek, y Tobias (1977, 1997)

Partiendo del Modelo de Tobias (1958), Nigm, Sadek, y Tobias (1977) usaron un análisis dimensional del proceso de corte fijo ortogonal para obtener expresiones explícitas matemáticas del espesor de viruta y la fuerza de empuje en términos del ángulo de ataque, la velocidad de corte, y el avance. Posteriormente en el año 1997 consideraron una oscilación incremental del plano de corte en respuesta a la variación dinámica de los parámetros cortantes.

$$d\phi = n_1 ds + n_2 d\alpha + n_3 d\phi + n_4 dv \quad \text{Ec. 4.25}$$

Las componentes de fuerzas incrementales son las siguientes:

$$dP_x = \omega k_{1c} \left\{ C_1(x - x_r) + C_2 \frac{\dot{x}}{V_0} + C_3 \left( \frac{\dot{x}}{V_0} - \frac{\dot{x}_r}{V_0} \right) \right\} \quad \text{Ec. 4.26}$$

$$dP_y = \omega k_{1c} \left\{ T_1(x - x_r) + T_2 \frac{\dot{x}}{V_0} + T_3 \left( \frac{\dot{x}}{V_0} - \frac{\dot{x}_r}{V_0} \right) \right\} \quad \text{Ec. 4.27}$$

donde la dirección de  $x$  es positiva entrando al material,  $x$  y  $x_r$  son las desviaciones respecto al camino que seguirían en condiciones estáticas en el pase actual y anterior de la herramienta de corte respectivamente.  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ , y  $T_3$  son coeficientes definidos por la geometría del corte.



### 3. Modelo de Wu y Liu (1985a, b)

Wu y Liu (1985a) asumen una forma exponencial para el coeficiente principal de fricción de la teoría de Merchant, y de aquí obtienen la siguiente relación dinámica del ángulo del plano de corte.

$$\cot \phi = (A_\phi - C_\phi v_o) + \frac{B_\phi}{2}(\dot{x} - \dot{x}_o) - \frac{C_\phi}{2}(\dot{y} - \dot{y}_o) \quad \text{Ec. 4.28}$$

donde  $A_\phi$ ,  $B_\phi$  y  $C_\phi$  son coeficientes dinámicos del ángulo de corte, evaluados en una condición de corte dada por el ángulo de corte principal  $\phi_o$  y la velocidad de corte  $v_o$ . La relación representa una aproximación de primer grado para variaciones del ángulo de corte sobre la condición de corte principal, cuando el instrumento está libre de vibración en dirección normal o tangencial a la superficie.

Las fuerzas de corte normal y tangencial a la superficie se exponen a continuación:

$$P_x = -2\omega\tau(x_o - x) \left[ (A_x - C_x v_o) + \frac{1}{2}B_x(\dot{x} - \dot{x}_o) - \frac{1}{2}C_x(\dot{y} - \dot{y}_o) \right] + F_p \quad \text{Ec. 4.29}$$

$$P_y = 2\omega\tau(x_o - x) \left[ (A_y - C_y v_o) + \frac{1}{2}B_y(\dot{x} - \dot{x}_o) - \frac{1}{2}C_y(\dot{y} - \dot{y}_o) \right] \quad \text{Ec. 4.30}$$

donde  $A_x$ ,  $B_x$  y  $C_x$  y  $A_y$ ,  $B_y$  y  $C_y$  son los coeficientes de corte dinámicos, y  $F_p$  es la fuerza de empuje, la cual puede ser aproximada mediante la siguiente expresión:

$$F_p = \frac{K\omega}{V_o} \dot{x} \quad \text{Ec. 4.31}$$

Así llegan a formas reducidas de la fuerza dinámica de corte y del ángulo del plano de corte, al asumir una longitud constante del plano. El resultado es:

$$\cot \phi = (A_\phi - C_\phi v_o) + \frac{B_x}{2} (\dot{x} - \dot{x}_o) \quad \text{Ec. 4.32}$$

$$P_x = -2\omega\tau(x_o - x) \left[ (A_x - C_x v_o) + B_x (\dot{x} - \dot{x}_o) \right] - F_p \quad \text{Ec. 4.33}$$

$$P_y = 2\omega\tau(x_o - x) \left[ (A_y - C_y v_o) + B_y (\dot{x} - \dot{x}_o) \right] \quad \text{Ec. 4.34}$$

donde los coeficientes dinámicos son los mismos mencionados anteriormente. En este caso, las fuerzas cortantes surgen totalmente como una función del movimiento de la herramienta en dirección normal a la superficie de corte, como fue asumido por Nigm, Sadek, y Tobias (1977).

#### 4. Modelo de Lin y Weng (1991)

Lin y Weng obtienen una expresión de tercer orden de forma no lineal para la variación del ángulo de corte

$$d\phi = \frac{\dot{x}_o - \dot{x}}{v_o} - \frac{1}{3} \left[ \left( \frac{\dot{x}_o}{v_o} \right)^3 - \left( \frac{\dot{x}}{v_o} \right)^3 \right] \quad \text{Ec. 4.35}$$

Aquí las ecuaciones que modelan las fuerzas de corte normal y tangencial a la superficie son:

$$F_x(\phi_0 + d\phi) = F_x(\phi_0) + \left( \frac{\partial F_x}{\partial \phi} \right)_{\phi_0} d\phi + \left( \frac{\partial^2 F_x}{\partial \phi^2} \right)_{\phi_0} d\phi^2 + \dots \quad \text{Ec. 4.36}$$

$$F_y(\phi_0 + d\phi) = F_y(\phi_0) + \left( \frac{\partial F_y}{\partial \phi} \right)_{\phi_0} d\phi + \left( \frac{\partial^2 F_y}{\partial \phi^2} \right)_{\phi_0} d\phi^2 + \dots \quad \text{Ec. 4.37}$$

derivando y haciendo uso de la siguiente expresión para el ángulo del plano de corte

$$\phi = C_1 - \frac{1}{2}(\beta - \alpha) \quad \text{Ec. 4.38}$$

se obtiene

$$\begin{aligned} dP_x = & A_x \omega \Delta s - B_x \omega s \frac{\dot{s}}{v_0} + \omega s \left[ C_x \left( \frac{\dot{s}}{v_0} \right)^2 + B_x \left( \frac{\dot{x}_0 \dot{y}_0 - \dot{x} \dot{y}}{v_0^2} \right) \right] \\ & + \omega s \left\{ B_x \left[ \frac{(\dot{x}_0^3 - \dot{x}^3) - 3(\dot{x}_0 \dot{y}_0^2 - \dot{x} \dot{y}^2)}{3v_0^3} \right] - C_x \left[ \frac{2s(\dot{x}_0 \dot{y}_0 - \dot{x} \dot{y})}{v_0^3} \right] - D_x \left( \frac{\dot{s}}{v_0} \right)^3 \right\} \end{aligned} \quad \text{Ec. 4.39}$$

$$\begin{aligned} dP_y = & A_y \omega \Delta s - B_y \omega s \frac{\dot{s}}{v_0} + \omega s \left[ C_y \left( \frac{\dot{s}}{v_0} \right)^2 + B_y \left( \frac{\dot{x}_0 \dot{y}_0 - \dot{x} \dot{y}}{v_0^2} \right) \right] \\ & + \omega s \left\{ B_y \left[ \frac{(\dot{x}_0^3 - \dot{x}^3) - 3(\dot{x}_0 \dot{y}_0^2 - \dot{x} \dot{y}^2)}{3v_0^3} \right] - C_y \left[ \frac{2s(\dot{x}_0 \dot{y}_0 - \dot{x} \dot{y})}{v_0^3} \right] - D_y \left( \frac{\dot{s}}{v_0} \right)^3 \right\} \end{aligned} \quad \text{Ec. 4.40}$$

donde

$$\Delta s = s(t) - s_0$$

$$s(t) = x_0 - x$$

## 5. Modelo de Grabec (1988)

Grabec usa relaciones empíricas extraídas de los trabajos de Hastings, Oxley y Stevenson (1971) y de Hastings, Mateo, y Oxley (1980) para desarrollar relaciones de fuerzas de corte dinámicas. Primero relaciona la fuerza de empuje  $F_x$  con la fuerza de corte principal  $F_y$  a través de un coeficiente de fricción  $K$ .

$$F_x = KF_y \quad \text{Ec. 4.41}$$

Él considera el caso donde los cortes no coinciden y modela la fuerza de corte principal como una función de la velocidad cortante  $v$  y el espesor de viruta  $s$  de la siguiente forma:

$$F_y = F_{yo} \frac{s}{s_o} \left[ C_1 \left( \frac{v}{v_o} - 1 \right)^2 + 1 \right] \quad \text{Ec. 4.42}$$

donde  $F_{yo}$  es el estado estable de la fuerza de corte principal en condiciones de corte nominal. El coeficiente de fricción es tratado de una manera similar, resultando

$$K = K_0 \left( C_2 \left( \frac{v_f R}{v_o} - 1 \right)^2 + 1 \right) \left( C_2 \left( \frac{s}{s_o} - 1 \right)^2 + 1 \right) \quad \text{Ec. 4.43}$$

donde  $K_o = F_{xo}/F_{yo}$  es una constante determinada por las condiciones de corte nominal,  $v_f$  es la velocidad de fricción o la velocidad a lo largo de la cara frontal de la herramienta, y  $\rho$  es el espesor de viruta. Grabec asume también que el espesor de viruta es función de la velocidad de corte, es decir,

$$\rho(t) = \rho_0 \left( C_4 \left( \frac{v}{v_o} - 1 \right)^2 + 1 \right) \quad \text{Ec. 4.44}$$

Finalmente, él hace las sustituciones siguientes para obtener relaciones de corte dinámicas:

$$s(t) = s_0 - x(t) \quad \text{Ec. 4.45}$$

$$v(t) = v_o - \dot{y}(t) \quad \text{Ec. 4.46}$$

$$v_f(t) = \frac{v(t)}{\rho t} - \dot{y}(t) \quad \text{Ec. 4.47}$$

## 6. Modelo de Moon (1994)

Moon desarrolla las siguientes expresiones asumiendo el modelo de plano de corte

$$F_x = N \sin \alpha - F \cos \alpha \quad \text{Ec. 4.48}$$

$$F = \mu N$$

donde  $\mu$  es calculada mediante la ley de fricción continua

$$\mu = \left[ \mu_k + (1 - \mu_k) \sec(\beta v) \right] \tanh \alpha v \quad \text{Ec. 4.49}$$

donde  $v = v_c + x \cos \alpha$  es la velocidad relativa entre la cara de instrumento y la viruta,  $v_c = \rho V$  es la velocidad de viruta, y  $\rho = s/s_c < 1$  es una proporción del espesor de viruta.

Moon también asume que  $N$  es una función lineal del espesor de viruta

$$N = C_1 \omega (x - x_0) \quad \text{Ec. 4.50}$$

donde  $C_1$  es el coeficiente de espesor de viruta.

### 4.4. Teoría del Corte Dinámico Oblicuo

Aún no se ha desarrollado un modelo de fuerzas dinámicas para cortes oblicuos. Gilsinn (1997) ha propuesto una aproximación para operaciones de torneado de diamante usando una herramienta de corte de punta redondeada. Él asume que la fuerza cortante sea una función del área de viruta sin deformar. Se define así la geometría de esta área como una función de la profundidad de corte variable y un avance constante. Finalmente encuentra que esta área varía cuadráticamente con la profundidad de corte.

Es de gran interés seguir avanzando en esta área debido a que “durante el torneado se generan tres fuerzas: tangencial, radial y lateral o de avance. Estas fuerzas se distribuyen en una proporción de 65%, 6% y 27%, respectivamente, por lo que el efecto del corte oblicuo pareciera ser importante.

Sin embargo, los investigadores se han centrado en el modelo ortogonal, pues con este modelo se pueden obtener con mayor precisión y facilidad las constantes de corte, las cuales se consiguen experimentalmente de un proceso de corte totalmente ortogonal, por lo que las curvas que se obtendrán serán más seguras. También las predicciones logradas a través de dicho modelo tienen un margen de seguridad, que radica en el hecho de que las condiciones para el retemblado en circunstancias reales están a una profundidad de corte ligeramente mayor que en dicho modelo”. (Vela, L., correo-e, Septiembre 16, 2008)

#### 4.5. Sinopsis sobre Vibraciones Forzadas

Considérese un sistema masa-amortiguador-resorte de un grado de libertad como el que se muestra en la figura, sometido a la acción de una fuerza exterior  $F(t)$ , que se llamará fuerza de excitación. Esta fuerza puede producirse por la acción de cualquier mecanismo ligado a la masa  $m$ , en el caso de mecanizado, la fuerza exterior sería la fuerza de corte.

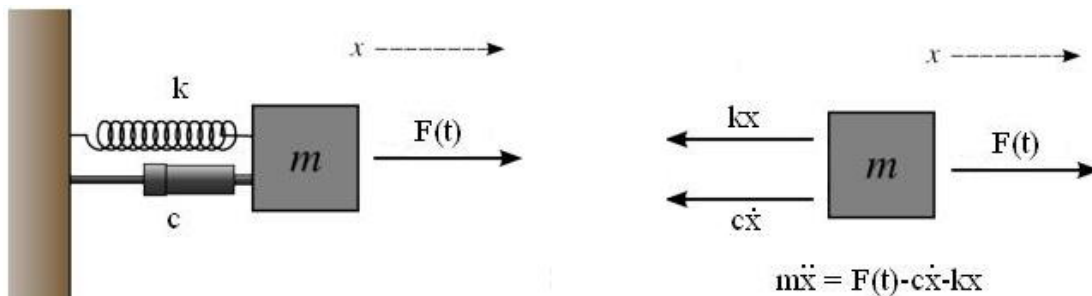


Fig. 15: Diagrama de fuerzas sistema amortiguado de de un grado de libertad

(Fuente: <http://content.answer.com/main/content/wp/en/thumb/c/cb/300px-mas-spring-damper.png>)

Si en vez de la fuerza, el sistema recibe un impacto de pequeña duración, o si es desviado de su posición de equilibrio y dejado libre, el sistema experimentará vibraciones libres. Como una función de la constante de amortiguamiento, la amplitud de vibración decae con el tiempo. La frecuencia de la vibración es principalmente dominada por la rigidez y la masa, teniendo una influencia menor la constante de amortiguamiento viscoso, la cual es muy pequeña en estructuras mecánicas.

Por el contrario cuando una fuerza externa está presente como en este caso, el sistema experimentará vibraciones forzadas a la misma frecuencia de la fuerza aplicada. Si se suman las fuerzas en dirección  $x$  a partir de la posición de equilibrio estático del sistema, la ecuación de movimiento será:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad \text{Ec. 4.1}$$

Ahora bien, en general esta fuerza es una función cualquiera del tiempo de tipo periódica, siendo el caso más sencillo el de una fuerza periódica cosenoidal:

$$F(t)[N] = F_o \cos(\omega t) \quad \text{Ec. 4.2}$$

donde  $F_o$  se refiere a la amplitud de la fuerza aplicada y  $\omega$  su frecuencia angular. Por lo tanto la ecuación que rige al sistema puede escribirse como:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_o \cos \omega t \quad \text{Ec. 4.3}$$

Como se sabe, la solución a esta ecuación se puede expresar de la siguiente forma:

$$x[m] = x_p + x_h \quad \text{Ec. 4.4}$$

donde  $x_h$  es la solución transitoria y  $x_p$  la solución permanente.

La solución transitoria es la solución de la ecuación homogénea:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad \text{Ec. 4.5}$$

esta ecuación tiene como solución:

$$x_h[m] = Ae^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi) \quad \text{Ec. 4.6}$$

donde se ha supuesto  $\zeta < 1$ , puesto que, según Vela, L. (correo-e, septiembre 02, 2008), la amortiguación en máquinas herramientas está entre 0,02 y 0,05, por lo tanto no se estudiarán los otros casos ( $\zeta = 1$ ,  $\zeta > 1$ ).

Esta parte de la solución decrece con el tiempo debido al signo de la función exponencial a diferencia de la solución permanente, la cual se puede obtener asumiendo una solución del tipo:

$$x_p[m] = B_1 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t \quad \text{Ec. 4.7}$$

Derivando, sustituyendo en la ecuación 4.3 y aplicando las operaciones matemáticas necesarias se tiene que:

$$B_1[m] = \frac{F_o(k - m\omega^2)}{(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2} \quad \text{Ec. 4.8}$$

$$B_2[m] = \frac{F_o c \omega}{(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2} \quad \text{Ec. 4.9}$$

por lo tanto la solución tiene la forma:

$$x_p[m] = \frac{F_o(k - m\omega^2)}{(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2} \cos \omega t + \frac{F_o c \omega}{(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2} \sin \omega t \quad \text{Ec. 4.10}$$



finalmente la ecuación 4.7 se puede expresar como:

$$x_p[m] = X \sin(\omega t - \phi) \quad \text{Ec. 4.11}$$

donde:

$$X[m] = \frac{F_o}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad \text{Ec. 4.12}$$

$$\phi[\text{rad}] = \text{arctg} \frac{c\omega}{k - m\omega^2} \quad \text{Ec. 4.13}$$

siendo  $X$  la amplitud de la solución y  $\phi$  el ángulo de fase.

Tomando en consideración que:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \frac{c}{k} = 2 \frac{\zeta}{\omega_n}, \quad r = \frac{\omega}{\omega_n} \quad \text{Ec. 4.14}$$

se puede definir el *Factor de Amplificación* o *Función de Transferencia* como:

$$\Phi(\omega)[m/N] = \frac{X}{F_o} = \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad \text{Ec. 4.15}$$

Aplicando a  $B_1$  y  $B_2$  las mismas consideraciones se tiene que:

$$B_1[m] = \frac{(1-r^2)F_o}{k[(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2]} \quad \text{Ec. 4.16}$$

$$B_2[m] = \frac{-2\zeta r F_o}{k[(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2]} \quad \text{Ec. 4.17}$$

Sin embargo en la realidad las frecuencias de vibración tienen una parte real y una parte compleja, por lo tanto en un proceso de retemblado, y en general, en vibraciones forzadas es conveniente matemáticamente representar la fuerza externa como una fuerza armónica que decrece con el tiempo, la cual se puede modelar como:

$$F(t)[N] = F_0 e^{j\alpha} e^{j\omega t} \quad \text{Ec. 4.18}$$

donde  $\alpha$  es la fase de adelanto desde un tiempo de referencia o desde una posición angular sobre el plano complejo, y siendo la correspondiente respuesta  $x(t) = X e^{j(\omega t + \phi)}$  que al ser derivada y sustituida en la ecuación del movimiento del sistema (Ec. 4.1) genera la siguiente expresión:

$$(k - \omega^2 m + j\omega c) X e^{j\phi} e^{j\omega t} = F(t) = F_0 e^{j\alpha} e^{j\omega t} \quad \text{Ec. 4.19}$$

Donde la correspondiente función de transferencia de la estructura se obtiene como:

$$|\Phi(\omega)|[m/N] = \left| \frac{X}{F_0} \right| = \frac{1}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad \text{Ec. 4.20}$$

Ofreciendo un resultado igual a la ecuación 4.15

$$|\Phi(\omega)|[m/N] = \left| \frac{X}{F_0} \right| = \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$$

Y esto no podía ser de otra manera, puesto que haciendo uso de las ecuaciones de Euler, este tipo de expresiones exponenciales pueden expresarse de la siguiente forma:

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \quad \text{Ec. 4.21}$$

Por lo tanto se encuentran las mismas soluciones, con la consideración de que ahora las constantes  $B_1$  y  $B_2$  son la parte real e imaginaria de la función de transferencia llamadas  $G(\omega)$  y  $H(\omega)$  respectivamente.

$$G(\omega)[m/N] = \frac{1-r^2}{k[(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2]} \quad \text{Ec. 4.22}$$

$$H(\omega)[m/N] = \frac{-2\zeta r}{k[(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2]} \quad \text{Ec. 4.23}$$

siendo la función de transferencia y el ángulo de fase:

$$\Phi(\omega)[m/N] = G(\omega) + jH(\omega) = \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad \text{Ec. 4.24}$$

$$\phi[\text{rad}] = \text{arctg} \frac{2\zeta r}{1-r^2} \quad \text{Ec. 4.25}$$

En condiciones de resonancia, es decir, cuando la relación de frecuencias es igual a la unidad, la función de transferencia presenta su valor máximo, y el ángulo de fase se aproxima a  $-90^\circ$ . Si la frecuencia de excitación continúa incrementándose el ángulo de fase se aproxima a  $-180^\circ$  o el tiempo de retraso se vuelve la mitad del periodo de excitación, la amplitud de la vibración decrece porque la estructura física no puede responder a una perturbación de alta frecuencia, todo esto se puede apreciar en la siguiente gráfica.

