

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

DETECCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE DISCONTINUIDADES DE MATERIALES POR MEDIO DE VARIACIÓN DE LAS FRECUENCIAS DE RESONANCIA DE UN SISTEMA

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela

Por los Bachilleres:

Agelvis S., Adrian E.

Bello P., Italo M.

Para optar al
Título de Ingeniero Mecánico

Caracas, 2010.

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

DETECCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE DISCONTINUIDADES DE MATERIALES POR MEDIO DE VARIACIÓN DE LAS FRECUENCIAS DE RESONANCIA DE UN SISTEMA

TUTOR ACADEMICO: Prof. Chitty José.

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela

Por los Bachilleres:

Agelvis S., Adrian E.

Bello P., Italo M.

Para optar al
Título de Ingeniero Mecánico

Caracas, 2010.



Caracas, 05 de noviembre de 2.010

ACTA

Los abajo firmantes, Miembros del Jurado Examinador designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Mecánica para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por los bachilleres:

ADRIÁN AGELVIS e ITALO BELLO

Titulado:

“DETECCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE DISCONTINUIDADES DE MATERIALES POR MEDIO DE VARIACIÓN DE LAS FRECUENCIAS DE RESONANCIA DE UN SISTEMA”

Consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el Plan de Estudios conducente al Título de Ingeniero Mecánico.




Prof. Jorge Perdigón
Jurado





Prof. Hugo Armando Guerrero
Jurado



Prof. José Chitty
Tutor



Universidad Central de Venezuela
Facultad de Ingeniería
INGENIERIA MECÁNICA
DEPARTAMENTO DE TECNOLOGÍA DE PRODUCCIÓN

Caracas, 05 de noviembre de 2.010

Prof. GERARDO RAMÍREZ
Jefe de la División de Control de Estudios
Facultad de Ingeniería

Presente.-

Quienes suscriben, Miembros del Jurado Examinador designado por el Consejo de la Escuela de Ingeniería Mecánica, nos dirigimos a usted con la finalidad de informarle que hemos decidido otorgarle a los Bachilleres:

**ITALO BELLO, C.I.V. 17.703.737 y ADRIAN AGELVIS,
C.I.V.-15.182.415.**

**“MENCIÓN TRABAJO ESPECIAL DE
GRADO”**


Por la excelencia demostrada en la realización del Trabajo Especial de Grado titulado:

**“DETECCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE DISCONTINUIDADES DE
MATERIALES POR MEDIO DE VARIACIÓN DE LAS FRECUENCIAS DE
RESONANCIA DE UN SISTEMA”**

Sin otro particular a que hacer referencia, quedamos de usted,


Prof. Jorge Perdigón
Jurado


Prof. Hugo Armando Guerrero
Jurado


Prof. José Chitty
Tutor

AGRADECIMIENTOS

A DIOS creador de todas las cosas.

A la Universidad Central de Venezuela por formarnos a nivel personal y profesional.

A nuestros tutores José Chitty y Carlos Gonzales por la ayuda brindada en pro de la realización de este proyecto.

Al LABSI, LABES, Lab. Metalografía por abrir sus puertas a la realización de este proyecto.

A los profesores Cesar Cardenas y Lebjulet Braganti, a nuestros compañeros Daniel Woodard, Samuel Pardi, Cesar Flores, Rómulo y todos aquellos que de una u otra forma nos ayudaron a formarnos en nuestra carrera.

A mi MADRE Itala J.Prada A., mis hermanos Nelson Bello y Bernardo Bello por ser los pilares de mi vida ayer, hoy y siempre y a quien debo este logro.

A mi abuela Luisa y mis tíos Reinaldo, Felipe y Luisa por su ayuda y disposición durante mi carrera.

A mis hermanos del universo Adrian, Víctor Almerida, María Grazia, Josmary, Shiny, Jesús, Jhon, Félix, Tito, Luigi, por la ayuda ofrecida siempre.

A mis padres Lesbia y Kléber por el apoyo siempre incondicional.

A Ana M. Pardo por su gran ayuda, disposición y colaboración en este pequeño proyecto.

A Laurinda Duarte por sus sabios consejos y por toda la ayuda brindada.

A Italo por su confianza y por ser excelente compañero. Un hermano más.

A mis familiares, amigos y compañeros que estuvieron involucrados, dando su apoyo moral, espiritual y afectivo desde las gradas. Gracias a tod@s.

Dedico este y todos mis logros especialmente a Itala J. Prada A. mi madre por abandonar sus estudios y entregar su esfuerzo pleno a dar vida al sueño de formar lo que hoy soy, a mis hermanos Junior Bello y Bernardo Bello por ser objeto de admiración en mi vida para que sirva de ejemplo de mis mayores esfuerzos por ser una excelente familia. A mi abuela por siempre creer en mí y darme apoyo al igual que mis tíos. A mis amigos de siempre Ricardo Wilinski y Juan Aponte en memoria de los viejos tiempos en donde soñamos con lo que gracias a dios hoy estoy consiguiendo. A mis amigos de casa para que sirva de inspiración a sus proyectos de vida. A la ciencia para que sirva como un pequeño aporte en beneficio y crecimiento de la humanidad.

Italo M. Bello P.

Dedico a:

Mis padres Lesbia y Kléber por su amor, por la paciencia y por ser soportes incondicionales a lo largo de mi vida, de mi formación personal y profesional. A mis hermanos Kléber y Kami, a mis tíos Sandra y Deme, por todo el apoyo y por estar siempre ahí. A Ana por ser mi compañera a lo largo de este trayecto y por superar muchos obstáculos juntos. A mi hermano del alma Alberto, esto también es para ti, he de decirte que si se puede. A mi familia de CDC, a mis hermanos de Mereketengue y a mis hijos Aseres, sin ustedes este recorrido no hubiese sido igual. A todos aquellos que de alguna manera u otra han sido parte de mi vida y han hecho de mi la persona que soy hoy en día.

Adrián E. Agelvis Sanz

Agelvis S. Adrian E. y Bello P. Italo M.

**DETECCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE DISCONTINUIDADES
DE MATERIALES POR MEDIO DE LA VARIACION DE LAS
FRECUENCIAS DE RESONANCIA DE UN SISTEMA.**

Tutor Académico: Prof. Chitty José.

**Tesis. Caracas, U.C.V. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería
Mecánica**

Palabras Clave: Resonancia, Frecuencias, Discontinuidad, Ensayos.

Se estudio la posibilidad de detección de discontinuidades en vigas de acero basándose en métodos dinámicos, en particular el método de resonancia y el método de percusión, en este sentido se hizo uso de sendos transductores piezoeléctricos para la detección y generación de ondas mecánicas así como también un sistema de martillo micrófono para el caso del método de percusión. Los ensayos se realizaron sobre pequeñas vigas de dimensiones 10x10x100 mm de acero ASTM A36. Las frecuencias fundamentales y los primeros armónicos de vibración del las vigas fueron obtenidos para luego ver la influencia de distintas discontinuidades sobre ellas. Entallas de diversas profundidades y/o ubicación fueron obtenidas por electroerosión. Se observó, una buena correlación entre los resultados experimentales y las frecuencias naturales de oscilaciones transversales calculadas por métodos analíticos. También se observaron diferencias entre las frecuencias de oscilación de las vigas libres de discontinuidades con las que presentaban las entallas de electroerosión, estos resultados permitieron detectar entallas tan pequeñas como de 0.33 mm de profundidad. Estos hechos conllevan a considerar el método de vibraciones mecánicas como una posible vía de detección temprana de discontinuidades.

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO I	3
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
1.1 - Planteamiento del problema y motivación	3
1.2 – Objetivos.....	5
1.2.1 - Objetivo General	5
1.2.2 - Objetivos Específicos	6
1.3 - Alcance.....	6
1.4 – Antecedentes.....	6
CAPITULO II.....	12
MARCO TEÓRICO	12
2.1 - Resonancia	12
2.1.1 - Reseña histórica	13
2.1.2 - Frecuencia fundamental de resonancia.....	19
2.1.3 - Determinación de la frecuencia fundamental y sus armónicos... 19	
2.1.4 - Determinación del valor de las frecuencias armónicas	24
2.2 - Teoría general de vibraciones.....	28
2.2.1 – Tipos de vibraciones	29
2.2.1.1 - Vibraciones libres no amortiguadas.....	29
2.2.1.2 - Vibraciones libres amortiguadas.....	32

ÍNDICE

Índice General

2.2.1.2.1 - Movimiento sub-amortiguado	35
2.2.1.2.2 -Movimiento críticamente amortiguado.....	35
2.2.1.2.3 -Movimiento sobre-amortiguado	36
2.2.1.3 - Vibración forzada.....	36
2.2.2 - Vibraciones en medios continuos.....	38
2.2.2.1 - Vibraciones longitudinales en vigas	39
2.2.2.2 - Vibraciones laterales en vigas	40
2.2.2.3 - Vibraciones torsionales en vigas.....	40
2.2.3 - Instrumentos para medir vibraciones	42
2.3 Teoría de ondas	44
2.3.1 - Tipos de ondas y sus características	45
2.3.1.1 - Interferencia.....	47
2.3.1.2 - Ondas estacionarias.....	48
2.3.1.3 - Difracción.....	50
2.3.2 - Ecuación de onda	51
2.3.2.1 - Ecuación diferencial para ondas transversales en vigas.....	51
2.4 - Procesos de maquinado	55
2.4.1 - Definición de maquinado.....	55
2.4.2 - Condiciones de corte	56
2.4.2.1 - Velocidad de corte	56
2.4.2.2 - Profundidad de corte	56
2.4.2.3 - Avance.....	57

2.4.3 - Tipos de operaciones de maquinado	57
2.4.3.1 - Torneado.....	58
2.4.3.2 - Taladrado.....	59
2.4.3.3 - Fresado	60
2.4.3.4 - Cepillado	61
2.5 - Electroerosión.....	62
2.5.1 - Descripción del proceso.....	62
2.5.2 - Ventajas de la electroerosión	65
2.5.3 - Desventajas de la electroerosión	65
2.5.4 - Aplicación de la electroerosión.....	66
2.6 - Instrumentación y control	66
2.6.1 - Reseña histórica	66
2.6.2 - Definiciones de control.....	68
2.6.2.1 - Campo de medida	69
2.6.2.2 - Alcance.....	69
2.6.2.3 - Error	69
2.6.2.4 - Precisión	70
2.6.2.5 - Sensibilidad	70
2.6.2.6 - Repetibilidad.....	70
2.6.2.7 - Histéresis	71
2.6.3 - Clasificación de la instrumentación	71
2.6.3.1 - En función del instrumento	71

ÍNDICE

Índice General

2.6.3.1.1 - Instrumentos ciegos	71
2.6.3.1.2 - Instrumentos indicadores	72
2.6.3.1.3 - Instrumentos registradores	72
2.6.3.1.4 - Transmisores	72
2.6.3.1.5 - Transductores	72
2.6.3.1.6 - Receptores	73
2.6.3.1.7 - Controladores	73
2.6.3.2 - En función de la variable del proceso	73
2.7 - Teoría de la flexión	74
2.7.1 - Esfuerzo normal en flexión.....	76
2.7.2 - Módulo de Young.....	81
2.7.3 - Concentración de esfuerzos	82
2.8 - Ensayos No Destructivos (END).....	86
CAPITULO III	87
METODOLOGÍA EXPERIMENTAL	87
3.1 – Etapas del proceso.....	87
3.1.1 – Diseño de las probetas	88
3.1.2 – Fabricación de las probetas	90
3.1.3 – Inducción de las discontinuidades	94
3.1.4 – Caracterización de las probetas	97
3.1.5 – Estudio de frecuencias de resonancia	99
CAPITULO IV	108

RESULTADOS Y ANÁLISIS	108
4.1 – Resultados y análisis	108
4.1.1 - Cálculo de las frecuencias teóricas de las probetas.....	108
4.1.2 - Obtención de las frecuencias de resonancia experimentales	114
4.1.3 - Análisis de barras con discontinuidad en $X = 0,5L$ (punto medio de la barra)	117
4.1.3.1 - Frecuencia fundamental ($f \approx 4000$ Hz).....	117
4.1.3.2 – 2do Armónico ($f \approx 12000$ Hz).....	121
4.1.3.3 – 3er Armónico ($f \approx 23000$ Hz).....	123
4.1.3.4 – 4to Armónico ($f \approx 36000$ Hz).....	125
4.1.3.5 – 5to Armónico ($f \approx 59000$ Hz).....	127
4.1.4 - Análisis de barras con discontinuidades en $X = 0,224L$	131
4.1.4.1 – Gráfica de porcentaje de variación de las frecuencias ($\%f$ en función del modo de vibración) entre una probeta patrón y una probeta con una entalla en $X = 0,224L$	137
4.1.4.2 – Gráfica de porcentaje de variación de las frecuencias ($\%f$ en función del modo de vibración) entre una probeta con una entalla y una probeta con dos entallas en	139
4.1.4.3 – Gráfica de porcentaje de variación de las frecuencias ($\%f$ en función del modo de vibración) entre una probeta patrón y una probeta con dos entallas en $X = 0,224L$	140
CONCLUSIONES	142
RECOMENDACIONES	143

ÍNDICE

Índice General

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	144
Fuentes Electrónicas.....	145

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Frecuencia fundamental o primer armónico.....	20
Figura 2. Longitud de onda y longitud de cuerda.....	21
Figura 3. Segundo armónico	22
Figura 4. Tercer armónico.....	23
Figura 5. Vibración libre no amortiguada.....	29
Figura 6. Movimiento sub-amortiguado.	35
Figura 7. Tipos de amortiguamiento.....	36
Figura 8. Efectos de vibraciones torsionales.....	42
Figura 9. Características de la onda.....	47
Figura 10. Interferencia.....	48
Figura 11. Onda estacionaria.....	49
Figura 12. Difracción.....	50
Figura 13. Esquema de vibración transversal.....	51
Figura 14. Torno convencional.....	58
Figura 15. Taladro.....	59
Figura 16. Fresadora	61
Figura 17. Fresado frontal.....	61
Figura 18. Fresado periférico	61
Figura 19. Cepilladora.....	62
Figura 20. Electroerosión primera etapa.....	62
Figura 21. Electroerosión segunda etapa	63
Figura 22. Electroerosión tercera etapa.....	63
Figura 23. Electroerosión cuarta etapa.....	64
Figura 24. Electroerosión quinta etapa	64

ÍNDICE

Índice de Figuras

Figura 25. Electroerosión sexta etapa	65
Figura 26. Viga en flexión.....	74
Figura 27. Esfuerzo normal en flexión	77
Figura 28. Vista plana flexión	77
Figura 29. Planos de esfuerzos	80
Figura 30. Concentración de esfuerzos	83
Figura 31. Diseño de la probeta.....	89
Figura 32. Plancha original	90
Figura 33. Proceso de oxicorte	91
Figura 34. Corte de la plancha.....	91
Figura 35. Maquina cortadora	92
Figura 36. Proceso de lijado	93
Figura 37. Especímenes finales	93
Figura 38. Maquina de electroerosión	94
Figura 39. Proceso de electroerosión	95
Figura 40. Salida del programa de automatización de electroerosión	96
Figura 41. Diagrama probeta entallada $x = 0,5L$	96
Figura 42. Especímenes entallados	97
Figura 43. Medición de discontinuidad.....	98
Figura 44. Imagen por microscopio de discontinuidad.....	98
Figura 45. Montaje inicial	99
Figura 46. Montaje final.....	100
Figura 47. Acople de transductores	101
Figura 48. Detección de una frecuencia de resonancia	101
Figura 49. Diagrama probeta entallada una vez en $x = 0,224L$	104
Figura 50. Diagrama probeta entallada dos veces $0,224L$	105
Figura 51. Esquema ensayo de percusión	106

Figura 52. Foto del ensayo de percusión.....	106
Figura 53. Comparación de frecuencias teóricas y experimentales (vibración forzada)	113
Figura 54. Frecuencia fundamental de una probeta con entalla en $X = 0,5L$ y $d = 0,33\text{mm}$	115
Figura 55. Gráfica comparativa entre métodos experimentales	116
Figura 56. Gráfica de la frecuencia fundamental en las probetas a distintas profundidades de entalla	118
Figura 57. Gráfica en escala log-log de la frecuencia fundamental	120
Figura 58. Gráfica del segundo armónico en las probetas a distintas profundidades de entalla	122
Figura 59. Gráfica en escala log-log del segundo armónico	122
Figura 60. Gráfica del tercer armónico en las probetas a distintas profundidades de entalla	124
Figura 61. Gráfica en escala log-log del tercer armónico	124
Figura 62. Gráfica del cuarto armónico en las probetas a distintas profundidades de entalla	126
Figura 63. Gráfica en escala log-log del cuarto armónico	126
Figura 64. Gráfica del quinto armónico en las probetas a distintas profundidades de entalla	128
Figura 65. Gráfica en escala log-log del quinto armónico	128
Figura 66. Gráfica de sensibilidad a la entalla	130
Figura 67. Segundo y cuarto armónico en una barra de longitud L	130
Figura 68. Comparación en la frecuencia fundamental entre probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas en $X = 0,224L$	132
Figura 69. Comparación en el segundo armónico entre probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas en $X = 0,224L$	133

ÍNDICE

Índice de Figuras

Figura 70. Comparación en el tercer armónico entre probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas en $X = 0,224L$	134
Figura 71. Comparación en el cuarto armónico entre probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas en $X = 0,224L$	135
Figura 72. Comparación en el quinto armónico entre probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas en $X = 0,224L$	136
Figura 73. Gráfica comparativa de la influencia entre una probeta patrón y una probeta con entalla para los distintos modos de vibración.....	138
Figura 74. Gráfica comparativa de la influencia entre una probeta con una entalla y una probeta con dos entallas para los distintos modos de vibración	139
Figura 75. Gráfica comparativa de la influencia entre una probeta patrón y una probeta con dos entallas para los distintos modos de vibración	141
Figura 76. Frecuencia fundamental y quinto armónico en barra de longitud L	141

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Elementos de los armónicos	23
Tabla 2. Relación entre armónicos	27
Tabla 3. Dimensiones de las probetas.....	97
Tabla 4. Profundidades de entalla.....	98
Tabla 5. Mediciones de probeta patrón.....	102
Tabla 6. Mediciones de probeta con entalla 0,33 de profundidad.....	102
Tabla 7. Mediciones de probeta con entalla 0,46 de profundidad.....	103
Tabla 8. Mediciones de probeta con entalla 0,85 de profundidad.....	103
Tabla 9. Mediciones de probeta con entalla 1,14 de profundidad.....	103
Tabla 10. Mediciones de probeta con entalla una ve en $x = 0,224L$	104
Tabla 11. Mediciones de probeta con dos entallas en $x = 0,224L$	105
Tabla 12. Raíces de la ecuación $\cosh\beta \cdot L \cdot \cos\beta \cdot L = 1$	110
Tabla 13. Frecuencias teóricas de las probetas.....	112
Tabla 14. Frecuencias de resonancias teóricas y experimentales.....	113
Tabla 15. Comparación de la frecuencia fundamental, entre vibración forzada y percusión en las probetas	115
Tabla 16. Valores de la frecuencia fundamental en las probetas y la desviación estándar de los valores para distintas profundidades de entalla	117
Tabla 17. Valores de $\log(d)$ y $\log(f_0-f)$ en la frecuencia fundamental.....	119
Tabla 18. Valores del segundo armónico en las probetas y la desviación estándar de los valores para distintas profundidades de entalla	121
Tabla 19. Valores de $\log(d)$ y $\log(f_0-f)$ en el segundo armónico.....	121
Tabla 20. Valores del tercer armónico en las probetas y la desviación estándar de los valores para distintas profundidades de entalla	123

ÍNDICE

Índice de Tablas

Tabla 21. Valores de $\log(d)$ y $\log(f_0-f)$ en el tercer armónico.....	123
Tabla 22. Valores del cuarto armónico en las probetas y la desviación estándar de los valores para distintas profundidades de entalla	125
Tabla 23. Valores de $\log(d)$ y $\log(f_0-f)$ en el cuarto armónico.....	125
Tabla 24. Valores del quinto armónico en las probetas y la desviación estándar de los valores para distintas profundidades de entalla	127
Tabla 25. Valores de $\log(d)$ y $\log \log(f_0-f)$ en el quinto armónico.....	127
Tabla 26. Frecuencias de resonancia con el parámetro de sensibilidad a la entalla	129
Tabla 27. Valores de la frecuencia fundamental en probetas patrón, con una entalla y con dos entallas, y la desviación estándar de los valores.....	131
Tabla 28. Valores del segundo armónico en probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas; y la desviación estándar de los valores.....	132
Tabla 29. Valores del tercer armónico en probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas; y la desviación estándar de los valores	133
Tabla 30. Valores del cuarto armónico en probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas; y la desviación estándar de los valores.....	134
Tabla 31. Valores del quinto armónico en probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas; y la desviación estándar de los valores.....	135
Tabla 32. Porcentaje de variación de las frecuencias entre una probeta patrón y una probeta con una entalla.....	137
Tabla 33. Porcentaje de variación de las frecuencias entre una probeta con una entalla y una probeta con dos entallas.....	139
Tabla 34. Porcentaje de variación de las frecuencias entre una probeta patrón y una probeta con dos entallas.....	140

ABREVIATURAS Y SIMBOLOS

o	Grados.
%	Porcentaje.
ϕ	Angulo de fase.
a.C	Antes de Cristo.
ASTM	American Society for Testing and Materials.
b	Ancho de la sección transversal.
b_m	Ancho de la sección transversal promedio.
A	Área.
A_m	Área promedio.
cm	Centímetro.
k	Constante de elasticidad del resorte.
ϵ	Deformación.
ρ	Densidad.
σ	Desviación estándar.
X	Distancia.
END	Ensayos No Destructivos.
S	Esfuerzo.
τ	Esfuerzo cortante.
S_y	Esfuerzo de fluencia.
w	Espesor de la barra.
K_t	Factor de concentración de esfuerzos normales.
K_{ts}	Factor de concentración de esfuerzos cortantes.
f	Frecuencia.
f_m	Frecuencia media.

ABREVIATURAS Y SIMBOLOS

ω_n	Frecuencia natural.
F	Fuerza.
h	Hora.
Hz	Hertz.
Kg	Kilogramos.
Kgf	Kilogramos de fuerza.
Kph	Kilómetros por hora.
L	Longitud.
λ	Longitud de ondas.
MPa	Mega Pascal.
m	Metro.
Mph	Millas por hora.
mA	Miliamperio.
mm	Milímetro.
min	Minuto.
E	Modulo de Young.
G	Modulo de rigidez a esfuerzo cortante.
Z	Modulo de sección.
M_f	Momento flexionante
I	Momento de inercia.
N	Newton.
n	Numero entero Positivo.
α	Parámetro de sensibilidad a la entalla.
T_n	Periodo natural de vibración.
π	Pi.
d	Profundidad de entalla.
ζ	Razón de amortiguamiento.

ABREVIATURAS Y SIMBOLOS

SAMA	Scientific Apparatus Makers Association
T	Torque.
V	Voltio.

INTRODUCCIÓN

La resonancia es un fenómeno natural que se presenta en los materiales cuando estos son estimulados por vibraciones de características especiales. Específicamente, se produce cuando estas vibraciones alcanzan niveles naturales de vibración de los sistemas, logrando que en los mismos se produzcan efectos a nivel macroscópicos que permiten apreciar su desarrollo.

Normalmente la aparición de este fenómeno viene asociado con desajuste y hasta en ciertos casos con destrucción de estructuras y maquinaria, aunque para el campo de la investigación de los materiales su comportamiento resulta de gran provecho, ya que, es utilizado como método predictivo de posibles fallas que no puedan ser visualizadas de manera directa, como por ejemplo, grietas producto de la fatiga o errores de algún proceso de fabricación. Es por esto que para el terreno de los Ensayos No Destructivos(END) es una herramienta vital para la Ingeniería, por esto se han creado una serie de ensayos que permitan estudiar los sistemas bajo condiciones controladas.

Existen tres tipos de ensayos de resonancia, el de excitación axial, excitación torsional y excitación transversal, este último es el de mayor importancia para el desarrollo del presente proyecto por poseer las cualidades y alcances de mayor semejanza con las posibilidades y recursos disponibles.

Otro aspecto importante de este proyecto es que brinda la posibilidad de poder incrementar los conocimientos que se poseen en el área, lo que se traduce

INTRODUCCIÓN

en que la práctica de la Ingeniería se realice de forma más eficiente y segura, dando a la ciencia y a la humanidad un pequeño aporte que genere evolución.

CAPITULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 - Planteamiento del problema y motivación

Antiguamente el conocimiento de los fenómenos vibratorios tenía sus bases en las capacidades que podía poseer el ser humano para identificar defectos en materiales con el uso de sus sentidos, hecho que no permitía conocer un gran porcentaje de los problemas que involucraban defectos que a simple vista o de forma directa no eran apreciables, trayendo como consecuencia que el uso de los materiales se diera de forma poco convencional y empírica. Actualmente, en Ingeniería, los avances tecnológicos representan la mayor cuota de presión, ya que día a día aumenta la velocidad de procesamiento de datos, surge la creación de nuevos paradigmas en el ámbito del diseño, así como también, el descubrimiento de nuevos y mejores materiales que hacen que el análisis de los sistemas mecánicos se coloque en un orden de vital importancia, necesario tanto en forma cualitativa como cuantitativa, aun más en un mercado tan competitivo como éste, resultando conveniente realizar estudios predictivos a fin de conocer el comportamiento de los sistemas ante ciertos tipos de estimulación.

Por otra parte, se hace necesario referenciar que el carácter vibratorio de los sistemas puede darse de dos formas, de manera libre (natural) a causa de una perturbación inicial y no permanente, o de manera forzada como producto de un estímulo externo permanente o de muy larga duración, inclusive del

CAPITULO I

Planteamiento del Problema

mismo sistema. Existe una condición conocida como resonancia, que se alcanza cuando la frecuencia con la que se excita un sistema coincide con una de las frecuencias naturales de un sistema dinámico, esta frecuencia se denomina frecuencia de resonancia y produce como efecto principal un aumento considerable de la amplitud y energía de vibración. Este fenómeno puede presentar en ciertos casos características deseables, o por el contrario, en otros puede ser totalmente perjudicial.

Resulta importante realizar un estudio de resonancia de los sistemas, como técnica de predicción de fallas en barras de acero, estimuladas externamente con condición de acumulación de esfuerzos de manera inducida, para determinar su posible comportamiento de una manera estadística, y recrear posibles escenarios que representen una situación real, a fin de conceptualizar y definir márgenes de uso, teniendo como finalidad garantizar la capacidad de seguridad y uso que posee el material, por todas estas razones, se realizará el estudio de especímenes con discontinuidades de distintas profundidades, producidas por electroerosión, variando las frecuencias de resonancia, permitiendo la detección de fallas y caracterizar grietas en materiales por esta vía.

El acero es uno de los elementos por excelencia que interviene en la elaboración de elementos de máquinas, por ende se hace necesario predecir su comportamiento ante las distintas condiciones a las cuales está sometido, como por ejemplo ambientes corrosivos, altas temperaturas, grandes esfuerzos y deformaciones, entre otras. Todo material o componente de máquina elaborado de éste o cualquier otro material, presenta imperfecciones producto de sus procesos de fabricación o bien adquiridas durante el servicio, que deben ser

consideradas, a fin de garantizar que el desempeño sea el establecido en la etapa de diseño.

