

# **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

## **DISEÑO DE CAJAS ESPIRALES DE SECCIÓN CIRCULAR PARA TURBINAS HIDRÁULICAS NORMALIZADAS.**

Presentado ante la ilustre  
Universidad Central de Venezuela  
Por el Bachiller  
López S, Ricardo A  
Para optar al título  
De Ingeniero Mecánico

**Caracas, 2003**

# **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

## **DISEÑO DE CAJAS ESPIRALES DE SECCIÓN CIRCULAR PARA TURBINAS HIDRÁULICAS NORMALIZADAS.**

Tutor Académico: Prof. Dr. Ing. Stefan Zarea.

Presentado ante la ilustre  
Universidad Central de Venezuela  
Por el Bachiller  
López S, Ricardo A  
Para optar al título  
De Ingeniero Mecánico

**Caracas, 2003**

López S, Ricardo A.

## **Diseño de cajas espirales de sección circular para turbinas hidráulicas normalizadas.**

**Tutor académico: Prof. Dr. Ing. Stefan Zarea.**

**Tesis, Caracas, UCV. Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Mecánica  
Año 2003, 98 Pág.**

**Palabras claves:** Caja Espiral, Turbinas hidráulicas, Turbinas Francis, Normalización de turbinas.

**Resumen:** El objetivo principal de este trabajo es realizar un diseño de cajas espirales de sección circular para turbinas hidráulicas normalizadas en función del número específico de revoluciones ( $n_q$ ).

Para lograr el diseño normalizado de turbinas Francis se recurre al criterio propuesto por el Prof. Stefan Zarea ( $Q/H^{1/2}=cte$ ) y se establece el diámetro de descarga del rodete según la serie R20 de los números normales (series de Renard). Con dicho criterio se cubrió todo el campo de aplicación de las turbinas Francis entre el rango de 20 a 500m de altura para velocidades de giro sincrónicas y arbitrarias, obteniéndose 15 turbinas para cada valor de diámetro de descarga lo cual conlleva a un número relativamente pequeño de turbinas para poder cubrir todo este campo.

El dimensionamiento de los órganos principales de las turbinas Francis se llevan a cabo mediante 2 métodos estadísticos que son: a) Método de dimensionamiento de Siervo y Leva, b) Método de dimensionamiento del Prof. Stefan Zarea. Para ello se usan datos recopilados en trabajos anteriores. Todas estas dimensiones se expresan como el producto del diámetro característico del rodete y el correspondiente coeficiente que vienen expresados en función del número específico de revoluciones  $n_q$  que es el parámetro adimensional de mayor uso actualmente.

El método por medio del cual se diseña geoméricamente este órgano principal es el método geométrico del Prof. Stefan Zarea, variándose el tipo de espiral y las condiciones de borde necesarias para definir correctamente la geometría y el comportamiento mecánico de la caja espiral.

Entre las variables que fueron objeto de estudio en este trabajo se encuentran las pérdidas hidráulicas, esfuerzos, distribución de velocidades y presiones; obteniéndose como resultados que las espirales con mejor comportamiento mecánico fueron las espirales de Galileo, Logarítmica y de Arquímedes con condiciones de borde de una relación de velocidades de 0,8 para un ángulo de  $270^\circ$  para pérdidas, velocidades y presión y condiciones de borde de una relación de velocidades de 1,0 para un ángulo de  $320^\circ$  para los esfuerzos.

## **AGRADECIMIENTOS**

Primeramente quisiera expresar mi más profundo agradecimiento al Profesor Stefan Zarea por haberme propuesto el tema, suministrado información, bibliografía y guiado en la realización de este trabajo, porque sin su ayuda, dedicación y paciencia el mismo hubiese sido imposible su culminación.

A los Profesores José Luis Perera por toda su ayuda en los momentos cuando la necesite, Manuel Martínez por las consultas sobre el Capítulo IV.

A Carolina Caropresse en la edición de las figuras y diagramación de este trabajo, a Leo mi hermano por su ayuda incondicional y por último pero no menos importante a todos mis amigos y amigas por estar presente y darme animo en los momentos difíciles “Ustedes saben quienes son”.

## **DEDICATORIA**

A mi Abuela, Padres y Hermanos.

## TABLA DE CONTENIDO

### INTRODUCCION

INDICE DE FIGURAS. ....	I
-------------------------	---

INDICE DE TABLAS. ....	II
------------------------	----

### CAPITULO I: Generalidades sobre turbinas Francis..... 1

1.1 Descripción de una turbina Francis. ....	1
1.2 Campo de aplicación de las Turbinas Francis. ....	5
1.3 Eficiencia de turbinas Francis. ....	6
1.4 Cavitación en turbinas. ....	7
1.5 Formulas usadas en el diseño de turbinas hidráulicas. ....	7
1.5.1 Numero específico de revoluciones. ....	7
1.5.1.1 Numero específico de revoluciones $N_s$ en función de la potencia. ....	8
1.5.1.2 Numero específico de revoluciones en función del caudal. ....	8
1.5.1.3 Relación entre el $N_s$ y los específicos de revoluciones en función del caudal. ....	9
1.5.2 Caudal Unitario ( $Q_{11}$ ). ....	9
1.5.3 Diámetro unitario ( $D_{11}$ ). ....	9
1.5.4 Coeficiente de velocidad periférica ( $K_u$ ). ....	9

### CAPITULO II: Normalización de Turbinas Francis..... 10

2.1 Según el número específico de revoluciones ( $N_s$ ) y el caudal unitario ( $Q_{11}$ ). ....	10
2.1.1 Elección de una turbina normalizada según el criterio del $N_s$ y el $Q_{11}$ . ....	11
2.2 Según el número específico de revoluciones ( $n_q$ ) y el diámetro unitario ( $D_{11}$ ). ...	12
2.2 Normalización según el criterio $Q$ vs. $H^{1/2}=\text{cte}$ . ....	13
2.3.1 Selección del diámetro característico según la serie R20. ....	14
2.3.2 Delimitación del campo $Q$ vs. $H$ para un $D_3$ fijo. ....	15
2.3.3 Delimitación del campo $Q$ vs. $H$ para frecuencias de 50 y 60 Hz. ....	19
2.3.4 Campo $Q$ vs. $H$ para velocidades sincrónicas. ....	20
2.4 Análisis de resultados. ....	22

<b>CAPITULO III: Dimensionamiento de turbinas Francis con métodos estadísticos.....</b>	<b>23</b>
3.1 Método de dimensionamiento de Siervo y Leva. ....	23
3.1.1 <i>Determinación del número específico de revoluciones.</i> .....	23
3.1.2 <i>Velocidad de embalamiento.</i> ....	24
3.1.3 <i>Altura de Aspiración.</i> .....	24
3.2 Método de dimensionamiento del Prof. Stefan Zarea. ....	24
3.3 Relaciones estadísticas para el dimensionamiento de los órganos principales de las turbinas Francis. ....	25
3.3.1 <i>Actualización de los distintos métodos de dimensionamiento.</i> .....	27
3.3.2 <i>Comparación de los distintos métodos de dimensionamiento en base a métodos estadísticos.</i> ....	29
3.4 Método Geométrico del Prof. Stefan Zarea.....	29
3.4.1 <i>Condiciones de Borde.</i> .....	32
3.4.2 <i>Metodología de cálculo para las dimensiones de la caja espiral.</i> ....	33
3.4.3 <i>Análisis de resultados.</i> .....	35
3.5 Dimensiones para la fabricación de cajas espirales soldadas. ....	36
3.5.1 <i>Metodología de cálculo.</i> ....	37
3.5.2 <i>Trazado de un tramo de sección de la caja espiral.</i> .....	42
<b>CAPITULO IV: Esfuerzos en la caja espiral.....</b>	<b>43</b>
4.1 Presión en la caja espiral. ....	43
4.1.1 <i>Selección del factor de seguridad.</i> .....	45
4.2 Métodos de cálculos simplificados.....	45
4.2.1 <i>Método de cilindro de pared delgada.</i> ....	45
4.2.2 <i>Método de cilindros de Pared gruesa (Lamé).</i> .....	46
4.2.3 <i>Variación entre los métodos de cálculo simplificados.</i> .....	47
4.3 Calculo de espesores mediante el uso del programa MSC Nastran Versión 4,5..	48
4.4 Cálculos de espesores de pared por fatiga.....	50
4.4.1 <i>Amplitud del Esfuerzo medio.</i> .....	51
4.4.2 <i>Limite del esfuerzo sometido a fatiga.</i> .....	52
4.5. Factores de corrección para el cálculo de espesores de pared de la caja espiral.	53
4.5.1 <i>Factor de corrección por la forma de la caja espiral (<math>K_F</math>)</i> .....	53
4.5.2 <i>Factor de corrección por presión (<math>K_H</math>).</i> ....	54

4.5.3. Factor de corrección por método de dimensionamiento ( $K_M$ ).....	55
4.5.4 Factor de corrección por el tipo de espiral ( $K_E$ ).....	56
4.6 Espesores de pared corregidos.....	56
4.6 Análisis de Resultados.....	57
<b>CAPITULO V: Perdidas Hidráulicas dentro de la caja espiral.....</b>	<b>59</b>
5.1 Método de la velocidad constante ( $V_u=Constante$ ).....	60
5.1.1 Relación entre $K_{ce}$ y el número específico de revoluciones ( $n_q$ ).....	61
5.1.2 Evaluación de Perdidas hidráulicas según Osterwalder.....	63
5.2 Método del momento hidráulico central constante ( $r^*V_c=Ctte$ ).....	64
5.3 Método del momento hidráulico constante ( $r^*V_u=Ctte$ ).....	66
5.4 Análisis de Resultados.....	67
<b>CAPITULO VI: Distribución de velocidades y presiones. ....</b>	<b>70</b>
6.1 Distribución de Velocidades.....	70
6.1.1 Método de las líneas de corriente.....	70
6.1.1.1 Análisis de resultados.....	74
6.1.2 Método del flujo potencial.....	74
6.1.2.1 Condiciones de contorno.....	75
6.1.2.2 Solución con datos empíricos.....	76
6.1.2.3 Análisis de resultados.....	81
6.1.4 Comparación de los métodos de distribución de velocidades.....	84
6.2 Distribución de Presiones.....	84
6.2.1 Análisis de Resultados.....	85
<b>CAPITULO VII: Manuales del usuario para el uso de los programas de computación. ....</b>	<b>87</b>
7.1 Programa para el cálculo de las dimensiones para el trazado de las secciones de la caja espiral.....	87
7.2 Programa para el cálculo de las pérdidas hidráulicas.....	88
7.3 Programa para el cálculo de la distribución de velocidades y presiones en la caja espiral.....	90
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>93</b>

*TABLA DE CONTENIDO*

---

<b>RECOMENDACIONES .....</b>	<b>94</b>
<b>NOMENCLATURA .....</b>	<b>95</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>96</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>98</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>99</b>

## INTRODUCCION

Desde que en el año 1850 la turbina de reacción fue desarrollada por el ingeniero inglés James Bichens Francis<sup>1</sup>, conocida actualmente como turbina Francis o turbina de reacción, el diseño de la misma ha permanecido prácticamente inalterado; consistiendo de un rodete, que tiene un núcleo o cubo, una llanta exterior y varios alabes dispuestos entre ambos elementos. En los últimos décadas debido al aumento de la demanda de generación de energía hidroeléctrica se ha venido trabajando en métodos alternativos de diseño de turbinas, para de esa forma y junto a la investigación y desarrollo de nuevos materiales y procesos constructivos se ha logrado el aumento de la eficiencia y reducción de los costos de producción de las mismas.

Las principales centrales hidroeléctricas en nuestro país están equipadas con turbinas Francis. En Venezuela existe un gran potencial hidroeléctrico no explotado aún. El objetivo de este trabajo junto con otros trabajos guiados por el Profesor Stefan Zarea consisten en realizar estudios sobre turbinas Francis para que en un futuro poder producir este tipo de maquinas en nuestro país y de esa manera colaborar con nuestro desarrollo técnico y económico.

En el presente trabajo se hará énfasis en el diseño de cajas espirales sin dejar de lado algunos criterios de normalización de turbinas Francis ya que en los momentos actuales se recurre a esto para producir turbinas en serie.

El primer capítulo consiste en una revisión bibliográfica sobre conceptos básicos en el área de las Turbomáquinas específicamente lo concerniente a lo que a turbinas Francis se refiere.

En el Capítulo II se realizó una discusión sobre algunos métodos para el diseño de turbinas Francis normalizadas, haciendo énfasis en el criterio del  $Q/H^{1/2} = \text{cte}$ , tanto para velocidades sincrónicas como arbitrarias, en donde se delimita todo el campo de aplicación de las turbinas Francis (Q, H) en función del número específico de revoluciones para un diámetro de descarga del rodete tanto para velocidades sincrónicas como arbitrarias.

---

<sup>1</sup> James Bichens Francis: Ingeniero Inglés por el cuál se le dio el nombre a este tipo de turbinas, no obstante en 1858 se le otorgo la patente de una Turbina Centipeta a Samuel David, pero los perfeccionamientos introducidos por Francis a esta turbina fueron de tal importancia que se le otorgo su nombre.

En el Capítulo III se presentan los métodos de dimensionamiento en base a los métodos estadísticos de Siervo y Leva y del Prof. Stefan Zarea, así como una actualización de los mismos teniendo para ello datos mas recientes y un cambio de Variable para expresar dichas dimensiones en función del número específico de revoluciones ( $n_q$ ,  $n_{qw}$  y  $n'_{qw}$ ), en vez del  $N_s$  que actualmente ha quedado en desuso. Además se define el método geométrico del Prof. Stefan que es el método por el cual se diseñan geométricamente las cajas espirales en este trabajo, luego se desarrollo una metodología sencilla para el trazado de los tramos de las cajas espirales soldadas ya que es la forma mas viable y económica de fabricación para turbinas de gran potencia.

En el Capítulo IV se dimensionan los espesores de pared de las cajas espirales normalizadas bajo el criterio  $Q/H^{1/2}=C_{tte}$  para los dos materiales mas usados en la fabricación de las cajas espirales y los distintos tipos de espirales y condiciones de borde descritas en el Capítulo III. Dicho dimensionamiento se realiza tanto en condiciones estáticas como por fatiga, haciendo uso para ello de algunos modelos teóricos y mediante el software MSC NASTRAN versión 4.5, que es un programa de cálculo de esfuerzos que trabaja con el método de los elementos finitos.

En los Capítulos V y VI se realiza un estudio bidimensional de la distribución de velocidades, presiones y perdidas hidráulicas dentro de la caja espiral, sabiendo que esto parámetros son de vital importancia al momento del diseño de cajas espirales, y de esa manera conocer la influencia del tipo de espiral y las condiciones de borde en el comportamiento hidráulico y mecánico de la misma.

**INDICE DE FIGURAS.**

Figura 1. 1 Tipos actuales de turbinas.....	1
Figura 1. 2 Corte con un plano radial de una turbina Francis.....	2
Figura 1. 3 Caja espiral.....	3
Figura 1. 4 Distribuidor Fink.....	3
Figura 1. 5 Variación en la forma del rodete.....	4
Figura 1. 6 Tubo de aspiración: a)Troncónico, b) Acodado.....	5
Figura 1. 7 Campo de aplicación de las turbinas hidráulicas según Esher- Wyss.....	6
Figura 1. 8 Diagrama de concha de una turbina a reacción.....	6
Figura 1. 9 Curvas de eficiencia constante para distintos tipos de turbinas hidráulicas...	7
Figura 2. 1 Normalización de turbinas Francis por el criterio $N_s$ y $Q_{11}$ .....	10
Figura 2. 2 Normalización de turbinas Francis por el criterio $n_q$ y $D_{11}$ .....	12
Figura 2. 3 Delimitación del campo $Q$ vs. $H$ bajo el criterio $Q/H^{1/2}=C_{tte}$ .....	15
Figura 3. 1 Dimensiones principales del rodete.....	25
Figura 3. 2 Dimensiones principales de la caja espiral.....	25
Figura 3. 3 Dimensiones principales del tubo de aspiración.....	26
Figura 3. 4 Sección de la caja espiral.....	31
Figura 3. 5 Condiciones de borde para el método geométrico del Prof. Stefan Zarea ...	33
Figura 3. 6 Caja espiral soldada.....	37
Figura 3. 7 Isometría de virola de bocas circulares y eje oblicuo.....	38
Figura 3. 8 Vista lateral y superior de una virola de bocas circulares y eje oblicuo.....	39
Figura 3. 9 Vista lateral de la sección principal de una sección de la caja espiral.....	41
Figura 3. 10 Trazo de un tramo de sección para cajas espirales soldadas.....	42
Figura 4. 1 Localización de la altura media de una serie de turbinas.....	43
Figura 4. 2 Series de turbinas según criterio $Q/H^{1/2}=C_{tte}$ .....	44
Figura 4. 3 Restricciones de la caja espiral en la zona del predistribuidor y sección de entrada.....	49
Figura 4. 4 Restricciones de la caja espiral en la zona del predistribuidor y la sección última.....	49
Figura 4. 5 Caja espiral simulada en MSC Nastran V4.5.....	50
Figura 4. 6 Línea de Soderberg.....	51
Figura 4. 7 Amplitud del esfuerzo medio.....	52
Figura 5. 1 Tamaño del elemento diferencial para el cálculo de pérdidas hidráulicas...	60

Figura 5. 2 Dimensiones de sección de la caja espiral según Osterwalder. ....	60
Figura 5. 3 Relación entre el area de secciuón transversal y el diámetro de sección. ....	63
Figura 5. 4 Pérdida hidráulicas en la caja espiral de turbinas Francis (suponiendo $a=0,8$ ; $f=0,0015$ ). ....	64
Figura 5. 5 Diámetros de la caja espiral para perdidas de acuerdo con la figura 5.4. ....	64
Figura 6. 1 Método de las lineas de corriente. ....	71
Figura 6. 2 Angulo entre las componentes de la velocidad. ....	74
Figura 6. 3 Superficies de control. ....	75
Figura 6. 4 Modelo experimental del Dr.. Athanassiadis Espiral Logaritmica. ....	77
Figura 6. 5 Modelo experimental del Dr. Athanassiadis Espiral de Arquimides. ....	78
Figura 6. 6 Distribución de velocidades. ....	80

**INDICE DE TABLAS.**

Taba 2. 1 Valores de $D_3$ según la serie R20 de los números normales. ....	14
Taba 2. 2 Rangos de $nq$ necesarios para cubrir el campo Q vs. H .....	16
Taba 2. 3 Velocidades de giro sincrónicas. ....	20
Tabla 3. 1 Coeficientes de las formulas de Siervo y Leva .....	27
Tabla 3. 2 Coeficientes del método de dimensionamiento del Prof. Stefan Zarea.....	27
Tabla 3. 3 Ventajas y desventajas entre los métodos de dimensionamiento. ....	29
Tabla 4. 1 Presión en la caja espiral.....	44
Tabla 4. 2 Presión en la caja espiral (corregida).....	45
Tabla 4. 3 Espesores de Pared adimensionales ( $t^*$ ) para el acero. ....	47
Tabla 4. 4 Formulas de cálculo para el espesor de la caja espiral según programa .....	49
Tabla 4. 5 Factor de corrección por la forma de la caja espiral.....	53
Tabla 4. 6 Factor de corrección por presión ( $K_H$ ).....	54
Tabla 4. 7 Factor de corrección por método de dimensionamiento ( $K_M$ ).....	55
Tabla 4. 8 Factor de corrección por tipo de espiral ( $K_E$ ). ....	56
Tabla 5. 1 Valores promedio del coeficiente de pérdidas.....	69

## CAPITULO I: Generalidades sobre turbinas Francis.

Existen dos tipos de turbinas, las de reacción y las de acción. Las turbinas de reacción utilizan tanto la energía de presión como la energía cinética del fluido; la conversión de energía ocurre en un espacio encerrado a presiones mayores que la atmosférica, mientras que las turbinas de acción requieren que la energía de flujo del líquido se convierta en energía cinética por medio de una tobera antes de que el flujo interactúe con la rueda.

En la actualidad prácticamente los únicos tipos de turbinas hidráulicas son las que aparecen en el cuadro siguiente:

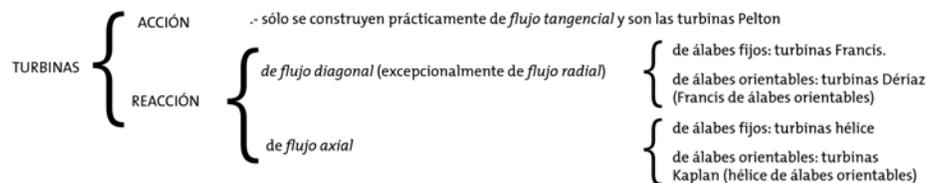


Figura 1. 1 Tipos actuales de turbinas.

Ver bibliografía [10].

### 1.1 Descripción de una turbina Francis.

La turbina Francis es la más conveniente para plantas hidroeléctricas para alturas de salto de agua en el rango de 25 a 400 m, teniendo una eficiencia entre el 90 y 94% para grandes instalaciones. La aplicación de este tipo de turbinas esta comprendido entre valores de número específico de revoluciones Ns de 60 a 400.

Todas las turbinas Francis consisten de los mismos órganos principales que son los siguientes: El rodete que es el mas importante de ellos (al igual que en cualquier turbomáquina), y los demás órganos que son construidos en torno a el tales como, la caja espiral, distribuidor, predistribuidor y tubo de aspiración.

En la figura 1.2 se puede observar los siguientes elementos.

- 1- Caja espiral.
- 2- Distribuidor.
- 3- Rodete.
- 4- Codo de entrada en el tubo de aspiración.
- 5- Nivel del agua en la galería de fuga.
- S- Sección de salida del tubo de aspiración.

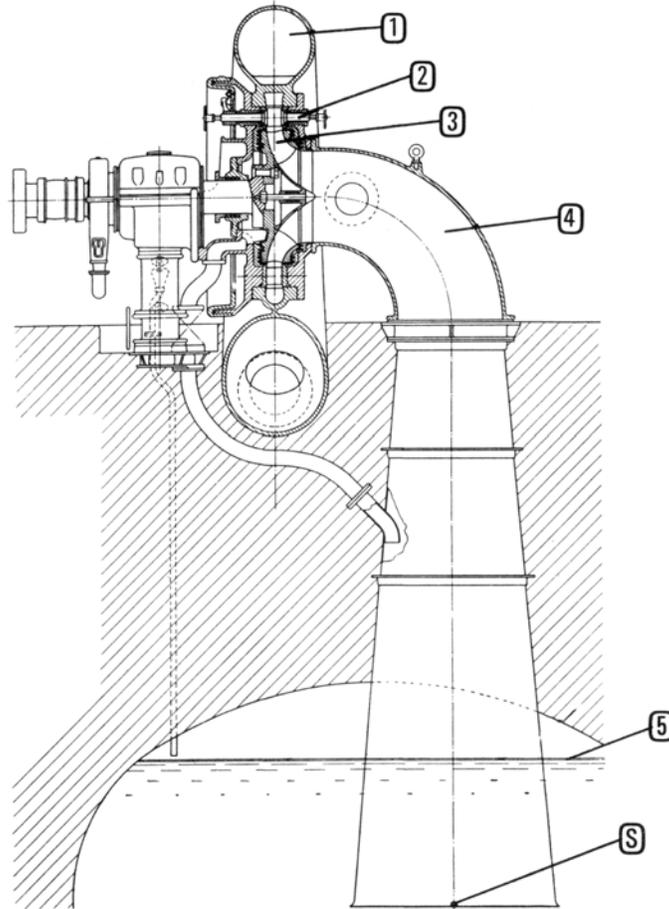


Figura 1. 2 Corte con un plano radial de una turbina Francis.

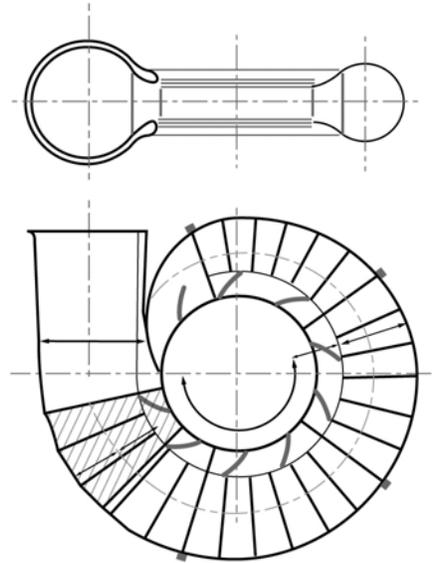
Ver bibliografía [10].

A continuación se hará un breve comentario sobre los elementos constitutivos más importantes en las turbinas Francis.

**1-Caja Espiral:** la caja espiral es un órgano que se encuentra en todas las turbinas hidráulicas de reacción. Las dos funciones principales de este elemento son:

a) Distribuir el agua por toda la periferia del rodete a través de un órgano fijo llamado predistribuidor y de órgano móvil llamado distribuidor

b) Transformar parte de la energía de presión del fluido en energía cinética. Según las dimensiones se construye de acero colado, fundición, chapa roblonada u hormigón armado (solo o blindado con chapa).



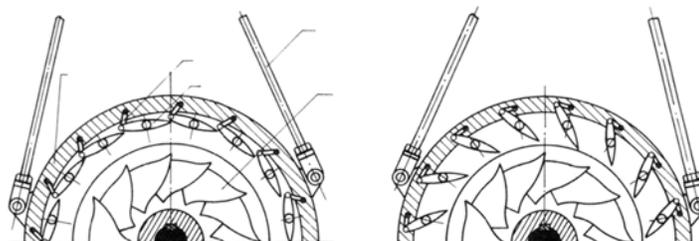
**Figura 1. 3 Caja espiral.**

Ver bibliografía [16].

**2- Predistribuidor:** este es un órgano esencial en las turbinas Francis ya que el mismo cumple con la función de rigidizar la caja espiral.

**3-Distribuidor:** el distribuidor Fink es el más corriente en todas las turbinas hidráulicas de reacción. Consta de dos bielas o brazos robustos, movido por uno o varios servomotores de aceite que hacen girar al anillo donde pivota un extremo de las bielas, las cuales a su vez hacen girar a unos fijos que pivotan en torno a un eje fijo. Las funciones del distribuidor Fink son:

- a) Crea el campo de velocidades más favorables en toda la periferia de entrada del rodete.
- b) Regular el caudal y con el la potencia.
- c) Cerrar a la turbina en la parada y en caso de anulación de la carga, para evitar el embalamiento.



**Figura 1. 4 Distribuidor Fink.**

Ver bibliografía [10].

**4- Rodete:** el rodete es el elemento principal de una turbina ya que en el es donde ocurre la transformación de la energía hidráulica que trae el fluido en energía mecánica.

El rodete esta conformado por dos coronas entre las cuales se encuentran los alabes. Por lo general los alabes se fabrican en plancha de acero y se encuentran fijadas a las coronas del rodete.

La forma del rodete varia en función del numero específico de revoluciones para cual se diseñe el mismo (ver figura 1.5). En las turbinas Francis el campo de aplicación de las mismas es entre  $60 \leq N_s \leq 400$ , aunque existen diseños para  $N_s$  de hasta 600 pero los mismos no son muy frecuentes.

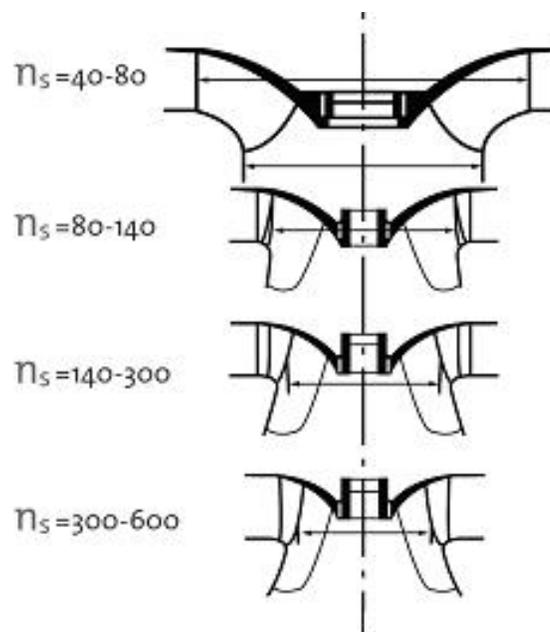


Figura 1.5 Variación en la forma del rodete.

Ver bibliografía [8].

**5- Tubo de Aspiración:** es el órgano de desagüe, pero se le da el nombre de tubo de aspiración porque crea una aspiración ó depresión a la salida del rodete. El tubo de aspiración tiene tres funciones primordiales que son:

- Conducir la corriente ordenadamente después de haber cedido su energía en el rodete de la turbina hasta el canal de salida.
- Recuperar la altura estática de aspiración.
- Recuperar la altura dinámica de la corriente a la salida del rodete.

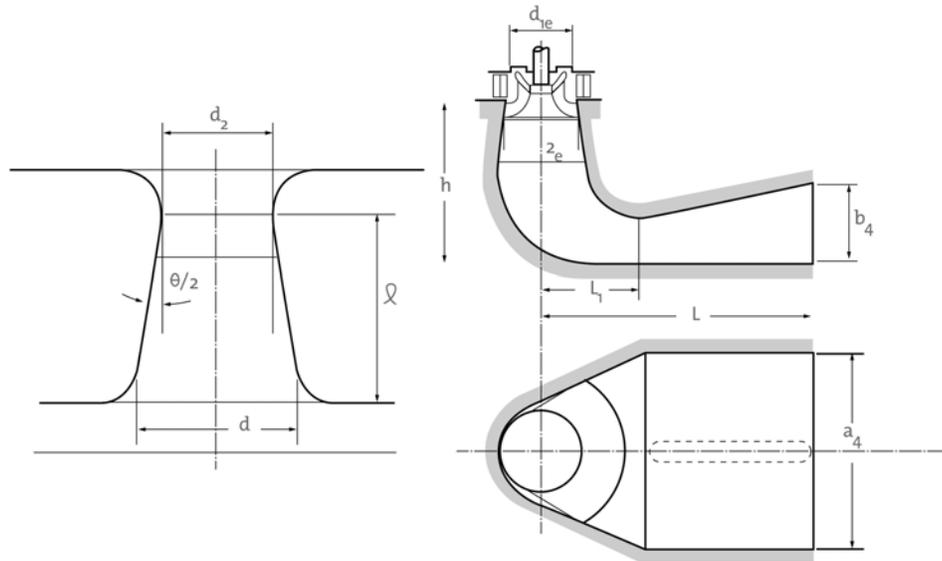


Figura 1. 6 Tubo de aspiración: a) Truncónico, b) Acodado.

Ver bibliografía [9].

## 1.2 Campo de aplicación de las Turbinas Francis.

En la actualidad las turbinas Francis es la turbina hidráulica más frecuente utilizada en centrales hidroeléctricas, ya que esta cubre la gama de alturas netas y potenciales más usuales.

Los saltos naturales se caracterizan por un caudal y una altura de salto determinadas, estas dos variables ( $Q$  y  $H$ ) se han llevado a distintos gráficos como por ejemplo el gráfico realizado por la firma Escher Wyss, (figura 1.7), en donde se observa claramente que las turbinas Francis cubren gran parte del campo  $Q$  vs.  $H$ .