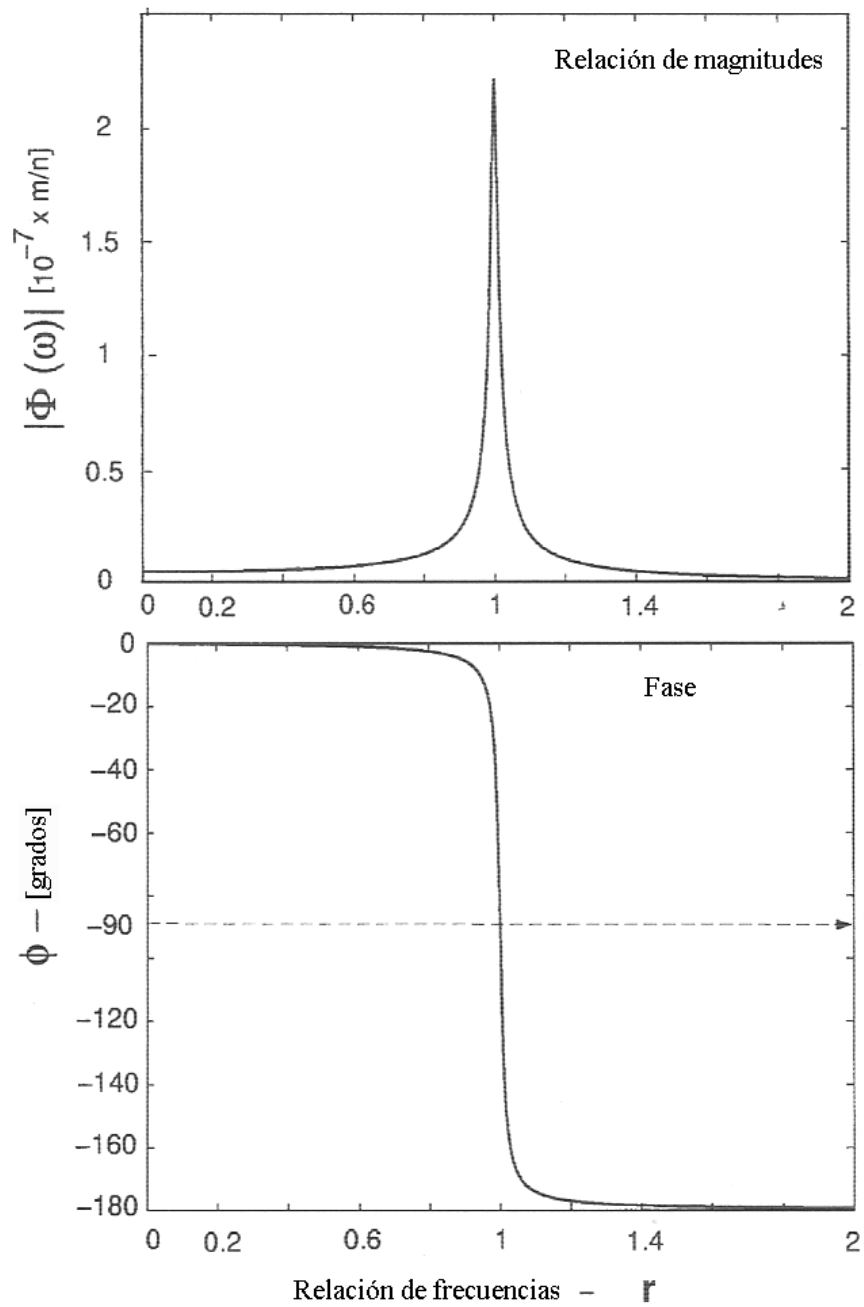


Fig. 16: Función de transferencia y su ángulo de fase. (Fuente: Manufacturing Automation, Altintas, Y., 2000)

La parte real e imaginaria de la función de transferencia son ilustradas separadamente a continuación:

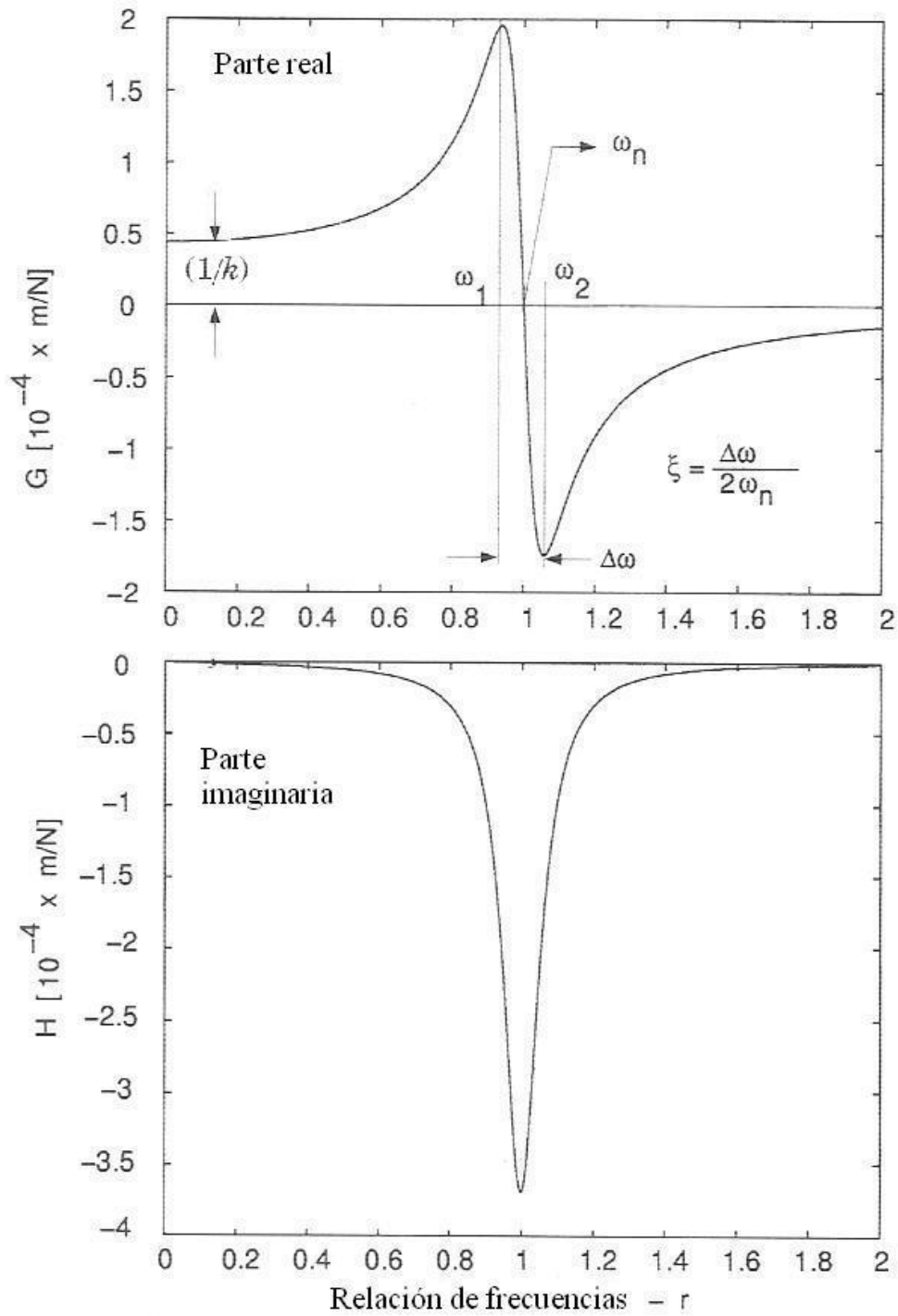


Fig. 17: Partes real e imaginaria de una función de transferencia. (Fuente: Manufacturing Automation, Altintas, Y., 2000)

La relación de amortiguamiento ( $\zeta$ ), la rigidez ( $k$ ) y la frecuencia natural ( $\omega_n$ ) pueden ser estimados a través de medidas de la función de transferencia con un análisis de Fourier.

Cuando se presenta una frecuencia de excitación ( $\omega = 0$ ) la magnitud de  $\Phi(\omega)$  y de su parte real  $G(\omega)$  son iguales a la flexibilidad estática ( $1/k$ ). Se debe tener un especial cuidado al tomar esta medida a bajas frecuencias debido a la pobre sensibilidad de los instrumentos de medición. Un método alternativo para lograr mayor precisión en la estimación de la rigidez, es extrapolar la función de transferencia para altas frecuencias donde haya disminuido la intensidad de la vibración por resonancia.

Los valores máximos y mínimos de la parte real de la función de transferencia  $G(\omega)$  se obtienen

$$\omega_1[\text{rad} / \text{s}] = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta} \Rightarrow G_{\max} = \frac{1}{4k\zeta(1 - \zeta)} \quad \text{Ec. 4.26}$$

$$\omega_2[\text{rad} / \text{s}] = \omega_n \sqrt{1 + 2\zeta} \Rightarrow G_{\max} = -\frac{1}{4k\zeta(1 + \zeta)} \quad \text{Ec. 4.27}$$

de donde se obtiene que:

$$\zeta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_n} \quad \text{Ec. 4.28}$$

Note también que cuando se presenta resonancia la parte real se vuelve cero ( $G(\omega) = 0$ ) y la parte imaginaria se vuelve máxima, pudiéndose calcular a través de la expresión:

$$H_{\max}[m / N] = -\frac{1}{2k\zeta} \Rightarrow k[N / m] = \frac{1}{2\zeta |H_{\max}|} \quad \text{Ec. 4.29}$$

## CAPÍTULO V: LÓBULOS DE ESTABILIDAD Y PREDICCIÓN DE RETEMPLADO

El diagrama de lóbulos de estabilidad es una gráfica del espesor de viruta en función de la velocidad de rotación, donde se separa condiciones de corte estables e inestables. Los cortes estables ocurren en la región inferior al límite de estabilidad, mientras que los cortes inestables ocurren por encima del mismo. Esto se puede apreciar de manera detallada en la siguiente figura:

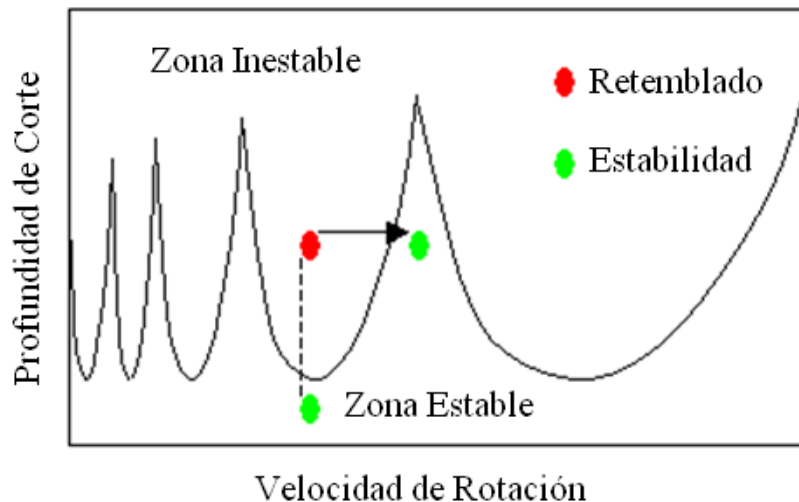


Fig. 18: Lóbulos de Estabilidad (Fuente: [http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html\\_site.html](http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html_site.html))

Como se acaba de mostrar, es posible incrementar la profundidad de corte permisible (sin que haya retemblado) incrementando o disminuyendo la velocidad de rotación. Este comportamiento del fenómeno es una razón importante para realizar una caracterización de la respuesta dinámica del corte y producir los correspondientes diagramas de lóbulos de estabilidad.

En las investigaciones consultadas, las teorías para obtener los lóbulos de estabilidad se han basado en los modelos de corte ortogonal descritos por Tobias, así como en los fundamentos teóricos de vibraciones mecánicas, específicamente en los

factores de amplificación vistos anteriormente y adaptados a consideraciones hechas por los autores.

Vela, L., (Correo-e, Septiembre 16, 2008) hace la acotación de que en condiciones reales, el retemblado ocurre a profundidades de corte ligeramente mayores a las obtenidas en el modelo ortogonal, es decir, el límite de estabilidad real será ligeramente mayor al que se consigue teóricamente con el modelo.

Existen muchos modelos para generar los lóbulos de estabilidad, muchos de los investigadores han desarrollado o adaptado modelos, obteniendo lóbulos distintos entre ellos, pero que siempre presentan similitud en la cantidad de lóbulos, fase y profundidad de corte. Otros investigadores simplemente utilizan los modelos de otros autores.

Hoy en día se han destacado dos modelos; el primero que se basa en los trabajos de Nigm, Sadek y Tobias (1977), Ewins (1986) y es presentado en su versión final por Tlusty (1985). El segundo modelo es desarrollado por Yusuf Altintas (2000) de la University of British Columbia, basado en la teoría de corte regenerativo de Tobias, el cual ha sido recientemente utilizado en controladores CNC, e incluso, existe un software comercial llamado CutPro® que simula procesos de corte y predice la estabilidad del mismo.

Aunque estos modelos son de los más destacados, resulta difícil presentar diferencias entre ambos, porque cada uno de ellos requiere ensayos experimentales distintos para la obtención de las constantes de corte que son utilizadas para cada modelo. Aún así, se ha realizado esta comparación en algunos trabajos como el realizado por el Dr. T. Schmitz de la Universidad de Florida (Stability Lobe Uncertainty, 2005), donde éste llega a la conclusión para fresado, que si bien, ambos modelos predicen con un buen margen de precisión los lóbulos de estabilidad, el modelo de Altintas es más conservador que el modelo de Tlusty, puesto que presenta



profundidades menores de corte. Sin embargo es difícil hallar trabajos de este estilo para procesos de torneado, esto se debe principalmente a que los autores difieren en los grados de libertad usados en sus modelos, y en la caracterización dinámica del proceso.

Ambos autores desarrollan trabajos para varios grados de libertad, sólo que Altintas también desarrolló un modelo para un grado de libertad, con el cual se obtienen resultados muy similares a los obtenidos en los modelos de varios grados, con la diferencia que la obtención de los parámetros de entrada por vía experimental es más sencilla. Por ejemplo, basta con tener la frecuencia natural del sistema en una sola dirección, mientras que en el modelo de varios grados de libertad es necesario obtenerla en varias direcciones.

Ajustándose a los objetivos propuestos en este trabajo se desarrolló el modelo de un grado de libertad del Dr. Yusuf Altintas para la realización de este código computacional, por ser de un análisis más sencillo y por requerir de menos parámetros de entrada, además predice de manera muy eficaz las zonas de retemblado mediante los lóbulos de estabilidad.

### **5.1. Obtención de los parámetros de entrada**

Es de hacer énfasis que la precisión de éste y cualquier otro modelo están en la fiabilidad de las constantes del proceso. En el modelo de Altintas, estos parámetros son:

- Frecuencia natural  $\omega_n$
- Amortiguamiento del sistema  $\zeta$
- Rigidez  $k$
- Coeficiente de corte  $K_f$

Todos estos parámetros han sido tratados en capítulos anteriores, pero aquí serán abordados con mayor detalle, y serán relacionados con las condiciones reales presentes en operaciones de torneado. Se recuerda que los primeros tres de ellos permiten la obtención de la función de transferencia de la estructura, y el último es la constante de corte que permite relacionar la profundidad de corte con la fuerza de corte radial.

### 5.1.1. La función de transferencia de un sistema de un grado de libertad $\Phi$ :

Ésta representa la respuesta del sistema a una vibración armónica, e indica la amplitud y la fase de la misma, habiéndose obtenido en el capítulo cuatro las siguientes expresiones para ellas:

$$\Phi(\omega)[m/N] = G(\omega) + jH(\omega) = \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad \text{Ec. 4.24}$$

$$\phi[\text{rad}] = \text{arctg} \frac{2\zeta r}{1-r^2} \quad \text{Ec. 4.25}$$

donde

- I.  $r$  es la relación de frecuencias  $\omega_c/\omega_n$ ;  $\omega_n$  es la frecuencia natural del sistema (que puede oscilar, según Vela L. (correo-e, Septiembre 02, 2008) entre 100 Hz para máquinas o herramientas muy rígidas hasta 750 o 950 Hz para máquinas ligeras o herramientas muy esbeltas) y  $\omega_c$  es, en este caso, la frecuencia de retemblado.
- II.  $\zeta$  es la razón de amortiguamiento la cual está, según los investigadores, entre 2 y 5%
- III.  $k$  es la rigidez. Ésta varía mucho más, en el orden de 1 a  $2 \times 10^8$  N/m

Estos parámetros son fundamentales para entender y estudiar la naturaleza dinámica del sistema y han sido usados muchos métodos para estimarlos, entre ellos se encuentran métodos analíticos y numéricos, así como modelos de elementos finitos con una buena precisión, sin embargo están limitados a sistemas de complejidad media. En vista de esto, los métodos experimentales han sido extensamente aceptados en la industria debido a su relativa facilidad de uso y la precisión de sus resultados. Actualmente son muchas las técnicas de experimentos de análisis modal que son usadas en la industria, por ejemplo: pruebas de impacto, pruebas de excitación electromagnética y electrohidráulica, pruebas con escáner laser (basado en el efecto Doppler), o ensayos a través de azimut magnético activo como fue descrito por Ewins (2000) y por Maia (1997). Entre ellas las pruebas de impacto es la técnica mayormente aceptada, sin embargo la fiabilidad de sus resultados depende de la habilidad del operador. Esta técnica se ilustra en la figura 19 y se describe a continuación:

La estructura que va a ser medida es excitada por el golpe del martillo del instrumento, la respuesta es medida a través de un transductor de desplazamiento o un acelerómetro ubicado en la estructura. Ambas señales son procesadas para construir la función de transferencia de la estructura, de esta forma los parámetros modales del sistema pueden ser estimados a través del estudio de máximos y mínimos de la función de transferencia que fue descrito en la sección 4.5.

