

**TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

**DETERMINACIÓN DE LA DUREZA DE UN RECUBRIMIENTO A PARTIR  
DE SIMULACIÓN NUMÉRICA EMPLEANDO EL MÉTODO DE  
ELEMENTOS FINITOS.**

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela

Por los Brs.

Escalona M. Víctor J,

Montilla C. César J

Para optar al Título de

Ingeniero Mecánico.

Caracas, 2013

**TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

**DETERMINACIÓN DE LA DUREZA DE UN RECUBRIMIENTO A PARTIR  
DE SIMULACIÓN NUMÉRICA EMPLEANDO EL MÉTODO DE  
ELEMENTOS FINITOS.**

TUTOR ACADÉMICO: Prof. Ramón Sánchez

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela  
Por los Brs.  
Escalona M Víctor J,  
Montilla C César J  
Para optar al Título de  
Ingeniero Mecánico.

Caracas, 2013

Caracas, 7 de noviembre de 2013

Los abajo firmantes, miembros del Jurado designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Mecánica, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por los Bachilleres Víctor J. Escalona M. y César J. Montilla C., titulado:

**“Determinación de la dureza de un recubrimiento a partir de simulación numérica empleando el método de elementos finitos”.**

Consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el plan de estudios conducente al Título de Ingeniero Mecánico, y sin que ello signifique que se hacen solidarios con las ideas expuestas por los autores, lo declaran APROBADO.

Prof. Alberto Pertúz  
Jurado

Prof. José Gregorio La Barbera  
Jurado

Prof. Ramón Sánchez  
Tutor

## **DEDICATORIA.**

A Dios, por concedernos salud para disfrutar de estos momentos y conciencia para discernir lo bueno que hemos recibido.

Dedicamos este trabajo a todas las personas que creyeron en nosotros, especialmente a nuestros padres por ser el mejor ejemplo de vida. Le agradecemos el cariño y la comprensión, a ustedes quienes han sabido formarnos con buenos sentimientos, hábitos y valores, lo cual nos ha ayudado a salir adelante buscando siempre el mejor camino.

## **AGRADECIMIENTOS.**

A Dios por darnos la fuerza de poder culminar esta etapa tan importante de nuestras vidas.

A nuestros familiares por siempre apoyarnos en los momentos más duros de la carrera.

A la Universidad Central de Venezuela y a todas las personas que la constituyen por otorgarnos el conocimiento que permitió la formación como ingenieros.

A nuestro tutor el Prof. Ramón Sánchez cuyo apoyo académico fue fundamental para desarrollar esta investigación, por su tiempo, por su esfuerzo y dedicación, quien con sus conocimientos, su experiencia, su paciencia y su motivación ha logrado que podamos terminar nuestros estudios con éxito.

A los profesores José Gregorio La Barbera y Alberto Pertúz que compartieron sus conocimientos, haciendo posible nuestra formación como ingenieros con su dedicación y visión de la vida.

Gracias a la empresa TECNOLOGIA APLICADA C.A en especial al ing. Amnon Vadasz y al licenciado Nelson Gomes por colaborar en la aplicación del recubrimiento sobre la probeta, para que esta investigación se realizara.

A la FUNDACIÓN INSTITUTO DE INGENIERÍA, en especial a Ing. Andreina Figueroa por su apoyo y colaboración para la realización de los ensayos de dureza.

A nuestras novias Verónica Hergueta y María Carabaño por el cariño y apoyo moral que siempre hemos recibido de ustedes y con el cual hemos logrado culminar nuestra carrera.

**Escalona M, Víctor J, Montilla C. César J.**

**DETERMINACIÓN DE LA DUREZA DE UN RECUBRIMIENTO  
A PARTIR DE SIMULACIÓN NUMÉRICA EMPLEANDO EL  
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.**

**Tutor académico: Prof. Ramón Sánchez. Tesis. Caracas, U.C.V. Facultad de  
Ingeniería. Escuela de Ingeniería Mecánica. 2013.**

**Palabras Clave:** Método de Elementos finitos, Abaqus, Dureza, Ensayo de indentación Vickers,  
niquelado químico.

**Resumen.** En el presente trabajo de investigación se evaluó un modelo matemático de un ensayo de dureza Vickers utilizando el método de los elementos finitos (MEF). Para esto se realizaron ensayos experimentales de dureza Vickers a una probeta de Acero AISI 1015, recubierta con níquel-fósforo (Ni-P) por el método de niquelado químico (electroless nickel plating). Se aplicó el modelo por elementos finitos para simular las propiedades mecánicas del sistema sustrato-recubrimiento utilizando el software comercial Abaqus. Con el fin de obtener la dureza del recubrimiento, se aplicó para ambos estudios el modelo de Lesage-Pertúz (2005). La diferencia obtenida entre los resultados de los ensayos experimentales y los resultados del modelo que utiliza el MEF es menor al 15 %.

## ÍNDICE GENERAL

|  |           |
|--|-----------|
| <b>ÍNDICE DE TABLAS.....</b>   | <b>1</b>  |
| <b>ÍNDICE DE FIGURAS.....</b>  | <b>2</b>  |
| <b>INTRODUCCIÓN. ....</b>  | <b>4</b>  |
| <b>CAPÍTULO I.....</b>   | <b>6</b>  |
| <b>MOTIVACIÓN. ....</b>  | <b>6</b>  |
| <b>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....</b>                               | <b>8</b>  |
| <b>ANTECEDENTES.....</b>   | <b>10</b> |
| <b>OBJETIVOS.....</b>  | <b>13</b> |
| OBJETIVO GENERAL. ....   | 13        |
| OBJETIVOS ESPECÍFICOS. ....  | 13        |
| <b>ALCANCES.....</b>   | <b>14</b> |
| <b>CAPÍTULO II. ....</b>   | <b>15</b> |
| <b>MARCO TEÓRICO. ....</b>   | <b>15</b> |
| 2.1. ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL NIQUELADO QUÍMICO. ....              | 15        |
| 2.2. PROPIEDADES DEL NIQUELADO QUÍMICO.....                          | 18        |
| 2.3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE INDENTACIÓN.....                        | 21        |
| 2.3.1. Dureza. ....  | 21        |
| 2.3.2. Dureza Brinell. ....  | 22        |
| 2.3.3. Dureza Vickers. ....  | 22        |
| 2.3.4. Dureza Knoop.....   | 24        |
| 2.3.5. Dureza Rockwell.....  | 24        |
| 2.3.6. Descripción general del proceso de indentación. ....          | 27        |
| 2.4. FUNDAMENTOS DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....                | 28        |
| 2.4.1. Antecedentes históricos del Método de Elementos Finitos. .... | 28        |
| 2.4.2. Definición del Método. ....                                   | 31        |
| 2.4.3. Proceso de solución del Método de Elementos Finitos.....      | 32        |
| 2.4.3.1. Deformaciones.....  | 34        |
| 2.4.3.2. Tensión. ....   | 36        |
| 2.4.3.3. Fuerzas nodales equivalentes.....                           | 36        |
| 2.4.3.4. Funciones de forma. ....                                    | 38        |
| 2.4.3.4.1. Propiedades de las funciones de forma.....                | 39        |
| 2.4.3.4.2. Tipos de funciones de forma.....                          | 39        |

|  |           |
|--|-----------|
| 2.4.3.5. Establecimiento de los sistemas de referencia. ....                                   | 41        |
| 2.4.3.6. División en elementos finitos. ....   | 42        |
| 2.4.3.6.1. Elementos unidimensionales. ....  | 42        |
| 2.4.3.6.2. Elemento bidimensional. ....  | 43        |
| 2.4.3.6.3. Elementos tridimensionales. ....  | 45        |
| 2.4.3.6.4. Elementos axisimétricos. ....   | 45        |
| 2.4.3.6.5. Elemento CAX4. ....   | 46        |
| 2.4.3.7. Generación de malla. ....   | 47        |
| 2.4.3.8. Convergencia del Método. ....   | 48        |
| <b>CAPITULO III. ....</b>  | <b>50</b> |
| <b>METODOLOGÍA. ....</b>   | <b>50</b> |
| 3.1. METODOLOGIA EXPERIMENTAL. ....  | 50        |
| 3.1.1. Material base. ....   | 50        |
| 3.1.2. Preparación de probetas. ....   | 51        |
| 3.1.3. Aplicación del recubrimiento. ....  | 51        |
| 3.1.4. Ensayo de dureza. ....  | 52        |
| 3.1.5. Ensayo de microscopía óptica. ....  | 52        |
| 3.2. METODOLOGÍA NÚMERICA. ....  | 53        |
| 3.2.1. Crear partes. ....  | 55        |
| 3.2.2. Crear malla. ....   | 57        |
| 3.2.3. Importar malla. ....  | 58        |
| 3.2.4. Generar malla. ....   | 59        |
| 3.2.5. Crear Orphan Mesh. ....   | 61        |
| 3.2.6. Ensamblado las partes. ....   | 62        |
| 3.2.7. Configuración del análisis. ....  | 62        |
| 3.2.8. Definición del material del sustrato. ....  | 64        |
| 3.2.9. Definición del recubrimiento. ....  | 67        |
| 3.2.10. Visualización de los resultados. ....  | 70        |
| 3.2.11. Estimación de dureza absoluta del recubrimiento. ....                                  | 71        |
| <b>CAPITULO IV. ....</b>   | <b>73</b> |
| <b>RESULTADOS Y ANÁLISIS. ....</b>   | <b>73</b> |
| 4.1. CÁLCULO DE DUREZA EXPERIMENTAL. ....  | 73        |
| 4.2. CÁLCULO DE DUREZA APLICANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS. ....                          | 78        |
| 4.2.1. Comprobación del modelo numérico. ....  | 78        |
| 4.2.2. Análisis de Convergencia. ....  | 79        |
| 4.2.3. Cálculo de dureza del sustrato AISI 1015 aplicando el método de elementos finitos. .... | 80        |

|  |           |
|--|-----------|
| 4.2.4. Cálculo de dureza compuesta aplicando el método de elementos finitos. . | 81        |
| 4.2.5. Espesor del recubrimiento.....  | 82        |
| 4.2.6. Cálculo de dureza del recubrimiento. ....                               | 84        |
| 5. ANÁLISIS DE LOS CAMPOS DE ESFUERZOS Y DEFORMACIÓN. ....                     | 85        |
| 5.1. Análisis de Esfuerzo. ....  | 85        |
| 5.2. Análisis de Deformación. ....   | 86        |
| <b>CAPÍTULO V.....</b>   | <b>87</b> |
| <b>CONCLUSIONES.....</b>   | <b>87</b> |
| <b>RECOMENDACIONES.....</b>  | <b>88</b> |
| <b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>   | <b>89</b> |
| <b>REFERENCIAS ELECTRÓNICAS .....</b>  | <b>92</b> |

## ÍNDICE DE TABLAS.

|   |    |
|---|----|
| Tabla 1. Propiedades del niquelado químico .....  | 21 |
| Tabla 2. Escala de dureza Rockwell .....  | 26 |
| Tabla 3. Escala de dureza Rockwell superficial.....   | 27 |
| Tabla 4. Composición química del acero AISI 1015. ....  | 50 |
| Tabla 5. Propiedades del acero AISI 1015.....   | 66 |
| Tabla 6. Propiedades del acero AISI 1015.....   | 66 |
| Tabla 7. Propiedades del acero AISI 1015.....   | 67 |
| Tabla 8. Propiedades del niquelado químico .....  | 68 |
| Tabla 9. Propiedades del niquelado químico .....  | 68 |
| Tabla 10. Propiedades del niquelado químico .....   | 68 |
| Tabla 11. Propiedades del niquelado químico .....   | 69 |
| Tabla 12. Dureza experimental Vickers para el acero AISI 1015.....  | 74 |
| Tabla 13. Dureza experimental Vickers para el material recubierto con Ni-P. ....  | 76 |
| Tabla 14. Valores de diagonales (d) promedios, profundidad de indentación relativa (rid) y dureza (hv) promedios para el material recubierto con Ni-P. .... | 78 |
| Tabla 15. Tabla comparativa de los valores de dureza con otro autor.....  | 78 |
| Tabla 16. Tabla comparativa de la dureza numérica y experimental de un acero AISI 1015 para la malla de 26.905 nodos.....                                   | 81 |
| Tabla 17. Tabla comparativa de dureza compuesta numérica y dureza compuesta experimental para la malla de 26.905 nodos.....                                 | 82 |
| Tabla 18. Valores medidos del espesor.....  | 83 |
| Tabla 19. Dureza del recubrimiento.....   | 84 |

## ÍNDICE DE FIGURAS.

|  |    |
|--|----|
| Figura 1. Diferencia de acabados superficiales del proceso de niquelado químico (electroless nickel) y el proceso de niquelado electrolítico (electrolytic nickel) ..... | 19 |
| Figura 2. Geometría del indentador Vickers .....   | 23 |
| Figura 3. Representación esquemática de la sección de un proceso de indentación...   | 28 |
| Figura 4. Discretización del continuo en elementos finitos. ....   | 31 |
| Figura 5. Región sometida a tensión plana dividida en elementos triangulares finitos .....   | 33 |
| Figura 6. Relaciones que definen el operador S.....  | 35 |
| Figura 7. Tipos de nodos de un elemento. ....  | 39 |
| Figura 8. Cambio de geometría mediante el empleo de funciones de interpolación. .  | 40 |
| Figura 9. Sistemas de referencia usados en el método de los elementos finitos. (a) Sistema local de referencia; (b) Sistema global de referencia. ....                   | 41 |
| Figura 10. Viga de sección constante. (a) Viga sometida a una carga de tracción p. (b) Viga con nodos 1 y 2 en sus extremos. ....  | 43 |
| Figura 11. Elemento triangular. ....   | 44 |
| Figura 12. (a) Elemento rectangular. (b) Elemento cuadrilateral. (c) Elemento triangular curvado. ....   | 44 |
| Figura 13. (a) Elementos tetraédricos. (b) Elementos hexaédricos. (c) Elementos prismáticos. ....  | 45 |
| Figura 14. Elemento axisimétrico .....   | 46 |
| Figura 15. Dimensiones de la probeta dadas en mm.....  | 51 |
| Figura 16. Sistema analizador de imágenes. ....  | 53 |
| Figura 17. Esquema de solución. ....   | 54 |
| Figura 18. Geometría del indentador en proyección axisimétrica. ....   | 56 |
| Figura 19. Proyección axisimétrica del sustrato. ....  | 57 |
| Figura 20. Estructuración de la malla. ....  | 58 |
| Figura 21. Malla asignada al sustrato en el módulo part.....   | 59 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 22. Generación de malla. ....  | 60 |
| Figura 23. Elemento de forma trapezoidal. ....  | 60 |
| Figura 24. Orphan mesh. ....  | 61 |
| Figura 25. Ensamble del indentador y sustrato. ....   | 62 |
| Figura 26. Condiciones de borde. ....   | 64 |
| Figura 27. Sets de elementos del recubrimiento y del sustrato. ....   | 69 |
| Figura 28. Modelo indentador-sustrato sin deformar. ....  | 70 |
| Figura 29. Deformación del modelo. ....   | 71 |
| Figura 30. Gráfica de valores de dureza ( $h_v$ ) vs diagonal promedio ( $d$ ) para el sustrato AISI 1015. .... | 75 |
| Figura 31. Gráfica de valores de dureza ( $h_v$ ) vs diagonal promedio ( $d$ ) para el material con Ni-P. ....  | 77 |
| Figura 32. Análisis de convergencia. ....   | 80 |
| Figura 33. Espesor del recubrimiento de Ni-P a 500x. ....   | 83 |
| Figura 34. Campos de esfuerzo a diferentes cargas. ....   | 85 |
| Figura 35. Campos de deformación a diferentes cargas. ....  | 86 |

## INTRODUCCIÓN.

La industria utiliza un conjunto de procesos y actividades que permite transformar materia prima en productos elaborados, estos procesos y actividades están conformados por maquinarias que deben soportar las diferentes configuraciones de carga a la que estarán sometidas y las condiciones adversas de su entorno. Los fenómenos de desgaste y corrosión causan pérdidas, las cuales pueden llegar a afectar los costos de producción y el precio del producto final, lo que genera una disminución en niveles de productividad y competitividad de las empresas.

Esto ha generado búsquedas de nuevas técnicas que permiten mejorar la vida útil de los elementos de máquinas y así poder cumplir con su función, dentro de las soluciones a la protección de la superficie en piezas. La aplicación del recubrimiento Níquel-Fósforo (Ni-P) es una de las alternativas más usadas gracias a propiedades tales como uniformidad, resistencia al desgaste y a la corrosión. El recubrimiento Ni-P se aplica por el método Niquelado Químico (electroless nickel plating) es un proceso auto-catalítico que ocurre inicial y exclusivamente sobre el sustrato y posteriormente continua depositándose sobre la película inicial.

Para poder caracterizar las propiedades mecánicas del sustrato y recubrimiento se midió la dureza por medio de un ensayo de indentación Vickers, el cual consiste en presionar un indentador sobre la superficie dejando una impresión sobre el material, y con el valor del área impresa y de la carga aplicada, se puede obtener el valor de dicha dureza.

El método de los elementos finitos de análisis ingenieril es relativamente nuevo, ya que sus inicios fueron en el año 1941, donde Hrenikoff presentó una solución de problemas de elasticidad usando el método denominado “Frame Work”,

en 1943 aparece Courant con trabajos realizados en interpolaciones lineales basados en subregiones triangulares para modelar problemas de torsión, después a mediados de los años 60 aparece Tuner desarrollando matrices de rigidez para la solución de problemas de elasticidad en barras; pero no fue hasta 1960 cuando Clough utilizó por primera vez el término de elementos finitos.

Fueron muchos los desarrollos, trabajos, investigaciones, experimentos, análisis e inversiones de tiempo y dinero para poder tener en el método de los elementos finitos, una poderosa herramienta de trabajo en la solución de problemas en el área de la ingeniería. Las aplicaciones de este método tienen un gran campo de trabajo, por ejemplo; en el análisis de esfuerzo y deformación de automóviles, aeronaves, edificios y estructuras.

En el presente trabajo se va a modelar un ensayo de indentación Vickers mediante una simulación numérica empleando el método de los elementos finitos (MEF), para ello se utilizará el programa ABAQUS. La utilización de este método para obtener la dureza en materiales se está consolidando, por los buenos resultados obtenidos al comparar con datos experimentales. Definiéndolo como un nuevo método de análisis para determinar las propiedades mecánicas de los materiales disminuyendo la necesidad de realizar ensayos experimentales.

## **CAPÍTULO I**

### **MOTIVACIÓN.**

En la industria venezolana existen principalmente dos factores que limitan el correcto desempeño de los elementos de máquinas. El primero, estos elementos están sometidos a grandes cargas lo cual esto genera principalmente desgaste. Y el segundo cuando estos elementos de maquina se encuentran medios corrosivos u otras condiciones adversas que están presentes en los diversos sectores en la industria, ocasionando un mal funcionamiento y un mantenimiento más frecuente, trayendo como consecuencia pérdidas económicas y disminución de la calidad de los productos.

La aplicación de recubrimientos puede ser una solución real y efectiva ante los problemas de desgaste y corrosión que se presentan en sectores productivos, logrando mejoras considerables que se traducen en una mayor durabilidad del material y una disminución de tiempos de paradas en procesos productivos, originando menos pérdidas económicas en las empresas.

La importancia de realizar estudios sobre las mejoras de las propiedades mecánicas en piezas con recubrimiento, se debe a que aporta un desarrollo tecnológico importante, ampliando la disponibilidad de materiales y recursos con los que cuentan los ingenieros a la hora de diseñar. Con el avance tecnológico que ha alcanzado en estos últimos años la informática se ha puesto a la disposición una gran cantidad de programas que permiten realizar cálculos por el método de elementos finitos. Al utilizar estos programas se pueden desarrollar modelos matemáticos que permitan simular las propiedades mecánicas de un sistema sustrato-recubrimiento, siendo esto un gran beneficio ya que se puede observar la influencia de parámetros tales como: temperatura, presión, esfuerzo, viscosidad, torsión, desplazamientos,

entre otros. Es por esto, que este método se ha convertido en una herramienta de gran utilidad para la solución de problemas ingenieriles y físicos que hasta hace poco eran prácticamente imposibles de resolver por métodos matemáticos tradicionales.

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.**

El objetivo principal de la industria es generalmente incrementar la productividad y calidad de sus productos. Esto ha provocado una importante problemática en los procesos productivos, específicamente en sus elementos de máquinas, ya que se originan ciertos fenómenos como el desgaste y la corrosión, implicando una disminución del tiempo de vida útil de la pieza, un alto costo de mantenimiento y por lo tanto pérdidas económicas que pueden llegar a representar un porcentaje considerado en el precio del producto final. Por lo cual, se ha generado un gran interés en la aplicación de nuevos materiales, recubrimientos y tratamientos superficiales. Debido a que los materiales de alta dureza juegan un papel fundamental en los procesos productivos de diversos sectores en la industria.