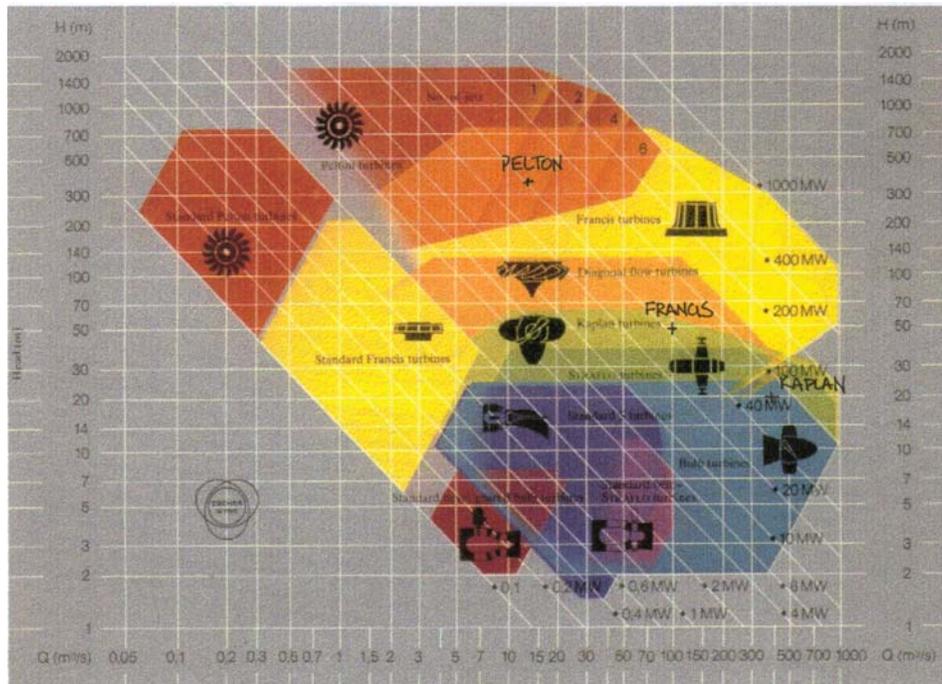


Figura 1. 7 Campo de aplicación de las turbinas hidráulicas según Esher- Wyss.

### 1.3 Eficiencia de turbinas Francis.

La eficiencia en turbinas Francis depende de los siguientes factores principales:

- Pérdidas de carga por fricción y pérdidas de carga en el tubo de aspiración.
- Separación por falta de coincidencia entre el ángulo de entrada del flujo y el ángulo de los alabes.
- Necesidad de alcanzar cierta velocidad de la turbina antes de obtener una salida de potencia útil.
- Pérdidas mecánicas atribuidas a sellos, cojinetes y demás.

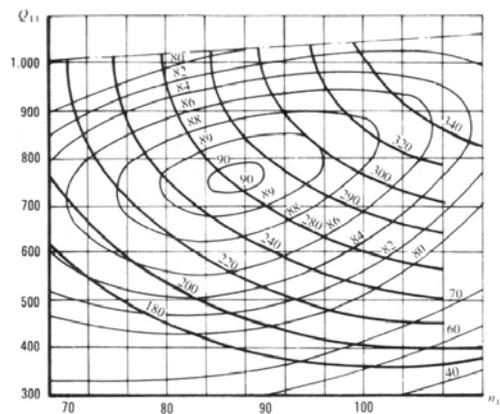


Figura 1. 8 Diagrama de concha de una turbina a reacción.

Ver bibliografía [10].

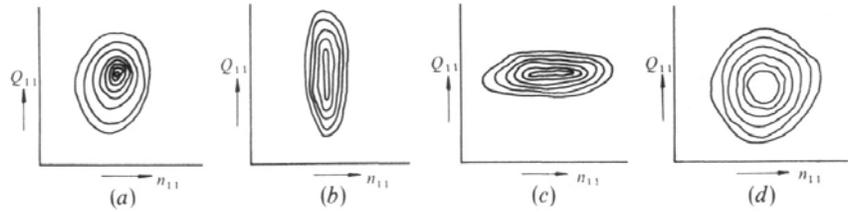


Figura 1.9 Curvas de eficiencia constante para distintos tipos de turbinas hidráulicas.

Ver bibliografía [10].

### 1.4 Cavitación en turbinas.

En las turbinas hidráulicas a reacción aparece la cavitación en las zonas donde la presión es menor o igual a la presión de vaporización del agua en las condiciones de operación. La aparición de la cavitación está correlacionada con la altura de diseño, altura geométrica de colocación de la turbina respecto al nivel del agua canal (galería) de descarga y la presión atmosférica. Estas tres magnitudes permiten definir el coeficiente externo de cavitación llamado también coeficiente de Thoma.

El coeficiente interno de cavitación  $\sigma_i$  se expresa en función de la velocidad específica y cuando estos dos coeficientes son iguales aparece la cavitación.

$$\sigma = \frac{H_{atm} - h_c}{H} \quad (1.1)$$

Donde:

$\sigma$ : Coeficiente de Cavitación o de Thoma.

$H_{atm}$ : presión atmosférica (m)

$h_c$ : Altura de colocación de la turbina respecto al nivel del agua en el canal de fuga.

$H$ : Altura de diseño de la turbina.

### 1.5 Formulas usadas en el diseño de turbinas hidráulicas.

#### 1.5.1 Numero específico de revoluciones.

El número específico de revoluciones introducido por primera vez por Kramerer, ha adquirido un uso extensísimo en el estudio de turbomáquinas hidráulicas, y constituye el parámetro más significativo en el estudio de turbinas.

Para una turbina, el número específico de revoluciones es un parámetro asociado a una familia dada de turbinas que operan con eficiencia máxima. Este parámetro tiene varias formas, algunas; en función de la potencia o el caudal:

### 1.5.1.1 Numero específico de revoluciones $N_s$ en función de la potencia.

El número específico de revoluciones  $N_s$  se define, para turbinas, como la velocidad a la que deberá girar el eje de la turbina, para suministrar al eje una potencia de 1Kw, en un salto de 1 m, con óptimo rendimiento, según lo antes dicho el  $N_s$  se expresa matemáticamente como:

$$N_s = \frac{n\sqrt{P}}{H^{5/4}} \quad (1.2)$$

Donde:

$n$ : Velocidad de giro (r.p.m.).

$P$ : Potencia suministrada al eje (Kw).

$H$ : salto de agua (m).

### 1.5.1.2 Numero específico de revoluciones en función del caudal.

En este caso en vez de expresar el numero especifico de revoluciones en función de la potencia, se realiza en función de caudal, lo cual trae como ventaja principal que no depende de la eficiencia, este parámetro tiene varias formas, dependiendo de las unidades en que se trabajen, y se define como la velocidad a la que gira el eje de la turbina para un caudal de 1 m<sup>3</sup>/s y un salto de 1 m.

A continuación presentaremos algunas de las formas de este parámetro, según sean las unidades en que se trabajen:

$$n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}} \quad (1.3)$$

$$n_{qw} = \frac{w\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}} \quad (1.4)$$

$$n'_{qw} = \frac{w\sqrt{\frac{Q}{\pi}}}{(2gH)^{3/4}} \quad (1.5)$$

Donde:

$n$ : Velocidad de giro en r.p.m.

$w$ : Velocidad de giro en rad/s.

$g$ : Constante de gravedad.

$H$ : salto de agua en m.

$Q$ : Caudal en m<sup>3</sup>/s.

### 1.5.1.3 Relación entre el $N_s$ y los específicos de revoluciones en función del caudal.

Si asumimos que todas las turbinas poseen una eficiencia del 90%, se demuestra fácilmente que:

$$N_s = 2,9731 \cdot n_q \quad (1.6)$$

$$N_s = 157,281 \cdot n_{q_w} \quad (1.7)$$

$$N_s = 468,838 \cdot n'_{q_w} \quad (1.8)$$

### 1.5.2 Caudal Unitario ( $Q_{1l}$ ).

Se define como el caudal consumido por un rodete de diámetro característico de 1 metro, a plena admisión y con una altura de salto de 1 metro, matemáticamente este número se escribe de la manera siguiente:

$$Q_{1l} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{2gH}} \quad (1.9)$$

Donde:

$Q, D, H$ : Son el caudal, diámetro característico y altura de salto de una turbina semejante respectivamente.

### 1.5.3 Diámetro unitario ( $D_{1l}$ ).

Entre los rodetes de una serie de turbinas determinada siempre existe de tamaño de 1 m de salto a plena admisión que trabaja con 1 m<sup>3</sup>/s. Este diámetro así como el número específico de revoluciones  $n_q$ , pueden servir como constantes características de una serie de turbinas, la expresión matemática de este parámetro se escribe de la siguiente forma:

$$D_{1l} = \frac{D_1}{\sqrt{Q}} \quad (1.10)$$

### 1.5.4 Coeficiente de velocidad periférica ( $K_u$ ).

Se denomina al coeficiente de velocidad periférica a la relación de cualquier velocidad entre ( $\sqrt{2gH}$ ). Conocido también como coeficiente de forma, debido a que dicho coeficiente vale aproximadamente 0,47 para turbinas de carga alta como la Pelton y valores de 2,5 para turbinas de carga baja como Kaplan. Su expresión matemática es:

$$K_u = \frac{U}{\sqrt{2gH}} = \frac{1,18 \times 10^{-2} \cdot n \cdot D}{\sqrt{H}} \quad (1.11)$$

## CAPITULO II: Normalización de Turbinas Francis.

Debido a que las turbinas Francis abarcan un amplio rango del campo de caudal versus altura (Q vs. H), se recurre a la normalización de turbinas a manera de cubrir dicho campo con un numero relativamente pequeño de turbinas, ya que en caso contrario el numero de turbinas necesarias para cubrir todo el campo seria demasiado grande. Dicha normalización permite producir turbinas en serie y de esa manera se reducen los costos de producción y fabricación de las mismas.

En el presente capitulo se presentan varios métodos de normalización de turbinas Francis, haciendo énfasis en el criterio de normalización Q vs.  $H^{1/2}$ =cte.

Entre los métodos de normalización que se hará referencia en este capitulo se encuentran los siguientes:

- Según el número específico de revoluciones ( $N_s$ ) y el caudal unitario ( $Q_{11}$ ).
- Según el número específico de revoluciones ( $n_q$ ) y el diámetro unitario ( $D_{11}$ ).
- Según el criterio de  $Q/H^{1/2}$ =cte.

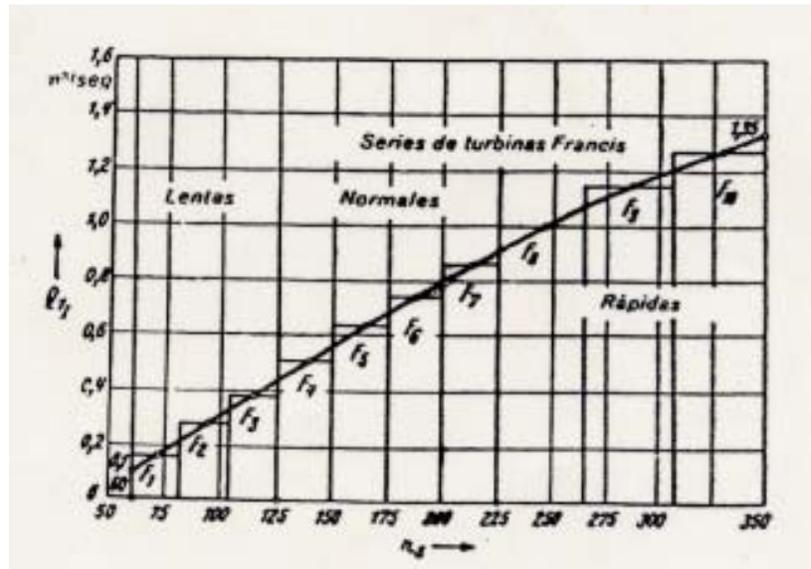


Figura 2. 1 Normalización de turbinas Francis por el criterio  $N_s$  y  $Q_{11}$ .

Ver bibliografía [17].

### 2.1 Según el número específico de revoluciones ( $N_s$ ) y el caudal unitario ( $Q_{11}$ ).

En el gráfico 2.1 se muestra un ejemplo de este criterio de normalización. En dicho gráfico se han establecido 10 series de turbinas. (ver referencia 1)

Debido a que se han establecido como valores representativos el numero especifico de revoluciones ( $N_s$ ) y el caudal unitario ( $Q_{11}$ ), en cada una de las series de turbinas se debe cumplir que tanto el numero especifico de revoluciones ( $N_s$ ) y el caudal unitario ( $Q_{11}$ ) deben permanecer constantes, por tanto se han establecido los valores medios de tales valores en cada una de las series.

Para decidir cuantas series de turbinas serán elegidas se toman en cuenta hasta donde se debe bajar la eficiencia de las turbinas en cada una de las series, por lo tanto se tiene que por mas divisiones que se tengan, mayor será la eficiencia de cada una de las series pero en consecuencia se tendrá mayor numero de formas de rodets.

### 2.1.1 Elección de una turbina normalizada según el criterio del $N_s$ y el $Q_{11}$ .

Para la elección de una turbina normalizada según este criterio se procede de la manera siguiente:

Dados una altura ( $H$ ) y un caudal máximo  $Q$  y asumiendo una eficiencia se puede calcular la potencia de la turbina mediante la ecuación siguiente:

$$P = \gamma \cdot Q \cdot H \cdot \eta \quad (2.1)$$

Donde:

$P$ : Potencia a plena carga.

$Q$ : Caudal de diseño.

$H$ : Altura neta de diseño.

$\gamma$ : Peso especifico del agua (9810 N/m<sup>3</sup>).

$\eta$ : Eficiencia de la turbina.

Luego de calcular la potencia se debe considerar si la velocidad de giro de la turbina será sincrónica o arbitraria:

- a) Si la velocidad de giro es sincrónica primero se debe asumir una velocidad de giro sincrónica y luego se calcula el numero especifico de revoluciones ( $N_s$ ) por medio de la ecuación (1.2), posteriormente se entra a la grafica (2.1) con dicho valor y se obtiene el valor de caudal unitario ( $Q_{11}$ ) correspondiente y seguidamente se calcula el diámetro característico  $D_1$  mediante la ecuación (ver referencia 1):

$$D_1 = \frac{Q^{1/2}}{H^{1/4} \cdot Q_{11}^{1/2}} \quad (2.2)$$

- b) Para velocidades de giro arbitrarias primero se elige una serie del grafico (2.1) obteniendo así un valor del  $N_s$  y de  $Q_{11}$ , luego con la ecuación 2.2 se obtiene el diámetro  $D_1$  y con la siguiente ecuación se calcula la velocidad de giro:

$$n = \frac{H^{5/4} \cdot N_s}{P^{1/2}} \quad (2.3)$$

## 2.2 Según el número específico de revoluciones ( $n_q$ ) y el diámetro unitario ( $D_{11}$ ).

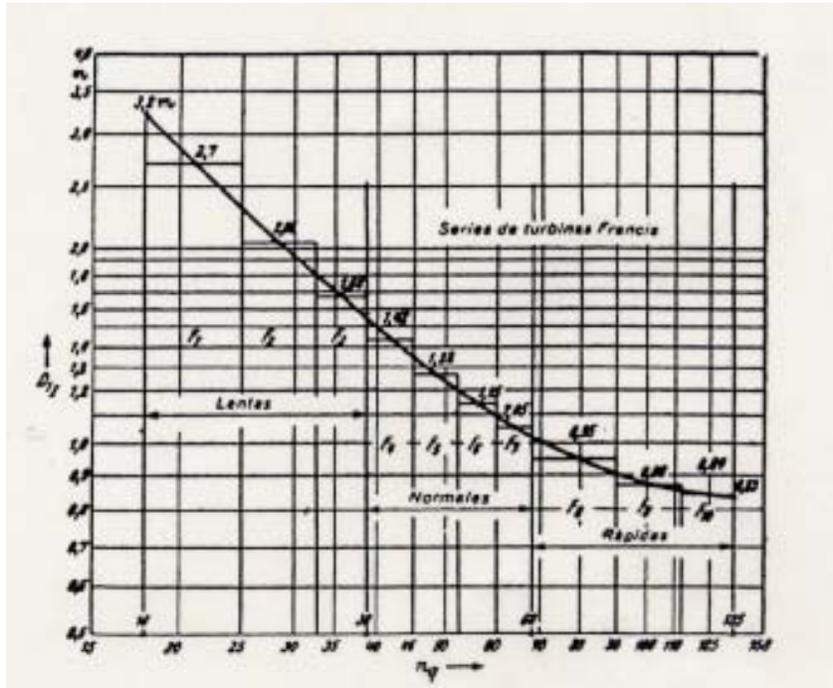


Figura 2. 2 Normalización de turbinas Francis por el criterio  $n_q$  y  $D_{11}$ .

Ver bibliografía [17].

Ya que tanto el numero específico de revoluciones  $n_q$  y el diámetro unitario son constantes características para turbinas Francis, ambos pueden ser usados para la normalización de las mismas.

En la figura (2.2) se muestra un ejemplo de este criterio de normalización, este criterio tiene la ventaja de que es independiente de la potencia y en consecuencia de la eficiencia de la turbina.

Para la selección de una turbina mediante este método se procede de la manera siguiente:

1. Se calcula el número específico de revoluciones mediante la ecuación (1.3).
2. Se debe decidir si las r.p.m. serán sincrónicas o arbitrarias.

3. Una vez decidido si la velocidad es sincrónica o arbitraria se procede igual que el criterio del  $N_s$  y  $Q_{II}$  pero se entra esta vez en la figura (2.2).

## 2.2 Normalización según el criterio $Q$ vs. $H^{1/2} = \text{cte.}$

Este criterio surge a partir de la definición del número específico de revoluciones en cualquiera de sus formas, en este caso se hará el desarrollo para el  $n_q$ , y al final de esta sección se escribirán las ecuaciones para las demás formas de este parámetro. Partiendo de la definición del número específico de revoluciones  $n_q$ .

$$n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}} \quad (2.4)$$

y del coeficiente de velocidad periférica que permite despejar la velocidad de rotación ( $n$ ) de la siguiente forma:

$$n = \frac{K\sqrt{H}}{D_3} \quad (2.5)$$

Donde

$K=84,5 \cdot K_u$ .

$K_u$ : Coeficiente de velocidad periférica (ver Capítulo I)

$D_3$ : Diámetro de descarga del rodete.

$n$ : velocidad de rotación de la turbina en r.p.m.

Sustituyendo (2.5) en (2.4) se tiene que:

$$n_q = \left( \frac{K}{D_3} \right) \cdot \left( \frac{Q}{H^{1/2}} \right)^{1/2} \quad (2.6)$$

Realizando todo el procedimiento anterior pero partiendo de las definiciones del  $n_{qw}$  y del  $n'_{qw}$  se obtienen las siguientes ecuaciones en función de dichos parámetros:

$$n_{qw} = \left( \frac{\pi \cdot K}{30 \cdot g^{3/4} \cdot D_3} \right) \cdot \left( \frac{Q}{H} \right)^{1/2} \quad (2.6.a)$$

$$n'_{qw} = \left( \frac{(2^{1/2} \cdot \pi)^{1/2} \cdot K}{60 \cdot D_3 \cdot g^{3/4}} \right) \cdot \left( \frac{Q}{H^{1/2}} \right)^{1/2} \quad (2.6.b)$$

De la ecuación (2.6) y por consiguiente también las ecuaciones (2.6.a) y (2.6.b), se puede deducir que al fijar un valor del diámetro de descarga del rodete y eficiencia para un par de valores de caudal y altura, se está definiendo un número de revoluciones específicas que corresponde a las dimensiones de una turbina dada.

Por tal motivo se puede concluir que la turbina estará en condiciones de operar en todas las condiciones de caudal y altura que cumpla con la siguiente relación:

$$\frac{Q}{H^{1/2}} = \left( \frac{n_q \cdot D_3}{84,5 \cdot K_u} \right)^2 = Ctte \quad (2.7)$$

Si se sustituye el valor de  $K_u$  por la formula del profesor Stefan Zarea para el valor de  $K_{umaximo}$  (ver Capitulo III) resulta:

$$\frac{Q}{H^{1/2}} = \left( \frac{n_q \cdot D_3}{84,5 \cdot 0,068 \cdot n_q^{0,5}} \right)^2 = Ctte \quad (2.7.a)$$

Como se observa la ecuación anterior no es mas que el despeje de la relación caudal versus altura de la ecuación (2.6), por lo tanto si se quiere hallar dicha relación en función de las otros dos formas del numero especifico de revoluciones ( $n_{qw}$  y  $n_{q'w}$ ) solo se despeja tal relación de las ecuaciones (2.6.a) ó (2.6.b) según sea la necesidad.

La ecuación (2.7) al ser dependiente del diámetro de descarga del rodete, se podrá delimitar el campo  $Q$  vs.  $H$  para un diámetro  $D_3$ , a continuación se explicará el procedimiento para tal fin.

### 2.3.1 Selección del diámetro característico según la serie R20.

Las series de números normales o series de Renard, son progresiones geométricas cuyas razones son:  $10^{1/5}$ ,  $10^{1/10}$ ,  $10^{1/20}$ ,  $10^{1/40}$  y  $10^{1/80}$ ; a estas series se le designan abreviadamente R5, R10, R20, R40 y R80. A sugerencia del Prof. Stefan Zarea, para fijar los valores de los diámetros de descarga del rodete se usará la serie R20 de los números normales, ya que esta serie proporciona un número adecuado de valores para el diámetro de manera de poder cubrir todo ó gran mayoría del campo  $Q$  vs.  $H$ .

En la siguiente tabla se presentan los valores del diámetro de descarga del rodete seleccionados en base a la serie R20. (la serie R20 base tiene los mismos valores que los diámetros seleccionados del 1,00 hasta 9,00).

**Taba 2. 1 Valores de  $D_3$  según la serie R20 de los números normales.**

Diámetros de descarga del rodete seleccionados (m)						
0,18	0,20	0,224	0,25	0,28	0,315	0,355
0,40	0,45	0,50	0,56	0,63	0,71	0,80
0,90	1,00	1,12	1,25	1,40	1,60	1,80
2,00	2,24	2,50	2,80	3,15	3,55	4,00
4,50	5,00	5,60	6,30	7,10	8,00	9,00

### 2.3.2 Delimitación del campo Q vs. H para un $D_3$ fijo.

En base a resultados experimentales y estadísticos, el Prof. Stefan Zarea, en estudios previos, ha comprobado que una turbina Francis puede operar, con buena eficiencia, en un rango de altura de un 25% por arriba y un 35% por debajo de la altura neta de diseño, por lo tanto se cumple la siguiente relación:

$$\frac{H_{m\acute{a}x}}{H_{m\acute{i}n}} = \frac{1,25.H}{0,65.H} = 1,92 \quad (2.8)$$

En los trabajos especiales de grado [5], [8] guiados por el Prof. Stefan Zarea se ha desarrollado una metodología de delimitación del campo de utilización de turbinas Francis normalizadas utilizando la ecuación que relaciona el numero específico de revoluciones con la altura desarrollada por Siervo y Leva, tanto para la altura máxima como para la mínima, y realizando dicho cociente se tiene que:

$$\frac{n_{q1}}{n_{q2}} = \left( \frac{K.H_{m\acute{a}x}}{K.H_{m\acute{i}n}} \right)^{-0,625} = 0,66 \quad (2.9)$$

Ya una vez fijado el diámetro  $D_3$  y el numero específico de revoluciones, valor al cuál llamaremos  $n_{q1}$ , se procede a calcular la relación  $Q/H^{1/2}$  con (2.7).

$$\frac{Q}{H^{1/2}} = Ctte_1$$

Luego con (2.9) se calcula el otro valor del número específico de revoluciones, para luego nuevamente con la ecuación (2.7) se procede a calcular la nueva relación:

$$\frac{Q}{H^{1/2}} = Ctte_2$$

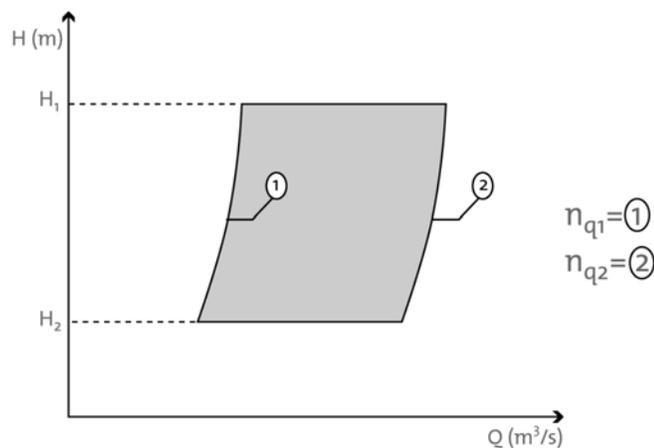


Figura 2. 3 Delimitación del campo Q vs. H bajo el criterio  $Q/H^{1/2}=Ctte$ .

Con estas dos relaciones se puede dibujar el campo de aplicación de esta turbina que operará entre esos dos valores de  $n_q$ , faltando solamente la altura máxima y mínima

en donde operará dicha turbina. Para obtener dichos valores de alturas se recurre nuevamente a las ecuaciones de Siervo y Leva.

$$H_{\min} = \left( \frac{995,840}{n_{q2}} \right)^{1,6}$$

Nótese que esta manera ya queda cubierto el campo de aplicación para una turbina Francis para un diámetro de descarga fijo que opere entre dos valores de  $n_q$ , por lo tanto falta saber las demás turbinas que pueden operar en los otros campo (demás valores de  $n_q$ ) que estén dentro del campo de aplicación de las turbinas Francis, para eso se usará la ecuación (2.9) y se dividirá todo el campo Q vs. H para todos los posibles valores de  $n_q$ . En la siguiente tabla se presentan tales valores del número específico de revoluciones.

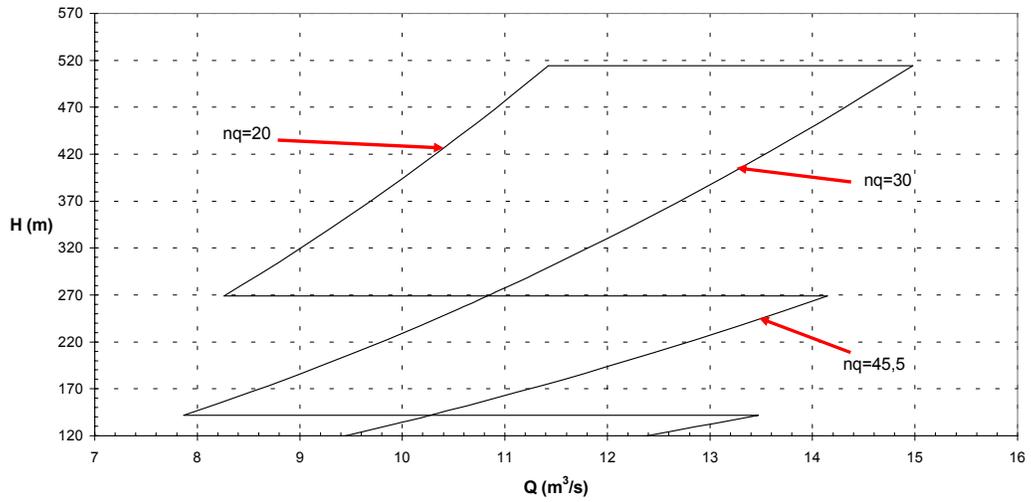
**Taba 2. 2 Rangos de  $n_q$  necesarios para cubrir el campo Q vs. H**

Numero específico de Rev.	Rango					
$n_q$	20	30	45,5	68,2	102,3	150
$n_{qw}$	0,38	0,57	0,855	1,275	1,9125	2,8
$n_{q'w}$	0,12	0,18	0,27	0,41	0,64	0,96

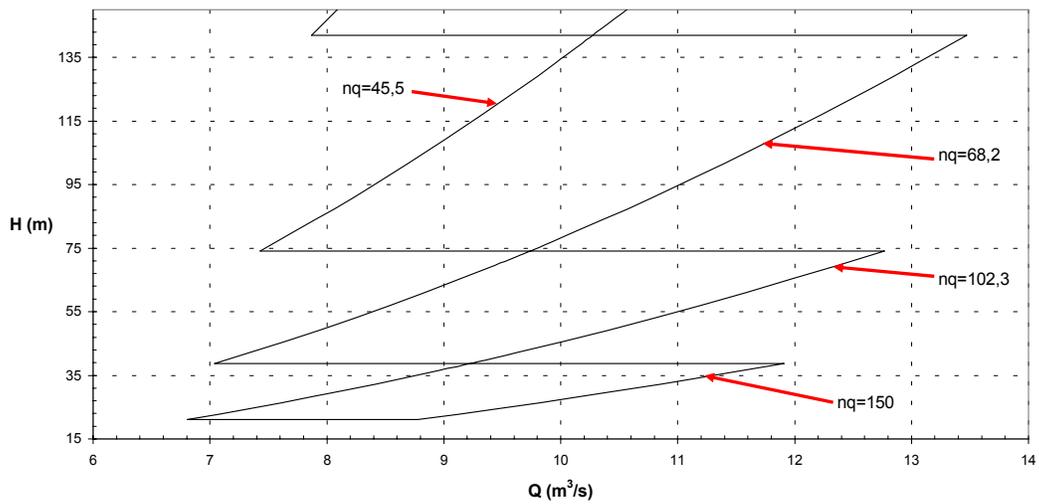
En los gráficos (2.1.a) al (2.35.b) se presenta la delimitación del campo Q vs. H para turbinas normalizadas según el criterio de  $Q/H^{1/2}=cte$ , usando para ello las formulas de dimensionamiento medio del Prof. Stefan Zarea, para un diámetro de descarga de rodete fijo de 1,00 m, seleccionado según la serie R20 de los números normales (series de Renard), teniendo 5 turbinas normalizadas para valor de diámetro de rodete, lo cuál da un numero relativamente pequeño de turbinas para cubrir todo el campo, influyendo satisfactoriamente en la producción turbinas en serie, en donde el costo de las mismas será menor. Sin embargo en los gráficos (2.36), se nota claramente que los diámetros de descarga seleccionados cubren todo el campo Q vs. H excepto en algunas zonas de la ultima serie de turbinas. Para cubrir estas zonas se debe crear series de turbinas con los valores proporcionadas por las formulas de dimensionamiento del Prof. Stefan Zarea para el coeficiente de velocidad periférica ( $K_u$ ) máximo o mínimo, según sea el requerimiento (gráfica 2.36.I).