Para poder garantizar de forma segura la vida útil del material, es necesario experimentar de alguna manera las formas de detección de generadores de fallas de dimensiones conocidas que podrían actuar como concentradores de esfuerzos.

El Departamento de Física Aplicada del Ciclo Básico de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, a través del Postgrado de Física de los Ensayos no Destructivos, ha venido realizando investigaciones en estas áreas, en particular, como es de esperarse, realizando pruebas no destructivas para la caracterización y evaluación de materiales, hecho que da inicio a este proyecto del cual se espera sirva como principio de inspiración a futuros trabajos, así como también de contribución a la ciencia y la tecnología que día a día lucha por mejorar la calidad de vida de la humanidad.

1.2 – Objetivos

1.2.1 - Objetivo General

Con el presente trabajo se persigue, analizar el comportamiento de los materiales cuando presentan discontinuidades, utilizando un método conocido como resonancia, con este fin, se impartirán perturbaciones vibratorias en la estructura y se establecerán en ésta discontinuidades, elaboradas por electroerosión, y se evaluará la influencia de estas discontinuidades sobre las frecuencias naturales de vibración del sistema.

1.2.2 - Objetivos Específicos

- Formular un marco que contenga las ecuaciones relativas al comportamiento de las ondas estacionarias, en materiales homogéneos e isotrópicos.
- Detectar la sensibilidad del método de resonancia al tamaño de las entallas por comparación entre las frecuencias resonantes de la probeta patrón con la probeta entallada.
- Verificar la idoneidad de la electroerosión como proceso de conformado de las probetas para los fines propuestos.
- Comparar los efectos causados en el material a partir de la variación de las frecuencias de vibración, en especímenes con y sin entallas (concentradores de esfuerzo).

1.3 - Alcance

Estudio de factibilidad para la caracterización de grietas en estructuras mediante la evaluación de las frecuencias de resonancia en vigas.

1.4 – Antecedentes

A continuación se describen algunos trabajos antes desarrollados en el área, dentro de los cuales se encuentran los realizados por la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Central de Venezuela, así como algunos a nivel nacional e internacional:

Dettin Rubiños, Mario, *Determinación analítica y experimental de las frecuencias naturales de vibración de un puente*, (1962): el propósito principal de esta tesis fue el desarrollo de una metodología de tipo analítica que facilitara estudiar las distintas características que presentan las vibraciones producidas por vehículos pesados al momento de pasar un puente, así como también, la exactitud y validez de las aproximaciones realizadas con ensayos sobre estructuras reales.

De forma simultánea, se investiga la influencia que tiene el factor de impacto sobre las vibraciones comparando los resultados obtenidos con la norma correspondiente.

Con el fin de dar mayor profundidad y alcance al trabajo, también se realizó una extensión de los conceptos de rigidez y factor de transporte de estructuras que se encuentran sometidas a cargas de tipo dinámicas, mediante la utilización de los métodos de Veletsos y Newmark, para determinar las principales frecuencias naturales de vibración en vigas continuas.

Finalmente, con este estudio se analiza la influencia o los efectos producidos por las características vibratorias del puente sobre el sistema de suspensión de los vehículos, al mismo tiempo que se estudia los ensayos realizados por el “State Highway Department of Michigan” sobre el comportamiento de 15 puentes.

León Juan, *Determinación de las frecuencias naturales de vibración de placas multicelulares*, (1966): este trabajo consiste en la aplicación del método

de Ritz para determinar las frecuencias naturales de vibración de una placa sándwich rectangular, con núcleo multicelular simplemente apoyado.

En anteriores trabajos, todas las estructuras tipo sándwich con núcleos multicelulares (tipo panel), se basaban en admitir un comportamiento isotrópico para el núcleo no concordando los resultados con los obtenidos experimentalmente. Basta tener presente que los módulos de corte en dirección longitudinal y transversal son radicalmente diferente para desechar esta hipótesis. En conclusión se ha verificado experimentalmente que estas estructuras tienen un comportamiento elástico ortotrópico, fundamentándose esta hipótesis en este trabajo.

Hernández Y. Carmen Rosa, *Aplicación del método de elementos de contornos en la determinación de la frecuencia natural y modos de vibración en placa delgada*, (2007): Este trabajo abordó el estudio de los fenómenos de vibración en placa delgada tomando en cuenta la forma en que se desarrollan las ondas a lo largo de estas estructuras a fin de “Determinar las primeras frecuencias naturales y modos de vibración de material isotrópico”, Usando como herramienta de trabajo el método de elementos de contorno. El principal interés de este trabajo fue abarcar los siguientes tópicos:

- Ecuaciones relativas a la elasticidad lineal en placas delgadas de material isotrópico.
- Ecuaciones de análisis dinámico en placas delgadas.
- Ecuaciones integrales correspondientes al método de elementos de contorno para el caso elastodinámico bidimensional.

- Desarrollo de programas que relacionan ecuaciones con primeros valores de frecuencia natural y modos de vibración.

Y.H. Kim, S. Lee and H.C. Kim, *Análisis de Modo de vibración cuantitativos en mortero y bloques de hormigón con defectos*, (1990): Las pruebas de resonancia de impacto se llevaron a cabo en muestras de mortero y hormigón que contenían defectos artificiales. Las frecuencias de pico observado las pruebas de impacto de resonancia fueron identificados con los posibles modos normales de los bloques, y la profundidad de y el tamaño de los defectos fueron determinados por las frecuencias de resonancia de los especímenes. Los espectros de frecuencia de los bloques de mortero y hormigón fueron similares, sin embargo, el. Las frecuencias de punta y anchuras de los picos de la muestra de concreto fueron ligeramente superiores y más amplias, respectivamente, que los del bloque de mortero. El tamaño de la falla, la forma y la ubicación determinada por los ensayos de impacto de resonancia estaban acordes con los reales, y los resultados sugieren que el hormigón puede ser tratado como un material homogéneo e isotrópico en las pruebas de impacto de resonancia.

Ertuğrul Cam, Sadettin Orhan, Murat Lüy, *Un análisis de la estructura de la viga agrietada, utilizando el método de eco de impacto*, (2004): Los defectos influyen de manera negativa la vida útil de las estructuras. Así, la detección de ellos incluso en un tamaño muy pequeño es un punto de vista muy importante para garantizar la seguridad estructural y para salvar costos. El objetivo de este estudio es obtener información sobre la ubicación y profundidad de las grietas en las vigas. Para ello, se analizaron las vibraciones, como resultado de los choques de impacto. Las señales obtenidas en los libres de defectos y vigas agrietadas fueron comparadas en el dominio de frecuencia.

Los resultados del estudio sugieren que para determinar la ubicación y profundidad de las grietas por análisis de la de las señales de vibración. Los resultados experimentales y simulaciones obtenidos por el software de ANSYS son confiables.

Kisoo Kang, Koungsuk Kim y Hangseo Lee, *Evaluación de módulo elástico de viga en voladizo por TA-ESPI*, (2006): La publicación propone una técnica de evaluación para el módulo elástico de un rayo de voladizo por el análisis de vibración basado en el promedio de tiempo electrónico de interferometría de patrón de manchas (por sus siglas en inglés, TA-ESPI) y la ecuación de Euler-Bernoulli. Enfoques generales para la medida de módulo elástico de una película delgada (fina) son la prueba de mella (sangrado) Nano, la prueba de Buldge, la prueba Microextensible, etcétera. Cada uno de ellos tiene fortalezas y debilidades en la preparación del espécimen de prueba y el análisis de resultados experimentales. ESPI es un tipo de técnica de infometría de patrón de manchas que ofrece el no contacto, alta resolución y medidas de todo el campo. La técnica es un método de medida común para la visualización de modo de vibración y el desplazamiento superficial. La forma de modo de vibración de todo el campo (la distribución de desplazamiento superficial) en la frecuencia de resonancia puede ser visualizada por ESPI. Y la distribución de desplazamiento máxima superficial de ESPI puede ser usada para encontrar la frecuencia de resonancia para cada forma de modo de vibración. Y los módulos elásticos de un material de prueba fácilmente pueden ser estimados de la frecuencia de resonancia medida y la ecuación de Euler-Bernoulli. La técnica de análisis de vibración TA-ESPI puede ser usada encontrar el modulo de elasticidad de un material que requiere el proceso de preparación simple y el análisis.

J.I. Etcheverry y G.A. Sánchez, *Las frecuencias de resonancia de paralelepípedos para determinación de módulos elásticos: Un tratamiento exacto numérico* (2008): La resonancia elástica y la excitación de impulso de vibración son técnicas estándar para determinar los módulos elásticos de materiales, con aplicaciones importantes al cristal, metales, cerámica, rocas, etc. La validez de las expresiones analíticas usadas para barras prismáticas es analizada detalladamente con este trabajo solucionando numéricamente las ecuaciones de elasticidad tridimensionales lineales, proveyendo en valoraciones de error particulares para las fórmulas en normas ASTM. Los resultados ayudan a escoger las dimensiones de la muestra, indicar cuáles expresiones son mejor para usar para alcanzar algún nivel deseado de exactitud, y proporcionar el medio de corregir los resultados obtenidos.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 - Resonancia

Es importante, para la investigación, tomar en cuenta el concepto de resonancia, como un estado de operación en el que una frecuencia de excitación se encuentra cerca o es igual de una de las frecuencias naturales de alguna estructura. Una frecuencia natural es aquella a la que una estructura vibrará si se excita y luego se libera. De esta manera, una estructura típica tendrá muchas frecuencias naturales; por lo tanto, cuando ocurre la resonancia, las amplitudes de oscilación que resultan pueden ser muy altas y pueden causar daños rápidamente.^[17]

De esta manera, en una máquina que produce un espectro ancho de energía de vibración, la resonancia se podrá ver en el espectro en forma de pico de manera constante aunque varíe la velocidad de la máquina. Este puede tener forma aguda o ancha, dependiendo de la cantidad de amortiguación que tenga la estructura para esa frecuencia.^[17]

En el mismo sentido de ideas, se puede decir que el comportamiento de un sistema resonante, cuando se somete a una fuerza externa, es atrayente y va un poco en contra de la intuición del ser humano. Depende mucho de la frecuencia de la fuerza de excitación. Por tal razón, si la frecuencia forzada es más baja que la frecuencia natural, el sistema se comporta como un resorte y el

desplazamiento está proporcional a la fuerza, el resorte de la combinación masa-resorte hace el sistema resonante y es dominante al determinar la respuesta del sistema. En esta área controlada por el resorte, el sistema se comporta de acuerdo a la intuición, reaccionando con un movimiento más amplio cuando se le aplica una fuerza más grande, y el movimiento está en fase con la fuerza.^[17]

Es por ello que, en condición de resonancia, el sistema se comporta totalmente diferente a cuando se encuentra en presencia de una fuerza aplicada que no produce resonancia. Aquí, los elementos de masa y resorte se cancelan el uno al otro, y la fuerza solamente ve la amortiguación o la fricción del sistema. Un sistema ligeramente amortiguado asemeja la acción de empujar el aire. En consecuencia, no se puede aplicar mucha fuerza al sistema en frecuencia de resonancia, porque de hacerlo la amplitud de vibración se incrementa hasta valores muy altos. La amortiguación es la que controla el movimiento de un sistema resonante a su frecuencia natural.^[17]

2.1.1 - Reseña histórica

Desde el inicio de los tiempos ha existido la presencia de los fenómenos ondulatorios, con la aparición de algunos de carácter geológico como terremotos, maremotos, entre otros; trayendo como consecuencia que el hombre sintiera la necesidad de comprender su comportamiento y naturaleza, por lo que es posible estudiar estos fenómenos como eventos que obedecen a las mismas leyes del movimiento físico de los cuerpos, siendo el resultado de las vibraciones y ondulaciones de los estratos terrestres y produciendo sacudidas que se designan con el nombre de ondas. Cuando en un punto del interior de la

corteza terrestre se produce un choque se crea con éste un movimiento vibratorio que se propaga en todos los sentidos en forma de ondas longitudinales o transversales. ^[18]

Estos fenómenos han marcado pauta a nivel histórico en el área de las vibraciones, a pesar de esto no fue sino hasta el siglo XVIII que fueron son encontrados escasos registros formales y de los cuales no había una real comprensión. Es por esto que se les relacionó con castigos divinos o respuestas de la Tierra al mal comportamiento humano, pasando luego a explicaciones pseudo-científicas como que eran originados por liberación de aire desde cavernas presentes en el interior del planeta. ^[18]

El primer terremoto del que se tenga referencia ocurrió en China en el año 1177 a.C. Los terremotos más antiguos de los que exista documentación histórica, tales como fotos o narraciones precisas, en América ocurrieron en México a fines del siglo XIV, en Chile (1570 y 1647), Ecuador en 1587, Jamaica 1692, EE UU(1744 y 1755), Perú (1746), aunque no se tiene una clara descripción de sus efectos. En Norteamérica se reporta uno de magnitud estimada alrededor de los 8 grados en 1811 cuyos efectos crearon gran inquietud por adquirir conocimiento acerca de la amplitud de las ondas producidas por este tipo de fenómenos. ^[18]

En nuestro país (Venezuela) el evento más importante que se encuentre registrado es el ocurrido en la ciudad de Caracas en el año 1967, con magnitud de 6,5 en la escala Richter y duración de 35 segundos, esta intensidad de las ondas afecto algunos equipos de percepción de movimientos telúricos del

Observatorio Cagigal que se habían desarrollado en el mundo para el monitoreo de los mismos.^[19]

Un evento histórico muy famoso de las ondas de resonancia y su efecto sobre las estructuras, es el puente Tacoma Narrows, que cayó en 1940 por acción de vientos de 64 kph (40 mph). El estudio detallado de la situación reveló que el entramado de la cubierta que se atiesaba del puente era escaso para el cruce, pero no sólo eso fue la causa de la falla del puente, el viento ese día, lo golpeaba de forma continua haciéndolo vibrar hasta que las ondas crecieron de forma violenta provocando la fractura del puente.^[20]

De acuerdo a lo expresado anteriormente, este y otros tipos de estructuras de gran relevancia en el mundo poseen otra clase de materiales como el acero, elemento usado por excelencia en la mayoría de las obras de ingeniería, por lo que históricamente ha estado sometido a este tipo de fenómenos, logrando en el planeta el desarrollo de ciertos equipos e instrumentación para el estudio de este y otros tipos de fenómenos de carácter ondulatorio haciendo importante el monitoreo y control de su comportamiento.

Grandes personajes históricos de la ciencia y la filosofía, como por ejemplo: Pitágoras, Aristóteles, Tesla, Fourier, entre otros; dedicaron su interés al estudio de estos fenómenos, muchos de ellos estaban interesados en la música, tenían la hipótesis de que había una conexión entre ondas y sonidos, y que las vibraciones o alteraciones debían ser las responsables de ellos.

Se puede mencionar que en el año 550 a.C Pitágoras, filósofo y matemático, observó que cuando las cuerdas vibraban producían sonido y

CAPITULO II

Marco Teórico

determinó la relación matemática entre las longitudes de las cuerdas y las longitudes de las ondas, que creaban tonos armoniosos. De ahí su interés por la naturaleza de los intervalos musicales, quería saber por qué algunos intervalos sonaban más bellos que otros, y llegó a respuestas en forma de proporciones numéricas obteniendo las expresiones que suministraban los armónicos. ^[21]

Cabe destacar que Aristóteles, filósofo e investigador, entre los años 384 a.C. y 322 a.C. comprobó que el sonido consistía en contracciones y expansiones del aire "cayendo y golpeando sobre el aire próximo", una buena forma de expresar la naturaleza del movimiento de las ondas. ^[21]

Luego, Galileo (1564-1642) y Mersenne (1588-1648), descubrieron de forma independiente todas las leyes de la cuerda vibrante, terminando así el trabajo que Pitágoras había comenzado 2000 años antes. Galileo escribió, "Las ondas son producidas por las vibraciones de un cuerpo sonoro, que se difunden por el aire, llevando al tímpano del oído un estímulo que la mente interpreta como sonido", sentando así el comienzo de la acústica fisiológica y de la psicológica. Galileo también logró encontrar la relación existente entre la longitud de cuerda de un péndulo y su frecuencia de oscilación, además encontró la relación entre la tensión, longitud y frecuencia de vibración de las cuerdas. ^[21]

Posteriormente, Sir Isaac Newton, quien dedica el período comprendido entre agosto 1684 y la primavera de 1686, a obtener lo que hoy se conoce como *Philosophiae Naturalis Principia Matemática* (principios matemáticos de la filosofía natural) o también conocido como "el Principia", obteniendo la

fórmula matemática para la velocidad de onda en sólidos, uno de los pilares de la física acústica.^[21]

Los estudios mencionado, sumados a otros posteriores ya indicaban la relación que existe entre el sonido y las vibraciones mecánicas, entre los que destacan los realizados por Taylor, Bernoulli, D' Alembert, Lagrange, Fourier.^[21]

Para el año de 1876, Hooke (1635-1703) estableció la relación entre la tensión y la deformación de los sólidos flexibles (Teoría de la elasticidad de los sistemas). Euler (1707-1783) y Bernoulli (1700-1782) obtuvieron la ecuación diferencial que gobierna la transmisión de vibraciones en vigas. Entre los frutos de los trabajos de estos dos autores se encuentra la teoría de vigas conocida como de Euler-Bernoulli, que se estudia en resistencia de materiales.^[21]

En un terreno diferente, Fourier (1769-1830) realizó otro gran aporte al estudio de vibraciones, al desarrollar las series que llevan su nombre y que permiten expresar una función cualquiera como la suma infinita de funciones armónicas elementales. El análisis de Fourier es la base del estudio de las vibraciones en el dominio de la frecuencia, que constituye probablemente la herramienta fundamental del análisis experimental de las vibraciones.^[22]

Otros aportes relevantes en este ámbito proceden de Rayleigh (1842-1919), quien investigó la teoría del sonido, corrigió la teoría de vigas convencional incorporando el efecto de la inercia rotativa y desarrolló un método numérico para determinar la frecuencia natural más baja de un sistema. Por su parte, Timoshenko (1872-1972) dio un gran empuje a la teoría de vigas y

placas, desarrollando la conocida viga de Timoshenko, que incluye el efecto del cortante, despreciado en la viga de Euler-Bernoulli. ^[21]

En 1893 (el Científico, Ingeniero Mecánico e Ingeniero Eléctrico, Croata, Nikola Tesla, habló de la resonancia de la Tierra en el Instituto Franklin en Filadelfia como parte de su visión para la transmisión de la energía sin cables. En 1887, realizando pruebas con un oscilador minúsculo consigue que al acoplarlo a un pilar de hierro fundido que atraviesa un inmueble se produce una vibración en todo el inmueble, y el pánico de todos los inquilinos que creen que se trata de un terremoto. Tesla acaba demostrando el efecto de la resonancia. Por lo que concluye, es posible que una persona impulse a otra más corpulenta en un balancín, si le empuja siempre en el momento preciso para permitir una amplificación del movimiento, este fenómeno también tiene aplicaciones en electricidad. ^[22]

En consecuencia, en la actualidad, los elementos tecnológicos y conocimientos desarrollados permiten que el ser humano esté en contacto permanente con ellos, por lo que este concepto es utilizado en la medicina con la resonancia magnética, para estudios de los órganos corporales. En otro campo la resonancia química se usa, para representar ciertos tipos de estructuras moleculares que, estando en resonancia, permiten su combinación acercándonos más a su estructura real.

Aunque se han obtenido grandes avances en este campo, los conocimientos y teorías utilizadas continúan siendo la herencia de nuestros antecesores de siglos anteriores.

2.1.2 - Frecuencia fundamental de resonancia

La menor frecuencia de resonancia de un objeto vibrante se llama frecuencia fundamental. La mayoría de los objetos que vibran con más de una frecuencia de resonancia y los utilizados en los instrumentos musicales, comúnmente vibran a la frecuencia de los armónicos de la fundamental.^[4]

Es importante tomar en cuenta que un armónico se define como un múltiplo entero (número entero) de la frecuencia fundamental. Las cuerdas vibrantes, las columnas cilíndricas y cónicas abiertas al aire vibrarán a todos los armónicos de la fundamental. Cilindros con un extremo cerrado vibrarán con sólo armónicos impares de la fundamental. Las membranas vibrantes suelen producir las vibraciones en los armónicos, pero también tienen algunas frecuencias de resonancia que no son armónicos.^[4]

En consecuencia, es por esta clase de elementos vibrantes que el término armónico resulta útil.

2.1.3 - Determinación de la frecuencia fundamental y sus armónicos

En relación a lo expuesto en el punto anterior, cada frecuencia natural que un objeto o instrumento produce tiene su propio modo de vibración característica o patrón de onda. Estos patrones sólo se crean en el objeto o instrumento en frecuencias específicas de vibración; estas frecuencias son conocidas como frecuencias armónicas, o simplemente armónicos. Por ello, en cualquier frecuencia que no sea armónica, las perturbaciones derivadas del medio son regulares y repetidas.^[23]

Así, para los instrumentos musicales y otros objetos que vibran en forma regular y periódica, las frecuencias armónicas se relacionan entre sí por simple cociente de números de un conjunto. Se puede considerar que, es parte de la razón por la cual esos instrumentos producen sonidos agradables. ^[23]

Para poder determinar esos armónicos, se considera que una cuerda vibra a su frecuencia natural o a la frecuencia armónica, como los extremos de la cuerda están conectados y fijos en su lugar a la estructura de la guitarra (el puente en un extremo y los trastes en el otro), los extremos de la cuerda son incapaces de moverse. Posteriormente, estos extremos se convierten en nodos o puntos de no desplazamiento. Entre estos dos nodos en el final de la cuerda, debe haber al menos un antinodo (punto de máximo desplazamiento). ^[23]

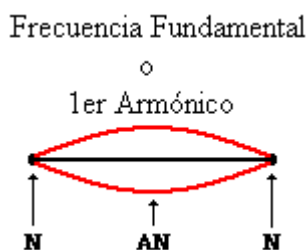


Figura 1. Frecuencia fundamental o primer armónico

Por tal razón, el fundamental de los armónicos para una cuerda es el armónico asociado a una onda estacionaria con un solo antinodo posicionado entre los dos nodos al final de la cuerda. Este sería el armónico con la mayor longitud de onda y la frecuencia más baja. La frecuencia más baja producida por un instrumento determinado se conoce como la frecuencia fundamental o también como primer armónico. ^[23]

A continuación, se presenta un diagrama que muestra el primer armónico de una cuerda. Si se analiza el patrón de onda en la cuerda para este armónico, resultará que no es del todo una onda completa dentro del patrón. Una onda completa se inicia en la posición de reposo, se eleva a un pico, vuelve a descansar, cae a un canal, y finalmente vuelve a la posición de reposo antes de comenzar su próximo ciclo. ^[23]

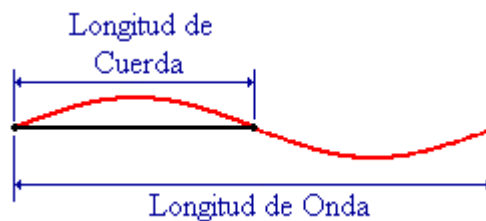


Figura 2. Longitud de onda y longitud de cuerda

Es importante el uso de las palabras cresta y valle para describir el patrón de la onda, se utilizan para ayudar a identificar la longitud de un ciclo de onda repetitiva. Un patrón de onda estacionaria no consiste en crestas y valles, sino más bien en nodos y antinodos. El patrón es el resultado de la interferencia de dos ondas para producir estos nodos y antinodos. En este modelo, sólo hay la mitad de una onda dentro de la longitud de la cuerda. Este es el caso del armónico o frecuencia fundamental. ^[23]

El segundo armónico de una cuerda vibrante se produce mediante la adición de un nodo más entre los extremos de la cuerda. Por supuesto, si un nodo se agrega al patrón, a continuación, es necesario añadir un antinodo a fin de mantener un patrón alternante de nodos y antinodos. ^[23]

Para crear un patrón regular y periódico, este nodo debe estar situado a medio camino entre los extremos de la cuerda. Este nodo adicional da el segundo armónico con un total de tres nodos y dos antinodos. El patrón de onda estacionaria para el segundo armónico se muestra en la figura a continuación. Un cuidadoso análisis del patrón revela que hay exactamente una onda completa dentro de la longitud de la cuerda. Por esta razón, la longitud de la cuerda es igual a la longitud de la onda.^[23]

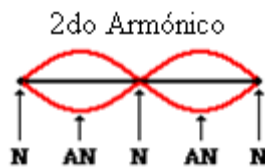


Figura 3. Segundo armónico

El tercer armónico de una cuerda se produce mediante la adición de dos nodos entre los extremos. Ahora, si dos nodos se agregan al modelo, entonces también deben agregarse dos antinodos para mantener un patrón alternante de nodos y antinodos. Estos dos nodos adicionales deberán espaciarse regularmente entre los extremos de la cuerda. Esto los coloca en la marca de un tercio ($1/3$) y la marca de los dos tercios ($2/3$) respectivamente a lo largo de la cuerda. Estos nodos adicionales dan el tercer armónico de un total de cuatro nodos y antinodos tres. El patrón de onda estacionaria en el tercer armónico se muestra en la figura.^[23]



Figura 4. Tercer armónico

Del análisis anterior se obtiene un patrón que revela la existencia de más de una onda completa dentro de la longitud de la cuerda, por ello, hay tres medios de una onda dentro de la longitud de la cuerda. Por esta razón, la longitud de la cuerda es igual a tres medios de la longitud de la onda. ^[23]

Luego de analizar los tres primeros armónicos, un patrón puede ser reconocido de la siguiente forma: cada uno de los armónicos sucesivos resulta en un nodo y antinodo adicional, además de la mitad de una onda adicional dentro de la cuerda. Si el número de ondas en una cuerda es conocido, entonces puede ser derivada algebraicamente una ecuación que relaciona la longitud de onda del patrón con la longitud de la cuerda para una onda estacionaria. ^[23]

Esta información se resume en el siguiente cuadro.