Cuando se desea incrementar el tiempo de vida útil de un elemento de máquina, se pueden utilizar recubrimientos, estos son ideales para mejorar las propiedades mecánicas del elemento de máquina. Se utiliza un sustrato, para la aplicación de dichos recubrimientos, que puede estar compuesto de un material económico y de menor resistencia, obteniéndose un mejor comportamiento del material, el cual se puede comparar con un sustrato con mejores propiedades mecánicas. Una forma de estudiar el comportamiento de los recubrimientos proviene del campo computacional, utilizando el método de elementos finitos. Con esta herramienta se pueden ensayar diferentes materiales en un sistema sustrato-recubrimiento, además se pueden obtener resultados de una forma rápida y precisa, ya que es económico y no necesita una infraestructura como un laboratorio para determinar la dureza.

La importancia de estudiar la dureza en materiales sólidos, es que permite determinar la capacidad que tienen de resistir una deformación o abrasión en su superficie, esto ayuda a establecer su comportamiento bajo la acción de las influencias externas. En general, el factor económico juega un rol de importancia en el campo de la fabricación, ya que se puede obtener un mayor desempeño de los elementos de máquinas si se conoce el comportamiento de los materiales que los conforman.

## ANTECEDENTES.

Desde la invención de los recubrimientos como ayuda para mejorar las propiedades mecánicas de los materiales, se han realizado muchos estudios novedosos con el método de elementos finitos. En el año 2002, He y Veprek estudiaron el comportamiento de las propiedades mecánicas de sustratos blandos con recubrimientos superduros utilizando el método de elementos finitos, el paquete comercial que se utilizó fue ANSYS 57-ANSYRF. La geometría del indentador que se usó en la simulación posee un semi-ángulo de cono con un valor de  $70,3^\circ$ . Este valor fue empleado ya que produce una huella donde la relación entre el área de contacto y la profundidad de penetración fue idéntica a la existente en una indentación Vickers, su material es diamante con un valor para el módulo de Young de  $E=1.140$  GPa, para el módulo de Poisson de  $\nu= 0,04$  y se asumió un comportamiento elástico. El sustrato que se modeló es un cilindro, con un diámetro de  $200 \mu\text{m}$ , su material es acero con un valor de módulo de Young  $E=205$  GPa, un valor de módulo de Poisson de  $\nu= 0,03$ , además, posee una dureza aproximadamente de  $1,5$  GPa y se modeló con un comportamiento elasto-plástico. Los recubrimientos que se modelaron con un comportamiento elasto-plástico, tienen espesores entre  $2$  y  $10 \mu\text{m}$  con un módulo de Young  $E=550$  GPa, un módulo de Poisson de  $\nu=0,3$  y una dureza entre  $15$  GPa y  $100$  GPa. Se utilizaron 2 mallas, una para el indentador de  $8.000$  nodos y otra para el sustrato de  $20.000$  nodos. El tamaño del elemento más pequeño fue de  $14$  nm. Con este estudio se verificó que en la indentación de materiales superduros, se debe considerar las deformaciones que ocurre en la punta del indentador, por lo tanto el indentador no se puede asumir rígido. Se demostró que los experimentos de indentación para el cálculo de dureza en los recubrimientos superduros deben hacerse en un rango del 5% de espesor a partir de la superficie, esto para evitar una gran influencia del sustrato en los cálculos de dureza. En ese mismo

año, Mata, Anglada y Alcalá realizaron un estudio del contacto entre un indentador puntiagudo y materiales que desarrollan endurecimiento por deformación utilizando el método de elementos finitos. Para este trabajo se utilizó el programa ABAQUS. El contacto entre un indentador cónico y el sólido se ha configurado mediante un mallado de elementos axisimétricos. La malla usada en las simulaciones consta de 11.905 elementos. Por simplicidad, se asumió que no existía fricción durante el contacto y que el indentador además, era rígido. La geometría del indentador está definida mediante el semi-ángulo del cono el cual era de  $70,3^\circ$ . Esta condición permite asimilar los resultados de dureza obtenidos de las simulaciones con los de los experimentos Vickers. Las características mecánicas de los más de 50 sólidos estudiados corresponden a las distintas combinaciones de  $E = 70, 110$  y  $200$  GPa;  $\sigma_{ys} = 50, 100, 400$  y  $1000$  MPa; y  $n = 0; 0,1; 0,2$  y  $0,4$ . Se consideró un valor constante del coeficiente de Poisson,  $\nu = 0,3$ . Se establecieron las características asociadas a los distintos tipos de deformación que rigen el contacto entre un indentador puntiagudo y un material que desarrolla endurecimiento por deformación. El contacto era completamente plástico cuando las deformaciones se extienden hasta puntos alejados del área de contacto, mientras que en el contorno del indentador indica una respuesta elasto-plástica. Se demostró la validez de la ecuación propuesta por Tabor donde la dureza es directamente proporcional a la tensión uniaxial. Se asoció el tipo de deformación de los sólidos blandos con aquel del contacto completamente plástico, a diferencia del contacto de los materiales de dureza elevada, se asoció a un modo de deformación elasto-plástico.

En el año 2.006, Kang, Yao y Barbero plantearon la aplicación de elementos finitos para el estudio de las curvas de esfuerzo-deformación luego del punto de fluencia utilizando una indentación esférica en dos configuraciones distintas de un sistema recubrimiento-sustrato. La primera configuración estaba compuesta por un recubrimiento blando con un sustrato duro. La segunda configuración estaba compuesta por un recubrimiento duro con un sustrato blando. El programa que se

utilizó fue ABAQUS. Se modeló un indentador esférico, rígido y con un diámetro de 100 $\mu\text{m}$ . Para las diferentes configuraciones se utilizaron 21 materiales en el sustrato, entre ellos se encuentran aleaciones de aluminio ( $E=69$  GPa;  $\nu=0,33$ ;  $\sigma_y=275$  y 500 MPa;  $n=0,09$ ; 0,18; 0,27 y 0,36), aleaciones de acero ( $E=200$ GPa;  $\nu=0,3$ ;  $\sigma_y= 242$ , 500 y 750 MPa;  $n= 0,1$ ; 0,2 y 0,3) y materiales con soldaduras libres de plomo ( $E=26,2$  GPa;  $\nu=0,3$ ;  $\sigma_y=22,5$  MPa;  $n=0,026$ ; 0,1; 0,2 y 0,3). Para los recubrimientos se emplearon dos materiales, silicio ( $E=127$  GPa;  $\nu=0,278$ ;  $\sigma_y=4410$ MPa;  $n=0$ ) y aluminio ( $E=69$  GPa;  $\nu=0,33$ ;  $\sigma_y=275$  MPa;  $n=0,09$ ) y el espesor de cada recubrimiento fue de 30  $\mu\text{m}$ . La malla que se aplicó al sustrato tiene 21.573 nodos. Se verificó con la relación de Tabor que en el estudio del sistema sustrato-recubrimiento no se puede despreciar el efecto que produce el sustrato cuando la profundidad de indentación es similar al espesor del recubrimiento.

En el año 2.009, Ayres y Quintero aplicaron el modelado de un ensayo de indentación esférica, en el cual las cargas de indentación y el radio de contacto proyectado son obtenidos de varios ajuste potenciales. En este trabajo se utilizó el programa ABAQUS. Se aplicaron las relaciones empíricas de Tabor para determinar los valores Esfuerzo-Deformación y así construir la curva del Aluminio. Obtuvieron valores de dureza con un margen de error al 4% en comparación directa con los datos experimentales suministrados a través de un ensayo de indentación Brinell. Se determinaron las propiedades mecánicas del sistema sustrato y recubrimiento, cuyos datos fueron adquiridos de trabajos de investigación anteriores. Con el modelo Lesage–Pertúz se calcularon valores dureza del recubrimiento de 0,45  $\mu\text{m}$  de espesor, ya que este modelo es válido para un recubrimiento delgado.

## **OBJETIVOS.**

### **OBJETIVO GENERAL.**

Evaluar experimental y numéricamente la dureza Vickers en un sistema monocapa en un sustrato de acero, recubierto de Níquel-Fósforo por el método de niquelado químico.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS.**

- Efectuar una revisión bibliográfica de los sistemas monocapa.
- Realizar ensayos experimentales de dureza Vickers en un sustrato de acero con un recubrimiento depositado por el proceso de niquelado químico.
- Aprendizaje y manejo del programa comercial ABAQUS.
- Desarrollar los modelos geométricos de indentación estática de los materiales de los sistemas monocapa.
- Definir las condiciones de borde al modelo en estudio.
- Realizar el análisis de los esfuerzos y deformaciones para los sistemas monocapas.
- Obtener valores representativos de los ensayos numéricos a realizar para su análisis y comparación con los datos experimentales.

## **ALCANCES.**

- Obtener el comportamiento de la dureza Vickers a partir de ensayos experimentales y simulación numérica.
- Aplicación y manejo del programa comercial ABAQUS.
- Simulación numérica de sistemas recubiertos basada en el método de los elementos finitos.
- Implementar los modelos geométricos de estudio para la obtención de los resultados esperados mediante mallas bidimensionales al programa de análisis.

## **CAPÍTULO II.**

### **MARCO TEÓRICO.**

#### **2.1. ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL NIQUELADO QUÍMICO.**

De acuerdo con Pingarron (2009), La protección de los metales y aleaciones con objeto de disminuir en lo posible el deterioro de piezas, por mecanismos como la corrosión o el desgaste que pueden experimentar, es un requerimiento cada vez más frecuente en los equipos, componentes y sistemas que operan en servicio en las instalaciones industriales.

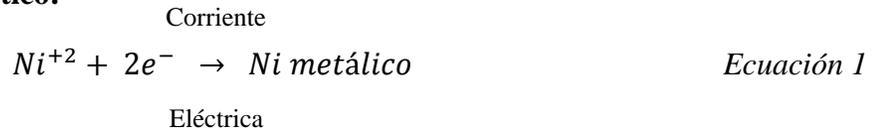
Uno de los recubrimientos que se espera para tal fin es el niquelado electroquímico de piezas y metales (asociado habitualmente con capas de cromo y cobre). Existen, sin embargo, procesos alternativos. Uno de ellos es el Niquelado Químico-Catalítico, o simplemente Químico (en inglés, electroless nickel plating).

Mediante esta clase de procesos, se han logrado depositar materiales tales como el cobalto, cromo, cobre, paladio, níquel, etc., aunque sólo se han llevado a cabo a escala industrial el níquel, el cobre y, en menor escala, el cobalto y el paladio.

Es importante aclarar el término catalizador o sustrato catalítico, de acuerdo con la literatura de Chang (2002), se refiere a una sustancia o sustrato que afecta la velocidad de reacción, pero sale del proceso sin sufrir cambios. El catalizador puede reaccionar para formar un intermediario pero se regenera en un paso subsecuente de la reacción.

Para llevar a cabo la deposición electroquímica del níquel (Ecuación 1), se requiere una corriente continua que lleve a cabo la reducción de los iones de níquel ( $Ni^{+2}$ ) a níquel (Ni) en el cátodo. En cambio, en el proceso químico (Ecuación 2), la reducción se consigue a través del empleo de sustancias químicas reductoras.

**Proceso Electrolítico:**



**Proceso Químico:**



Por lo tanto, en el niquelado químico, se emplea un agente reductor que provoca la reducción de una sal de níquel que se encuentra en una solución acuosa, generalmente caliente y de este modo, se deposita níquel (y fósforo) sobre una superficie catalítica.

A la fecha, existe una gran cantidad de formulaciones desarrolladas para realizar un niquelado químico. Sin embargo, una solución de niquelado químico, normalmente contiene y requiere, de los siguientes componentes:

- a) Una sal que suministre el níquel (normalmente un sulfato o un cloruro).
- b) Un agente reductor.
- c) Agentes complejantes, para controlar la cantidad de níquel libre disponible para la reacción.
- d) Un regular de pH.

- e) Estabilizadores.
- f) Aceleradores.
- g) Una superficie adecuadamente preparada, de modo que resulte catalítica.
- h) Una temperatura apropiada.

Industrialmente se emplean baños de tipo ácido (pH entre 4,5 y 6) y de tipo alcalino (pH entre 7,5 y 10). Este último ha encontrado menor difusión y aplicación ya que esencialmente, a las temperaturas comunes de trabajo en estos baños, se han encontrado fuertes pérdidas de amoníaco, esto provoca inestabilidad en el baño.

Entre los agentes reductores que se han utilizado, conviene mencionar el borohidruro de sodio, diversos compuestos de boro, así como la hidrazina y el más empleado que es el hipofosfito de sodio. De hecho, la mayoría de los depósitos químicos de níquel se obtienen mediante el uso de este agente reductor. Entre las principales ventajas de los recubrimientos obtenidos con este reductor, se puede mencionar una mejor resistencia a la corrosión, un control más sencillo a las condiciones de operación, una mayor velocidad de deposición, mayor estabilidad de la solución, así como un precio de producción más bajo.

Generalmente, además del agente reductor y la sal de níquel, las soluciones de niquelado químico contienen otra serie de compuestos que permiten un mejor control de la operación del baño y una mejor calidad del depósito. Todas contienen algún tipo de agente regulador de pH que, adicionalmente (en muchas ocasiones), también cumple el papel de agente formador de complejos de níquel que previenen (retardan) la precipitación del níquel en forma de ortofosfito de níquel. Este efecto retardante, provoca también la reducción en la velocidad de producción del recubrimiento, lo cual conduce a emplear en algunas formulaciones otra serie de compuestos

denominados generalmente como aceleradores. Finalmente, los baños son susceptibles de descomposición, se agregan, en algunos casos, compuestos que aumentan el periodo de estabilidad del baño, sobre todo en operaciones industriales.

Las partes que se desean revestir mediante este proceso deberán tener una superficie limpia, sin presencia de partículas de óxido y deberán removerse residuos de grasas, aceites, pinturas, etc. Existen recomendaciones de uso común para preparar la superficie de diversos materiales base (por ejemplo Norma ASTM B-183 y 253 o equivalente españolas o europeas) y, en general el tratamiento previo a la realización del niquelado (u otro tipo de recubrimiento químico), es muy semejante al usado para los recubrimientos electrolíticos. Adicionalmente, en diversas ocasiones, las superficies deben ser adecuadamente activadas con el fin de que, posteriormente, funcionen como un catalizador eficiente de la reducción de los iones de níquel.

## **2.2. PROPIEDADES DEL NIQUELADO QUÍMICO.**

Según el texto de Pingarron (1990), los depósitos químicos de níquel que usan hipofosfito de sodio como reductor, en realidad son aleaciones Ni-P con contenidos de fósforos (P) que pueden variar entre 2% y aproximadamente 17%, dependiendo de las condiciones en las que se realiza el proceso. De hecho, el porcentaje de fósforo (P) del depósito determina muchas de las propiedades del mismo y, a su vez es una función de la cantidad de hipofosfito de sodio y, consecuentemente del pH. Tal como se depositan, son amorfos, uniformes, de dureza significativa, de buena resistencia al desgaste, relativamente frágiles, soldables, y de elevada resistencia a la corrosión en diversos medios. Adicionalmente, se pueden modificar varias de estas propiedades mediante el empleo de tratamientos térmicos.

Una de la característica que más ha llamado la atención de estos depósitos, es la facilidad con la que recubren piezas de formas complejas con espesores uniformes de la capa de Ni-P, independientemente de la geometría de la pieza como se muestra en la Figura N° 1. A diferencia de ello, en los recubrimientos electrolíticos, el espesor puede variar de modo significativo dependiendo de la forma de la pieza a recubrir, la densidad de corriente empleada y de la cercanía de la pieza al ánodo. Estas variaciones pueden modificar el contorno del depósito y algunas veces se requerirá dar un acabado adicional al recubrimiento. En el niquelado químico, en cambio, el mecanismo de recubrimiento, provoca que la velocidad de deposición, y de allí, su espesor, sean los mismos en cualquier sección expuesta a la solución con la que se logra el revestimiento. Además, en el niquelado químico, es posible controlar el espesor de recubrimiento de acuerdo a la aplicación específica a la que se va a destinar. Es factible, por ejemplo, tener capas tan delgadas como 2-5 micrómetros para componentes electrónicos. Capas mayores (50-120 micrómetros), empleadas en ambientes corrosivos y capas hasta de 250 micrómetros para la recuperación de partes.

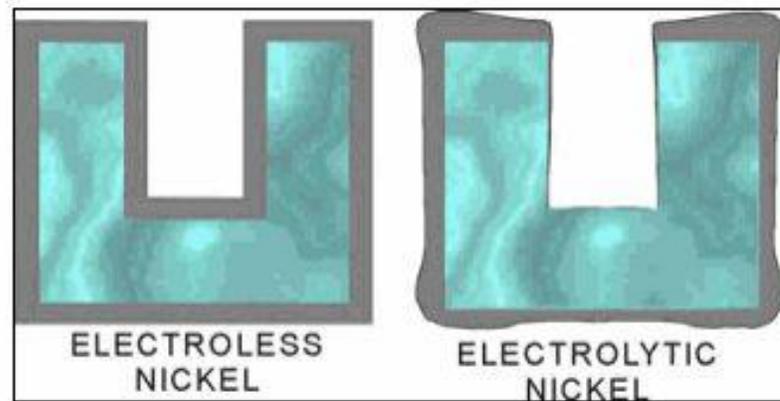


Figura 1. Diferencia de acabados superficiales del proceso de niquelado químico (electroless nickel) y el proceso de niquelado electrolítico (electrolytic nickel) (Alu-fin, 2013).

En la publicación de Ortega (1990), la adherencia del depósito al sustrato, en términos generales, se puede calificar de muy buena (aunque, por supuesto, factores como la adecuada preparación de la superficie y la propia actividad catalítica del material a recubrir son condiciones necesarias para alcanzar esa adherencia) valorada a partir de diversos ensayos tanto cualitativos como cuantitativos. El propio mecanismo de la reacción que produce el recubrimiento permite que se establezcan en los metales que catalizan la reacción, uniones de carácter metalúrgico y mecánico con el sustrato. Cuando se trata de materiales mecánicos no catalíticos tales como aceros inoxidable, aceros aleados de alta resistencia, aleaciones de cobre, de aluminio, de titanio y de berilio, la adherencia es menor. Sin embargo, la ejecución de un tratamiento de preparación y activación adecuado, permite elevar dicha adherencia. Si el sustrato es un material no metálico, en general, la adherencia es menor.

Desde que aumento su uso comercial en la década de 1950 (Cotell, Sprague, & Smith, 1994), el niquelado químico ha crecido rápidamente y ahora es un proceso industrial establecido. Actualmente, los baños ácidos y calientes que reducen al hipofosfito de sodio, se utiliza más frecuentemente para los sustratos de acero y otros metales, mientras que los baños alcalinos y calientes de hipofosfito de sodio, se utilizan para las placas de plásticos y piezas no metálicas. Los baños que reducen al borohidruro de sodio, se utilizan para sustratos de hierro y aleaciones de cobre, especialmente en Europa.

El niquelado químico, es un recubrimiento de ingeniería, se utiliza por su alta resistencia a la corrosión y al desgaste. Se aplican con frecuencia en aluminio para proporcionar una superficie soldable y se emplean en moldes y matrices para mejorar la lubricación. En la Tabla N°1 se muestra algunas propiedades mecánicas.

De acuerdo a estas propiedades, se han encontrado muchas aplicaciones, incluidas las del petróleo, productos químicos, plásticos, óptica, impresión, minería, industria aeroespacial, nuclear, industria automotriz, electrónica, computadoras, textiles, papel, alimentos y maquinarias.

Tabla 1. Propiedades del niquelado químico (Pfonline, 2013).

| <b>Propiedades del Niquelado Químico.</b> | <b>Contenido alto de Fósforo (P)</b> | <b>Contenido medio de Fósforo (P)</b> | <b>Contenido bajo de Fósforo (P)</b> |
|---|--------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| Porcentaje de Fósforo (P)                 | 10-13                                | 4-9                                   | 1-3                                  |
| Dureza HV1000                             | 450-525                              | 500-600                               | 725-800                              |
| Módulo de Elasticidad (GPa)               | 55-70                                | 45-65                                 | 55-65                                |

## **2.3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE INDENTACIÓN.**

### **2.3.1. Dureza.**

La dureza es una medida de la resistencia de un metal a la deformación permanente (plástica) en su superficie. La dureza se mide forzando con un penetrador sobre la superficie del material a ensayar. El material del penetrador que es usualmente una bola, pirámide o cono, está hecho de un material mucho más duro que el material bajo ensayo. Los materiales comúnmente utilizados como penetradores, son Acero endurecido, Carburo de Tungsteno o Wolframio y el diamante. (Smith, 1998).