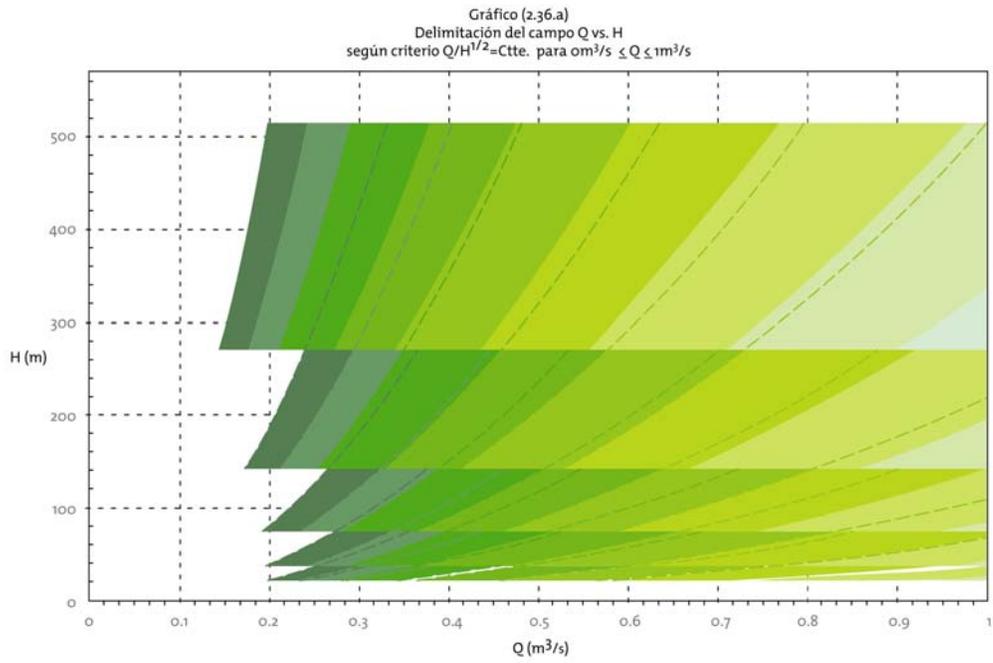
A continuación se presentará un ejemplo de una normalización de turbinas por este criterio para un diámetro de 1,00 m.

**Gráfico 2.16.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120\text{ m} \leq H \leq 570\text{ m}$  y  $D_3=1,00\text{m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.16.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15\text{ m} \leq H \leq 150\text{ m}$  y  $D_3=1,00\text{m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**





**Gráfico 2.36.i**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $100m \leq H \leq 570m$  y  $D3=1,00m$**   
**Comparación de métodos de dimensionamiento**  
**Siervo y Leva y Zarea**

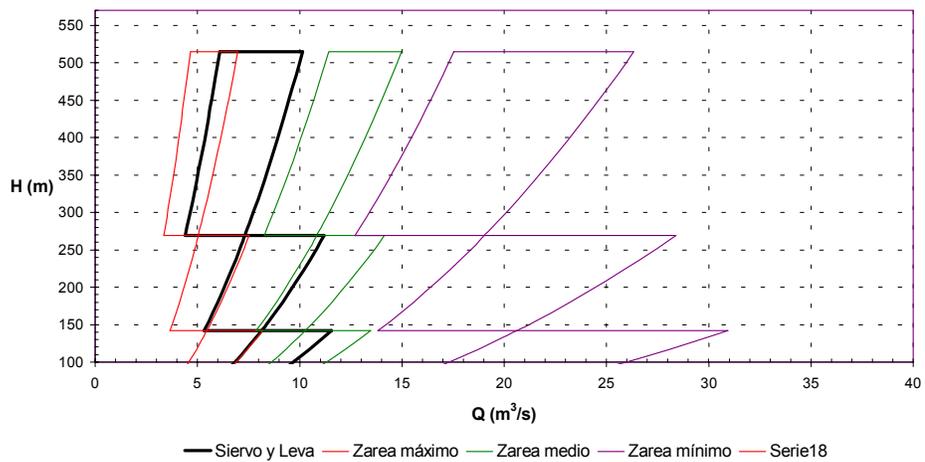
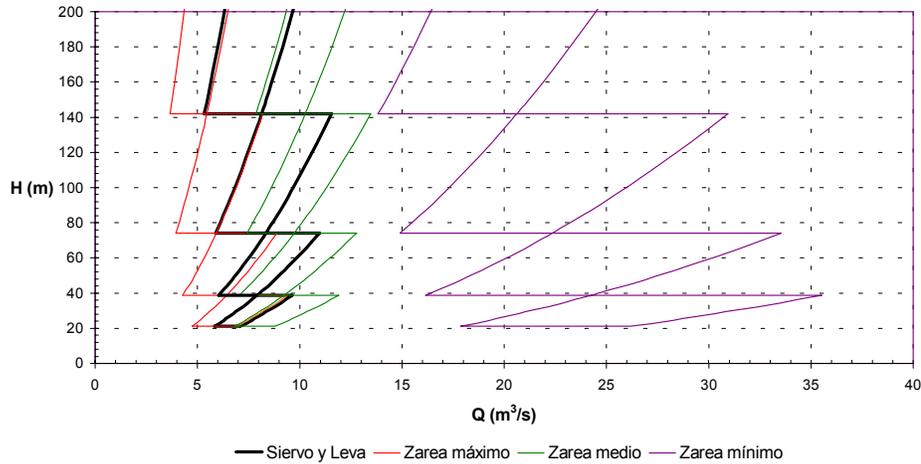


Gráfico 2.36.j  
 Delimitación del campo Q vs. H  
 Para  $0m \leq H \leq 200m$  y  $D3=1,00m$   
 Comparación de métodos de dimensionamiento  
 Siervo y Leva y Zarea



### 2.3.3 Delimitación del campo Q vs. H para frecuencias de 50 y 60 Hz.

Generalmente las turbinas hidráulicas se emplean para mover generadores eléctricos sincrónicos, a los que se acoplan rígidamente sobre un mismo eje. La velocidad de giro es determinada por las condiciones hidráulicas, de acuerdo con la carga y el caudal, pero es preciso hacer el reajuste final teniendo en cuenta ciertas condiciones eléctricas. El generador sincrónico es una máquina de corriente alterna excitada por corriente directa, existiendo una relación entre la frecuencia de la corriente y la velocidad de giro de la máquina, que da el número de pares de polos del generador, tal relación viene dada por la siguiente expresión:

$$n = \frac{60 \cdot f}{p} \quad (2.10)$$

Donde:

$n$ : Revoluciones a la que gira la turbina (r.p.m).

$p$ : Pares de polos del generador.

$f$ : Frecuencia de la corriente (Hz).

El número de pares de polos suele variar de 1 a 48 (2 a 96 polos), siendo 3600 r.p.m. la máxima velocidad de giro. Las turbinas hidráulicas giran a velocidades más bajas, variando entre 72 y 600 r.p.m. aproximadamente para máquinas modernas.

Los números de pares de polos seleccionados son los siguientes:

De 1 a 10 con incrementos de 1.

De 10 a 32 con incrementos de 2.

De 32 a 48 con incrementos de 4.

De lo antes dicho y junto con la ecuación (2.10) se obtienen todas las posibles velocidades a la que pueden girar las turbinas normalizadas, tales resultados se presentan en la tabla siguiente tanto para 50 y 60 Hz de frecuencia.

**Tabla 2. 3 Velocidades de giro sincrónicas.**

Numero de pares de polos	Velocidad de giro (r.p.m.)	
	50 Hz	60 Hz
1	3000	3600
2	1500	1800
3	1000	1200
4	750	900
5	600	720
6	500	600
7	428,57	514,29
8	375	450
9	333,33	400
10	300	360
12	250	300
14	214,29	257,14
16	187,5	225
18	166,67	200
20	150	180
22	136,36	163,64
24	125	150
26	115,38	138,46
28	107,14	128,57
30	100	120
32	93,75	112,5
36	83,33	100
40	75	90
44	68,18	81,82
48	62,50	75

### 2.3.4 Campo Q vs. H para velocidades sincrónicas.

Para hallar el campo para este tipo de turbinas se parte de la definición del número específico de revoluciones (ecuación 1.3), y además recordando la relación que existe entre el número específico de revoluciones y la altura proporcionada por Siervo y Leva, donde:

$$n_q = K \cdot H^{-0,625} \quad (2.11)$$

Combinando ahora la ecuación anterior con la definición del número específico de revoluciones ( $n_q$ ), la relación caudal versus altura teniendo como parámetro la velocidad de giro será:

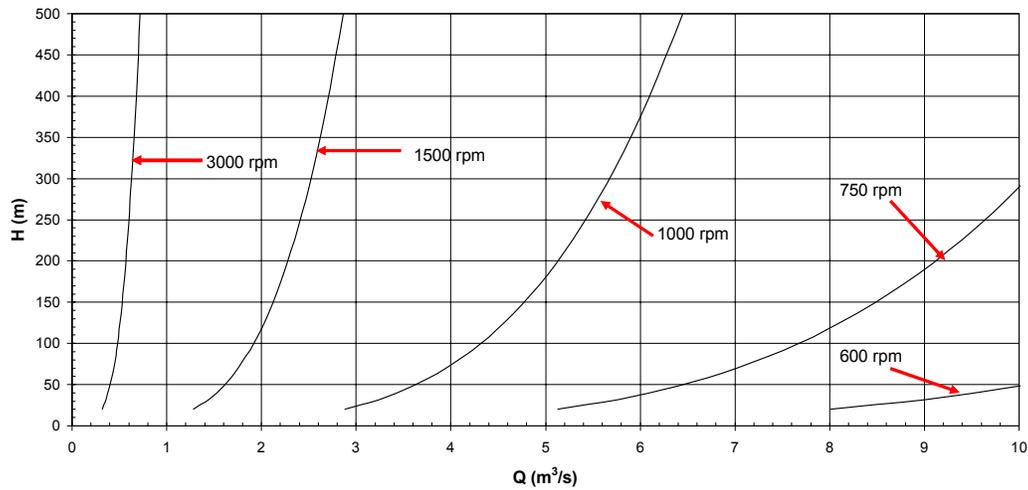
$$H = \left( \frac{n}{K} \right)^8 \cdot Q^4 \quad (2.12)$$

La constante que aparece en la ecuación anterior varia según Siervo y Leva entre 995,8402 y 1167,815, para este caso se usará el valor de 1167,815 ya que este valor representa el valor para las turbinas construidas más recientemente, por lo tanto la ecuación (2.12) queda como:

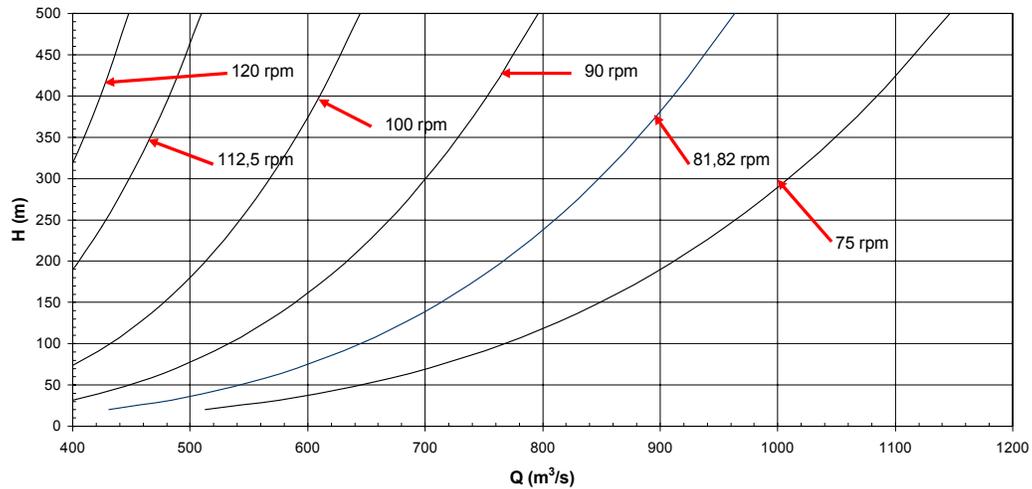
$$H = \left( \frac{n}{1167,815} \right)^8 \cdot Q^4 \quad (2.13)$$

Como se puede ver el campo Q vs. H está definida por la velocidad de giro de la turbina (r.p.m.), por lo tanto se define el campo manteniendo las r.p.m. constante según la tabla tanto para las frecuencias de 50 y 60 Hz, y se tomará 500m como el valor limite para la altura debido que hasta ese valor es que una turbina Francis puede operar satisfactoriamente.

**Gráfico 2.37.a**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (50 Hz)**  
**para  $0 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 10 \text{ m}^3/\text{s}$**



**Gráfico 2.38.f**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (60 Hz)**  
**para  $400 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 1200 \text{ m}^3/\text{s}$**



## 2.4 Análisis de resultados.

En las gráficas (2.37.a) a la (2.38.f) se representan el dominio para 50 Hz y 60 Hz respectivamente.

En los gráficos antes mencionados se observa que al momento de seleccionar la velocidad de rotación de la turbina normalizada, es mas conveniente escoger el valor de las r.p.m. a la derecha del punto de operación por razones de Cavitación, ya que al movernos de izquierda a derecha la altura de colocación disminuye, influyendo esto de manera importante para la presencia de la Cavitación., (ver Referencia 2).

## **CAPITULO III: Dimensionamiento de turbinas Francis con métodos estadísticos.**

En los últimos años se ha venido trabajando en métodos alternativos de diseño en turbinas Francis, tomando como referencia la información suministrada por otras turbinas instaladas alrededor del mundo.

Entre los diversos trabajos de investigación que han sido realizados con este objetivo y serán mencionados en este trabajo se encuentran los siguientes.

- a) Método de dimensionamiento de Siervo y Leva.
- b) Método de dimensionamiento del Profesor Stefan Zarea.

### **3.1 Método de dimensionamiento de Siervo y Leva.**

Este método fue desarrollado por dos investigadores, cuyos nombres son F de Siervo y F de Leva, razón por la cuál este método lleva sus nombres.

Este método de dimensionamiento de turbinas se efectuó recopilando información entre los años 1960-1975 de turbinas Francis instaladas alrededor de todo el mundo, haciendo énfasis en las turbinas de grandes centrales hidroeléctricas debido al incremento de la demanda en la generación de potencia.

Tal dimensionamiento consiste en una vez obtenida toda la información sobre los órganos principales de las turbinas ya instaladas en ese periodo se realiza una regresión de mínimos cuadrados relacionando una dimensión de la turbina con el diámetro de descarga del rodete y el numero específico de revoluciones ( $N_s$ ).

#### **3.1.1 Determinación del número específico de revoluciones.**

Esta metodología de cálculo propone que el número específico de revoluciones ( $N_s$ ), viene dado por la expresión siguiente:

$$N_s = 3470 \cdot H^{-0,625} \quad (3.1)$$

Donde:

$N_s$ : Numero específico de revoluciones.

$H$ : Altura de diseño (m).

### 3.1.2 Velocidad de embalamiento.

Para el cálculo de la frecuencia de rotación de embalamiento a una velocidad de rotación ya definida ( $n$ ), necesaria para definir el diseño del generador eléctrico, Siervo y Leva recomiendan el uso de la siguiente expresión:

$$\frac{n_f}{n} = 1,52 + 1,52 \times 10^{-3} \cdot Ns \quad (3.2)$$

Donde:

$n_f$ : Velocidad de empalamiento (r.p.m.).

$n$ : Velocidad de rotación de la turbina (r.p.m.)

### 3.1.3 Altura de Aspiración.

El coeficiente de Thoma se puede escribir en función del número específico de revoluciones en cualquiera de sus formas, según Siervo y Leva se tiene que para turbinas Francis la ecuación tiene la siguiente forma:

$$\sigma = 3,501 \times 10^{-4} \cdot n_q^{1,41} \quad (3.3)$$

Donde:

$\sigma$ : Coeficiente de Thoma.

### 3.2 Método de dimensionamiento del Prof. Stefan Zarea.

En esta metodología de dimensionamiento parte del mismo principio que el método propuesto por Siervo y Leva pero tiene las siguientes diferencias:

- a) La forma de la regresión es única y es representada por una función monómica.

$$y = a \cdot X^b \quad (3.4)$$

Donde:

$y$ : Variable dependiente (dimensión de cualquier órgano principal).

$X$ : Variable independiente (numero específico de revoluciones).

$a, b$ : Constantes halladas por la aproximación de mínimos cuadrados.

Para obtener mayor información sobre este método de dimensionamiento se recomienda ver referencia (2).

Se tienen tres distintas curvas para cada dimensión, un valor máximo, uno mínimo y uno medio.

### 3.3 Relaciones estadísticas para el dimensionamiento de los órganos principales de las turbinas Francis.

Tanto en el trabajo de Siervo y Leva (ver referencia 3) como trabajos guiados anteriormente por el Prof. Stefan Zarea (ver referencias 2 y 4), se relacionaron las dimensiones de los órganos principales de las turbinas mediante regresiones de mínimos cuadrados, los órganos que fueron tomados en cuenta son los siguientes:

- b) Rodete de la turbina (figura 3.1).

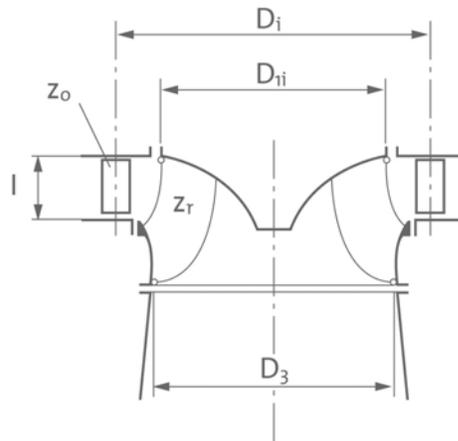


Figura 3. 1 Dimensiones principales del rodete.

Ver bibliografía [8].

- c) Caja espiral (figura 3.2).

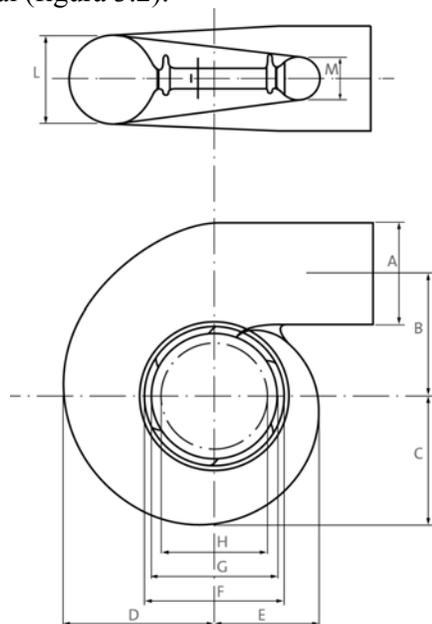


Figura 3. 2 Dimensiones principales de la caja espiral.

Ver bibliografía [8].

d) Tubo de aspiración (figura 3.3).

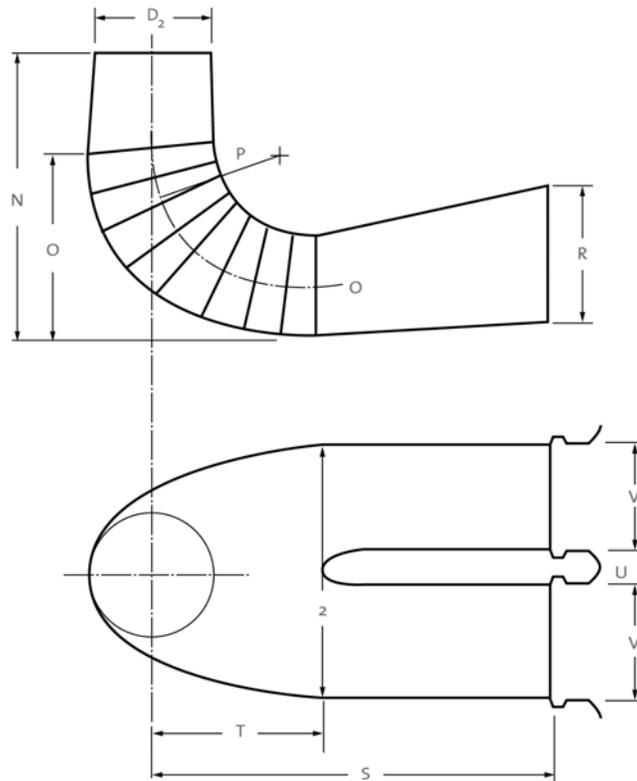


Figura 3. 3 Dimensiones principales del tubo de aspiración.

Ver bibliografía [8].

En trabajos anteriores se relacionan todas las dimensiones con el número específico de revoluciones  $Ns$ . Desde hace algún tiempo el número específico de revoluciones  $Ns$  ha quedado en desuso, siendo sustituido por los números específicos de revoluciones ( $n_q$ ,  $n_{qw}$  y  $n'_{qw}$ ), razón por la cuál en este trabajo se presentarán las formulas de dimensionamiento en función de los parámetros antes mencionados, para tal fin se procede a realizar un cambio de variable usando las relaciones (1.6), (1.7) y (1.8) según sea el caso. En los cambios de variables solo se ve afectado uno de los 2 coeficientes dependiendo del tipo de curva de ajuste que se halla usado, por ejemplo si el tipo de curva es el siguiente:

$$Y = aX^b \quad (3.4)$$

El único valor que cambia es ( $a$ ), donde  $a$  y  $b$  son coeficientes de la regresión y “ $X$ ” e “ $Y$ ” son las variables independiente y dependiente respectivamente, esto ocurre ya que la relación entre los números específicos de revoluciones son lineales.

En la tablas (3.1) a la (3.7) se presentan las formulas modificadas.

Tabla 3. 1 Coeficientes de las formulas de Siervo y Leva .

$$Y = \frac{1}{a + b \cdot X}$$

Dimensión (Y)	$X = nq_w$		$X = n'q_w$		$X = nq$	
	A	B	a	b	a	b
$D_2/D_3$	0,96	0,0597	0,96	0,1781	0,96	0,0011
$H_2/D_3$	3,16	0,2670	3,16	-0,6094	3,16	-0,0038
$S/D_3$	-9,28	39,3202	-9,28	117,210	-9,28	0,7428

Tabla 3. 2 Coeficientes del método de dimensionamiento del Prof. Stefan Zarea.

$$Y = a \cdot X^b$$

Dimensión (Y)	$X = nq$					
	Máximo		Medio		Mínimo	
	a	a	a	b	a	b
$D_1/D_3$	12,5491	-0,6	10,0212	-0,5714	8,9264	-0,5714
$D_2/D_3$	1,2991	-0,0625	1,2602	-0,0666	1,2551	-0,0769
$H_1/D_3$	0,0777	0,2	0,0370	0,3333	0,0099	0,2
$H_2/D_3$	11,5131	-0,9	18,3625	-1,1111	17,3613	-1,2
$H_3/D_3$	0,2787	0,1	0,2315	0,1	0,1785	0,1
$A/D_3$	0,8270	0,1	0,6437	0,125	0,6840	0,25
$B/D_3$	4,4747	-0,25	3,5834	-0,2222	3,1402	-0,2222
$C/D_3$	4,1229	-0,2	3,7216	-0,2	3,3940	-0,2
$D/D_3$	4,5844	-0,2	3,5695	-0,1666	2,8844	-0,1428
$E/D_3$	5,1282	-0,2857	4,7868	-0,3	4,2917	-0,3
$F/D_3$	13,0224	-0,4444	8,2132	-0,375	8,7841	-0,4285
$G/D_3$	8,7846	-0,4	6,8045	-0,375	4,4686	-0,3
$H/D_3$	7,6571	-0,4	5,0186	-0,3333	4,4095	-0,3333
$I/D_3$	0,0470	0,4285	0,0214	0,5714	0,0056	0,8333
$L/D_3$	0,7912	0,0714	0,6523	0,1	0,6021	0,1
$M/D_3$	0,8629	-0,0588	0,5952	-0,0034	0,6252	-0,0357
$N/D_3$	16,6181	-0,375	15,8331	-0,4285	11,2759	-0,5714
$O/D_3$	12,9424	-0,4444	13,2732	-0,5	16,9605	-0,625
$P/D_3$	2,1181	-0,1	1,8831	-0,1	1,6493	-0,1
$Q/D_3$	1,7764	-0,1666	1,6568	-0,2	1,6147	-0,25
$R/D_3$	3,3360	-0,1666	2,9758	-0,2	3,0161	-0,25
$S/D_3$	43,2130	-0,4444	17,3409	-0,2857	9,5433	-0,2
$T/D_3$	1,7424	0,0119	1,3994	0,0235	1,1829	0,0125
$U/D_3$	1,9128	-0,3333	1,6418	-0,375	1,4108	-0,4285
$V/D_3$	4,2706	-0,2222	3,5680	-0,2222	2,3352	-0,1666
$Z/D_3$	4,1326	-0,0714	3,8116	-0,0714	3,6081	-0,0714
$n_f/D_3$	1,1040	0,1428	0,9280	0,1666	0,8560	0,1666
$K_v/D_3$	0,1172	0,5	0,0603	0,5	0,0454	0,6666
$V/D_3$	72,2307	-0,4444	53,1398	-0,4444	33,2092	-0,375
$V_f/D_3$	24,3082	-0,1428	18,5735	-0,1428	13,3267	-0,1428

### 3.3.1 Actualización de los distintos métodos de dimensionamiento.

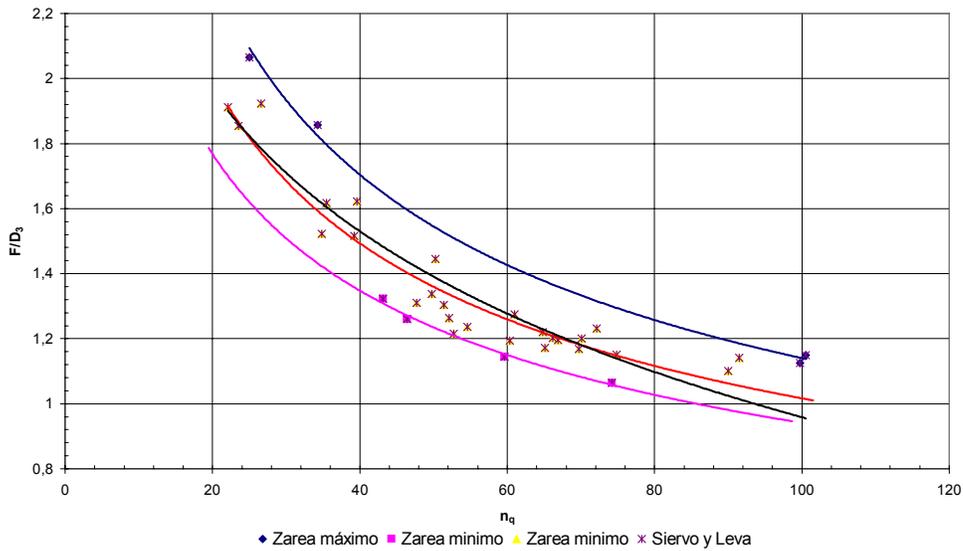
Para este trabajo se realizo los mismos procedimientos descritos anteriormente pero con datos actualizados. En este caso debido a la imposibilidad de conseguir datos

de todas las dimensiones de la caja espiral solo se actualizarán las dimensiones ( $I$  “y”  $F$ ), ver figura 3.2.

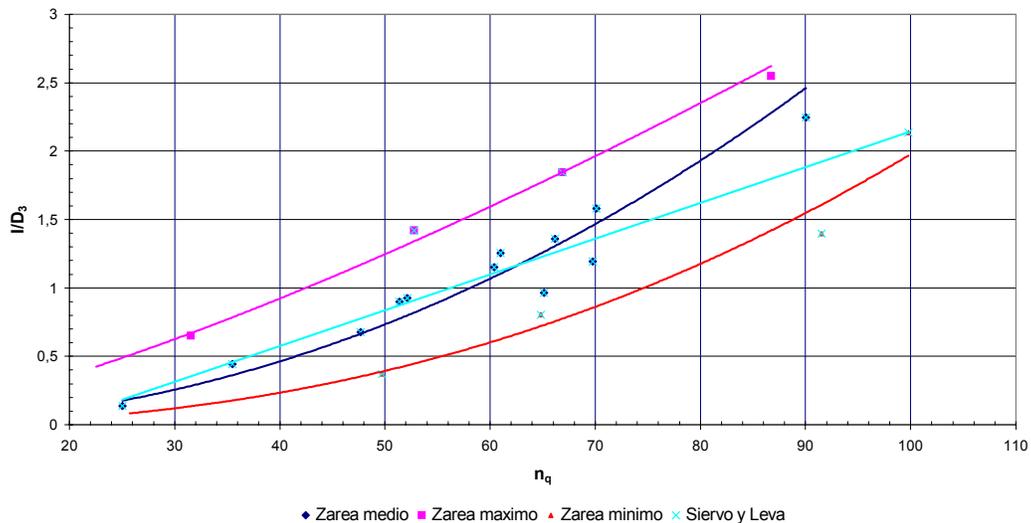
Los datos necesarios para realizar la regresión de mínimos cuadrados fueron extraídos de las referencias (5) y (6).

A continuación se presentan los resultados de dichas regresiones y de manera ilustrada se muestran en las graficas (3.1) y (3.2).

**Gráfico 3.1**  
Dimensiones principales de la caja espiral  
Diámetro del predistribuidor adimensional ( $F/D_3$ )



**Gráfico 3.2**  
Dimensiones principales de la caja espiral  
Ancho del Predistribuidor adimensional ( $I/D_3$ )



En las gráficas (3.2) y (3.3) se presentan los resultados de las regresiones para las dimensiones “*F*” e “*P*” respectivamente, en dichas graficas se observa la gran dispersión que existe entre los datos, lo cual se traduce en el factor de correlación ( $R^2$ ) que se presentan en las tablas (3.8) y (3.9), lo cual muestra que el método de dimensionamiento mas adecuado es el del Prof. Stefan Zarea, ya que en dicho método se trabaja dentro de un rango de valores y no con un valor único.

### 3.3.2 Comparación de los distintos métodos de dimensionamiento en base a métodos estadísticos.

Entre las ventajas y desventajas de los dos métodos de dimensionamiento en base a métodos estadísticos estudiados en este trabajo se enumeran las siguientes:

**Tabla 3.3 Ventajas y desventajas entre los métodos de dimensionamiento.**

Método	Ventajas	Desventajas
Siervo y Leva	-Al poseer distintas regresiones (lineal, exponencial, potencial, etc.) se puede ajustar la curva al tipo de regresión que mejor se ajuste a la distribución de los datos.	-Posee diferentes tipos de regresión por el método de los mínimos cuadrados. -Al realizar una sola regresión para cada dimensión o variable el coeficiente de correlación es menor y en consecuencia no todos los datos se ajustan a la regresión
Zarea	-Se tienen rangos de trabajos para cada una de las variables ó dimensiones que cubre este método. -Posee un solo tipo de forma de regresión monómica.	-No siempre la regresión monómica se ajusta perfectamente bien a la distribución de los datos. -Los coeficientes de correlación no son del todo representativos , ya que para obtener los valores máximos y mínimos de cada variables se tuvo que excluir dichos valores de los valores medios

### 3.4 Método Geométrico del Prof. Stefan Zarea.

Para el cálculo de las secciones de la caja espiral se usará el método propuesto por el profesor Stefan Zarea llamado “Método geométrico” (ver figura 3.4).