Tabla 1. Elementos de los armónicos

Número de Armónico	Número de Ondas	Número de Nodos	Número de Antinodos	Longitud de Onda
1	$1/2$	2	1	$Long = (2/1).L$
2	$1 = 2/2$	3	2	$Long = (2/2).L$
3	$3/2$	4	3	$Long = (2/3).L$
4	$2 = 4/2$	5	4	$Long = (2/4).L$
5	$5/2$	6	5	$Long = (2/5).L$

De acuerdo al análisis anterior, se puede establecer la relación matemática entre la longitud de una cuerda y la longitud de onda de los patrones de onda estacionaria para todos los distintos armónicos que se establecen dentro de la cuerda. Ahora bien, estas relaciones de longitud de onda se utilizarán para desarrollar relaciones de proporción entre las longitudes de onda y la relación de las frecuencias para los diferentes armónicos interpretados por un instrumento de cuerda (como una cuerda de guitarra).^[23]

2.1.4 - Determinación del valor de las frecuencias armónicas

A modo de ejemplo, considere la posibilidad de una larga cuerda de guitarra de 80 cm que tiene una frecuencia fundamental (primer armónico) de 400 Hz. Para el primer armónico, la longitud de onda del patrón de onda sería de dos veces la longitud de la cuerda, por lo que la longitud de onda es de 160 cm o 1,60 m.^[23]

La velocidad de la onda estacionaria puede ser determinada por la longitud de onda y la frecuencia. La velocidad de la onda estacionaria es:

$$\text{Velocidad} = \text{frecuencia} \cdot \text{longitud de onda} = 400 \text{ Hz} \cdot 1,6 \text{ m}$$

$$\text{Velocidad} = 640 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Esta velocidad de 640 m/s, es la correspondiente a la velocidad de las ondas en la cuerda de guitarra.^[23]

Por tal razón, Dado que la velocidad de una onda depende de las propiedades del medio, y no a las propiedades de la onda, cada una tendrá la misma velocidad en esta cuerda, independientemente de su frecuencia y su longitud de onda. Por esto el patrón de onda estacionaria asociada con el segundo armónico, tercer armónico, cuarto armónico, etc. también tendrá esta velocidad de 640 m/s. [23]

Un cambio en la frecuencia o longitud de onda no causará un cambio en la velocidad. Entonces la longitud de onda del segundo armónico (identificado por el símbolo λ_2) sería de 0,8 m (la misma que la longitud de la cuerda). [23]

Frecuencia = velocidad / longitud de onda

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_{22}}$$

$$f_2 = \frac{640 \text{ m/s}}{0,8 \text{ m}} = 800 \text{ Hz}$$

La velocidad del patrón de onda estacionaria (identificado con la letra v) sigue siendo 640 m/s. Ahora la ecuación de onda se puede utilizar para determinar la frecuencia del tercer armónico (identificado por el símbolo λ_3).

[23]

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_{33}}$$

$$f_2 = \frac{640 \text{ m/s}}{0,533 \text{ m}} = 1200 \text{ Hz}$$

Con base en lo anterior, se reconoce el siguiente patrón: la frecuencia de los armónicos en el segundo es dos veces la frecuencia del primer armónico; la frecuencia del tercero de los armónicos es triple de la frecuencia del primer armónico; la frecuencia del armónico n-ésimo (donde n representa el número de cualquiera de los armónicos) es n veces la frecuencia del primer armónico. ^[23]

En forma de ecuación, esto puede ser escrito como

$$f_n = n \cdot f_1$$

Existe el inverso de este modelo para los valores de longitud de onda de los diferentes armónicos. La longitud de onda del segundo armónico es la mitad (1/2) de la longitud de onda del primer armónico, la longitud de onda del tercer armónico es un tercio (1/3) de la longitud de onda del primer armónico y así sucesivamente de manera que, la longitud de onda del armónico n es un enésimo (1/n) de la longitud de onda del primer armónico. ^[23]

En forma de ecuación, esto puede ser escrito como

$$\lambda_n = \left(\frac{1}{n}\right) \cdot \lambda_{11}$$

Estas relaciones entre las longitudes de onda y las frecuencias de los distintos armónicos de una cuerda de guitarra se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 2. Relación entre armónicos

Número Armónico	Frecuencia (Hz)	Long. de Onda(m)	Velocidad (m/s)	f_n/f_1	λ_n/λ_1
1	400	1,600	640	1	1/1
2	800	0,800	640	2	1/2
3	1200	0,533	640	3	1/3
4	1600	0,400	640	4	1/4
5	2000	0,320	640	5	1/5
N	n .400	(2/n).0,800	640	n	1/n

El cuadro anterior muestra que las frecuencias individuales en el conjunto de frecuencias naturales producidas por una cuerda de guitarra están relacionadas entre sí por relaciones de números enteros. Por ejemplo, el primer y segundo armónicos tienen una proporción de frecuencia 2:1, el segundo y el tercero tienen una proporción de frecuencia 3:2, el tercero y cuarto tienen una proporción de frecuencia 4:3 y así para los n armónicos siguientes. ^[23]

De esta manera, cuando se toca la cuerda de una guitarra, la caja de sonido y el aire circundante vibran en un conjunto de frecuencias para producir una onda con una mezcla de armónicos. La composición exacta de esta mezcla determina el timbre o la calidad del sonido que se escucha. ^[23]

Por tal razón se puede distinguir que si sólo hay un armónico el sonido es bastante puro. Por otro lado, si hay una variedad de frecuencias de sonido en la mezcla, entonces el timbre del sonido es bastante rico en calidad. ^[23]

2.2 - Teoría general de vibraciones

El estudio de las vibraciones está referido a los movimientos de los cuerpos y a las fuerzas asociadas con ellos. Todos los cuerpos poseen masa y son elásticos, por lo tanto son capaces de vibrar. Una vibración mecánica es el movimiento de una partícula o cuerpo que oscila alrededor de una posición de equilibrio. La mayoría de las máquinas y estructuras experimentan vibraciones hasta cierto grado por lo que su diseño requiere la consideración de este efecto dinámico debido a que ocasiona un aumento en los esfuerzos y tensiones. ^[24]

Por consiguiente, una vibración se produce cuando el sistema en cuestión es desplazado de una posición de equilibrio estable. El sistema tiende a retornar a dicha posición, bajo la acción de fuerzas de restitución elásticas o gravitacional, moviéndose de un lado a otro hasta alcanzar su posición de equilibrio. Asimismo, el intervalo de tiempo necesario para que el sistema efectúe un ciclo completo de movimiento se llama periodo de vibración, el número de ciclos por unidad de tiempo define la frecuencia y el desplazamiento máximo del sistema desde su posición de equilibrio se denomina amplitud de vibración. ^[24]

Los sistemas oscilatorios pueden clasificarse como lineales o no lineales. Para los sistemas lineales rige el principio de superposición y las técnicas matemáticas para su tratamiento están bien desarrolladas (ley de Hooke). ^[24]

En este mismo orden de ideas, es importante destacar que existen dos grandes clases de vibraciones, las libres y las forzadas, cualquier sistema

elástico puede tener vibración libre a consecuencia de un impulso inicial, donde el movimiento es mantenido únicamente por las fuerzas de restitución inherentes al mismo. El sistema bajo vibración libre vibrará en una o más de sus frecuencias naturales, dependientes de la distribución de masa y rigidez. Cuando al sistema se le aplican fuerzas perturbadoras externas constantes el movimiento resultante es de vibración forzada. Cuando la excitación es oscilatoria, como la de un sismo, el sistema es obligado a vibrar a la frecuencia de excitación, si ésta coincide con una de las frecuencias naturales se produce resonancia, en este estado tienen lugar oscilaciones peligrosamente grandes; así la falla por resonancia de estructuras como puentes o edificios es una dramática posibilidad que debe tenerse en cuenta. [24]

2.2.1 – Tipos de vibraciones

2.2.1.1 - Vibraciones libres no amortiguadas

Una estructura está en vibración libre cuando es perturbada de su posición estática de equilibrio y comienza a vibrar sin la excitación de fuerza externa alguna ($P(t) = 0$). [24]

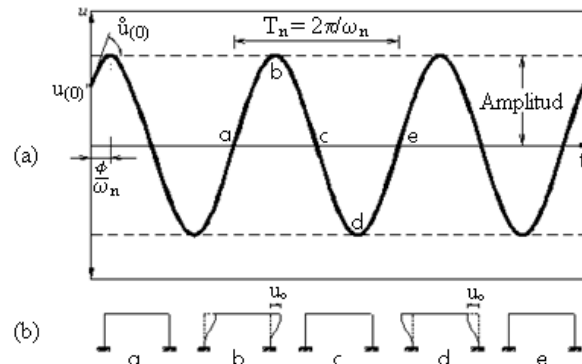


Figura 5. Vibración libre no amortiguada

Por ello, se puede decir que la ecuación que representa el movimiento de un sistema lineal sin amortiguamiento y que no está sometido a la acción de una fuerza externa es:

$$M \cdot \ddot{u} + k \cdot u = 0$$

$$\ddot{u} + \omega_n^2 \cdot u = 0$$

Donde ω_n es la frecuencia natural en vibración libre del sistema y es igual a:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

La ecuación diferencial que describe su comportamiento es la siguiente:

$$u_{(t)} = A \cdot \cos(\omega_n t) + B \cdot \text{sen}(\omega_n t)$$

Las constantes A y B se hallan a partir de las condiciones iniciales, el desplazamiento y la velocidad inicial respectivamente. Obteniéndose por lo tanto:

$$u_{(t)} = u_{(0)} \cdot \cos(\omega_n t) + \frac{\dot{u}_{(0)}}{\omega_n} \cdot \text{sen}(\omega_n t)$$

El tiempo requerido de un sistema no amortiguado para completar un ciclo de vibración libre es denominado periodo natural de vibración, T_n , y es:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$$

Las propiedades de vibración natural, ω_n y T_n , dependen de la masa y rigidez de la estructura, y el término “natural” es utilizado para enfatizar el hecho de que éstas son propiedades naturales del sistema cuando éste se encuentra en estado de vibración libre. [24]

La ecuación general del movimiento también puede expresarse como:

$$u(t) = u_{(0)} \cdot \cos(\omega_n t - \phi)$$

Donde $u_{(0)}$ es la magnitud del desplazamiento máximo y es llamada amplitud de movimiento, la cual está dada por:

$$u_0 = \sqrt{u_{(0)}^2 + \left[\frac{\dot{u}_{(0)}}{\omega_n}\right]^2}$$

Y el ángulo de fase ϕ está dado por:

$$\phi = \text{arctg}\left(\frac{\dot{u}_{(0)}}{\omega_n u_{(0)}}\right)$$

2.2.1.2 - Vibraciones libres amortiguadas

Cuando se excita un sistema lineal, su respuesta dependerá del tipo de excitación y del amortiguamiento que esté presente. La ecuación del movimiento será de la forma: ^[15]

$$M\ddot{u} + F_d + ku = F(t)$$

En donde $F(t)$ es la excitación y F_d la fuerza de amortiguamiento. Aunque la descripción real de F_d es difícil, se pueden utilizar modelos ideales de amortiguamiento que a menudo permitirán una satisfactoria predicción de la respuesta. Entre tales modelos, la fuerza de amortiguamiento viscoso, proporcional a la velocidad, es la que permite el tratamiento matemático más simple. ^[15]

La fuerza de amortiguamiento viscoso se expresa como:

$$F_d = c\dot{u}$$

En donde c es una constante de proporcionalidad. Generalmente se representa por medio de un cilindro-pistón, la ecuación de movimiento es:

$$M\ddot{u} + c\dot{u} + ku = F(t)$$

La solución de la ecuación anterior tiene dos partes. Si $F(t) = 0$, tenemos una ecuación diferencial homogénea cuya solución corresponde físicamente a la vibración libre amortiguada. $F(t) \neq 0$, obtenemos la solución particular que es

caracterizada por la excitación, independientemente de la solución homogénea. Examinaremos primero la ecuación homogénea que nos dará algún entendimiento del papel que desempeña el amortiguamiento. ^[15]

La forma tradicional de la ecuación es:

$$M\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$$

La solución a la ecuación anterior tiene la forma de:

$$u = e^{st}$$

En donde s es una constante. Sustituyendo en la ecuación, obtenemos:

$$(Ms^2 + cs + k)e^{st} = 0$$

Que se satisface para todos los valores de t cuando

$$s^2 + \frac{c}{M}s + \frac{k}{M} = 0 \quad (m)$$

O también expresada en función de la frecuencia natural del sistema se tiene como:

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

Donde ω_n es la frecuencia natural del sistema y ζ es la *razón de amortiguamiento* que es adimensional y cuyo valor viene determinado en función de c_c que es la constante crítica s_1 de amortiguamiento por la siguiente expresión: ^[15]

$$\zeta = \frac{c}{c_c}$$

La ecuación (m), conocida como la ecuación característica, tiene dos raíces

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2M}\right)^2 - \frac{k}{M}}$$

La solución general está dada por:

$$u = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t}$$

En donde A y B son constantes que deben evaluarse por medio de las condiciones iniciales $u(0)$ y $\dot{u}(0)$. ^[15]

El tipo de movimiento viene directamente definido por el valor que tome la razón de amortiguamiento, están definidos tres tipos de movimiento en función esta razón: ^[15]

- Movimiento sub-amortiguado
- Movimiento críticamente amortiguado
- Movimiento sobre-amortiguado

2.2.1.2.1 - Movimiento sub-amortiguado

Este tipo de movimiento también conocido como movimiento oscilatorio se produce cuando el valor obtenido para $\zeta < 1$, este se origina cuando los elementos de amortiguación del sistema no aportan buenas propiedades permitiendo que la oscilación subsista a lo largo de un tiempo extenso. Este estado viene definido por las condiciones iniciales $u(0)$ y $\dot{u}(0)$. La ecuación para determinar la frecuencia de vibración es la siguiente: ^[15]

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

La siguiente figura muestra la naturaleza general de la oscilación

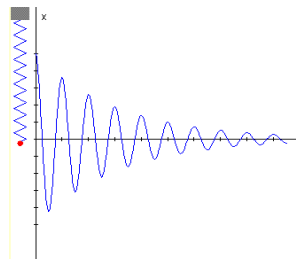


Figura 6. Movimiento sub-amortiguado.

2.2.1.2.2 -Movimiento críticamente amortiguado

Este tipo de fenómeno se produce cuando el valor de $\zeta = 1$, obteniendo una raíz doble de la ecuación que hace que $s_1 = s_2 = \omega_n$. Las partes móviles de muchos medidores e instrumentos eléctricos están críticamente amortiguadas para evitar sobresalto y oscilación. ^[15]

Puede considerarse como la condición ideal de amortiguación de cualquier sistema o forma natural de amortiguación ya que el sistema tendrá la tendencia a vibrar a su frecuencia natural. ^[15]

2.2.1.2.3 -Movimiento sobre-amortiguado

Cuando el valor de ζ supera al uno el sistema alcanza una condición en la que la disipación de las oscilaciones del sistema se producen de forma rápida, también es conocido como movimiento no oscilatorio. La función que lo representa es una función exponencialmente decreciente del tiempo por lo que se le califica como aperiódica. ^[15]

La figura a continuación permite realizar una comparación entre los distintos movimientos y apreciar su naturaleza ^[15]

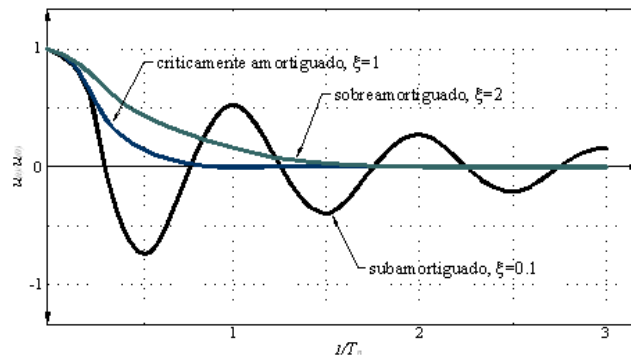


Figura 7. Tipos de amortiguamiento

2.2.1.3 - Vibración forzada

Cuando un sistema está sometido a una excitación armónica forzada, su respuesta de vibración tiene lugar a la misma frecuencia de excitación. Fuentes

comunes de excitación armónica son el desbalance en maquina rotarias, fuerzas producidas por maquinas reciprocantes o el movimiento propio de la maquina. Estas excitaciones pueden ser indeseables para equipos cuya operación puede ser perturbada o, para la seguridad de la estructura si se desarrollan grandes amplitudes de vibración. La resonancia debe ser evitada en la mayoría de los casos y, para evitar que se desarrollen grandes amplitudes, se usan frecuentemente amortiguadores. La discusión de su comportamiento es de importancia para un uso inteligente. ^[15]

La excitación armónica es frecuente en sistemas de Ingeniería. Aunque la pura excitación armónica es menos probable que la periódica u otros tipos de excitación, un entendimiento de la conducta de un sistema que sufre excitación armónica es esencial para comprender como responderá el sistema a tipos más generales de excitación. La excitación forzada puede ocurrir en la forma de una fuerza o desplazamiento de algún punto del sistema. ^[15]

Primero consideraremos un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento viscoso, excitado por una fuerza armónica $F_0 \text{ sen } \omega t$, su ecuación de movimiento es: ^[15]

$$M\ddot{u} + c\dot{u} + ku = F_0 \text{ sen } \omega t$$

La solución de esta ecuación consta de dos partes, la función complementaria, que es la solución de la homogénea y, la integral particular. La función complementaria en este caso es una vibración libre amortiguada. ^[15]

La solución particular es una oscilación estacionaria de la misma frecuencia ω de la excitación. Se puede suponer que la solución particular es de la forma: ^[15]

$$u = U \text{sen}(\omega t - \theta)$$

En donde U es la amplitud de la oscilación y θ es la fase de desplazamiento con respecto a la excitatriz. Es necesario recordar que en el movimiento armónico las fases de la velocidad y aceleración están adelante del desplazamiento en 90° y 180° respectivamente, los términos de la ecuación diferencial se pueden desplegar y sus expresiones son: ^[15]

$$U = \frac{F_0}{\sqrt{(k - M\omega^2)^2 + (c\omega)^2}}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{c\omega}{k - M\omega^2}$$

2.2.2 - Vibraciones en medios continuos

Los sistemas mecánicos en la naturaleza y la práctica no poseen carácter lineal. Por tanto, vibraciones de este tipo son muy frecuentes, por ejemplo al accionar el movimiento de una cuerda o al observar el eje de alguna máquina, las oscilaciones de una placa cargada transversalmente, las ondas producidas por el choque entre un elemento y el agua, entre otras. De todos estos ejemplos es posible observar que se encuentran regidos por el mismo tipo de ecuación

diferencial lo cual permite su unificación en el grupo de los llamados medios continuos.^[13]

Se piensa que la clasificación de un sistema como discreto o continuo normalmente puede llegar a ser subjetiva, entonces se puede definir un sistema discreto como aquel cuyo comportamiento puede ser descrito con el uso de las ecuaciones diferenciales ordinarias, a diferencia de un sistema continuo su comportamiento se rige a partir de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Tomando en cuenta que para el primer caso obtener la solución del problema resulta más sencillo, la información proporcionada por el segundo es más amplia y posee una mayor precisión. Por estas razones se hace evidente que el uso de un modelo u otro estará ligado directamente a las exigencias presentadas en cada problema.^[13]

2.2.2.1 - Vibraciones longitudinales en vigas

Las vibraciones longitudinales en una barra se producen cuando una fuerza externa actúa sobre la barra de forma que cambia su longitud y volumen, sin alterar su geometría Si se considera que no hay fricción interna, la variación de longitud en cada diferencial de volumen de la barra se propagará según la ecuación de ondas.^[13]

Por consiguiente, el estudio de estas vibraciones permite entender la propagación de ondas acústicas en medios confinados, además tienen aplicaciones prácticas como son la utilización de la frecuencia fundamental de barras circulares de diferentes longitudes para construir patrones de frecuencia bien definidas, o el uso de la frecuencia de vibración longitudinal de un cristal

piezoeléctrico para controlar la frecuencia de una corriente eléctrica o para excitar un transductor electroacústico. También tiene aplicaciones en el análisis de la respuesta de estructuras formadas por barras, o que se puedan modelar como barras con cargas másicas en los extremos a fuerzas externas.^[13]

2.2.2.2 - Vibraciones laterales en vigas

Una de las aplicaciones más importantes y utilizadas en la práctica es la de las vibraciones libres laterales en vigas, por lo que inicialmente se hace necesario establecer una serie de hipótesis que fundamenten la base del estudio de este tipo de oscilaciones:^[13]

1 – Las dimensiones de la sección transversal deben ser pequeñas en comparación con su longitud. Esta hipótesis nos permite poder despreciar los efectos de corte e inercia rotatoria.^[13]

2 – Las deflexiones que se presenten en la viga deben ser pequeñas, a fin de poder hacer uso de la teoría de deflexiones en vigas elásticas.^[13]

2.2.2.3 - Vibraciones torsionales en vigas

La ecuación de movimiento de una barra en vibración torsional es similar a la de la vibración longitudinal de barras discutida en la sección anterior.^[15]

Midiendo a x a lo largo de la barra, el ángulo de torsión en cualquier longitud dx de la barra, debida al torque T es:^[15]

$$d\theta = \frac{T dx}{I_p G}$$

En donde $I_p G$ es la rigidez torsional dada por el producto del momento polar de inercia I_p de la sección transversal y el modulo de elasticidad a cortante G . El torque en las dos caras del elemento es T y $T + \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) dx$. El torque neto será: ^[15]

$$\frac{\partial T}{\partial x} dx = I_p G \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx$$

Igualando este torque al producto de momento de inercia $\rho I_p dx$ del elemento por la aceleración angular $\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}$, en donde ρ es la densidad de la barra, la ecuación diferencial de movimiento será: ^[15]

$$\rho I_p dx \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = I_p G \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \left(\frac{G}{\rho}\right) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$$

Esta ecuación es de la misma forma que la vibración longitudinal de las barras en donde θ y G/ρ reemplazan a u y E/ρ , respectivamente. La solución general puede escribirse inmediatamente por comparación como: ^[15]

$$\theta = \left(A \operatorname{sen} \omega \cdot \sqrt{\frac{\rho}{G}} x + B \operatorname{cos} \omega \cdot \sqrt{\frac{\rho}{G}} x \right) (C \operatorname{sen} \omega t + D \operatorname{cos} \omega t)$$

La siguiente figura permite apreciar los efectos producidos por las vibraciones torsionales ^[15]

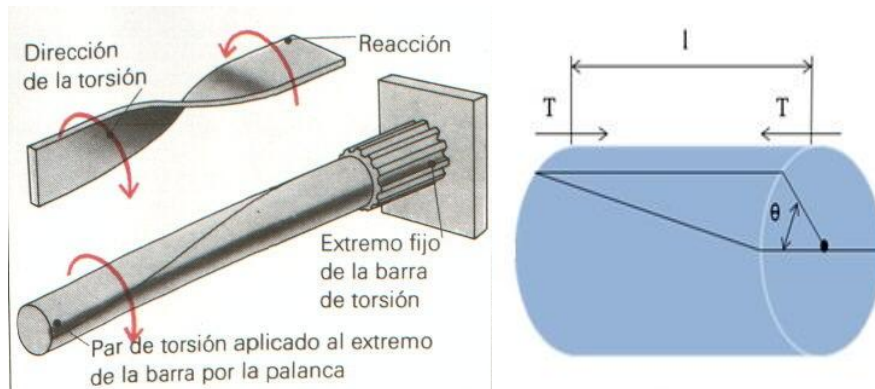


Figura 8. Efectos de vibraciones torsionales

2.2.3 - Instrumentos para medir vibraciones

Las vibraciones que se van a medir pueden clasificarse como periódicas, transitorias y aleatorias. De éstas, el movimiento periódico es el más conocido, y los instrumentos para medir la frecuencia, amplitud, velocidad, aceleración o pendiente de la onda, están bien evolucionados. En el caso de los movimientos aleatorios, es deseable un espectro de frecuencias de los valores cuadráticos medios, por tanto la instrumentación para estas mediciones son muy complejos y de evolución algo reciente. ^[1]

Cabe destacar que el sismógrafo representa el sistema básico utilizado para medir vibración. Según sean los límites (rango) de frecuencias utilizados, el desplazamiento, la velocidad, o la aceleración, se indica por el movimiento relativo de la masa suspendida, con respecto a la caja. Como las vibraciones muchas veces son pequeñas para la indicación mecánica, el movimiento relativo se convierte, en general, a tensión eléctrica (voltaje) por el movimiento de una bobina en un campo magnético. ^[1]

Los acelerómetros son instrumentos de alta frecuencia natural, y sus límites (rango) útiles de frecuencias son por debajo de la resonancia. Para pequeños de ω/ω_n , la ecuación que rige su funcionamiento es: ^[1]

$$Z = \frac{1}{\omega_n^2} \cdot (\omega^2 X)$$

El movimiento relativo se vuelve proporcional a la aceleración.