### 2.3.2. Dureza Brinell.

En el ensayo de dureza Brinell, el indentador es una esfera de acero duro (por lo general 10 mm de diámetro), se oprime sobre la superficie del material. Se mide el diámetro de la impresión generada, comúnmente de 2 a 6 mm, y se calcula el número de dureza o índice de dureza Brinell (abreviado como HB o BHN) a partir de la Ecuación 3; donde  $P$ , es el valor de carga en Kgf,  $D$ , es el diámetro de la esfera y  $d$ ; el diámetro de la huella.

$$HB = \frac{2P}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})} \quad \text{Ecuación 3}$$

### 2.3.3. Dureza Vickers.

En el ensayo de dureza Vickers se emplea como penetrador una pirámide de diamante de base cuadrada, donde las caras opuestas forman un ángulo de 136°. La dureza Vickers se expresa con la nomenclatura (VHNp), el símbolo P, expresa el valor de la carga aplicada en el ensayo.

La dureza Vickers se define como la relación de la carga al área de la superficie de la huella. El área se calcula a partir de la medición de las diagonales de la huella, utilizándose para ello un microscopio de pocos aumentos.

El ensayo de dureza Vickers ha tenido gran aceptación en los trabajos de investigación porque, para una sola carga, basta una sola escala de dureza para incluir desde los metales muy blandos, con 5 VH, hasta los más duros, con 1500 VH. Como se muestra en la Figura N° 2, las huellas se hacen con una pirámide y son siempre

geométricamente semejantes, sea cual sea su tamaño, la dureza Vickers es independiente de la carga, y solo deja de cumplirse para cargas extremadamente pequeñas. Las cargas que se emplean dependen de la dureza del material a ensayar y pueden oscilar entre 1 y 120 Kgf.

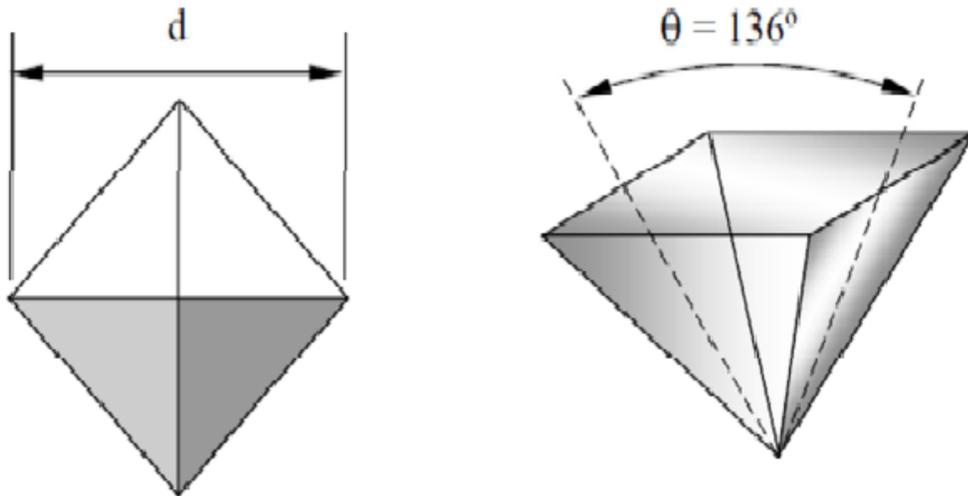
La Ecuación 4 que define la dureza Vickers es:

$$VHN_p = \frac{2P \operatorname{Sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)}{L^2} = \frac{1,854P}{L^2} \quad \text{Ecuación 4}$$

Donde:

*P*: Carga en Kgf.

*L*: Media de la diagonales (mm).



$\theta$ : Ángulo formado por las caras opuestas de la pirámide =  $136^\circ$

Figura 2. Geometría del indentador Vickers (Gomez, 2005).

#### **2.3.4. Dureza Knoop.**

En muchos problemas metalúrgicos es necesario medir la dureza de superficies muy pequeñas, como por ejemplo: el gradiente de dureza en una superficie cementada, las determinaciones de dureza de los constituyentes de una microestructura, etc., son ejemplos típicos de esta clase de problemas. Las cargas aplicadas pueden ser menores a los 25 gf.

El penetrador Knoop es una pirámide de diamante que produce una huella en forma de rombo, con una relación entre las longitudes entre las diagonales larga ( $L$ ) y corta ( $b$ ) de 7:1 y una relación entre la profundidad de penetración ( $t$ ) y la diagonal corta ( $b$ ) igual a 4. Al igual que las durezas Brinell y Vickers, la dureza Knoop se define como la carga dividida por el área proyectada como muestra la Ecuación 5:

$$KHN = \frac{14,2P}{L^2} \quad \text{Ecuación 5}$$

Donde:

$P$ : Carga aplicada en Kgf.

$L$ : Longitud de la diagonal larga en mm.

#### **2.3.5. Dureza Rockwell.**

El ensayo de dureza Rockwell (Callister, 1995) constituye el método más usado para medir la dureza porque es muy simple de llevar a cabo y no requiere conocimientos especiales. Se pueden utilizar diferentes escalas que provienen de la

utilización de distintas combinaciones de penetradores y cargas, lo cual permite ensayar virtualmente cualquier metal o aleación desde el más duro al más blando.

La medición se realiza en una esfera indicadora, la cual tiene 100 divisiones, donde cada división representa una profundidad de penetración de 0,02 mm. La escala de la esfera esta invertida para que la cifra leída, que es la dureza Rockwell, sea mayor cuanto menor sea la profundidad de penetración. Como penetradores se emplean: uno de diamante, de forma de cono, con 120° de ángulo en el vértice, llamado penetrador (Brale), y otros dos esféricos constituidos por bolas de acero de 1/16 y 1/8 in de diámetro.

Con este sistema se determina el número de dureza a partir de la diferencia de profundidad de penetración que resulta al aplicar primero una carga inicial pequeña y después una carga mayor; la utilización de la carga pequeña aumenta la exactitud de la medida. Basándose en la magnitud de las cargas mayores y menores, existen dos tipos de ensayos: Rockwell y Rockwell superficial. En el ensayo Rockwell, la carga menor es de 10 Kg, mientras que las cargas mayores son 60, 100 y 150 Kg. Cada escala está representada por una letra del alfabeto; en las Tablas 2 y 3, en donde se indican varias de estas escalas juntas con los penetradores. Para ensayos superficiales, la carga menor es de 3 Kg, mientras que el valor de la carga mayor puede ser 15, 30 o 45 Kg.

Tabla 2. Escala de dureza Rockwell (Callister, 1995)

| <b>Simbolo de escala</b> | <b>Penetrador</b>  | <b>Carga mayor (Kg)</b> |
|--------------------------|--------------------|-------------------------|
| <b>A</b>                 | Diamante           | 60                      |
| <b>B</b>                 | Bola de 1/16 pulg. | 100                     |
| <b>C</b>                 | Diamante           | 150                     |
| <b>D</b>                 | Diamante           | 100                     |
| <b>E</b>                 | Bola de 1/8 pulg   | 100                     |
| <b>F</b>                 | Bola de 1/16 pulg  | 60                      |
| <b>G</b>                 | Bola de 1/16 pulg  | 150                     |
| <b>H</b>                 | Bola de 1/8 pulg   | 60                      |
| <b>K</b>                 | Bola de 1/8 pulg   | 150                     |

Tabla 3. Escala de dureza Rockwell superficial (Callister, 1995).

| Símbolo de la escala | Penetrador         | Carga mayor (kg) |
|----------------------|--------------------|------------------|
| 15N                  | Diamante           | 15               |
| 30N                  | Diamante           | 30               |
| 45N                  | Diamante           | 45               |
| 15T                  | Bola de 1/16 pulg. | 15               |
| 30T                  | Bola de 1/16 pulg  | 30               |
| 45T                  | Bola de 1/16 pulg  | 45               |
| 15W                  | Bola de 1/8 pulg   | 15               |
| 30W                  | Bola de 1/8 pulg   | 30               |
| 45W                  | Bola de 1/8 pulg   | 45               |

### 2.3.6. Descripción general del proceso de indentación.

La Figura N° 3, representa los efectos, que tienen lugar en la superficie de la muestra al interaccionar con la punta de un indentador axisimétrico de un perfil arbitrario. Bermúdez (2011) reseña que al hundir el indentador contra el material, ocurren procesos de deformación elástica y plástica, produciendo una huella conforme a la forma del indentador a una profundidad de penetración máxima ( $h_{max}$ ). Esta profundidad  $h_{max}$  es el resultado de la suma de la profundidad de contacto ( $hc$ ), y del desplazamiento de la superficie a lo largo del perímetro de contacto ( $hs$ ). Al separar el indentador del material, solo se recupera la parte elástica del desplazamiento, quedando una profundidad final residual ( $hf$ ). El valor de  $hf$  depende de la naturaleza del material. Como regla general, los metales presentan un comportamiento preferentemente plástico con lo cual el valor de  $hf$  es bastante

grande. Sin embargo, otro tipo de materiales como las cerámicas presentan grandes recuperaciones elásticas que hacen que el valor de  $hf$  menor.

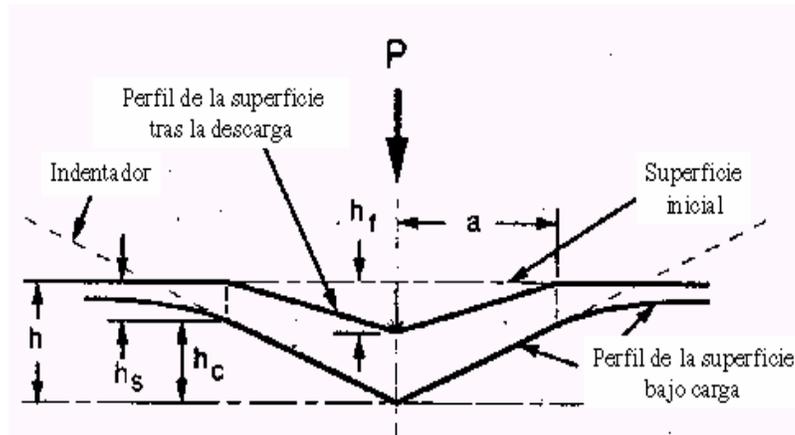


Figura 3. Representación esquemática de la sección de un proceso de indentación. (Bermudez, 2011).

## 2.4. FUNDAMENTOS DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

### 2.4.1. Antecedentes históricos del Método de Elementos Finitos.

Según da Fonseca Lopes (2011), La idea de representar un dominio mediante un conjunto de elementos discretos, no aparece con el método de Elementos Finitos (MEF). En efecto, los antiguos matemáticos usaban “elementos finitos” para predecir el valor de  $\pi$  en forma bastante aproximada. Dicha aproximación se realizaban limitando un círculo con polígonos (inscritos o circunscritos), de tal modo que los segmentos de rectas (elementos finitos), aproximasen la circunferencia del círculo. De este modo, ellos estaban en capacidad de obtener estimaciones muy exactas del valor de  $\pi$  (casi cuarenta dígitos).

Arquímedes (287 a.c) usó las mismas ideas para determinar áreas de figuras planas y volúmenes de sólidos aunque, por supuesto, no tenía el conocimiento del

procedimiento de límite. Realmente, fue solo este desconocimiento lo que impidió que Arquímedes descubriera el cálculo integral alrededor de dos mil años antes que lo hicieran Newton y Leibniz. Es importante entonces destacar que, mientras la mayoría de los problemas de la matemática aplicada están descritos en términos de ecuaciones diferenciales, la solución de estas mediante el MEF, utiliza ideas que son, en muchos, más viejas que las usadas para establecerlas.

Muchos han sido los investigadores, tanto en el área de la ingeniería, como en el área de la mecánica aplicada que han participado en el desarrollo del MEF. En 1909, Ritz desarrolló un método muy poderoso con el cual se puede obtener soluciones aproximadas, de problemas asociados al campo de la mecánica del continuo. En este método, se asume la “forma” de las incógnitas involucradas en el problema, en términos de unas funciones de aproximación conocidas y unos parámetros a determinar. La introducción de estas funciones en el funcional que describe el problema en estudio, y su posterior diferenciación con respecto a los referidos parámetros, produce una ecuación la cual es igualada a cero. Si existe  $n$  parámetros desconocidos, se formará un sistema de  $n$  ecuaciones simultáneas. La solución de dicho sistema permite determinar dichos parámetros y, por lo tanto, obtener la solución aproximada del problema. Este método es similar a la estimación de parámetros de ajuste en los problemas de mínimos cuadrados. La limitación más severa del método de Ritz, está en el hecho que las funciones de aproximación, deben verificar las condiciones de contorno especificadas en el problema en estudio, lo cual restringe la aplicación del método a aquellos problemas con dominios de forma geométrica relativamente simples.

En 1943, Courant hizo una muy significativa extensión del método de Ritz introduciendo funciones seccionalmente continuas, definidas sobre áreas triangulares, lo cual, conjuntamente con el principio de mínima energía potencial, le permitió estudiar problemas de torsión. En estos problemas, las incógnitas se seleccionaron de

tal modo que fueran iguales a valores de las funciones, en los puntos de interconexión de las aéreas triangulares. Por otro lado, la limitación del método de Ritz fue eliminada ya que las condiciones de contorno se satisfacen, ahora, en un número finito de puntos sobre el contorno.

El método de Ritz, tal como fue usado por Courant, es idéntico al MEF el cual fue presentado algunos años después por Clough, a partir de ideas diferentes. En efecto, en 1960, Clough introdujo, por primera vez. El término “elemento finito”, en su trabajo “The Finite Element Method in Plane Stress Analysis”. En este trabajo se presentó el MEF como una extensión de las técnicas de análisis estructural, en la solución de problemas de la mecánica del continuo.

La razón por la cual el MEF tuvo una acogida, casi inmediata en 1960, está asociada al gran desarrollo, casi simultáneo, del computador digital, mediante el cual se logra efectuar la gran cantidad de operaciones que el MEF demanda, en forma rápida y precisa; en 1943 Courant no contaba con esta poderosa herramienta de cálculo.

A mediados de los años 60 los investigadores, tanto del campo de la mecánica, como del análisis estructural, supieron reconocer que la extensión del método de Ritz propuesta por Courant y el MEF son, en esencia, idénticos. Este hecho trajo como consecuencia, en los siguientes años, un progreso impresionante de este método. Desde entonces el MEF se aplica, con éxito, en problemas tridimensionales, en problemas no lineales (geométricos y/o físicos), en problemas no permanentes, y en problemas de muchas otras áreas distintas al análisis estructural tal como, flujo de fluidos, transferencia de calor, análisis de campos eléctricos y magnéticos, robótica, ciencias médicas, etc.

### 2.4.2. Definición del Método.

Valero (2004) describe el método de los elementos finitos como; un método de aproximación de problemas continuos, de tal forma que:

- a) El continuo se divide en un número finito de partes, “**elementos**”, tal como se muestra en la Figura N° 4, cuyo comportamiento se especifica mediante un número finito de parámetros asociados a ciertos puntos característicos denominados “**nodos**”. Estos nodos son los puntos de unión de cada elemento con sus adyacentes.
- b) La solución del sistema completo sigue las reglas de los problemas discretos. El sistema completo se forma por ensamblaje de los elementos.
- c) Las incógnitas del problema dejan de ser funciones matemáticas y pasan a ser el valor de estas funciones en los nodos.
- d) El comportamiento en el interior de cada elemento queda definido a partir del comportamiento de los nodos mediante las adecuadas funciones de interpolación o funciones de forma.

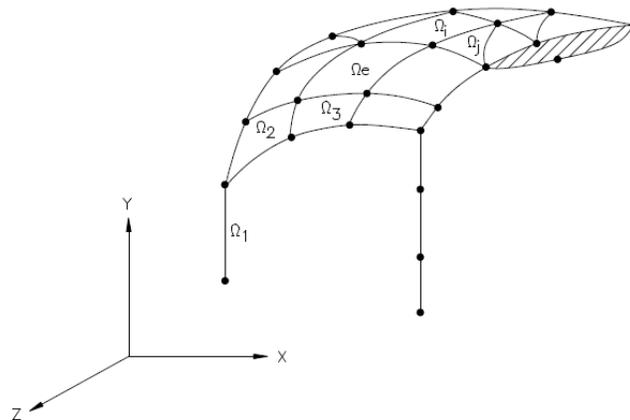


Figura 4. Discretización del continuo en elementos finitos. (Valero, 2004)

El MEF, por tanto, se basa en transformar un cuerpo de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado, esta transformación se denomina discretización del modelo. El conocimiento de lo que sucede en el interior de este modelo del cuerpo aproximado, se obtiene mediante la interpolación de los valores conocidos en los nodos. Es por tanto una aproximación de valores de una función a partir del conocimiento de un número determinado y finito de puntos.

### 2.4.3. Proceso de solución del Método de Elementos Finitos.

En la literatura (Zienkiewicz & Taylor, 1994) se muestra una forma de comprender el método y evitar la introducción de conceptos más complicados. Se ilustrarán las expresiones generales con un ejemplo muy sencillo de análisis de una placa sometida a tensión plana. El MEF se puede entender, desde el punto de vista estructural, como una generación del cálculo matricial de estructuras de sistemas continuos. El método nació por la evolución de aplicaciones en sistemas estructurales.

Un elemento finito viene definido por sus nodos  $(i, j, m)$  y por su contorno formado por líneas que los unen. Los desplazamientos  $u$  de cualquier punto del elemento se aproximan por un vector columna  $\vec{u}$  como se muestra en la Ecuación 6:

$$u \approx \vec{u} = \sum N_i a_i^e \quad \text{Ecuación 6}$$

En donde las componentes de  $N$  son en general funciones de forma dadas, mientras que  $a^e$  es un vector formado por desplazamientos nodales del elemento considerado

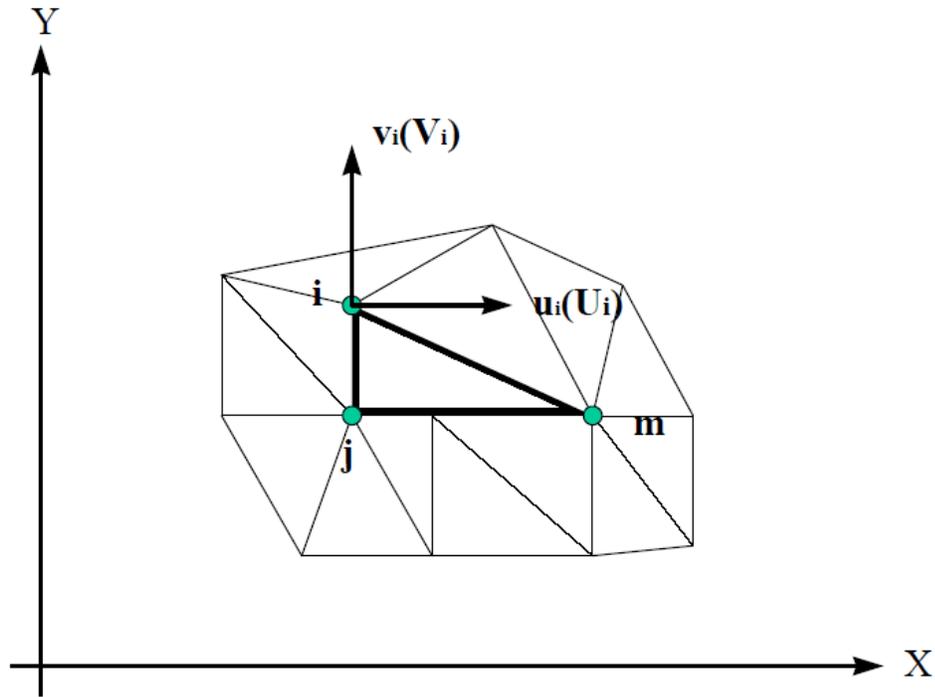


Figura 5. Región sometida a tensión plana dividida en elementos triangulares finitos (Zienkiewicz & Taylor, 1994)

La Ecuación 7 representa los movimientos horizontal y vertical de un punto cualquiera del elemento:

$$u = \begin{pmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 7}$$

La Ecuación 8 los movimientos horizontal y vertical de un nodo i:

$$a_i = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 8}$$

Las funciones  $N_i$ ,  $N_j$ ,  $N_m$  han de escogerse de manera que al sustituir la Ecuación 6 las coordenadas de los nodos que se obtengan de los correspondientes desplazamientos nodales (Ecuación 9). Evidentemente, en general

$$N_i(x_i, y_i) = I \text{ (matriz unidad)} \quad \text{Ecuación 9}$$

Mientras que la Ecuación 10:

$$N_i(x_j, y_j) = N_i(x_m, y_m) = 0 \quad \text{Ecuación 10}$$

Condiciones que cumplen las funciones lineales de  $x$  e  $y$  apropiadas.

$N_i = 1$  para  $x_i$  e  $y_i$  y para otros vértices es cero.