Dicho método se basa en las siguientes suposiciones:

- La caja espiral sigue la forma de una de las siguientes espirales:

- a) Espiral logarítmica:

$$Rc_{\theta} = K \cdot e^{-c \cdot \theta} \quad (3.5)$$

- b) Espiral de Arquímedes:

$$Rc_{\theta} = K + C \cdot \theta \quad (3.6)$$

c) Espiral Hiperbólica:

$$Rc_{\theta} = \frac{C}{\theta + K} \quad (3.7)$$

d) Espiral de Galileo:

$$Rc_{\theta} = K + C \cdot \theta^2 \quad (3.8)$$

e) Espiral de Fermat:

$$Rc_{\theta} = K + C \cdot \sqrt{\theta} \quad (3.9)$$

f) Espiral Polinómica:

$$Rc_{\theta} = C_n \cdot \theta^n + C_{n-1} \cdot \theta^{n-1} + \dots + C_1 \cdot \theta + K \quad (3.10)$$

Donde:

$Rc_{\theta}$  = radio de la espiral en el centro de la sección  $\theta$ .

$K, C, C_n, C_{n-1}, \dots, C_1$  = constantes.

$\theta$  = ángulo de la espiral expresado en radianes.

- Las secciones de la caja espiral son circulares.
- Los centros de las secciones de la caja espiral están ubicados sobre la espiral.
- La caja espiral recorre un ángulo de 360° medidos a partir de la sección de entrada.
- La distribución de caudal a la entrada al rodete se supone uniforme.

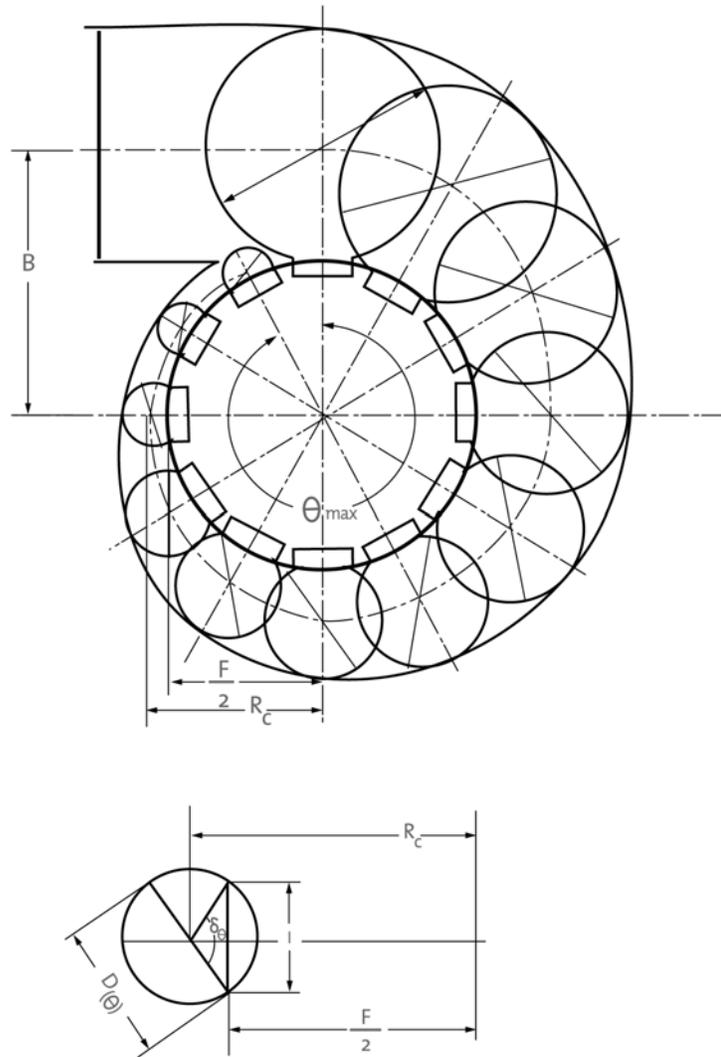
$$Q_{\theta} = \left(1 - \frac{\theta}{360}\right) \cdot Q_t \quad (3.11)$$

Donde:

$Q_{\theta}$  = caudal en la sección  $\theta$ .

$Q_t$  = caudal en la sección de entrada de la caja espiral.

$\theta$  = ángulo de posición de cada sección medido a partir de la sección de entrada, expresado en grados.



**Figura 3. 4 Sección de la caja espiral.**

Ver bibliografía [8].

De la figura 3.4 mediante el teorema de Pitágoras se derivan las siguientes:

$$\rho_\theta = \sqrt{\left(\frac{I}{2}\right)^2 + (Rc_\theta - Ri)^2} \quad (3.12)$$

Donde:

$$Ri = F/2$$

$\rho_\theta$  = radio de la sección  $\rho_\theta = 2 \cdot D_\theta$ .

$D_\theta$ : Diámetro de sección.

$$\delta_\theta = 2 \cdot a \cos\left(\frac{Rc_\theta - F/2}{\rho_\theta}\right) \quad (3.13)$$

Donde:

$\delta_\theta$  = ángulo de la sección truncada en la sección  $\theta$ .

Aplicando la definición de caudal a cualquier sección se tiene:

$$Q = V \cdot A \quad (3.14)$$

Usando la ecuación anterior junto con la ecuación (3.10) queda:

$$V_\theta \cdot A_\theta = \left(1 - \frac{\theta}{360}\right) \cdot V_e \cdot A_e \quad (3.15)$$

Debido que en la sección  $\theta$  está truncada el área de dicha sección es igual a:

$$A_\theta = \pi \cdot \rho_\theta^2 - \frac{\pi \cdot \rho_\theta^2}{2} \cdot [\delta_\theta - \text{sen}(\delta_\theta)] \quad (3.16)$$

Con la ecuación (3.15) sustituida en (3.16) y ordenando se obtiene la siguiente expresión para el cálculo del radio de sección:

$$\rho_\theta = \sqrt{\left\{ \frac{A_e \cdot \left(1 - \frac{\theta}{360}\right)}{EX \cdot \pi \cdot [1 - 1/2(\delta_\theta - \text{sen}(\delta_\theta))]} \right\}} \quad (3.17)$$

Donde:

$EX$ : Relación de Velocidades de la sección  $\theta$  y la sección de entrada

$$EX = \frac{V_\theta}{V_e}$$

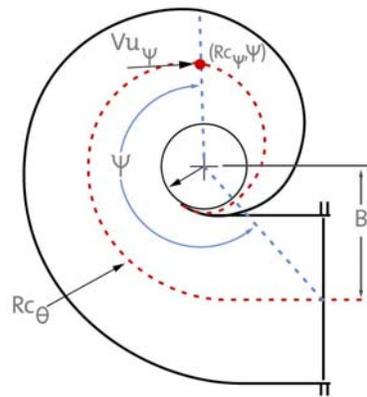
### 3.4.1 Condiciones de Borde.

De acuerdo a las ecuaciones (3.5) a la (3.10) se deben hallar 2 constantes que aparecen en las ecuaciones antes mencionadas, excepto para el caso de la espiral Polinómica, caso que será explicado más adelante. Para ello se impondrán dos condiciones de borde en algún punto dentro de la caja espiral. Debido a que las ecuaciones mencionadas describen solo la trayectoria de los centros de las secciones (radio de la espiral), es en ese punto en donde se evaluarán las condiciones de borde.

La primera condición de borde se evaluará en la sección de entrada ( $\theta=0$ ), en donde el radio de la espiral es igual a la dimensión B (distancia entre el centro de la turbina hasta el centro de la sección de entrada según los métodos de dimensionamiento con métodos estadísticos).

La segunda condición de borde consiste en imponer una relación de velocidades para una posición angular determinada, usando para ello la ecuación (3.17). Según

recomendaciones del Prof. Stefan Zarea la relación de velocidades ( $EX$ ) puede variar entre 0,8 a 1,2 para ángulos ( $\psi$ ) comprendidos entre 270 a 340 grados (ver figura 3.5).



**Figura 3. 5 Condiciones de borde para el método geométrico del Prof. Stefan Zarea.**

Donde:

$$EX = \frac{Vu_{\psi}}{V_e}$$

### 3.4.2 Metodología de cálculo para las dimensiones de la caja espiral.

Una vez seleccionadas las condiciones de borde, la primera se evalúa en la entrada de la caja espiral:

$$Rc_{\theta}(0) = B^*$$

Donde:

$B$ : distancia entre el eje del rodete al centro de la sección de entrada según método de dimensionamiento de siervo y Leva o del Prof. Stefan Zarea.

Para usar la segunda condición de borde se supondrá un ángulo  $\delta$  y se iterarán en las ecuaciones (3.11), (3.12) y (3.16) los valores de  $\rho$ ,  $Rc$  y  $\delta$ .

Una vez hallados dichos valores se calcula el valor de las constantes de la ecuación de la espiral correspondiente. Nombrando como  $\rho'$ ,  $Rc'$ ,  $\theta'$  y  $\delta'$  el valor de dichas variables en el ángulo de la condición de borde se pueden reescribir las ecuaciones (3.5) a la (3.9) de la manera siguiente:

a) Espiral logarítmica:

$$Rc_{\theta} = B^* \cdot e^{\frac{\theta}{\theta'} \cdot \ln \left[ \frac{Rc}{B^*} \right]} \quad (3.18)$$

b) Espiral de Arquímedes:

$$Rc_{\theta} = B^* + \left( \frac{R_c' - B^*}{\theta'} \right) \cdot \theta \quad (3.19)$$

c) Espiral Hiperbólica:

$$Rc_{\theta} = \frac{R_c' \cdot \theta' \cdot B^*}{(B^* - R_c') \cdot \theta + R_c' \cdot \theta'} \quad (3.20)$$

d) Espiral de Galileo:

$$Rc_{\theta} = B^* + \left( \frac{R_c' - B^*}{\theta'^2} \right) \cdot \theta^2 \quad (3.21)$$

e) Espiral de Fermat:

$$Rc_{\theta} = B^* + \left( \frac{R_c' - B^*}{\sqrt{\theta'}} \right) \cdot \sqrt{\theta} \quad (3.22)$$

Donde:

$$\theta' = \frac{2\pi\psi}{180}$$

$$B^* = \frac{B}{D_3}$$

$\psi$ : Angulo para la condición medido a partir de la sección de entrada (grados).

$\theta'$ : Angulo para la condición medido a partir de la sección de entrada (radianes).

Para la espiral Polinómica para la cual se necesitan n condiciones no evaluadas en cero, donde n es el grado del polinomio y una condición adicional que puede ser en cero.

Debido a que las únicas distancias que proporciona las formulas de dimensionamiento en base a métodos estadísticos tanto Siervo y Leva o del Prof. Stefan Zarea (ver CAPITULO II), son las de la ubicación de la trayectoria de los centros de sección de la espiral en 90, 180 y 270 grados, por lo tanto se trabajará con una espiral Polinómica de tercer grado 3, llamemos a  $\theta'$ ,  $\theta''$ , y  $\theta'''$  los ángulos de 90,180 y 270 grados respectivamente el sistema de ecuaciones a resolver será:

$$\begin{pmatrix} (\theta')^3 & (\theta')^2 & \theta' \\ (\theta'')^3 & (\theta'')^2 & \theta'' \\ (\theta''')^3 & (\theta''')^2 & \theta''' \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} C_3 \\ C_2 \\ C_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D^* - \rho(\theta') - B^* \\ C^* - \rho(\theta'') - B^* \\ E^* - \rho(\theta''') - B^* \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

### 3.4.3 Análisis de resultados.

En las graficas (3.3.a) a la (3.13) se presentan los resultados de la metodología de cálculo antes descrita para las distintas espirales y condiciones de borde, con el fin de que el lector además de tener una idea del comportamiento de una espiral pueda obtener los valores de las constantes sin que resuelva las ecuaciones (3.4.7), (3.4.8) y (3.4.12).

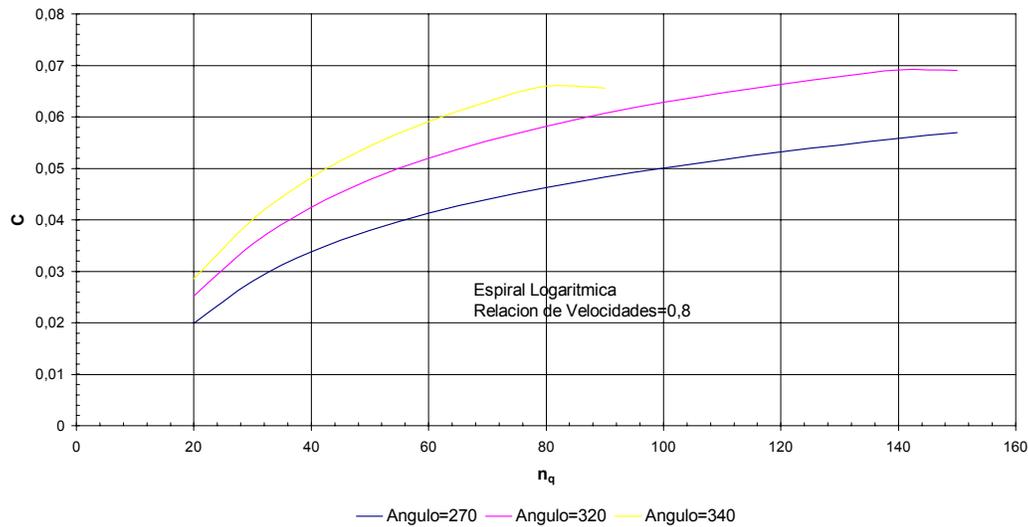
En las gráficas (3.3.a) a la (3.8.b) se observa la relación que existe entre las condiciones de borde seleccionadas y las constantes presentes en las ecuaciones de las distintas formas de espiral. En las dos primeras (Espirale Logarítmica) de estas graficas se observa que a medida que se aumenta la relación de velocidades o el ángulo de la condición de borde aumenta el valor de la constante, lo que trae como consecuencia que el radio de la espiral debe disminuir.

En las graficas (3.4.a) y (3.6.b) se observa que ocurre lo contrario que en el caso anterior, o sea el valor de la constante disminuye a medida que se aumenta las condiciones de borde, pero el resultado definitivo es el mismo debido a la forma de las ecuaciones de la espiral de Arquímedes, Fermat y Galileo.

En las gráficas (3.9.a) a la (3.11.b) se presentan los resultados de los radios de los centros de sección (radio de la espiral) para las espirales logarítmica, Arquímedes e Hiperbólica respectivamente, en donde se observa lo anteriormente dicho, o sea que a medida que se aumente las condiciones de borde (ángulo de borde o relación de velocidades) disminuye los radios de espirales y en consecuencia los radios de la sección, en este caso solo se estudio las espirales antes mencionadas ya que el comportamiento de las espirales de Fermat y Galileo es cualitativamente similar al de la de Arquímedes.

En las gráficas (3.12) y (3.13) se presentan los resultados de los centros de las secciones y radios de las secciones para las distintas espirales en función de la posición angular de la sección para un número específico de revoluciones ( $n_q=100$ ) y condiciones de borde de ( $EX=0,8$  y  $\psi=270^\circ$ ), en estas curvas se observa que dependiendo de la posición de la sección (posición angular) se intercalan los valores de radios de sección y espiral para todas las espirales, por lo que se puede decir que la selección del tipo de espiral influye en las dimensiones de la caja espiral.

**Gráfico 3.3.b**  
**Constante de la Espiral Logarítmica (c)**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



En la gráfica (3.3.b) se observa que al imponer como condiciones de borde de relación de velocidades altas ( $EX=1,2$ ) en ángulo superior a  $270^\circ$  el método geométrico del Prof. Stefan Zarea presenta el inconveniente de no tener solución.

### **3.5 Dimensiones para la fabricación de cajas espirales soldadas.**

Para cajas espirales soldadas, la caja se divide en distintas secciones en las cuales cada sección tienen un ángulo al centro de 15 grados (ver figura 3.5). La unión mediante soldadura de todas esas secciones formará la caja espiral.

Para poder ensamblar cada una de esas secciones se necesita ante todo generar un desarrollo del sólido de tal forma que al ser doblado quede perfectamente conformada la sección, para tal fin existen dos opciones, hacer uso de métodos gráficos ó usar métodos analíticos. En este caso se usará el método analítico por tener la propiedad de optimizar los tiempos necesarios para la obtención de los datos así como escaso espacio para la representación del trazado; pues, después de haber calculado los datos solo se necesitará una hoja de papel para hacer la representación mediante un croquis y la razón más importante es la que mediante el uso del cálculo su precisión es mayor, sobre todo, para trazados de grandes secciones.

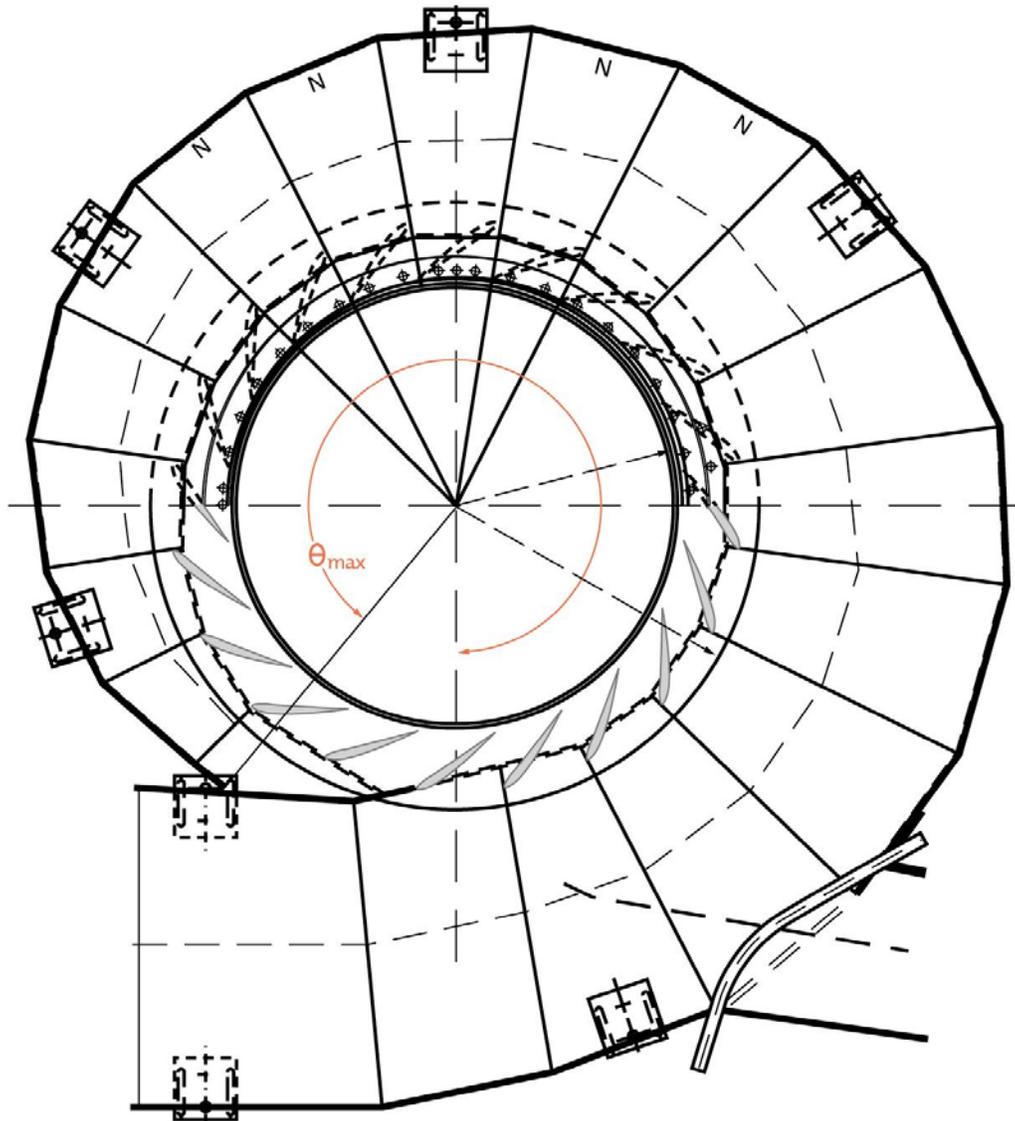
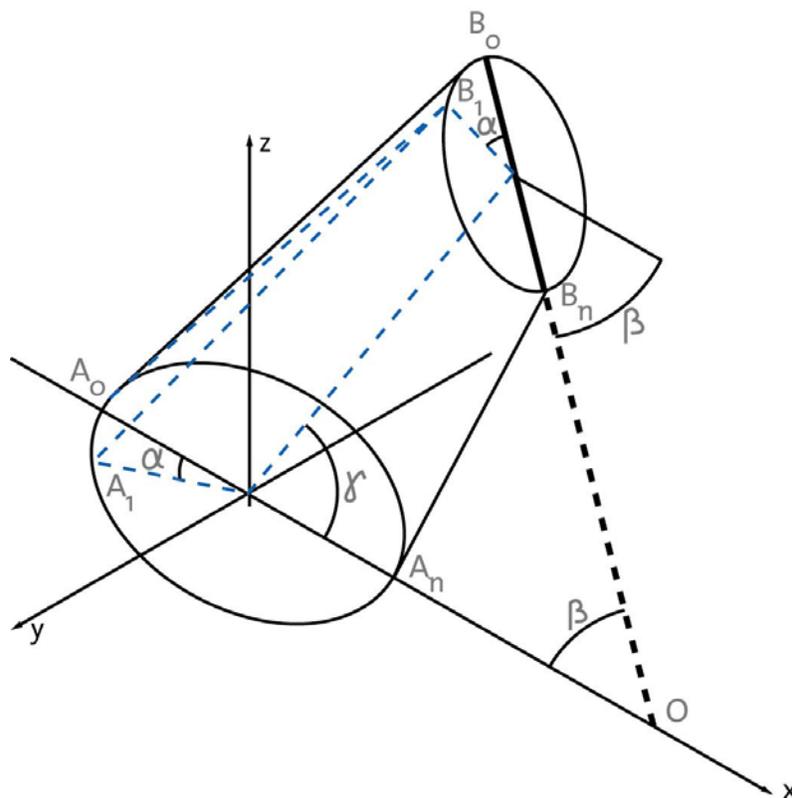


Figura 3.6 Caja espiral soldada.

Ver bibliografía [8].

### 3.5.1 Metodología de cálculo.

Esta metodología de cálculo consiste en triangular la superficie del sólido a desarrollar (ver figura 3.8) y determinar todos los lados de dichos triángulos en verdadero tamaño para luego ser trasladados al desarrollo quedando así formado la superficie del sólido (ver figura 3.6).

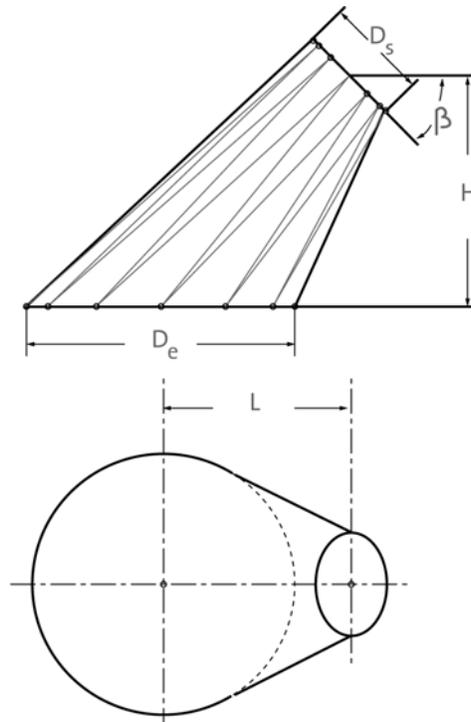


**Figura 3. 7 Isometría de virola de bocas circulares y eje oblicuo.**

En la figura 3.7 se ve representado mediante una vista isométrica y en las figuras 3.8 y 3.9 se ven otras vistas para su mejor visualización de una virola de bocas circulares y eje oblicuo, siendo esta la geometría del “sólido” mediante el cuál se modelaran los tramos de la caja espiral.

En la figura 3.7 se ve el “sólido” con su base inferior (sección de entrada) apoyada sobre un plano horizontal (plano XY) mientras que el eje Z (eje X=0 y Y=0) pasa por el centro de la circunferencia de radio  $\rho_e$  que forma la base inferior, y la base superior (sección de salida) de radio  $\rho_s$  la cual esta inclinada a  $15^\circ$  ( $\beta$ ) respecto a un plano horizontal.

La metodología de cálculo del desarrollo de las virolas sigue las indicaciones de la referencia [7].



**Figura 3. 8 Vista lateral y superior de una virola de bocas circulares y eje oblicuo.**

**Ver bibliografía [2].**

Para el desarrollo se necesitará dividir ambas bases en igual numero de divisiones y debido a la simetría de la pieza respecto al plano YZ el calculo se hará respecto a una sola mitad de la pieza y luego copiando los resultados obtenidos al otro lado del desarrollo, por lo tanto:

$$\alpha = \frac{\pi}{n} \quad (3.24)$$

Donde:

$\alpha$  : es el angulo que hay de separación entre dos puntos consecutivos situados en cualquiera de las bases de la virola.

$n$ : es el número de divisiones en que se quiere dividir ambas bases, por lo tanto dicha variable tiene que ser entera y positiva.

Nótese que para poder realizar la triangulación se necesita calcular cada una de la generatrices y la distancia que hay entre un punto de la base superior al punto de la base inferior que pertenezca a la generatriz siguiente. Para la distancia de las generatrices se procede de la manera siguiente:

Usando la ecuación para calcular la distancia (Teorema de Pitágoras) entre dos puntos tomando como puntos de la generatriz a los puntos  $A_0$  y  $B_0$ , se tiene que:

$$\overline{A_0B_0} = \sqrt{(A_{0x} - B_{0x})^2 + (A_{0y} - B_{0y})^2 + (A_{0z} - B_{0z})^2} \quad (3.25)$$

Donde:

$\overline{A_0B_0}$  : Distancia entre  $A_0$  y  $B_0$

Los subíndices x, y ó z indica la coordenada de dicho punto sobre los ejes coordenados.

Las coordenadas de los puntos de la ecuación (3.25) son:

$$B_{0z} = H + B_{0zy} \cdot \text{sen}(\beta) = H + \rho_s \cdot \cos(\alpha) \cdot \text{sen}(\beta) \quad (3.26.a)$$

$$A_{0y} = -\rho_e \cdot \cos(\alpha) \quad (3.26.b)$$

$$B_{0y} = L - B_{0zy} \cdot \cos(\beta) = L - \rho_s \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \quad (3.26.c)$$

$$A_{0x} = \rho_e \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (3.26.d)$$

$$B_{0x} = \rho_s \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (3.26.e)$$

Debido a que se supuso al sólido sobre el plano XY el termino  $A_{0z}=0$

Introduciendo las ecuaciones (3.26a) a la (3.26e) en (3.25) y Debido a que se debe repetir el cálculo anterior tantas veces como divisiones se hagan a ambas bases se escribirá a continuación la ecuación 3.25 en forma general, por lo tanto:

$$\overline{A_iB_i} = \sqrt{(A_{ix} - B_{ix})^2 + (A_{iy} - B_{iy})^2 + (-B_{iz})^2} \quad (3.27)$$

$$\left. \begin{array}{l} B_{iz} = H + B_{0zy} \cdot \text{sen}(\beta) = H + \rho_s \cdot \cos(i \cdot \alpha) \cdot \text{sen}(\beta) \\ A_{iy} = -\rho_e \cdot \cos(i \cdot \alpha) \\ B_{iy} = L - B_{0zy} \cdot \cos(\beta) = L - \rho_s \cdot \cos(i \cdot \alpha) \cdot \cos(\beta) \\ A_{ix} = \rho_e \cdot \text{sen}(i \cdot \alpha) \\ B_{ix} = \rho_s \cdot \text{sen}(i \cdot \alpha) \end{array} \right\} \quad (3.28)$$

Donde  $i=0,1,2 \dots n$

Para el calculo de las hipotenusas de los triángulos en cuestión habrá que hallarse las distancias que hay entre un punto de la base superior al punto de la base inferior que pertenezca a la generatriz siguiente por el teorema de Pitágoras, dicha distancia se hallan de la misma forma que la vez anterior, por lo tanto las ecuaciones escritas en forma general serian de la forma:

$$\overline{A_iB_{(i+1)}} = \sqrt{(A_{ix} - B_{(i+1)x})^2 + (A_{iy} - B_{(i+1)y})^2 + (-B_{(i+1)z})^2} \quad (3.29)$$

$$\left. \begin{aligned} B_{(i+1)z} &= H + B_{(i+1)zy} \cdot \text{sen}(\beta) = H + \rho_s \cdot \cos((i+1) \cdot \alpha) \cdot \text{sen}(\beta) \\ A_{iy} &= -\rho_e \cdot \cos(i \cdot \alpha) \\ B_{(i+1)y} &= L - B_{(i+1)zy} \cdot \cos(\beta) = L - \rho_s \cdot \cos((i+1) \cdot \alpha) \cdot \cos(\beta) \\ A_{ix} &= \rho_e \cdot \text{sen}(i \cdot \alpha) \\ B_{(i+1)x} &= \rho_s \cdot \text{sen}((i+1) \cdot \alpha) \end{aligned} \right\} (3.30)$$

Donde  $i=0, 1, 2, \dots (n-1)$

Los otros catetos que todavía hacen faltan para la generación de los triángulos (ver figura 3.8) representan las distancias que hay entre los puntos de división de ambas bases, por lo tanto esas distancias serian iguales a la longitud de arco que hay entre dos puntos consecutivos, por lo anteriormente expuesto las expresiones para esas distancias son:

$$\overline{A_0 A_1} = \overline{A_1 A_2} = \dots = \overline{A_{(n-1)} A_n} = \alpha \cdot \rho_e \quad (3.31.a)$$

$$\overline{B_0 B_1} = \overline{B_1 B_2} = \dots = \overline{B_{(n-1)} B_n} = \alpha \cdot \rho_s \quad (3.31.b)$$

Nótese que para determinar todas las distancias es necesario conocer las variables  $L$  y  $H$  que no son más que las proyecciones del eje de la virola en los planos coordenados (ver figura 3.8).

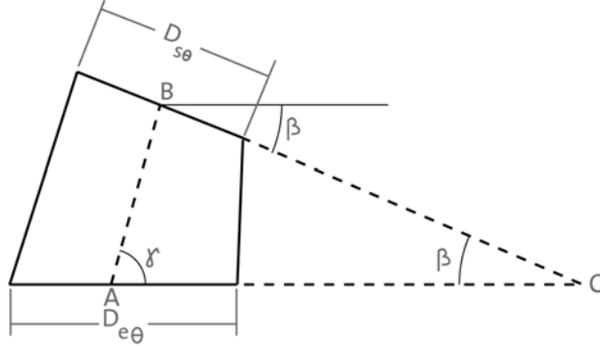


Figura 3.9 Vista lateral de la sección principal de una sección de la caja espiral.