Los instrumentos para el desplazamiento y la velocidad son dispositivos de baja frecuencia natural, y sus límites útiles están en una región donde $\omega/\omega_n \gg 1$, y se rigen bajo la relación: ^[1]

$$Z \approx X$$

Sin embargo, tanto la velocidad como el desplazamiento para el movimiento armónico deben obtenerse con acelerómetros, por medio de integradores electrónicos. Además del tipo de transductor de masa sísmica hay una variedad de dispositivos para medir la vibración, entre los cuales se encuentran: ^[1]

El calibrador de deformaciones de resistencia eléctrica: consta de una rejilla de alambre fino que se pega al objeto vibrante, para medir las deformaciones fluctuantes. Estos alambres se usan también como suspensiones para pesos sísmicos en algunos acelerómetros. ^[1]

El transductor piezoeléctrico, utiliza cristales de cuarzo, de titanato de bario, o cerámicas piezoeléctricas que tiene altas frecuencias naturales y, en general, debe emplearse con un filtro para cortar las componentes de la frecuencia en la vecindad de la resonancia. ^[1]

El transformador diferencial de reluctancia variable, se encuentra constituido por una bobina primaria de excitación de frecuencia portadora y con bobinas secundarias opositoras que indican una tensión (voltaje) debida al desplazamiento de un núcleo de hierro unido a la estructura vibrante. ^[1]

2.3 Teoría de ondas

Las ondas del agua son un fenómeno que se puede ver y los efectos de las ondas sonoras se escuchan directamente con el oído. Además, el cuerpo puede detectar algunas ondas del espectro electromagnético como por ejemplo, las ondas de luz con el ojo o el efecto calorífico del infrarrojo con la piel. Sin embargo, hay otras ondas electromagnéticas que no pueden percibirse directamente con los sentidos humanos e incluso el infrarrojo por regla general solo se puede observar mediante detectores especiales. ^[25]

Es por ello que los fenómenos ondulatorios aparecen en todos los campos de la física y se pueden utilizar ecuaciones matemáticas similares para todas las aplicaciones. ^[25]

2.3.1 - Tipos de ondas y sus características

Una onda es una perturbación que se desplaza o propaga de un punto a otro. Las ondas mecánicas son ondas que se propagan por un material, como ocurre por ejemplo al golpear un extremo de una varilla de metal con un martillo. Una perturbación inicial, se produce en un punto de aplicación de una fuerza a las partes del material adyacentes. Entonces, en el actúa una fuerza elástica para devolver el material a su posición de equilibrio. Al hacerlo, comprime las partículas adyacentes de tal manera que la perturbación se aleja del foco. Las partículas se exceden en el intento de volver a sus posiciones originales, así que en un punto determinado una compresión viene seguida de una rarefacción. El paso de onda se percibe en las variaciones de presión alrededor del punto de equilibrio o por la velocidad de las oscilaciones. Este paso se describe como oscilatorio o periódico. ^[25]

Hay dos tipos principales de oscilación periódica: la transversal y la longitudinal. En las ondas transversales las vibraciones son perpendiculares a la dirección del desplazamiento mientras que en las ondas longitudinales son paralelas al desplazamiento. Las ondas sonoras son compresiones y rarefacciones alternas de cualquier material que actúe como medio para el desplazamiento y son longitudinales. ^[25]

De esta manera, las ondas de agua se producen por el viento o alguna perturbación de otro tipo. Las partículas se mueven en círculos verticales, de manera que se producen desplazamientos tanto transversales como longitudinales. De este movimiento surge el conocido perfil de las ondas, con sus estrechas cimas y sus amplios valles. ^[25]

En los movimientos ondulatorios se produce una transferencia de energía, que en el caso de las ondas sonoras y las ondas de agua es mecánica. Sin embargo, el paso de una onda por un medio también supone una pérdida de energía. La amplitud disminuye y se habla de un amortiguamiento de la onda. [25]

Hay dos procesos diferentes, la dispersión y la absorción. En muchos casos no hay absorción o hay poca, por ejemplo, la radiación electromagnética del sol se traslada por el espacio sin que se produzca ninguna absorción, pero planetas más alejados que la tierra reciben menos radiaciones porque se tiene que irradiar por mas espacio y por lo tanto la intensidad, la relación de potencia y espacio, disminuye según una ley de cuadrados inversos. [25]

Lo mismo ocurre con el sonido en la atmósfera. Sin embargo, en algunos casos se absorbe energía en un medio, como por ejemplo cuando la luz entra y expone una partícula fotográfica o cuando rayos X entran en el tejido humano. En la radiación homogénea, la absorción sigue una ley exponencial, por ejemplo, si la mitad de la radiación traspasa 1 mm de absorbente, un cuarto pasaría por 2 mm y un octavo por 3 mm. [25]

El periodo o tiempo de ciclo (T_n) de una onda es el tiempo que tarda en tener lugar una vibración completa. La frecuencia (f) del movimiento ondulatorio se define como el número de oscilaciones completas o ciclos por segundo ($f = 1/T_n$). La unidad del sistema internacional de frecuencia es el hertzio (Hz), que toma el nombre del físico alemán Heinrich Rudolf Hertz, 1 hertz = 1 ciclo por segundo. [25]

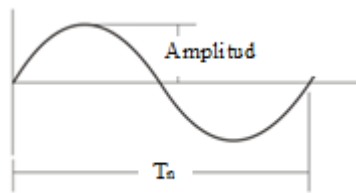


Figura 9. Características de la onda

Por consiguiente, la amplitud es el desplazamiento máximo desde la posición de equilibrio. La longitud de onda (λ) es la distancia entre dos máximos o picos consecutivos de la onda. La velocidad de propagación (v) de las compresiones o la velocidad de fase de la onda es igual al producto de la frecuencia por la longitud de onda: ^[25]

$$v = f \cdot \lambda$$

Las ondas que se originan en un foco puntual se propagan hacia fuera, en todas las direcciones, formando frentes de onda que serán circulares o esféricos al propagarse por un medio homogéneo. Cuando la distancia entre el frente de onda y el foco es grande, se puede considerar como un frente de onda plano. ^[25]

2.3.1.1 - Interferencia

Si varias ondas se desplazan por un medio, el resultado en todo momento y en cualquier punto será la suma vectorial de las amplitudes de cada onda. Este fenómeno se conoce como el principio de superposición. Cuando

dos o más ondas se combinan de esta manera exhiben el fenómeno de la interferencia. [25]

Si la amplitud de la onda resultante es mayor que las de cada onda individual, tiene lugar una interferencia constructiva; si es menor hay una interferencia destructiva. [25]

Si dos ondas sonoras con frecuencias ligeramente diferentes y las mismas amplitudes suenan a la vez, por ejemplo dos diapasones, entonces el sonido resultante tiene lo que se llama una amplitud variable. Estas amplitudes variables se llaman pulsaciones y su frecuencia se denomina frecuencia de pulsación. Dicha frecuencia es igual a la diferencia que hay entre las frecuencias de las dos notas originales. Al afinar instrumentos musicales es de ayuda escuchar las pulsaciones: cuanto más seguidas sean, más afinado estará el instrumento. [25]

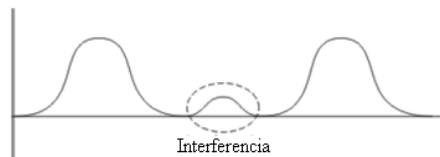


Figura 10. Interferencia

2.3.1.2 - Ondas estacionarias

Éstas son el resultado de confinar ondas en una región determinada. Cuando una onda como la que se propaga por la cuerda de una guitarra en dirección del puente, llega al soporte, la cuerda tiende a estar casi en reposo, ya que se ejerce una fuerza sobre el soporte que ofrece una reacción, enviando una

onda reflejada por la cuerda en sentido opuesto. Esta onda tiene la misma frecuencia y longitud de onda que la onda original. Con determinadas frecuencias las dos ondas, propagándose en sentidos contrarios, interfieren para producir una onda estacionaria. Cada modo de vibración corresponde a una frecuencia particular. ^[25]

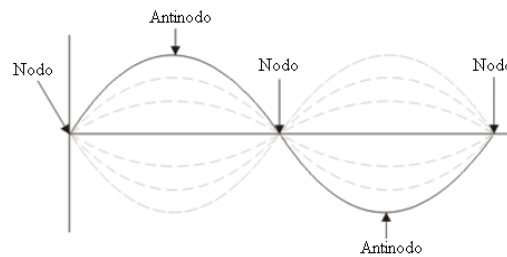


Figura 11. Onda estacionaria

Las ondas estacionarias pueden ser transversales, como en una cuerda de violín punteada, o longitudinal como en el aire de un tubo de un órgano. Las posiciones de la amplitud máxima y mínima se denominan antinodos o vientres y nodos respectivamente. En los antinodos la interferencia es constructiva, en los nodos es destructiva. ^[25]

Por ello, si se aplica una fuerza periódica a un sistema con una frecuencia cercana o igual a la frecuencia natural del sistema, entonces la amplitud de vibración resultante será mucho mayor que para otras frecuencias. Estas frecuencias naturales se llaman frecuencias resonantes. Cuando una frecuencia impulsora llega a igualar la frecuencia resonante, se ha obtenido la amplitud máxima. ^[25]

La frecuencia natural de los objetos se puede usar de forma destructiva. Vientos fuertes pueden llevar puentes suspendidos a su frecuencia natural,

haciéndolos vibrar hasta ocasionar su destrucción. Al cruzar un puente, los soldados en formación suelen romperla para no correr el riesgo que el puente alcance una de sus frecuencias naturales lo que podría causar oscilaciones de gran amplitud. ^[25]

2.3.1.3 - Difracción

Las ondas normalmente avanzan en línea recta en un medio uniforme, sin embargo, cuando pasan por una rendija con un ancho comparable a la longitud de onda, éstas se difractan. Así es como las ondas pueden doblar las esquinas. Para una onda sonora de 256 Hz la longitud de onda es de aproximadamente 1,3 m; es decir, cercana a las dimensiones de puertas y ventanas abiertas. ^[25]

Si se proyecta un haz de luz por una sola ranura ancha sobre una pantalla cercana a la ranura, se obtiene una imagen nítida y clara de la misma. Si se estrecha la ranura llegará un punto en el cual ya no se verá mas, sino una huella de difracción de bordes claros y oscuros. ^[25]

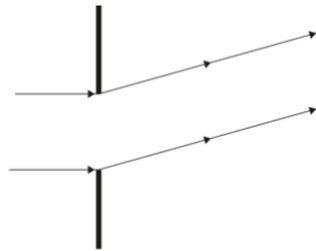


Figura 12. Difracción

El principio de Huygens fue propuesto en 1676 por el físico Holandés Christian Huygens (1629-1695) para explicar las leyes de la reflexión y la refracción postuló que la luz era un movimiento ondulatorio. Cada punto de un frente de ondas es a su vez un foco de ondas nuevas o secundarias. El nuevo frente de ondas es la superficie que toca todos los frentes de ondas de los focos secundarios. La difracción expone los efectos de interferencia que se observan en una luz que sale de una posición continua de un frente de ondas, como la de una rendija estrecha. ^[25]

El trabajo del médico y físico británico Thomas Young (1773-1829) y otros, finalmente dieron la razón a la teoría de Huygens. ^[25]

2.3.2 - Ecuación de onda

2.3.2.1 - Ecuación diferencial para ondas transversales en vigas

Ecuación diferencial que se establece en el caso de ondas transversales en una viga.

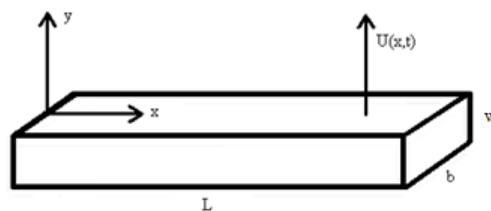


Figura 13. Esquema de vibración transversal

L: Longitud.

b: Ancho.

w: Espesor.

Ecuación de la viga considerando la fricción es:

$$E \cdot I \cdot \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + \vartheta \cdot \frac{\partial U}{\partial t} + \rho \cdot A \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$$

ϑ : Coeficiente de amortiguamiento (Se puede considerar $\vartheta \approx 0$)

Las condiciones de fronteras en el caso de la viga libre serán:

a) No hay momentos en ningún extremo:

$$E \cdot I \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_{(0,t)} = E \cdot I \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_{(L,t)} = 0$$

b) No hay fuerzas de corte en ningún extremo:

$$E \cdot I \cdot \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \Big|_{(0,t)} = E \cdot I \cdot \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \Big|_{(L,t)} = 0$$

Ahora:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{\vartheta}{\rho \cdot A} \cdot \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{E \cdot I}{\rho \cdot A} \cdot \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} = 0$$

Como $\rho = \frac{m}{A \cdot L}$ y tomando $c^2 = \frac{E \cdot I}{\rho \cdot A}$

Tenemos,

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{\vartheta \cdot L}{m} \cdot \frac{\partial U}{\partial t} + c^2 \cdot \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} = 0$$

Por otro lado,

$$U(x, t) = F(x) \cdot G(t)$$

$$F(x) \cdot \ddot{G}(t) + \frac{\vartheta \cdot L}{m} \cdot F(x) \cdot \dot{G}(t) + c^2 \cdot F^{IV}(x) \cdot G(t) = 0$$

$$\frac{\ddot{G}(t) + \frac{\vartheta \cdot L}{m} \cdot \dot{G}(t)}{G(t)} = -c^2 \cdot \frac{F^{IV}(x)}{F(x)} = -\lambda^2 = cte$$

$$\begin{cases} \ddot{G}(t) + \frac{\vartheta \cdot L}{m} \cdot \dot{G}(t) + \lambda^2 \cdot G(t) = 0 \\ F^{IV}(x) - \beta F(x) = 0 \text{ donde } \beta^4 = \frac{\lambda^2}{c^2} \end{cases}$$

$$F(x) = c_1 \cdot \sin \beta x + c_2 \cdot \cos \beta x + c_3 \cdot \sinh \beta x + c_4 \cdot \cosh \beta x$$

$$F''(0) = 0 = \text{condiciones de fronteras (a)}$$

$$\Rightarrow c_2 = c_4$$

$$F'''(0) = 0 = \text{condiciones de fronteras (b)}$$

$$\Rightarrow c_1 = c_3$$

$$F(x) = c_1 \cdot [\sin \beta x + \sinh \beta x] + c_2 \cdot [\cos \beta x + \cosh \beta x]$$

$$F''(L) = 0 \Rightarrow c_1 \cdot [-\sin \beta L + \sinh \beta L] + c_2 \cdot [-\cos \beta L + \cosh \beta L] = 0$$

$$F'''(L) = 0 \Rightarrow c_1 \cdot [-\cos \beta L + \cosh \beta L] + c_2 \cdot [\sin \beta L + \sinh \beta L] = 0$$

$$\begin{bmatrix} -\sin \beta L + \sinh \beta L & -\cos \beta L + \cosh \beta L \\ -\cos \beta L + \cosh \beta L & \sin \beta L + \sinh \beta L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para que no exista solo la solución trivial, el determinante del sistema debe ser cero:

$$\cos \beta L \cdot \cosh \beta L = 1$$

Y para el caso G(t) se tiene que:

$$\ddot{G}(t) + \lambda_n^2 \cdot G(t) = 0 \quad \text{con} \quad \beta_n^4 = \frac{\lambda_n^2}{c^2}$$

$$G(t) = A_n \cdot \cos(\lambda_n^2 t + \varphi_n)$$

$$\lambda^2 = \beta_n^2 \cdot c = \frac{(\beta_n \cdot L)^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot L}}$$

Las raíces proporcionaran las frecuencias que corresponden a la fundamental y sus armónicos, por lo que se puede hacer uso del programa de cálculo computacional para la obtención de las mismas en conjunto con las propiedades y dimensiones del material que se está estudiando.

2.4 - Procesos de maquinado

El proceso de arranque de material como herramienta de fabricación data su origen a la época de la prehistoria, momento en el cual el ser humano sintió esa inquietud de plasmar ideas sobre los materiales de madera, piedra, entre otros, a manera de obtener sus utensilios de uso diario y de caza. ^[3]

El nacimiento de las máquinas de herramientas se encuentra estrechamente relacionado al surgimiento y desarrollo de la llamada Revolución Industrial, con el objetivo de ser usadas para la producción de la maquinaria a vapor. De ahí a la actualidad esta área ha sufrido una grandiosa evolución, lo que ha traído como principal consecuencia que las bases de la economía moderna estén sustentadas en los procesos de manufactura y producción, dando el sitio de honor al proceso de elaboración en masa como dominante del mercado. Hecho que deja en evidencia la vital importancia que poseen los procesos de maquinado en la fabricación de elementos y componentes ingenieriles pertenecientes tanto a máquinas como equipos de trabajo. ^[3]

2.4.1 - Definición de maquinado

El proceso de maquinado está definido como un proceso de manufactura, que cuenta con una herramienta de corte encargada de remover el exceso de material no deseado en el elemento que se está conformando. Éste se lleva a cabo cuando el material es sometido a esfuerzos ejercidos por la herramienta en zonas localizadas, de forma tal que se provoca la fractura del mismo a través del movimiento relativo que se genera entre la herramienta y la pieza a elaborar. ^[3]

Para lograr obtener buenos resultados de este proceso se debe tomar en cuenta con gran énfasis las propiedades que presenta el material que será maquinado y su grado de facilidad para ser elaborado con este proceso, haciendo correcto uso de las herramientas y considerando las condiciones de corte, esta propiedad se conoce como maquinabilidad del material. ^[3]

2.4.2 - Condiciones de corte

Éstas son también conocidas como variables, capaces de ser modificadas por el operador de las máquinas de herramientas, y que influyen en el proceso de maquinado entre las cuales figuran como principales: ^[3]

2.4.2.1 - Velocidad de corte

La velocidad de corte se encuentra referida a la velocidad relativa que se presenta entre la herramienta y el material a la hora de realizar el corte. En ciertos casos esta se encuentra dada por el material mismo que se encuentra en movimiento y en otros es aportada por la herramienta en su desplazamiento. ^[3]

2.4.2.2 - Profundidad de corte

Esta profundidad se define como la distancia que es capaz de alcanzar la herramienta cuando la misma se encuentra por debajo de la superficie de la pieza que está siendo maquinada, por lo que la misma permite obtener las dimensiones finales. ^[3]

2.4.2.3 - Avance

El avance está determinado como el movimiento relativo generado en la herramienta o el material al momento de realizar el maquinado. Este se encuentra determinado por los grados de libertad que posee la máquina o aquellos que se puedan alcanzar por el operario debido a la exigencia de la elaboración de una pieza. ^[3]

Mediante el uso de estas variables es posible determinar el tiempo total de maquinado y estimar la vida útil de la herramienta de corte, haciendo posible realizar la planificación económica de un proceso productivo, es por esta razón que es de vital importancia su total manejo. ^[3]

2.4.3 - Tipos de operaciones de maquinado

El maquinado a su vez se encuentra dividido en una familia de procesos conocidos como tipos de maquinado. Un factor común que se presenta en todos estos es que cuentan con el uso de una herramienta para generar el desprendimiento de material necesario para la elaboración de la pieza. ^[3]

Para la generación de las distintas geometrías y texturas existen distintos tipos de operaciones de maquinado, entre los cuales se encuentran:

2.4.3.1 - Torneado

El proceso de torneado se lleva a cabo cuando se establece el contacto entre una herramienta de punta sencilla aguda y el material para remover el exceso del mismo formando así la pieza de trabajo, ésta se encuentra en movimiento rotatorio con el fin de fabricar generalmente sólidos de revolución.

El avance de la herramienta es realizado de forma lineal en dos direcciones: longitudinal, paralela al eje de rotación y radial o transversal, de forma perpendicular al eje. ^[3]

La máquina encargada de la realización del proceso es conocida como torno y es capaz de generar la potencia requerida para permitir que la pieza rote a la velocidad necesaria, así como también permite el control del avance y profundidad de corte específicos. En el torno pueden realizarse una gran variedad de operaciones de maquinado, entre las que se encuentran las siguientes: careado, torneado cónico, torneado de contornos, torneado de formas, achaflanados, tronzado, roscado, perforado, taladrado, moleteado, entre otros. Estos son realizados con la sustitución de las formas y direcciones de desplazamiento de la herramienta. ^[3]



Figura 14. Torno convencional

2.4.3.2 - Taladrado

El proceso de taladrado se lleva a cabo cuando se pone en contacto la herramienta de corte con el material para generar perforaciones de geometría redonda. La herramienta encargada de realizar el corte es de geometría cilíndrica conocida como broca, cuenta con dos extremos cortantes que desprenden el material al rotar la herramienta. El avance en este tipo de proceso por lo general lo realiza la broca manteniendo fija la pieza, de esta manera se forma un agujero cuyo diámetro va predeterminado por el diámetro de la broca. [3]

Se denomina taladro a la máquina encargada de realizar este proceso. Con él que es posible llevar a cabo otro tipo de operaciones como roscado, escariado, avellanado, entre otros. Aunque para realizar estos últimos es necesario realizar un agujero previo y utilizar otro tipo de herramientas según amerite el caso. [3]



Figura 15. Taladro

2.4.3.3 - Fresado

El fresado es un proceso que se basa en hacer pasar al material de trabajo a través de la periferia con filo de una herramienta de geometría cilíndrica rotatoria. El avance en este proceso es realizado en dirección perpendicular al eje de rotación de la herramienta de corte lo que le permite ser diferenciado del proceso de taladrado. La herramienta utilizada es conocida como fresa y sus bordes cortantes como dientes. ^[3]

La máquina encargada de este proceso se llama fresadora. Las superficies que se pueden obtener con este proceso son generalmente planas, aunque con el apoyo de la robótica automatizada las geometrías que se pueden obtener son de máxima complejidad por lo que son utilizadas en campo para la fabricación de elementos de máquinas. ^[3]

Básicamente, hay dos tipos de fresado: el fresado periférico en el cual el eje de la herramienta se desplaza de forma paralela a la superficie que se mecaniza y el fresado frontal en el cual el eje de la herramienta se desplaza en dirección perpendicular a la superficie de maquinado. Los cortes son realizados con la periferia y con el extremo de la herramienta respectivamente. ^[3]



Figura 16. Fresadora

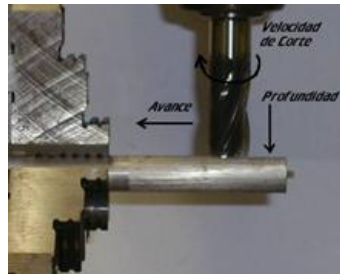


Figura 17. Fresado frontal

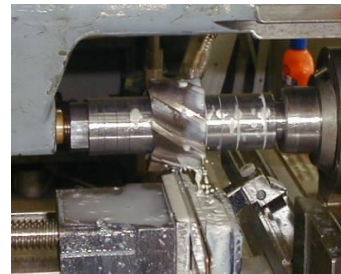


Figura 18. Fresado periférico

2.4.3.4 - Cepillado

Es un proceso que se realiza cuando una herramienta de punta sencilla, similar a la del torno desprende el material de la superficie de la pieza, el avance y velocidad de corte se consiguen con el movimiento de la herramienta a lo largo de la superficie del material de forma oscilante. La clasificación de los cepillos son dos, los cepillos de columna simple y los de doble columna. La máquina usada para este proceso es llamada cepilladora. ^[3]



Figura 19. Cepilladora

2.5 - Electroerosión

2.5.1 - Descripción del proceso

El mecanizado por electroerosión se efectúa mediante el salto de chispas eléctricas entre el electrodo y la pieza sometidos a una determinada tensión eléctrica y sumergidos en un líquido aislante o dieléctrico. [26]

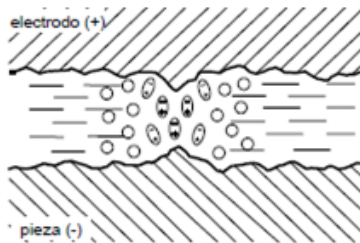


Figura 20. Electroerosión primera etapa

Al estar ambos electrodos en un medio dieléctrico o aislante la tensión que se aplique a ambos ha de ser suficiente como para llegar a crear un campo eléctrico mayor que la rigidez dieléctrica del líquido. [26]

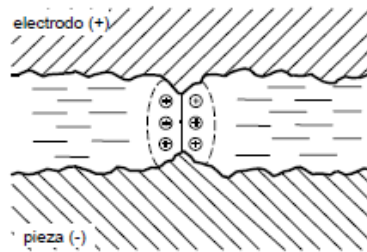


Figura 21. Electroerosión segunda etapa

Bajo la acción de este campo eléctrico, iones libres positivos y electrones se encontrarán acelerados creando un canal de descarga que se vuelve conductor, y es precisamente en este punto donde salta la chispa. Esto provoca colisiones entre los iones (+) y los electrones (-). Se forma entonces un canal de plasma. ^[26]

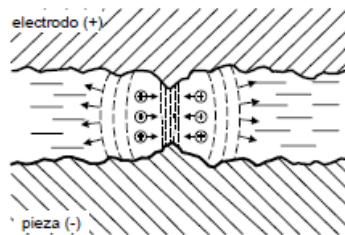


Figura 22. Electroerosión tercera etapa

Bajo el efecto de los choques se crean altas temperaturas en ambos polos y alrededor del canal de plasma se forma una burbuja de gas que empieza a crecer. Por otro lado las altas temperaturas que se han dado en los dos polos, van fundiendo y vaporizando parte del material de la pieza, mientras que el electrodo apenas si se desgasta muy ligeramente. ^[26]

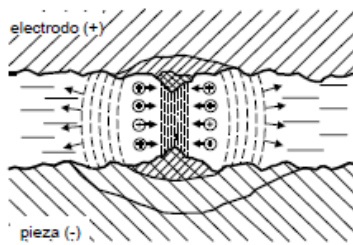


Figura 23. Electroerosión cuarta etapa

En esta situación (esfera de gas grande y material fundido en ambos polos) se corta la corriente eléctrica. El canal de plasma se derrumba y la chispa desaparece. El líquido dieléctrico entonces rompe la esfera de gas haciéndola implotar. ^[26]

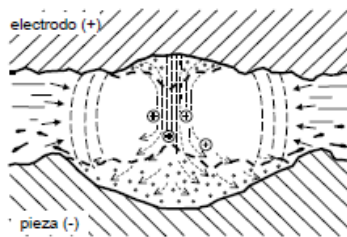


Figura 24. Electroerosión quinta etapa

Ello hace que se creen fuerzas que hacen salir el material fundido formando dos cráteres en las superficies. El material fundido se solidifica y es decantado por el líquido dieléctrico, constituyendo lo que se llama viruta del proceso de electroerosión. ^[26]

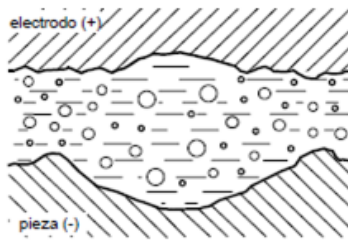


Figura 25. Electroerosión sexta etapa

2.5.2 - Ventajas de la electroerosión

- No produce esfuerzos en el material que sean considerables, debido a que es el proceso de fabricación que genera la menor cantidad de distorsión.
- Es un proceso con el cual se puede mecanizar materiales de gran dureza.
- Puede ser usado para la generación de orificios.
- Puede ser automatizado.
- Se pueden obtener superficies inclinadas.
- El costo de las máquinas es más económico debido a su evolución.
- Posee una alta precisión de hasta 2 micrómetros.
- No produce desviación en las medidas del mecanizado.

2.5.3 - Desventajas de la electroerosión

- El proceso es lento debido a que la remoción de material es producto de erosión.
- Presenta peligro de ignición debido a que el líquido dieléctrico es de características inflamables.

- No pueden ser maquinadas piezas de gran tamaño, debido a las dimensiones de la máquina.
- Posee un alto grado de desgaste en el hilo.

2.5.4 - Aplicación de la electroerosión

- Fabricación de herramientas para máquinas de mecanizado.
- Mecanizado de cualquier tipo de materiales como plásticos, metales, entre otros.
- Industria automotriz.
- Industria de componentes electrónicos de tamaños muy pequeños.

2.6 - Instrumentación y control

2.6.1 - Reseña histórica

La búsqueda del control de las variables de un proceso se remonta a los inicios de la especie humana cuando el hombre a partir de la necesidad de poseer herramientas que le ayudaran a realizar sus trabajos más fáciles, así como también de crear sistemas de medición, decide fabricar sistemas que le permitieran poder establecer un control sobre los procesos desempeñados como por ejemplo la construcción.

Pero no es sino hasta la época de la Revolución Industrial cuando surge un nuevo paradigma, una nueva forma de desempeño del trabajo y es cuando el proceso artesanal de manufactura de los productos pasa a ser dominado por máquinas controladas por operadores, momento que sirve para el inicio y

desarrollo de lo que se conoce actualmente como instrumentación, estos operadores mediante el uso de su experiencia manifiestan tener control sobre los procesos, no obstante y a pesar de esta aparente pericia los resultados obtenidos no eran los esperados tanto en condición de calidad como de seguridad, por lo que se limitaban al control de procesos llamados procesos simples.

Luego, surge una nueva ola de instrumentos que permitían a estos operadores realizar con mejor desempeño sus tareas, trayendo como consecuencia la mejora en la calidad y disminución del riesgo para el producto final, a pesar de esto, en materia de calidad los productos presentaban defectos a causa de la naturaleza artesanal de los procesos, es decir, todavía existía la intervención de la mano del hombre.

El desarrollo posterior guió sus pasos hacia el control de los elementos de carácter neumático, hecho que trajo como consecuencia una gran mejora a nivel de calidad, lo cual se traducía en una disminución del riesgo aumentando así los niveles de productividad. En contraposición a estos avances era necesario prestar grandes servicios de mantenimiento y la capacidad de control central era muy pobre, con esta necesidad por delante y la exigencia evolutiva de los procesos creciendo, nace una herramienta conocida como control electrónico de los procesos, que entre sus ventajas presentaba a la industria una disminución notable de los costos de mantenimiento para los sistemas neumáticos de trabajo y a su vez se crea la figura de centrales de control con monitoreo total de los procesos.

De manera paralela a todo este desarrollo, se incrementa de forma compleja las exigencias sobre las características de los materiales usados, lo cual implicaba tener un mejor control en su elaboración y técnicas innovadoras para su caracterización.