#### 2.4.3.1. Deformaciones.

Una vez conocidos los desplazamientos para todos los puntos del elemento, pueden determinarse las deformaciones ( $\epsilon$ ) en cualquier punto. Estas darán siempre por resultado una relación que podrá escribirse en forma matricial (Ecuación 11).

$$\epsilon = Su \quad \text{Ecuación 11}$$

Donde,  $S$ , es el operador diferencial que depende del problema en estudio sustituyendo el valor del desplazamiento  $u$  en la ecuación 11

$$\epsilon = Ba \quad \text{Ecuación 12}$$

$$B=SN \quad \text{Ecuación 13}$$

Se obtiene el valor de las deformaciones en función de los desplazamientos nodales (Ecuación 12) y se define la matriz  $B$  (Ecuación 13), que es función del operador  $S$  y las funciones de formas  $N$ .

En el caso de tensión plana como se muestra en la Figura N° 6, las deformaciones más importantes son las que se producen en el plano y se expresan en función de los desplazamientos mediante las conocidas relaciones que definen el operador  $S$ :

$$\epsilon = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

Figura 6. Relaciones que definen el operador  $S$ . (Zienkiewicz & Taylor, 1994)

Determinadas ya las funciones de formas  $N_i$ ,  $N_j$  y  $N_m$ , es fácil obtener la matriz  $B$ . Si se adapta una expresión lineal para dichas funciones, las deformaciones serán constantes en todo el elemento.

#### 2.4.3.2. Tensión.

En general, el material contenido dentro del contorno del elemento puede estar sujeto a deformaciones iniciales ( $\epsilon_0$ ), tales como las debidas a cambios de temperatura, retracción, cristalización, etc. Si representamos dichas deformaciones, las tensiones se deberán a la diferencia entre las deformaciones reales ( $\epsilon$ ) e iniciales.

Admitiendo un comportamiento elástico lineal (Ecuación 14) del tipo más general, la relación, entre tensión y deformación será lineal y de la forma

$$\sigma = D (\epsilon - \epsilon_0) + \sigma_0 \quad \text{Ecuación 14}$$

Donde  $D$  es la matriz elasticidad que contiene las propiedades del material y  $\sigma_0$  son las tensiones residuales a la cual el cuerpo puede estar sometido en el análisis.

#### 2.4.3.3. Fuerzas nodales equivalentes.

Se define como las fuerzas que actúan en los nodos, que son equivalentes a las tensiones en el contorno y a las fuerzas distribuidas que actúan sobre el elemento. Cada una de las fuerza  $q_i^e$  debe tener el mismo número de componentes que el desplazamiento nodal  $a_i$  correspondiente y debe ordenarse en las direcciones adecuadas.

En el caso particular de tensión plana (Ecuación 15), las fuerzas nodales son

$$q_i^e = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \end{Bmatrix} \quad \text{Ecuación 15}$$

Con las componentes  $U$  y  $V$  en correspondencia con las direcciones de los desplazamientos  $u$  y  $v$ , y la fuerza distribuida  $b$  que son las que actúan por unidad de volumen en direcciones correspondientes a los desplazamientos  $u$  en ese punto. La relación entre las fuerzas nodales y tensiones en el contorno y fuerzas distribuidas se determina por medio del método de los trabajos virtuales. El resultado (Ecuación 16) es el siguiente

$$q^e = \int_{V^e} B^T \sigma \cdot dV - \int_{V^e} N^T b \cdot dV \quad \text{Ecuación 16}$$

Esta expresión es válida con carácter general cualesquiera que sean las relaciones entre tensiones y deformaciones. Si las tensiones siguen una ley lineal como la Ecuación 14, se puede reescribir la ecuación 16 en la forma siguiente (ecuación 17),

$$q^e = K^e a^e + f^e \quad \text{Ecuación 17}$$

$$K^e = \int_{V^e} B^T DB \cdot dV \quad \text{Ecuación 18}$$

$$f^e = - \int_{V^e} N^T b \cdot dV - \int_{V^e} B^T D \varepsilon_0 \cdot dV + \int_{V^e} B^T \sigma_0 \cdot dV \quad \text{Ecuación 19}$$

En la expresión de  $f^e$  (Ecuación 19) aparecen, en orden: las fuerzas debidas a las fuerzas distribuidas, las deformaciones iniciales y las tensiones iniciales.  $\mathbf{K}$  (Ecuación 18) es la matriz de rigidez.

Si existen fuerzas distribuidas por unidad de superficie ( $t$ ), se tendría que añadir un término adicional (Ecuación 20) a las fuerzas nodales del elemento cuyo contorno posee una superficie  $A^e$ . El término adicional sería,

$$- \int_{A^e} N^T t \cdot dA \quad \text{Ecuación 20}$$

Donde  $t$  tendrá que tener el mismo número de componentes que  $u$  para que la expresión anterior sea válida. Una vez obtenidos los desplazamientos nodales por resolución de las ecuaciones globales del tipo “estructural”, se puede calcular las tensiones en cualquier punto del elemento utilizando las ecuaciones 12 y 14, y obtener la Ecuación 21

$$\sigma = DB\alpha^e - D\varepsilon_0 + \sigma_0 \quad \text{Ecuación 21}$$

#### 2.4.3.4. Funciones de forma.

La interpolación es un elemento del MEF, puesto que es a través de las funciones de forma, o interpolación, que se consigue reducir el problema a la determinación de los corrimientos de unos nodos. Estas funciones deben dar valores suficientemente aproximados de los corrimientos de cualquier punto del elemento, en función de los corrimientos de los nodos.

#### 2.4.3.4.1. Propiedades de las funciones de forma.

- a) **Derivabilidad:** Si el operador  $S$  es de  $m$  la función de forma deberá soportar la *m-enésima* derivada.
- b) **Integralidad:** Una vez se realiza la *m-enésima* derivada, la función de forma debe ser integrable.
- c) **Semejanza con las leyes de distribución de corrimientos:** Las leyes de distribución de corrimientos son continuas, por lo que también lo deben ser las funciones una vez aplicado el operador  $S$ .
- d) **Condición de polinomio completo:** Si la función de forma escogida es polinómica, lo que suele ser lo más habitual, para que la función se aproxime hasta el término  $m$ -enésimo a la solución real, el polinomio debe ser completo.

#### 2.4.3.4.2. Tipos de funciones de forma.

En cada elemento se puede distinguir tres tipos de nodos, primarios, secundarios e intermedios como se muestra en la siguiente Figura N° 7:

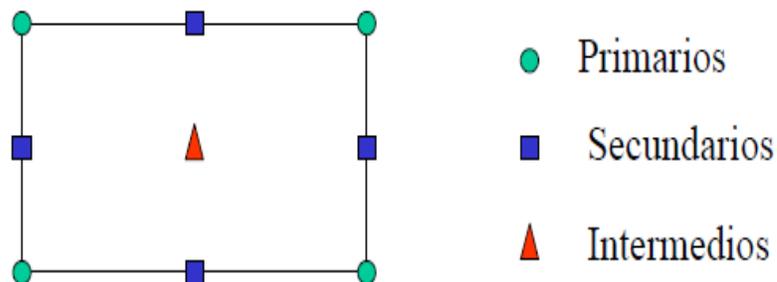


Figura 7. Tipos de nodos de un elemento. (Zienkiewicz & Taylor, 1994)

Las funciones de forma se agrupan en dos familias principales en función del tipo de nodos:

- a) **Serendípidas:** en las que solo existen nodos fronteras (primarios y secundarios).
- b) **Lagrangianas:** incluyen además nodos intermedios.

Con el fin de conseguir un mayor ajuste de los elementos a la geometría del cuerpo, existe también una interpolación de tipo geométrico. Esto permite obtener elementos de lado curvos a partir de un elemento de referencia (Figura 8).

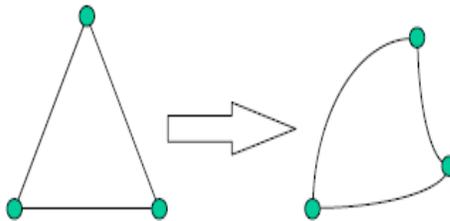


Figura 8. Cambio de geometría mediante el empleo de funciones de interpolación. (Valero, 2004)

No solo pueden distorsionarse elementos bidimensionales en otros también bidimensionales, sino que se puede distorsionar elementos bidimensionales en elementos tridimensionales. Esto es así estableciendo una correspondencia biunívoca entre las coordenadas cartesianas y curvilíneas.

### 2.4.3.5. Establecimiento de los sistemas de referencia.

Además de los ejes globales de referencia del sistema completo, existen dos importantes razones para seleccionar, adicionalmente, un sistema de referencia local para los elementos: la facilidad con la que se construyan las funciones de forma de los elementos y la facilidad con la que se integra el interior de los mismos, con respecto al sistema local de cada elemento en particular. Sin embargo, puesto que los elementos se ensamblan en el sistema global de referencia, este paso introduce una transformación de coordenadas.

A pesar que todos los cálculos en el MEF se realizan directamente en el sistema global, este procedimiento es muy complicado para cualquier problema de interés práctico y puesto que la transformación de coordenadas entre cualesquiera dos sistemas coordenados está bien definida y es una operación matemáticamente sencilla, se deben deducir las ecuaciones de los elementos con relación a su sistema local de referencia el cual puede ser cartesiano o curvilíneo, dependiendo de la forma de un elemento dado. En la Figura N° 9 se muestra un elemento bidimensional y los sistemas global y local de referencia.

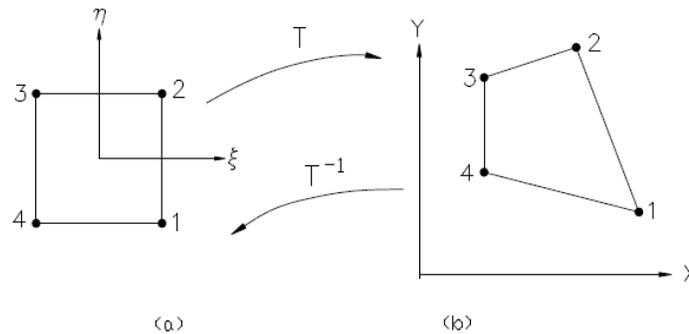


Figura 9. Sistemas de referencia usados en el método de los elementos finitos. (a) Sistema local de referencia; (b) Sistema global de referencia. (Zienkiewicz & Taylor, 1994)

#### **2.4.3.6. División en elementos finitos.**

En esta fase del MEF Vásquez y López (2001) definieron una estructura continua en elementos finitos interconectados entre sí mediante nodos que están situados generalmente en los bordes de los elementos pero que pueden estar también en su interior. De esta forma los infinitos grados de libertad de una estructura continua se convierten en un número finito de grados de libertad de la estructura discreta representado por el número total de parámetros nodales, que comprenden los desplazamientos de los nodos y en muchos casos también sus derivadas.

Es evidente que cuanto mayor sea el número de elementos finitos en que se divide una estructura habrá más similitud entre la estructura discretizada y la continua, en consecuencia, será mayor el grado de aproximación de los resultados que se obtengan. Según el tipo de estructura que se considere los elementos finitos serán unidimensional, bidimensional y tridimensionales.

##### **2.4.3.6.1. Elementos unidimensionales.**

Las estructuras cuyo comportamiento ante las cargas depende de una sola variable que se discretizan en elementos finitos unidimensionales. En el caso más simple de una viga de sección constante (Figura N° 10) sometida a una carga de tracción  $P$  utilizaremos un elemento finito de la misma longitud y sección que la viga con nodos 1 y 2 en sus extremos, siendo los parámetros nodales los desplazamientos  $u_1$  y  $u_2$ .

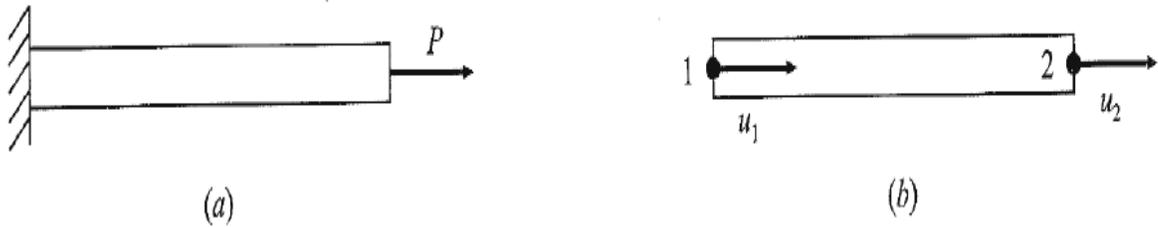


Figura 10. Viga de sección constante. (a) Viga sometida a una carga de tracción  $P$ . (b) Viga con nodos 1 y 2 en sus extremos. (Vázquez & López, 2001).

#### 2.4.3.6.2. Elemento bidimensional.

Cuando el comportamiento de la estructura ante las cargas depende de dos coordenadas, por ejemplo  $x$  e  $y$ , la estructura se discretiza en elementos bidimensionales. Estas estructuras están gobernadas por sistemas de ecuaciones diferenciales parciales en vez de ecuaciones diferenciales ordinarias. Esta discretización en elementos bidimensionales se aplica a estructuras con estado de esfuerzos plano como las placas con cargas en su plano, o a estructuras con estado de deformaciones plano.

Uno de los elementos bidimensionales más utilizados en la discretización de estructuras es el elemento triangular (Figura N° 11) por su fácil adaptación a cualquier superficie plana.

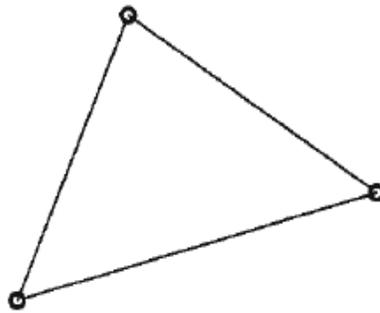


Figura 11. Elemento Triangular. (Vázquez & López, 2001)

Otros elementos bidimensionales son el elemento rectangular, y el cuadrilateral (Figura N° 12), que a su vez pueden subdividirse en elementos triangulares. Los elementos curvados, como el elemento triangular curvado, se caracterizan por su fácil adaptación a las zonas perimetrales de las superficies.

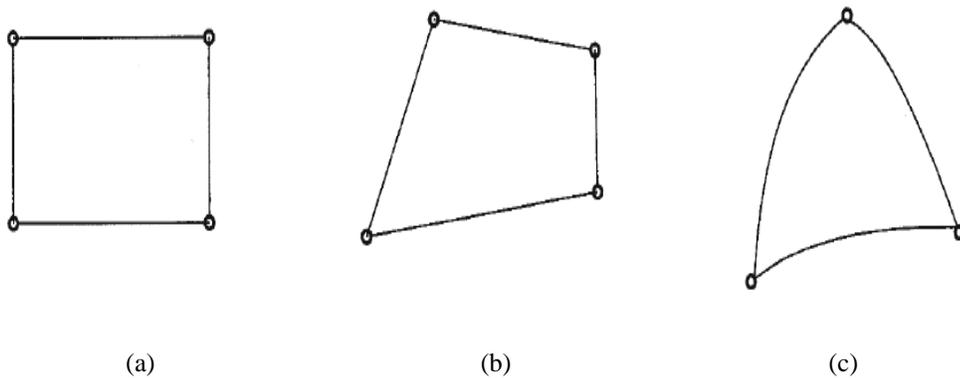


Figura 12. (a) Elemento rectangular. (b) Elemento cuadrilateral. (c) Elemento triangular curvado. (Vázquez & López, 2001)

#### 2.4.3.6.3. Elementos tridimensionales.

En diversas disciplinas de ingenierías, como por ejemplo, civil o aeronáutica, se emplean estructuras espaciales tanto en su forma como en las cargas aplicadas. Estas estructuras exigen una discretización tridimensional como se muestra en la Figura N° 13 siendo los elementos tridimensionales de uso más frecuente los tetraédricos de cuatros nodos. Estos elementos de la discretización tridimensional equivalente a los elementos triangulares de la discretización bidimensional. Otros elementos tridimensionales muy utilizados son los hexaédricos y los prismáticos.

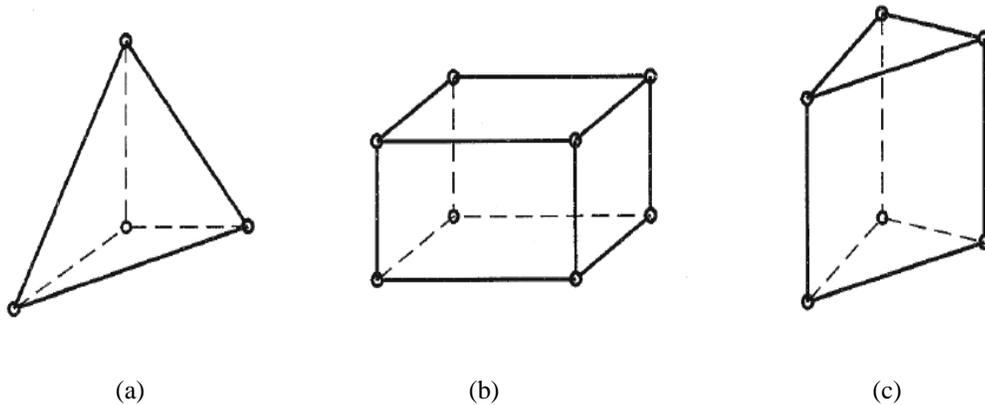


Figura 13. (a) Elemento tetraédricos. (b) Elementos hexaédricos. (c) Elemento prismáticos. (Vázquez & López, 2001)

#### 2.4.3.6.4. Elementos axisimétricos.

Estos elementos (Figura N°14) tienen gran interés práctico para el estudio de las estructuras resistentes con ejes de simetría, como pueden ser: depósitos,

estructuras de láminas delgadas, etc., por la posibilidad de simplificación de formulación que presentan.

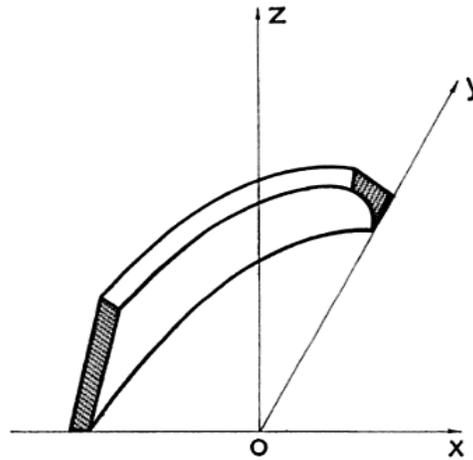


Figura 14. Elemento Axisimétrico(Fornóns García, 1982)

#### 2.4.3.6.5. Elemento CAX4.

Es utilizado un elemento de 4 nodos, cuadrilátero lineal y axisimétrico, El elemento (Esqué de los Ojos & Alcalá, 2006) debe ser capaz de reproducir grandes deformaciones y poseer una simetría axisimétrica. El tipo de elemento que reúne estas características es el CAX4, de geometría cuadrada. Cada elemento asignado queda definido por cuatro nodos y cuatro puntos de integración y la formulación que define el comportamiento del problema se corresponde con la habitual formulación Lagrangiana de los problemas de tensión-deformación donde se supone que el elemento se deforma conjuntamente con el material, el método matemático que se emplea para llegar a la resolución del problema es el método de interpolación Gaussiana.

#### 2.4.3.7. Generación de malla.

La red de elementos y nodos que “discretizan” una región se conoce como malla. La densidad de malla se incrementa a medida que más elementos se colocan dentro de una región dada. El refinamiento de malla ocurre cuando la malla se modifica de un análisis de un modelo al siguiente análisis para producir resultados mejorados. Por lo general, los resultados mejoran cuando la densidad de malla se incrementa en áreas de gradientes de esfuerzo alto y/o cuando las zonas de transición geométricas se enmallan de manera uniforme. Generalmente, pero no siempre, los resultados de MEF convergen hacia resultados exactos a medida que el enmallado se refina continuamente. Para mejorar, en las regiones donde aparecen gradientes de esfuerzo alto, la estructura puede volver a enmallarse con una densidad mayor. Si existe un mínimo cambio en el valor de esfuerzo, es razonable presumir que la solución ha convergido. Existen tres formas básicas para generar una malla de elementos: manual, semiautomática o completamente automatizada. (Nisbett & Keith, 2008)

- a) **Generación manual de malla:** Así es como se creaba la malla de elementos en los primeros días del método de elemento finito. Este es un método intensivo de mucha labor para crear una malla, y excepto por algunas modificaciones rápidas de un modelo se utiliza a veces.
- b) **Generación semiautomática de malla:** A lo largo de los años, se han desarrollado algoritmos computacionales que permiten al modelador enmallar de manera automática las regiones de la estructura que se está dividiendo, mediante el empleo de límites bien definidos. Puesto que el modelador tiene que definir estas regiones, la técnica se considera semiautomática. El desarrollo de los varios algoritmos

computacionales para generar mallas proviene del campo de los gráficos por computadoras.