Aplicando el teorema del coseno al triángulo OAB queda que:

$$\overline{AB} = \sqrt{(\overline{BO})^2 + (\overline{OA})^2 - 2 \cdot (\overline{BO}) \cdot (\overline{OA}) \cdot \cos(\beta)} = \sqrt{(Rc_s)^2 + (Rc_e)^2 - 2 \cdot (Rc_s) \cdot (Rc_e) \cdot \cos(\beta)} \quad (3.32)$$

Aplicando el teorema del seno al triángulo OAB queda que:

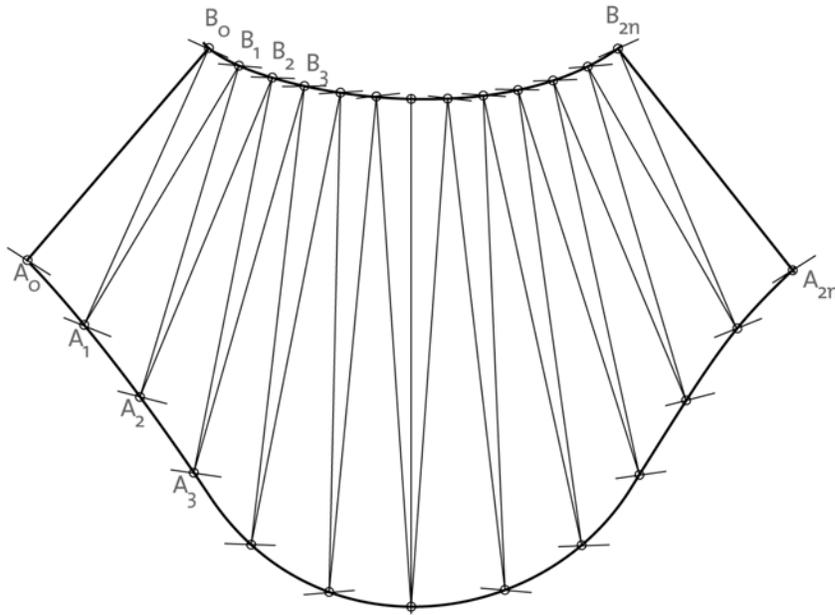
$$\varphi = \arcsen \left[ \frac{(\overline{BO}) \cdot \text{sen}(\beta)}{(\overline{AB})} \right] = \arcsen \left[ \frac{Rc_s \cdot \text{sen}(\beta)}{(\overline{AB})} \right] \quad (3.33)$$

$$H = (\overline{AB}) \cdot \text{sen}(\varphi) \quad (3.34)$$

$$L = (\overline{AB}) \cdot \cos(\varphi) \quad (3.35)$$

### 3.5.2 Trazado de un tramo de sección de la caja espiral.

A partir de los resultados de las ecuaciones (3.27) y (3.29) se puede dibujar el desarrollo de un tramo sección de la caja espiral para su posterior fabricación, mediante el uso de una maquina de corte que realice dicha trayectoria para luego ser dobladas y de esa forma se obtiene el tramo considerado.



**Figura 3. 10 Trazo de un tramo de sección para cajas espirales soldadas [2].**

La discretización del contorno de la sección se numeró desde la zona en donde se encuentran los alabes fijos hasta el punto mas alejado de la sección ( $Rc_{\theta} + \rho_{\theta}$ ), solo se dibujará media sección aprovechando la simetría de la sección.

A continuación se realizara un esquema a manera de explicar como se dibuja una sección de la caja espiral:

- Se debe dibujar una recta que permanecerá fija de longitud igual a  $\overline{A_0B_0}$ .
- Se construye el triangulo correspondiente a el punto  $A_0$ , o sea del punto  $A_0$  se traza una recta de longitud  $\overline{A_0B_1}$  interceptándose con una recta con la longitud calculada con la ecuación (3.29).
- Se toma como fija la recta  $\overline{A_0B_1}$  y se construye el triangulo desde el punto  $B_0$  con la recta  $\overline{A_1B_1}$  y del punto  $A_1$  con la recta calculada con (3.27).
- Se repiten los pasos (b), (c) y (d) tantas veces según el número de particiones se hallan realizados a las bases de la virola.

## CAPITULO IV: Esfuerzos en la caja espiral.

El estudio de los esfuerzos a los que está sometida la caja espiral es de gran importancia para el dimensionamiento de las mismas, de tal manera que conociendo la forma de los esfuerzos se podrá realizar una selección del espesor adecuado para un diseño confiable.

Las cajas espirales se construyen de hormigón (para pequeñas alturas), fundición, acero colado ó mixto (metálicas empotradas en hormigón como receptor de esfuerzos), o por soldadura según sea el tamaño de la turbina y la presión interna.

En este capítulo se tratarán solo las cajas espirales metálicas, sometidas a la acción de la presión interna que tiende a abrir la caja, como única fuerza que actúa sobre ella.

En todos los casos se supondrá que la caja espiral está sometida a presión interna constante debido a la columna de fluido que soportaría la caja espiral (altura neta). Según lo antes dicho la presión interna a la cual estará sometida la caja espiral será la presión hidrostática, correspondiente a la altura de diseño a la cual se le agrega la sobrepresión debida al golpe de ariete. Siendo la altura de diseño un dato primordial en la metodología convencional.

### 4.1 Presión en la caja espiral.

Para turbinas normalizadas en una determinada serie de turbinas la altura varía entre los límites:  $H_{minimo}$  y  $H_{maximo}$ , identificadas en el gráfico de normalización (ver figura 4.2), siendo la altura máxima, mínima y media idéntica para las series con distintos valores de  $D_3$ , ya que la altura es solo función del  $n_q$  (.ver capítulo II).

La altura en el centro de una serie de turbina es:

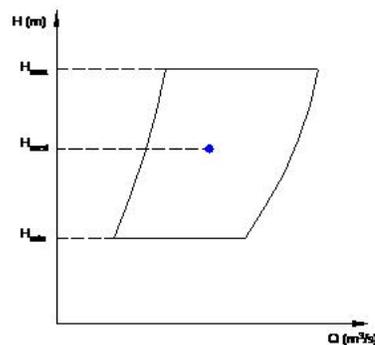


Figura 4. 1 Localización de la altura media de una serie de turbinas.

Sabiendo que:

$$H_{med} = \frac{H_{max} + H_{min}}{2} \quad (4.1)$$

Llamaremos **Serie de turbinas** a las turbinas de la misma familia o sea que las mismas sean geoméricamente semejantes, tal característica se mantiene dentro de cada uno de los cada uno de los rombos formados bajo el criterio de normalización de  $Q/H^{1/2}=Ctte$ . En el presente capítulo se calcularán los espesores para cada una de las series aprovechando esta característica y se enumerarán de arriba hacia abajo, teniendo de esa manera 5 series de turbinas (ver figura 4.2 y el capítulo II).

Para el cálculo de los esfuerzos en la caja espiral hay dos opciones:

- Considerar la presión correspondiente a la altura media ( $H_{med}$ ) en cada serie de turbinas.
- Asumir la hipótesis más conservadora en donde la presión considerada es la presión máxima ( $H_{max}$ ).

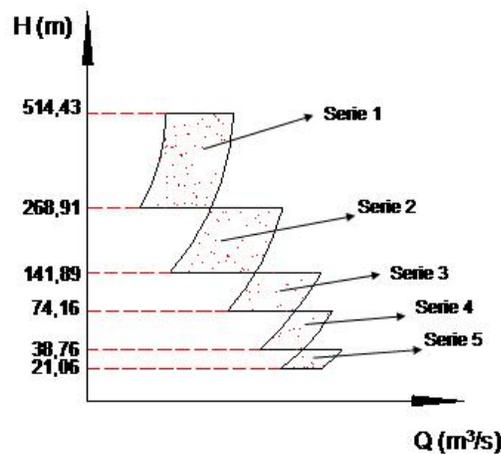


Figura 4. 2 Series de turbinas según criterio  $Q/H^{1/2}=Ctte$ .

Tabla 4. 1 Presión en la caja espiral.

Serie	Opción para el cálculo de presiones			
	$H_{med}$		$H_{max}$	
	Presión (MPa)	Presión (m)	Presión (MPa)	Presión (m)
1	3,8425	391,6996	5,0472	514,4979
2	2,0149	205,4025	2,6381	268,9195
3	1,0597	108,0280	1,3919	141,8900
4	0,5539	56,4664	0,7275	74,1661
5	0,2934	29,9160	0,3803	38,7667

A sugerencia del Prof. Stefan Zarea la presión de cálculo obtenida se corregirá multiplicando la misma por 1,25, y de esa manera tomar en cuenta el fenómeno del golpe de ariete que se pueda presentar en la caja espiral. A continuación se presentan los valores de presión a los cuales estará sometida la caja espiral.

**Tabla 4. 2 Presión en la caja espiral (corregida).**

Serie	Opción para el calculo de presiones			
	$H_{med}$		$H_{max}$	
	Presión (MPa)	Presión (m)	Presión (MPa)	Presión (m)
1	4,8031	489,6245	6,3090	643,1223
2	2,5186	256,7531	3,2976	336,1493
3	1,3246	135,0350	1,7399	177,3625
4	0,69237	70,5830	0,9094	92,7076
5	0,3675	37,3950	0,4753	48,4583

#### 4.1.1 Selección del factor de seguridad.

Como es sabido al momento de diseñar algún elemento o componente de maquina se debe elegir un factor de seguridad adecuado, de manera que la maquina en cuestión opere en condiciones seguras en todos los regimenes de operación. Para el dimensionamiento del espesor de la caja espiral, el factor de seguridad a ser usado se halla entre el cociente de la presión máxima y la presión media a la cual estará sometida cada serie de turbinas, según lo antes dicho se tiene que:

$$F.S. = \frac{H_{max}}{H_{med}} = \frac{P_{max}}{P_{med}} = \frac{1,25H}{\left(\frac{1,25H + 0,65H}{2}\right)} = 1,3157$$

#### 4.2 Métodos de cálculos simplificados.

A manera de simplificar los cálculos de esfuerzos a los cuales esta sometida la caja espiral, para el posterior dimensionamiento del espesor de la misma se recurrirá a métodos de cálculos simplificados, bajo la suposición de que la caja espiral se comporta como un cilindro sometido a presión interna, los métodos usados para el análisis de los espesores y esfuerzos son:

- El método de pared delgada.
- El método de pared gruesa (Lamé).

##### 4.2.1 Método de cilindro de pared delgada.

Un cilindro de pared delgada es aquel que tiene un espesor pequeño respecto al radio del recipiente ( $t/r \ll 1$ ). Cuando esta condición se satisface, el esfuerzo en la pared debido a la presión interna debida a un fluido puede considerarse uniforme sobre el área

de sección, lo cual facilita en gran medida los cálculos, por lo tanto la expresión del esfuerzo máximo sobre el cilindro es (ver referencia 8):

$$\sigma = \frac{P \cdot r}{t} \leq \frac{S_{ut}}{F.S.} \quad (4.2)$$

Donde:

$S_{ut}$ : Esfuerzo ultimo a la tensión del material (N/m<sup>2</sup>).

$F.S.$ : Factor de seguridad.

$r$ : Radio del cilindro.

Como se puede observar en la ecuación anterior, para un valor de espesor y presión fijos, el valor del esfuerzo aumenta proporcionalmente con el radio, por lo tanto se usará el radio de entrada a la caja espiral por ser el mayor radio de sección de la misma.

$$t^* = \frac{P \cdot A^* \cdot F.S.}{2 \cdot S_f} \quad (4.3)$$

Donde:

$t^*$ : Espesor de pared adimensional ( $t/D_3$ ).

$P$ : Presión interna (Pa).

$A^*$ : Diámetro de entrada en la caja espiral adimensional (ver Capitulo III).

#### 4.2.2 Método de cilindros de Pared gruesa (Lamé).

Como es sabido en el métodos de cilindros de pared delgada el error en el análisis no es apreciable para valores de ( $t/r \ll 1$ ), pero en cambio cuando la relación entre el espesor y el diámetro no son lo suficientemente pequeños se puede incurrir en errores significativos. Este método es más preciso que el método anterior ya que si se toma en cuenta la distribución de esfuerzos sobre el área de sección circular. A dicha ecuación se le conoce como la formula de Lamé pero como se vera su forma es un poco más complicada que la forma para cilindros de pared delgada, se demuestra que el esfuerzo máximo se produce en la pared interna del cilindro (ver Referencia 8) y tiene la siguiente forma:

$$\sigma_{\max} = P \cdot \left[ \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \right] \leq \frac{S_f}{F.S.} \quad (4.4)$$

Donde:

$r_2$ : Radio exterior del cilindro.

$r_1$ : Radio interior del cilindro.

$P$ : Presión del fluido interno.

Despejando de la ecuación anterior el espesor recordando que  $r_2 = r_1 + t$

Y adimensionalizando por el diámetro de descarga del rodete ( $D_3$ ) nos queda que:

$$t^* = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{b}{a} - 1\right) \cdot A^* \quad (4.5)$$

Donde:

$$a = \sqrt{\frac{K}{P} - 1}$$

$$b = \sqrt{\frac{K}{P} + 1}$$

$$K = \frac{S_f}{F.S.}$$

Debido a lo no linealidad de la Presión en la ecuación (4.7) para tomar en cuenta el fenómeno del Golpe de Ariete se multiplicara por el factor directamente al espesor, por lo tanto dicha expresión se modifica y queda de la siguiente forma:

$$t^* = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{b}{a} - 1\right) \cdot A^* \quad (4.6)$$

#### 4.2.3 Variación entre los métodos de cálculo simplificados.

Para el caso del acero (tabla 4.3) los espesores de pared para los métodos de cilindros de pared delgada y de pared gruesa se tomó en cuenta la presión calculada con  $H_{med}$ , en la misma se observa la diferencia entre ambos métodos, siendo la variación muy poca, como se muestra en la ultima columna en donde la variación máxima del método de Lamé respecto al de cilindro de pared delgada es de apenas 0,643%, por lo tanto es mas conveniente el uso del método del cilindro de pared delgada por tener una expresión mas sencilla sin incurrir en errores apreciables.

**Tabla 4. 3 Espesores de Pared adimensionales ( $t^*$ ) para el acero.**

Serie	H= $H_{med}$					
	$S_f=250$ MPa			$S_{ut}=400$ MPa		
	C. Pared delgada	C. pared gruesa	Variación (%)	C. Pared delgada	C. pared gruesa	Variación (%)
1	0,0119	0,0120	1,037	0,0074	0,0074	0,643
2	0,0068	0,0068	0,539	0,0042	0,0042	0,335
3	0,0037	0,0038	0,281	0,0023	0,0023	0,175
4	0,0020	0,0020	0,148	0,0012	0,0012	0,092
5	0,0011	0,0011	0,079	0,0007	0,0007	0,049

### **4.3 Calculo de espesores mediante el uso del programa MSC Nastran Versión 4,5.**

Debido a que los métodos anteriores no toman en cuenta la geometría de la caja espiral, se hará uso del software MSC Nastran V4.5, en el cual al realizarse el dibujo de la caja espiral en el software Mechanical Desktop 6, se exporta al primer programa mencionado y se realizan los cálculos de espesores por el método de los elementos finitos.

Para realizar el cálculo se necesita conocer las superficies en las cuales se colocarán las restricciones necesarias para simular la acción de la forma de la geometría en los esfuerzos a los cuales estará sometida la caja espiral y en consecuencia el valor correspondiente del espesor para que la caja espiral se encuentre en condición segura. Tales restricciones se colocarán en la zona de la sección de entrada de la caja espiral, zona del predistribuidor y de manera de simular la interacción de la sección que se incrusta al final de la caja se colocará una restricción adicional en la sección que se encuentra a  $345^\circ$  de la sección de entrada (sección ultima) para su mejor visualización se recomienda ver las figuras (4.3) y (4.4)

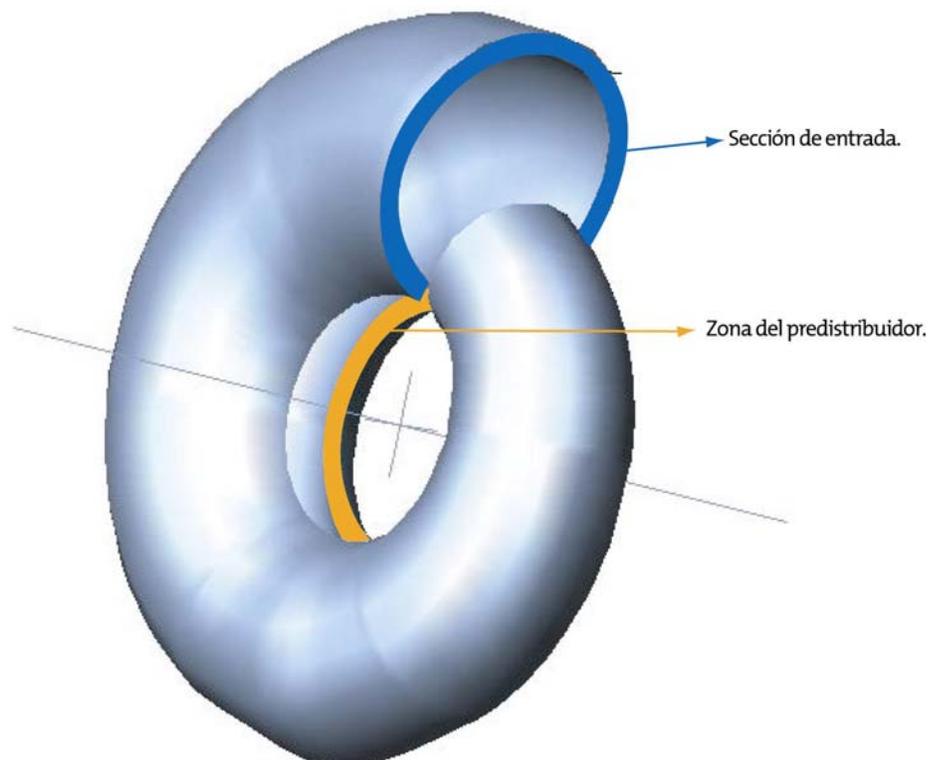


Figura 4. 3Restricciones de la caja espiral en la zona del predistribuidor y sección de entrada.

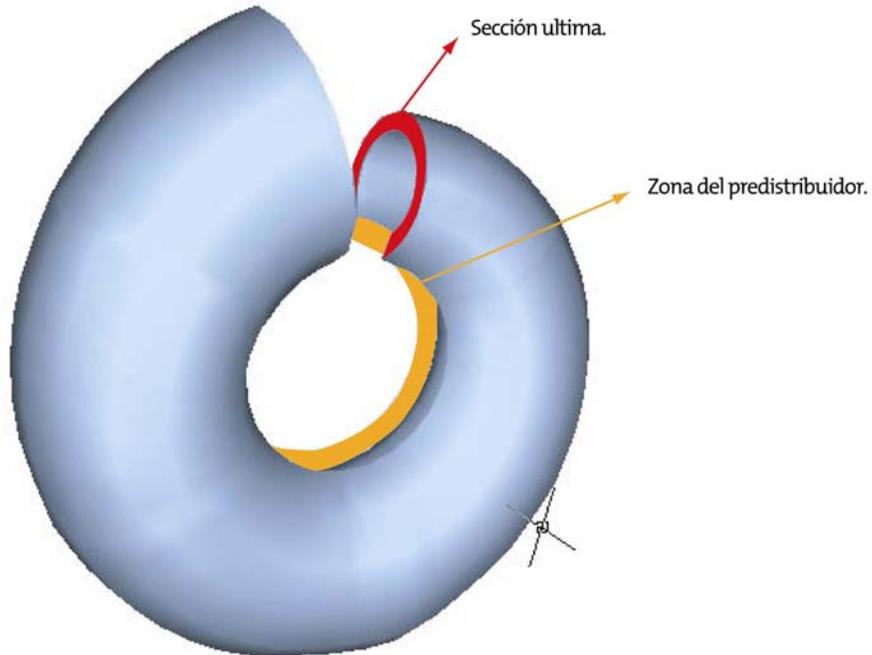


Figura 4. 4Restricciones de la caja espiral en la zona del predistribuidor y la sección ultima.

Para poder conocer cual es el menor espesor necesario, primero se debe conocer las condiciones de borde mas favorables según el método geométrico del Prof. Stefan Zarea, Seguidamente se debe seleccionar la espiral mas adecuada y por ultimo realizar los cálculos variando el diámetro de descarga del rodete con las condiciones de borde y espiral mas favorables para de esa manera conocer el mínimo espesor necesario que deberá tener la caja espiral.

Tabla 4. 4 Formulas de cálculo para el espesor de la caja espiral según programa MSC Nastran V 4,5.

$t = a * D_3^b$						
Serie	Acero ( $S_f=250\text{MPa}$ )			Hierro fundido ( $S_f=230\text{MPa}$ )		
	$a$	$b$	Coef. Correlación (r)	$a$	$b$	Coef. Correlación (r)
1	12,388	0,9829	0,9999	13,3100	0,9786	0,9999
2	8,5192	0,9867	0,9997	8,8578	0,9975	0,9999
3	4,9437	0,9467	0,9998	5,5951	0,9603	0,9999
4	3,0246	0,9025	0,9947	2,7687	0,9728	0,9999
5	1,2216	1,0374	0,9994	1,9939	0,8836	0,9999

Donde:

$t$ : Espesor de la caja espiral (mm).

$D_3$ : Diámetro de descarga del rodete (m).

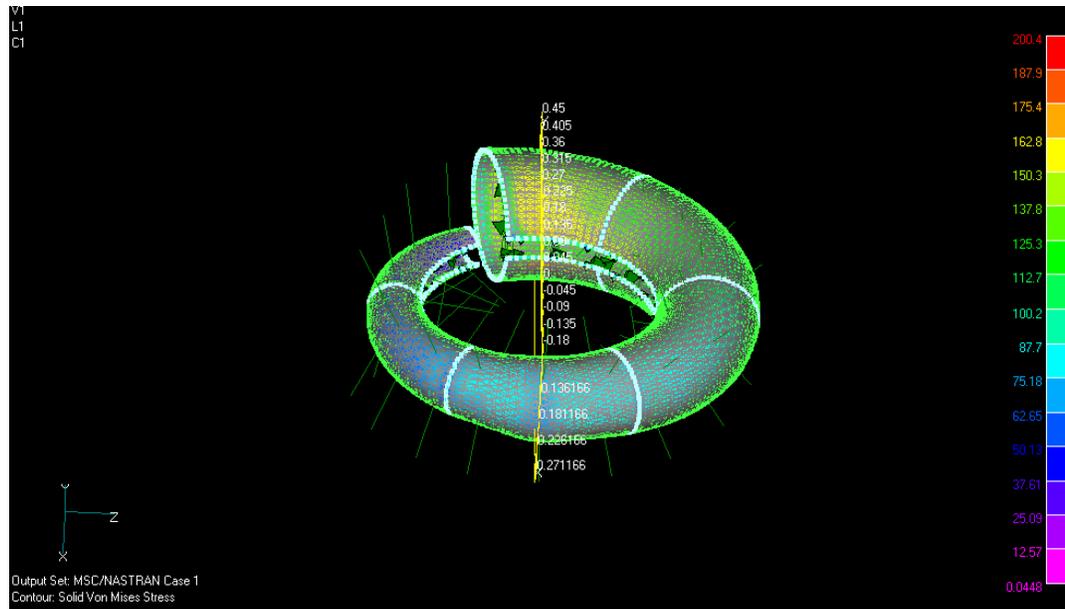


Figura 4. 5 Caja espiral simulada en MSC Nastran V4.5.

(Espirales de Arquímedes,  $n_q=25$ ,  $EX=1,0$   $\psi=320^\circ$ )

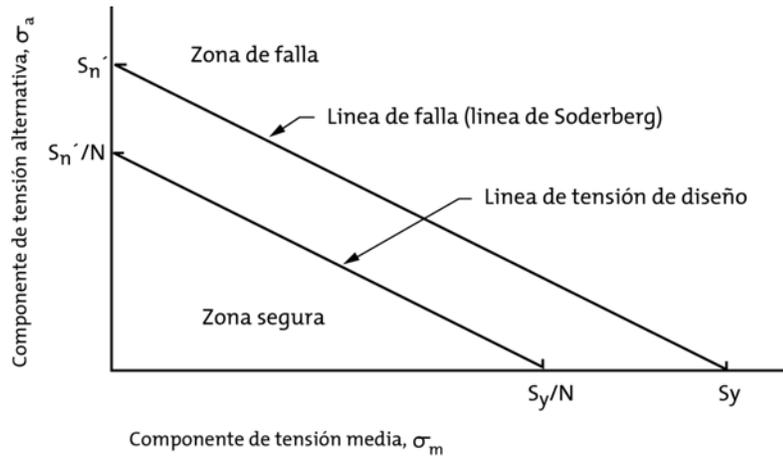
#### 4.4 Cálculos de espesores de pared por fatiga.

Se ha encontrado experimentalmente que los metales empleados en construcciones sometidos a esfuerzos repetidos, se rompen frecuentemente para intensidades de esfuerzos mucho menores que las correspondientes a su resistencia estática a la rotura. Además si los esfuerzos no son solamente repetidos sino alternativos, es decir, si el material se encuentra sometido a esfuerzos repetidos en sentido opuesto, la resistencia a la rotura es menor que si se repiten únicamente esfuerzos de igual intensidad y de un mismo sentido y a este fenómeno es el que se le conoce como “fatiga”. Según lo dicho anteriormente la caja espiral también está sometida a fatiga, por lo tanto los esfuerzos calculados anteriormente no se ajustan perfectamente a la realidad si existe alguna variación en los esfuerzos sobre la misma.

La carga que será tomada en consideración para este análisis será la presión al igual que en las secciones anteriores por lo tanto los valores de las tablas (4.1) y (4.2) también son validos.

Para el estudio de fatiga se usará la ecuación del diagrama de Soderberg modificada, lo cual no es más que una gráfica en donde se representa los esfuerzos medios contra la amplitud del esfuerzo fluctuante, (ver figura 4.6) en donde si el punto donde se está calculando el esfuerzo esta dentro de esa zona se dice que está dentro de

la zona segura, se demuestra fácilmente que la expresión matemática para este criterio es la siguiente (ver referencia 8):



**Figura 4. 6 Línea de Soderberg.**

$$\frac{\sigma_m}{S_y} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{F.S.} \quad (4.7)$$

Donde:

$S_y$ : Resistencia de fluencia del material (MPa).

$S_e$ : Límite de la resistencia a la fatiga (MPa).

$F.S.$ : Factor de seguridad.

$\sigma_a$ : Amplitud del esfuerzo a la cuál está sometida la caja espiral.

$\sigma_m$ : Esfuerzo medio.

#### 4.4.1 Amplitud del Esfuerzo medio.

Como se dijo anteriormente los esfuerzos varían debido a cargas fluctuantes y a sugerencia del profesor Stefan Zarea se variará la amplitud de los esfuerzos fluctuantes hasta un 50% del esfuerzo medio, tomando como esfuerzo medio el esfuerzo calculado con la ecuación (4.3) (método de pared delgada), debido a que su forma es más sencilla que la del método de recipientes pared gruesa, como el esfuerzo amplitud varía linealmente con el esfuerzo medio se tiene que:

$$\sigma_a = X \cdot \sigma_m \quad (4.8)$$

Donde:

$X$ : Porcentaje de amplitud del esfuerzo.

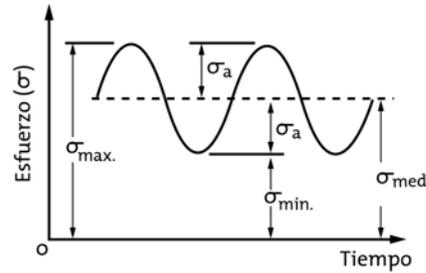


Figura 4. 7 Amplitud del esfuerzo medio.

#### 4.4.2 Limite del esfuerzo sometido a fatiga.

Según la Propuesta de Joseph Marin en su obra “Mechanical Behavior of Engineering Materials”, 1962, los factores que afectan el límite a la fatiga son los siguientes:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot S_e' \quad (4.9)$$

Donde:

$K_a$ : Factor de superficie.

$K_b$ : Factor de tamaño.

$K_c$ : Factor de carga.

$K_d$ : Factor de temperatura.

$K_e$ : Factor de efectos diversos.

$S_e'$ : Limite de resistencia a la fatiga de una viga rotatoria.

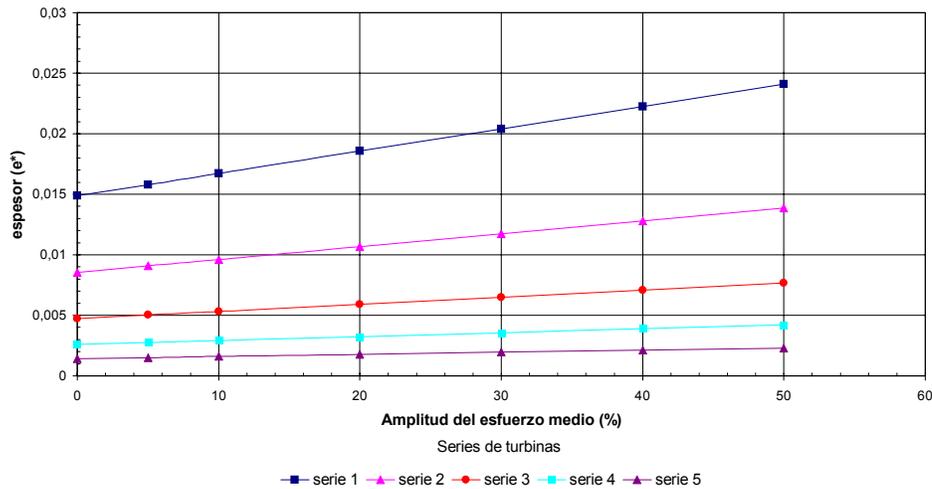
Para el estudio de fatiga sobre la caja espiral se supondrán igual a uno los factores tanto de tamaño, superficie, carga temperatura y efectos diversos, ya que los mismos han sido desarrollados solo para flechas o ejes, mientras que limite de resistencia a la fatiga de una viga rotatoria tiene la siguiente forma:

$$S_e' = 0,504 \cdot S_{ut} \quad (4.10)$$

Ahora sustituyendo (4.3), (4.18) y (4.10) en (4.7) se tiene que el valor del espesor adimensionalizado por el método de fatiga será:

$$t^* = 0,5 \cdot P \cdot A^* \cdot F \cdot S \cdot \left[ \frac{X}{0,504 \cdot S_{ut}} + \frac{1}{S_y} \right] \quad (4.11)$$

Gráfico 4.1  
Espesores de pared adimensional ( $e'$ )  
Método de fatiga



## 4.5. Factores de corrección para el cálculo de espesores de pared de la caja espiral.

### 4.5.1 Factor de corrección por la forma de la caja espiral ( $K_F$ )

Como se puede observar en la tabla 4.5 existe una relación entre los espesores de pared calculados mediante el método de cilindro de pared delgada y mediante el programa MSC Nastran V 4,5, el mismo en donde se considera la forma real de la caja espiral (curvatura, zona del predistribuidor, etc).

Por tanto se define  $K_F$  como la relación entre los espesores calculados por el programa MSC Nastran V 4,5 y el método de cilindro de pared delgada.

Tabla 4.5 Factor de corrección por la forma de la caja espiral

	Serie		$S_f$	$S_{ut}$
$K_F$	1	Promedio	1,037	1,659
		Máximo	1,071	1,715
		Mínimo	1,002	1,604
	2	Promedio	1,242	1,987
		Máximo	1,274	2,039
		Mínimo	1,210	1,936
	3	Promedio	1,297	2,075
		Máximo	1,356	2,170
		Mínimo	1,238	1,981
	4	Promedio	1,433	2,293
		Máximo	1,721	2,754
		Mínimo	1,175	1,881
	5	Promedio	1,085	1,736
		Máximo	1,167	1,867
		Mínimo	1,008	1,613

Donde:

K: Relación entre los resultados MSC Nastran V 4.5 y el método del cilindro de pared delgada.

$$K = \frac{t_{MSC}}{t_{CPD}}$$

$t_{MSC}$ : Espesor de pared calculado mediante el programa MSC Nastran V 4.5.