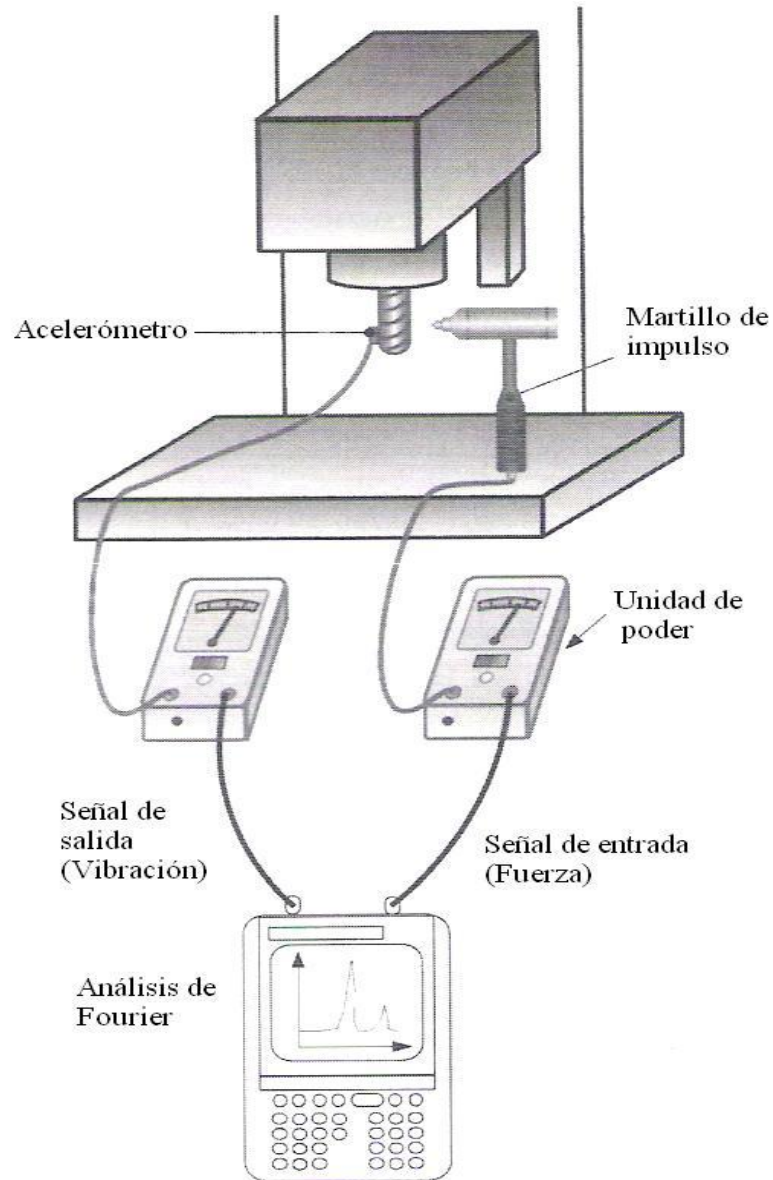


Fig. 19: Montaje experimental para la obtención de la función de transferencia  
(Fuente: Manufacturing Automation, Altintas, Y., 2000)

Si la respuesta de la excitación es medida por un transductor de desplazamiento, la señal es recibida y analizada directamente, sin embargo comúnmente se prefiere el uso de acelerómetros para medir vibraciones, debido a que su costo y tamaño son menores junto con el hecho que se puede obtener mayor información, aún así, la señal

del acelerómetro debe ser integrada dos veces para calcular los desplazamientos, lo cual sólo es posible respecto al tiempo o respecto a la frecuencia, pero no respecto a ambos.

Respecto al tiempo puede ser usados modelos de integración numérica de orden superior, sin embargo se cometen errores cuando las señales son a altas frecuencias. Por otro lado la integración respecto a la frecuencia también es posible transformando la señal de aceleración en una señal de frecuencia, entonces se transforma el espectro de velocidades y desplazamientos mediante una división punto a punto de la señal de frecuencia. En la actualidad se dispone de equipos de integración que realizan estas operaciones mediante filtros analógicos, como los descritos por Orfanidis (1995).

A continuación se presenta un esquema para obtener los parámetros modales de un sistema de mecanizado por prueba de impacto:

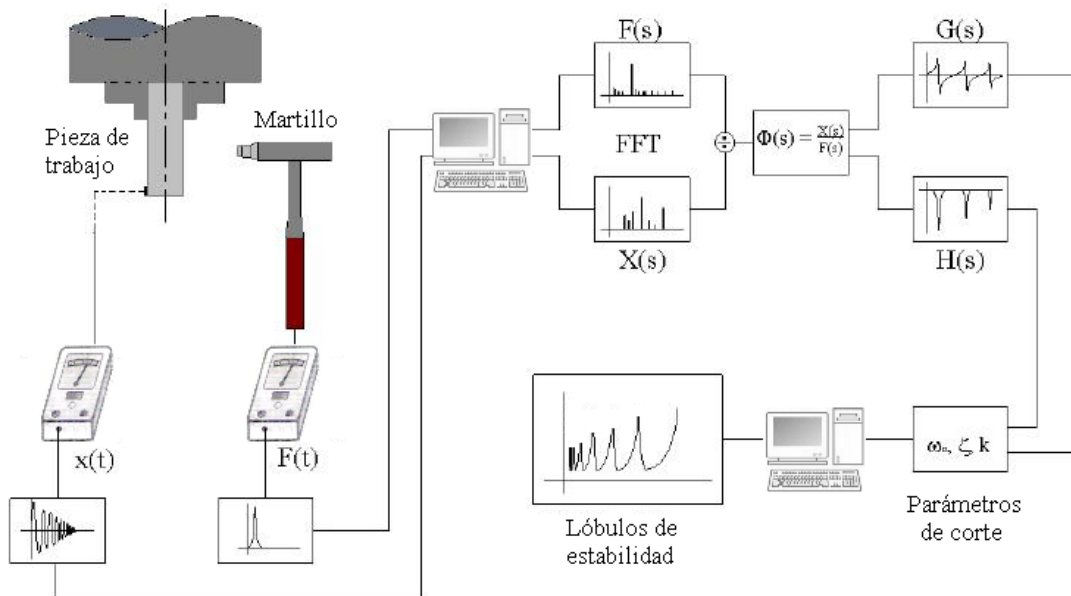


Fig. 20: Montaje experimental para la obtención de los parámetros de entrada al código (Fuente: Modeling of Machining Processes for Predictive Analysis of Self-excited Vibrations, Vela, L., 2007)

### 5.1.2. La constante de corte ( $K_f$ ):

Esta es la relación existente entre la fuerza de corte radial y el área de corte ( $F_f = K_f ah$ ) donde  $a$  es el ancho de viruta y  $h$  es la profundidad de corte.

Esta constante es difícil de calcular pues depende de los ángulos que se forman entre la herramienta y la pieza, y del esfuerzo cortante como se estudió en el capítulo tres:

$$K_f \left[ N / mm^2 \right] = \tau_s \frac{\sin(\beta_a - \alpha_r)}{\sin\phi_c \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \quad \text{Ec. 3.7}$$

Otra forma de obtenerlo sería a partir de gráficos de fuerza de corte en función de la profundidad para cada avance, los cuales generalmente tienen forma proporcional, es decir líneas rectas, y la pendiente de la curva es la constante de corte  $K_f$ . Para conseguir estas relaciones, lo común es realizar un experimento en el cual se coloca un dinamómetro en la herramienta de corte y se evalúa la fuerza de corte radial a diferentes profundidades, manteniendo constante el avance. Algunos de los valores para  $K_f$  que se han obtenido en la literatura son presentados a continuación:

- i. Aluminio 6061: 600 a 650 MPa ( $10^6$  N/m<sup>2</sup>)
- ii. Aluminio 7075: 800 MPa
- iii. Acero aleado 4140: 1000 a 1200 MPa

## 5.2. Modelo de estabilidad de Y. Altintas (2000)

Este autor asume que la pieza de trabajo es un sistema masa-resorte de un grado de libertad, como el mostrado en la figura

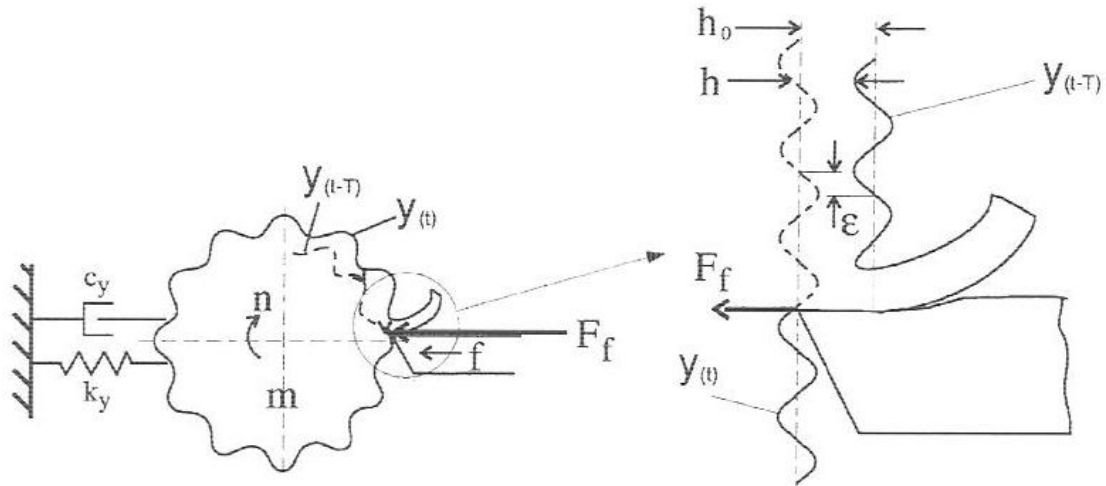


Fig. 21: Vibración por retemblado regenerativo en un proceso de corte ortogonal  
(Fuente: Manufacturing Automation, Altintas, Y., 2000)

donde la ecuación del movimiento del sistema es:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad \text{Ec. 5.8}$$

El fenómeno de retemblado puede ser representado en un diagrama de bloque como el mostrado en la siguiente figura, donde los parámetros de un proceso de corte son mostrados en su transformada de Laplace.

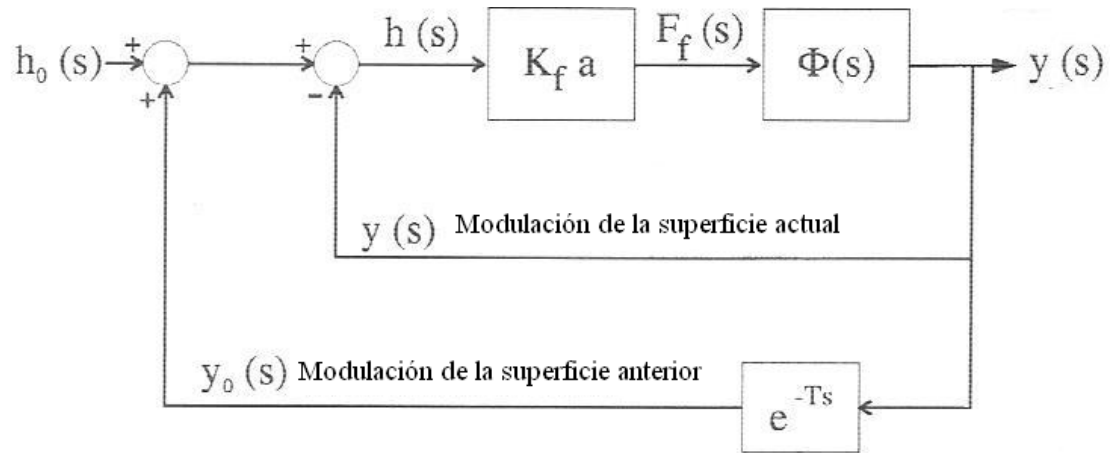


Fig. 22: Diagrama de bloque que muestra la dinámica del retemblado  
 (Fuente: Manufacturing Automation, Altintas, Y., 2000)

En la entrada del sistema se encuentra el espesor de viruta nominal ( $h_0$ ), la salida del sistema es la vibración presente  $y(t)$  ó también  $y(s) = \mathcal{L} y(t)$  y la vibración en la revolución pasada es  $y(t-T)$  ó en su transformada de Laplace  $e^{-sT}y(s) = \mathcal{L}y(t- T)$ , donde  $T$  es el periodo. El espesor de viruta dinámico puede ser expresado como

$$h(s)[m] = h_0 - y(s) + e^{-sT} y(s) = h_0 + (e^{-sT} - 1)y(s) \quad \text{Ec. 5.9}$$

También se puede definir la fuerza dinámica de corte de la siguiente manera

$$F_f(s)[N] = K_f ah(s) \quad \text{Ec. 5.10}$$

y las vibraciones actuales como

$$y(s)[m] = F_f(s)\Phi(s) = K_f ah(s)\Phi(s) \quad \text{Ec. 5.11}$$

Sustituyendo  $y(s)$  dentro de la ecuación de  $h(s)$  se obtiene la relación entre el espesor de viruta dinámico y el espesor de viruta de referencia



$$\frac{h(s)}{h_o(s)} = \frac{1}{1 + (1 - e^{-sT})K_f a \Phi(s)} \quad \text{Ec. 5.12}$$

La estabilidad de esta función de transferencia de lazo cerrado se determina mediante el cálculo de las raíces de la ecuación característica, es decir,

$$1 + (1 - e^{-sT})K_f a \Phi(s) = 0 \quad \text{Ec. 5.13}$$

Se recuerda que un sistema oscilatorio tiene una solución general de la forma  $x = A e^{(st)}$ , donde  $s = \sigma + j\omega_c$  es una frecuencia compleja del sistema (considerando que la solución es de tipo complejo como sucede en sistemas reales), donde la parte real ( $\sigma$ ) da información acerca de si existe o no la posibilidad de presentarse el fenómeno. Si ésta es positiva la vibración crecerá indefinidamente, pues tendríamos una función exponencial con exponente positivo, en cambio, si esta es negativa el sistema tiende a la estabilidad y se suprimirá la vibración con el paso del tiempo, y si es cero (0) se tiene un sistema críticamente estable donde la pieza de trabajo oscilará con una vibración de amplitud constante a frecuencia de retemblado  $\omega_c$ . Para realizar un análisis de estabilidad de borde crítico ( $s = j\omega_c$ ) la ecuación característica se escribe como

$$1 + (1 - e^{-j\omega_c T})K_f a_{\text{lim}} \Phi(j\omega_c) = 0 \quad \text{Ec. 5.14}$$

Separando la función de transferencia en parte real e imaginaria e igualando cada una de ellas a cero, se obtiene la ecuación para la profundidad crítica y también para la velocidad del husillo a través del periodo de la forma siguiente:

$$a_{\text{lim}}[m] = \frac{-1}{2K_f G(\omega_c)} \quad \text{Ec. 5.15}$$

$$T[\text{Hz}] = \frac{2k\pi + \varepsilon}{2\pi f_c} \rightarrow n[\text{rpm}] = \frac{60}{T} \quad \text{Ec. 5.16}$$

donde  $T$  es el periodo,  $n$  es la velocidad del husillo,  $k$  es el número integrador de ondas,  $\varepsilon$  el ángulo de fase entre las ondas producidas por el corte presente y pasado, estando definido como sigue:

$$\varepsilon[\text{rad}] = 3\pi + 2\varphi \quad \text{Ec. 5.17}$$

donde

$$\tan \varphi = \frac{H(\omega_c)}{G(\omega_c)} = \frac{\sin \omega_c T}{\cos \omega_c T - 1} \quad \text{Ec. 5.18}$$

En este modelo cada lóbulo de estabilidad se define por la velocidad del husillo y la profundidad de corte crítica, para cada valor del integrador de ondas, se obtendrá un lóbulo nuevo.

### 5.3. Límite de estabilidad incondicional

Para diferentes aplicaciones puede ser útil conocer solamente el límite de estabilidad incondicional, por ejemplo a bajas velocidades, pues el comportamiento de los lóbulos de estabilidad es tal que a medida que estos se acercan al eje vertical la intersección entre ellos es cada vez a una profundidad menor, lo cual implica que a partir de cierta velocidad, la diferencia entre la intersección de los lóbulos y el límite de estabilidad incondicional se vuelve tan pequeña que basta con tomar solamente este último como la frontera entre el retemblado y el corte estable.

Este límite se puede obtener a través de la siguiente relación:

$$a_{lim}[m] = \frac{k}{K_f} 2\xi(1 + \xi) \quad \text{Ec. 5.19}$$

Esta relación es útil principalmente porque no depende de la frecuencia natural del sistema y debido a que se puede evitar iteraciones innecesarias a bajas velocidades.

## CAPÍTULO VI: MARCO METODOLÓGICO

### 6.1.Desarrollo del código computacional.

#### 6.1.1. Algoritmo para la generación del código

Una vez el usuario introduzca los parámetros de corte ( $\zeta$ ,  $\omega_n$ ,  $k$ ,  $K_f$ ) se procederá de la forma siguiente:

1. Se seleccionará una frecuencia de retemblado  $\omega_c$  cercana a la frecuencia natural del sistema. En este caso  $1.0001\omega_n$
2. Se calculará la relación de frecuencias ( $r = \omega_c/\omega_n$ ).
3. Se calculará la parte real e imaginaria de la función de transferencia

$$G(\omega)[m/N] = \frac{1-r^2}{k[(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2]} \quad \text{Ec. 4.22}$$

$$H(\omega)[m/N] = \frac{-2\zeta r}{k[(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2]} \quad \text{Ec. 4.23}$$

4. Se calculará la profundidad de corte crítica

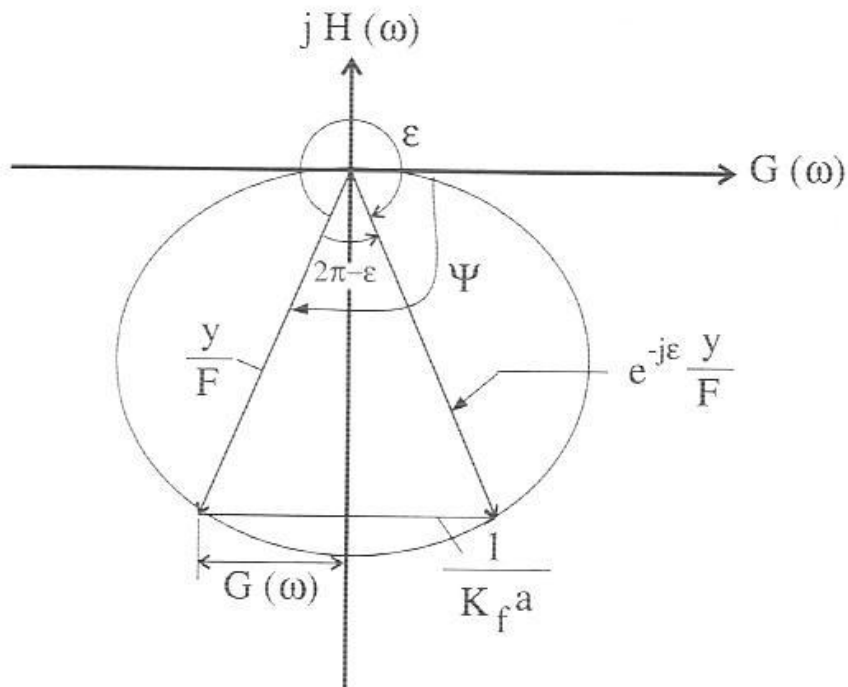
$$a_{\text{lim}}[m] = \frac{-1}{2K_f G(\omega_c)} \quad \text{Ec. 5.15}$$

El denominador de esta función es la parte real de la función de transferencia  $G(\omega)$  que es obtenida en la ecuación 4.22. Aquí se hace necesario estudiar la condición de estabilidad cuando la frecuencia de retemblado  $\omega_c$  es cercana a la frecuencia natural  $\omega_n$ . Es de hacer notar que  $\omega_c$  no debe ser menor que  $\omega_n$  por el hecho de que entonces  $G(\omega)$  sería positiva y por lo tanto el espesor crítico sería negativo, lo cual es físicamente inconveniente (no habría contacto entre la

herramienta y la pieza) Un criterio es considerar que  $\omega_c$  varía entre 0 y 15 o 20% de la frecuencia natural.