- c) **Generación completamente automatizada de mallas:** La mayor parte de los distribuidores de software han concentrado sus esfuerzos en desarrollar la generación completamente automática de mallas, y en algunos casos, un refinamiento para mallas automáticas *autoadaptable*. El objetivo obvio es reducir de manera significativa el tiempo de procesamiento del modelador, así como el esfuerzo para llegar a una malla de MEF.

#### 2.4.3.8. Convergencia del Método.

La convergencia del Método de Elementos Finitos (Ayres, Quintero, & Martinez, 2009) depende de varios factores como la función de forma, la selección del elemento, el tamaño del mismo y por consiguiente de la cantidad de elementos que constituyen la malla, además de las condiciones de borde aplicadas. La convergencia del método implica la manera como varía el error al momento de pasar de un modelo discreto a uno continuo y posiblemente de asumir una función de forma o interpolación que no resulta la más adecuada para el análisis realizado. En cuanto a las funciones de forma y su papel en la convergencia del método, es necesario que estas cumplan ciertas condiciones tales como:

- a) **Compatibilidad:** Esto implica la continuidad de los desplazamientos dentro de los elemento y en sus fronteras.
- b) **Compleitud:** La continuidad igualmente debe presentarse dentro del propio elemento. La completitud implica que las funciones de desplazamiento en el elemento deben representar desplazamientos de cuerpos rígidos y estados de deformaciones constantes.

Adicionalmente existen criterios de convergencia relacionados con las funciones de desplazamiento:

- a) **Primer Criterio:** Las funciones de desplazamiento de los elementos deben ser tales que no permitan deformaciones de los elementos cuando se esté en presencia de un desplazamiento de conjunto como un cuerpo rígido.
- b) **Segundo Criterio:** Las funciones de desplazamiento deben garantizar que al existir desplazamientos nodales con un estado de deformación se obtenga ese estado de deformación constante
- c) **Tercer Criterio:** La selección de las funciones de desplazamiento debe ser de tal forma que las deformaciones que se producen en los límites de las separaciones entre los elementos sean finitas.

En cuanto a la malla, si el número de elementos es mayor, el tamaño de estos disminuye, por lo tanto, el error debería disminuir. Pero también es conveniente considerar que un número mayor de elementos implica la realización de un número mayor de iteraciones. Las pruebas matemáticas de la convergencia asumen que el proceso de afinamiento de la malla está definido por tres condiciones:

- a) La reducción del tamaño de los elementos debe realizarse de tal manera que cada punto del dominio de solución quede siempre dentro de cada malla nueva.
- b) Cada nueva malla debe estar contenida dentro de la anterior.
- c) Cuando se optimiza la malla las funciones de forma deben permanecer invariables.

## **CAPITULO III.**

### **METODOLOGÍA.**

El siguiente capítulo muestra los métodos, técnicas y procedimientos utilizados para la investigación, la cual se encuentra dividida en dos partes, la metodología experimental, que está dirigida al ensayo de dureza Vickers y la metodología numérica, que consta del planteamiento del modelo matemático del ensayo de dureza Vickers utilizando el método de elementos finitos.

#### **3.1. METODOLOGIA EXPERIMENTAL.**

##### **3.1.1. Material base.**

Se utilizó como sustrato un acero AISI 1015, el cual es un acero convencional y con bajo contenido de carbono. En la Tabla N° 4 se muestra la composición química del acero AISI 1015 en porcentaje (%) en peso.

Tabla 4. Composición química del acero AISI 1015.

| <b>C</b> | <b>S</b> | <b>Mn</b> | <b>Si</b> | <b>Cr</b> | <b>Ni</b> | <b>P</b> | <b>Mo</b> |
|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|-----------|
| 0,153    | 0,013    | 0,790     | 0,240     | 0,020     | 0,020     | 0,010    | 0,020     |

### 3.1.2. Preparación de probetas.

Se utilizó una platina calibrada de dimensiones 25 mm de ancho, 60 mm de largo y 7 mm de espesor, se perforó un agujero de un diámetro de 3 mm, que permite la aplicación del recubrimiento por inmersión.

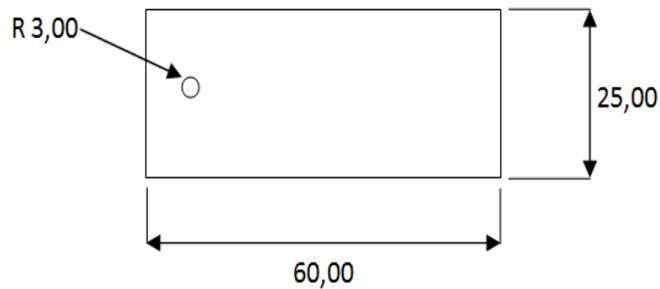


Figura 15. Dimensiones de la probeta dadas en mm.

### 3.1.3. Aplicación del recubrimiento.

La aplicación del recubrimiento Níquel-Fósforo (Ni-P) se realizó por el proceso de niquelado químico, y fue desarrollado por la empresa C.A. Tecnología Aplicada. Para poder efectuar la aplicación del recubrimiento, se limpió la superficie del sustrato con un disolvente industrial (thinner), para evitar impurezas en la aplicación. Además, se utilizaron lijas de 80 y 120 mallas para obtener un acabado óptimo en la superficie de la muestra.

#### **3.1.4. Ensayo de dureza.**

Con la finalidad de obtener valores representativos, se realizó una solicitud para obtener las mediciones de dureza del sustrato y del material recubierto al **Centro de Tecnología de Materiales del Instituto de Ingeniería**, el cual recibió una muestra de un sustrato de Acero AISI 1015 y una cero recubierto con Ni-P. Con el uso de un microdurómetro marca BUEHLER modelo 1415, se practicaron barridos de microindentaciones sobre el recubrimiento, empleando diferentes cargas (50, 100, 200, 300, 500 y 1000 gf), una vez obtenidos los valores de dureza fueron reportados y procesados para el desarrollo de la investigación.

#### **3.1.5. Ensayo de microscopía óptica.**

Para el estudio del espesor se utilizó un microscopio óptico acoplado a un analizador de imagen (Figura N° 16), ubicado en Centro de Ciencia e Ingeniería de Nuevos Materiales y Corrosión, de la Escuela de Ingeniería Metalúrgica y Ciencia de los Materiales de la Facultad de Ingeniería, de la Universidad Central de Venezuela, dicho analizador permitió tomar imágenes de 500x al sistema sustrato-recubrimiento, para obtener el valor experimental del espesor del recubrimiento.



Figura 16. Sistema analizador de imágenes.

### **3.2. METODOLOGÍA NÚMERICA.**

Las simulaciones del ensayo de dureza Vickers se realizaron mediante el uso del software comercial Abaqus. Este software tiene un paquete completo de potentes programas de simulación de ingeniería, basado en el método de elementos finitos. Además cuenta con dos módulos de análisis que son: ABAQUS-Standard y ABAQUS-Explicit. El procedimiento de indentación se asume cuasi-estático, por lo tanto no se tomara en consideración el tiempo. El módulo de ABAQUS-Standard se ajusta a este tipo de comportamiento y será el utilizado en esta investigación. El proceso de solución completo por lo general consta de tres etapas distintas: Pre-procesamiento, Simulación y Post-procesamiento. Estas etapas están unidas entre sí por archivos como se muestra en la Figura N° 17 a continuación:

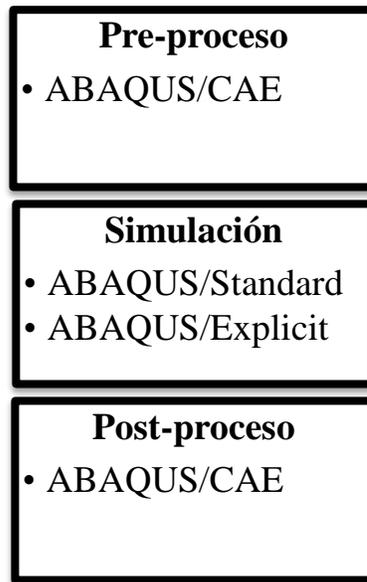


Figura 17. Esquema de solución.

- a) **Pre-Procesamiento (Abaqus / CAE):** Esta primera etapa hace referencia al proceso de elaboración del modelo del problema físico que será simulado. Para definirlo es necesario establecer la geometría de las diferentes partes que lo constituyen, generar un mallado, asignar las distintas condiciones de contorno y cargas, crear tipo de contacto e introducir las propiedades mecánicas necesarias que permitan modelar el problema real. Toda la información queda almacenada en forma de comandos en un archivo de código llamado “Input File” (\*.inp), el cual contiene los diferentes comandos para ejecutar el modelo en estudio.
- b) **Simulación (ABAQUS/Standard o ABAQUS/Explicit):** Una vez completado el pre-procesamiento. La simulación se ejecuta como un proceso en segundo plano, en esta etapa Abaqus/Standard y Abaqus/Explicit resuelven el problema numérico. Para esto el programa inicia una rutina para realizar los diferentes cálculos. Durante la simulación se crean una serie de archivos que describen el ritmo del proceso así como del registro de la información. Estos son los llamados: “Status-File” (\*.sta) que permite consultar, durante la

simulación, el número de incrementos necesarios para cada etapa de resolución, “Message-File” (\*.msg) que informa de los errores que ocurren durante la simulación y “Data-File” (\*.dat) que contiene información importante del modelo, como por ejemplo el número de nodos, el número de elementos, los elementos altamente distorsionados dentro de la malla y el tiempo aproximado de simulación.

Al finalizar la simulación, independientemente del éxito de la misma, se obtiene un archivo final “Output” (\*.odb). Si la rutina ha finalizado correctamente y no hay errores durante la simulación, en dicho archivo estarán almacenados los resultados necesarios para el posterior análisis. Dependiendo de la complejidad del problema que se analiza y el poder de la computadora que se utiliza, puede tardar desde segundos a días para completar una corrida de análisis.

- c) **Post-procesamiento (ABAQUS/CAE):** Una vez completada la simulación y los desplazamientos, tensiones, u otras variables fundamentales, se pueden consultar los resultados obtenidos, ejecutando ABAQUS y abriendo el Output file (\*.odb). La evaluación se realiza generalmente de forma interactiva, utilizando el módulo de visualización de Abaqus / CAE. Dicho módulo, tiene una variedad de opciones para la visualización de los resultados, incluyendo, animaciones, gráficos deformados, y gráficos X-Y.

### 3.2.1. Crear partes.

Como primer paso para definir el modelo en estudio, se ejecuta el programa Abaqus / CAE que es una interfaz sencilla y coherente. Se utilizó el módulo **Part** que ofrece las herramientas de dibujos necesarias para el desarrollo del modelo, este se encuentra constituido por un indentador cónico y un sustrato en proyección axisimétrica. La geometría del indentador posee un semi-ángulo de cono con un valor

de  $70,3^\circ$  como se muestra en la figura N° 18. Este valor fue empleado ya que produce una huella donde la relación entre el área de contacto y la profundidad de penetración es similar a la existente en una indentación Vickers (Mata, Anglada, & Alcalá, 2002).

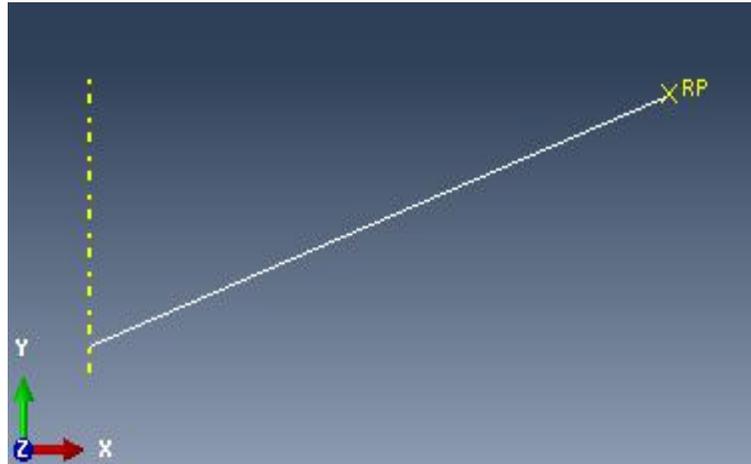


Figura 18. Geometría del indentador en proyección axisimétrica.

El sustrato se modeló como la superficie de un cilindro deformable en proyección axisimétrica de dimensiones de 1x1 mm tal como se muestra en la Figura N° 19:

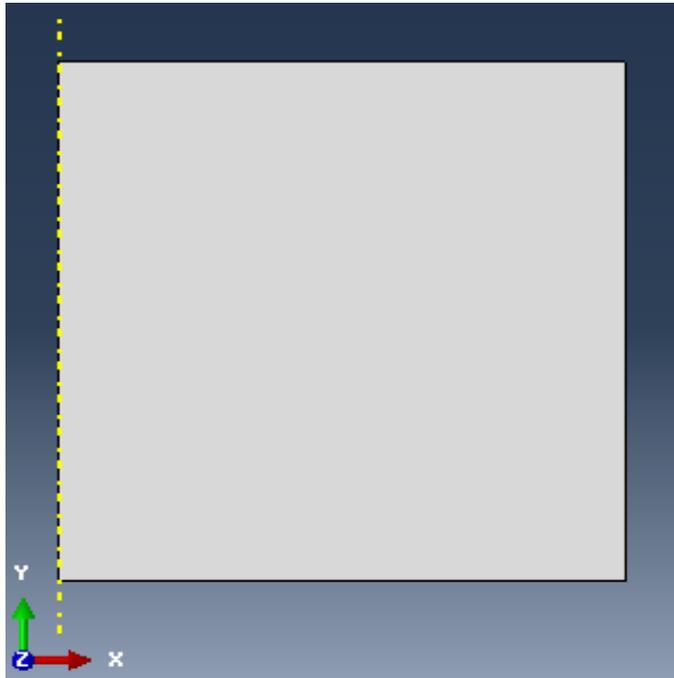


Figura 19. Proyección axisimétrica del sustrato.

### 3.2.2. Crear malla.

Una de las partes más importante del método de elementos finitos es el mallado. Este puede ser realizado en el programa ABAQUS en su módulo *Sketch*. El proceso de diseñar una malla puede ser complicado en este software, por lo tanto, se utilizó el software de AutoCAD por su facilidad de realizar dibujos en 2D y así optimizar el tiempo de cálculo y el desarrollo de la simulación, para ello se deben escoger los criterios apropiados para la estructuración de la malla (Ayres, Quintero, & Martinez, 2009), como por ejemplo la elección y colocación de los diferentes nodos, elementos, zonas de transiciones, etc. La Figura N° 20 muestra la estructuración escogida para el modelo:

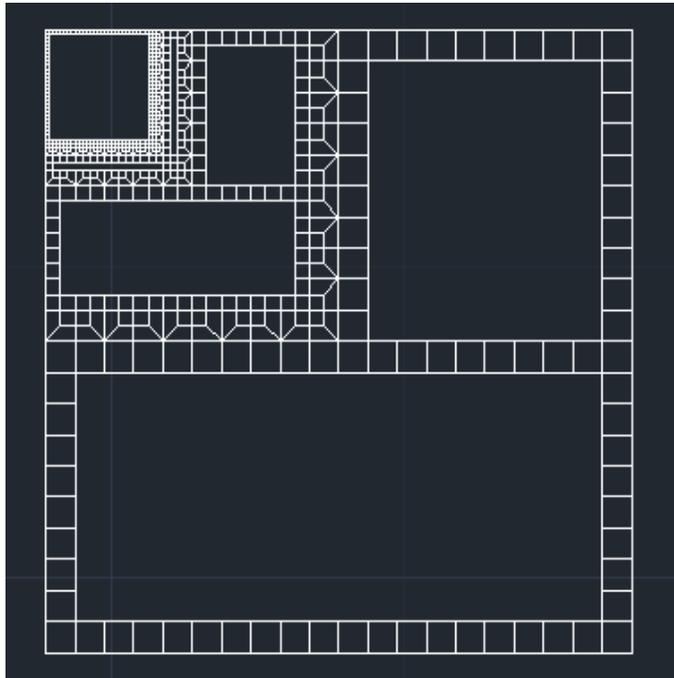


Figura 20. Estructuración de la Malla.

### 3.2.3. Importar malla.

El software ABAQUS ofrece la posibilidad de importar archivos con el formato **.dxf** (*Drawing Exchange Format*), que es compatible con otros programas. AutoCAD permite trabajar con este tipo de archivo, por lo tanto se realizó la introducción de la malla con esta modalidad utilizando la herramienta **Partition Face**, para así designar esta malla al sustrato creado en el módulo **Part** en ABAQUS (Figura N°21).

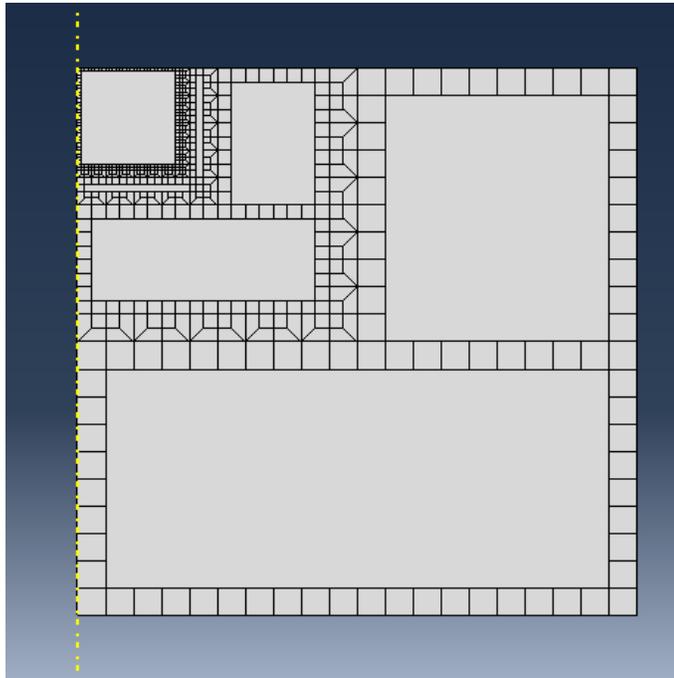


Figura 21. Malla asignada al sustrato en el módulo *Part*.

#### 3.2.4. Generar malla.

Luego de haber importado la Malla, el siguiente paso es la culminación de la malla, utilizando la opción *Mesh Part*. Se asignó el elemento CAX4 de 4 nodos, cuadrilátero lineal y axisimétrico. Logrando una estructuración adecuada y una refinación de la malla de 26.905 nodos y 26.659 elementos como se muestra en la Figura N°22. El elemento más pequeño tiene dimensiones menores a  $1\ \mu\text{m}$  y el elemento más grande tiene dimensiones de  $50\ \mu\text{m}$ .

Se utilizó un elemento de forma trapezoidal (Figura N° 23) para crear las zonas de transición de elementos mayores a elementos menores, y así disminuir el tiempo de cálculo en las zonas de transición.

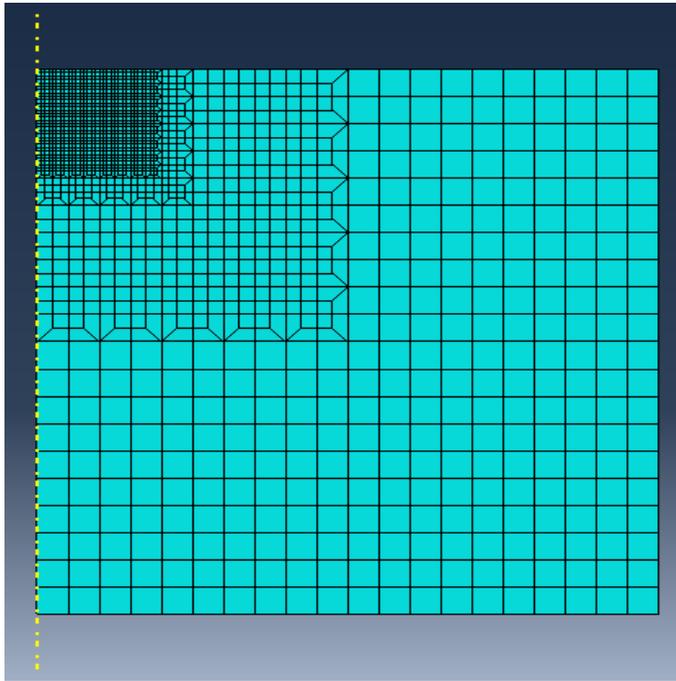


Figura 22. Generación de Malla.