Con el surgimiento de la era industrial y la creación de la maquinaria de vapor, se hace necesaria la reducción de fenómenos de características vibratorias, hecho que demanda la creación de nuevos y mejores equipos de monitoreo e inspección para su estudio. El estudio de estos fenómenos y la maquinaria creada con este han establecido sus bases en los sistemas instrumentales y equipos de control creados con el fin de obtener un mejor manejo de las variables que los producen.

2.6.2 - Definiciones de control

La implementación de los distintos equipos a nivel de laboratorio e industrial se debe realizar tomando en cuenta principalmente sus características específicas para de esta forma poder cumplir a cabalidad con su función, por lo que estos se encuentran clasificados como instrumentos indicadores, registradores, controladores, transmisores o elementos finales de control. ^[27]

El esfuerzo para unificar la terminología utilizada en campo es en función de crear un código que contenga entre sus líneas los elementos necesarios para la extensión y mejor manejo de la misma, por ejemplo, normas SAMA (Scientific Apparatus Makers Association) por sus siglas en inglés. ^[27]

2.6.2.1 - Campo de medida

El rango de medida, o range en inglés, se define como la familia de valores entre un valor mínimo y un valor máximo que poseen la capacidad de ser medidos o transmitidos por un equipo o instrumento. ^[27]

2.6.2.2 - Alcance

La variable conocida como alcance se encuentra referida a la diferencia algebraica que se establece entre el valor superior y el valor inferior en un campo establecido como campo de medida. La forma de obtenerse es mediante la expresión: ^[27]

$$Valor_{sup} - Valor_{inf}$$

2.6.2.3 - Error

En el momento de realizar la medición es necesario establecer una variable que se encuentra entre las más importantes de un proceso y es conocida como error, valor que es obtenido como resultado de la diferencia algebraica entre el valor apreciado por el instrumento de medición y el valor tomado como el real de la medición. ^[27]

Cuando el valor de una medida depende de varios instrumentos los cuales poseen cada uno un porcentaje de error, el error máximo es la suma algebraica de todos los instrumentos involucrados ^[27]

$$\pm(a + b + c + d + \dots)$$

El error se suele calcular evaluando la raíz media cuadrática del conjunto de posibles errores como el error total de la medida ^[27]

$$\pm\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + \dots)}$$

2.6.2.4 - Precisión

El término de precisión está directamente relacionado con la tolerancia que posee un instrumento para realizar o transmitir una medición, en correspondencia a esto es necesario definir el error cometido en la manipulación del instrumento durante el periodo y condiciones normales de servicio. ^[27]

2.6.2.5 - Sensibilidad

Se entiende por sensibilidad el incremento de la señal de salida de un instrumento en relación con el incremento de la variable medida, una vez estabilizado el sistema en posición de reposo. Generalmente es expresado como un porcentaje del alcance de la medida. ^[27]

2.6.2.6 - Repetibilidad

Es la capacidad de un instrumento de obtener el mismo valor de una medida, en condiciones de trabajo iguales y haciendo el recorrido en la misma dirección y sentido a lo largo de todo el campo de medición, sin tomar en

cuenta la exactitud de la medida o la histéresis. Es expresada como un porcentaje del alcance tomando en cuenta su valor máximo y se puede obtener como: ^[27]

$$\sqrt{\sum \frac{(x_i - x)^2}{n}}$$

2.6.2.7 - Histéresis

Es la diferencia máxima dada al tomar medidas en sentido ascendente y luego tomar las mismas medidas en sentido descendente de la escala. Está expresada como un porcentaje del alcance del instrumento. ^[27]

2.6.3 - Clasificación de la instrumentación

La clasificación de la instrumentación se encuentra dada debido a las características de los mismos, así como también por las tareas para las cuales serán utilizados. Esta clasificación sirve para comprender mucho mejor su funcionamiento:

2.6.3.1 - En función del instrumento

2.6.3.1.1 - Instrumentos ciegos

Reciben su nombre debido a que no presentan una interfaz que permita la apreciación visual de la variable medida, es decir, que registran la variable y la procesan de forma interna. ^[27]

2.6.3.1.2 - Instrumentos indicadores

Poseen una escala de medición con la cual es posible apreciar el valor obtenido de la variable de un proceso, según la amplitud de la escala se divide en indicadores concéntricos o excéntricos. También existen indicadores digitales que presentan la variable en dígitos. ^[27]

2.6.3.1.3 - Instrumentos registradores

Estos se encargan de hacer una especie de conteo de la variable con un trazo continuo o por puntos. Existen en distintos formatos: circulares, rectangulares o alargados según sea la forma del gráfico. ^[27]

2.6.3.1.4 - Transmisores

Recogen la señal generada por el elemento primario y la transmiten a un receptor a larga distancia mediante una señal neumática (normalmente 3 – 15 psi), electrónica (normalmente 4 – 20 mA c.c.) o digital. El elemento primario puede o no formar parte del transmisor. ^[27]

2.6.3.1.5 - Transductores

Reciben una señal de entrada en función de una o más cantidades físicas y la convierten en una señal de salida entendible por el sistema. Un ejemplo de estos son los convertidores PP/I y PP/P, presión de proceso a intensidad y presión respectivamente. ^[27]

2.6.3.1.6 - Receptores

Reciben la señal de salida de los transmisores y la registran o la indican. Existen también receptores controladores, los cuales envían una señal de salida ya sea neumática o electrónica al elemento final de control. ^[27]

2.6.3.1.7 - Controladores

Estos reciben la señal directa o indirectamente del proceso mediante los transmisores, y la comparan con un valor deseado o un “set point”, como es conocido por su nombre en inglés, y ejercen una acción de control correctiva de acuerdo con la desviación presentada. ^[27]

2.6.3.2 - En función de la variable del proceso

Para este tipo de clasificación lo único que es tomado en cuenta es la variable medida por el instrumento, entre las cuales se encuentran temperatura, densidad, velocidad, caudal, presión, nivel, posición, fuerza, peso específico, pH, frecuencia, conductividad, viscosidad, etc. ^[27]

Por estas razones resulta común encontrar en la designación de un instrumento el uso de estos dos métodos de clasificación simultáneamente, como por ejemplo un transmisor ciego de presión, un indicador de temperatura, receptores indicadores de nivel, entre otros. ^[27]

2.7 - Teoría de la flexión

La figura 26 representa una viga en flexión. La cara cóncava está a compresión y la cara convexa está a tracción. Estas dos caras están separadas por el plano conocido como plano neutro de esfuerzo cero. La línea de color rojo que representa a este plano en un diagrama de dos dimensiones se conoce como línea neutra. La línea resultado de la intersección del plano neutro con la sección transversal es conocida como el eje neutro. [1]

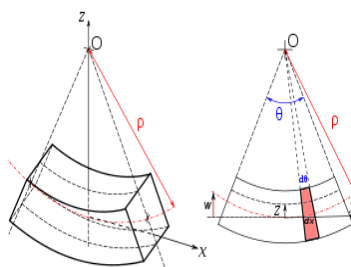


Figura 26. Viga en flexión

Para el estudio de la flexión se supone que la viga es prismática, que tiene una longitud de por lo menos 10 veces su altura, que las fuerzas externas son todas normales al eje de la viga y contenidas en un plano de simetría, y por último que la flexión es pequeña. [1]

En cuanto a las propiedades intrínsecas del material las suposiciones a ser tomadas en cuenta son: 1) el material es homogéneo y cumple con la ley de Hooke; 2) los esfuerzos están por debajo del límite elástico; 3) cada una de las capas de las que se considera formado el material tiene libertad para alargarse y contraerse longitudinal y lateralmente por acción de esfuerzos como si estuviera separada de las demás capas; 4) los módulos de elasticidad a la tracción y a la compresión son iguales; 5) la sección transversal sigue siendo una superficie

plana (esta suposición solo es estrictamente cierta cuando la fuerza cortante es constante o nula sobre la sección transversal, y cuando la fuerza cortante es constante a lo largo de la longitud de la viga). [1]

Luego de todas estas suposiciones es posible decir que: las fuerzas están equilibradas horizontalmente, el eje neutro contiene al centro de gravedad de la sección transversal cuando no hay esfuerzo axial resultante, la intensidad del esfuerzo varía a razón directa de su distancia al eje neutro. [1]

El momento de las fuerzas con respecto al eje neutro, puede ser calculado mediante la siguiente expresión:

$$M_f = \frac{SI}{c}$$

Donde S es el esfuerzo existente sobre la fibra cuya distancia al eje neutro es c , I es el momento de inercia con respecto al eje neutro. El módulo de sección se define como I/c . Donde c es igual a y máximo. Esta ecuación sirve para determinar la resistencia de las vigas. [1]

Para vigas rectangulares se tiene que:

$$M_f = \frac{1}{6} \cdot (Sbt^2)$$

Donde b es el ancho de la viga, y t es la altura, por lo que se puede decir que la resistencia elástica de las secciones de vigas varía de la siguiente manera:

1) directamente proporcional al cuadrado de la altura, para secciones de ancho

constante; 2) directamente proporcional al ancho, para secciones de altura constante; 3) directamente proporcional a la resistencia del material, para altura y ancho constantes; 4) si varía el claro, inversamente proporcional a éste, para ancho, altura y material constante. ^[1]

Si se corta una viga horizontalmente por la mitad, las dos mitades colocadas una al lado de la otra solo resistirán la mitad de lo que resistía la viga original. ^[1]

2.7.1 - Esfuerzo normal en flexión

A fin de deducir las relaciones para los esfuerzos normales en flexión en viga, se hacen las siguientes suposiciones: ^[10,14]

- La viga se somete a flexión pura: significa que la fuerza cortante es nula y que no hay carga de torsión o axiales presentes.
- El material es isotrópico y homogéneo.
- El material cumple con la Ley de Hooke.
- Inicialmente la viga es recta con una sección transversal constante en toda su longitud.
- La viga tiene un eje de simetría en el plano de la flexión.
- Las proporciones de la viga son tales que fallaría en flexión, en vez de fallar por aplastamiento, corrugación o alabeo lateral.
- Las secciones transversales de la viga permanecen planas durante la flexión.

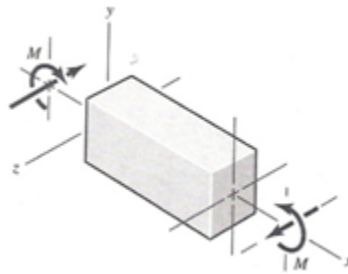


Figura 27. Esfuerzo normal en flexión

En la figura 27 se representa una porción de una viga sometida al momento flexionante positivo M_f . El eje y representa el eje de simetría. El eje x coincide con el eje neutro de la sección, y el plano xz , que contiene los ejes neutros de todas las secciones transversales, se llama plano neutro. Los elementos de la viga que coinciden con este plano tienen una deformación nula. La localización del eje neutro con respecto a la sección transversal aún no se ha definido. ^[10,14]

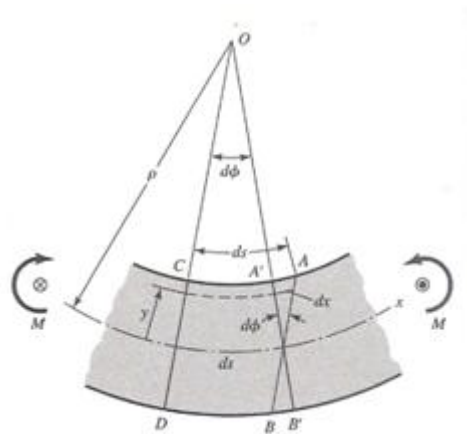


Figura 28. Vista plana flexión

La aplicación del momento positivo causará que la superficie superior de la viga se doble hacia abajo; entonces el eje neutro estará curvo, como en la Figura 28. Debido a la curvatura, una sección AB originalmente paralela a CD, girará en un ángulo $d\phi$ hasta A'B', puesto que la viga era recta. Como AB y A'B' son líneas rectas, se supone que las secciones planas permanecen planas durante la flexión. Si ahora se especifica el radio de curvatura del eje neutro como ρ , la longitud de un elemento diferencial del eje neutro como ds , y el ángulo subtendido por los dos lados adyacentes CD y A'B' como $d\phi$, entonces, de acuerdo con la definición de curvatura, se tiene: ^[10,14]

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\phi}{ds}$$

Como se señala en la figura 28, la elongación de una fibra a una distancia y del eje neutro es ^[10,14]

$$dx = yd\phi$$

La deformación es la elongación dividida entre la longitud original, o

$$\epsilon = \frac{dx}{ds}$$

Resolviendo las tres ecuaciones anteriores en forma simultánea, se obtiene

$$\epsilon = -\frac{y}{\rho}$$

Así, la deformación es proporcional a la distancia y desde el eje neutro, donde el signo negativo indica compresión. Ahora, como $S = E\epsilon$, para el esfuerzo se tiene ^[10,14]

$$S = -\frac{E \cdot y}{\rho}$$

De acuerdo a lo planteado, entonces se trata con flexión pura lo que significa que no hay fuerzas axiales que actúan sobre la viga. Lo anterior se escribe de forma matemática sumando todas las fuerzas horizontales que actúan sobre la sección transversal, e igualando esta suma a cero. La fuerza que actúa sobre un elemento de área dA es σdA ; por lo tanto ^[10,14]

$$\int \sigma dA = -\frac{E}{\rho} \int y dA = 0$$

La ecuación anterior define la localización del eje neutro. El momento del área respecto al eje neutro es cero, y de aquí que el eje neutro pase por el centroide del área de la sección transversal. En seguida se observa que para el equilibrio se requiere que el momento flexionante interno creado por el esfuerzo sea igual al momento externo M_f . por consiguiente, ^[10,14]

$$M_f = \int y \sigma dA = -\frac{E}{\rho} \int y^2 dA$$

En esta ecuación se muestra la integral que es el segundo momento del área respecto al eje z , este es

$$I = \int y^2 dA$$

Si a continuación se resuelve el sistema formado por las últimas dos ecuaciones y se acomodan, se tiene

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_f}{EI}$$

Ésta es una ecuación importante en la determinación de la deflexión de vigas. Por último, se elimina ρ de las ecuaciones, para obtener ^[10,14]

$$\sigma = -\frac{M_f y}{I}$$

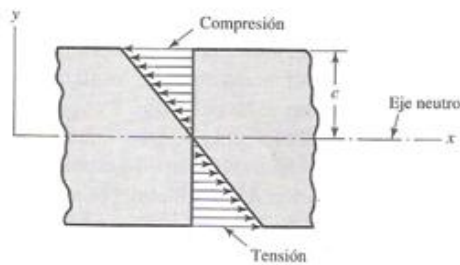


Figura 29. Planos de esfuerzos

Se establece que el esfuerzo flexionante σ es directamente proporcional a la distancia y desde el eje neutro y al momento flexionante M_f , como se exhibe en la figura 29. Se acostumbra a designar c por $-y$, para omitir el signo negativo, y escribir ^[10,14]

$$\sigma = \frac{M_f c}{I}$$

Donde se entiende que esta ecuación proporciona el esfuerzo máximo. Luego, cuando se conoce el sentido del momento, se determinan los esfuerzos máximos de compresión o tensión mediante inspección. ^[10,14]

Otras formas alternas de escribir esta ecuación son las siguientes

$$S = \frac{M_f}{I/c} , \quad S = \frac{M_f}{Z}$$

Donde $Z = I/c$ se llama *modulo de sección*.

2.7.2 - Módulo de Young

La curva de esfuerzo-deformación a la tracción de ingeniería se obtiene por la acción de carga estática sobre una probeta estándar, es decir, mediante la aplicación de suficientemente lenta de la carga, para que todas las partes de la probeta estén en equilibrio en todo instante. La curva se obtiene, en general, gobernando la rapidez de carga en la máquina de tracción. La norma ASTM E8 especifica una rapidez de carga que no exceda de 70 Kgf/mm²/(min). Otro método para obtener la curva es especificar la rapidez de deformación como la variable independiente, en cuyo caso la rapidez de carga se ajusta en forma continua para mantener la rapidez de deformación requerida. Se usa, comúnmente, una rapidez de deformación de 0,05 mm/mm.min. En general, se mide con un extensómetro adaptado al tramo de medición de la probeta. ^[1]

Para la mayor parte de los materiales de Ingeniería, la curva tendrá una región elástica lineal inicial en la cual la deformación es reversible e independiente del tiempo. La pendiente de la recta que representa esta región se conoce modulo de Young E .^[1]

2.7.3 - Concentración de esfuerzos

En el desarrollo de las ecuaciones básicas del esfuerzo para tracción, compresión, flexión y torsión, se supuso que no había irregularidades en el elemento bajo consideración. Pero es muy difícil diseñar una máquina sin permitir algunos cambios en la sección transversal de los miembros. Los ejes rotatorios deben tener hombros diseñados en ellos, de manera que los cojinetes se asienten apropiadamente y tomen cargas de empuje; además los ejes deben de tener ranuras maquinadas en ellas para las cuñas, a fin de sujetar poleas y engranes. Un tornillo tiene una cabeza en un extremo y roscas en el otro, tanto la cabeza como las roscas tienen cambios abruptos en su sección transversal. Otras partes requieren agujeros, ranuras para la lubricación con aceite, y muescas de varias clases. Cualquier discontinuidad en una parte de una máquina altera la distribución del esfuerzo en las inmediaciones de la discontinuidad de manera que las ecuaciones elementales del esfuerzo ya no describen el estado de esfuerzo en la parte. A estas discontinuidades se les denomina intensificadores de esfuerzos, a las regiones en las cuales ellos ocurren se les llama áreas de concentración de esfuerzo.^[14]

La distribución del esfuerzo elástico a través de la sección de un elemento tal vez sea uniforme como en una barra en tensión; puede ser lineal como en una viga en flexión, o incluso rápida y curvilínea como en una viga

agudamente curvada. La concentración de esfuerzo la provoca alguna irregularidad no inherente en el elemento, como marcas de herramientas, agujeros, estrías, ranuras o roscas. Se dice que el esfuerzo nominal existe si el elemento se presenta libre del intensificador de esfuerzos. Esta definición no siempre se cumple, por lo que debe verificar la definición en la grafica de la concentración de esfuerzos o en la tabla que se está utilizando. [14]

En la figura 30 se presentan las trayectorias de las fuerzas que son uniformes en todas partes, excepto en la inmediación del agujero. Pero en el agujero, tales líneas de fuerza se deben curvar para rodearlo. La concentración de esfuerzo es un efecto muy localizado. El esfuerzo en la placa en tensión es mayor en el borde del agujero, en el plano A-A; este esfuerzo disminuye con rapidez cuando se examinan los puntos más alejados del borde y pronto vuelve a ser uniforme. [14]

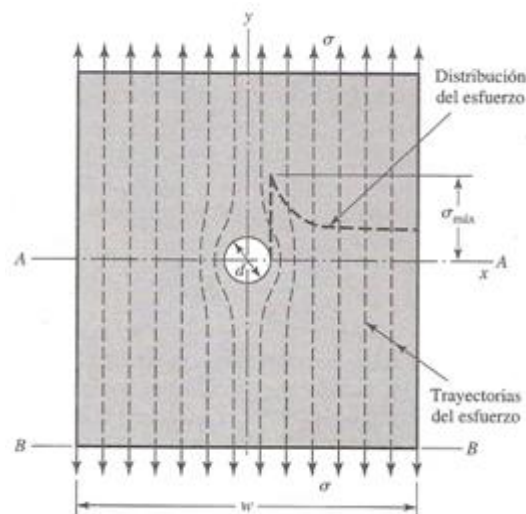


Figura 30. Concentración de esfuerzos

Se emplea un factor teórico o geométrico de la concentración de esfuerzos K_t o K_{ts} para relacionar el esfuerzo máximo real en la discontinuidad con el esfuerzo nominal. Los factores se definen por medio de las siguientes ecuaciones ^[14]

$$K_t = \frac{S_{m\acute{a}x}}{S_0} \quad K_{ts} = \frac{\tau_{m\acute{a}x}}{\tau_0}$$

Donde K_t se usa para esfuerzos normales y K_{ts} para esfuerzos cortantes. El esfuerzo nominal S_0 o τ_0 es más difícil de definir. A menudo se calcula el esfuerzo mediante las ecuaciones elementales del esfuerzo y el área neta o sección transversal neta. Pero algunas veces se aplica la sección transversal total, y por tanto siempre resulta conveniente verificar antes de calcular el esfuerzo máximo. ^[14]

El subíndice t en K_t significa que el valor de este factor de concentración de esfuerzo sólo depende de la geometría de la parte. Es decir, el material particular utilizado no tiene efecto en el valor de K_t y por ello se llama factor teórico de concentración de esfuerzos. ^[14]

El análisis de las formas geométricas para determinar los factores de concentración de esfuerzos se convierte en un problema difícil y no se encuentran muchas soluciones. Una de las soluciones es la de una placa infinita que contiene un agujero elíptico cargado a tensión uniforme. El resultado es ^[14]

$$K_t = 1 + \frac{2b}{a}$$

Donde, después de reemplazar el agujero de la figura 30 con una elipse, b es el semiancho, a es la semialtura y $w = \infty$. De esta manera, para un agujero circular, $b = a$ y $K_t=3$.^[14]

Se puede observar que la ecuación anterior se aplica a una grieta transversal, donde $b \gg a$, o a una grieta longitudinal $b \ll a$.^[14]

La mayor parte de los concentradores de esfuerzos se determina por medio de técnicas experimentales. Aunque se ha manejado el método del elemento finito, el hecho de que los elementos son finitos impide encontrar el esfuerzo máximo real. Por lo general, en las aproximaciones experimentales se incluye la fotoelasticidad, métodos de malla, métodos de recubrimiento frágil y métodos eléctricos con medidores de deformación. Por supuesto, los métodos de malla y con medidores de deformación presentan el mismo inconveniente del elemento finito.^[14]

En carga estática los factores de concentración de esfuerzos se aplican como sigue. En materiales dúctiles ($\epsilon_f \geq 0,05$) el factor de concentración de esfuerzos a menudo no se aplica para predecir el esfuerzo crítico, porque la deformación plástica en la región del esfuerzo tiene un endurecimiento. En materiales frágiles ($\epsilon_f < 0,05$) el factor de concentración de esfuerzos geométrico K_t se aplica al esfuerzo nominal antes de compararlo con la resistencia.^[14]

2.8 - Ensayos No Destructivos (END)

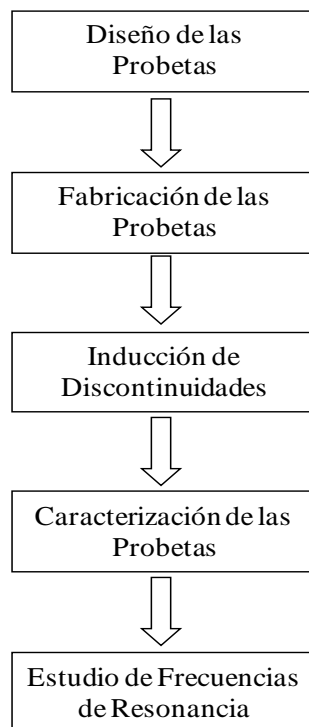
Los ensayos no destructivos consisten en la evaluación de los materiales de ingeniería sin perjudicar su utilidad. Un objetivo fundamental de las técnicas de evaluación no destructivas es la identificación de defectos potencialmente críticos, como grietas internas y superficiales. Como sucede con la mecánica de fractura, los ensayos no destructivos pueden servir para analizar un fallo existente o para evitar fallos futuros. ^[1]

El estudio de detección de fallas mediante resonancia de materiales clasifica como un END recientemente desarrollado, aunado a este también se pueden identificar algunos como por ejemplo: radiografía de rayos x, ensayos de ultrasonidos, corrientes inducidas, partículas magnéticas, entre otros. ^[1]

CAPITULO III**METODOLOGÍA EXPERIMENTAL****3.1 – Etapas del proceso**

El proceso experimental utilizado consistió en cinco etapas, que permitieron que la experimentación pudiera darse de una forma controlada y con una buena reproducibilidad. Para la realización de cada una de estas etapas fue necesaria la variación de ciertos parámetros como por ejemplo la disposición del montaje experimental, profundidad de entalla, distancia de entallamiento a lo largo de la probeta, ubicación y acoplamiento del transductor, frecuencias de excitación y condiciones del laboratorio; para, de esta manera, asegurar que el desarrollo del estudio se hiciera de forma óptima, eficiente y segura.

A continuación se establecen de manera esquemática las etapas del proceso:



3.1.1 – Diseño de las probetas

Para el diseño de las probetas se realizó un análisis de los factores que se involucraban en el proceso de experimentación, así como también la cantidad y calidad de recursos disponibles para su elaboración y desarrollo.

Los factores a tomar en cuenta fueron, las características del material, herramientas y equipos a disposición, maquinaria para la fabricación de las probetas, maquinaria utilizada para la inducción de las entallas, los transductores utilizados para la emisión y recepción de las ondas, equipos de monitoreo e inspección del proceso de experimentación, entre otros. Encontrándose finalmente que el material más indicado es un acero ASTM A36

(acero estructural), debido a que: se encuentra accesible, es regularmente usado en campo en recipientes a presión, tuberías, tanques de almacenamiento, por lo que resulta de gran interés su inspección.

Se estudiaron tres (3) tipos de geometría para la realización de los ensayos, los cuales fueron: barras de sección transversal circular constante, pletinas de sección transversal rectangular constante y barras de sección transversal cuadrada constante. Lo que llevó a determinar que por la practicidad del trabajo y por la alta reproducibilidad al momento de la fabricación a partir de la plancha inicial del material que se disponía, la más idónea es la probeta de sección transversal cuadrada, la cual cuenta con las siguientes especificaciones:

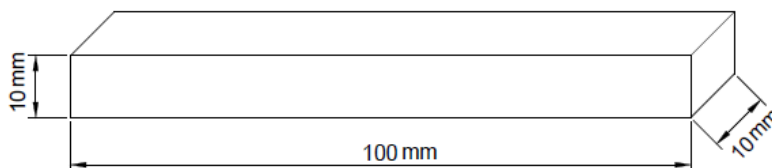


Figura 31. Diseño de la probeta

Finalmente, vale destacar que las dimensiones fueron de vital importancia en la elección de este tipo de probeta, ya que, las mismas fueron las más adecuadas al espacio disponible para su inspección, estudio llevado a cabo en las instalaciones del laboratorio de soporte instrumental (LABSI) de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela.

3.1.2 – Fabricación de las probetas

Para la fabricación de las probetas se contó con una plancha de acero ASTM A36 de dimensiones 42 cm de largo, 62 cm de ancho y un espesor nominal de 10 mm. Perteneciente a la bobina B293204 y colada C671806 de la empresa SIDOR, de la cual se planteó la producción de 20 especímenes cuyas dimensiones se encuentran previamente especificadas.



Figura 32. Plancha original

Debido a las dimensiones iniciales de la plancha se hizo necesario reducir el ancho de la misma a la mitad, con el fin de que el tamaño de la misma no interfiriera con los procesos subsiguientes de corte y maquinado en los diferentes equipos de la Escuela de Mecánica. Este proceso se logró con una técnica auxiliar a la soldadura conocida como oxicorte.



Figura 33. Proceso de oxicorte

Una vez realizado el corte inicial se procedió a realizar cortes transversales a la plancha de 10 mm de espesor con el uso de una sierra vaivén SCORTEGAGNA Modelo ERCOLE 320, con una duración aproximada de 40 minutos por cada barra, originando las 20 barras deseadas.