5. Se calculará el ángulo de fase de la estructura para la frecuencia  $\omega_c$ , el cual debe adaptarse según el autor, como se indica en la figura 23.

$$\tan \varphi = \frac{H(\omega_c)}{G(\omega_c)} = \frac{\sin \omega_c T}{\cos \omega_c T - 1} \quad \text{Ec. 5.16}$$



$$G > 0 \& H < 0 \Rightarrow \psi = -\tan^{-1}(H/G)$$

$$G < 0 \& H < 0 \Rightarrow \psi = -\pi + \tan^{-1}(H/G)$$

$$G < 0 \& H > 0 \Rightarrow \psi = -\pi - \tan^{-1}(H/G)$$

$$G > 0 \& H > 0 \Rightarrow \psi = -2\pi + \tan^{-1}(H/G)$$

Fig. 23: Cálculo del ángulo de fase mediante coordenadas polares

(Fuente: Manufacturing Automation, Altintas, Y., 2000)

6. Se calculará el ángulo de fase entre el pase actual y anterior

$$\varepsilon[\text{rad}] = 3\pi + 2\varphi \quad \text{Ec. 5.17}$$

7. Se calculará la velocidad de husillo a través de la ecuación 5.18. por cada lóbulo de estabilidad, es decir,  $k=0,1,2,\dots$

$$T[\text{Hz}] = \frac{2k\pi + \varepsilon}{2\pi f_c} \rightarrow n[\text{rpm}] = \frac{60}{T} \quad \text{Ec. 5.18}$$

La velocidad del husillo y la profundidad de corte crítica definen cada lóbulo de estabilidad. Para cada valor de  $\omega_c$  se debe calcular un valor de  $a_{lim}$  y un valor de la velocidad de husillo.

Cada lóbulo es en realidad una solución del sistema,  $k = 0$  corresponde al lóbulo más estable y más alejado del eje vertical, a medida que  $k$  aumenta, los lóbulos se acercan entre sí y se ubican más cerca del eje vertical (para menores velocidades)

8. Se repite el procedimiento para diferentes  $\omega_c$ , haciendo un barrido cerca de la frecuencia natural de la estructura  $\omega_n$ .

Para realizar el barrido cercano a  $\omega_n$  se puede variar el valor  $\omega_c$  hasta dos o tres veces  $\omega_n$  con pasos muy pequeños (0.001) obteniendo los lóbulos de estabilidad ( $k=0, k=1, k=2,\dots$ ) para cada  $\omega_c$ .

### 6.1.2. Código para la obtención de las curvas de estabilidad

La programación se realizó usando la herramienta computacional MatLab7®, y se generó el código computacional que se describirá en esta sección.

#### Listado de variables:

- ✓ f: Frecuencia natural del sistema [Hz]

- ✓ k: Rigidez [N/m]
- ✓ z: Factor de amortiguamiento [adimensional]
- ✓ kf: Constante de corte [N/m<sup>2</sup>]
- ✓ w: Frecuencia natural [rad/s]
- ✓ kk: Variable que indica cual es el valor del primer lóbulo
- ✓ wc: Valor de la frecuencia de retemblado [rad/s]
- ✓ W: Avance del contador wc para cada intersección
- ✓ i: Contador que define la ubicación de los cálculos dentro de los vectores
- ✓ r: Relación de frecuencias [adimensional]
- ✓ parter: Parte real de la función de transferencia [m/N]
- ✓ partei: Parte imaginaria de la función de transferencia [m/N]
- ✓ fi: Ángulo de fase [rad]
- ✓ t: Periodo para cada lóbulo [Hz]
- ✓ a0,a1,a2,...: Profundidad de corte para los lóbulos 0,1,2,... respectivamente [mm]
- ✓ n0,n1,n2,...: Velocidad del husillo para los lóbulos 0,1,2,... respectivamente [rpm]

Diagramas de flujo

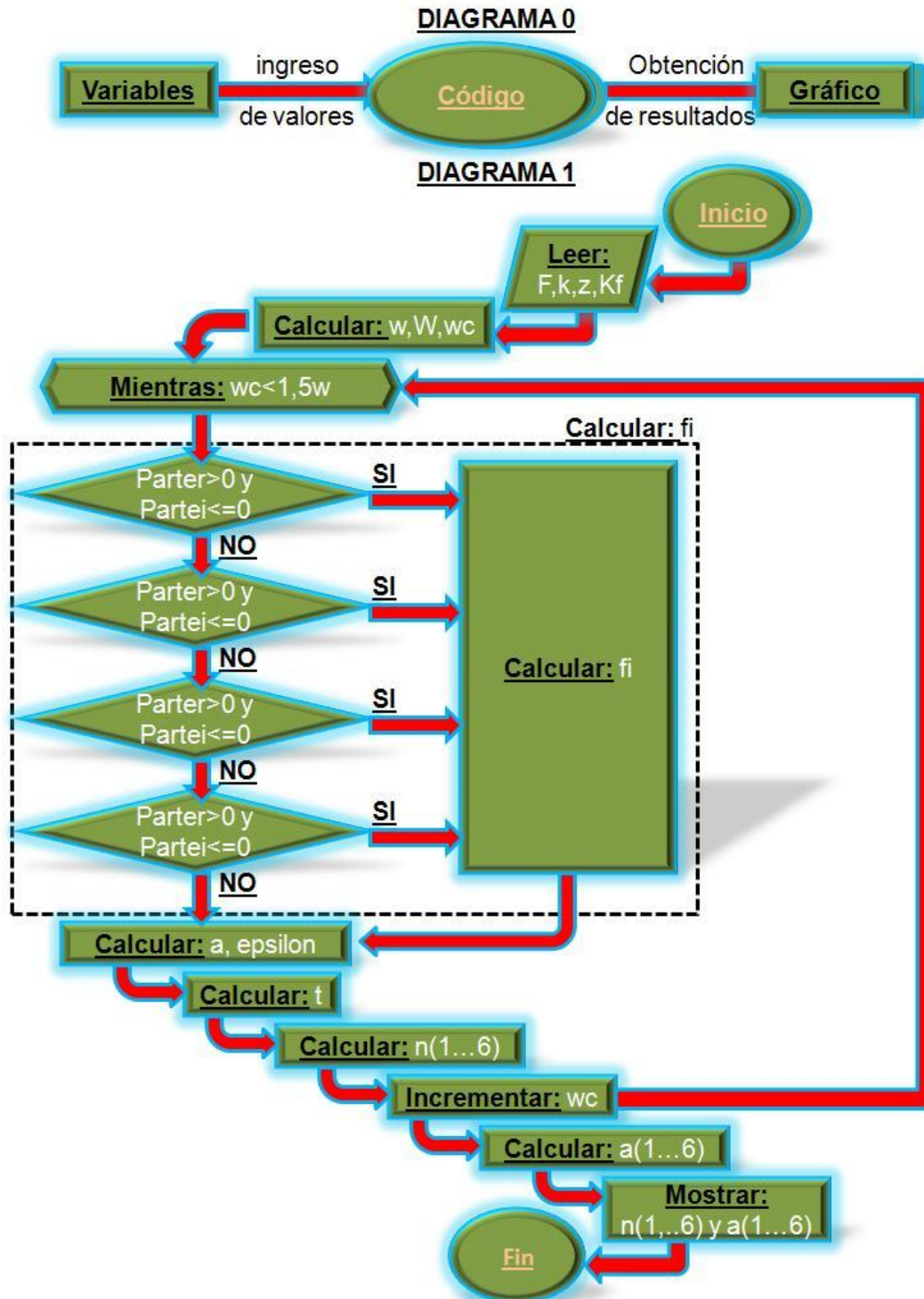


Fig. 24: Diagramas de flujo (Fuente: Los autores)



**Código:**

```

function Ffinal2=Ffinal2(f,k,z,kf) % ingreso de los parámetros por el usuario
%f=frecuencia natural del sistema [Hz] %k=rigidez [N/m]
%z=factor de amortiguamiento [adimensional] %kf=constante de corte [N/m^2]
w=2*pi*f; % Conversión de la frecuencia a rad/seg
kk=0; % Inicio de los lóbulos de estabilidad
W=w/(3000*pi); wc=1.00001*w; i=1;
while wc<1.5*w; % comienzo de las iteraciones que finalizan con wc=4w
    r=wc/w;
    parter = (1/k)*((1-r^2)/((1-r^2)^2+(2*z*r)^2));%parte real
    partei = (1/k)*((-2*z*r)/((1-r^2)^2+(2*z*r)^2));%parte imaginaria
    fi=atan(abs(partei/parter));% angulo de fase (fi)
    if ((parter > 0) & (partei <= 0) )
        fi = -fi;
    elseif ((parter < 0) & (partei <= 0))
        fi = -pi + fi;
    elseif ((parter < 0) & (partei >= 0))
        fi=-pi-fi;
    elseif ((parter > 0) & (partei >= 0))
        fi=-2*pi+fi;
    end % if
    a0(i)=1000*(-1/(2*kf*parter)); % profundidad de corte critico
    epsilon=3*pi+2*fi;
    t=(2*kk*pi+epsilon)/(wc); n0(i)=60/(t); % velocidad para el lobulo 'kk'
    t=(2*(kk+1)*pi+epsilon)/(wc); n1(i)=60/(t);
    t=(2*(kk+2)*pi+epsilon)/(wc); n2(i)=60/(t);
    t=(2*(kk+3)*pi+epsilon)/(wc); n3(i)=60/(t);
    t=(2*(kk+4)*pi+epsilon)/(wc); n4(i)=60/(t);
    t=(2*(kk+5)*pi+epsilon)/(wc); n5(i)=60/(t);
    t=(2*(kk+6)*pi+epsilon)/(wc); n6(i)=60/(t);
    i=i+1; wc=wc+W;
end % while
a1=a0; a2=a0; a3=a0; a4=a0; a5=a0; a6=a0;
plot(n0,a0,'b',n1,a1,'b',n2,a2,'b',n3,a3,'b',n4,a4,'b',n5,a5,'b',n6,a6,'b', 'LineWidth',1.5);

```

Es de hacer notar que se puede incluir un operador for o while para hacer de forma automática los lóbulos ( $kk=0, kk=1, \dots$ ), pero esto resultó ineficiente para realizar la depuración de lóbulos.

Debido a que a altas velocidades los lóbulos son muy amplios y a bajas velocidades son muy angostos, la cantidad de lóbulos que graficará el código computacional será diferente para altas medias y bajas rpm, como se verá más adelante.

### **6.2. Depuración de los lóbulos de estabilidad.**

El algoritmo desarrollado por el Dr. Y. Altintas tiene la gran ventaja de que es rápido, las curvas se construyen instantáneamente; pero la gran desventaja es que requiere de mucho código para lograr la depuración de la intersección de los lóbulos, ya que estos dependen de los parámetros modales ( $\zeta$ ,  $\omega_n$ ,  $k$ , y además  $K_f$ ). Entonces, para cada análisis se tienen que hacer ajustes para obtener una curva continua de lóbulos.

Estas teorías generan gráficas que consisten en un número de lóbulos individuales, cada uno de ellos es una solución a las ecuaciones para un valor de  $k$  distinto (como se puede apreciar en la ecuación 5.18), las intersecciones de estos lóbulos se realiza a una altura mayor a medida que aumenta la velocidad lo cual exige un mayor número de iteraciones para poder alcanzar las intersecciones en los lóbulos más alejados, lo cual redundo en mayores iteraciones a bajas velocidades, disminuyendo de esta forma la velocidad del programa. Como se aprecia en la siguiente figura.

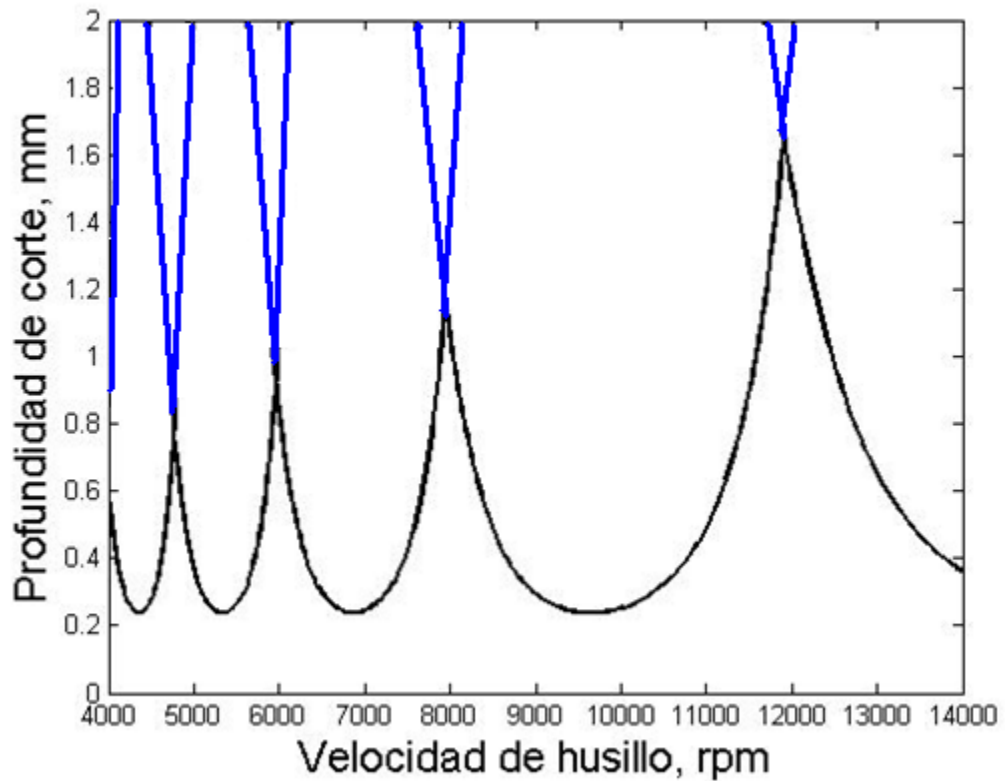


Fig. 25: Disminución de la altura de intersección de los lóbulos

(Fuente: *Analytical Stability Models for Turning and Boring Operations*, Ozlu, E. y Budak, E., 2006)

Por otro lado estas teorías no mencionan métodos o técnicas para realizar una limpieza en la intersección de los lóbulos, además, la cantidad de puntos que se utilizan para dibujar cada lóbulo es tal que muchos de los métodos para realizar dicha limpieza resultan ser muy lentos en su ejecución, lo cual introduce un reto mayor, ¿Cómo generar un código que realice dicha depuración y que sea de rápida ejecución?

Debido a todos estos factores, muchos autores simplemente publican sus resultados sin realizar una depuración de los datos, pero para la generación de un código computacional como el elaborado en este trabajo, eso era algo completamente inconveniente principalmente por las siguientes dos razones:

Los límites de la gráfica en el eje vertical dependen en primer lugar del inicio de las iteraciones y del final de las mismas ( $1.000001*\omega_n$  y  $1.4\omega_n$  respectivamente para el caso de este trabajo), y en segundo lugar de los parámetros de entrada. Lo cual puede generar unos lóbulos bien definidos para unos parámetros de inicio o unas gráficas ilegibles para otros parámetros, donde sólo se pueden observar los lóbulos si se ajusta apropiadamente el eje vertical. Esto se puede observar mejor en las imágenes siguientes. Las gráficas superiores fueron obtenidas con parámetros distintos a la inferior y con los mismos límites en las iteraciones del programa. La primera gráfica tuvo que ajustarse a través de un acercamiento vertical para que se apreciaran los lóbulos

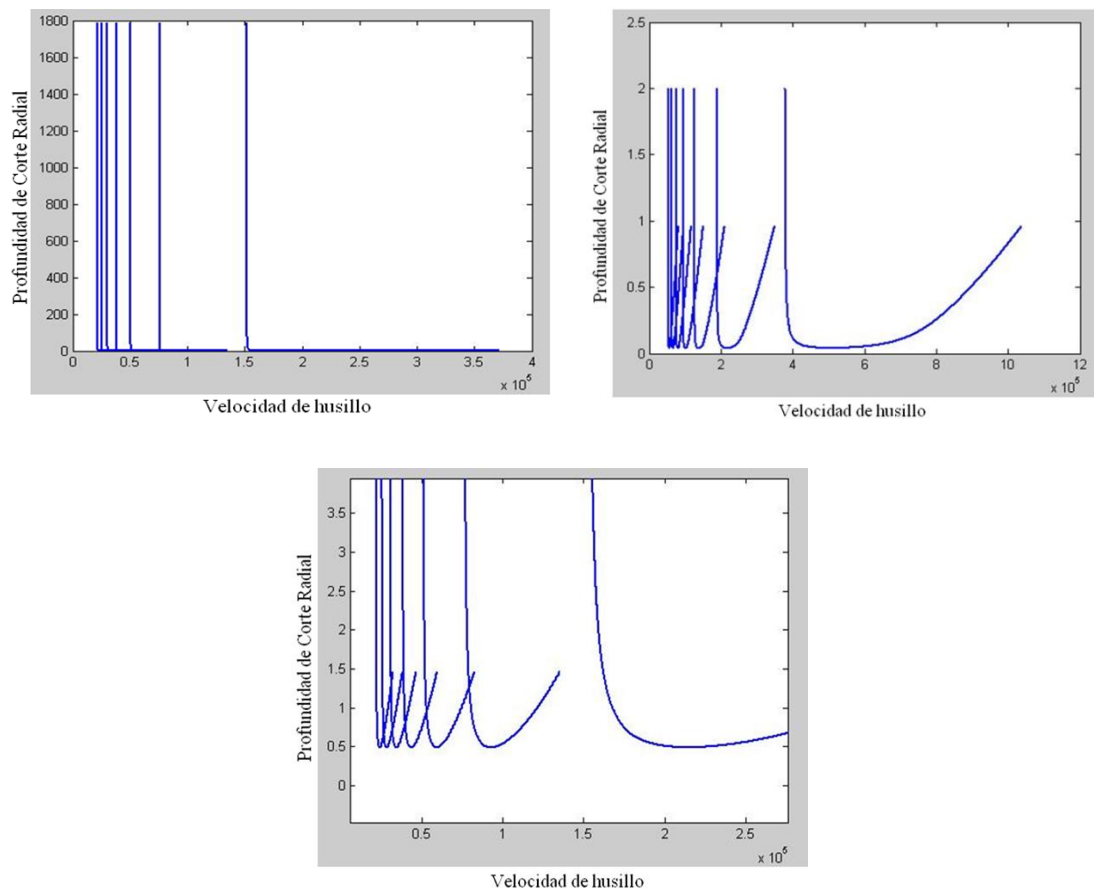


Fig. 26: Gráficas sin la depuración de lóbulos (Fuente: Los autores)

Por otro lado a bajas velocidades de corte, debido a lo cercano que se encuentran los lóbulos y la cantidad de líneas que hay, no es posible un uso apropiado de la gráfica, aún adecuando los ejes. Esto se puede apreciar en la siguiente figura.