$t_{CPD}$ : Espesor de pared calculado mediante el método del cilindro de pared delgada.

#### 4.5.2 Factor de corrección por presión ( $K_H$ ).

Hasta ahora todos los resultados eran obtenidos considerando unicamente la presión en el medio de cada serie de turbinas ( $H_{med}$ ), por lo tanto este factor de corrección relaciona los valores de los espesores de pared, calculados con la maxima presión en cada serie ( $H_{máx}$ ) y la presión media en cada serie.

**Tabla 4. 6 Factor de corrección por presión ( $K_H$ ).**

	Serie	Material			
		Acero ( $S_f=250$ MPa)	Hierro fundido ( $S_f=230$ MPa)	Acero ( $S_f=620$ MPa)	Acero ( $S_f=415$ MPa)
$K_H$	1	1,2789	1,2854	1,1946	1,2546
	2	1,2303	1,3060	1,3193	1,3010
	3	1,1881	1,1424	1,6925	1,6981
	4	1,1796	1,6351	1,9980	1,4754
	5	1,9323	1,1330	1,9868	1,5509

Donde:

$K_H$ : Factor de corrección por presión.

$$K_H = \frac{t_{MSC}^{H_{Máx}}}{t_{MSC}^{H_{med}}}$$

$t_{MSC}^{H_{med}}$  : Espesor de pared calculado por el programa MSC Nastran V 4,5 considerando la altura media.

$t_{MSC}^{H_{Máx}}$  : Espesor de pared calculado por el programa MSC Nastran V 4,5 considerando la altura máxima.

### 4.5.3. Factor de corrección por método de dimensionamiento ( $K_M$ ).

Para todos los cálculos de este capítulo solo se utilizó el método de dimensionamiento con métodos estadísticos de Siervo y Leva, por lo tanto si se quiere diseñar una caja espiral por un método distinto al de Siervo y Leva, se debe considerar este factor de corrección. Se define el factor de corrección por método de dimensionamiento como la relación entre el espesor calculado por cualquier método de dimensionamiento con métodos estadísticos (en este trabajo solo se contempla los métodos de dimensionamiento explicados en el capítulo III) y el espesor calculado por el método de dimensionamiento de Siervo y Leva. Por lo tanto se tiene que el factor  $K_M$  será.

$$K_M = \frac{t_X}{t_{SyL}}$$

Donde:

$t_X$ ,  $t_{SyL}$ : Espesores de pared calculados con cualquier método de dimensionamiento con métodos estadísticos y con el método de dimensionamiento de Siervo y Leva respectivamente.

**Tabla 4. 7 Factor de corrección por método de dimensionamiento ( $K_M$ ).**

	Método de dimensionamiento	Serie	Material			
			Acero ( $S_f=250\text{MPa}$ )	Hierro fundido ( $S_f=230\text{MPa}$ )	Acero ( $S_f=620\text{MPa}$ )	Acero ( $S_f=415\text{MPa}$ )
$K_M$	Siervo y Leva	1	1	1	1	1
		2	1	1	1	1
		3	1	1	1	1
		4	1	1	1	1
		5	1	1	1	1
	Zarea Máximo	1	1,4426	1,4489	1,4891	1,3901
		2	0,9807	1,0318	1,1002	1,1110
		3	1,0324	0,9956	1,1321	1,0023
		4	0,9863	1,2729	1,1823	1,1876
		5	1,0192	0,5652	1,1723	1,2836
	Zarea medio	1	1,1048	1,1629	1,0287	0,9833
		2	0,8896	1,0321	0,9732	0,9932
		3	1,2105	1,1249	1,0283	1,2923
		4	0,8795	0,6620	0,7234	0,8451
		5	0,8994	0,6620	0,9345	0,8924
	Zarea mínimo	1	0,9347	1,0249	1,2843	1,2001
		2	0,69985	0,8583	1,0133	0,9832
		3	0,7770	0,9223	0,8373	0,9234
		4	0,4733	0,8141	0,9437	0,8364
		5	0,6206	0,33341	0,7326	0,6876

#### 4.5.4 Factor de corrección por el tipo de espiral ( $K_E$ ).

Debido a que todos los cálculos antes realizados, se hicieron para la espiral de Arquímedes se debe introducir una constante adicional tomando en cuenta la espiral Logarítmica, ya que esta es la espiral se uso más frecuente en el diseño de cajas espirales. Según lo dicho anteriormente se define el factor de corrección  $K_E$  como la relación entre el espesor de pared de una espiral Logarítmica y el espesor de una espiral de Arquímedes, por lo tanto dicha relación tiene la siguiente relación:

$$K_E = \frac{t_{Log}}{t_{Arq}}$$

Donde:

$t_{Log}$ : Espesor de pared para una espiral Logarítmica.

$t_{Arq}$ : Espesor de pared para una espiral de Arquímedes.

**Tabla 4. 8Factor de corrección por tipo de espiral ( $K_E$ ).**

Serie	$K_E$
1	1,0160
2	1,0128
3	1,2931
4	1,2854
5	1,2411

#### 4.6 Espesores de pared corregidos.

Una vez definido todos los factores de corrección considerados en este capítulo, se puede rescribir la ecuación (4.11) multiplicada por cada uno de los factores de corrección explicados anteriormente.

$$t^* = 0,5 \cdot K_H \cdot K_F \cdot K_M P \cdot A^* \cdot \left[ \frac{X}{0,504 \cdot S_{ut}} + \frac{1}{S_y} \right] \quad (6.12)$$

Nótese que en la ecuación (6.12) está multiplicada por 0,5 y no por 0,625  
A continuación se hará una breve explicación de cómo se realiza el calculo de espesores de pared utilizando los factores de corrección.

Por ejemplo si se desea hallar el espesor de pared de una caja espiral de una turbina con condiciones de operación nominales de  $Q=513$  m<sup>3</sup>/s y  $H=130$ m para un acero con un esfuerzo ultimo de 620 MPa y un esfuerzo de

fluencia de 420 MPa, utilizando para ello el método de dimensionamiento Zarea medio y considerando la altura maxima como presión de diseño.

Dicha turbina pertenece a la serie 3 de turbinas (supongamos que el número específico de revoluciones  $n_q$  es 50) con un diámetro de descarga del rodete de 7,1 m, además si se usa una relación de forma promedio; entrando en las tablas (4.5), (4.6), (4.7) y (4.8) se obtienen los valores de los distintos factores de corrección: ( $K_F=1,297$ ), ( $K_H=1,6981$ ), ( $K_M=1,0023$ ) y ( $K_E=1,2931$ ). Por lo tanto la ecuación (4.12) queda como:

$$t^* = 0,5 \cdot 1,297 \cdot 1,6981 \cdot 1,0023 \cdot 1,2931 \cdot P \cdot A^* \cdot \left[ \frac{X}{0,504 \cdot S_{ut}} + \frac{1}{S_y} \right] = 1,4272 \cdot P \cdot A \cdot \left[ \frac{X}{0,504 \cdot S_{ut}} + \frac{1}{S_y} \right]$$

Adicionalmente como el  $n_q$  es 50, según el método de dimensionamiento Zarea medio, el diámetro de entrada en la caja espiral (A) es 1,08405. Ya que la caja espiral es de acero ( $S_f=415$  MPa y  $S_{UT}=620$  MPa), y si suponemos que la amplitud del esfuerzo medio es de un 30% se tiene que:

$$t^* = 1,4271 \cdot 1,7399 MPa \cdot 1,08405 \cdot \left[ \frac{0,3}{0,504 \cdot 620 MPa} + \frac{1}{415 MPa} \right] = 9,0702 \times 10^{-3}$$

Nótese que el valor de la presión usado en el cálculo fue el de la presión máxima y no el de la presión mínima (tabla 4.2), además no se multiplicó la presión por 1,25 debido a que ya fue considerado al momento de sustituir el valor correspondiente de presión. Por lo tanto al tener la turbina un diámetro de descarga de rodete ( $D_3$ ) de 7,10 m, se tiene que el espesor de pared requerido será.

$$t^* = \frac{t}{D_3} \Rightarrow t = D_3 \cdot t^* = 7,1m \cdot 9,0702 \times 10^{-2} = 6,4398 \times 10^{-2} m = 64,398 mm$$

#### **4.6 Análisis de Resultados.**

En las tablas 4.3 a la (4.6) y en el gráfico (4.1.a) se presentan los resultados de los espesores de pared de la caja espiral para el acero, en los cuales se destaca que los espesores calculados por los métodos de pared delgada y pared gruesa no presentan gran diferencia en ninguna de las series debido a que alcanzan una variación máxima de

1,03%, demostrando así la poca variación de la distribución de esfuerzos en el anillo formado por el radio interno y externo. En la tabla de resultados para los cálculos según el programa MSC Nastran V 4.5 se muestra la influencia que tiene la forma de la caja espiral (curvatura, presencia de la zona de los alabes directores) en el valor de los esfuerzos y por consiguiente en el espesor que es el valor mostrado, parámetro que no es considerado en los métodos de pared delgada y gruesa, tales resultados destacan que al variar las condiciones de borde ( $0,8 \leq EX \leq 1,2$ ), ( $270^\circ \leq \psi \leq 320^\circ$ ) y el tipo de espiral, condiciones las cuales modifican la geometría de la caja espiral, se ve afectado el valor del espesor mínimo requerido teniendo como condiciones de borde ideales a una relación de velocidades de 1,0 y un ángulo de borde de  $320^\circ$ , y una espiral de Arquímedes, también se observa que la zona en donde se encuentran los mayores es la zona comprendida entre ( $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ ), zona donde se encuentran los mayores valores del radio de la sección coincidiendo esto con lo expresado en las ecuaciones (4.3) y (4.6), ver figura (4.1). Estos valores de espesores son significativamente mayores que los calculados con los métodos simplificados de cálculo, resultado que fue tomado en cuenta al momento de realizar el cálculo por fatiga.

En la gráfica (4.1) se muestra la relación del espesor con la amplitud del esfuerzo medio desde 0 hasta un 50%, parámetro este de gran importancia al momento de realizar un diseño por lo que seleccionar un valor de amplitud es de mucha importancia. En la tabla (4.11) se muestran los resultados de los espesores calculados por fatiga tomando en cuenta la geometría de la caja espiral para distintos valores de relación de esfuerzos.

De lo dicho anteriormente se observa la relación existente entre la geometría de la caja espiral (forma y envergadura) en los esfuerzos presentes y por ende en los valores de espesores mínimos requeridos en la caja espiral, esto es debido a que mayor sea el diámetro de descarga mayor será la envergadura lo que influye en el tamaño de la área de sección y área de la sección proyectada, trayendo esto como consecuencia que las espesores presentes sean mayores para el caso de los espesores calculados por el programa MSC Nastran V 4.5 que el de los métodos de cilindro de pared delgada y gruesa.

## CAPITULO V: Perdidas Hidráulicas dentro de la caja espiral.

Como causas principales de pérdidas de energía en las turbo máquinas pueden citarse las siguientes:

- a) Perdidas por fricción.
- b) Perdidas por separación de flujo o por choque.
- c) Pérdidas por recirculación.
- d) Perdidas por fugas.

En el caso de las cajas espirales la pérdida más frecuente es por fricción, la cuál varían directamente con el cuadrado de la velocidad relativa y con la longitud del ducto o canal (en este caso la longitud de la caja espiral) donde se mueve el fluido, siendo inversamente proporcionales al radio hidráulico de la sección de dicho ducto. También intervienen la viscosidad del fluido y la rugosidad de las paredes.

En el caso de una tubería (caja espiral de sección circular en este caso) la pérdida de carga por fricción viene dada por la expresión:

$$dH_v = f \cdot \frac{V_{u\theta}^2}{2g} \cdot \frac{dl}{D_\theta} \quad (5.1)$$

Donde:

$dH_v$ : diferencial de pérdida.

$f$ : factor de fricción promedio.

$g$ : constante de gravedad ( $9,81 \text{ m/s}^2$ ).

$D_\theta$ : Diámetro de la caja espiral en la sección  $\theta$ .

$dl$ : Diferencial de longitud sobre el cual se calcula la pérdida.

$V_{u\theta}$ : Velocidad promedio en la sección  $\theta$ .

Para el cálculo de las perdidas hidráulicas dentro de la caja espiral se hará uso de las siguientes suposiciones:

1. Las perdidas hidráulicas se determinaran de acuerdo a las leyes de perdidas para tuberías (ecuación 5.1).
2. Se considera el coeficiente de fricción ( $f$ ) como el valor promedio para todo el flujo.
3. La caja espiral recorre un angulo de  $360^\circ$ .

4. La geometría de la caja espiral es el descrito por el método geométrico del Prof. Stefan Zarea o por la geometría descrita por Osterwalder (referencia 9), según sea el caso.
5. El flujo dentro de la caja espiral es bidimensional

Debido a que las pérdidas hidráulicas dependen de la velocidad, se hará uso de varios métodos para la determinación de las pérdidas variando la distribución de velocidades según sea el caso. A continuación se tendrá el desarrollo de la ecuación (5.1) para todos los tipos de distribución de velocidades que serán considerados, siguiendo la metodología de la referencia [9]:

### 5.1 Método de la velocidad constante ( $V_u=Constante$ ).

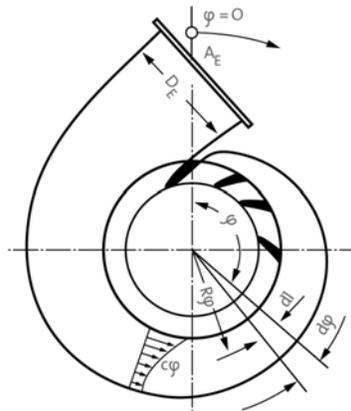


Figura 5. 1 Tamaño del elemento diferencial para el cálculo de pérdidas hidráulicas.

Ver bibliografía [14].

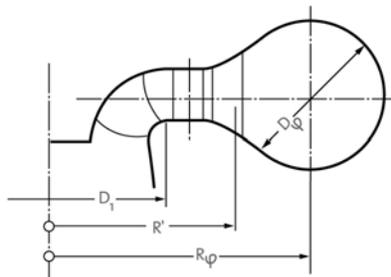


Figura 5. 2 Dimensiones de sección de la caja espiral según Osterwalder.

Ver bibliografía [14].

El desarrollo siguiente se hará para el número específico de revoluciones en función del caudal ( $n_q$ ), y siguiendo el mismo procedimiento se pueden hallar para los demás números de revoluciones.

De acuerdo a la figura (5.1), y como la velocidad promedio ( $V_{u\theta}$ ) es constante dentro de toda la caja espiral la ecuación (5.1) se puede escribir de la forma siguiente:

$$dH_v = f \cdot \frac{V_u^2}{2g} \cdot \frac{Rc_\theta \cdot d\theta}{D_\theta} \quad (5.2)$$

Donde:

$Rc_\theta$ : Radio de la espiral en el ángulo  $\theta$ .

$d\theta$ : Diferencial de ángulo.

Dividiendo a ambos lados la ecuación (5.2) entre la altura neta ( $H$ ) se tiene que:

$$dH_v^* = f \cdot (Kc_e)^2 \cdot \frac{Rc_\theta^* \cdot d\theta}{D_\theta} \quad (5.3)$$

Donde:

$dH_v^*$ : Diferencial de pérdida adimensional ( $dH_v^* = H_v/H$ ).

$Kc_e$ : Energía cinética en la sección de entrada a la caja espiral.

### 5.1.1 Relación entre $K_{ce}$ y el número específico de revoluciones ( $n_q$ ).

Para expresar la ecuación anterior en función de parámetros adimensionales solo basta con adimensionalizar la energía cinética por lo tanto:

$$Kc_e = \frac{V_e}{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}} \quad (5.4)$$

Ahora si se multiplica y divide al lado derecho de la ecuación (5.4) por el cuadrado del área de entrada y el cuadrado del diámetro de descarga del rodete ( $D_3$ ) se tiene que:

$$Kc_e = \left( \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_3^2 \cdot \left(\frac{D_e}{D_3}\right)^2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}} \right)^2 = \left( \frac{4 \cdot Q_{11}}{\pi \cdot A^{*2}} \right)^2 \quad (5.5)$$

Donde:

$Q_{11}$ : Caudal unitario en la sección de entrada.

$A^*$ : Diámetro de entrada en la caja espiral adimensionalizado.

Partiendo de la definición del número específico de revoluciones en función del caudal ( $n_q$ ) y del coeficiente de velocidad periférica se demuestra fácilmente que:

$$Q_{II} = 3,1546E^{-5} \cdot \left( \frac{n_q}{K_u} \right)^2 \quad (5.6)$$

Combinando las ecuaciones (5.3), (5.5) y (5.6) con la ecuación hecha por Siervo y Leva para el coeficiente de velocidad periférica queda finalmente que:

$$\int_0^{H_v} \frac{dH_v^*}{f} = \frac{1,62327 \times 10^{-9}}{A^{*2}} \cdot \left( \frac{n_q}{0,31 + 0,0072 \cdot n_q} \right)^4 \cdot \int_0^{2\pi} \frac{Rc_\theta \cdot d\theta}{2 \cdot \rho_\theta} \quad (5.7)$$

Como se puede observar la ecuación anterior depende de la forma de la caja espiral, por lo tanto si integramos dicha ecuación usando como la ecuación de la espiral la ecuación de la espiral logarítmica ( $Rc_\theta = B^* \cdot e^{-c\theta}$ ) se tiene que:

$$\frac{H_v^*}{f} = \frac{1,62327 \times 10^{-9}}{A^{*2}} \cdot \left( \frac{n_q}{0,31 + 0,0072 \cdot n_q} \right)^4 \cdot \left[ \frac{-1}{2^*c} \cdot \ln \left| \frac{\rho(\theta=2\pi) + Rc(\theta=2\pi) - F^*/2}{\rho(\theta=0) + Rc(\theta=0) - F^*/2} \right| \right] \quad (5.8)$$

Donde:

$\rho(\theta=2\pi)$ : Radio de sección de la caja espiral en la sección que se encuentra a  $360^\circ$  de la entrada.

$\rho(\theta=0)$ : Radio de sección de la caja espiral a la entrada.

$Rc(\theta=2\pi)$ : Radio de la espiral en la sección que se encuentra a  $360^\circ$  de la entrada.

$Rc(\theta=0)$ : Radio de la espiral en la entrada de la caja espiral.

Siguiendo el mismo procedimiento se puede expresar la ecuación (5.7) en función del número específico de revoluciones en función del caudal adimensionalizado:

$$\frac{H_v^*}{f} = \frac{1,26651 \times 10^{-2}}{A^{*2}} \cdot \left( \frac{n_{qw}}{0,31 + 0,0393 \cdot n_{qw}} \right)^4 \cdot \int_0^{2\pi} \frac{Rc_\theta \cdot d\theta}{2 \cdot \rho_\theta} \quad (5.7.a)$$

$$\frac{H_v^*}{f} = \frac{1}{A^{*2}} \cdot \left( \frac{n_{qw}}{0,31 + 0,1172 \cdot n_{qw}} \right)^4 \cdot \int_0^{2\pi} \frac{Rc_\theta \cdot d\theta}{2 \cdot \rho_\theta} \quad (5.7.b)$$

### 5.1.2 Evaluación de Pérdidas hidráulicas según Osterwalder.

En el trabajo realizado por Osterwalder (ver referencia 7) se introduce una condición adicional a las ya mencionadas, que dice que existe una dependencia lineal entre la sección transversal de la espiral ( $A\varphi$ ) y el ángulo de posición ( $\varphi$ ) (Espirale de Osterwalder, ecuación 5.9), ver figura (5.3), por lo tanto se tiene que.

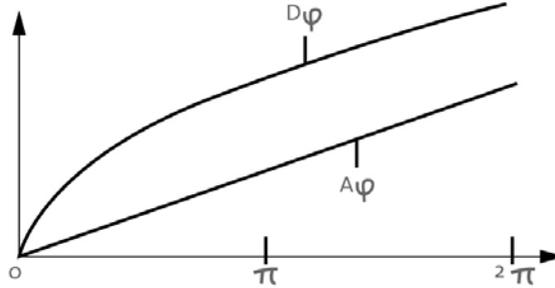


Figura 5.3 Relación entre el área de sección transversal y el diámetro de sección.

Ver bibliografía [14].

$$D_{\varphi} = D_E \cdot \left( \frac{\varphi}{2\pi} \right)^{1/2} \quad (5.9)$$

Si se combina la ecuación anterior con la 5.1, teniendo presente que  $dl = R_{\varphi} \cdot d\varphi$  se obtiene lo siguiente:

$$dH_v = f \cdot \frac{V_u^2}{2g} \cdot \left[ \frac{\alpha \cdot D_1}{D_E} \cdot \left( \frac{2\pi}{\varphi} \right)^{1/2} + 0,5 \right] \cdot d\varphi \quad (5.10)$$

Dividiendo a ambos de la ecuación (5.10) entre la altura (H), realizando los cambios correspondientes se tiene que:

$$\int_0^{H_v} \frac{dH_v}{f \cdot H} = K_{cE}^2 \cdot \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\alpha \cdot D_1}{D_E} \cdot \left( \frac{2\pi}{\varphi} \right)^{1/2} + 0,5 \right] \cdot d\varphi \quad (5.11)$$

Integrando la ecuación se tiene que finalmente la ecuación de las pérdidas hidráulicas a través de la caja espiral para la espiral de Osterwalder será.

$$\frac{H_v}{H} = f \cdot \pi \cdot \left[ \frac{4 \cdot Q_{1l}}{\pi} \cdot \left( \frac{D_1}{D_E} \right)^2 \right]^2 \cdot \left[ 4a \cdot \left( \frac{D_1}{D_E} \right) + 1 \right] \quad (5.12)$$

Para evaluar la expresión se hace uso de las ecuaciones (5.6) (relación entre el número específico de revoluciones y el caudal unitario), los resultados de este trabajo se presentan en las figuras (4) y (5).

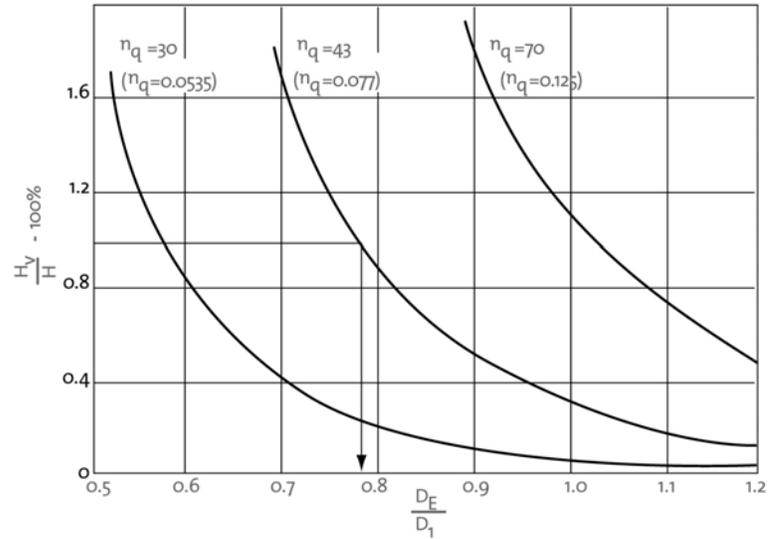


Figura 5.4 Pérdida hidráulicas en la caja espiral de turbinas Francis (suponiendo  $a=0,8$ ;  $f=0,0015$ ).

Ver bibliografía [14].

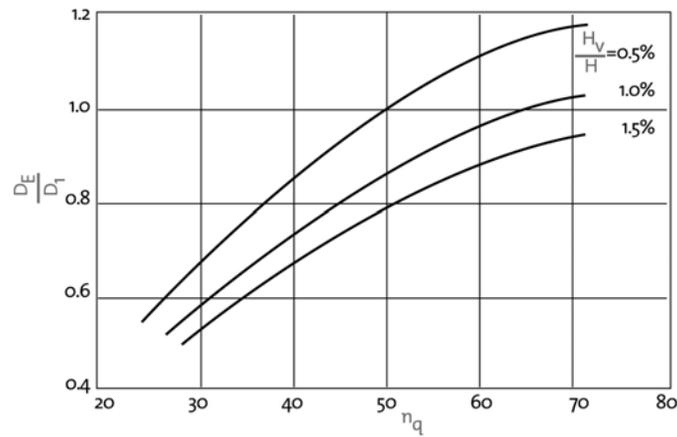


Figura 5.5 Diámetros de la caja espiral para pérdidas de acuerdo con la figura 5.4.

Ver bibliografía [14].

## 5.2 Método del momento hidráulico central constante ( $r \cdot V_c = Ctte$ ).

Para este método se supone que la distribución de las velocidades del centro que cada una de las secciones sigue la forma de la ley del momento hidráulico central, por lo tanto dicha distribución viene dado por la siguiente expresión:

$$V_{uc} \cdot r = Ctte \quad (5.13)$$

Ya que se considera que la velocidad de entrada es constante se puede dividir la ecuación por dicho valor, de manera de adimensionalizar la ecuación (5.13) por lo tanto se tiene que:

$$\begin{aligned} V_{uc}^* \cdot r &= Ctte_1 \\ \Rightarrow V_{uc}^* &= \frac{Ctte_1}{r} \end{aligned} \quad (5.14)$$

Recordando que:

$$V_{uc}^* = \frac{V_u}{V_E}$$

Para hallar la constante de (5.14) necesitamos conocer la velocidad y la posición de la misma para alguna sección de la caja espiral, lo cuál es evidente que se conoce la velocidad de entrada y su posición de manera que dicha constante se conoce:

$$V_E^* \cdot B = Ctte_1 \Rightarrow Ctte_1 = B$$

Si sustituimos la ecuación (5.14) en (5.1), dividiendo entre la altura y el coeficiente de fricción y ordenando apropiadamente los términos se tiene que:

$$\frac{dH_v}{f \cdot H} = \frac{\left(\frac{C_1 \cdot V_E}{r}\right)^2}{2g} \cdot \frac{Rc_\theta \cdot d\theta}{D_\theta} = C_1^2 \cdot \left(\frac{V_E}{\sqrt{2gH}}\right)^2 \cdot \frac{Rc_\theta \cdot d\theta}{r^2 \cdot D_\theta} \quad (5.15)$$

Ya que solo se está considerando la velocidad en la trayectoria de los centros de sección se sabe entonces que  $r=Rc_\theta$ , y se nos fijamos bien en la ecuación anterior nos daremos cuenta que de nuevo aparece el termino que anteriormente llamamos  $K_{CE}$  el cuál fue desarrollado en la sección anterior, por lo tanto haciendo las sustituciones pertinentes e integrando a ambos lados tendremos que las perdidas hidráulicas para el número específico de revoluciones ( $n_q$ ):

$$\frac{H_v}{f \cdot H} = 1,623327x10^{-9} \cdot \left(\frac{B}{A}\right)^2 \cdot \left(\frac{n_q}{0,31 + 0,0072 \cdot n_q}\right)^4 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{Rc_\theta \cdot \rho_\theta} \quad (5.16)$$

Siguiendo todo el procedimiento anterior pero con los demás definiciones de los números de específicos de revoluciones se tiene igualmente que:

$$\frac{H_v}{f \cdot H} = 1,26651x10^{-2} \cdot \left(\frac{B}{A}\right)^2 \cdot \left(\frac{n_{qw}}{0,31 + 0,0393 \cdot n_{qw}}\right)^4 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{Rc_\theta \cdot \rho_\theta} \quad (5.16.a)$$

$$\frac{H_v^*}{f} = \left(\frac{B}{A}\right)^2 \cdot \left(\frac{n'_{gw}}{0,31 + 0,1172 \cdot n'_{gw}}\right)^4 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{Rc_\theta \cdot \rho_\theta} \quad (5.16.b)$$

### 5.3 Método del momento hidráulico constante ( $r \cdot V_u = \text{Ctte}$ ).

Para este método se usará la ley de las áreas (momento hidráulico constante ó momento de la cantidad de movimiento para una masa unitaria). Según esta ley la velocidad varía a lo largo de una hipérbola que tiene por asintota al eje de rotación (centro de la turbina). La expresión para esta ley es:

$$\begin{aligned} V_u \cdot r &= K & (5.17) \\ \Rightarrow V_u^* &= \frac{K}{r} \end{aligned}$$

Donde:

$V_u$ : Velocidad tangencial.

$r$ : Radio de posición respecto al eje de rotación.

$K$ : Constante.

Para este método la integración se hará sobre toda la caja espiral, por lo tanto tomando un elemento diferencial de fluido  $dl = r \cdot d\theta$ , aplicando la ecuación (5.1) y dividiendo entre el factor de fricción y la altura se tiene que:

$$\frac{dH_v}{f \cdot H} = \left(\frac{V_u}{\sqrt{2gH}}\right)^2 \cdot \left(\frac{dr \cdot d\theta}{D_\theta}\right) = \left(\frac{V_u}{\sqrt{2gH}}\right)^2 \cdot \left(\frac{dr \cdot d\theta}{D_\theta}\right) \quad (5.18)$$

Ahora si se le aplica la ley de las áreas (momento hidráulico constante) a la ecuación anterior se tiene que:

$$\frac{dH_v}{f \cdot H} = \left(\frac{1}{r}\right)^2 \cdot \left(\frac{K}{\sqrt{2gH}}\right)^2 \cdot \left(\frac{dr \cdot d\theta}{D_\theta}\right) \quad (5.19)$$

Antes de proceder a integrar la ecuación (5.19) primero debemos conocer la constante que aparece en dicha ecuación. Para conocer dicha constante se calcula el momento hidráulico a la entrada de la turbina, sección  $S_0$ , y ya que el momento hidráulico permanece constante dentro de la caja espiral se puede escribir la constante de la manera siguiente:

$$K = V_{u0} \cdot r_0 = r_0 \cdot \left[ \frac{Q_E}{\left( \frac{\pi \cdot D_E^2}{4} \right)} \right] \quad (5.20)$$

Ya que la constante hallada no depende de la posición en donde se encuentre la sección en donde se quiera conocer la distribución, la misma puede ser sacada del integrando:

$$\int_0^{H_v} \frac{dH_v}{f \cdot H} = \left( \frac{4 \cdot Q_E}{\pi \cdot D_E^2 \cdot \sqrt{2gH}} \right)^2 \cdot \iint_A \frac{1}{r^2 \cdot D_\theta} dr \cdot d\theta \quad (5.21)$$

Donde:

$$F/2 \leq r \leq \rho_\theta + Rc_\theta$$

Y

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

Sabiendo que el único término del integrando que depende del radio es  $r$ , procedemos a integrar y a sustituir el valor de  $K_{CE}$  se tiene finalmente que la expresión para las pérdidas hidráulicas según el método del momento hidráulico constante es:

$$\frac{H_v^*}{f} = 1,623327 \times 10^{-9} \cdot \left( \frac{F}{2A^2} \right)^2 \cdot \left( \frac{n_q}{0,31 + 0,0072 \cdot n_q} \right)^4 \cdot \frac{1}{2F} \cdot \left\{ \int_0^{2\pi} \left[ \frac{2r_e - F}{\rho_\theta \cdot r_e} \right] d\theta \right\} \quad (5.22)$$

Donde:

$r_e$ : Radio externo de la espiral ( $Rc_\theta + \rho_\theta$ )

Como se puede ver la ecuación anterior también depende del tipo de espiral que se seleccione según el método geométrico del Prof. Stefan Zarea y del número específico de revoluciones en cualquiera de sus formas ya que la altura depende de dicho número y también depende de la condición de borde que se le aplique a cada ecuación de espiral. La solución de esta ecuación se presenta en las gráficas (5.7) a la (5.9).