Figura 34. Corte de la plancha

Posteriormente, se realizaron cortes en dirección transversal a las barras que dieron a los especímenes la longitud deseada, con tiempo estimado de 1 minuto por corte, con velocidad de avance de 0.2 mm/seg, mediante el uso de la máquina cortadora BUEHLER modelo 95C1700160 con un disco de corte abrasivo numero 10 – 4111 para acero duro y acero carburizado.

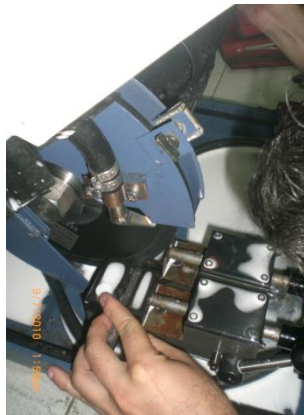


Figura 35. Máquina cortadora

Finalmente, se realizó un proceso de lijado con el fin de proporcionar un acabado superficial de las caras longitudinales de los especímenes comenzando por la etapa de desbaste con lija numero 80 y culminando con una etapa de semipólido con una de numero 600, pasando por etapas intermedias con números de 120, 240, 320, 500, con el fin de evitar que durante la etapa de experimentación las imperfecciones creadas por los proceso de fabricación puedan presentarse como discontinuidades no controladas.



Figura 36. Proceso de lijado

Finalmente se obtuvieron los especímenes con dimensiones y acabado deseados para la experimentación como se muestran a continuación.



Figura 37. Especímenes finales

3.1.3 – Inducción de las discontinuidades

Para la inducción de las discontinuidades se realizó el montaje de las probetas en la máquina de electroerosión de corte por hilo Metals Research Ltd Servomet, con hilo de cobre estañado de calibre 30 la cual trabaja con kerosene como liquido dieléctrico ubicada en el Laboratorio de especímenes y patrones (LABES) y cuya ilustración se presenta a continuación



Figura 38. Máquina de electroerosión

Para el montaje de los especímenes se utilizó una prensa acorde al tipo de geometría de la probeta que se adapta a la máquina con el fin de no permitir ningún tipo de movimiento al momento de tener el contacto hilo – espécimen, asegurando poder obtener la dirección de la entalla lo mas perpendicular posible con respecto a la dirección del eje.

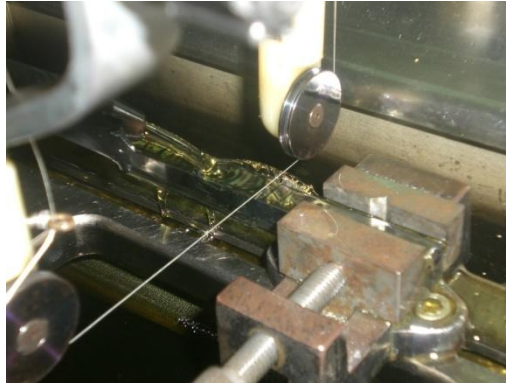


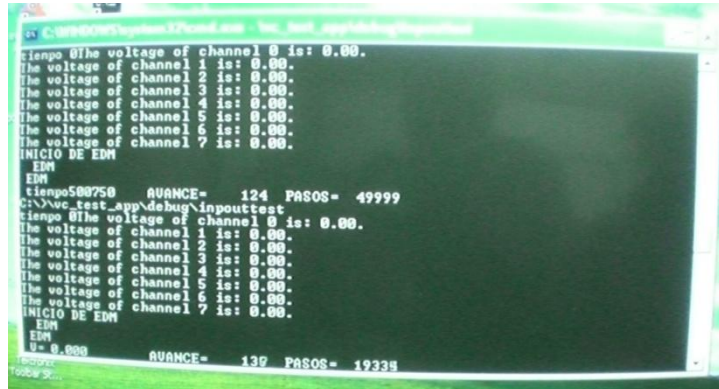
Figura 39. Proceso de electroerosión

Seguidamente, se ajustó la posición del hilo con el uso de un nonio de movimiento longitudinal, de forma tal que la realización de la entalla se estableciera a una distancia de $X = 0,5L$ del extremo y en dirección perpendicular al espécimen como se encuentra representado en la figura 41.

Luego se realizó la inmersión del espécimen en el líquido dieléctrico, para posteriormente ajustar el voltaje de la fuente de poder en 100 V tomado como valor intermedio del rango de trabajo aceptable, que va desde 30 V hasta 200 V, definiendo con esto la energía de la descarga de manera indirecta. También se activó el sistema removedor de viruta para evitar que la misma afectara el proceso.

Posteriormente, se dió inicio al programa encargado del funcionamiento de la maquina realizando pasadas continuas y de esta manera dar forma a la entalla, que debido a la naturaleza propia del estudio se realizó en dirección transversal al espécimen, con longitud de 10 mm, correspondiente al ancho de la sección (ver figura 41), tomando valores de profundidad oscilando entre

0,33 mm y 1,14 mm de profundidad, empezando en 0,85 mm debido a que la variación de la misma sirvió como patrón de sensibilidad del método.



```
tiempo 0The voltage of channel 0 is: 0.00.  
The voltage of channel 1 is: 0.00.  
The voltage of channel 2 is: 0.00.  
The voltage of channel 3 is: 0.00.  
The voltage of channel 4 is: 0.00.  
The voltage of channel 5 is: 0.00.  
The voltage of channel 6 is: 0.00.  
The voltage of channel 7 is: 0.00.  
INICIO DE EDM  
FIN EDM  
tiempo500750 AVANCE= 124 PASOS= 49999  
C:\vc_test_app\debug\inputtest  
tiempo 0The voltage of channel 0 is: 0.00.  
The voltage of channel 1 is: 0.00.  
The voltage of channel 2 is: 0.00.  
The voltage of channel 3 is: 0.00.  
The voltage of channel 4 is: 0.00.  
The voltage of channel 5 is: 0.00.  
The voltage of channel 6 is: 0.00.  
The voltage of channel 7 is: 0.00.  
INICIO DE EDM  
FIN EDM  
0= 0.000 AVANCE= 139 PASOS= 19334
```

Figura 40. Salida del programa de automatización de electroerosión

Finalmente se obtuvieron los especímenes con las entallas realizadas para la experimentación como se muestran a continuación

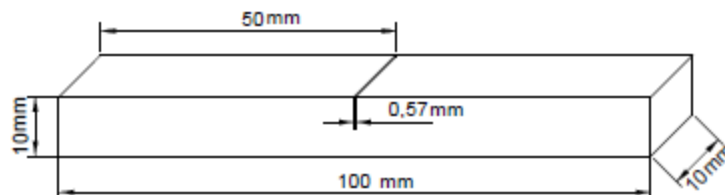


Figura 41. Diagrama probeta entallada $x = 0,5L$

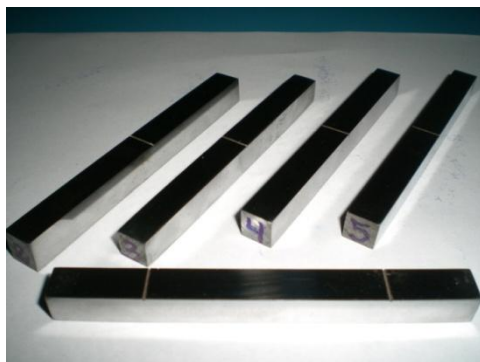


Figura 42. Especímenes entallados

3.1.4 – Caracterización de las probetas

Como primer paso se realizaron las mediciones de las características dimensionales de las probetas haciendo uso de un vernier de tipo electrónico marca MITUTOYO DIGITAL CALIPER, obteniendo las dimensiones de cada una así como también se calcularon el área promedio e inercia tal y como se encuentran reportadas en la tabla a continuación:

Tabla 3. Dimensiones de las probetas

Probeta N°	L (m)	A_m		A_m (m ²)	I (m ⁴)
		b_m (m)	t_m (m)		
1	0,09912	0,00939	0,00960	0,00009018	6,925E-10
2	0,10053	0,00961	0,00980	0,00009418	7,537E-10
3	0,09975	0,00949	0,00950	0,00009016	6,775E-10
4	0,10018	0,00949	0,00954	0,00009053	6,871E-10
5	0,10049	0,00948	0,00946	0,00008965	6,685E-10

Luego, se realizó la medición de las profundidades de las entallas, haciendo uso del lente magnificador de un durómetro FUTURE TECH Modelo FV-700 para poder asegurar con mayor precisión este valor y la toma de imágenes con un microscopio digital BUEHLER Modelo 1105. Las profundidades obtenidas se ilustran en la siguiente tabla:

Tabla 4. Profundidades de entalla

Probeta N°	1		2	3	4	5
d (mm)	0,45	0,47	0,33	0,46	0,85	1,14
Ancho(mm)	0,58	0,54	0,58	0,57	0,58	0,56

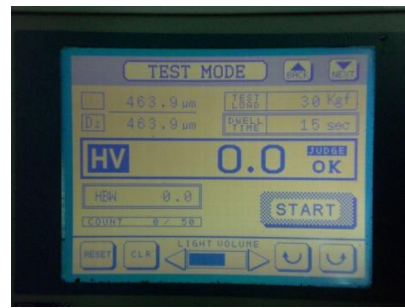
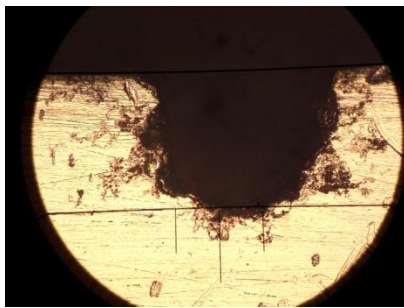


Figura 43. Medición de discontinuidad

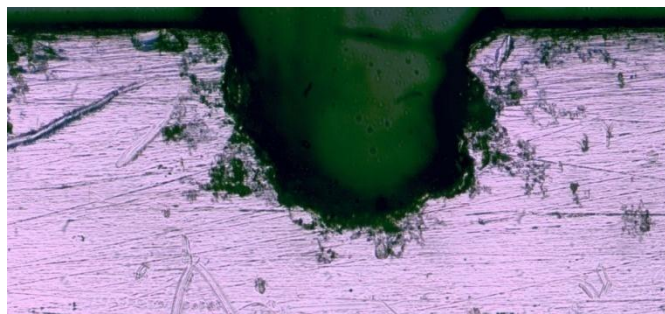


Figura 44. Imagen por microscopio de discontinuidad

A manera de descripción detallada de las discontinuidades, tienen un ancho aproximado de 0,57 mm y se observa que cuentan con una superficie semicircular a nivel microscópico al fondo de la misma originada por el hilo de corte con diámetro igual a 0,4 milímetros.

3.1.5 – Estudio de frecuencias de resonancia

Para la realización de los ensayos se seleccionó el montaje experimental inicial que se muestra a continuación, el cual estuvo inspirado en la norma de ensayos con frecuencia fundamental de resonancia transversal, longitudinal y torsional en especímenes de concreto.



Figura 45. Montaje inicial

Después de los resultados preliminares obtenidos se observó que existían factores que colaboran directamente a la obtención de una serie de imprecisiones que desmejoran la calidad de la experimentación, tales como la presencia de agentes externos que generaban corrientes de aire cuyo flujo incidía directamente sobre el montaje como ventiladores, aires acondicionados, entre otros, también el material utilizado en los elementos de apoyo, ya que, podían transmitir cierto grado de amortiguación y que a la vez pasan a formar parte del sistema pudiendo modificar ligeramente las frecuencias de resonancia.

Por estas razones se hizo necesario replantear el montaje a uno que se aproximara un poco más al ideal, por lo que se incluyó el uso de un soporte universal e hilos de nilón que suspendieran al espécimen en el aire, teniendo como único apoyo la sujeción de los hilos tal y como se muestra en la siguiente figura.



Figura 46. Montaje final

Una vez definido el montaje experimental a utilizar, se acoplaron dos transductores piezoeléctricos de material cerámico compuesto por titanato de Bario con diámetro igual a 5 centímetros, uno conectado a un generador de ondas marca HP modelo 33120A que sirvió de emisor de las señales de ondas vibratorias en un extremo del espécimen y otro en el extremo longitudinalmente opuesto que fué conectado a un osciloscopio registrador de almacenamiento digital marca TECTRONIX modelo TDS210 con la función de recibir las señales. Ambos unidos mediante un acoplante (comercial) en proporción equitativa de pequeñas masas.

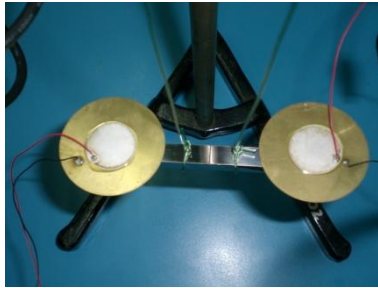


Figura 47. Acople de transductores

Seguidamente y con la asistencia del generador de ondas se procedió a inducir la serie de estímulos vibratorios a los especímenes, variando las frecuencias en un intervalo desde los 500 Hz hasta los 65000 Hz, de esta forma y de manera gradual se obtuvieron la frecuencia fundamental y los primeros 4 armónicos de cada espécimen, esta variación fue observada detalladamente en el osciloscopio hasta obtener picos de gran amplitud que permitieron identificar a estas frecuencias como la fundamental y sus armónicos sucesivos. También es necesario mencionar que las mismas fueron realizadas de manera manual lo que hace pensar que el error experimental que pueda ser inducido dependerá de las condiciones y experticia del operador.

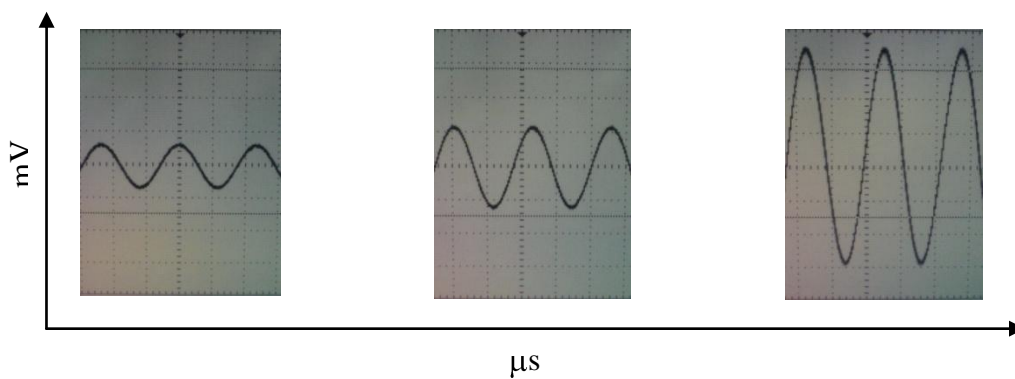


Figura 48. Detección de una frecuencia de resonancia

Este proceso se llevó a cabo determinando una cantidad de ocho (8) mediciones por espécimen, esto a fin de disminuir el efecto producido por factores aleatorios, montaje, entre otros. Todas estas medidas pueden ser apreciadas en las siguientes tablas resumen.

Tabla 5. Mediciones de probeta patrón

Probeta N° 1 (Sin Entalla)					
Mediciones	Frecuencias (Hz)				
1	4838	12006	23952	36648	59028
2	4736	12465	23759	36570	58997
3	4738	12461	23910	36650	59013
4	4733	12460	23963	36710	59017
5	4745	12449	23634	36639	59670
6	4751	12048	23895	36984	59035
7	4749	12462	23990	36702	59046
8	4759	11650	24011	36696	59651

Tabla 6. Mediciones de probeta con entalla 0,33 de profundidad

Probeta N° 2 (Entalla en X = 0,5L ^ d = 0,33 mm)					
Mediciones	Frecuencias (Hz)				
1	4673	11738	23808	36614	57138
2	4525	12176	23714	36564	58552
3	4754	11470	23841	36543	58233
4	4612	11074	23853	36543	58564
5	4702	11380	23670	36549	57914
6	4706	11370	23860	36536	58137
7	4626	11170	23834	36243	58612
8	4699	11180	23864	36544	58123

Tabla 7. Mediciones de probeta con entalla 0,46 de profundidad

Probeta N° 3 (Entalla en X = 0,5L ^ d = 0,46 mm)					
Mediciones	Frecuencias (Hz)				
1	4528	12062	23765	36445	57329
2	4487	11571	23537	36390	57469
3	4612	11128	23652	36420	57104
4	4718	11160	23676	36298	57095
5	4650	11580	23595	36426	57078
6	4651	10989	23612	36652	57238
7	4615	11153	23729	36445	57287
8	4626	11074	23616	36247	57012

Tabla 8. Mediciones de probeta con entalla 0,85 de profundidad

Probeta N° 4 (Entalla en X = 0,5L ^ d = 0,85 mm)					
Mediciones	Frecuencias (Hz)				
1	4475	11207	23565	36232	56037
2	4461	11607	23310	36209	56016
3	4527	11333	23568	36267	56082
4	4569	10827	23586	36256	56206
5	4648	11390	23580	36308	56634
6	4524	11095	23552	36307	56189
7	4535	11164	23547	36125	56579
8	4485	11096	23580	36350	56056

Tabla 9. Mediciones de probeta con entalla 1,14 de profundidad

Probeta N° 5 (Entalla en X = 0,5L ^ d = 1,14 mm)					
Mediciones	Frecuencias (Hz)				
1	4520	11429	22588	35941	56470
2	4352	11535	22657	35767	55997
3	4422	11268	23292	35965	55970
4	4492	10885	22547	35612	55421
5	4505	10910	22555	35108	55893
6	4372	11010	23231	35950	55883
7	4383	11017	23236	35959	55789
8	4385	11014	23240	35954	55943

Posteriormente, se le indujo una discontinuidad a un espécimen patrón, con una profundidad de 0,47 mm, ubicada en la posición de uno de los nodos del modo fundamental de vibración, que corresponde a una distancia de 0,224 L medido desde uno de los extremos del espécimen. Esto se realizó con el objeto de analizar si este método permitiría la detección de discontinuidades presentes en posiciones cercanas a puntos nodales. La siguiente figura muestra de forma esquemática el espécimen con la nueva discontinuidad.

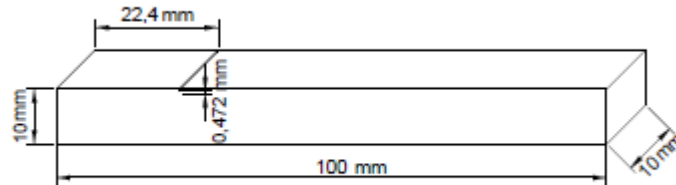


Figura 49. Diagrama probeta entallada una vez en $x = 0,224L$

A continuación se presenta una tabla con las mediciones de la probeta con entalla en $X = 0,224L$:

Tabla 10. Mediciones de probeta con entalla una ve en $x = 0,224L$

Probeta N° 1 (Entalla en $X = 0,224L$ ^ $d = 0,47$ mm)					
Mediciones	Frecuencias (Hz)				
1	4515	11904	22910	36430	56676
2	4497	11602	22916	36602	56030
3	4530	11743	22915	36416	55882
4	4502	11780	22923	36398	55902

De manera similar al ensayo anteriormente descrito, se ensayó el mismo espécimen con la presencia de una segunda discontinuidad de profundidad 0,45

mm y ubicada a la misma distancia del extremo longitudinalmente opuesto como se ilustra a continuación.

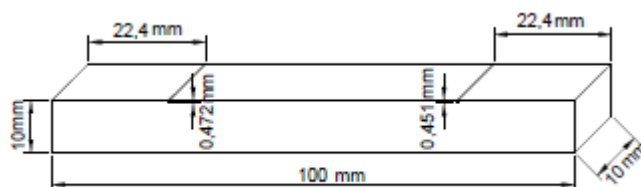


Figura 50. Diagrama probeta entallada dos veces 0,224L

A continuación se presenta una tabla con las mediciones de la probeta con dos entallas:

Tabla 11. Mediciones de probeta con dos entallas en $x = 0,224L$

Probeta N° 1 (Entallas en $X = 0,224L$ ^ $d = 0,47$ mm ^ $d = 0,45$ mm)					
Mediciones	Frecuencias (Hz)				
1	4432	11477	22876	35224	55177
2	4490	11530	22877	35202	55396
3	4496	11493	22830	35276	55423
4	4406	11536	22845	35155	55370

Por otra parte se llevo a cabo con el mismo montaje experimental anterior, el ensayo de percusión a carga pulsante, a la probeta patrón y a las entalladas con distintas profundidades, descrito en el siguiente esquema:

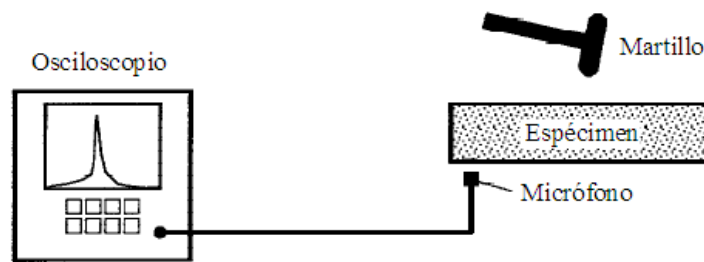


Figura 51. Esquema ensayo de percusión



Figura 52. Foto del ensayo de percusión

Haciendo uso de un martillo se impactó la superficie del espécimen dejándolo vibrar libremente sin más amortiguación que la producida por el propio hilo, de manera tal que se pudiera excitar entre los varios modos de vibración, el fundamental.

Para captar el tono producido por la frecuencia fundamental se usó un micrófono AKG modelo PT 450 facilitado por la escuela de Ingeniería de Petróleo, esto permitió la transmisión hacia el osciloscopio de manera tal que

registrara su frecuencia y amplitud de vibración, corroborando que las condiciones obtenidas son las de resonancia deseada. Este proceso fue repetido dos veces por probeta a fin de disminuir el error cometido en la experimentación.

CAPITULO IV**RESULTADOS Y ANÁLISIS****4.1 – Resultados y análisis**

Como punto importante para el análisis de los resultados, cabe destacar que se obtuvieron los valores de frecuencia resonantes de tres (3) formas distintas: una teórica y dos experimentales. De la manera teórica se utilizó la ecuación diferencial de ondas transversales para vigas, algunas propiedades del material y las dimensiones de cada una de las barra. De la manera experimental se utilizaron las dos formas mencionadas en el capítulo anterior, vibración forzada y percusión de las barras para obtener las frecuencias de resonancia mediante el uso de un osciloscopio.

4.1.1 - Cálculo de las frecuencias teóricas de las probetas

Con la fórmula de cálculo de frecuencias obtenida del desarrollo de la ecuación $E \cdot I \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + \vartheta \frac{\partial U}{\partial t} + \rho \cdot A \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$ correspondiente a las vibraciones de ondas transversales en vigas, propiedades del material como: densidad y módulo elasticidad; y las dimensiones de las probetas obtenidas directamente con el vernier, realizamos el cálculo de manera teórica de las probetas para obtener la frecuencia fundamental y los sucesivos armónicos. A continuación se muestra un ejemplo de cálculo:

Datos

$E = 2,1 \cdot 10^{11} Pa$ Módulo de elasticidad (Tomado de:
www.construaprende.com/Tablas/Modulos_elasti
cidad.html)

$\rho = 7859 Kg/m^3$ Densidad (Tomado de:
Handbook-Ciencia de los materiales e Ingeniería,
Shackelford)

Ecuaciones

$$A = b \cdot w$$

A = Área de la sección transversal, b = Ancho, w = Espesor.

$$I = b \cdot w^3 / 12$$

I = Momento de inercia de barra de área transversal cuadrada,

b = Ancho, w = Espesor.

$$f_n = (\beta_n \cdot L)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot A}}$$

f_n = Frecuencia de resonancia a distintos modos, $\beta_n \cdot L$ = Raíces,

L = Longitud.

Ejemplo

Para la barra N° 1 sin discontinuidad, tenemos los siguientes datos:

- $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$
- $\rho = 7859 \text{ Kg/m}^3$
- $L = 0,09912 \text{ m}$
- $b_m = 0,00939 \text{ m}$
- $w_m = 0,00960 \text{ m}$
- Raíces de la ecuación $\cosh(\beta \cdot L) \cdot \cos(\beta \cdot L) = 1$ calculados de forma numérica :

Tabla 12. Raíces de la ecuación

$\beta_1 * L$	$\beta_2 * L$	$\beta_3 * L$	$\beta_4 * L$	$\beta_5 * L$
4,712	7,853	10,995	14,137	17,278

Cálculo del área promedio:

$$A_m = b_m \cdot w_m$$

$$A_m = 0,00939\text{m} \cdot 0,00960 \text{ m}$$

$$A_m = 9,018 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

Cálculo del momento de inercia de la barra:

$$I = b \cdot w^3 / 12$$

$$I = \frac{0,00939 \text{ m} \cdot (0,00960 \text{ m})^3}{12}$$

$$I = 6,925 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4$$

Cálculo de la frecuencia fundamental:

$$f_1 = (\beta_1 \cdot L)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot A}}$$

$$f_1 = (4,712)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (0,09912 \text{ m})^2} \cdot \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \cdot 6,925 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4}{7859 \text{ Kg/m}^3 \cdot 9,018 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2}}$$

$$f_1 = 5153,31 \text{ Hz}$$

Para los armónicos siguientes se calculan de la misma manera cambiándoles la raíz:

$$f_2 = 14314,76 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 28056,92 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 46379,81 \text{ Hz}$$

$$f_5 = 69283,41 \text{ Hz}$$

Las frecuencias de resonancias teóricas de las distintas barras se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 13. Frecuencias teóricas de las probetas

Probeta N°	Frecuencias(Hz)				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
1	5153,31	14314,76	28056,92	46379,81	69283,41
2	5114,14	14205,94	27843,64	46027,25	68756,75
3	5033,65	13982,37	27405,44	45302,87	67674,65
4	5015,06	13930,71	27304,20	45135,51	67424,65
5	4940,64	13724,00	26899,04	44465,76	66424,16

De esta tabla se puede decir que los valores de frecuencias entre barras en los distintos modos son diferentes de manera apreciable, es decir, se puede notar que los menores valores de frecuencia son de la barra número cinco(5) y los de mayor valor son de la barra número uno(1), de aquí podemos extraer las diferencias de frecuencias entre las barras uno y cinco en los distintos modos, $\Delta f_1 = 208$ Hz, $\Delta f_2 = 597$ Hz, $\Delta f_3 = 1131$ Hz, $\Delta f_4 = 1869$ Hz y $\Delta f_5 = 2792$ Hz, las tres(3) barras restantes con valores intermedios. Se puede observar con estos resultados que a medida de que se cambia a una frecuencia superior, las diferencias entre las mismas se van incrementando, a pesar de las pequeñas diferencias en las dimensiones de las barras, en la ecuación hay términos potenciales y valores muy grandes en las propiedades del material que al momento de hacerse el cálculo los errores son significativos, éste hecho demuestra la importancia en la medición de las dimensiones de las probetas y no sería recomendable usar las dimensiones nominales de éstas. A continuación se muestra una comparación entre algunos valores teóricos y experimentales calculados el método de vibración forzada:

Tabla 14. Frecuencias de resonancias teóricas y experimentales

Frecuencia Teórica y Experimental de la Probeta N°1 (Hz)					
Modos	1	2	3	4	5
Teórica	5153,31	14314,75	28056,92	46379,81	69283,41
Prom. Exper.	4756,13	12250,13	23889,25	36699,88	59182,13
Desviación	34,19	311,62	129,25	123,40	295,67

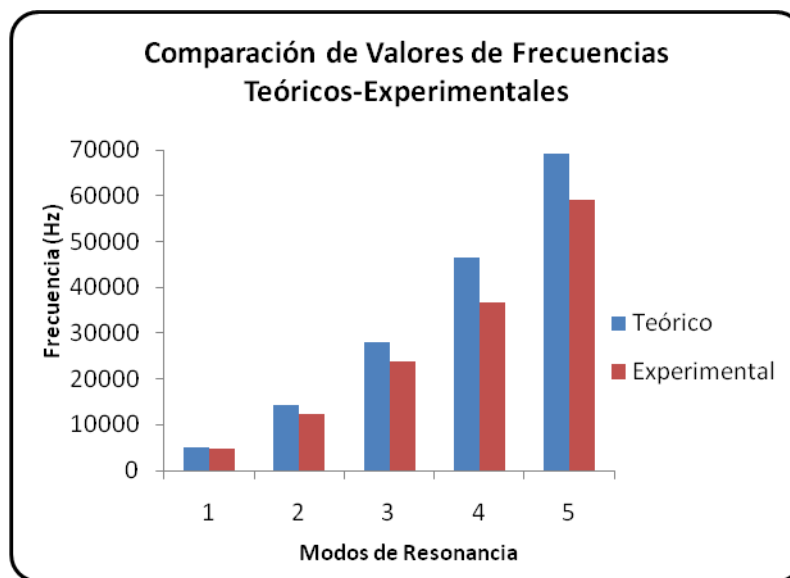


Figura 53. Comparación de frecuencias teóricas y experimentales (vibración forzada)

De la comparación entre las frecuencias obtenidas experimentalmente con las frecuencias calculadas teóricamente, se encontró un patrón regular que reporta que, los valores teóricos calculados son mayores que los experimentales para todo el espectro de frecuencias de resonancia estudiado esto puede explicarse, ya que, en el desarrollo de las ecuaciones que proporcionan las frecuencias se despreció el efecto producido por la fricción interna. Como es sabido, el término $\vartheta \cdot \frac{\partial U}{\partial t}$ en la ecuación de onda produce un efecto de

disminución paulatina de las amplitudes de oscilación y también una disminución en las frecuencias por lo que al despreciar este término se esperaba obtener frecuencias teóricas mayores que las experimentales.