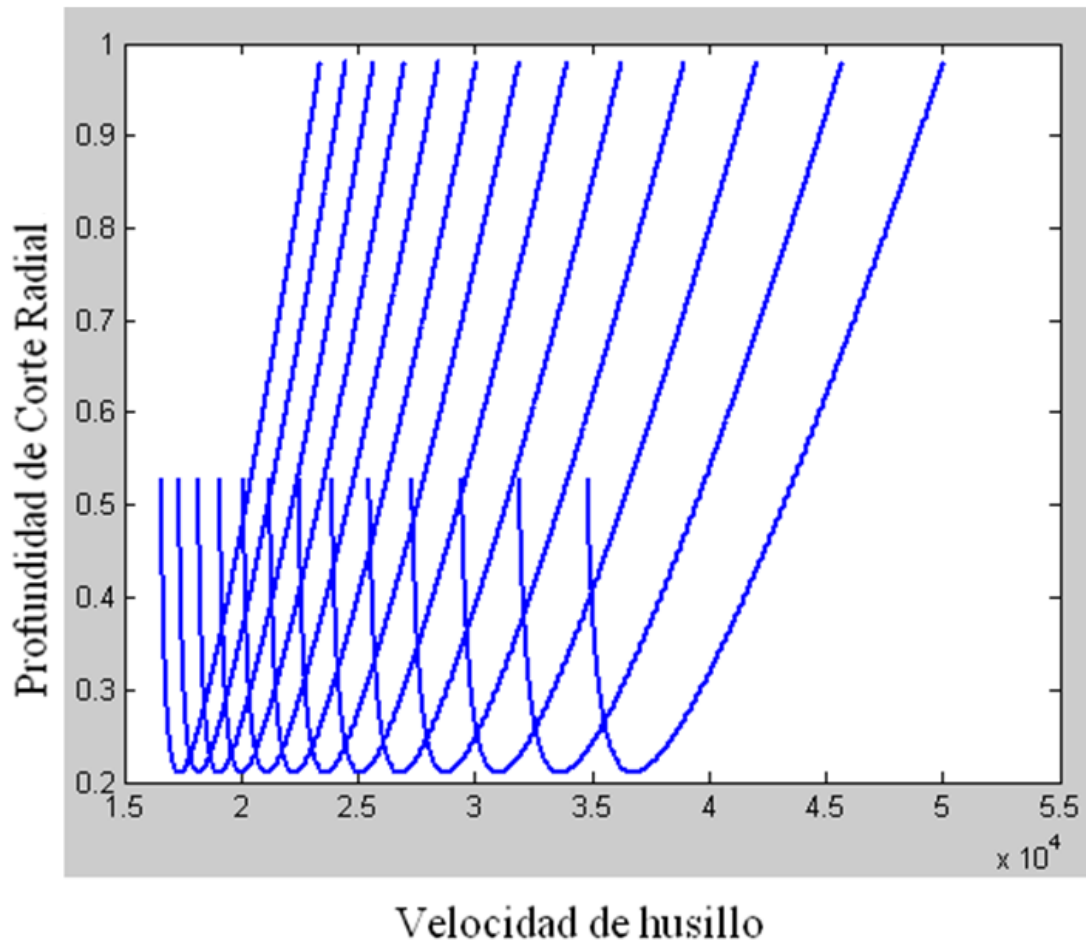


Fig. 27: Gráfica de lóbulos de estabilidad desde  $k=10$  hasta  $k=22$  (Fuente: Los autores)

Es tal la complejidad de la limpieza de las intersecciones que a nivel internacional se han presentado trabajos de depuración de lóbulos, como el realizado en la Universidad de Florida por el Dr. Tony Schmitz (2002) en su trabajo **Automatic trimming of machining stability lobes**, sólo que éste es aplicado a fresado y basado en un modelo diferente al trabajado aquí. Por lo que su aplicación directa era más difícil que incluso la elaboración de un nuevo código para depurar la información. Y

fue justamente realizar un nuevo código para depurar la data lo que fue realizado en el presente trabajo, y se presenta a continuación:

Para el código de depuración se comenzó hallando cuál era la iteración en la cual se obtenía el valor mínimo de  $a_{crit}$  (en el código se llamó “d”).

Luego se implementó un código para que corriera desde el último punto hasta “d” para el lóbulo (k-1), y desde “d” hasta la primera para el lóbulo k.

Si se cumple la condición de que  $a_{crit}(k-1) > a_{crit}(k)$  “y”  $n(k-1) > n(k)$  entonces el programa borrará todos los  $a_{crit}(k-1)$  y  $n(k-1)$  correspondientes, lo cual daría el punto de intersección con un alto margen de precisión con la condición de que haya muchos puntos, pero como hay poco código para la depuración se puede hacer muchas iteraciones, y el programa será igual muy rápido.

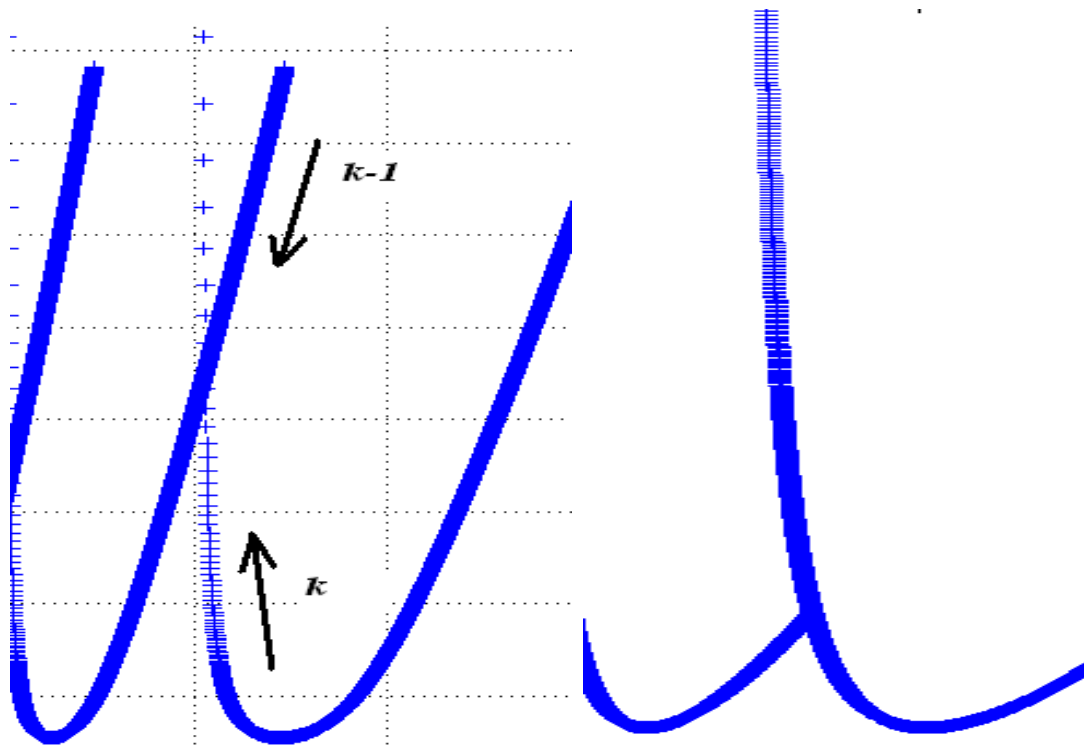


Fig. 28: Primera parte de la depuración (Fuente: Los autores)

Como la cantidad de iteraciones depende en mayor modo de la frecuencia natural ( $\omega_n$ ), pues se realiza hasta  $1.5\omega_n$ . Se definió el avance como un porcentaje de la misma, para asegurar así, que siempre hay suficientes puntos, e incluso que no hay demasiados para altas frecuencias, optimizando de esta forma el código.

Una vez hecho esto, se definió cada intersección como el último valor de cada lóbulo y se le asignó la velocidad y profundidad del punto de intersección a los puntos que tenían una profundidad crítica mayor que la profundidad del punto de intersección. Esto fue realizado desde el primer valor de cada lóbulo hasta “d” para no afectar la otra parte del lóbulo. Finalizando de esta manera la depuración de los lóbulos de estabilidad.

Por otro lado se trabajó con una interfaz gráfica, en ella se colocó la opción de graficar a revoluciones altas ( $0 \leq k \leq 6$ ), medias ( $6 \leq k \leq 15$ ) y bajas ( $15 \leq k \leq 30$ ), colocándolas en códigos diferentes y variando sólo las k para no sobrecargar ni los códigos ni las gráficas, para así cubrir los posibles rangos de operación de los tornos y las diferentes aplicaciones del mismo. Es de destacar que estos intervalos de velocidades parten de un rango de valores de k, y el valor de la velocidad mínima que sea graficada en el último lóbulo no está definida, sin embargo el comportamiento de estos últimos lóbulos se corresponde a lo explicado en la sección 5.3, por lo que se recomienda utilizar como válido el valor mínimo que muestra la gráfica.

A continuación se presenta el código final para altas revoluciones. Donde se incluye todo lo presentado

### **6.3.Código final**

#### **6.3.1. Listado de variables**

- ✓ d: Contador que identifica la posición del valor mínimo de  $a_0$
- ✓ amin: Valor mínimo de  $a_0$
- ✓  $K_1, K_2, K_3, \dots$ : Longitud de los vectores  $n_1, n_2, n_3, \dots$  respectivamente

- ✓ Anj: Profundidad de corte en la intersección entre los lóbulos n y j
- ✓ Nnj: Velocidad del husillo en la intersección entre los lóbulos n y j
- ✓ b: Contador que indica cuantas iteraciones hay entre el comienzo del último lóbulo y la intersección con el lóbulo anterior

Las variables no mencionadas están identificadas en la sección 6.1.2.

### 6.3.2. Código

```
function Ffinal2=Ffinal2(f,k,z,kf) %ingreso de los parámetros por el usuario
% f=frecuencia natural del sistema [Hz] % k=rigidez [N/m]
% z=factor de amortiguamiento [adimensional] % kf=constante de corte [N/m^2]
w=2*pi*f; % Conversión de la frecuencia a rad/s
kk=0; % Inicio de los lóbulos de estabilidad
W=w/(3000*pi); wc=1.00001*w; i=1;
while wc<1.5*w; % comienzo de las iteraciones que finalizan con wc=4w
    r=wc/w;
    parter = (1/k)*((1-r^2)/((1-r^2)^2+(2*z*r)^2)); % parte real
    partei = (1/k)*((-2*z*r)/((1-r^2)^2+(2*z*r)^2)); % parte imaginaria
    fi=atan(abs(partei/parter)); % ángulo de fase (fi)
    if ((parter > 0) & (partei <= 0) )
        fi = -fi;
    elseif ((parter < 0) & (partei <= 0))
        fi = -pi + fi;
    elseif ((parter < 0) & (partei >= 0))
        fi=-pi-fi;
    elseif ((parter > 0) & (partei >= 0))
        fi=2*pi+fi;
    end % if
    a0(i)=1000*(-1/(2*kf*parter)); % profundidad de corte crítico
    epsilon=3*pi+2*fi;
    t=(2*kk*pi+epsilon)/(wc); n0(i)=60/(t); % velocidad para el lóbulo 'kk'
    t=(2*(kk+1)*pi+epsilon)/(wc); n1(i)=60/(t);
    t=(2*(kk+2)*pi+epsilon)/(wc); n2(i)=60/(t);
    t=(2*(kk+3)*pi+epsilon)/(wc); n3(i)=60/(t);
    t=(2*(kk+4)*pi+epsilon)/(wc); n4(i)=60/(t);
    t=(2*(kk+5)*pi+epsilon)/(wc); n5(i)=60/(t);
    t=(2*(kk+6)*pi+epsilon)/(wc); n6(i)=60/(t);
    i=i+1; wc=wc+W;
end % while
```



```

a1=a0; a2=a0; a3=a0; a4=a0; a5=a0; a6=a0;
while d<I      % obtención del parámetro 'd'
    d=d+1;
    if a0(d)<amin*1.005 & a0(d)>amin*0.995
        break
    end % if
end % while
j=d;
while j>0      % primera parte de la depuración
    k1=length(n1); k2=length(n2); k3=length(n3);
    k4=length(n4); k5=length(n5); k6=length(n6);
    while k1>d & k2>d & k3>d & k4>d & k5>d & k6>d
        if n1(k1)>n0(j)& a1(k1)>a0(j)
            n1(k1)=[]; a1(k1)=[];
        end %if
        if n2(k2)>n1(j)& a2(k2)>a1(j)
            n2(k2)=[]; a2(k2)=[];
        end %if
        if n3(k3)>n2(j)& a3(k3)>a2(j)
            n3(k3)=[]; a3(k3)=[];
        end %if
        if n4(k4)>n3(j)& a4(k4)>a3(j)
            n4(k4)=[]; a4(k4)=[];
        end %if
        if n5(k5)>n4(j)& a5(k5)>a4(j)
            n5(k5)=[]; a5(k5)=[];
        end %if
        if n6(k6)>n5(j)& a6(k6)>a5(j)
            n6(k6)=[]; a6(k6)=[];
        end %if
        k1=k1-1; k2=k2-1; k3=k3-1;
        k4=k4-1; k5=k5-1; k6=k6-1;
    end %while
    j=j-1;
end %while
a=1; b=1;      % asignación de las intersecciones
A01=a1(length(a1)); A12=a2(length(a2)); A23=a3(length(a3));
A34=a4(length(a4)); A45=a5(length(a5)); A56=a6(length(a6));
N01=n1(length(n1)); N12=n2(length(n2)); N23=n3(length(n3));
N34=n4(length(n4)); N45=n5(length(n5)); N56=n6(length(n6));
while a<d      % segunda parte de la depuración
    if a0(a)>A01;
        n0(a)=N01; a0(a)=A01;
    end
end

```

```

end %if
if a0(a)>A01;
    n0(a)=N01; a0(a)=A01;
end %if
if a1(a)>A12;
    n1(a)=N12; a1(a)=A12;
end %if
if a2(a)>A23;
    n2(a)=N23; a2(a)=A23;
end %if
if a3(a)>A34;
    n3(a)=N34; a3(a)=A34;
end %if
if a4(a)>A45;
    n4(a)=N45; a4(a)=A45;
end %if
if a5(a)>A56;
    n5(a)=N56; a5(a)=A56;
end %if
if a6(a)>A56;
    a6(a)=A56; b=b+1;
end %if
a=a+1;
end %while
for p=1:b          % corrección para el lóbulo más cercano al eje
    n6(p)=n6(b);   % debido a que no se interseca por el ser el último
    p=p+1;
end %for
c=length(a0);
A01=a1(length(a1));
while c>d          % corrección del lóbulo más alejado del eje
    if a0(c)>A01    % tampoco se interseca por ser el primero
        a0(c)=[]; n0(c)=[];
    end %if
    c=c-1;
end %while
xmin=n6(b); xmax=n0(length(n0)); % ajuste de los límites de los ejes
ymin=0.5*min(a0); ymax=1.1*max(a0);
plot(n0,a0,'b',n1,a1,'b',n2,a2,'b',n3,a3,'b',n4,a4,'b',n5,a5,'b',n6,a6,'b', 'LineWidth',1.5);
axis([xmin xmax ymin ymax]);
grid
title('Lóbulos de Estabilidad') % títulos de los ejes
xlabel('velocidad angular [rev/min]')

```

```
ylabel('a critico [mm]');
clear all;          % se borran las variables para que no afecten las próximas corridas
```

#### 6.4. Interfaz gráfica

El código desarrollado cuenta con una interfaz gráfica que hace más amigable la interacción del usuario con el programa, los códigos desarrollados para presentar cada pantalla se muestran a continuación, se debe mencionar que las imágenes donde se aprecia la apariencia de las ventanas se pueden ver en la sección dedicada al manual de usuario.

- Pantalla de bienvenida

```
function presentacion
% Autor: Javier Linarez y Oswaldo Araujo
% Escuela de Ingeniería Mecánica de la UCV
% *****
% presentación: función que presenta la pantalla de presentación
% *****
clear,clc,cla,close all
% Creamos figura
figdiag=figure('Units','Normalized',...
'Position',[0.0725 0.0725 0.57 0.57],... % Tamaño de la presentación
'Number','off',...
'Name','Facultad de Ingeniería UCV', ...
'Menubar','none', ...
'color',[0 0 0]);
% Se ubican ejes en figura
axes('Units','Normalized',...
'Position',[0 0 1 1]);
% Incluir imagen
% Importamos imagen *.jpg, junto con su mapa de colores
[x,map]=imread('aulamagna.jpg','jpg');
% Se representa imagen en figura, con su mapa de colores
image(x),colormap(map),axis off,hold on
% Títulos sobre imagen
```

```

% Título
text(47,80,'      Estabilidad en ', 'Fontname','Arial','FontSize',25,...
  'Fontangle','Italic','Fontweight','bold','color',[1 1 1]);
text(47,120,'    Procesos de Torneado', 'Fontname','Arial','FontSize',25,...
  'Fontangle','Italic','Fontweight','bold','color',[1 1 1]);

% Nombre del programador
text(48,300,'Presentado Por: Javier Linarez y Oswaldo Araujo','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
'FontSize',14,'color',[0 0 1]);

% Nombre de la institución
text(48,350,'Ante la ilustre Universidad Central de Venezuela','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
'FontSize',14,'color',[0 0 1]);
text(48,400,'Para optar por el título de Ingeniero Mecánico','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
'FontSize',14,'color',[0 0 1]);

text(50,82,'      Estabilidad en ', 'Fontname','Arial','FontSize',25,...
  'Fontangle','Italic','Fontweight','bold','color',[0 0 1]);
text(50,122,'    Procesos de Torneado', 'Fontname','Arial','FontSize',25,...
  'Fontangle','Italic', 'Fontweight','bold','color',[0 0 1]);

% Nombre del programador
text(50,302,'Presentado Por: Javier Linarez y Oswaldo Araujo','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
'FontSize',14,'color',[0 1 0]);
% Nombre de la institución

text(50,352,'Ante la ilustre Universidad Central de Venezuela','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
'FontSize',14,'color',[0 1 0]);
text(50,402,'Para optar por el título de Ingeniero Mecánico','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
'FontSize',14,'color',[0 1 0]);

% Botón Continuar
botok=uicontrol('Style','pushbutton', ...
'Units','normalized', ...
'Position',[.64 .03 .12 .05], ...
'String','SALIR',...
'Callback','clear all; close all;clc;');

```

```

botok=uicontrol('Style','pushbutton', ...
'Units','normalized', ...
'Position',[.84 .03 .12 .05], ...
'String','CONTINUAR',...
'Callback','clear all; close all;clc; estabilidad2;'); %estabilidad es el nombre del
siguiente programa.