#### 5.4 Análisis de Resultados.

En las gráficas (5.1) a la (5.10) se pueden ver gráficamente las relaciones de las pérdidas hidráulicas contra el número específico de revoluciones, para las distintas formas de variación de velocidad (velocidad constante, momento hidráulico central constante y momento hidráulico constante).

En las tres primeras gráficas se muestran las curvas pérdidas hidráulicas para un ángulo de borde de  $270^\circ$  y una relación de velocidad de 0,8, variando el tipo de espiral. En dichas gráficas se observa claramente que en los dos primeros casos (velocidad constante y momento hidráulico central constante) la espiral Polinómica tiene valores de pérdidas superiores al de las otras espirales, mientras que en el caso del método del momento hidráulico constante esa misma espiral tiene el menor de los valores pérdidas mientras que la espiral de Fermat tiene el mayor. Para el caso del método de la velocidad constante la espiral Polinómica alcanza valores de pérdidas de hasta un 38,98% mayor que la espiral de Arquímedes para un  $nq$  igual a 40, mientras que las otras espirales se comportan similarmente entre el rango comprendido entre ( $20 \leq nq \leq 80$ ) y a partir de ahí la curva correspondiente a la espiral de Galileo cambia su comportamiento hasta llegar al punto de tener la menor pérdida a partir de  $nq = 120$ . Igualmente para el método del momento hidráulico central la espiral Polinómica sigue esta misma tendencia, mientras que se alcanza un valor de pérdida de hasta un 79,5% mayor que la espiral logarítmica y un 94,24% mayor que la espiral de Galileo para el método de momento hidráulico constante.

En las gráficas de la (5.4) a la (5.9) se presentan los resultados de las pérdidas, variando primero el ángulo de la condición de borde para una relación de velocidad fija, y luego variando la relación de velocidades para un ángulo de borde fijo. El comportamiento en dichas gráficas es el mismo independientemente del método o la espiral que se utilice, ya que las pérdidas son mayores a medida que se aumente la relación de velocidades o el ángulo de condición de borde, destacándose que en las gráficas en las cuales se varia el ángulo de borde no hay solución para valores del  $nq$  mayores de 90, esto es debido que el método geométrico del Prof. Stefan Zarea, no converge para esta condición (ver Capítulo III).

En la gráfica (5.10) se muestra una comparación entre los distintos métodos de cálculos de pérdidas, observándose que el método que posee el mayor valor de pérdidas es el método del momento hidráulico central constante, seguido del método de la velocidad y por último el del momento hidráulico constante, este comportamiento se debe a que dependiendo del método usado la velocidad varia lo cual afecta de manera significativa los resultados.

En todas estas gráficas se evidencia la conveniencia del método geométrico del Prof. Stefan Zarea, ya que variando las condiciones de borde se puede influir en el valor de las pérdidas y de esa manera se puede seleccionar tanto la condición de borde como la

espiral mas adecuada en donde la espiral con menor promedio del coeficiente de pérdidas entre el rango ( $30 \leq n_q \leq 150$ ) es la espiral de Arquímedes, sin embargo las espirales de Arquímedes y Logarítmica poseen ambas aproximadamente el mismo coeficiente global de perdidas (ver tabla5.1).

**Tabla 5. 1 Valores promedio del coeficiente de pérdidas.**

Nq	Tipo de espiral					
	Logarítmica	Fermat	Galileo	Arquímedes	Hiperbólica	Polinómica
20	0,1657	0,1714	0,1694	0,1657	0,1658	0,1847
30	0,2189	0,2265	0,2248	0,2189	0,2190	0,2989
40	0,28866	0,2966	0,2948	0,2865	0,2868	0,4371
50	0,3558	0,3683	0,3880	0,3557	0,3562	0,5451
60	0,4223	0,4373	0,4341	0,4222	0,4229	0,6337
70	0,4846	0,5020	0,4975	0,4853	0,4854	0,7115
80	0,5420	0,5616	0,5554	0,5418	0,5430	0,7804
90	0,5944	0,6160	0,6078	0,5942	0,5956	0,8410
100	0,6420	0,6855	0,6548	0,6416	0,6434	0,8943
110	0,6850	0,7102	0,6968	0,6845	0,6888	0,9410
120	0,7236	0,7504	0,7341	0,7230	0,7255	0,9819
130	0,7583	0,7865	0,7871	0,7575	0,7804	1,0179
140	0,7892	0,8187	0,7962	0,7882	0,7916	1,04948
150	0,8167	0,8473	0,8216	0,8156	0,8140	1,0773
Promedio global	0,5346	0,5541	0,5443	0,5343	0,5358	0,7418

Todos los comportamientos de las curvas antes descritas se debe a que la sección transversal de todas las espirales varían de manera distinta para una misma condición de borde, por lo tanto al depender directamente las pérdidas de la sección transversal las mismas variaran en función del tipo de espiral que se seleccione.

## CAPITULO VI: Distribución de velocidades y presiones.

En el presente capítulo se hará un estudio tanto de distribución de velocidades como de presiones dentro de la caja espiral. Para tal estudio se usará las espirales generadas por el método geométrico del profesor Stefan Zarea.

### 6.1 Distribución de Velocidades.

El análisis de la distribución de Velocidades se realizará bajo dos métodos distintos y en ambos se asume que el flujo es incompresible, sin fricción y bidimensional.

A continuación se presentan los 2 métodos bajo los cuales se analizará la distribución de velocidades.

#### 6.1.1 Método de las líneas de corriente.

En los capítulos anteriores se pudo observar que la geometría de la caja era consecuencia de la distribución de velocidades supuesta (relación de velocidades).

El método de las líneas de corriente se basa en la hipótesis inversa “La distribución de velocidades es consecuencia de la geometría de la caja espiral, especialmente de la forma de las líneas de corriente”.

La hipótesis anterior no es suficiente para encontrar la distribución de velocidades tangenciales ( $V_u$ ), por lo cuál se formula la condición siguiente.

El diferencial de caudal que fluye a través del sector diferencial  $dS_0 = h_0 \cdot r_0 \cdot d\theta$  en la superficie  $S_0$  (ver figura) es constante, si se considera que el flujo que pasa través de  $S_0$  es bidimensionales tiene que:

$$\frac{dQ}{d\theta} = V_{r_0} \cdot r_0 \cdot h_0 = C_{tte} \quad (6.1)$$

Si se asume que por de continuidad e inercia que el flujo mantiene las mismas condiciones en los planos vecinos fuera de  $S_0$ , se puede afirmar que:

$$V_r \cdot r = C_{tte} \quad (6.2)$$

$$\text{Para } r_0 \leq r \leq r$$

Bajo la suposición de que todas las líneas de corriente son paralelas y tiene la forma de la geometría de la caja espiral, se tiene que la velocidad resultante  $(V(\theta, r) = (V_u, V_r))$  es tangente a las líneas de corriente, cuya forma viene dada por las

distintas formas de espiral (Logarítmica, Arquímedes, Fermat, etc), por lo tanto se cumple que:

$$\tan \alpha = \frac{V_r}{V_u} = \frac{\frac{dr}{d\theta}}{r} \quad (6.3)$$

Realizando la siguiente adimensionalización:

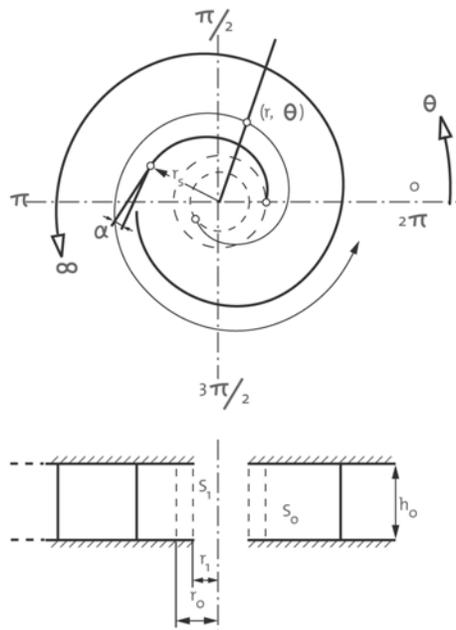
$$V_r^* = \frac{V_r}{V} \quad \text{y} \quad V_u^* = \frac{V_u}{V}$$

La ecuación 6.2 y 6.3 nos quedan como:

$$V_r^* \cdot r = C t t e \quad (6.4)$$

$$\tan \alpha = \frac{V_r^*}{V_u^*} = \frac{\frac{dr}{d\theta}}{r} \quad (6.5)$$

Donde  $r$  es el radio de la espiral y solo es función del ángulo ( $r=f(\theta)$ ). Para poder considerar válida la ecuación 6.5 se debe imponer como condición necesaria que la espiral se extienda al infinito  $a \leq \theta \leq b$  (figura 6.1).



**Figura 6. 1 Método de las líneas de corriente .**

**Ver bibliografía [1].**

Usando las ecuaciones 6.5 y 6.4 se tiene que:

$$V_u^* = \frac{Ctte}{\frac{dr}{d\theta}} \quad (6.6)$$

Si observamos la ecuación anterior la distribución de velocidades tangenciales está parcialmente definida debido a que se debe conocer una constante, para lo cual la constante se calcula en la periferia del distribuidor considerando continuidad por lo tanto:

$$Q_0 = V \cdot A \cdot h_0 = V_{r_0} \cdot \pi \cdot F \cdot h_0$$

$$\Rightarrow V_{r_0}^* = \frac{A^*}{\pi \cdot F^*} \quad (6.7)$$

Por lo tanto la velocidad radial en la superficie  $S_0$  es función de la geometría, y si se aplica la ecuación 6.4 a dicha sección nos queda que:

$$V_{r_0}^* \cdot r_0 = \frac{A}{2\pi} = Ctte \quad (6.8)$$

Donde  $r_0 = F/2$

Como se puede observar la expresión (6.2) es usada para la distribución de velocidades radiales, en donde la constante que aparece en la misma se calcula mediante (6.8), y combinando las ecuaciones 6.6 y 6.8 la distribución de velocidades tangenciales es:

$$V_u^* = \frac{A^*}{2\pi \cdot \left(\frac{dr}{d\theta}\right)} \quad (6.9)$$

La distribución de Velocidades tangenciales puede ser encontrada con la ecuación anterior variando el tipo de espiral, según el método geométrico del profesor Stefan Zarea. Para tal fin solo se necesita la derivada de dicha espiral y poner la derivada en función de la espiral como se vera a continuación para la espiral logarítmica:

$$\frac{dr}{d\theta} = -C \cdot K \cdot e^{-C \cdot \theta} = -C \cdot r \quad (6.9.a)$$

$$\text{Ya que } r = K \cdot e^{-C \cdot \theta}$$

Siguiendo la misma metodología para los otros tipos de espirales se obtiene que la velocidad tangencial tengan las siguientes expresiones:

a) Espiral de Arquímedes:

$$V_u^* = \frac{A}{2\pi C} \quad (6.9.b)$$

b) Espiral de Fermat:

$$V_u^* = \frac{A}{4\pi \left( \frac{C^2}{(r-K)} \right)} \quad (6.9.c)$$

c) Espiral de Galileo:

$$V_u^* = \frac{A}{4\pi \left( \sqrt{C(r-K)} \right)} \quad (6.9.d)$$

d) Espiral Hiperbólica:

$$V_u^* = \frac{A}{2\pi \left( \frac{-r^2}{C} \right)} \quad (6.9.e)$$

Donde:

C, K: Constantes de la espiral (ver capítulo III).

Sustituyendo en 6.9 se tiene que la distribución de velocidades tangenciales para una espiral logarítmica es:

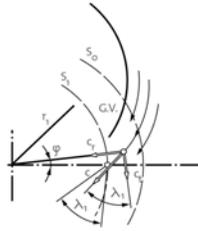
$$V_u^* = -\frac{A}{2\pi(C \cdot r)}$$

De igual manera se puede hallar la distribución de velocidades para los demás tipos de espirales. Nótese que la distribución solo es función del radio y no del ángulo en que se encuentre una sección, por lo tanto la velocidad tangencial es la misma en puntos que se encuentren a la misma distancia del centro de la turbina independientemente del ángulo en que se encuentre cualquier sección.

Para la distribución de velocidades radiales se usa la ecuación 6.2 la cual demuestra que dicha distribución es la misma para todas los tipos de espirales y solo es función del radio.

Ya habiendo conocido la distribución de velocidades tangenciales y radiales, la distribución de velocidades se halla con la ecuación siguiente:

$$V_{total}^* = \sqrt{(V_u^*)^2 + (V_r^*)^2} \quad (6.10)$$



**Figura 6. 2** Angulo entre las componentes de la velocidad.

Ver bibliografía [1].

### 6.1.1.1 Análisis de resultados.

En las gráficas (6.1) a la (6.5) se presentan los resultados de las ecuaciones (6.4) y (6.9) en función del radio y no en función del ángulo, ya que el mismo no corresponde al ángulo de posición de cada sección. En tales gráficas se puede observar la relación que existe entre el tipo de espiral, relaciones de velocidades y el ángulo en el cual se evalúa la condición de borde en la distribución de velocidades, tanto tangenciales, radiales y totales.

Se puede notar fácilmente que al aumentar la relación de velocidades o el ángulo de la condición de borde, la relación de velocidades disminuye y no coincidiendo tal relación con la supuesta para la condición de borde, para llegar a esta conclusión falta ver la tabla de resultados para estas gráficas y claramente se observa que por ejemplo en la gráfica (6.4) para un valor del radio de 1,03, su relación de velocidades fue de 3,238, lo cual no coincide con la relación de velocidades supuesta para el cálculo de las constantes presentes en las distintas ecuaciones que definen los tipos de espirales.

Esta incongruencia es debida entre otras cosas a la suposición de que el momento hidráulico se conserva y que la espiral recorre una distancia superior a los  $2\pi$  radianes, suposición que se hizo en el capítulo III para definir el método geométrico del Prof. Stefan Zarea, afectando esto directamente a la forma de la distribución de velocidades, ya que en ningún momento no se tomó esto en consideración para el desarrollo de este método.

### 6.1.2 Método del flujo potencial.

El fenómeno de flujo potencial constituye el principal factor de la formación del flujo a través de cajas espirales, este hecho ha sido comprobado por varios autores mediante resultados experimentales. El sector velocidad de un flujo potencial puede ser expresado como el gradiente de una función escalar  $\phi$ .

$$\vec{V} = \text{grad}\phi \quad (6.11)$$

Que cumple con la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2} = 0 \quad (6.12)$$

El potencial de velocidad  $\phi$  es una función continua y finita que satisface la ecuación de Laplace. Si se considera la condición de flujo potencial en un volumen de control  $\zeta$ , encerrado por una superficie  $S$ , es posible demostrar que una vez fijado el valor de  $\phi$  ó  $\frac{\partial\phi}{\partial n}$  (donde  $n$  es normal a  $S$ ) en  $S$ , el valor del potencial dentro de  $\zeta$  está determinado y es único.

### 6.1.2.1 Condiciones de contorno.

A partir de lo dicho anteriormente se debe establecer las condiciones de borde para cajas espirales, en las cuales se asume que:

- Flujo continuo y estacionario.
- Flujo incompresible y no viscoso.
- Que el flujo que pasa por la superficie  $S_p$  es irrotacional ( $\nabla \times V = 0$ ).

Si  $\phi = \phi(r, \theta)$  representa el potencial de velocidad, la solución del problema sería la solución de la ecuación de Laplace (ecuación 6.12), en  $S$ , con las siguientes condiciones de borde:

- El caudal ( $Q_0$ ) y la velocidad ( $V_\infty$ ) a la entrada de la caja espiral por la superficie  $S_p$  son constantes.

$$V_\infty = \frac{Q_0}{S_p} = \left( \frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_{S_p} = Cte \quad (6.13)$$

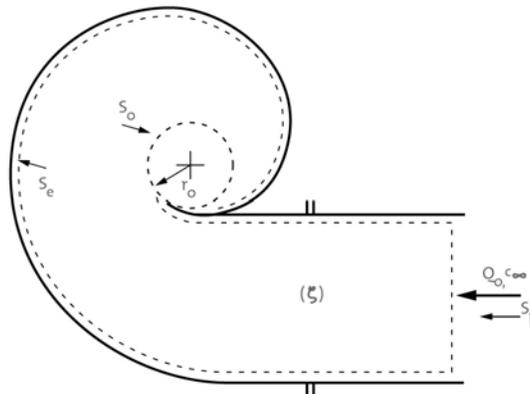


Figura 6. 3 Superficies de control.

- Las paredes de la caja  $S_e$ , forman superficies de corrientes por lo tanto la velocidad a través de ellas es cero.

$$V_e = \left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{S_e} = 0$$

- La velocidad con la que el fluido sale por la superficie  $S_0$  (Turbina) es únicamente radial por lo tanto por continuidad se tiene que:

$$\begin{aligned} Q_0 &= S_p \cdot V_\infty = \iint_{S_0} V_{r0} \cdot dS = 2\pi \cdot r_0 \cdot h_0 \cdot V_{r0} \\ \Rightarrow V_{r0} &= \left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{S_0} = \frac{Q_0}{2\pi \cdot r_0 \cdot h_0} = Ctte \end{aligned} \quad (6.14)$$

Resolver el problema con estas condiciones significa integrar la ecuación de Laplace (ecuación 6.9) sobre dicha región, lo cual es una tarea matemática de gran dificultad, por lo que nos conduce a resolver el problema por métodos experimentales.

Una de las formas para abordar el problema es mediante la analogía eléctrica, ya que es sabido que un campo eléctrico en un medio conductor isótropo y homogéneo forma un flujo potencial. A través del método de la analogía eléctrica es posible imponer las condiciones de velocidad (corriente) o de potencial (voltaje), en cualquier punto de la región antes descrita.

### 6.1.2.2 Solución con datos empíricos.

En este trabajo se usaran los resultados obtenidos por el Dr. Nicholas Athanassiadis, ya que en dicho trabajo nos proporciona información importante para el estudio hidrodinámico de las cajas espirales.

El Dr. Athanassiadis construyó dos modelos bidimensionales de cajas espirales, siguiendo 2 modelos de espirales que son:

- Espiral Logarítmica:

$$\begin{aligned} r_e &= r_0 \cdot e^{\theta \cdot \tan \alpha} \\ 0 &\leq \theta \leq 2\pi \end{aligned} \quad (6.15)$$

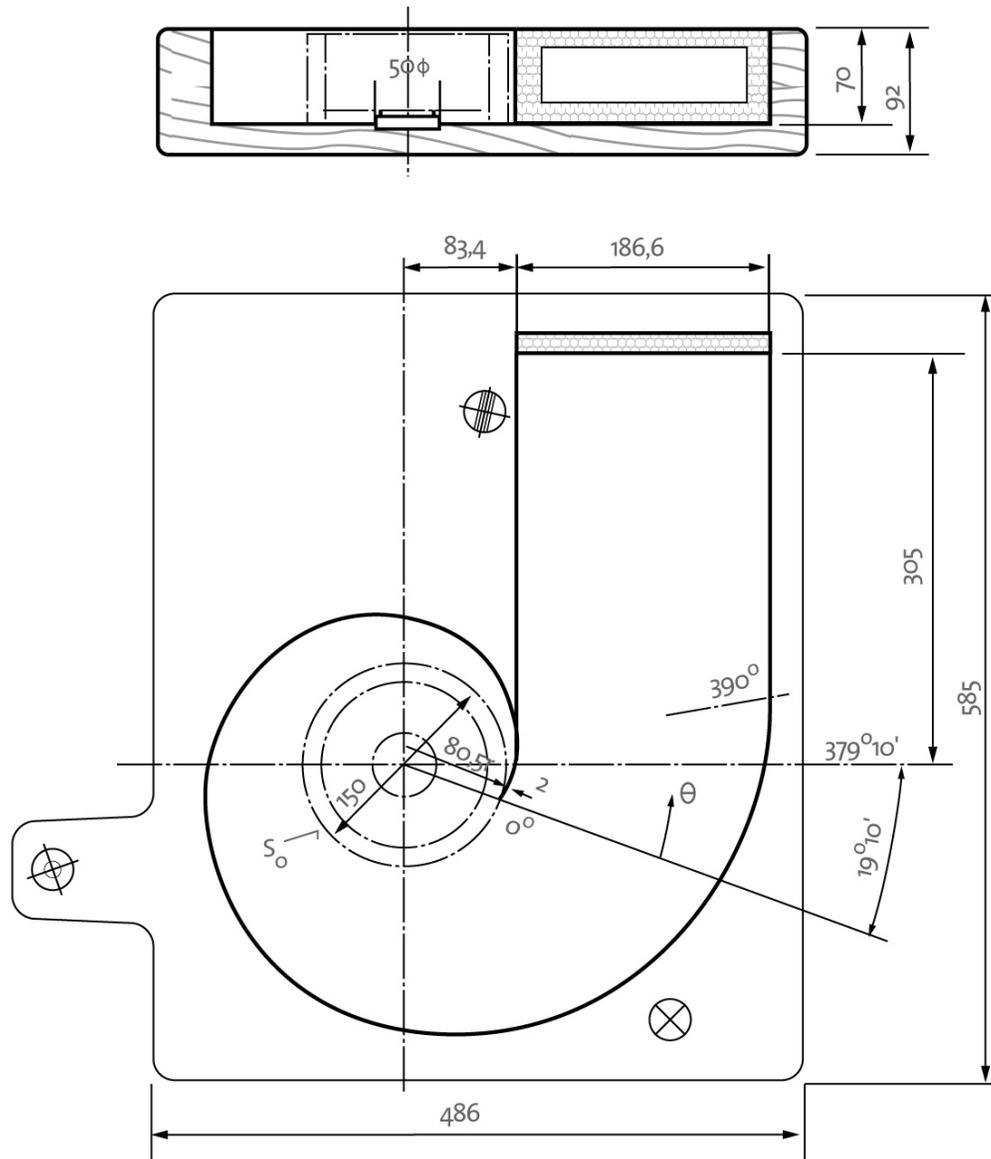
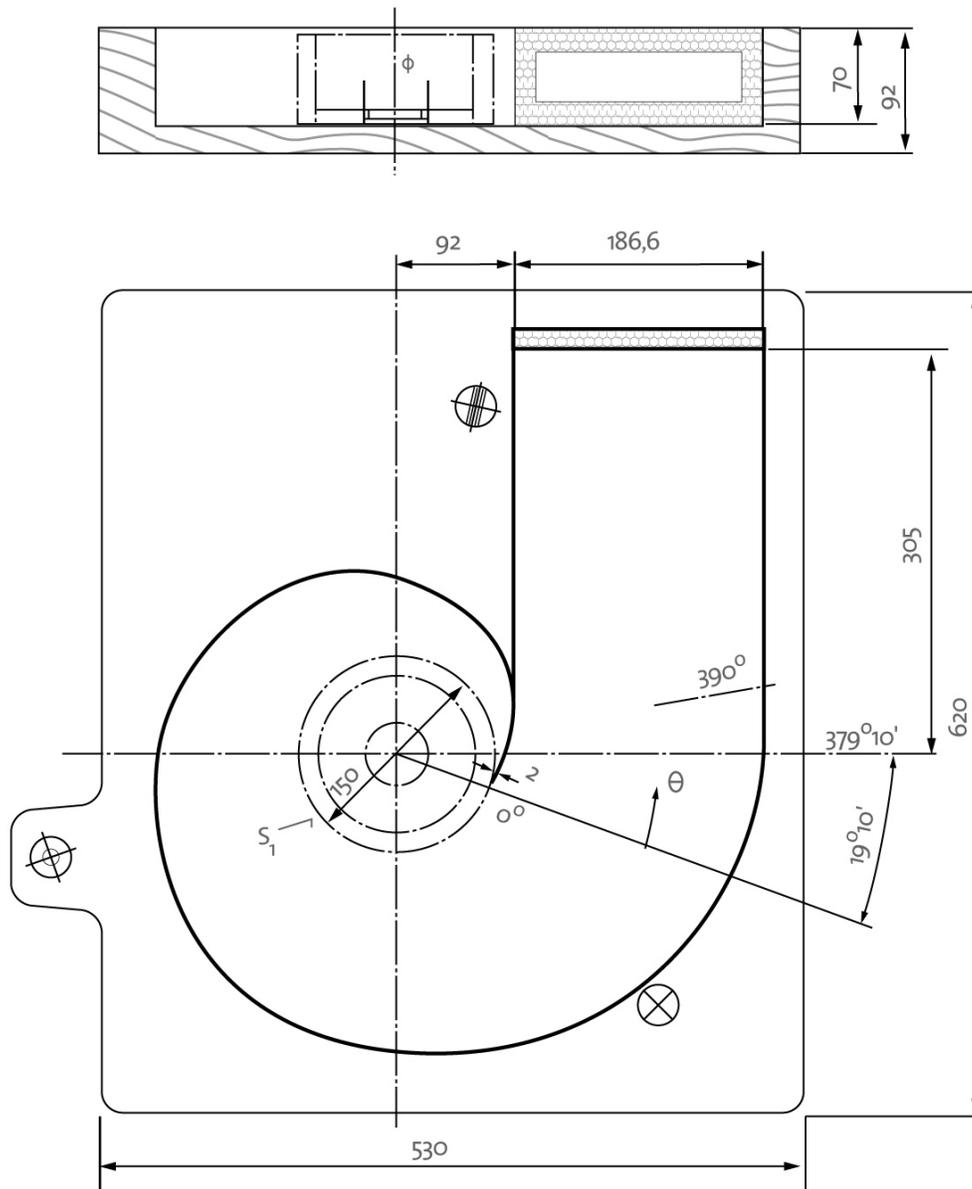


Figura 6. 4 Modelo experimental del Dr. Athanassiadis Espiral Logarítmica.

Ver bibliografía [1].

- Espiral de Arquímedes:

$$r_e = r_0 + \tau \cdot \theta \quad (6.16)$$



**Figura 6. 5 Modelo experimental del Dr. Athanassiadis Espiral de Arquímedes.**

**Ver bibliografía [1].**

Donde:

$r_e$ : Radio exterior de la espiral.

$r_0$ : Radio de la sección central  $S_0$ .

$L$ : Largo de la sección de entrada.

$h_0$ : Profundidad del modelo.

Ambos modelos fueron construidos de madera y en ambos casos se le adaptaron colectores, electrodos, potenciómetros, etc., para realizar los experimentos según el

método de la analogía eléctrica. Las cantidades en dicho experimento fueron trabajadas en forma adimensional, tomándose como patrón para ambos modelos a:

$$V_{r0}^* = \frac{V_{r0}}{V_\infty} = 0,4 \quad (6.17)$$

De las distintas mediciones se obtuvo que el momento hidráulico de fluido ( $V_u \cdot r$ ) es solo función del ángulo  $\theta$ , y no del radio, por lo tanto se tiene que:

$$V_u \cdot r = f(\theta) \quad (6.18)$$

Por otro lado el caudal de fluido  $Q_\theta$  que pasa a través de un segmento de superficie  $S_\theta$ , es:

$$Q_\theta = \int_0^\theta V_{r0} \cdot r_0 \cdot h_0 \cdot d\theta = Q_0 - \int_{r_0}^{r_e} h_0 \cdot V_u \cdot dr \quad (6.19)$$

Aplicando continuidad entre la sección de entrada y toda la sección de salida  $S_0$ , se tiene que:

$$\begin{aligned} Q_0 &= L \cdot h_0 \cdot V_\infty = 2\pi \cdot r_0 \cdot h_0 \cdot V_{r0} \\ \Rightarrow V_{r0}^* &= \frac{L}{2\pi \cdot r_0} \end{aligned} \quad (6.20)$$

Combinando (6.20) con (6.19), y ya que el espesor y el radio de la sección  $S_0$  son constantes, se tiene que:

$$h_0 \cdot r_0 \cdot V_{r0} \int_0^\theta d\theta = 2\pi h_0 \cdot r_0 \cdot V_{r0} - h_0 \int_{r_0}^{r_e} V_u \cdot dr \quad (6.21)$$

Combinando las ecuaciones (6.21), (6.18) y escribiéndola en términos adimensionales se tiene que:

$$V_{r0}^* \cdot r_0 \cdot \theta = 2\pi \cdot r_0 \cdot V_{r0}^* - f(\theta) \int_{r_0}^{r_e} \frac{dr}{r} \quad (6.22)$$

Integrando la ecuación anterior y sustituyendo en la ecuación (6.18) se tiene que la distribución de velocidades tangenciales es:

$$V_u^* = \frac{r_0}{r} \cdot \frac{V_{r0}^* \cdot (2\pi - \theta)}{\ln\left(\frac{r_e}{r_0}\right)} \quad (6.23)$$

Para poder encontrar la distribución de velocidades radiales, se realizara un procedimiento similar al anterior. El caudal de fluido  $dQ_w$  que pasa a través de una superficie cilíndrica de radio  $r_w$  en el punto  $(r_w, \theta)$  es:

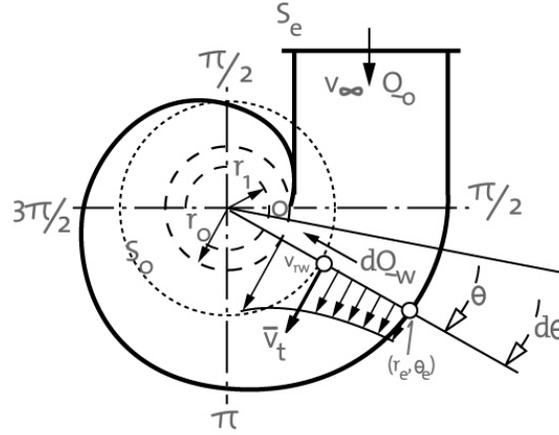


Figura 6. 6 Distribución de velocidades .