4.1.2 - Obtención de las frecuencias de resonancia experimentales

Uno de los cuidados que hay que tener cuando se aplica el método de oscilaciones forzadas es estar seguro que la frecuencia medida experimentalmente corresponde a la frecuencia del componente bajo estudio y no a otras partes del sistema que se incorporan para el ensayo, así en este caso donde se incorporaron dos (2) sensores para la transmisión y recepción de las vibraciones, fue necesario calcular las primeras frecuencias de resonancia de éstos. Durante la realización de los ensayos se encontraron dos frecuencias de valores menores a la obtenida como frecuencia fundamental de las barras, lo que indicó que el equipo se encontraba registrando frecuencias de resonancia provenientes de la posible realimentación del sistema por vías acústicas entre el emisor y el receptor, de aquí un valor agregado a los cálculos teóricos realizados que permitieron determinar que los valores de resonancia eran los correctos y no valores creados por condiciones de diseño de los transductores.

La figura 54 muestra el espectro del sonido producido por la probeta N°2 al ser sometida a percusión

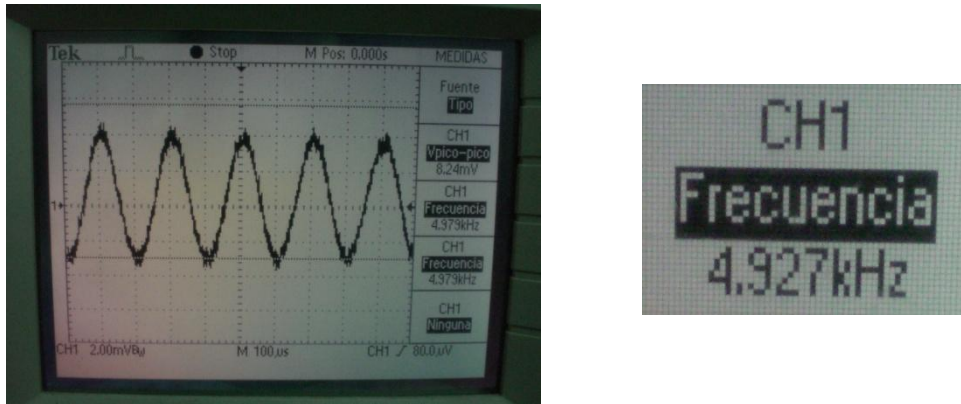


Figura 54. Frecuencia fundamental de una probeta con entalla en $X = 0,5L$ y $d = 0,33\text{mm}$

En ella puede apreciarse que se pudo lograr la excitación del armónico fundamental con valor distinto a los dos (2) menores que se registraba en el osciloscopio, por lo que se puede asumir finalmente que son frecuencias de resonancia de los transductores. A continuación se muestran en la tabla 15 los valores de frecuencias fundamentales obtenidas experimentalmente con el método de percusión y se compara con los valores promedios obtenidos experimentalmente por el método de vibración forzada, de la probeta patrón y probetas entalladas:

Tabla 15. Comparación de la frecuencia fundamental, entre vibración forzada y percusión en las probetas

Comparación de la Frecuencia Fundamental Experimental					
Probeta N°	1	2	3	4	5
d (mm)	0	0,33	0,46	0,85	1,14
Percusión	5185,00	4927,00	4919,00	4873,00	4722,00
Forzada	4756,13	4662,13	4610,88	4528,00	4428,88

De manera gráfica:

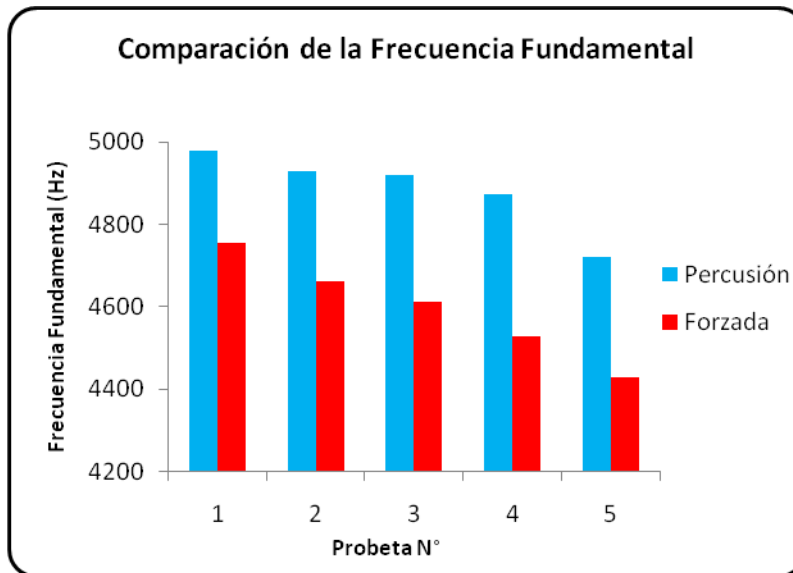


Figura 55. Gráfica comparativa entre métodos experimentales

En la figura 55 se observa que los valores de las frecuencias fundamentales, obtenidas por tanto por el método de percusión como por el de resonancia, disminuyen a medida que la entalla se hace más profunda. Al comparar los dos métodos se observa que en el de percusión siempre se reportan valores mayores que en el de oscilación forzada, esto tal vez se deba a que en el método de percusión no se tiene un modo puro de oscilación.

También se obtuvieron gráficos del comportamiento de los distintos especímenes sometidos a ensayos, permitiendo realizar los siguientes análisis:

4.1.3 - Análisis de barras con discontinuidad en $X = 0,5L$ (punto medio de la barra)

Con la presencia de discontinuidades en $X = 0,5L$ se presentan a continuación los siguientes resultados:

4.1.3.1 - Frecuencia fundamental ($f \approx 4000$ Hz)

De la experimentación para la primera frecuencia de resonancia se obtuvieron los datos que muestran en la siguiente tabla:

Tabla 16. Valores de la frecuencia fundamental en las probetas y la desviación estándar de los valores para distintas profundidades de entalla

Frecuencia Fundamental ($f \approx 4000$ Hz)			
Probeta	d (mm)	f_m (Hz)	σ (Hz)
1	0	4756,13	34,19
2	0,33	4662,13	71,77
3	0,46	4610,88	72,78
4	0,85	4528,00	60,11
5	1,14	4428,88	66,87

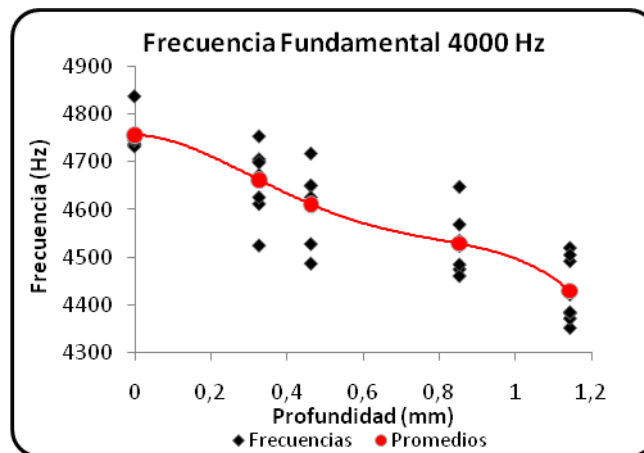


Figura 56. Gráfica de la frecuencia fundamental en las probetas a distintas profundidades de entalla

En la figura 56, se muestra el comportamiento de las probetas al ser estimuladas con la frecuencia fundamental de resonancia que varía entre cuatro mil (4000) y cinco mil (5000) hertz, se observa que existe una notable disminución de las frecuencias con el incremento de la profundidad de entalla tomando cinco (5) profundidades distintas para realizar las comparaciones y cuyos valores expresados en milímetros son: 0 mm (probeta sin entalla); 0,33 mm; 0,46 mm; 0,85 mm y 1,14 mm. Se observa una importante dispersión que arroja un valor de desviación estándar de 73 Hz, estas variaciones pueden estar asociadas a: las condiciones de laboratorio al momento de realizar las mediciones, montaje y desmontaje de las probetas en el sistema, la colocación de los piezoeléctricos en las probetas, la cantidad de material acoplante entre la probeta y transductor, uso de varios transductores de repuesto. También puede observarse que el método permite la detección de discontinuidades hasta de un orden menor a los 0,33 mm de profundidad en función de la tendencia de disminución de las frecuencias, este comportamiento es el esperado ya que la

presencia de la discontinuidad genera cambios en la sección transversal y en la inercia lo que genera disminución directa de los valores de frecuencia.

De los resultados obtenidos se pudo aproximar la variación de las frecuencias en función de las profundidades de entalla usando una ley potencial de la forma:

$$f = f_0 - c \cdot d^\alpha$$

$$f_0 - f = c \cdot d^\alpha$$

$$\log(f_0 - f) = \alpha \cdot \log(d) + \log(c)$$

Donde:

f_0 = frecuencia de la probeta sin entalla

f = frecuencia de la probeta a profundidad de entalla “d”

$\log(c)$ = Valor constante

α = Pendiente de la recta.

Al aplicar esta ley a los datos anteriormente obtenidos se tiene la siguiente tabla:

Tabla 17. Valores de $\log(d)$ y $\log(f_0-f)$ en la frecuencia fundamental

Frecuencia 4000 Hz	
$\log(d)$	$\log(f_0 - f)$
-0,48545225	1,97312785
-0,33441901	2,16211614
-0,06905097	2,35817288
0,05804623	2,51487966

Graficando en escala log-log, profundidad de entalla en función de la diferencia de frecuencia se tiene que:

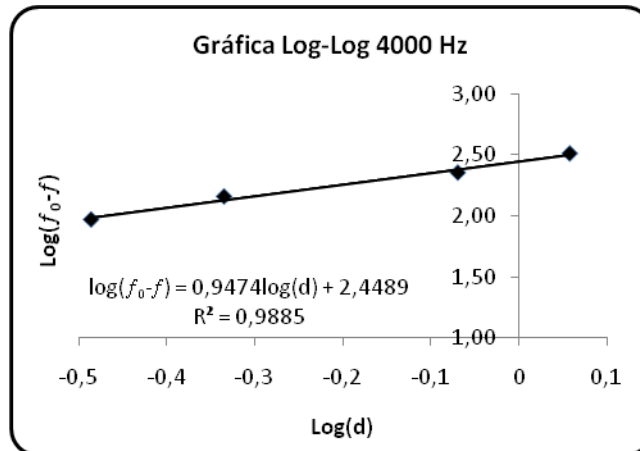


Figura 57. Gráfica en escala log-log de la frecuencia fundamental

La Figura 57 muestra que la disminución de las frecuencias se ajusta satisfactoriamente a una ley potencial en términos de la profundidad de la entalla, existe una buena correlación lineal evidenciado con un valor $R_1^2 = 0,9885$, la ecuación que describe el valor de la frecuencia fundamental en función de profundidad es $f = 4756,13 - c \cdot d^{0,9474}$; donde el parámetro α indica la sensibilidad de la entalla en términos del armónico analizado ($\alpha = 0,9474$), de tal manera que altos valores de alfa indicarían una gran sensibilidad de la frecuencia de un armónico en particular a la presencia de una entalla, así si se comparan los valores de alfa para cada una de las frecuencia de resonancia estudiadas se puede evaluar la influencia que tiene la entalla en $X = 0,5L$ sobre los modos resonantes.

4.1.3.2 – 2do Armónico ($f \approx 12000$ Hz)

La figura 58 y 59 muestran los resultados obtenidos para la segunda frecuencia resonante, donde: la figura 6 presenta la frecuencia versus la profundidad de la entalla mientras que en la figura 7 se presentan los resultados a escala log-log como se realizó en el punto anterior.

Tabla 18. Valores del segundo armónico en las probetas y la desviación estándar de los valores para distintas profundidades de entalla

2do Armónico ($f \approx 12000$ Hz)			
Probeta	d (mm)	f_m	σ (Hz)
1	0	12250,13	311,62
2	0,33	11444,75	361,38
3	0,46	11339,63	366,16
4	0,85	11214,88	232,99
5	1,14	11133,50	245,36

Tabla 19. Valores de $\log(d)$ y $\log(f_0-f)$ en el segundo armónico

Frecuencia 12000 Hz	
$\log(d)$	$\log(f_0-f)$
-0,48545225	2,90599814
-0,33441901	2,95927995
-0,06905097	3,01504523
0,05804623	3,04790734

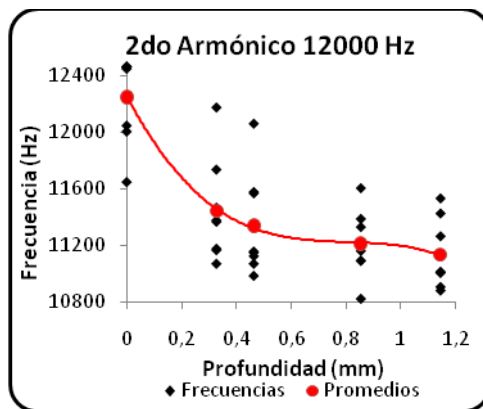


Figura 58

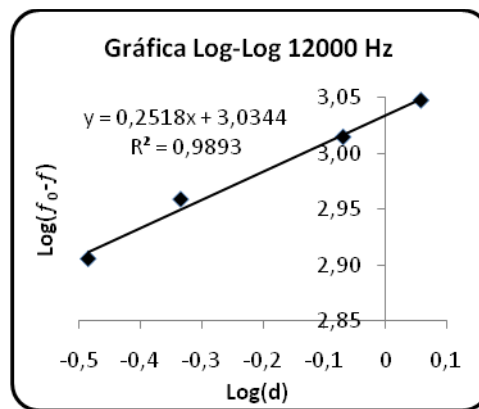


Figura 59

Figura 58. Gráfica del segundo armónico en las probetas a distintas profundidades de entalla

Figura 59. Gráfica en escala log-log del segundo armónico

Se observa una mayor dispersión que en el caso anterior (representado por la figura 56, frecuencia fundamental), la desviación estándar alcanza un valor máximo de 366 Hz, sin embargo, la disminución de las frecuencias debido al incremento de la profundidad en la entalla es aún evidente.

En la figura 59 se obtuvo un parámetro de sensibilidad a la entalla α de 0,2518. Con un valor de dispersión R_2^2 de 0,9893 el cual indica que la correlación lineal existente entre el logaritmo de las entallas y el logaritmo de la diferencia frecuencial es aún buena, la correlación viene expresada por la ecuación $f = 4756,13 - c \cdot d^{0,2818}$.

4.1.3.3 – 3er Armónico ($f \approx 23000$ Hz)

Ahora se realiza el estudio de la 3era frecuencia de resonancia, la cual se encuentra entre valores de veintidós mil (22000) y veintitrés mil hertz, a continuación se muestran las tablas y respectivas gráficas para el análisis de las mismas.

Tabla 20. Valores del tercer armónico en las probetas y la desviación estándar de los valores para distintas profundidades de entalla

3er Armónico ($f \approx 23000$ Hz)			
Probeta	d (mm)	f_m	σ (Hz)
1	0	23889,25	129,24
2	0,33	23805,50	73,15
3	0,46	23647,75	74,16
4	0,85	23536,00	92,34
5	1,14	22918,25	356,38

Tabla 21. Valores de $\log(d)$ y $\log(f_0 - f)$ en el tercer armónico

Frecuencia 23000 Hz	
$\log(d)$	$\log(f_0 - f)$
-0,48545225	1,92298481
-0,33441901	2,38291713
-0,06905097	2,54808217
0,05804623	2,98721922

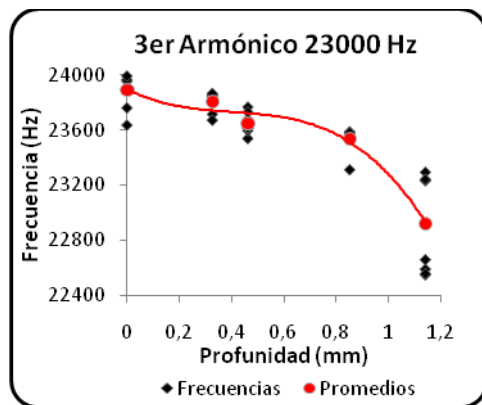


Figura 60

Figura 60. Gráfica del tercer armónico en las probetas a distintas profundidades de entalla

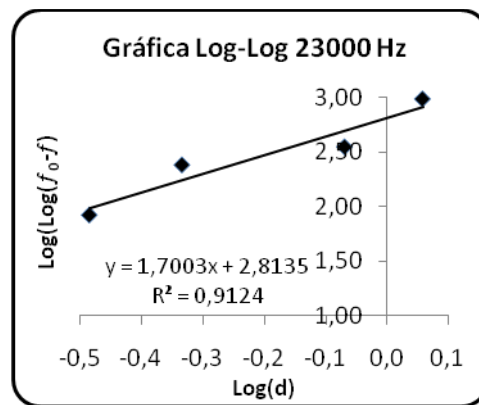


Figura 61

Figura 61. Gráfica en escala log-log del tercer armónico

Se presentan en la figura 60 las mediciones del tercer armónico que está alrededor de los veintitrés mil (23000) Hz, se observa que disminuye un poco la dispersión exceptuando en la probeta N°5 ($d = 1,14$ mm) donde se obtuvo el mayor valor de desviación estándar que fue de $\sigma = 356$ Hz, se observa que existe el mismo patrón de disminución en las frecuencias a medida de que se hace un poco más profunda la entalla.

En la figura 61 que es la gráfica $\log(d)$ - $\log(f_0 - f)$ para la frecuencia de 23000 Hz, donde se obtuvo un valor de $R_3^2 = 0,9124$ mostrando una buena correlación lineal, la ecuación así obtenida fue $f = 4756,13 - c \cdot d^{1,7003}$, con un valor de α de 1,7003.

4.1.3.4 – 4to Armónico ($f \approx 36000$ Hz)

De los ensayos en la cuarta frecuencia se muestran las siguientes tablas y gráficas para su análisis:

Tabla 22. Valores del cuarto armónico en las probetas y la desviación estándar de los valores para distintas profundidades de entalla

4to Armónico ($f \approx 36000$ Hz)			
Probeta	d (mm)	f_m	σ (Hz)
1	0	36699,87	123,40
2	0,33	36517,00	113,49
3	0,46	36415,37	119,91
4	0,85	36256,75	69,90
5	1,14	35782,00	300,31

Tabla 23. Valores de $\log(d)$ y $\log(f_0-f)$ en el cuarto armónico

Frecuencia 36000 Hz	
$\log(d)$	$\log(f_0-f)$
-0,48545225	2,26215433
-0,33441901	2,45408227
-0,06905097	2,64652625
0,05804623	2,96278354

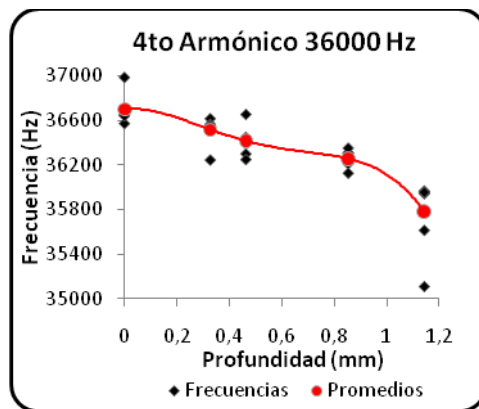


Figura 62

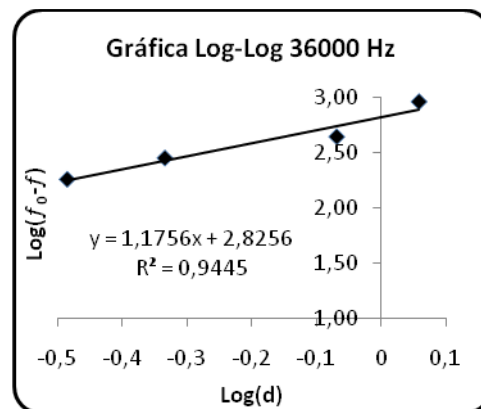


Figura 63

Figura 62. Gráfica del cuarto armónico en las probetas a distintas profundidades de entalla

Figura 63. Gráfica en escala log-log del cuarto armónico

Se observa en la figura 62, las mediciones del cuarto armónico que ubica las frecuencias resonantes entre los 35000 y los 37000 Hz, se vuelve a notar una mayor dispersión en la probeta N°5 (d = 1,14mm) con una desviación estándar de 300 Hz, existe disminución de frecuencia con mayor profundidad en la entalla.

De la figura 63, se tiene que $R^2 = 0,9445$; muestra que existe buena correlación lineal entre los valores de la ordenada y los valores de las abscisas, expresada por la ecuación $f = 4756,13 - c \cdot d^{1,1756}$ obtenemos el valor de la pendiente $\alpha = 1,1756$ el cual vuelve a disminuir de manera apreciable en comparación al último valor.

4.1.3.5 – 5to Armónico ($f \approx 59000$ Hz)

A continuación se muestran los valores de las frecuencias medidas del quinto armónico que varía de 55000 a 60000 Hz, y las gráficas respectivas de cada tabla:

Tabla 24. Valores del quinto armónico en las probetas y la desviación estándar de los valores para distintas profundidades de entalla

5to Armónico ($f \approx 59000$ Hz)			
Probeta	d (mm)	f_m	σ (Hz)
1	0	59182,12	295,66
2	0,33	58159,12	483,05
3	0,46	57201,50	155,13
4	0,85	56224,87	245,61
5	1,14	55920,75	287,77

Tabla 25. Valores de $\log(d)$ y $\log \log(f_0 - f)$ en el quinto armónico

Frecuencia 58000 Hz	
$\log(d)$	$\log(f_0 - f)$
-0,48545225	3,00987563
-0,33441901	3,29680225
-0,06905097	3,47088804
0,05804623	3,51340073

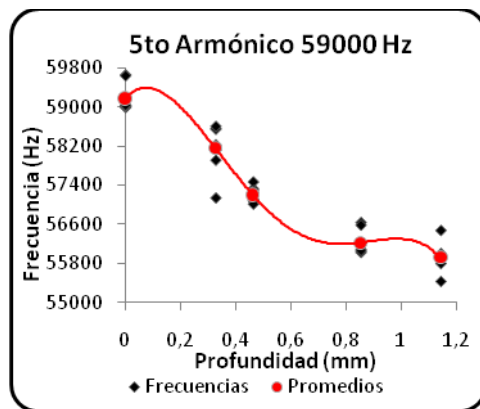


Figura 64

Figura 64. Gráfica del quinto armónico en las probetas a distintas profundidades de entalla

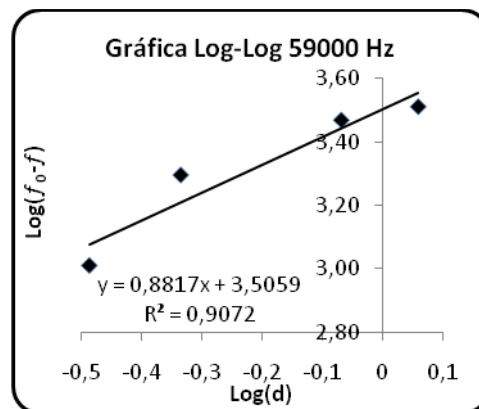


Figura 65

Figura 65. Gráfica en escala log-log del quinto armónico

Se observa en la figura 64 mayor dispersión en la probeta N°2 ($d = 0,33$ mm), mostrando el mayor valor registrado en la desviación con $\sigma = 483$ Hz, existe decrecimiento en la frecuencia desde la barra N°1 hasta la N°5 debido al incremento de la profundidad de la entalla, en comparación a las gráficas anteriores.

De la figura 65 se puede observar que el valor $R^2_{\xi} = 0,9072$; es el menor valor de R^2 al compararse con los valores de las gráficas mostradas con anterioridad, igual se obtiene una buena correlación lineal en la escala logarítmica. La ecuación obtenida es $f = 4756,13 - c \cdot d^{0,9917}$; donde la pendiente vuelve a descender de manera leve con un valor de $\alpha = 0,9917$.

De todo lo anterior se puede deducir que las frecuencias disminuyen a medida que aumenta la profundidad de la entalla en cada armónico. El método

permitió la detección de discontinuidades tan pequeñas como de 0,33 mm de profundidad y tal vez podría detectar menores, también se detectaron incrementos en el valor de la profundidad de la entalla de 0.13 mm es decir cerca del 40%, todo esto indica la eficiencia del método para la detección de pequeñas discontinuidades en el material.

El modelaje de las frecuencias de resonancia con una función potencial en términos de la profundidad de la discontinuidad parece ser adecuada de acuerdo a los valores de los coeficientes de correlación obtenidos. Los valores de los coeficientes de correlación R^2 fueron mayores a 0,90 en todos los casos. ($R_1^2 = 0,9885$; $R_2^2 = 0,9893$; $R_3^2 = 0,9124$; $R_4^2 = 0,9445$ y $R_5^2 = 0,9072$).