```

- Pantalla de menús e ingreso de parámetros

```

function varargout = estabilidad2(varargin)
% ESTABILIDAD2 M-file for estabilidad2.fig
%     ESTABILIDAD2, by itself, creates a new ESTABILIDAD2 or raises the
existing
%     singleton*.
%
%     H = ESTABILIDAD2 returns the handle to a new ESTABILIDAD2 or the
handle to
%     the existing singleton*.
%
%     ESTABILIDAD2('CALLBACK',hObject,eventData,handles,...) calls the local
%     function named CALLBACK in ESTABILIDAD2.M with the given input
arguments.
%
%     ESTABILIDAD2('Property','Value',...) creates a new ESTABILIDAD2 or
raises the
%     existing singleton*. Starting from the left, property value pairs are
%     applied to the GUI before estabilidad2_OpeningFunction gets called. An
%     unrecognized property name or invalid value makes property application
%     stop. All inputs are passed to estabilidad2_OpeningFcn via varargin.
%
%     *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose "GUI allows only one
%     instance to run (singleton)".
%
% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES

% Copyright 2002-2003 The MathWorks, Inc.

% Edit the above text to modify the response to help estabilidad2

% Last Modified by GUIDE v2.5 30-Oct-2008 12:36:08

% Begin initialization code - DO NOT EDIT
gui_Singleton = 1;

```

```

gui_State = struct('gui_Name',    mfilename, ...
                  'gui_Singleton', gui_Singleton, ...
                  'gui_OpeningFcn', @estabilidad2_OpeningFcn, ...
                  'gui_OutputFcn', @estabilidad2_OutputFcn, ...
                  'gui_LayoutFcn', [] , ...
                  'gui_Callback', []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargout
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT

% --- Executes just before estabilidad2 is made visible.
function estabilidad2_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
% This function has no output args, see OutputFcn.
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
% varargin   command line arguments to estabilidad2 (see VARARGIN)

axes('Units','Normalized',...
     'Position',[0 0 1 1]);
[x,map]=imread('aulamagna.jpg','jpg');
%Se representa imagen en figura, con su mapa de colores
image(x),colormap(map),axis off,hold off
text(45,30,'    Estabilidad en Procesos de Torneado',...
     'Fontname','Arial','FontSize',18,'Fontangle','Italic', ...
     'Fontweight','Bold','color',[1 1 1]);
text(47,28,'    Estabilidad en Procesos de Torneado',...
     'Fontname','Arial','FontSize',18,'Fontangle','Italic', ...
     'Fontweight','Bold','color',[0 0 1]);
text(10,122,'Por Favor Ingrese Datos del Sistema','Fontname', ...
     'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
     'FontSize',16,'color',[0 0 1]);
text(12,120,'Por Favor Ingrese Datos del Sistema','Fontname', ...
     'Comic Sans MS','Fontangle','Italic','Fontweight','Bold', ...
     'FontSize',16,'color',[0 1 0]);

```

```

text(50,165,'Frecuencia Natural [Hz]','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic', 'Fontweight','demi', ...
'FontSize',13,'color',[1 1 1]);
text(140,225,'Rigidez [N/m]','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic', 'Fontweight','demi', ...
'FontSize',13,'color',[1 1 1]);
text(120,285,'Amortiguamiento ','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic', 'Fontweight','demi', ...
'FontSize',13,'color',[1 1 1]);
text(20,340,'Constante de Corte [N/m^2]','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic', 'Fontweight','demi',...
'FontSize',13,'color',[1 1 1]);
text(52,163,'Frecuencia Natural [Hz]','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic', 'Fontweight','demi', ...
'FontSize',13,'color',[0 0 1]);
text(142,223,'Rigidez [N/m]','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic', 'Fontweight','demi', ...
'FontSize',13,'color',[0 0 1]);
text(122,283,'Amortiguamiento ','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic', 'Fontweight','demi', ...
'FontSize',13,'color',[0 0 1]);
text(22,338,'Constante de Corte [N/m^2]','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic', 'Fontweight','demi',...
'FontSize',13,'color',[0 0 1]);

text(10,425,'Seleccione el Rango de Velocidades','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic', 'Fontweight','bold',...
'FontSize',16,'color',[0 0 1]);
text(12,423,'Seleccione el Rango de Velocidades','Fontname', ...
'Comic Sans MS','Fontangle','Italic', 'Fontweight','bold',...
'FontSize',16,'color',[0 1 0]);

% Choose default command line output for estabilidad2
handles.output = hObject;

% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% UIWAIT makes estabilidad2 wait for user response (see UIRESUME)
% uiwait(handles.figure1);

```

```
% --- Outputs from this function are returned to the command line.
function varargout = estabilidad2_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
% varargout cell array for returning output args (see VARARGOUT);
% hObject handle to figure
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Get default command line output from handles structure
varargout{1} = handles.output;

function rigidez_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to rigidez (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
K=str2double(get(hObject,'String')); % Almacenar valor ingresado
if K<=0
    errordlg('Rigidez debe ser mayor a cero, consulte el manual de ayuda','UCV');
    set(handles.rigidez,'String',2.26e8);
end
handles.K=K; % Almacenar en puntero
guidata(hObject,handles); % Salvar datos de la aplicación
% Hints: get(hObject,'String') returns contents of rigidez as text
% str2double(get(hObject,'String')) returns contents of rigidez as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function rigidez_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to rigidez (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
% See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end
```



```

function frecuencia_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject   handle to frecuencia (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles   structure with handles and user data (see GUIDATA)
W=str2double(get(hObject,'String')); % Almacenar valor ingresado
if W<=0
    errordlg('Frecuencia natural debe ser mayor a cero, consulte el manual de
ayuda','UCV');
    set(handles.frecuencia,'String',250);
end
handles.W=W; % Almacenar en puntero
guidata(hObject,handles); % Salvar datos de la aplicación
% Hints: get(hObject,'String') returns contents of frecuencia as text
%       str2double(get(hObject,'String')) returns contents of frecuencia as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function frecuencia_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject   handle to frecuencia (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles   empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end

function amortiguamiento_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject   handle to amortiguamiento (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles   structure with handles and user data (see GUIDATA)
Z=str2double(get(hObject,'String')); % Almacenar valor ingresado
if Z<=0 | Z>=1
    errordlg('Amortiguamiento debe estar entre 0 y 1, consulte el manual de
ayuda','UCV');
    set(handles.amortiguamiento,'String',0.012);
end

```

```
handles.Z=Z; %Almacenar en puntero
guidata(hObject,handles); %Salvar datos de la aplicación
% Hints: get(hObject,'String') returns contents of amortiguamiento as text
%      str2double(get(hObject,'String')) returns contents of amortiguamiento as a
double
```

```
% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function amortiguamiento_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject   handle to amortiguamiento (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles   empty - handles not created until after all CreateFcns called
```

```
% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%      See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end
```

```
function constante_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject   handle to constante (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles   structure with handles and user data (see GUIDATA)
KF=str2double(get(hObject,'String')); %Almacenar valor ingresado
if KF<=0
    errordlg('Constante de corte debe ser mayor a cero, consulte el manual de
ayuda','UCV');
    set(handles.constante,'String',1000e6);
end
handles.KF=KF; %Almacenar en puntero
guidata(hObject,handles); %Salvar datos de la aplicación
% Hints: get(hObject,'String') returns contents of constante as text
%      str2double(get(hObject,'String')) returns contents of constante as a double
```

```
% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function constante_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject   handle to constante (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
```

```
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
% See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end

% --- Executes on selection change in popupmenu2.
function popupmenu2_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to popupmenu2 (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
val=get(hObject,'Value');
str=get(hObject,'String');
switch str{ val}
case 'Cincinnati CNC Hawk TC-200'
    set(handles.frecuencia,'String',402.83);
    set(handles.rigidez,'String',2912685.27);
    set(handles.amortiguamiento,'String',0.0758);
end
% Hints: contents = get(hObject,'String') returns popupmenu2 contents as cell array
% contents{get(hObject,'Value')} returns selected item from popupmenu2

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function popupmenu2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to popupmenu2 (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: popupmenu controls usually have a white background on Windows.
% See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end
```

```
% --- Executes on selection change in popupmenu3.
function popupmenu3_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: contents = get(hObject,'String') returns popupmenu3 contents as cell array
%        contents{get(hObject,'Value')} returns selected item from popupmenu3

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function popupmenu3_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: popupmenu controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end

% --- Executes on selection change in popupmenu4.
function popupmenu4_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu4 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
val=get(hObject,'Value');
str=get(hObject,'String');
switch str{val}
case 'Graficar a velocidades altas'
    set(handles.text4,'String',1);
case 'Graficar a velocidades medias'
    set(handles.text4,'String',2);
case 'Graficar a velocidades bajas'
    set(handles.text4,'String',3);
end
% Hints: contents = get(hObject,'String') returns popupmenu4 contents as cell array
%        contents{get(hObject,'Value')} returns selected item from popupmenu4
```

```
% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function popmenu4_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popmenu4 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: popmenu controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end

% --- Executes on button press in pushbutton6.
function pushbutton6_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton6 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

clear all;
close all;

% --- Executes on button press in pushbutton7.
function pushbutton5_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton7 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

w=str2double(get(handles.frecuencia,'String'));
k=str2double(get(handles.rigidez,'String'));
z=str2double(get(handles.amortiguamiento,'String'));
kf=str2double(get(handles.constante,'String'));
g=str2double(get(handles.text4,'String'));
close all
if g<=1
    Ffinal(w,k,z,kf);
    estabilidad2;
end
if g>1.5 & g<2.5
    Ffinal2(w,k,z,kf);
```

```
    estabilidad2;
end
if g>=3
    Ffinal3(w,k,z,kf);
    estabilidad2;
end

% --- Executes on button press in pushbutton8.
function pushbutton8_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton8 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
winopen('ayuda.pdf')
```

### 6.5.Comparación de resultados

En este trabajo de grado se desarrolló un código basado en un modelo teórico, y como todo modelo fue hecho siguiendo una serie de suposiciones basadas en leyes físicas para determinar así el funcionamiento del sistema.

Debido a esto al contrastar con los resultados de modelos de otros autores, se obtendrían resultados que deben tener una alta similitud puesto que describen el comportamiento de un mismo fenómeno, pero que no deben ser iguales a menos que estos investigadores hayan hecho las mismas consideraciones. Por lo tanto, concluir acerca de estas diferencias no brindaría mayor detalle sobre la validez de uno u otro, a menos que se comparen con resultados experimentales.

Otro detalle es que generalmente los modelos de diferentes investigadores requieren parámetros de entrada distintos, por ejemplo, al definir frecuencia natural del sistema, algunos se refieren a la herramienta, otros a la pieza de trabajo, es decir, cada autor plantea el sistema según las consideraciones que haya realizado para la elaboración de su modelo.

Sin embargo el Dr. Altintas desarrolló un programa computacional que es aceptado y comercializado a nivel industrial, basado en el mismo modelo bajo el cual

se hizo el código computacional en este trabajo, esto permite tener la certeza de que ha sido suficientemente probado.

Por esta razón resulta necesario comparar con investigadores que se basen en el mismo modelo, con la finalidad de cerciorarse de que la programación ha sido hecha de forma correcta. Para dar cumplimiento a esto se presentará a continuación una comparación con los resultados obtenidos por el Dr. Luciano Vela-Martínez (2008) en su trabajo **Modeling of Machining Processes for Predictive Analysis of Self-excited Vibrations** y con los mostrados por el Dr. Y. Altintas (2000) en su libro **Manufacturing Automation**.

a. Primera comparación

A través de la información contenida en los trabajos consultados en la fase de investigación sobre los datos de los autores, fue posible comunicarse con el Dr. Ing. Luciano Vela-Martínez, investigador mexicano de la Universidad de Querétaro y del Centro de Investigaciones Avanzadas (CIATEQ), vía correo electrónico, el cual se ofreció a hacer una comparación con su propio código ya que ambos están basados en el mismo modelo, su respuesta es anexada a continuación

*“El programa me parece excelente, realmente han hecho un buen trabajo y los felicito sinceramente. El algoritmo que han utilizado para la limpieza es muy eficiente.*

*Comparando con su programa, vean cómo las curvas empatan perfectamente, aunque hay que corregir algunos problemas de límites que ya verán (El diagrama en color azul se calcula con su algoritmo).*

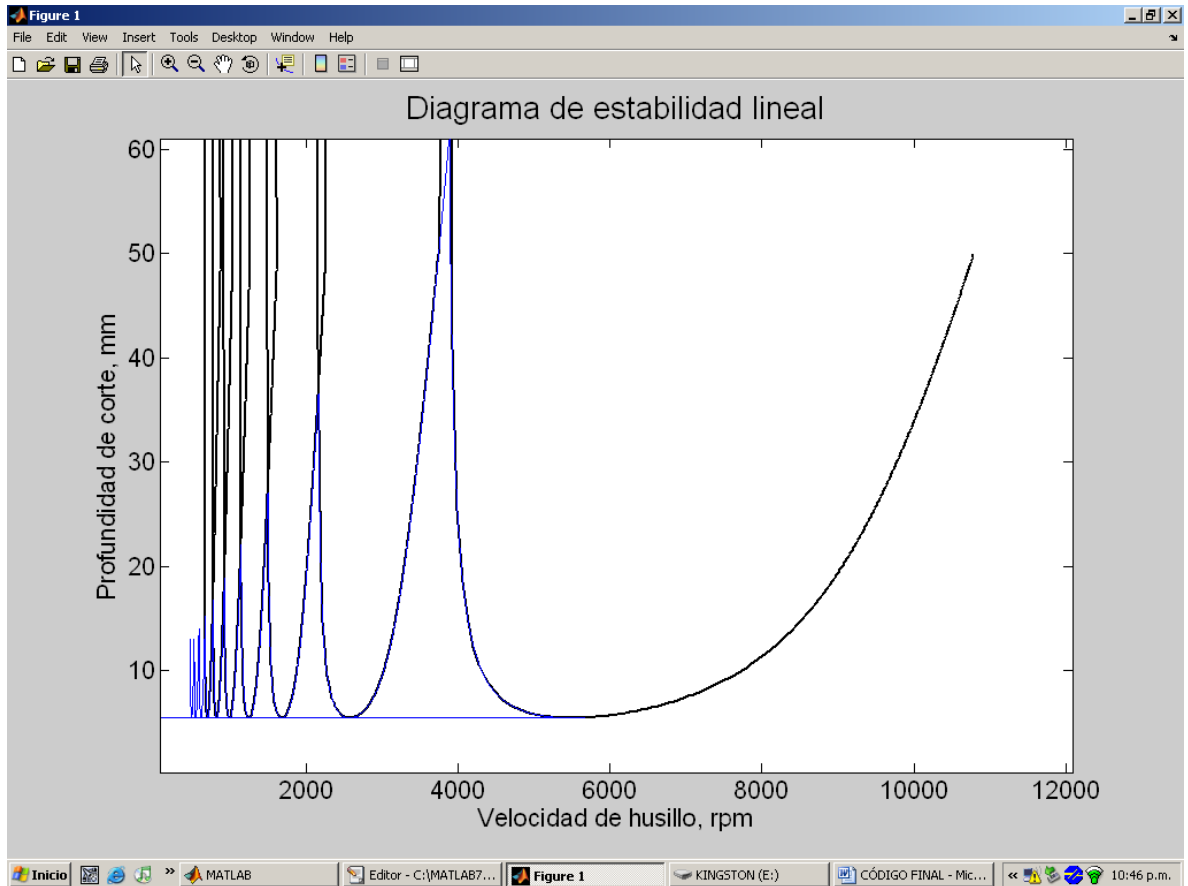


Fig. 29: Primera comparación de resultados (Fuente: Luciano Vela-Martínez)

*Felicidades nuevamente. Ahora que prácticamente han resuelto su problema, les sugiero programar el modelo de dos grados de libertad para fresado, que también se encuentra en el libro del Dr. Altintas.*

*Saludos cordiales”*

***M. I. Luciano Vela Martínez***

*Líder de proyecto*

*Máquinas Especiales*

*CIATEQ A.C. Unidad: Aguascalientes*

*Tel.(449) 973 1060 Ext. 2221*

*vela@ciateq.mx*

(L. Vela, Correo-e, octubre 07, 2008)



Es de hacer notar que el Dr. L. Vela realizó una comparación con su código sin realizarle la depuración de los lóbulos, esto para verificar que la limpieza realizada por el código desarrollado no alteraba de manera alguna el modelo original, además de hacer las comparaciones pertinentes como lo son:

- Intersección de los lóbulos
- Límite de estabilidad incondicional (profundidad de corte mínima)
- Velocidad de caída de los lóbulos
- Fase

los cuales coinciden perfectamente, pues las curvas quedan completamente solapadas.

#### b. Segunda comparación

Estas comparaciones se realizaron con uno de los ejemplos del libro del Dr. Y. Altintas (2000), mostrado en la siguiente figura:

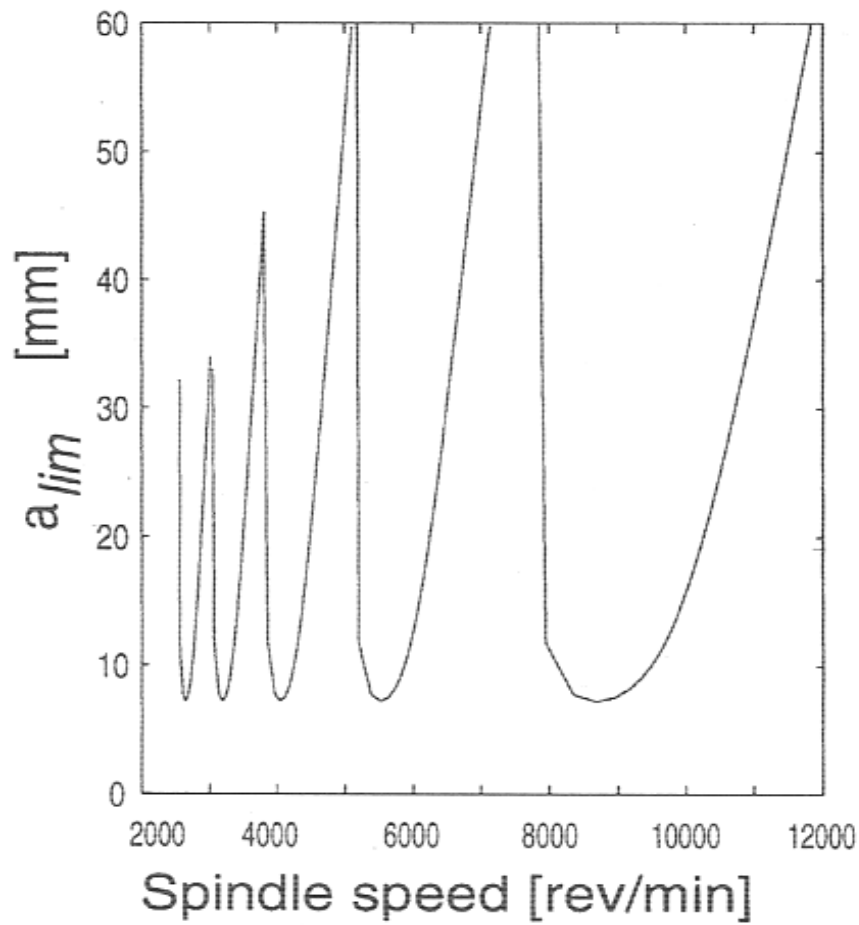


Fig. 30: Lóbulos de estabilidad para la segunda comparación  
(Fuente: Manufacturing Automation, Y. Altintas, 2000)

Los parámetros que fueron utilizados son:

- |                                   |                         |
|-----------------------------------|-------------------------|
| a. Frecuencia natural del sistema | $\omega_n=250$ Hz       |
| b. Razón de amortiguamiento       | $\zeta= 1.2\%$          |
| c. Rigidez                        | $k=2.26 \times 10^8$    |
| d. la constante de corte          | $K_f= 1000 \times 10^6$ |

A continuación se muestra los resultados arrojados bajo estas condiciones por el código:

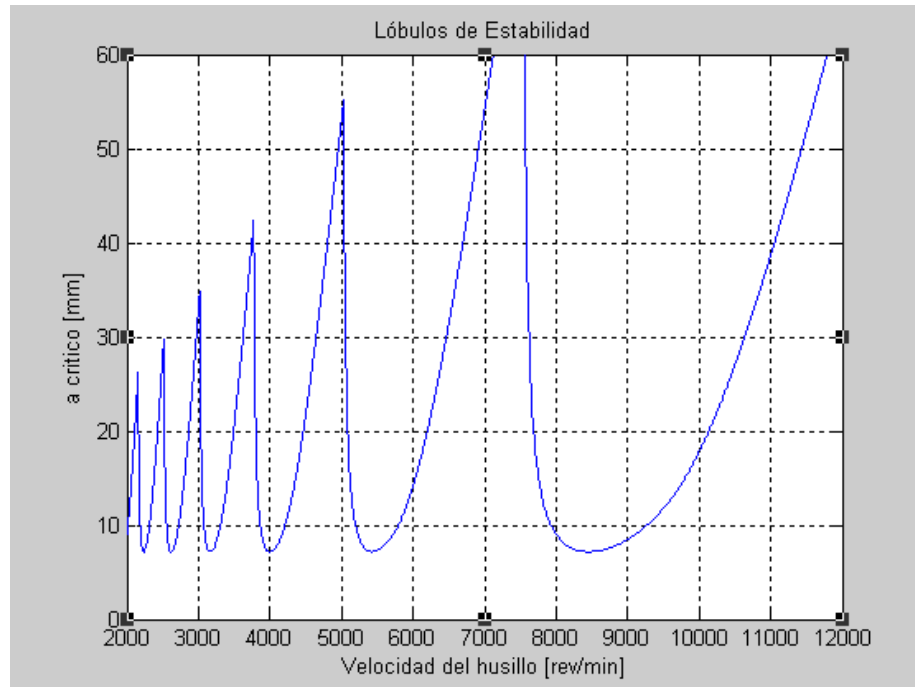


Fig. 31: Lóbulos de estabilidad generados por el código para la segunda comparación  
(Fuente: Los autores)

Nuevamente se puede notar que ambas gráficas tienen el mismo límite de estabilidad incondicional, fase, velocidad de caída de los lóbulos y puntos de intersección.