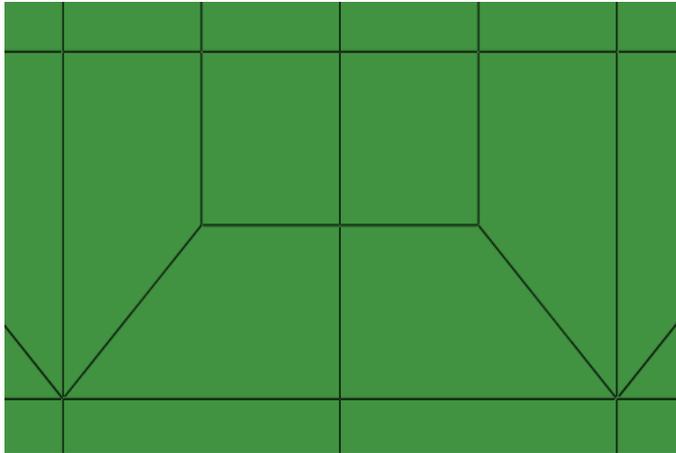


Figura 23. Elemento de forma trapezoidal.

### 3.2.5. Crear Orphan Mesh.

El *Orphan Mesh* (Figura N° 24) es una herramienta que se utiliza para definir los nodos o elementos de una pieza, con el tipo del elemento que ofrece la librería de Abaqus, el elemento *CAX4* (4 nodos, cuadrilátero lineal y axisimétrico) fue seleccionado, ya que este elemento (Esqué de los Ojos & Alcalá, 2006) debe ser capaz de representar grandes deformaciones y poseer una simetría axisimétrica. El programa crea una nueva pieza que permite editar, agregar o eliminar nodos o elementos de esta. Incluso permite la creación de *sets*, que no son más que un conjunto de elementos o nodos que pertenecen a la pieza creada por el *Orphan Mesh*.

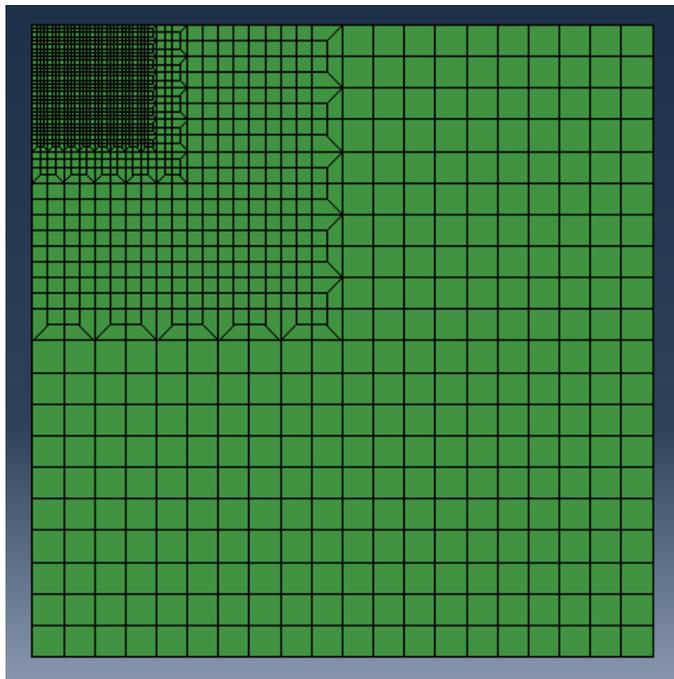


Figura 24. Orphan Mesh.

### 3.2.6. Ensamblado las partes.

Para realizar el ensamble del sustrato con el indentador (Figura N°25), se utilizó el módulo *Assembly*. Este módulo permite unir todas las partes creadas en el modelo, utilizando un solo sistema global de coordenadas y permite definir la interacción entre ellos.

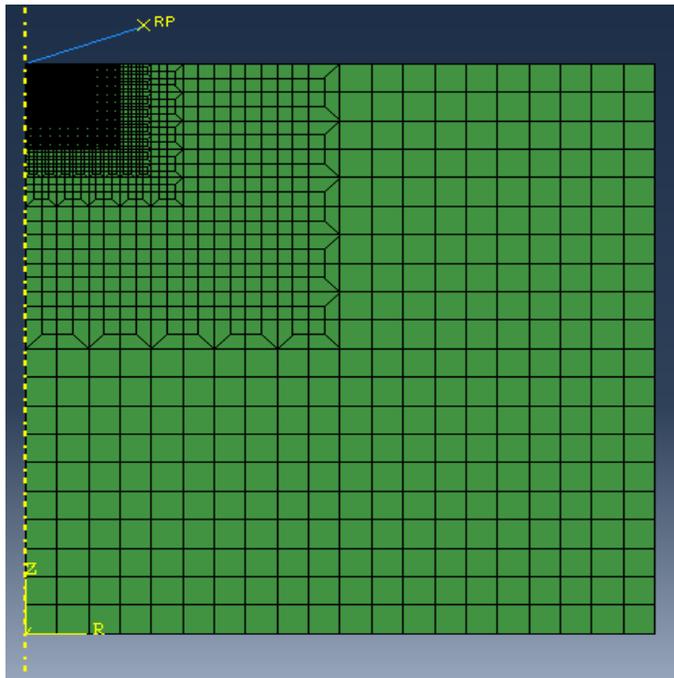


Figura 25. Ensamble del Indentador y Sustrato.

### 3.2.7. Configuración del análisis.

La configuración del análisis se realizó en el módulo *Step*, por defecto ABAQUS ya tiene generado un *step* inicial, en dicho *step* se configura: tipo de interacción entre superficies y condiciones de borde.

En el módulo **Interaction** se programó la interacción de contacto entre superficies (*Surface to surface contact standard*) entre el indentador y el sustrato, sin fricción. Esta herramienta se puede utilizar como una alternativa a las interacciones de contacto general (Abaqus Analysis User's Manual, 2011).

El módulo **Load** permite especificar las cargas y condiciones de borde que rigen al sistema sustrato-indentador. Las cargas de tipo de fuerza concentrada (**Concentrated Force**) se aplicaron en el punto de referencia del indentador, ya que fue definido como un sólido de cuerpo rígido; estas cargas fueron introducidas en el programa en Newton (N).

Las condiciones de bordes que rigen el modelo se muestran en la Figura N° 26 y se explican a continuación:

- a) Para los nodos del eje axisimétrico se utilizó una condición de patín (**Xsymn**), que restringe el desplazamiento en dirección del eje **X** y rotación en el eje **Z** y **Y**.
- b) Para los nodos del empotramiento se utilizó la condición de **Encastre** que no permite desplazamiento en ninguna dirección.
- c) Para el indentador, al igual que en los nodos del eje axisimétrico se utilizó una condición de patín (**Xsymn**) en el punto de referencia (**Reference Point**), la cual permite que el mismo se desplace en la dirección del eje **Y**.

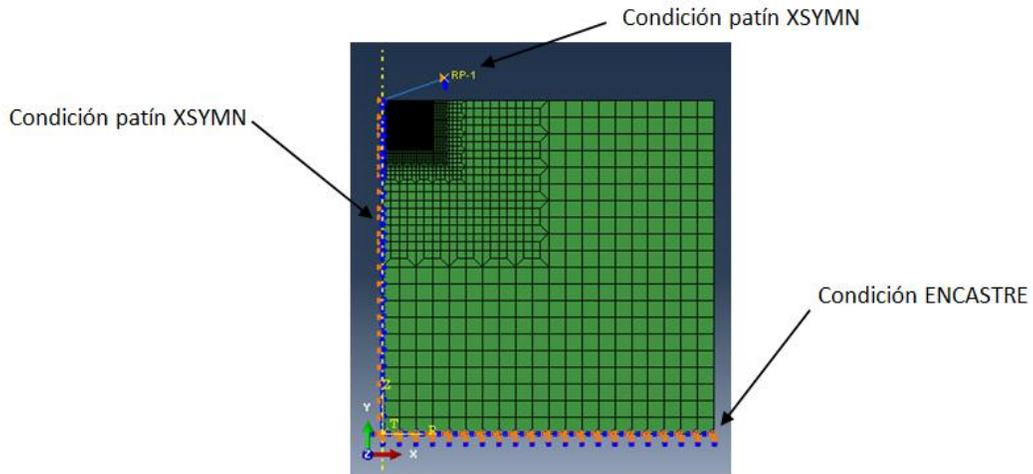


Figura 26. Condiciones de borde.

Para poder simular las cargas aplicadas del ensayo de indentación, se crearon seis (6) *steps*, uno para cada carga, para todos los *steps* creados se seleccionó como tipo de procedimiento de análisis *Static General* con la opción *NLgeom* activada, la cual permite realizar los cálculos tomando en cuenta el desplazamiento que debería tener cada *step*.

### 3.2.8. Definición del material del sustrato.

Para definir las propiedades mecánicas en el modelo, se utilizó el módulo *Property*. El material del sustrato tiene un comportamiento elasto-plástico, el comportamiento elástico se define, con el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson. El comportamiento plástico viene definido por una tabla de valores discretos de esfuerzo-deformación plástica a partir de la cual el programa interpola una curva continua de esfuerzo-deformación, Definiendo así el endurecimiento por deformación que se aplica al modelo escogido. Para determinar el comportamiento plástico del material se aplicó la ley de endurecimiento uniaxial (Ecuación 22) como se muestra a continuación:

$$\sigma \begin{cases} E\varepsilon & \sigma > \sigma_{ys} \\ \sigma_0 \varepsilon^n & \sigma < \sigma_{ys} \end{cases} \quad \text{Ecuación 22}$$

Donde  $n$  es el coeficiente de endurecimiento por deformación del material,  $E$  su módulo elástico,  $\sigma_{ys}$  el límite elástico y  $\sigma_0$  es la constante de proporcionalidad entre la tensión y la deformación en el régimen plástico. Para asegurar la continuidad de la curva esfuerzo-deformación cuando  $\sigma = \sigma_{ys}$  ambas ecuaciones deben ser iguales y por lo tanto puede calcularse el parámetro  $\sigma_0$  como se muestra en la Ecuación 23:

$$\sigma_{ys} = E\varepsilon_{ys} = \sigma_0 E\varepsilon_{ys}^n \rightarrow \sigma_0 = E\varepsilon_{ys}^{1-n} \quad \text{Ecuación 23}$$

Debido a que es necesario introducir una relación esfuerzo-deformación estrictamente plástica en el modelo, y considerando que la ecuación anterior nos proporciona la deformación total, esta se puede expresar como la suma de la deformación elástica y la deformación plástica ( $\mathcal{E}_{Total} = \mathcal{E}_{elastica} + \mathcal{E}_{plastica}$ ), y como es necesario restar la deformación elástica a la deformación total. Por lo tanto, la deformación plástica (Ecuación 24) queda definida como:

$$\varepsilon_{plastica} = \frac{\sigma_{ys}}{E} \left( \frac{\sigma}{\sigma_{ys}} \right)^{1/n} - \frac{\sigma}{E} \quad \text{Ecuación 24}$$

De esta manera se caracteriza únicamente la deformación plástica del material, al realizar los cálculos, el programa interpola los diferentes puntos formado por esta curva continua.

El material del sustrato es un acero AISI 1015. Para la asignación de las propiedades en el modelo numérico, se tomaron en consideración las referencias mostrados en las Tablas N° 5, 6 y 7, donde se reportan el módulo de elasticidad, módulo de Poisson y la resistencia a la fluencia del Acero AISI 1015. Según Gope (2012), El valor del coeficiente de endurecimiento por deformación ( $n$ ) para aceros de bajo contenido de carbono es de 0,21 y para los autores Niemer y Newby (1978) los valores de  $n$  para este tipo de acero están entre 0,20 y 0,22.

Tabla 5. Propiedades del Acero AISI 1015 (Mott, 2006).

| <b>Resistencia a la fluencia (MPa)</b> | <b>Módulo de Young (GPa)</b> | <b>Módulo de Poisson</b> |
|--|------------------------------|--------------------------|
| 414                                    | 190-210                      | 0,27-0,30                |

Tabla 6. Propiedades del Acero AISI 1015.(Budynas & Nisbett, 2008).

| <b>Resistencia a la fluencia (MPa)</b> | <b>Módulo de Young (GPa)</b> | <b>Módulo de Poisson</b> |
|--|------------------------------|--------------------------|
| 415                                    | 205                          | 0,27-0,30                |

Tabla 7. Propiedades del Acero AISI 1015.(Matwed, 2013).

| <b>Resistencia a la fluencia (MPa)</b> | <b>Módulo de Young (GPa)</b> | <b>Módulo de Poisson</b> |
|--|------------------------------|--------------------------|
| 415                                    | 200                          | 0,29                     |

De acuerdo a las referencias antes mencionadas se asignaron las siguientes propiedades mecánicas al modelo:

**Módulo de elasticidad (E):** 200.000 MPa.

**Módulo de Poisson:** 0,27.

**Coefficiente de endurecimiento por deformación (n):** 0,20.

**Esfuerzo de Fluencia ( $\sigma_{ys}$ ):** 415MPa.

### **3.2.9. Definición del recubrimiento.**

Para definir el recubrimiento en el modelo se utilizó un conjunto de elementos con la herramienta *Sets* que permite agrupar nodos y elementos del *Orphan Mesh*. La asignación de propiedades mecánicas al recubrimiento se efectuó en el módulo *Property*. En general, los recubrimientos depositados por el método de niquelado químico inicialmente exhiben una estructura amorfa, y se caracterizan por tener un comportamiento similar al comportamiento de los materiales frágiles (Pingarron, 2001). Este comportamiento se puede representar en el modelo matemático, como elástico (Pérez, Martins de Souza, & Negrin, 2006) utilizando el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson. Los valores de referencia que se utilizaron para la asignación de las propiedades mecánicas del recubrimiento se muestran en las

Tablas N° 8, 9, 10 y 11. En la Figura N° 27 se muestra la selección de los grupos de elementos elegidos para el recubrimiento y para el sustrato.

Tabla 8. Propiedades del niquelado químico(Lille & Koo, 2005).

| <b>Coefficiente de Poisson</b> | <b>Módulo de Elasticidad (GPa)</b> |
|--------------------------------|------------------------------------|
| 0,32                           | 163,00                             |

Tabla 9. Propiedades del niquelado químico (Shaowen, Libo, Guangyu, Wuyi, & Xuezeng, 2007).

| <b>Coefficiente de Poisson</b> | <b>Módulo de Elasticidad (GPa)</b> |
|--------------------------------|------------------------------------|
| 0,25                           | 55,00                              |

Tabla 10. Propiedades del niquelado químico (Pari, Raj, Pandiarajan, & Rasu, 2008).

| <b>Coefficiente de Poisson</b> | <b>Módulo de Elasticidad (GPa)</b> |
|--------------------------------|------------------------------------|
| 0,22                           | 200,00                             |

Tabla 11. Propiedades del niquelado químico(Weil & Parker, 1990).

| Porcentaje de fosforo (%) | Módulo de elasticidad (GPa) | Esfuerzo de fluencia (MPa) |
|---------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| 1 a 3                     | 50-60                       | 150-200                    |
| 5 a 7                     | 62-66                       | 420-700                    |
| 7 a 9                     | 50-60                       | 800-1100                   |
| 10 a 12                   | 50-70                       | 650-900                    |

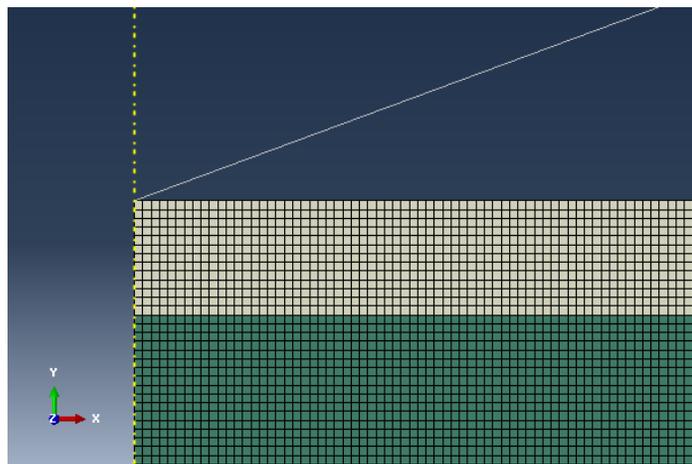


Figura 27. *Sets* de elementos del recubrimiento y del sustrato.

Luego de una revisión exhaustiva de la literatura, se establecieron las siguientes propiedades mecánicas para el recubrimiento depositado por el método de niquelado químico:

**Módulo de elasticidad (E):** 50.000 MPa.

**Módulo de Poisson:** 0,3

### 3.2.10. Visualización de los resultados.

Una vez terminada la simulación, Abaqus genera un archivo de salida con la extensión .odb que contiene una base de datos de las variables que fueron calculadas en el módulo *Step*. Como por ejemplo, esfuerzos, deformaciones y desplazamientos, este archivo se puede visualizar en el módulo *Visualization*.

Este módulo provee una imagen gráfica del modelo y sus resultados, al abrir el archivo .odb se visualizará el modelo indentador-sustrato sin deformar (Figura N° 28), la herramienta *Deformes shape* muestra la deformación del modelo (Figura N° 29) de acuerdo a las variables calculadas en los *Steps* donde se puede observar el comportamientos de estas variables con mayor facilidad.

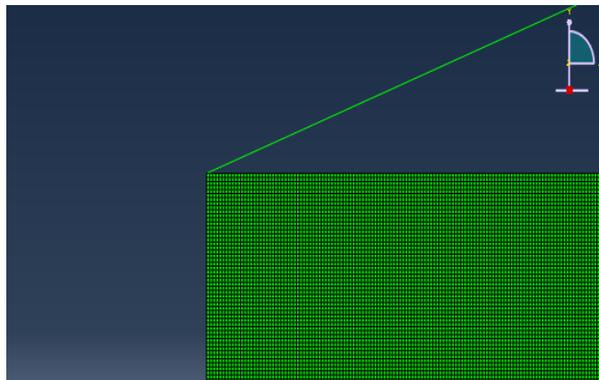


Figura 28. Modelo indentador-sustrato sin deformar.

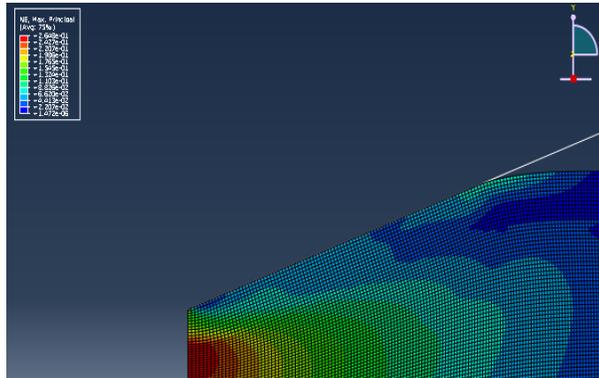


Figura 29. Deformación del modelo.

### 3.2.11. Estimación de dureza absoluta del recubrimiento.

Para la determinación de la dureza absoluta del recubrimiento, se utilizó el modelo de Lesage-Pertúz (2005). Se empleó a los dos ensayos estudiados en la investigación. El ensayo experimental de dureza Vickers y el modelo matemático del ensayo dureza Vickers utilizando el MEF.

Los valores obtenidos del ensayo experimental, que se utilizaron para la aplicación del modelo de Lesage-Pertúz fueron la diagonal de la huella de indentación ( $d$ ), la dureza del sustrato ( $H_s$ ) y la dureza compuesta ( $H_c$ ). Para emplear el modelo de Lesage-Pertúz a los valores obtenidos del modelo numérico, se conoce que la geometría del indentador que se utilizó en la simulación posee un semi-ángulo de cono con un valor de  $70,3^\circ$ . Este valor fue empleado ya que produce una huella donde la relación entre el área de contacto y la profundidad de penetración es similar a la existente en una indentación Vickers (He & Veprek, 2002). Por lo tanto, se efectuó la determinación de una diagonal proyectada ( $dp$ ) en función del radio de contacto, junto a los valores de dureza del sustrato y los valores de dureza compuesta obtenidos del modelo numérico, se logró la aplicación del modelo de Lesage-Pertúz.

El modelo de Lesage-Pertúz se representa con la Ecuación 25 que se muestra a continuación:

$$AxH_f^2 + BxH_f + C = 0 \quad \text{Ecuación 25}$$

En donde **A**, **B** y **C** son los coeficientes de la ecuación cuadrática y **Hf** es la dureza del recubrimiento.

$$\begin{cases} A = f^2x(f - 1) & \text{Ecuación 26} \\ B = (-2f^3 + 2f^2 - 1)xH_s + (1 - f)xH_c & \text{Ecuación 27} \\ C = fxH_cxH_s + f^2x(f - 1)xH_s^2 & \text{Ecuación 28} \end{cases}$$

Las Ecuaciones 26, 27 y 28 se utilizan para deducir los valores de los coeficientes **A**, **B** y **C**. Siendo **f** una función que relaciona el espesor(**t**) con la diagonal de la huella (**d**), **Hs** la dureza del sustrato y **Hc** la dureza compuesta

$$f = \left(\frac{t}{d}\right)^m \quad \text{Ecuación 29}$$

En la Ecuación 29, se describe la relación (**f**) entre el espesor (**t**) y la diagonal de la huella (**d**). El valor de **m** se obtiene de una regresión lineal, de todos valores de carga **P(N)** y diagonal **d (μm)** de la dureza compuesta, como se muestra en la Ecuación 30.

$$\ln d = m \cdot \ln P + b \quad \text{Ecuación 30}$$

## CAPITULO IV.

### RESULTADOS Y ANÁLISIS

En este capítulo se muestra los resultados de dos diferentes estudios para la determinación de la dureza del recubrimiento Ni-P, los resultados del primer estudio son obtenidos de un ensayo experimental de dureza Vickers, los resultados del segundo estudio derivan de un modelo matemático del ensayo de dureza Vickers utilizando el Método de Elementos Finitos.