Ahora con las ecuaciones de las rectas proporcionadas por las gráficas, se extraen los valores de la pendiente (α), acompañado por su modo frecuencial respectivo, y construimos la siguiente tabla con su respectiva gráfica:

Tabla 26. Frecuencias de resonancia con el parámetro de sensibilidad a la entalla

Frecuencias	α
1era	0,9474
2da	0,2518
3era	1,7003
4ta	1,1756
5ta	0,8817

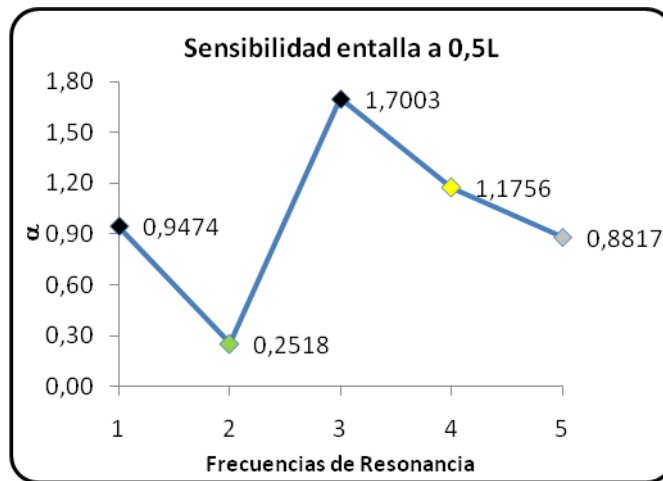


Figura 66. Gráfica de sensibilidad a la entalla

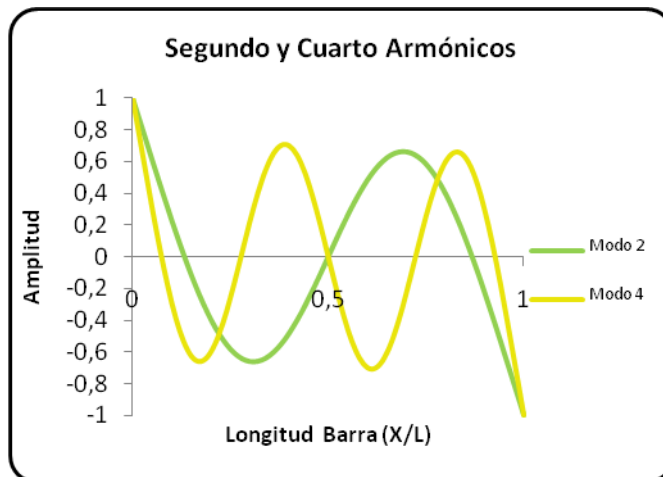


Figura 67. Segundo y cuarto armónico en una barra de longitud L

En la figura 66 se puede apreciar que en los modos de resonancia, dos y cuatro (puntos de verde y de amarillo en la figura) hay una disminución notable en el parámetro de sensibilidad a la entalla con respecto a sus modos uno y tres (puntos de color negro en la figura), esto parece ser debido a la ubicación de la

entalla en las cercanías de uno de los nodos ($X = 0,5L$), de tal forma que su influencia en la frecuencia de vibración debe ser pequeña.

Este hecho hace suponer que para poder realizar una inspección satisfactoria de las barras se deberían elegir por lo menos dos modos de oscilación que no posean nodos en los mismos puntos de tal forma de poder detectar la discontinuidad donde quiera que ella se encuentre, para corroborar esto se ensayaron probetas con entallas en los nodos del segundo modo de vibración de las barras y su análisis se presenta a continuación

4.1.4 - Análisis de barras con discontinuidades en $X = 0,224L$

De igual manera que en el caso anterior, los valores teóricos de las frecuencias van a estar por encima de los valores obtenidos de manera experimental. El siguiente análisis se realiza tomando en consideración que las probetas tienen exactamente las mismas dimensiones; una probeta patrón y la otra con presencia de discontinuidades ubicadas en $X = 0,224L$ donde el comportamiento se muestra en las siguientes gráficas:

Tabla 27. Valores de la frecuencia fundamental en probetas patrón, con una entalla y con dos entallas, y la desviación estándar de los valores

Frecuencia Fundamental ($f \approx 4000$ Hz)			
Entallas	d (mm)	f_m	σ (Hz)
Ninguna	0	4756,13	34,19
1	0,47	4511,00	14,76
2	$0,45 \wedge 0,47$	4456,00	44,09

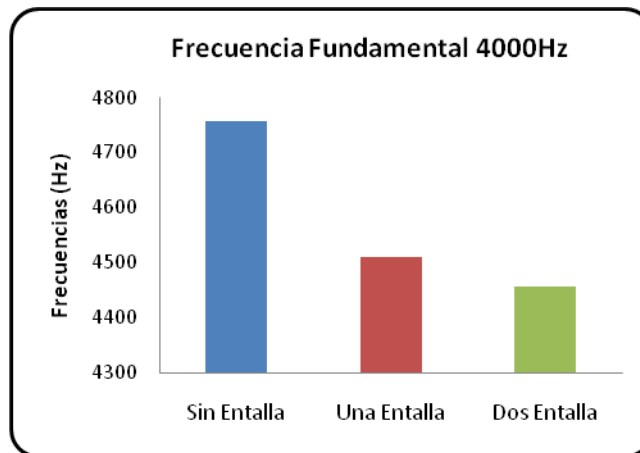


Figura 68. Comparación en la frecuencia fundamental entre probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas en $X = 0,224L$

Utilizando el promedio de las mediciones para facilitar el análisis, podemos observar en la figura 68 que la disminución en la frecuencia de una probeta patrón a una probeta entallada es mucho mayor, que la disminución entre las probetas con una y dos entallas respectivamente. Este mismo patrón se repite en las gráficas de la 2da, 3era y 5ta frecuencias, que se muestran a continuación:

Tabla 28. Valores del segundo armónico en probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas; y la desviación estándar de los valores

2do Armónico ($f \approx 12000$ Hz)			
Entallas	d (mm)	f_m	σ (Hz)
Ninguna	0	12250,13	311,62
1	0,47	11757,25	124,31
2	$0,45 \wedge 0,47$	11509,00	28,58

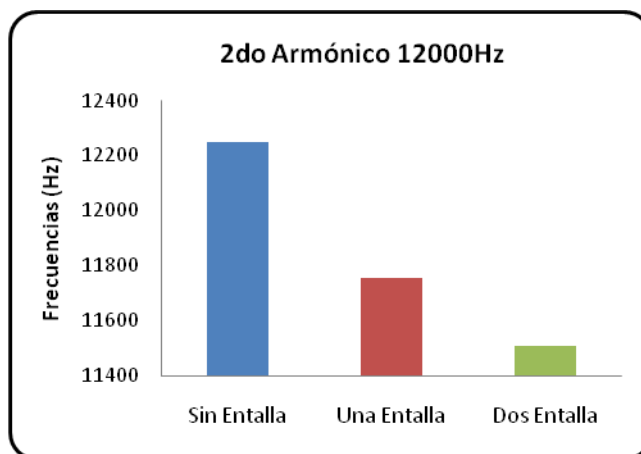


Figura 69. Comparación en el segundo armónico entre probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas en $X = 0,224L$

Tabla 29. Valores del tercer armónico en probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas; y la desviación estándar de los valores

3er Armónico ($f \approx 23000$ Hz)			
Entallas	d (mm)	f_m	σ (Hz)
Ninguna	0	23889,25	129,25
1	0,47	22916,00	5,35
2	0,45 ^ 0,47	22857,00	23,34

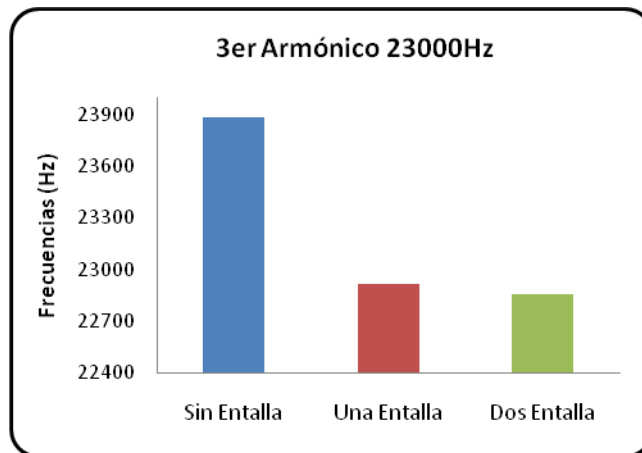


Figura 70. Comparación en el tercer armónico entre probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas en $X = 0,224L$

Tabla 30. Valores del cuarto armónico en probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas; y la desviación estándar de los valores

4to Armónico ($f \approx 36000$ Hz)			
Entallas	d (mm)	f_m	σ (Hz)
Ninguna	0	36699,88	123,40
1	0,47	36461,50	94,58
2	$0,45 \wedge 0,47$	35214,25	50,23

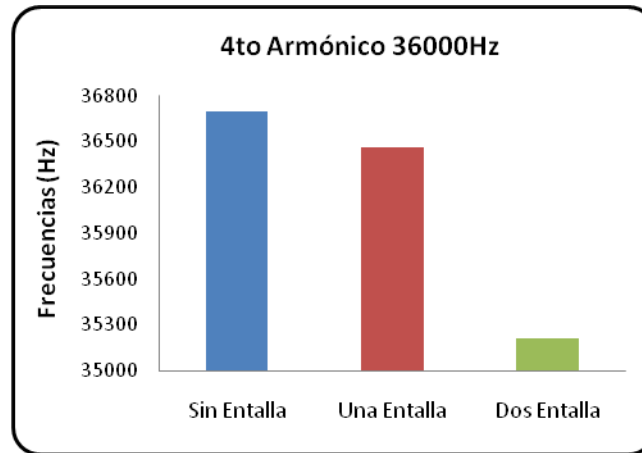


Figura 71. Comparación en el cuarto armónico entre probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas en $X = 0,224L$

En la figura 71 ocurre algo particular, la diferencia mayor ocurre entre la probeta patrón y la probeta con las dos entallas, mientras se hace menor entre la probeta patrón y la probeta con una entalla.

Tabla 31. Valores del quinto armónico en probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas; y la desviación estándar de los valores

5to Armónico ($f \approx 59000$ Hz)			
Entallas	d (mm)	f_m	σ (Hz)
Ninguna	0	59182,13	295,67
1	0,47	56122,50	374,78
2	0,45 ^ 0,47	55341,50	111,78

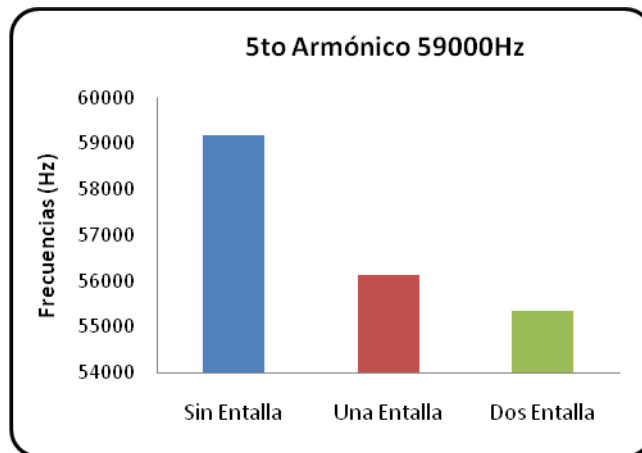


Figura 72. Comparación en el quinto armónico entre probetas: patrón, con una entalla y con dos entallas en $X = 0,224L$

De las gráficas de: frecuencia fundamental(fig.68), el segundo (2^{do}) armónico (fig.69), el tercer (3^{er}) armónico(fig.70) y el quinto (5^{to}) armónico (fig.72), existe una notable diferencia de frecuencias entre la probeta patrón y la probeta con una entalla de profundidad $d = 0,47$ mm; lo que no sucede cuando se comparan la probeta con una entalla y la que tiene dos entallas, la diferencia de frecuencias es mucho menor, es decir, que el método de vibración forzada para algunos armónicos con presencia de una entalla en $X = 0,224L$ registra mayor cambio de frecuencia con respecto a una probeta patrón, que en una probeta que contenga dos entallas en la misma cara a la misma distancia de la longitud.

4.1.4.1 – Gráfica de porcentaje de variación de las frecuencias (% f en función del modo de vibración) entre una probeta patrón y una probeta con una entalla en $X = 0,224L$

Para determinar la sensibilidad del método en este tipo de disposición se puede realizar la gráfica de porcentaje de disminución en la frecuencia (% f) en función del modo de vibración (n) entre una probeta patrón y una probeta con una entalla ($d = 0,47\text{mm}$).

Tabla 32. Porcentaje de variación de las frecuencias entre una probeta patrón y una probeta con una entalla

Modos	%f
1	0,00
2	101
3	97
4	-76
5	1184

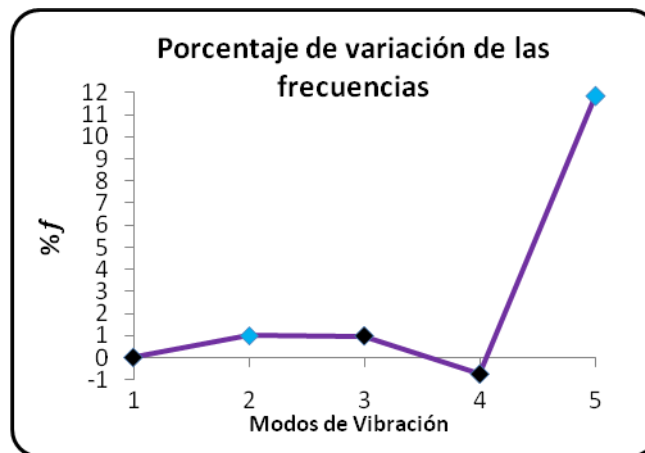


Figura 73. Gráfica comparativa de la influencia entre una probeta patrón y una probeta con entalla para los distintos modos de vibración

En esta figura se puede apreciar el comportamiento de los modos de resonancia frente a una discontinuidad ubicada en $X = 0,224L$. Se observa que los modos uno, tres y cuatro (puntos de color negro en la figura) son los que muestran menor porcentaje de disminución en la frecuencia con respecto a las probetas (patrón y entallada, $d=0,47\text{mm}$), indicando que la entalla no tiene menor influencia en comparación con los modos restantes (puntos de color azul en la figura) donde se muestra un poco más la sensibilidad y donde se radicaliza en el modo número cinco con un porcentaje de 1200%. Este comportamiento de menor sensibilidad a la entalla, se produce cuando para un modo particular la entalla está cercana a uno de los nodos de vibración, resultando consistente con lo obtenido en el caso de las entallas en el centro de la probeta

4.1.4.2 – Gráfica de porcentaje de variación de las frecuencias (% f en función del modo de vibración) entre una probeta con una entalla y una probeta con dos entallas en $X = 0,224L$

A continuación se muestra las diferencias de frecuencias entre una probeta con una entalla (profundidad $d = 0,47$ mm) y una probeta que tiene dos entallas ($d = 0,47$ mm y $d = 0,45$ mm de profundidad).

Tabla 33. Porcentaje de variación de las frecuencias entre una probeta con una entalla y una probeta con dos entallas

Modos	% f
1	0,00
2	351
3	-76
4	2013
5	-37

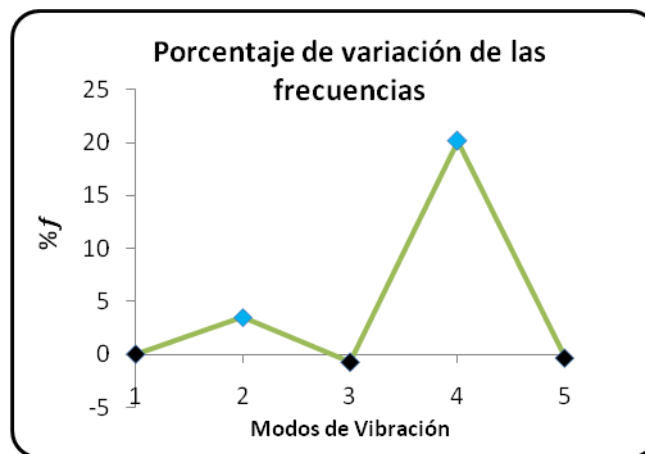


Figura 74. Gráfica comparativa de la influencia entre una probeta con una entalla y una probeta con dos entallas para los distintos modos de vibración

En esta última figura se evalúa la sensibilidad entre dos probetas, una con entalla de 0,47 mm de profundidad y la otra con dos entallas de 0,45 mm y 0,47 mm respectivamente, todas en $X = 0,224L$. Comparando los porcentajes de diferencias entre las frecuencias de la probeta con una entalla y con dos entallas, se tiene que la segunda entalla no genera contundencia en los resultados esperados, pero se puede apreciar que hay menos sensibilidad en el método en los modos uno, tres y cinco (nodos color negro), en el modo número dos hay cierto incremento en la diferencia, que aumenta de manera abrupta en el modo número cuatro (nodos color azul) con un porcentaje de variación de frecuencia de 2000%.

4.1.4.3 – Gráfica de porcentaje de variación de las frecuencias (% f en función del modo de vibración) entre una probeta patrón y una probeta con dos entallas en $X = 0,224L$

A continuación se muestra las diferencias de frecuencias entre la probeta patrón y la probeta que tiene dos entallas ($d = 0,47$ mm y 0,45 mm)

Tabla 34. Porcentaje de variación de las frecuencias entre una probeta patrón y una probeta con dos entallas

Modos	%f
1	0,00
2	1,47
3	0,39
4	0,44
5	1,59

Graficando se tiene:

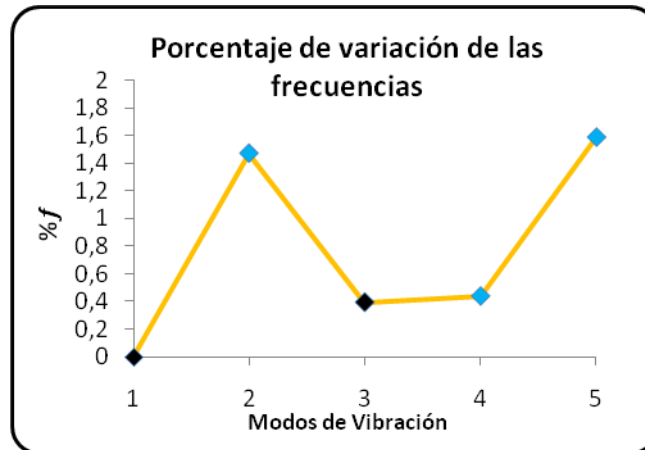


Figura 75. Gráfica comparativa de la influencia entre una probeta patrón y una probeta con dos entallas para los distintos modos de vibración

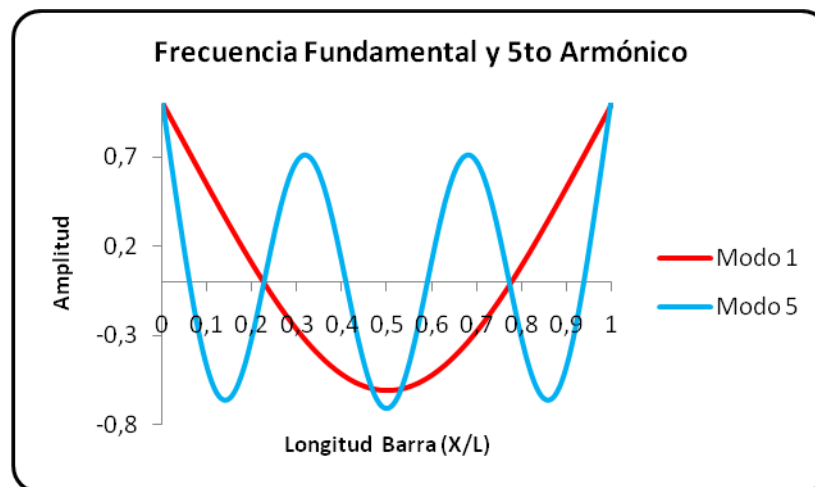


Figura 76. Frecuencia fundamental y quinto armónico en barra de longitud L

En la figura 75 se observa que el punto más bajo representa al de menor influencia correspondiente al modo fundamental ya que el mismo presenta sus nodos en las cercanías de la ubicación de la discontinuidad ($X = 0,224L$).

CONCLUSIONES

- 1) Se comprobó que el método es sensible a la presencia de discontinuidades tan pequeñas como 0,33mm y una variación de la profundidad de entalla de 0,13mm; por lo que puede ser fácilmente aplicado para la detección de fallas en equipos y estructuras.
- 2) Se encontró que debido a la sensibilidad del método se debe tener sumo cuidado en variables como: la cantidad de masa del acoplante, la colocación de los sensores así como también el grado de aislamiento del espécimen en el montaje.
- 3) Se estableció el uso de por lo menos dos modos de vibración diferentes y consecutivos para descartar puntos de posible falla.
- 4) Se determinó que es necesario establecer claramente la frecuencia de resonancia de todos los elementos del sistema como por ejemplo sensores.
- 5) Se observó que independientemente de la naturaleza de las entallas (ubicación y profundidad) estas producen un efecto de disminución de las frecuencias de resonancia.
- 6) Se encontró que si existe una discontinuidad en las cercanías de uno de los nodos del modo de vibración, aunque haya disminución de las frecuencias la influencia es menor.

RECOMENDACIONES

Después del desarrollo de este proyecto se tienen las siguientes recomendaciones a futuros trabajos:

- Si se va a utilizar este método para inspeccionar, es necesario asegurar que las frecuencias de resonancia de los sensores estén lejos de las del elemento inspeccionado.
- Se debe tomar en cuenta en la realización de los ensayos los siguientes aspectos: cantidad y ubicación del material acoplante en los sensores, el grado de aislamiento del elemento a inspeccionar, uso de distintos tipos de sensores.
- De un espectro posible de frecuencias de trabajo, es recomendable el uso de las más bajas cercanas a la fundamental por su alta sensibilidad pero haciendo uso de un tapa oídos para bienestar del sistema auditivo.
- Utilizar un medio que no sea de contacto como por ejemplo uso de un micrófono o ensayos con laser; esto a fin de poder discriminar frecuencias que no sean de las probetas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Avallone, E. y Baumeister, T., *Manual del Ingeniero Mecánico*. (3^a ed.). México: McGraw-Hill.
2. Casillas, L. (2004). *Máquinas – Cálculos de Taller*. (38^a ed.). España: ENCO.
3. Dastko, J. (1966). *Material Properties and Manufacturing Processes*. New York, EE. UU.: Wiley.
4. Den Hartog, J. (1964). *Mecánica de Vibraciones*. México, DF, México: Continental.
5. Ertuğrul, C., Sadettin, O. y Murat, L. (2004). *Un Análisis de la Estructura de la Viga Agrietada, Utilizando el Método de Eco-Impacto*. Facultad de Ingeniería, Universidad Kirikkale. Kirikkale, Turquía.
6. Etcheverry, J. y Sánchez, G. (2008). *Las Frecuencias de Resonancia de Paralelepípedos para Determinación de Módulos Elásticos: Un Tratamiento Exacto Numérico*. TenarisSiderca R&D. Buenos Aires, Argentina.
7. Hernández C. (2007) *Aplicación de Elementos de Contorno en la Determinación de la Frecuencia natural y Modos de Vibración en Placas Delgadas*. Tesis post grado. Universidad Central de Venezuela, Caracas.
8. Kang, K., Kim, K., y Lee Hangseo. (2006). *Evaluación de Módulo Elástico de Viga en Voladizo por TA-ESPI [Resumen]*. Volumen 23 Número 2. NDT Internacional.
9. León J. (1966). *Determinación de las Frecuencias Naturales de Vibración de Placas Multicelulares*. Tesis de grado, Ingeniería Mecánica Universidad Central de Venezuela, Caracas, 1966.

10. Mott R. (1992). *Diseño de Elementos de Máquinas*. México: Prentice Hall.
11. García M., Castro E. y Gallego A. (2003). *Vibraciones longitudinales en Barras: Simulación con el Método de Redes*. Dpto. Física Aplicada, Universidad de Granada. Granada, España.
12. Randall R. (2005). *Introducción a la Acústica*. Cambridge, Inglaterra: Addison-Wesley Press.
13. Roca Vila, R. y León, J. (1981). *Vibraciones Mecánicas*. México: Limusa.
14. Shigley, J y Mischke, Ch. (2004). *Diseño en Ingeniería Mecánica*. (6^a ed.) México DF, México: McGraw-Hill.
15. Thomson, W. (1983). *Teoría de Vibraciones – Aplicaciones*. España: al Prentice-Hall Internacional.
16. Zill, D. (2006) *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones*. (2^a ed.) México, DF, México: Iberoamericana

Fuentes Electrónicas

17. *Resonancia*. Disponible en: <http://www.physicsforums.com>. [Consultado 04/2010].
18. Bastian P. (2005). *Los Terremotos: Historia, origen de los sismos, efectos y causas de terremotos*. Disponible en : <http://www.riie.com.ar/?a=28938>. [Consultado 06/2010].
19. Profeballa. (2007). *Memoria familiar del terremoto de caracas de 1967*. Disponible en: <http://venezuelaysuhistoria.blogspot.com/2007/08/memoria-familiar-del-terremoto-de.html>. [Consultado 06/2010].
20. *Puente Tacoma Narrow*. Disponible en:

<http://www.soloentendidos.com/search?q=tacoma+narrow>

[Consultado 06/2010].

21. *Música y matemáticas*. Disponible en:

http://sciences.jdmag.net/default.aspx?dir=/dir/Fisica/Acustica/Pitagoras,_matematicas,_ondas_y_musica/index-3-95-1445-0-0-0-.html

[Consultado 06/2010].

22. Perez, D. (2000). *Nikola Tesla: Pionero del Futuro*. Disponible en:

http://www.bibliotecapleyades.net/tesla/esp_tesla_0.htm.

[Consultado 06/2010].

23. Henderson, T. *Resonance and Standing Waves*. Disponible en:

<http://www.physicsclassroom.com/class/sound/u1l14d.cfm>.

[Consultado 06/2010].

24. *Características de los Sismos. Capítulo IV-Vibración Libre*.

Disponible en:

http://www.umss.edu.bo/epubs/etexts/downloads/19/cap_IV.htm.

[Consultado 07/2010].

25. *Tipos de Ondas y sus Características*. Disponible en:

<http://www.esmijovi.com/descargas//ondas.pdf>. [Consultado 07/2010].

26. Campus Tecnológico de la Universidad de Navarra. (2006).

Introducción a la Electroerosión. Disponible en:

www.tecnun.es/assignaturas/labfabricacion/LCSF/pdfs/Electroerosion.pdf

[Consultado 08/2010].

27. Telemecanique, Manual Altivar 18. Disponible de:

http://download.telemecanique.com/Repository/index.nsf/%20|%20aa_getdocs?OpenAgent&p=705&c=group8~ES&L=fr&App=?&sort=?&f=?&bd=?&ed=?& [Consultado 08/2010].