La siguiente imagen muestra ambas gráficas solapadas, que permiten valorar con más detalle el comportamiento de ambas.

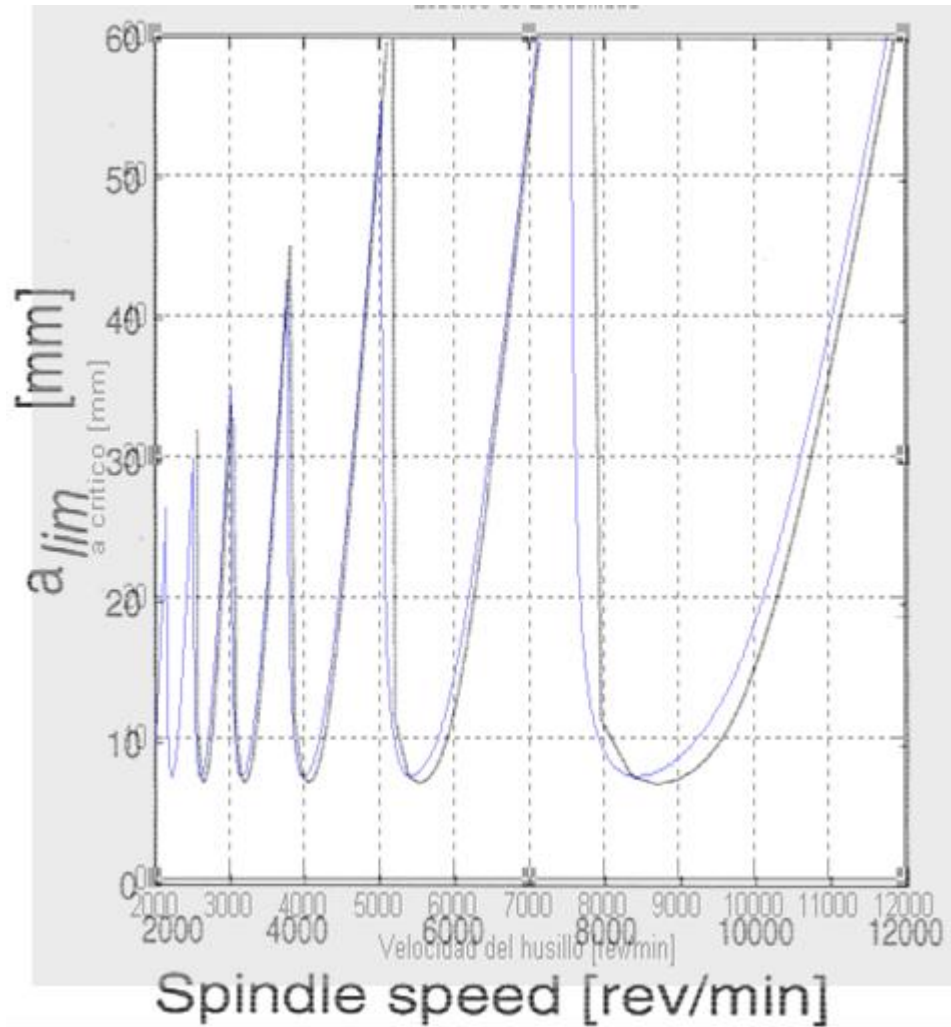


Fig. 32: Solape de los lóbulos de estabilidad de la segunda comparación (Fuente: Los autores)

## 6.6. Manual de usuario

Este código computacional fue elaborado en MatLab7® y es necesario que sea ejecutado bajo la consola principal de este programa.

Para la ejecución óptima de este código, al igual que cualquier otro desarrollado bajo este ambiente es importante pre cargar en la carpeta “*work*” dentro de la carpeta de instalación de MatLab® los archivos siguientes:

- presentacion.m
- estabilidad2.m
- estabilidad2.fig
- Ffinal.m
- Ffinal2.m
- Ffinal3.m
- ayuda.pdf
- aulamagna.jpg

Por defecto, esta carpeta “work” se encuentra en la siguiente dirección:

C:\MATLAB7\work

Habiendo cargado todos estos archivos como se sugirió en el paso anterior, sólo resta escribir *presentacion* en la ventana que continuación se muestra y presionar *enter*.

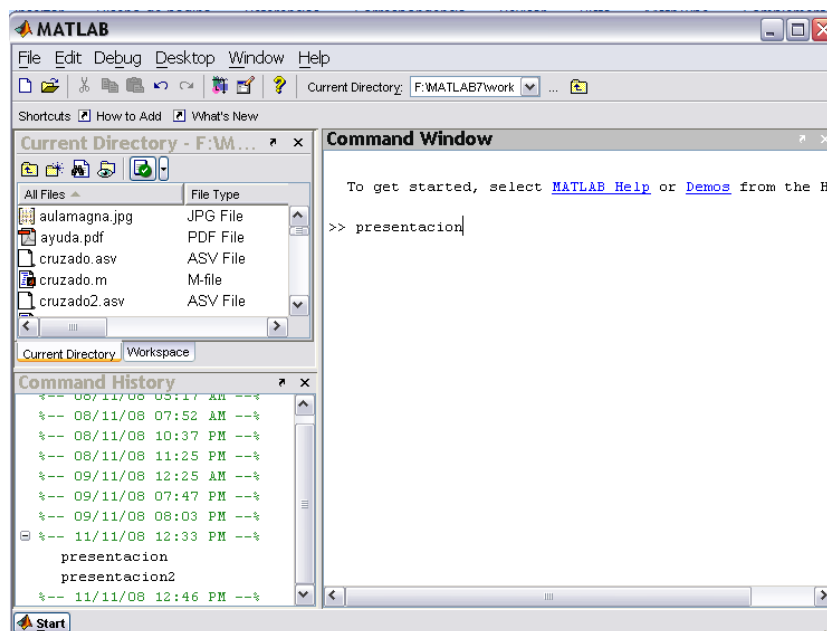


Fig. 33: Pantalla de iniciación del código (Fuente: Los autores)

Iniciando el programa se presenta la siguiente pantalla de bienvenida



Fig. 34: Pantalla de bienvenida de la interfaz gráfica (Fuente: Los autores)

En la siguiente pantalla se ingresan los parámetros del proceso, esto se puede realizar de dos formas, la primera es introduciendo manualmente dichos parámetros, la segunda es mediante la ayuda de los menús desplegables



Fig. 35: Pantalla principal de la interfaz gráfica (Fuente: Los autores)

Después de haber ingresado los parámetros del sistema se debe seleccionar el rango en el que se desea graficar, por defecto este código graficará a altas velocidades, aunque se puede ajustar esto de manera que grafique a medias o bajas velocidades a través del tercer menú desplegable, como se puede apreciar en la siguiente figura



Fig. 36: Pantalla principal de la interfaz gráfica con despliegue de menú de velocidades (Fuente: Los autores)

Igualmente es posible acceder al manual de ayuda donde se ofrece información adicional acerca de los parámetros que son solicitados por este código.

Finalmente haciendo clic en el botón “GRAFICAR” se desplegará una ventana nueva donde se mostrará los lóbulos de estabilidad en el rango de velocidades seleccionado, como se puede apreciar en la siguiente figura. En esta ventana se dispone de todas las herramientas que ofrece MatLab 7, entre las cuales están las opciones de acercamiento, impresión, cambios de escala, esto con el fin de que el usuario pueda realizar los cambios necesarios en función de una mayor precisión en sus análisis sobre la estabilidad del proceso.



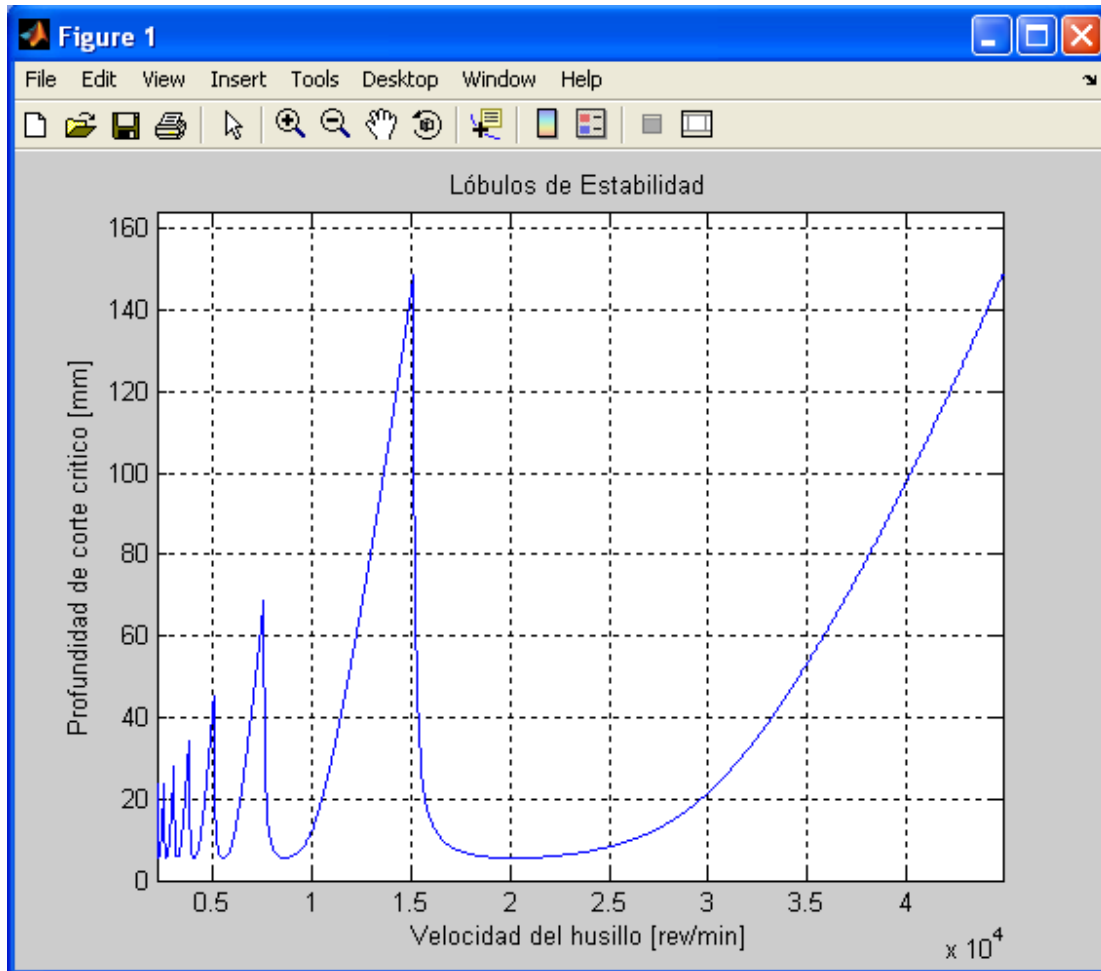


Fig. 37: Lóbulos de estabilidad generados para los parámetros cargados por defecto (Fuente: Los autores)

Para la selección de condiciones de corte estables es necesario elegir para cierta velocidad de rotación una profundidad de corte que se encuentre por debajo del límite de estabilidad crítico mostrado en la gráfica que es generada por el código.

## 6.7. Manual de ayuda

### a) Lóbulos de Estabilidad y Predicción de Retemblado

El diagrama de lóbulos de estabilidad es una gráfica de la profundidad de corte en función de la velocidad de rotación, donde se separa condiciones de corte estables

e inestables. Los cortes estables ocurren en la región inferior al límite de estabilidad, mientras que los cortes inestables ocurren por encima del mismo. Esto se puede apreciar de manera detallada en la siguiente figura:

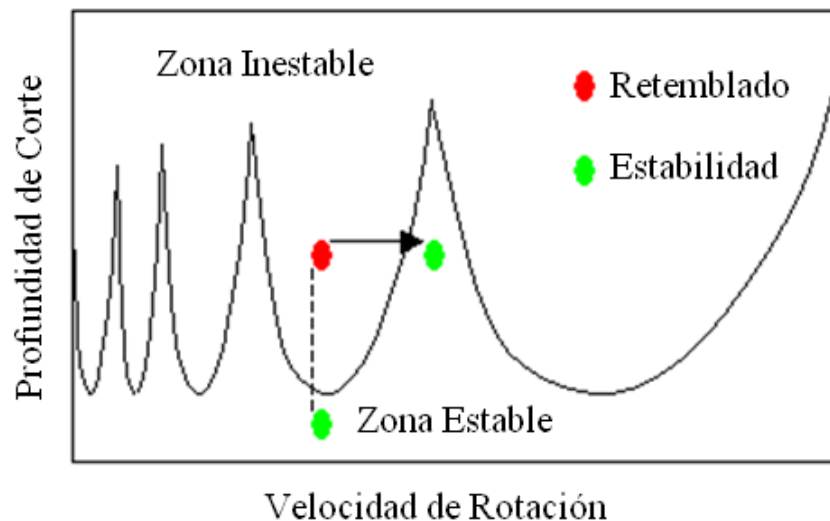


Fig. 38: Ejemplo de lóbulos de estabilidad

(Fuente: [http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html\\_site.html](http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html_site.html))

Como se muestra en la figura, es posible incrementar la profundidad de corte permisible (sin que haya retemblado) incrementando o disminuyendo la velocidad de rotación. Este comportamiento del fenómeno es una razón importante para realizar una caracterización de la respuesta dinámica del corte y producir los correspondientes diagramas de lóbulos de estabilidad.

#### b) Parámetros requeridos

- I. **Frecuencia natural del sistema** ( $\omega_n$ ): Ésta puede oscilar entre 100 Hz para máquinas o herramientas muy rígidas hasta 750 o 950 Hz para máquinas ligeras o herramientas muy esbeltas.

- II. **Razón de amortiguamiento ( $\zeta$ ):** La cual está, según los investigadores, entre 1 y 5% (0.01 a 0.05, introducir de esta manera para efectos del programa)
- III. **Rigidez ( $k$ ):** Este parámetro puede variar en el orden de  $1 \times 10^5$  a  $2 \times 10^8$  N/m.
- IV. **La constante de corte ( $K_f$ ):** Ésta es la relación existente entre la fuerza de avance o de empuje y el área de corte ( $F_f = K_f ah$ ) donde  $a$  es el ancho de viruta y  $h$  es la profundidad de corte.  $K_f$  varía según las propiedades del material a ser torneado y el tipo de equipo que se está utilizando. A continuación se ofrecen valores para algunos materiales:
- Aluminio 6061: 600 a 650 MPa ( $10^6$  N/m<sup>2</sup>)
  - Aluminio 7075: 800 MPa
  - Acero aleado 4140: 1000 a 1200 MPa

## CONCLUSIONES

Se estudiaron modelos que describen los procesos de corte, así como la teoría que fundamenta el comportamiento de las vibraciones mecánicas, haciendo énfasis en las teóricas relacionadas al efecto de retemblado, esto permitió desarrollar un código computacional que brinda una información clara acerca del fenómeno.

El código computacional desarrollado ofrece una gran información acerca de la estabilidad en procesos de torneado, específicamente los rangos de velocidad del husillo y profundidad de corte en los cuales se puede trabajar sin la presencia de este fenómeno tan perjudicial en el acabado superficial de las piezas finales.

La información que ofrece el código computacional desarrollado para procesos de torneado es suministrada de forma gráfica, lo cual ayuda a establecer mejores criterios en la selección de las condiciones de corte.

Para la depuración de los lóbulos de estabilidad fue necesaria la implementación de un código adicional, incluso de mayor extensión, que el requerido para generar las gráficas, esto fue necesario para ofrecer la información de manera clara y eficiente.

La precisión del modelo desarrollado está en la fiabilidad de las constantes del proceso, las cuales son: frecuencia natural ( $\omega_n$ ), amortiguamiento del sistema ( $\zeta$ ), rigidez ( $k$ ) y coeficiente de corte ( $K_f$ ), ya que estos se deben obtener de manera experimental.

Debido a las características del modelo bajo el cual se desarrolló el código computacional, éste genera las gráficas con una profundidad de corte máximo menor que las profundidades reales del proceso, ofreciendo de esta forma un margen de seguridad.

Se realizaron comparaciones con modelos desarrollados a nivel internacional como los del Dr. Ing. Luciano Vela-Martínez, investigador mexicano de la Universidad de Querétaro y del Centro de Investigaciones Avanzadas (CIATEQ) y los del Dr. Yusuf Altintas de la University of British Columbia, en los cuales se evidenció que los códigos arrojaron los mismos resultados.

## RECOMENDACIONES

Se recomienda la enseñanza de este fenómeno en pre y postgrado, para lograr mediante trabajos de investigación nuevos adelantos en la supresión de estas vibraciones y así lograr mejores acabados y rendimiento en líneas de producción.