#### 4.1. CÁLCULO DE DUREZA EXPERIMENTAL.

El estudio de la dureza se realizó mediante indentación convencional, con un penetrador Vickers. En las Tablas N° 12 y 13, se muestran los valores de diagonales y dureza ( $H_v$ ) para 5 (cinco) indentaciones en cada carga aplicada, para un sustrato (AISI 1015) y material recubierto (AISI 1015 + Ni-P), respectivamente. Ambas tablas presentan además, el promedio y las desviaciones estándar para cada valor. En las figuras N° 30 y 31 se pudo observar para el sustrato, que a medida que aumenta la diagonal, el valor de la dureza ( $H_v$ ) muestra una variación que se encuentra en un intervalo de 2,1 a 2,5 GPa. Para el material recubierto con Ni-P la dureza compuesta ( $H_c$ ) presenta una tendencia más variable a medida que aumenta la diagonal. Se observaron valores mayores de dureza de 3,7 GPa para diagonales menores a 22  $\mu\text{m}$ . Al aumentar la diagonal debido al incremento de la carga aplicada, la dureza compuesta tiende a disminuir. Reportando el valor más bajo de 2,2 GPa para la carga de 1000 gf, valor que es similar a la dureza del sustrato a la misma carga.

Tabla 12. Dureza experimental Vickers para el acero AISI 1015.

| <b>50g</b>               | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> | <b>Promedio</b> | <b>Desviación Estándar</b> |
|--------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------------|----------------------------|
| <b>D1</b>                | 19,1     | 23,6     | 19,6     | 18,4     | 17,5     | 19,6            | 2,4                        |
| <b>D2</b>                | 19,7     | 23,6     | 19,2     | 19,8     | 19,9     | 20,4            | 1,8                        |
| <b>HV<sub>0,05</sub></b> | 246,4    | 166,5    | 246,4    | 254      | 265      | <b>235,7</b>    | <b>39,4</b>                |
|                          |          |          |          |          |          |                 |                            |
| <b>100g</b>              | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> |                 |                            |
| <b>D1</b>                | 29,8     | 25,5     | 27,6     | 27,3     | 26,3     | 27,3            | 1,6                        |
| <b>D2</b>                | 28,8     | 26       | 28,2     | 28,2     | 28,3     | 27,9            | 1,1                        |
| <b>HV<sub>0,1</sub></b>  | 216      | 277,5    | 238,2    | 241      | 249      | <b>243,3</b>    | <b>22,2</b>                |
|                          |          |          |          |          |          |                 |                            |
| <b>200g</b>              | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> |                 |                            |
| <b>D1</b>                | 38,5     | 38,7     | 29,9     | 40,3     | 39,9     | 37,5            | 4,3                        |
| <b>D2</b>                | 39,2     | 37,1     | 40,8     | 39,9     | 39,9     | 39,4            | 1,4                        |
| <b>HV<sub>0,2</sub></b>  | 245,7    | 258,2    | 227,8    | 231      | 239      | <b>240,2</b>    | <b>12,3</b>                |
|                          |          |          |          |          |          |                 |                            |
| <b>300g</b>              | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> |                 |                            |
| <b>D1</b>                | 47,3     | 45       | 45,5     | 47,2     | 47,2     | 46,4            | 1,1                        |
| <b>D2</b>                | 47       | 46,9     | 47,4     | 45,3     | 48       | 46,9            | 1,0                        |
| <b>HV<sub>0,3</sub></b>  | 250,2    | 263,5    | 256,7    | 260      | 246      | <b>255,2</b>    | <b>7,3</b>                 |
|                          |          |          |          |          |          |                 |                            |
| <b>500g</b>              | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> |                 |                            |
| <b>D1</b>                | 63,9     | 63,5     | 63,6     | 62,7     | 61,8     | 63,1            | 0,9                        |
| <b>D2</b>                | 61,3     | 61,7     | 62       | 62,2     | 60,3     | 61,5            | 0,8                        |
| <b>HV<sub>0,5</sub></b>  | 236,6    | 236,6    | 235,1    | 238      | 249      | <b>239</b>      | <b>5,6</b>                 |
|                          |          |          |          |          |          |                 |                            |
| <b>1000g</b>             | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> |                 |                            |
| <b>D1</b>                | 90,6     | 88,8     | 91       | 94,1     | 91,7     | 91,2            | 1,9                        |
| <b>D2</b>                | 89,5     | 87,1     | 90,3     | 91,6     | 89,2     | 89,5            | 1,7                        |
| <b>HV<sub>1</sub></b>    | 228,7    | 239,7    | 225,7    | 215      | 227      | <b>227,2</b>    | <b>8,8</b>                 |

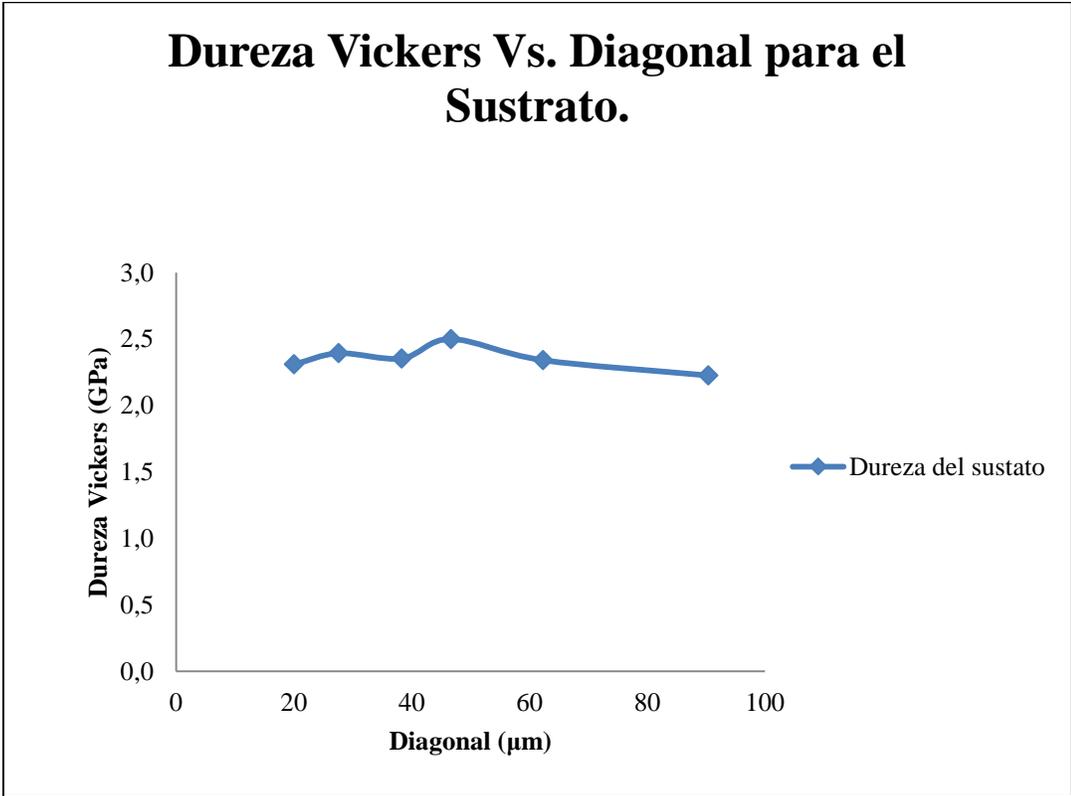


Figura 30. Gráfica de Valores de dureza (Hv) vs diagonal promedio (d) para el sustrato AISI 1015.

Tabla 13. Dureza experimental Vickers para el material recubierto con Ni-P.

| <b>50g</b>               | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> | <b>Promedio</b> | <b>Desviación Estándar</b> |
|--------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------------|----------------------------|
| <b>D1</b>                | 15,8     | 15,8     | 15,6     | 13,9     | 14,9     | 15,2            | 0,8                        |
| <b>D2</b>                | 16,7     | 15,5     | 15,9     | 16,7     | 15,7     | 16,1            | 0,6                        |
| <b>HV<sub>0,05</sub></b> | 351,6    | 377,7    | 374,8    | 395,9    | 395,2    | <b>379,0</b>    | <b>18,2</b>                |
|                          |          |          |          |          |          |                 |                            |
| <b>100g</b>              | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> |                 |                            |
| <b>D1</b>                | 22,8     | 22,3     | 22,7     | 22,6     | 20,5     | 22,2            | 1,0                        |
| <b>D2</b>                | 22,7     | 23,5     | 22,1     | 20,8     | 23,0     | 22,4            | 1,0                        |
| <b>HV<sub>0,1</sub></b>  | 359,1    | 354,7    | 368,5    | 393,8    | 392,3    | <b>373,7</b>    | <b>18,4</b>                |
|                          |          |          |          |          |          |                 |                            |
| <b>200g</b>              | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> |                 |                            |
| <b>D1</b>                | 35,1     | 28,7     | 32,9     | 35,5     | 36,3     | 33,7            | 3,1                        |
| <b>D2</b>                | 33,8     | 37,5     | 37,1     | 31,2     | 32,1     | 34,3            | 2,9                        |
| <b>HV<sub>0,2</sub></b>  | 312,4    | 338,1    | 302,3    | 333,6    | 317,1    | <b>320,7</b>    | <b>14,9</b>                |
|                          |          |          |          |          |          |                 |                            |
| <b>300g</b>              | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> |                 |                            |
| <b>D1</b>                | 41,2     | 38,9     | 42,2     | 40,6     | 47,8     | 42,2            | 3,4                        |
| <b>D2</b>                | 41,5     | 44,3     | 43,8     | 44,7     | 38,2     | 42,5            | 2,7                        |
| <b>HV<sub>0,3</sub></b>  | 325,6    | 321,1    | 301      | 305,9    | 301,2    | <b>311,0</b>    | <b>11,6</b>                |
|                          |          |          |          |          |          |                 |                            |
| <b>500g</b>              | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> |                 |                            |
| <b>D1</b>                | 58,5     | 59,4     | 60,0     | 58,1     | 59,2     | 59,0            | 0,7                        |
| <b>D2</b>                | 60,6     | 55,9     | 58,6     | 56,7     | 59,5     | 58,3            | 2,0                        |
| <b>HV<sub>0,5</sub></b>  | 261,5    | 278,9    | 264      | 281,3    | 263,2    | <b>269,8</b>    | <b>9,5</b>                 |
|                          |          |          |          |          |          |                 |                            |
| <b>1000g</b>             | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> |                 |                            |
| <b>D1</b>                | 92,8     | 87,6     | 90,9     | 91,3     | 86,0     | 89,7            | 2,8                        |
| <b>D2</b>                | 89,8     | 94,3     | 87,8     | 88,3     | 92,6     | 90,6            | 2,8                        |
| <b>HV<sub>1</sub></b>    | 222,1    | 224,1    | 232,1    | 229,9    | 232,3    | <b>228,1</b>    | <b>4,7</b>                 |

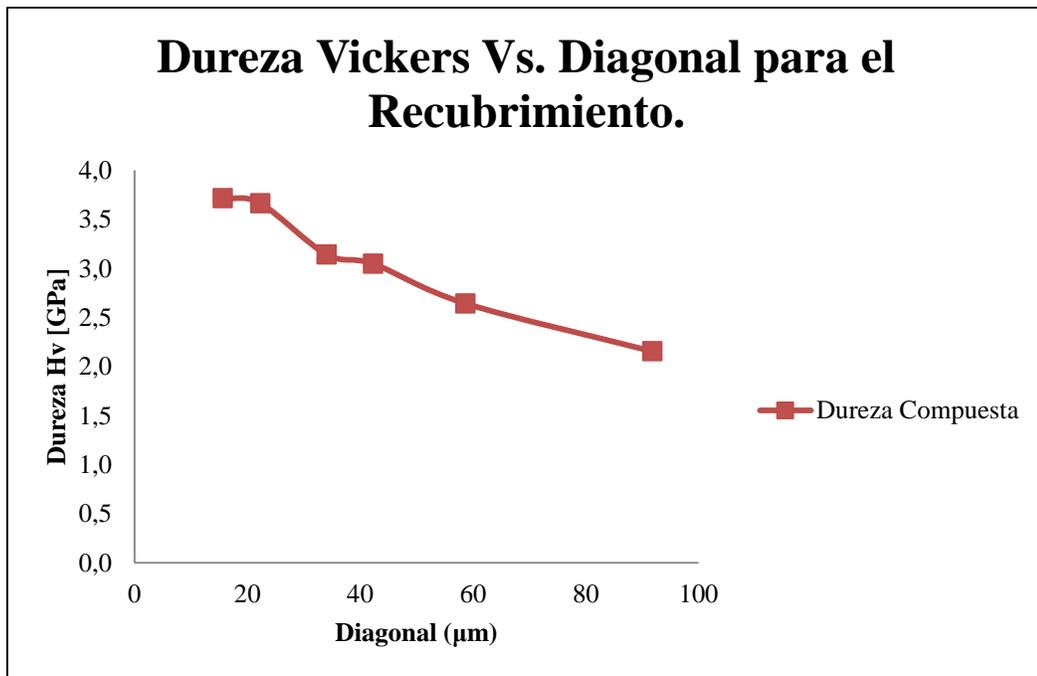


Figura 31. Gráfica de Valores de dureza (Hv) vs diagonal promedio (d) para el Material con Ni-P.

La Tabla N° 14 muestra los valores de la diagonal promedio (*d*), la profundidad relativa de indentación (*RID*) y la dureza Vickers (*Hv*). Calculada para cada carga aplicada al material recubierto. Destacando el valor de 0,32 de profundidad relativa de indentación para la carga de 50 gf, esto representa una gran influencia del sustrato en los valores de dureza compuesta.

Tabla 14. Valores de diagonales (d) promedios, profundidad de indentación relativa (RID) y dureza (HV) promedios para el material recubierto con Ni-P.

|                   |      |       |       |       |       |        |
|-------------------|------|-------|-------|-------|-------|--------|
| <b>Carga (gf)</b> | 50,0 | 100,0 | 200,0 | 300,0 | 500,0 | 1000,0 |
| <b>d (μm)</b>     | 15,6 | 22,3  | 34,0  | 42,3  | 58,6  | 90,2   |
| <b>RID</b>        | 0,3  | 0,4   | 0,7   | 0,9   | 1,2   | 1,9    |
| <b>Hv (GPa)</b>   | 3,7  | 3,7   | 3,1   | 3,0   | 2,6   | 2,2    |

## 4.2. CÁLCULO DE DUREZA APLICANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

### 4.2.1. Comprobación del modelo numérico.

En la Tabla N° 15 se presenta una comparación entre los valores de dureza Vickers obtenidos en este estudio por medio de la simulación numérica utilizando el Método de Elementos Finitos, para diferentes sustratos (acero inoxidable dúplex AISI 329, acero inoxidable dúplex SAF 2507 y aluminio 6061-T6) y los valores reportados por Mata, Anglada & Alcalá (2002).

Tabla 15. Tabla comparativa de los valores de dureza con otro autor.

| Sustrato         | Mata, Anglada & Alcalá    |                       | Modelo Numérico       |
|------------------|---------------------------|-----------------------|-----------------------|
|                  | Dureza Experimental (GPa) | Dureza Numérica (GPa) | Dureza numérica (GPa) |
| Acero AISI 329   | 2,2                       | 2,1                   | 2,13                  |
| Acero SAF 2507   | 2,6                       | 2,5                   | 2,52                  |
| Aluminio 6061-T6 | 1,1                       | 1,2                   | 1,01                  |

Los errores relativos obtenidos al llevar a cabo el modelo numérico oscilaron entre 2 a 8 %. Estos valores son similares a los reportados por Mata, Anglada & Alcalá (2002), los cuales se encontraron en un rango entre 4 y 6 %. La diferencia se puede atribuir a la utilización de la malla planteada para cada modelo.

La similitud entre los valores de dureza obtenidos a partir de las simulaciones y de dureza Vickers experimentales establece la validez del procedimiento numérico utilizado.

#### **4.2.2. Análisis de Convergencia.**

A continuación, se presenta la optimización de la malla obtenida en las simulaciones por elementos finitos usando el código ABAQUS. Para ello, se realizó la discretización del sólido en 5 diferentes mallas de elementos axisimétricos: 3.478, 7.338, 16.023, 26.905 y 32.372 nodos. Estos resultados son obtenidos para un acero AISI 1015 con un comportamiento elasto-plástico y un indentador cónico rígido con un semi-ángulo de  $70,3^\circ$ . En la Figura N° 32 se observó que para una carga de 50 gf, al incrementar el número de nodos se obtiene un mejor ajuste entre los valores de dureza experimental y numérica. Esto se debe a que existe una mejor discretización del continuo en la zona de contacto entre el indentador y el sólido, llegando a un valor de error de 3,8% para la malla de 32.372 nodos. La razón por la cual se decidió escoger la malla de 26.905 nodos, fue debido a que el tiempo de cálculo en el programa es considerablemente menor que para la malla de 32.372 nodos, aunque se obtiene un valor de error un poco más alto (4,25%).

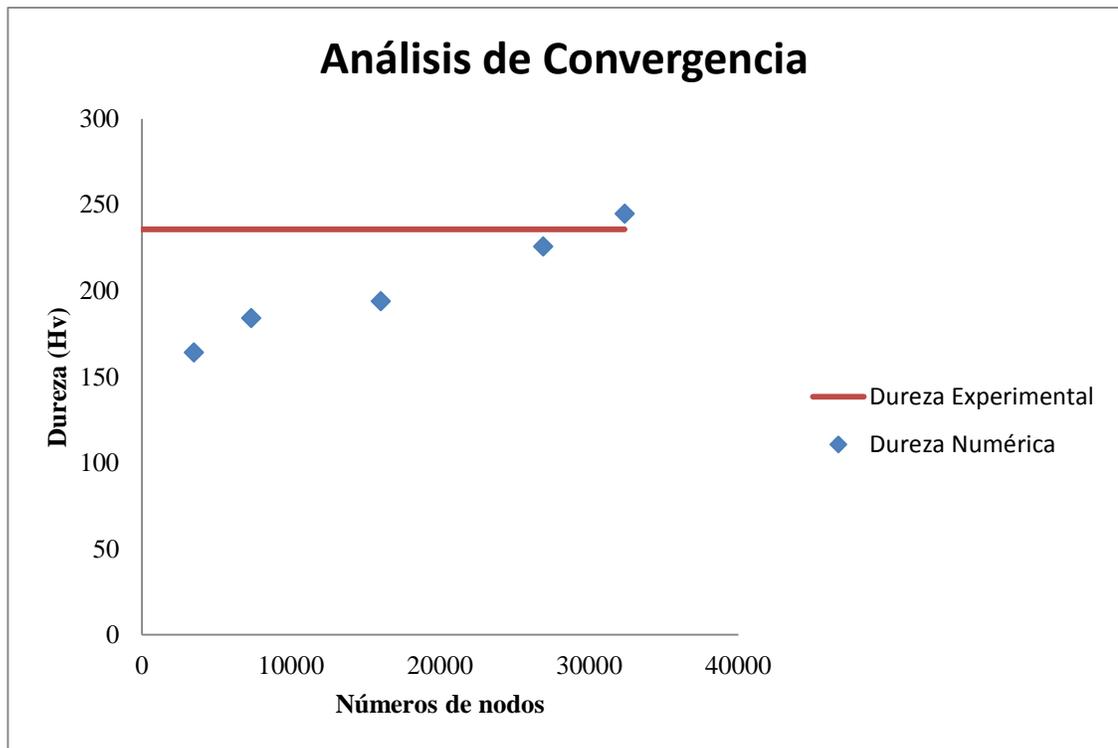


Figura 32. Análisis de convergencia.

#### 4.2.3. Cálculo de dureza del sustrato AISI 1015 aplicando el método de elementos finitos.

A continuación, en la Tabla N° 16 se muestra los valores de dureza experimental y numérica obtenida para la malla de 26.905 nodos para el acero AISI 1015. El error relativo se encontró en un rango entre 4,25 % y 12,9 %. En general, se observó una buena aproximación del MEF para el cálculo de la dureza del sustrato. Los valores calculados con esta malla se utilizarán para el cálculo de la dureza del recubrimiento planteado por el modelo de Lesage-Pertúz.