Este código computacional se puede convertir en una herramienta de gran utilidad pedagógica, permitiendo estudiar el comportamiento de las máquinas herramientas bajo diferentes condiciones de corte y la incidencia de parámetros como el amortiguamiento, la frecuencia natural de la pieza y rigidez en la estabilidad del sistema.

Este trabajo es un comienzo en el estudio del fenómeno de retemblado ya que existen modelos probados para el análisis de vibraciones auto-excitadas en torno, enfocados en modelos tanto lineales como no lineales. Aquí se desarrolló un código computacional basado en un modelo lineal desarrollado por el Dr. Yusuf Altintas. Bajo este modelo fue desarrollado un software comercial llamado CutPro® el cual es usado a nivel industrial. En vista de lo anterior se recomienda para próximos trabajos implementar esta metodología a nivel industrial, por ejemplo, se puede comenzar con el desarrollo de un prototipo de analizador.

Aún así para la implementación de cualquier modelo, el principal problema que se debe resolver (considerando que el modelo ya está resuelto) es la estimación o el cálculo experimental del coeficiente de corte,  $K_f$ , que depende del material y de las condiciones de operación como avance y velocidad, por lo que sería de gran utilidad el desarrollo de trabajos experimentales que calculen estos parámetros para una gama amplia de materiales y operaciones.

Otra observación es que las curvas de estabilidad difieren entre un modelo lineal y uno no lineal, así que otro enfoque de trabajo puede ser implementar un

experimento para comparar estos modelos y verificar la precisión de ambos con respecto a los procesos reales de corte.

Los proceso de fresado y maquinado de alta velocidad son también muy interesantes, y los más difíciles también. La intermitencia del corte (por la discontinuidad de los dientes) y la baja inmersión de la herramienta (el cortador o portaherramientas sólo rasguña la superficie en operaciones de acabado) proporcionan un comportamiento altamente no lineal, por lo que se sugiere abordar el problema y dar así continuidad a este trabajo.

Viendo hacia un futuro como país, la información ofrecida por este código computacional así como la que se pudiera alcanzar por nuevos trabajos en el área podrían ser de gran utilidad en el diseño y producción de máquinas herramientas. A los diseñadores les pudiera permitir desarrollar tornos, en este caso, donde los rangos de las velocidades de operación coincidan en mayor grado con las velocidades más estables del mismo.

## BIBLIOGRAFÍA

Altintas, Y., Eynian, M. y Onozuka, H.: **Identification of dynamic cutting force coefficients and chatter stability with process damping**, CIRP Annals - Manufacturing Technology, Canada, Mayo, 2008. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Julio 31].

Altintas, Y.: **Manufacturing Automation Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design**, USA, Cambridge University Press, First published 2000, Reprinted 2006.

Altintas, Y. y Woronko, A.: **A Piezo Tool Actuator for Precision Turning of Hardened Shafts**, , University of British Columbia, Department of Mechanical Engineering, Manufacturing Automation Laboratory, V6T 1Z4, Vancouver, Canada, Junio, 2007. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Julio 31].

Atabey F., Lazoglu, I. y Altintas Y.: **Mechanics of boring processes—Part I**, University of British Columbia, Department of Mechanical Engineering, Manufacturing Automation Laboratory, V6T 1Z4, Vancouver, Canada, Noviembre, 2002. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Julio 31].

Atabey F., Lazoglu, I. y Altintas Y.: **Mechanics of boring processes—Part II—multi-insert boring heads**, University of British Columbia, Department of Mechanical Engineering, Manufacturing Automation Laboratory, V6T 1Z4, Vancouver, Canada, Febrero, 2003. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Julio 31].



Balestrini A., M.: **Como se Elabora el Proyecto de Investigación**, Caracas, BL Consultores Asociados. Servicio Editorial, Sexta Edición, 2002.

Bayly, Philip V. y otros: **Effects of Radial Immersion and Cutting Direction on Chatter**, ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, New Orleans, Noviembre, 2006. [Documento en línea]. Disponible: [http://www.mm.bme.hu/~inspi/c2002\\_ASME-IMECE-NewOrleans.pdf](http://www.mm.bme.hu/~inspi/c2002_ASME-IMECE-NewOrleans.pdf) [Consulta: 2008, Junio 10]

Buckwar E., Kuske, R., L'Esperance, B.: **Noise-sensitivity in machine tool vibrations**, University of British Columbia, Vancouver. [Documento en línea]. Disponible: <http://www.math.ubc.ca/~rachel/papers/ldrill319.pdf> [Consulta: 2008, Junio 23].

Budak, E.: **Analytical Modeling of Chatter Stability in Turning and Borings Operations: A multi-Dimensional Approach**, Istanbul, Sabanci University, January, 2007. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Marzo 01].

Budak, E. y Ozlu, E.: **Analytical Modeling of Chatter Stability in Turning and Boring Operations: A Multi-Dimensional Approach**, Faculty of Engineering and Natural Sciences, Sabanci University, Istanbul, Turkey, June, 2007. [Documento en línea] Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Junio 13].

Cardi, A., Firpi, H., Bement, M. y Liang, S.: **Workpiece dynamic analysis and prediction during chatter of turning process**, Mechanical Systems and Signal Processing, Atlanta, Diciembre, 2007. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Junio 13].

Chandiramani, N., Pothala, T.: **Dynamics of 2-dof regenerative chatter during turning**, Journal of Sound and Vibration, India, Julio, 2005. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Junio 13].

Chen, C., Tsao, Y.: **A stability analysis of turning a tailstock supported flexible work-piece**, International Journal of Machine Tools and Manufacture, Taiwan, 2006. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Junio 10].

Cherng, J.: **Residual Stress Modeling in Machining Processes**, A Dissertation Presented to The Academic Faculty In Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in the George W. Woodruff School of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, Diciembre, 2006. [Documento en línea]. Disponible: [http://etd.gatech.edu/theses/available/etd-11022006-150603/unrestricted/su\\_jiann-cherng\\_200612\\_phd.pdf](http://etd.gatech.edu/theses/available/etd-11022006-150603/unrestricted/su_jiann-cherng_200612_phd.pdf) [Consulta: 2008, Julio 31].

Chi-Ho Yeung, Altintas, Y. y Erkorkmaz, E.: **Virtual CNC system. Part I. System architecture**, University of British Columbia, Department of Mechanical Engineering, Manufacturing Automation Laboratory, V6T 1Z4, Vancouver, Canada, Mayo, 2006. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Julio 31].

Chi-Ho Yeung, Altintas, Y. y Erkorkmaz, E.: **Virtual CNC system. Part II. High speed contouring application**, University of British Columbia, Department of Mechanical Engineering, Manufacturing Automation Laboratory, V6T 1Z4, Vancouver, Canada, Mayo, 2006. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Julio 31].

Duncan, G., Tummond, M. y Schmitz, T.: **An investigation of the dynamic absorber effect in high-speed machining**, International Journal of Machine Tools &

Manufacture, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Florida, Gainesville, USA, Septiembre, 2004. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Octubre 10].

Feng, P., Yu, D., Wu, Z., Uhlmann, E.: **Jaw-chuck stiffness and its influence on dynamic clamping force during high-speed turning**, International Journal of Machine Tools & Manufacture, Beijing, Marzo, 2007. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Junio 13].

Ganguli, A.: **Chatter reduction through active vibration damping**, Thesis submitted in candidature for the degree Doctor in Applied Sciences, Université Libre de Bruxelles, Bélgica, Diciembre, 2005. [Documento en línea]. Disponible: <http://www.ulb.ac.be/scmero/documents/publi/these/Ganguli05.pdf> [Consulta: 2008, Octubre 10].

Ganguli, A., Deraemaeker, A., Preumont, A.: **Regenerative chatter reduction by active damping control**, Journal of Machine Tools & Manufacture, Bruselas, Noviembre, 2006. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Junio 25].

Gradisek, J., Govekar, E. y Grabec I.: **Chatter Onset in Non-Regenerative Cutting: a Numerical Study**, Journal of Sound and Vibration, Slovenia, Junio, 2000. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Junio 13].

Inspurger, T.: **Stability Analysis of Periodic Delay-Differential Equations Modeling Machine Tool Chatter**, University of Technology and Economics, Budapest, 2002. [Documento en línea]. Disponible: <http://www.mm.bme.hu/~inspi/> [Consulta: 2008, Octubre 10]

Jong-Suh Park: **The Prediction of Chatter Stability in Hard Turning**, In Partial Fulfillment Of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering, George W. Woodruff School of Mechanical Engineering Georgia Institute of Technology, Abril, 2004. [Documento en línea]. Disponible: <http://smartech.gatech.edu/handle/1853/5235> [Consulta: 2008, Septiembre 10].

Kayhan, M.: **Tool Wear under Dynamic Cutting Conditions**, Submitted to the Graduate School of Engineering and Natural Sciences in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master Of Science, Istanbul, Sabanci University, August, 2004. [Documento en línea]. Disponible: <http://digital.sabanciuniv.edu/tezler/tezler/mdbf/master/kayhanm/toc.pdf> [Consulta: 2008, Marzo 13]

Kovacic, I.: **The Chatter Vibrations in Metal Cutting – Theoretical Approach**, pages 581-593, **The Scientific Journal Facta University**. Series: **Mechanical Engineering**, 1998, Vol. 1 N° 5, Editor of Series: Nenad Radojkovic, Novi Sad, Yugoslavia, July 30 1998. [Documento en línea]. Disponible: <http://facta.junis.ni.ac.yu/me/me98/me98-09.pdf> [Consulta: 2008, Marzo 01].

Lazoglu, I., Atabey, F. y Altintas, Y.: **Dynamics of boring processes: Part III-time domain modeling**, University of British Columbia, Department of Mechanical Engineering, Manufacturing Automation Laboratory, V6T 1Z4, Vancouver, Canada, Octubre, 2002. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Julio 31].

Mahdavinejad, R.: **Finite element analysis of machine and workpiece instability in turning**, International Journal of Machine Tools & Manufacture, Irán, Julio, 2004. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Junio 13].

Mann, B., Bartow, M., Young, K., Bayly, P. y Schmitz, T.: **Machining Accuracy Due to Tool or Workpiece Vibrations**, ASME Mechanical Engineering Congress Exposition, Washington, D.C. USA, November 15–21, 2003. [Documento en línea]. Disponible: [http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html\\_site.html](http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html_site.html) [Consulta: 2008, Octubre 10].

MATLAB © *Reference Guide*. **The Math Works, Inc.**, 2003.

Medicus, K. y Schmitz, T.: **Evaluating the Tool point Dynamic Repeatability for High-Speed Machining Applications**, 16th Annual ASPE Meeting, Arlington, VA, November 11-15, 2001, pp. 357-360. [Documento en línea]. Disponible: [http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html\\_site.html](http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html_site.html) [Consulta: 2008, Octubre 10].

Olgac, N. y Hosek M.: **A New Perspective and Analysis for Regenerative Machine Tool Chatter**, Department of Mechanical Engineering University of Connecticut Storrs, Connecticut, August, 2005. [Documento en línea]. Disponible: [www.engr.uconn.edu/alarm/pubs/chatter7.pdf](http://www.engr.uconn.edu/alarm/pubs/chatter7.pdf) [Consulta: 2008, Agosto 20].

Ozlu, E. y Budak, E.: **Analytical Stability Models for Turning and Boring Operations**, Sabanci University, Faculty of Engineering and Natural Sciences, Turkey, Mayo, 2006. [Documento en línea]. Disponible: <https://research.sabanciuniv.edu/5446/1/MAE000733.pdf> [Consulta: 2008, Octubre 10].

Palomar A., Juan M.: **Método para el Cálculo de los Autovalores de una Matriz**, Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Alcalá de Henares, Madrid, Junio, 2004 [Documento en línea]. Disponible: <http://www.uv.es/asepum/XII/comunica/palomar.pdf> [2008, Junio 15].

Pratt, J.: **Vibration Control for Chatter Suppression with Application for Boring Bars**, Dissertation submitted to The Faculty of Virginia Polytechnic Institute and State University in partial fulfillment of requirements for the degree of Doctor of Philosophy in Engineering Mechanics, Virginia, November, 1997. [Documento en línea]. Disponible:

<http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-102297-21500/unrestricted/PRATT.PDF>  
[Consulta: 2008, Marzo 13].

Pujana, J., Arrazola, P., M'Saoubi, R., Chandrasekaran, H.: **Analysis of the inverse identification of constitutive equations applied in orthogonal cutting process** *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, España, Mayo, 2007. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Junio 25].

Reddy, R., Burak O., Kapoor, S., DeVor, R. y Liu, X.: **A Stability Solution for the Axial Contour-Turning Process**, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, Illinois, Junio, 2002. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Julio 31].

Rivero M., Francisco: **Una Introducción a los Números Complejos**, Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela, Marzo, 2001. [Documento en línea]. Disponible: <http://webdelprofesor.ula.ve/ciencias/lico/Libros/complejos.pdf> [Consulta: 2008, Junio 10]

Roca, V., R. y León, J., **Vibraciones Mecánicas**, México, Editorial Limusa, Segunda Edición, 1989

Schmitz, T.: **Automatic trimming of machining stability lobes**, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, USA, Febrero, 2002. [Documento en

línea]. Disponible: [http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html\\_site.html](http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html_site.html)  
[Consulta: 2008, Octubre 10].

Schmitz, T.: **Fundamentals of High-Speed Machining**, Machine Tool Research Center University of Florida Gainesville, Florida, Octubre, 2002. [Documento en línea]. Disponible: [http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html\\_site.html](http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html_site.html)  
[Consulta: 2008, Octubre 10].

Schmitz, T., y Burns, T.: **Receptance Coupling for High-Speed Machining Dynamics Prediction**, *Conference & Exposition on Structural Dynamics*, Kissimmee, Florida, February 3-6, 2003. [Documento en línea]. Disponible: [http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html\\_site.html](http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html_site.html) [Consulta: 2008, Octubre 10].

Schmitz, T., Davies, M. y Kennedy M.: **Tool Point Frequency Response Prediction for High-Speed Machining by RCSA**, Manufacturing Metrology Division, National Institute of Standards and Technology, USA, 2001. [Documento en línea]. Disponible: [http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html\\_site.html](http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html_site.html)  
[Consulta: 2008, Octubre 10].

Schmitz, T., Davies, M. y Dutterer, B.: **Applications in High-Speed Machining at the National Institute of Standards and Technology (NIST)**, University of Florida Machine Tool Research Center), Florida, Septiembre, 2002. [Documento en línea]. Disponible: [http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html\\_site.html](http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html_site.html)  
[Consulta: 2008, Octubre 10].

Schmitz, T.: **Predicting high-speed machining dynamics by substructure analysis**, National Institute of Standards and Technology Automated Production Technology Division, USA, Abril, 2002. [Documento en línea]. Disponible: [http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html\\_site.html](http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html_site.html) [Consulta: 2008, Octubre 10].

Schmitz, T. y Ziegert, J.: **Examination of Surface Location Error Due to Phasing of Cutter Vibrations**, Machine Tool Research Center University of Florida Gainesville, Florida, Noviembre, 2002. [Documento en línea]. Disponible: [http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html\\_site.html](http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html_site.html) [Consulta: 2008, Octubre 10].

Scott, G., Schmitz, T., Kurdi, M. y Snyder, J.: **Stability Lobe Uncertainty**, University of Florida and Techsolve, Inc., USA, Octubre, 2005. [Documento en línea]. Disponible: [http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html\\_site.html](http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/html_site.html) [Consulta: 2008, Octubre 10].

Serope, K. y Smith, S.: **Manufactura, Ingeniería y Tecnología**, México, Pearson Educación, Cuarta Edición, 2002.

Stepán, G., Insperger, T. y Szalai R., Delay, **Parametric Excitation, and the Nonlinear Dynamics of Cutting Processes**, International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 15, No. 9, World Scientific Publishing Company, Budapest, February 22, 2005. [Documento en línea]. Disponible: [http://www.mm.bme.hu/~inspi/j2005\\_IJBC.pdf](http://www.mm.bme.hu/~inspi/j2005_IJBC.pdf) [Consulta: 2008, Junio 15].

Sumali, H.: **A New Adaptive Array of Vibration Sensors**, Dissertation submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering, Virginia, 1997. [Documento en línea]. Disponible: <http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-62597-173629/unrestricted/etd.PDF> [Consulta: 2008, Julio 12].

Surmann, T., Enk, D.: **Simulation of milling tool vibration trajectories along changing engagement conditions**, International Journal of Machine Tools & Manufacture, Alemania, Noviembre 2003. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Julio 25].



**Tecnología de Fabricación y Tecnología de Máquinas**, Universidad Miguel Hernández, España, Noviembre, 2006. [Documento en línea]. Disponible: <http://isa.umh.es/isa/es/assignaturas/tftm/plasticos.pdf> [Consulta: 2008, Junio 10].

Tobias, S.A y Fishwick, W.: **Vibraciones en Máquinas Herramientas**, Nueva York, McGraw-Hill, Segunda Edición, 1968.

Universidad Pedagógica Experimental Libertador: **Manual de Trabajos de Grado de Especialización y Maestría y Tesis Doctorales**, FEDEUPEL, 4ª Edición, 2006.

Vela-Martínez L. y Juárez-Correa J.: **Dynamic Characterization of Machine-Tools for Prediction of Self-Excited Vibrations**, Departamento de Postgrado e Investigación, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Querétaro, México, 2008.

Vela-Martínez L., Juárez-Correa J. C., Rubio-Cerda, E., Herrera-Ruiz, G., Lozano-Guzmán, A.: **Modeling of Machining Processes for Predictive Analysis of Self-excited Vibrations**, In: Memorias de XIII Congreso Internacional Anual SOMIM 2007, México, Septiembre, 2007.

Vela-Martínez L., Juárez-Correa J. C., Rubio-Cerda, E., Herrera-Ruiz, G., Lozano-Guzmán, A.: **“Analysis of Compliance Between the Cutting Tool and the Workpiece on the Stability of a Turning Process”**, International Journal of Machine Tools and Manufacture, México, Octubre, 2007. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Junio 10].

Wahi, P. y Chatterjee A.: **Self-interrupted regenerative metal cutting in turning**, International Journal of Non-Linear Mechanics, India, Octubre, 2007. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Julio 31].

WELBOURN, D.B y Smith, J.D.: **Fundamentos de la dinámica de las Máquinas – Herramienta**, Barcelona, (España), Marcomobo, S.A., Ediciones Técnicas de Boixareu Editores, Primera Edición, 1969.

Woronko, A., Huang, J. y Altintas, Y.: **Piezoelectric tool actuator for precision machining on conventional CNC turning centers**, University of British Columbia, Department of Mechanical Engineering, Manufacturing Automation Laboratory, V6T 1Z4, Vancouver, Canada, Octubre, 2003. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Julio 31].

Yaldiz, S., Unsacar, F., Saglam, H.: **Comparison of experimental results obtained by designed dynamometer to fuzzy model for predicting cutting forces in turning**, Materials and Design, Turkey, November, 2007. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Junio 13].

Zhanchen Wang: **Chatter Analysis of Machine Tool Systems in Turning Processes**, thesis submitted in conformity with the requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in Graduate Department of Mechanical and industrial Engineering University of Toronto, Toronto, 2001. [Documento en línea]. Disponible: [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com) [Consulta: 2008, Mayo 08].