Tabla 16. Tabla comparativa de la dureza numérica y experimental de un acero AISI 1015 para la malla de 26.905 nodos.

| <b>Malla de 26.905 nodos.</b> |                              |                                  |
|-------------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| <b>Carga (gf)</b>             | <b>Dureza Numérica (GPa)</b> | <b>Dureza Experimental (GPa)</b> |
| 50,0                          | 2,2                          | 2,3                              |
| 100,0                         | 2,6                          | 2,3                              |
| 200,0                         | 2,5                          | 2,4                              |
| 300,0                         | 2,7                          | 2,5                              |
| 500,0                         | 2,1                          | 2,3                              |
| 1000,0                        | 2,5                          | 2,3                              |

#### **4.2.4. Cálculo de dureza compuesta aplicando el método de elementos finitos.**

Para el cálculo de dureza compuesta se utilizó la malla de 26.905 nodos, la cual mostro el mejor ajuste entre los valores de dureza experimental y numérica. Se observa en la Tabla N° 17 los resultados de los valores de dureza compuesta aplicando el método de elementos finitos. El valor de la dureza numérica presentó valores de errores relativos que variaron en un rango entre 4,7% y 10,2%. Esto demostró que la discretización del sólido en la zona de contacto es óptima generando un buen ajuste del modelo entre los valores experimentales y numéricos.

Estos resultados se obtuvieron de un modelo numérico de un sistema sustrato-recubrimiento. El modelo se definió a partir de un *set* de elementos. Para el recubrimiento se utilizaron 2.241 elementos y para el sustrato 24.418 elementos.

Tabla 17. Tabla comparativa de dureza compuesta numérica y dureza compuesta experimental para la malla de 26.905 nodos.

| <b>Malla de 26905 nodos</b> |                              |                                  |
|-----------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| <b>Fuerza (Kgf)</b>         | <b>Dureza Numérica (GPa)</b> | <b>Dureza Experimental (GPa)</b> |
| 50,0                        | 3,5                          | 3,7                              |
| 100,0                       | 3,9                          | 3,7                              |
| 200,0                       | 2,9                          | 3,1                              |
| 300,0                       | 3,2                          | 3,1                              |
| 500,0                       | 2,8                          | 2,6                              |
| 1000,0                      | 2,5                          | 2,2                              |

#### **4.2.5. Espesor del recubrimiento.**

Las mediciones obtenidas del ensayo de microscopia óptica correspondiente al espesor del recubrimiento se encuentran en la Tabla N° 18. Los resultados de la tabla presentan, para 5 (cinco) mediciones distintas, el espesor promedio del recubrimiento, el cual es de 5,4 $\mu$ m, con una desviación estándar de 0,2  $\mu$ m. El valor del espesor es un parámetro importante en la determinación de la dureza del recubrimiento. En la Figura N° 33 se muestra la fotomicrografía del sistema sustrato-recubrimiento que se empleó para realizar las mediciones del espesor.

Tabla 18. Valores medidos del espesor.

| <b>Mediciones</b>                          | <b>Espesor (<math>\mu\text{m}</math>)</b> |
|--|---|
| 1  | 5,4                                       |
| 2  | 5,7                                       |
| 3  | 5,3                                       |
| 4  | 5,2                                       |
| 5  | 5,1                                       |
| <b>Promedio (<math>\mu\text{m}</math>)</b> | 5,4                                       |
| <b>Desviación Estándar</b>                 | 0,2                                       |

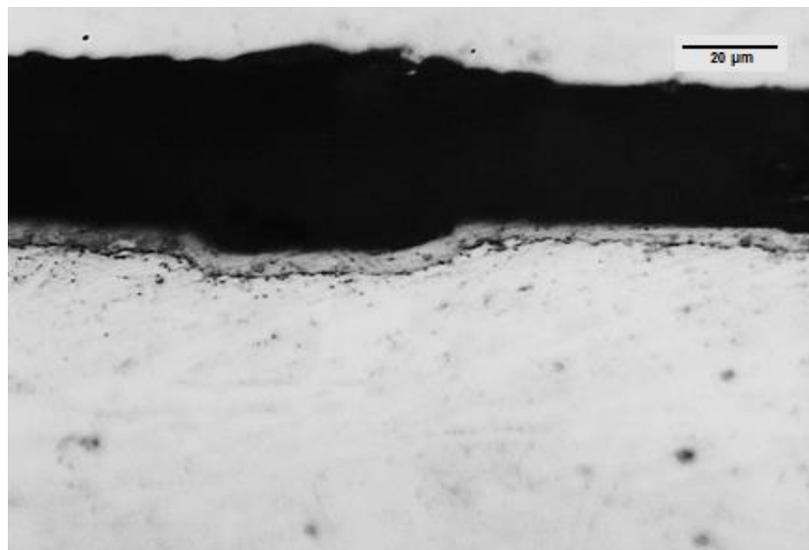


Figura 33. Espesor del recubrimiento de Ni-P a 500x.

#### 4.2.6. Cálculo de dureza del recubrimiento.

Con el valor del espesor y los valores de dureza (sustrato y compuesta) obtenida experimentalmente y por el modelo de MEF se calculó la dureza del recubrimiento aplicando el modelo de Lesage-Pertúz.

La Tabla N° 19, presenta los valores de dureza experimental y dureza numérica del recubrimiento para las diferentes cargas. Los errores relativos obtenidos entre los dos métodos se encontraron en un rango de 6,6 % a 13,2 %. Además, se tomó en consideración la existencia de una gran influencia del sustrato en los valores de dureza compuesta para grandes cargas de indentación, mientras que para bajas cargas de indentación existe una gran influencia del recubrimiento en los valores de dureza compuesta.

Tabla 19. Dureza del Recubrimiento.

| <b>Fuerza (Kgf)</b> | <b>Dureza Numérica (GPa)</b> | <b>Dureza Experimental (GPa)</b> |
|---------------------|------------------------------|----------------------------------|
| 50,0                | 5,4                          | 5,8                              |
| 100,0               | 6,2                          | 6,8                              |
| 200,0               | 6,5                          | 6,1                              |
| 300,0               | 4,6                          | 5,3                              |
| 500,0               | 3,7                          | 4,1                              |
| 1000,0              | 2,5                          | 2,3                              |

## 5. ANÁLISIS DE LOS CAMPOS DE ESFUERZOS Y DEFORMACIÓN.

### 5.1. Análisis de Esfuerzo.

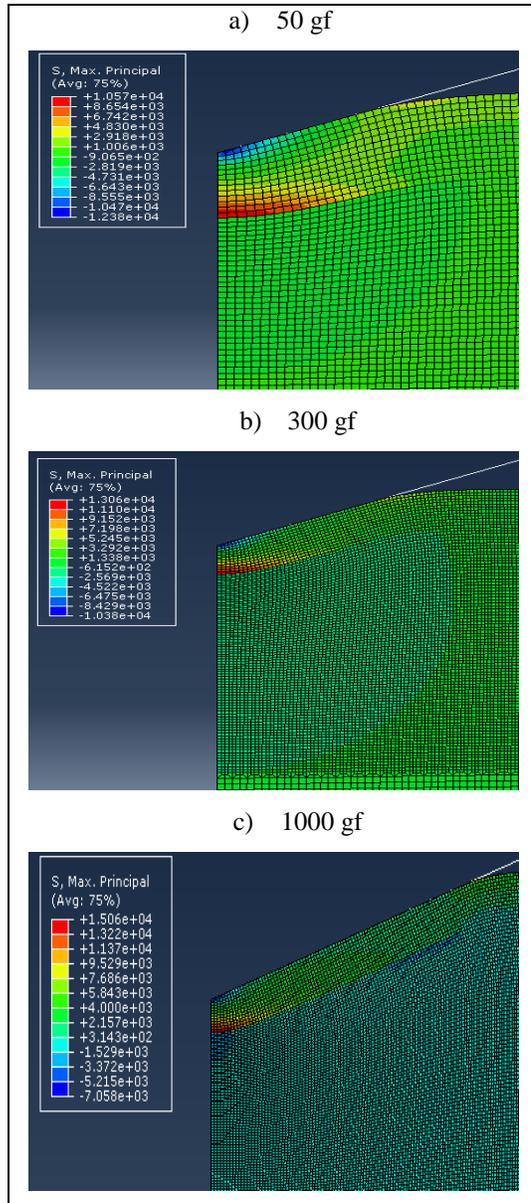


Figura 34. Campos de esfuerzo a diferentes cargas.

En la Figura N° 34 se aprecia la distribución del esfuerzo máximo en el sistema sustrato-recubrimiento. Para la carga de 50 gf (**a**) se puede observar que existen esfuerzos de compresión en la zona de contacto entre el indentador y el recubrimiento, además muestra la presencia de esfuerzos de tracción en la zona de interfase del sistema. Para la carga de 300 gf (**b**) el esfuerzo aumenta en la interfase comparado con el caso anterior, esto se debe por el aumento de la carga, mientras que en el sustrato empiezan a aparecer esfuerzos de compresión de forma homogénea. Para la carga de 1000 gf (**c**) el esfuerzo en el recubrimiento continua aumentando tanto en la zona de interfase como en la zona de contacto, además en el sustrato existen grandes esfuerzos de compresión donde la mayor concentración se encuentra cercana a la zona de interfase.

## 5.2. Análisis de Deformación.

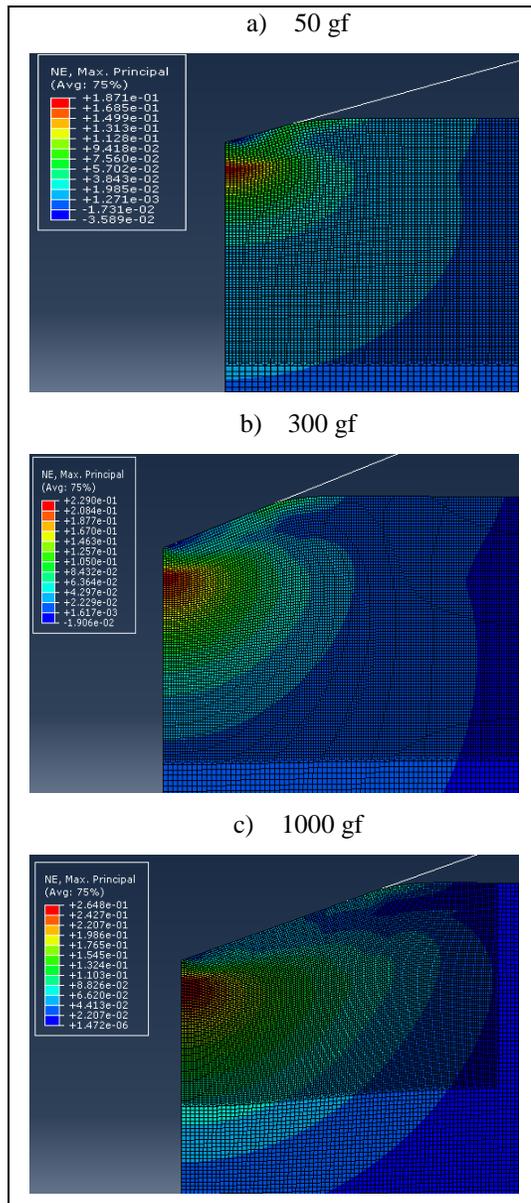


Figura 35. Campos de deformación a diferentes cargas.

La Figura N° 35 presenta el comportamiento de los diferentes campos de deformación a medida que aumenta la profundidad de indentación. Para cargas bajas e intermedias (entre 50 gf, y 300 gf) se observó que los mayores valores de deformación se concentran en la zona de interfase sustrato-recubrimiento.

Al ir aumentando la carga la forma del campo se expande hacia los lados, Beberían en el año 2007 explica que este comportamiento se debe a la presencia del sustrato que impide la progresión de las deformaciones hacia abajo.

El fenómeno de hundimiento (Sink in), depende del esfuerzo de fluencia y el comportamiento elasto-plástico del material. (Wenyi, Qingping, & Hong-Yuan, 2006) Este se observó para todas las cargas siendo de manera evidente para grandes profundidades de indentación (1000 gf).

## CAPÍTULO V.

### CONCLUSIONES.

- De las simulaciones para el acero AISI 1015, se determinó la dureza con un valor promedio de 2,42 GPa y una diferencia con el valor experimental de 2,72%.
- Para la dureza compuesta se obtuvo un valor promedio de 3,1 GPa con una diferencia con el valor experimental de 1,93 %. Además se observó el fenómeno de hundimiento.
- Se determina la dureza del recubrimiento a partir del modelo de Lesage-Pertúz, el valor promedio de dureza que se obtuvo del modelo que utiliza el MEF es de 4,8 GPa con una diferencia con el valor experimental de 4,93 %.
- Debido a la similitud entre los resultados obtenidos, se demuestra que la metodología propuesta es la adecuada para la simulación de este tipo de ensayos.
- La discretización mediante la malla de elementos axisimétricos CAX4 con 26.905 nodos, cumple con las condiciones para el desarrollo de la simulación de indentación Vickers.
- Es posible representar el comportamiento de los campos de esfuerzo y deformación en un sistema sustrato-recubrimiento utilizando el método de elementos finitos.
- El uso de un indentador cónico con un semi-ángulo de  $70,3^\circ$ , obtiene una huella equivalente a la existente en una indentación Vickers.

## **RECOMENDACIONES.**

- Utilizar un equipo computacional avanzado para que el tiempo de cálculo sea el menor posible.
- Realizar estudios del comportamiento de dureza utilizando el MEF para otros tipos de sustrato y recubrimiento.
- Efectuar investigaciones de indentación con otros tipos de indentadores utilizando el método de elementos finitos.
- Aplicar otros modelos teóricos para la determinación de la dureza del recubrimiento.
- El estudio de dureza Vickers utilizando el método de elementos finitos es más versátil, sencillo, menos costoso y los resultados se pueden obtener con una mayor rapidez en comparación con el ensayo experimental.

## BIBLIOGRAFÍA.

1. Ayres, R., Quintero, H., & Martinez, M. (2009). Determinación de Propiedades Mecánicas en un Aluminio 6063 con Recubrimiento Carburo de Tungsteno Cobalto Cromo y Superalación Base Níquel, Utilizando Simulación Numérica Mediante el Método de Elementos Finitos. Caracas, Distrito Capital, Venezuela.
2. B. S. J. Kang, Z. Y. (2006). Post-yielding stress-strain determination using spherical indentation. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 13, 129-138.
3. Baberian, A. (Marzo de 2007). Aspectos micromecánicos en ensayos de indentación Berkovitch de recubrimientos metálicos: Simulaciones por elementos finitos usando un modelo de plasticidad cristalina. Barcelona.
4. Bockris, J., & Reddy, A. (2002). *Modern Electrochemistry* (Segunda ed., Vol. 1). New York, Estados Unidos: Kluwer academic publishers.
5. Budynas, R., & Nisbett, K. (2008). *Diseño en ingeniería mecánica de shigley*. Mexico: McGraw-Hill.
6. Callister. (1995). *Introducción a la Ciencia e Ingeniería de los Materiales*.
7. Chang, R. (2002). *Química* (Septima ed.). México D.F., México: McGraw-Hill.
8. Cotell, C., Sprague, J., & Smith, F. (1994). *ASM handbook. Surface Engineering* (Decima ed., Vol. 5). ASM International Handbook Committee.
9. da Fonseca Lopes, Z. A. (2011). *El Método de los elementos finitos: Una introducción*. Maracaibo: Fondo Editorial Biblioteca Universidad Rafael Urdaneta.
10. Esqué de los Ojos, D., & Alcalá, J. (2006). Una ecuación de dureza unificada para ensayos de indentación esférica. Una ecuación de dureza unificada para ensayos de indentación esférica. Catalunya, Catalunya, España: Universitat Politècnica de Catalunya.
11. Ferdinand, B., Johnston, J., & DeWolf, J. (2004). *Mecánica de Materiales* (Tercera ed.). Mexico D.F., Mexico: McGraw-Hill.

12. Fogler, S. (2004). Elementos de ingeniería de las reacciones químicas (Tercera ed.). Prentice hall.
13. Fornóns García, J. M. (1982). El Método de los elementos finitos en la Ingeniería de estructuras. Barcelona: Boixareu. Recuperado el 2013
14. Gope, P. (2012). Machine Design: Fundamentals and Applications. New Delhi: PHI Learning Private Limited.
15. He, J., & Veprek, S. (Enero de 2002). Finite Element modeling of indentation into superhard coatings. Surface and Coatings Technology, 163-164, 374-379.
16. Lasage, J., Pertuz, A., Puchi Cabrera, E., & Chicot, D. (2005). A model to determine the surface hardness of thin films from standard micro-indentation tests. Elsevier, 232-238.
17. Lille, H., & Koo, J. (2005). Determination of the Modulus of Elasticity, Poisson's Ratio and the Coefficient of Thermal Expansion of Electrochemically Metallized Nickel Coatings. Materials Science, 356-359.
18. Mata, M., Anglada, M., & Alcalá, J. (2002). Ecuaciones de dureza para la caracterización de metales mediante indentación puntiaguda. 513-522.
19. Mott, R. (2006). Diseño de Elementos de Máquinas. Mexico: Pearson Educación.
20. Niemier, B., & Newby, J. (1978). Formability Topics: Metallic Materials - STP 647. Baltimore: American Society for Testing & Materials.
21. Nisbett, R., & Keith, B. y. (2008). Diseño en ingeniería mecánica de Shigley. McGraw-Hill.
22. Ortega, J. (1990). Corrosión Industrial (Tercera ed.). Barcelona, España: Productica.
23. Pari, H., Raj, R., Pandiarajan, G., & Rasu, E. (2008). Study on the performance of electroless nickel coating on aluminium for cylinder liners.
24. Pérez, E., & Negrin, I. (2008). Simulación (FEM) de la distribución de esfuerzos de contacto en sistemas recubiertos bajo repetidas indentaciones. Scientia et Technica, 77-82.
25. Pérez, E., Martins de Souza, R., & Negrin, I. (2006). Análisis por elementos finitos de la distribución de esfuerzos radiales y comportamiento plásticos de sistemas recubiertos (Películas delgadas resistentes al desgaste/sustratos de aluminio) en un ensayo de indentación. Scientia et Technica, 137-142.

26. Pingarron, A. B. (2001). *Ciencia e Ingeniería de la Superficie de Los Materiales Metálicos*. (J. J. Alfonso J. Vazquez Vaamonde, Ed.) Madrid, España: Raycar.
27. Shaowen, G., Libo, L., Guangyu, Z., Wuyi, W., & Xuezheng, Z. (2007). Stress analysis at the interface between Ni-P coating and SiCp/Al. *Applied Surface Science*, 3691-3695.
28. Smith, W. F. (1998). *Fundamentos de Ciencia e Ingeniería de los Materiales*. España.
29. T. S. N. Sankara Narayanan, K. K. (2003). Electroless Ni-Pb / Ni-B duplex coating: preparation and evaluation of microhardness, wear and corrosion resistance. *Materials Chemistry and Physics*, 82, 771-779.
30. Valero, E. F. (2004). *Aportaciones al estudio de las maquinas electricas del flujo axial mediante la aplicación del metodo de los elementos finitos*. Tesis Doctoral. Barcelona: Universitat Politecnica de Catalunya.
31. Vázquez, M., & López, E. (2001). *El método el elementos finitos aplicado al análisis estructural*. Madrid: Noela.
32. Wenyi, Y., Quingping, P., & Hong-Yuan, L. (2006). Spherical indentation hardness of shape memory alloys. *Material Science & Engineering*, 278-285.
33. Zienkiewicz, O., & Taylor, R. (1994). *El método de los Finitos Elementos*. Oxford: McGraw Hill.

## REFERENCIAS ELECTRÓNICAS

1. Abaqus Analysis User's Manual. (2011). Obtenido de Abaqus Analysis User's Manual: <http://www.abaqus.ethz.ch:2080/v6.11/>
2. Alu-fin. (2 de Febrero de 2013). Obtenido de Alu-fin: <http://www.alufingroup.com>
3. Bermudez, R. (marzo de 2011). Upcommons. Obtenido de Upcommons: <http://upcommons.upc.edu>
4. Gomez, M. (Diciembre de 2005). Tesis Doctorales en Red. Obtenido de Tesis Doctorales en Red: [www.tdx.cat](http://www.tdx.cat)
5. Matwed. (2013). Obtenido de Matwed: <http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=b26bbca1f81d41318c630a649e50f833>
6. Pfonline. (3 de marzo de 2013). Obtenido de Pfonline: <http://www.pfonline.com>
7. Weil, R., & Parker, K. (1990). The Properties of Electroless Nickel. Obtenido de Bren School of Environmental Science & Management: <http://www2.bren.ucsb.edu/~dturney/port/papers/Electroless/04.pdf>