Ver bibliografía [1].

$$dQ_w = V_{r_w} \cdot r_w \cdot h_0 \cdot d\theta = \frac{d}{d\theta} \left( \int_{r_w}^{r_e} V_u \cdot h_0 \cdot dr \right) \cdot d\theta \quad (6.24)$$

Dividiendo la ecuación anterior entre  $V_{\infty}$  y sustituyendo (6.23) nos queda que:

$$V_{r_w} \cdot r_w = \frac{d}{d\theta} \left( \frac{r_0 \cdot (2\pi - \theta) \cdot V_{r_0}^* \cdot \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r}}{\ln\left(\frac{r_e}{r_0}\right)} \right) = V_{r_0}^* \cdot r_0 \cdot \frac{d}{d\theta} \left( \frac{\ln r_e - \ln r_w \cdot (2\pi - \theta)}{\ln r_e - \ln r_0} \right) \quad (6.25)$$

Debido a que  $r_w$  es un radio arbitrario hacemos  $r_w = r$ , por lo tanto se tiene que:

$$V_r^* = V_{r_0}^* \cdot \frac{r_0}{r} \cdot \frac{dG(\theta)}{d\theta} \quad (6.26)$$

Donde:

$$G(\theta) = \frac{\ln r_e - \ln r}{\ln r_e - \ln r_0} \cdot (2\pi - \theta)$$

Nótese que en la expresión que se uso para simplificar la ecuación (6.25) aparece el término del radio exterior de la caja espiral, que no es más que:

$$r_e = Rc_{\theta} + \rho_{\theta} = Rc_{\theta} + \sqrt{\left(\frac{I}{2}\right)^2 + \left(Rc_{\theta} - \frac{F}{2}\right)^2} \quad (6.27)$$

Como se puede ver la ecuación (6.25) depende del tipo de espiral, por lo tanto la distribución de la componente radial de la velocidad y en consecuencia la velocidad total y el ángulo que forman ambas componentes de velocidades dependen del tipo de espiral con la cual se trabaje (ver capítulo III). Además esa misma ecuación depende del ángulo de posición  $\theta$ , por lo tanto al momento de realizar la derivación correspondiente en la ecuación (6.27), hay que tener en cuenta la ecuación (6.25) para la correspondiente derivada interna de uno de sus términos ( $Lnr_\theta$ ).

También es posible encontrar el ángulo que forman las dos componentes de las velocidades como:

$$\tan \chi = \frac{V_r}{V_u} \quad (6.28)$$

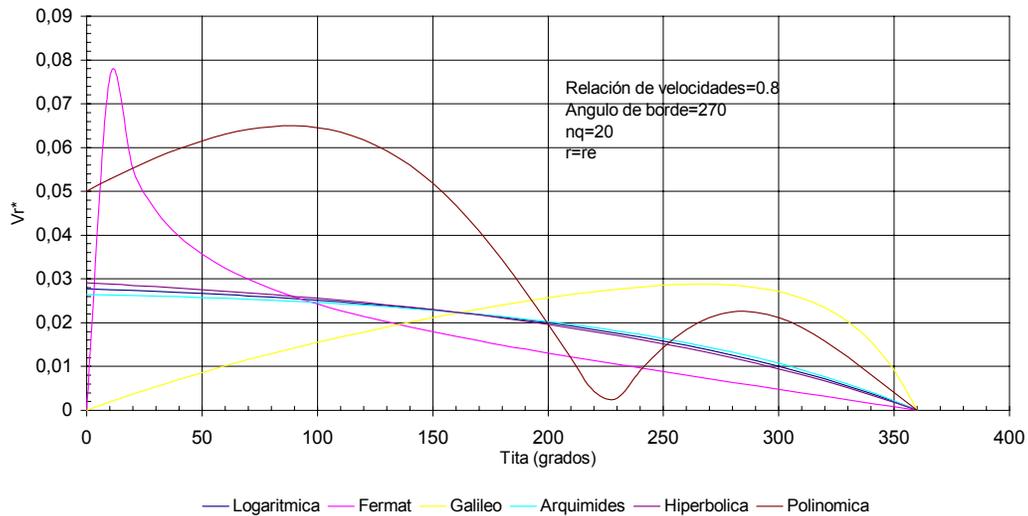
### 6.1.2.3 Análisis de resultados.

Los resultados de las ecuaciones (6.10), (6.22), (6.25) y (6.26) se presentan en las gráficas (6.6.a) a la (6.19), para lo cual se varió todo tipo de parámetros, comenzando por el tipo de espiral, condiciones de borde, hasta el ángulo de ubicación de la sección (gráficas en función del radio), radio de posición de un punto (gráficas en función del ángulo) y el número específico de revoluciones.

De los resultados obtenidos los aspectos más resaltantes e importantes son:

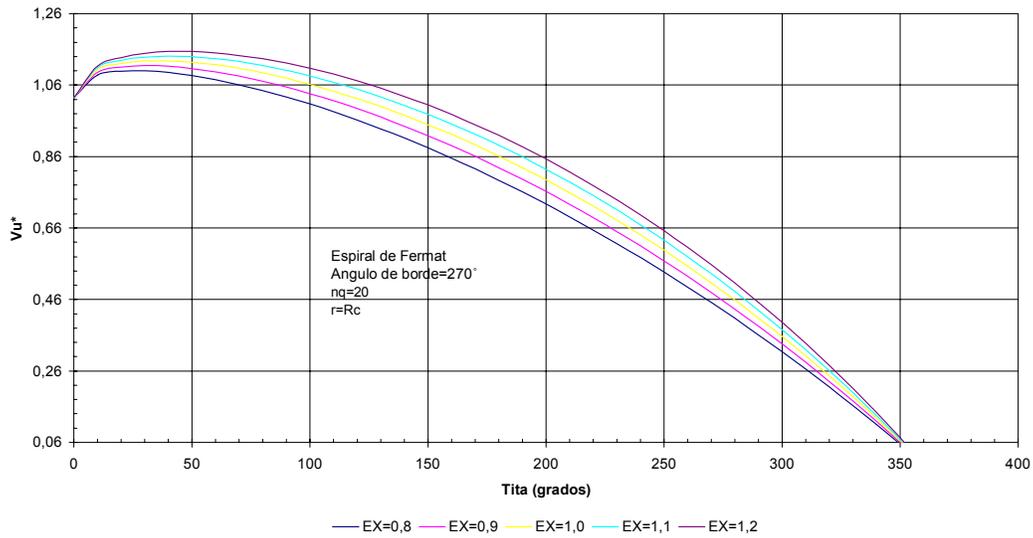
- A medida que se aumente las condiciones de borde (relación de velocidades y el ángulo de la condición de borde) disminuye la distribución de velocidades, patrón igualmente encontrado en el método de las líneas de corriente.
- El tipo de espiral influye drásticamente en la distribución de velocidades, tal es el caso de la espiral Polinómica que mantiene un patrón muy diferente al resto de las otras espirales, las cuales a su vez presentan diferencias entre sí pero menos marcadas, en la gráfica (6.10.b) se observa claramente este comportamiento, en donde la espiral Polinómica posee un comportamiento altamente fluctuante lo cual no es nada deseado, mientras que la espiral de Galileo mantiene un patrón si se quiere parabólico obteniendo valores de velocidad radial cero en las secciones de entrada y salida de la caja espiral.

**Gráfico 6.10.b**  
**Distribución de velocidades radiales ( $V_r^*$ )**  
**Método del flujo potencial**

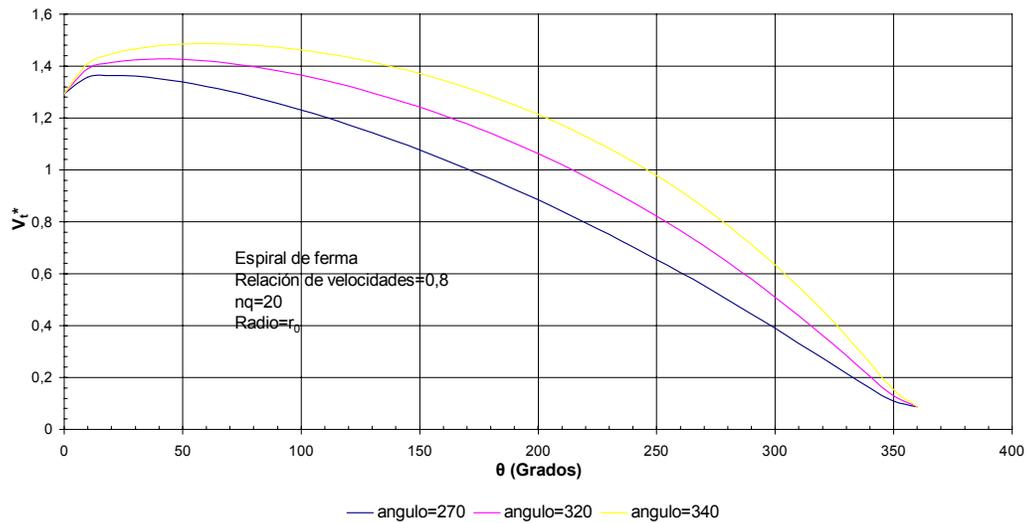


- El ángulo entre ambas componentes de la velocidad, no permanece constante a través de la caja espiral en la zona en donde se encuentra el predistribuidor, zona en la cual este parámetro es de suma importancia.
- La relación de velocidades en el radio igual al radio de la espiral, radio en el cual se imponen las condiciones de borde, la velocidad en dicho punto no corresponde a las condiciones de borde impuesta (ver gráfica 6.12.a), lugar en donde según la condición de borde impuesta, la velocidad en ese punto debería ser 1,804 y no 0,5177, lo mismo ocurre en las gráfica (6.15.b), esto se debe a que método se basa en la hipótesis de que la distribución de velocidades depende de la geometría, mientras que el método geométrico del Prof. Stefan Zarea, método por el cuál se hallan las ecuaciones que describen la geometría se fundamenta en la hipótesis inversa, en donde la geometría de la espiral depende de la relación de velocidades impuesta en la condición de borde necesaria para dicho método.

**Gráfico (6.12.a)**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



**Gráfico 6.15.b**  
**Velocidad total  $V_t^*$**   
**Método del flujo potencial**



- La distribución de la velocidad tangencial tiene una distribución hiperbólica, lo cual corresponde perfectamente con la distribución que se debía de esperar por considerar que el momento hidráulico se conserva, también se observa que valor de la velocidad radial es la misma en la zona del predistribuidor independientemente del tipo de espiral o de condición de borde, ya que esa es una suposición para este método.

### 6.1.4 Comparación de los métodos de distribución de velocidades.

A partir de los resultados obtenidos en esta sección se puede concluir que el método más confiable para hallar la distribución de velocidades es el método del flujo potencial. A continuación se enumeraran los factores por los cuales se llega a dicha conclusión:

- 1- El método del flujo potencial tiene una confirmación empírico, situación que no ocurre con el método de las líneas de corriente.
- 2- El método de las líneas de corriente se basa en la suposición en que la espiral se extiende en una longitud mayor de  $2\pi$  radianes, lo cual no corresponde de ninguna manera con la realidad.
- 3- El método del flujo potencial proporciona mucha mas información, como se evidencia con el numero de gráficas de un método y otro, como por ejemplo el método del flujo potencial puede dar mucha información sobre la zona del predistribuidor, zona que es de mucha importancia para el estudio hidrodinámico de cajas espirales.
- 4- Sin embargo, ambos métodos tienen el inconveniente de no coincidir la velocidad tangencial calculada con la relación de velocidades impuesta en la condición de borde (método geométrico del Prof. Stefan Zarea).

### 6.2 Distribución de Presiones.

Una vez ya conocida la distribución de velocidades radiales y tangenciales, es fácil conocer la distribución de presiones, para ello se hará uso de la ecuación de Bernoulli, tomando como punto de referencia la entrada sección de entrada en la caja espiral, por lo tanto:

$$P + \frac{\rho}{2} \cdot V^2 = P_{\infty} + \frac{\rho}{2} \cdot V_{\infty}^2 = Ctte \quad (6.29)$$

Realizando la siguiente adimensionalización:

$$P^* = \frac{P - P_{\infty}}{\left(\frac{\rho}{2}\right) \cdot V_{\infty}^2} = 1 - V^{*2} \quad (6.30)$$

Se tiene que la distribución de presiones viene dada por la siguiente expresión:

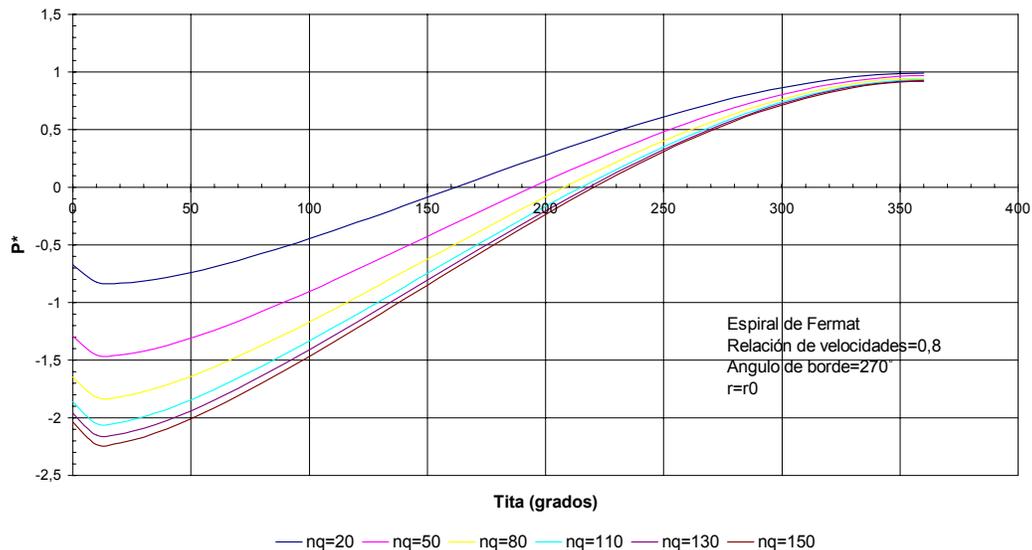
$$P^* = 1 - V_t^{*2} = 1 - (V_u^{*2} + V_r^{*2}) \quad (6.31)$$

### 6.2.1 Análisis de Resultados.

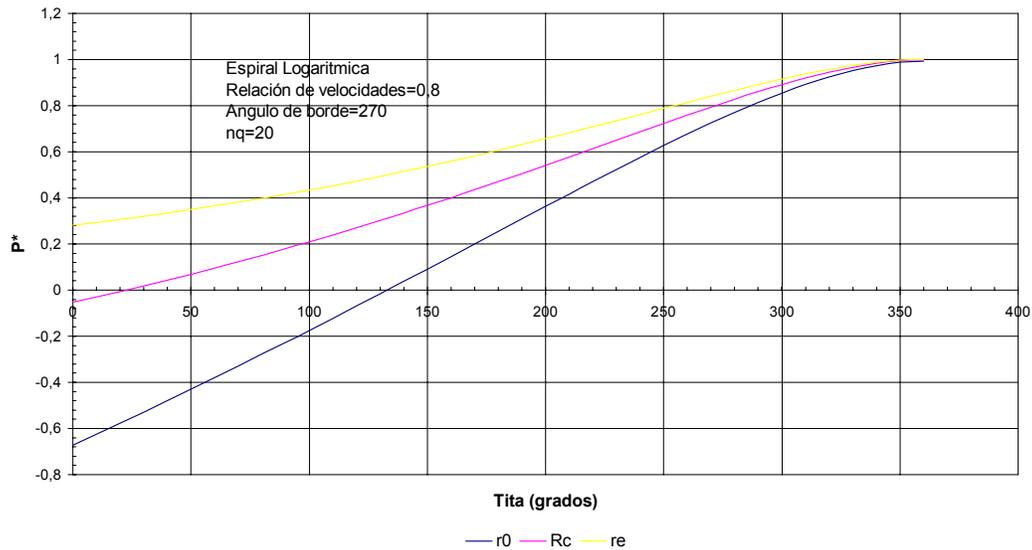
En las gráficas (6.22) a la (6.34) se presentan los resultados de la distribución de presiones, calculados a partir de los resultados del método del flujo potencial, en tales gráficas se varían tanto el tipo de espiral, condiciones de borde, numero específico de revoluciones, posición de alguna sección en específico, etc.

En las tres primeras de estas gráficas se puede ver que el tipo de espiral influye en la distribución de presiones, al igual que en gráficas siguientes se puede ver que la distribución de presiones es sensible a la variación de las condiciones, pero este comportamiento es inverso al de distribución de velocidades, lo que significa que a medida que se aumente la condición de borde la relación de presiones disminuye, esto es consecuencia de que dicha distribución es consecuencia directa de la ecuación de Bernoulli, por lo tanto que aumente la velocidad la presión debe disminuir para mantener los niveles de energía constante.

Gráfico 6.33  
Distribución de Presiones ( $P^*$ )



**Gráfico 6.34**  
**Distribución de Presiones (P\*)**



En las gráficas (6.33) y (6.34) proporcionan información acerca de la zona de menor presión, siendo esta zona la zona del predistribuidor, además se observa la relación que hay entre la distribución de presiones y el número específico de revoluciones, por ejemplo la relación de presiones para un ángulo de posición de 10 grados y un  $nq$  de 20 la relación de presiones es de -0,820, mientras que para un  $nq$  de 150 la relación de presiones es de -2,23. La evaluación de la relación de presiones es de suma importancia, debido a que dependiendo de los niveles de presión en la sección de entrada en la caja espiral (presión hidrostática del fluido) podría o no presentarse cavitación. Para solucionar este problema, al momento de diseñar una caja espiral y poseer una alta relación negativa de presiones se debe verificar si la presión en este punto es menor a la presión de vaporización del agua a las condiciones de diseño (temperatura), en caso de que esto ocurra se deberá bajar el número específico de revoluciones bajando las r.p.m. de la máquina, para de esa manera se aumenta la relación de presiones.

## **CAPITULO VII: Manuales del usuario para el uso de los programas de computación.**

En el presente capitulo se explicará de manera detallada como trabajar con los programas elaborados en este trabajo, para el calculo de las secciones de la caja espiral, evaluación de las pérdidas hidráulicas y distribución de velocidades y presiones.

Todos los programas antes mencionados fueron elaborados en el lenguaje Fortran, y los códigos de los mismos se encontrarán en la parte de los Anexos.

### ***7.1 Programa para el cálculo de las dimensiones para el trazado de las secciones de la caja espiral.***

Este programa esta basado en las ecuaciones que aparecen en el Capitulo III, en la sección que lleva este nombre. La finalidad de la elaboración de este programa es la de proporcionar todas las distancias necesarias para el trazado de todas las secciones de la caja espiral.

Para la ejecución satisfactoria de este programa se debe proceder del modo siguiente:

- Llamar al archivo trazado.exe.
- En pantalla aparecerá, -Seleccione el tipo de espiral-, pudiendo escoger el tipo de espiral entre varias opciones que aparecerán allí. Para escoger una de las opciones se debe marcar que numero que antecede al tipo de espiral deseado.
- Se le preguntará, -valor de  $nq$  para el cual desea el cálculo-, introduciendo para ello el valor deseado del número específico de revoluciones en función del caudal para cual desea el cálculo.
- Por ultimo se le preguntará las condiciones de borde deseadas y el número de divisiones en las que quiera dividir ambas secciones de la caja espiral (entrada y salida).
- Al momento de terminar la entrada de los datos y pulsar ENTER, en la carpeta de archivos de donde fue llamado el archivo trazado.exe aparecerá un archivo llamado FILEOUT.dat en donde se encuentran los resultados.

El archivo de salida tendrá la siguiente estructura:

```

Sección N#=      1
Arco de entrada= 0.5210949
Arco de salida=  0.5202742

```

AiBi	AiB(i+1)
0.9592636	1.081874
0.9380881	1.046970
0.8766343	0.9803556
0.7809185	0.8911507
0.6603109	0.7920072
0.5266196	0.6974732
0.3929346	0.6208971
0.2723493	0.5697641
0.1766794	0.5423591
0.1152989	0.5305035
9.4171330E-02	0.5273131

```

Seccion N#=     2
Arco de entrada= 0.5202742
Arco de salida=  0.5194774

```

AiBi	AiB(i+1)
0.9558498	1.078504
0.9347072	1.043669
0.8733490	0.9771922
0.7777818	0.8881911
0.6573618	0.7893111
0.5238783	0.6950945
0.3904015	0.6188753
0.2700044	0.5680993
0.1744852	0.5409862
0.1132039	0.5292988
9.2112049E-02	0.5261233

En donde:

- \* Sección N#: Indica a que sección se deben los resultados que aparecen debajo de ella.
- \* Arco de entrada y salida: Indica la longitud de arco que une a cada uno de los puntos sobre la superficie de las tapas de una sección.
- \* AiBi, AiB(i+1): Son las dimensiones de las distancias entre los puntos sobre una generatriz y sobre la distancia entre un punto y el punto opuesto que pertenece a la generatriz siguiente.

## **7.2 Programa para el cálculo de las pérdidas hidráulicas.**

Dicho programa se basa en lo explicado en el Capítulo V y a continuación se explicará como manejar dicho programa.

- Ejecutar el archivo perdidas.exe.
- Se le preguntará al usuario lo siguiente:
  - 1) Tipo de espiral deseada.  
Introduciendo para ello el numero que antecede a la espiral que requiera y pulse ENTER.
  - 2) En caso de seleccionar una espiral Polinómica se le preguntará las relaciones de velocidades para 90, 180 y 270°, en caso contrario, omite este paso y continúe con 3).
  - 3) Angulo para la condición de borde.  
Introduzca el angulo para la condición de borde en grados y pulse ENTER.
  - 4) Relación de velocidades.  
Introduzca la relación de velocidades y pulse ENTER.
  - 5) Método de Cálculo deseado.  
Teniendo para ello varias opciones que aparecerán también en pantalla, luego de escoger alguna de ellas marque el número de la misma y pulse ENTER.

Los resultados aparecerán en un archivo llamado salida.dat en la misma carpeta de llamo al archivo perdida.exe.

El formato de la salida de los resultados será el siguiente:

Espiral Logarítmica	
nq	Valor de pérdidas
20.00000	0.2414853
30.00000	0.3222680
40.00000	0.4263894
50.00000	0.5343556
60.00000	0.6395485
70.00000	0.7391135
80.00000	0.8318543
90.00000	0.9173964
100.0000	0.9957837
110.0000	1.067265
120.0000	1.132183
130.0000	1.190920
140.0000	1.243858
150.0000	1.291375

Donde aparecerá el tipo de espiral que seleccionó, y en la columna izquierda el número específico de revoluciones nq y en la derecha el valor calculado de pérdida para dicho valor.

### **7.3 Programa para el cálculo de la distribución de velocidades y presiones en la caja espiral.**

En este programa se calculan la distribución de velocidades por los métodos de las líneas de corriente y flujo potencial y en el caso del flujo potencial también se calculan la distribución de presiones. A continuación se explicarán los pasos para trabajar con este programa.

- Llamar al programa distribución de velocidades.exe-
- A continuación se le harán las siguientes preguntas.
  - 1)Siga los idénticamente los pasos del 1 al 4 explicados para el programa de pérdidas hidráulicas.
  - 2) A continuación se le preguntara cual es el método deseado para el cálculo de la distribución de velocidades, seleccione un método y pulse ENTER.
  - 3)En caso de seleccionar el método de las líneas de corriente, a continuación se le preguntará el valor de  $nq$  para el cuál requiere el cálculo.
    - 3.a) En la carpeta de archivos en donde fue llamado el programa aparecerá un archivo llamada velocidades y presiones.dat con el formato siguiente.

$nq= 20.00000$

radio	Vu	Vr	Vt
1.605525	4.332543	8.6327963E-02	4.333404
1.648127	4.220552	8.4096491E-02	4.221390
1.690729	4.114205	8.1977479E-02	4.115022
1.733331	4.013086	7.9962634E-02	4.013883
1.775933	3.916818	7.8044444E-02	3.917596
1.818535	3.825060	7.6216131E-02	3.825820
1.861137	3.737504	7.4471526E-02	3.738246
1.903739	3.653866	7.2804995E-02	3.654591
1.946341	3.573889	7.1211420E-02	3.574598
1.988943	3.497338	6.9686107E-02	3.498032
2.031545	3.423998	6.8224773E-02	3.424678
2.074147	3.353671	6.6823475E-02	3.354337
2.116749	3.286174	6.5478571E-02	3.286827
2.159351	3.221341	6.4186737E-02	3.221981
2.201953	3.159017	6.2944904E-02	3.159644
2.244555	3.099058	6.1750196E-02	3.099673
2.287157	3.041333	6.0599994E-02	3.041937
2.329759	2.985719	5.9491862E-02	2.986312
2.372361	2.932103	5.8423527E-02	2.932685
2.414963	2.880378	5.7392891E-02	2.880950
2.457565	2.830446	5.6397982E-02	2.831008

En donde radio es la posición radial de punto respecto al eje rotación de la turbina (centro del rodete) y Vu, Vr y Vt, son las velocidades tangenciales, radiales y totales respectivamente.

4) En caso de seleccionar el método del flujo potencial, se le preguntará que en función del radio o del ángulo, seleccione uno y pulse ENTER.

5) Si su selección fue en función del radio, a continuación se le preguntará el valor del nq y la posición de la sección en estudio (en grados).

El formato de salida es el siguiente

nq= 20.00000

tita= 20.00000

radio	Vu	Vr	Vt	P*
1.605525	1.252813	8.6327963E-02	1.255784	-0.5769929
1.646078	1.221949	8.1515364E-02	1.224665	-0.4998033
1.686631	1.192568	7.6998010E-02	1.195052	-0.4281482
1.727184	1.164568	7.2752096E-02	1.166838	-0.3615110
1.767737	1.137852	6.8756290E-02	1.139927	-0.2994342
1.808290	1.112334	6.4991310E-02	1.114231	-0.2415115
1.848843	1.087936	6.1439704E-02	1.089670	-0.1873798
1.889396	1.064585	5.8085699E-02	1.066169	-0.1367156
1.929949	1.042216	5.4914959E-02	1.043661	-8.9229278E-02
1.970501	1.020767	5.1914457E-02	1.022086	-4.4660084E-02
2.011054	1.000183	4.9072299E-02	1.001386	-2.7744914E-03
2.051607	0.9804130	4.6377625E-02	0.9815093	3.6639441E-02
2.092160	0.9614094	4.3820526E-02	0.9624076	7.3771633E-02
2.132713	0.9431286	4.1391905E-02	0.9440364	0.1087952
2.173266	0.9255298	3.9083395E-02	0.9263547	0.1418670
2.213819	0.9085759	3.6887355E-02	0.9093244	0.1731291
2.254372	0.8922319	3.4796692E-02	0.8929101	0.2027115
2.294925	0.8764656	3.2804929E-02	0.8770792	0.2307320
2.335478	0.8612467	3.0906033E-02	0.8618011	0.2572989
2.376031	0.8465473	2.9094437E-02	0.8470472	0.2825111
2.416584	0.8323414	2.7365020E-02	0.8327911	0.3064590

Donde tita es la posición de la sección en estudio tomada a partir de la sección de entrada, radio es la posición radial de un punto y Vu, Vr, Vt y P\* son los valores de velocidades tangenciales, radiales, totales y presión para dicho punto.

6) Si selecciona que desea el cálculo en función del ángulo se le preguntará el valor del nq, y la posición radial para la cuál desea el cálculo, teniendo para ello tres opciones que son: la zona del predistribuidor, centro de sección y zona de la pared externa de la sección.

El formato de salida es el siguiente:

nq= 20.00000

tita	Vu	Vr	Vt	P*
0.000000E+00	0.8475279	2.7752277E-02	0.8479821	0.2809263
10.00000	0.8401467	2.7566049E-02	0.8405988	0.2933937
20.00000	0.8323414	2.7365020E-02	0.8327911	0.3064590
30.00000	0.8240911	2.7148424E-02	0.8245381	0.3201369
40.00000	0.8153710	2.6915297E-02	0.8158152	0.3344456
50.00000	0.8061584	2.6664801E-02	0.8065993	0.3493975
60.00000	0.7964259	2.6395882E-02	0.7968632	0.3650090
70.00000	0.7861465	2.6107525E-02	0.7865799	0.3812920
80.00000	0.7752900	2.5798585E-02	0.7757191	0.3982599
90.00000	0.7638245	2.5467854E-02	0.7642490	0.4159235
100.0000	0.7517164	2.5114065E-02	0.7521358	0.4342917
110.0000	0.7389288	2.4735821E-02	0.7393427	0.4533724
120.0000	0.7254232	2.4331668E-02	0.7258312	0.4731691
130.0000	0.7111571	2.3899995E-02	0.7115586	0.4936843
140.0000	0.6960863	2.3439141E-02	0.6964808	0.5149145
150.0000	0.6801618	2.2947259E-02	0.6805488	0.5368534
160.0000	0.6633320	2.2422414E-02	0.6637108	0.5594879
170.0000	0.6455398	2.1862449E-02	0.6459099	0.5828004
180.0000	0.6267254	2.1265140E-02	0.6270861	0.6067630
190.0000	0.6068230	2.0628020E-02	0.6071735	0.6313403
200.0000	0.5857615	1.9948440E-02	0.5861011	0.6564856
210.0000	0.5634640	1.9223550E-02	0.5637919	0.6821387
220.0000	0.5398471	1.8450262E-02	0.5401623	0.7082247
230.0000	0.5148202	1.7625229E-02	0.5151218	0.7346496
240.0000	0.4882838	1.6744817E-02	0.4885708	0.7612986
250.0000	0.4601304	1.5805077E-02	0.4604017	0.7880302
260.0000	0.4302421	1.4801734E-02	0.4304967	0.8146726
270.0000	0.3984902	1.3730146E-02	0.3987267	0.8410170
280.0000	0.3647331	1.2585234E-02	0.3649501	0.8668114
290.0000	0.3288148	1.1361419E-02	0.3290110	0.8917518
300.0000	0.2905653	1.0052721E-02	0.2907391	0.9154707
310.0000	0.2497955	8.6524989E-03	0.2499453	0.9375274
320.0000	0.2062971	7.1535413E-03	0.2064211	0.9573904
330.0000	0.1598393	5.5479263E-03	0.1599356	0.9744206
340.0000	0.1101660	3.8269709E-03	0.1102324	0.9878488
350.0000	5.6992121E-02	1.9811513E-03	5.7026546E-02	0.9967480
360.0000	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00	1.0000000

Donde tita es la posición angular de una sección medida a partir de la entrada de la caja espiral, y Vu, Vr, Vt y P\* son los valores de velocidades tangenciales, radiales, totales y presión para dicho punto.

## CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos en este trabajo, se puede llegar a las siguientes conclusiones:

- Los métodos de dimensionamiento presentados en este son bastante confiables por ser métodos basados en turbinas instaladas en la realidad. De ambos métodos el método de dimensionamiento del Prof. Stefan Zarea es mas ventajoso que el de Siervo y Leva por poseer un rango de valores para cada dimensión.
- El método geométrico del profesor Stefan Zarea tiene la ventaja de asegurar que la sección de la caja espiral es en todo momento circular, además se puede variar las condiciones de borde y de esa manera obtener distintos comportamientos de pérdidas, esfuerzos, distribución de presiones, etc.
- La espiral de Galileo, con las condiciones de borde de relación de velocidades de 0,8 en un ángulo de  $270^\circ$ , posee una mejor distribución de presiones, así como la distribución de presiones es función del número específico de revoluciones.
- Las condiciones de borde más favorables para disminuir las perdidas hidráulicas son las de una relación de velocidades de 0,8 para un ángulo de  $270^\circ$ .
- La espiral de Logarítmica posee en promedio menor valor de perdidas entre el rangos ( $20 \leq nq \leq 30$ ) y la espiral de Arquímedes en el rango ( $20 \leq nq \leq 30$ ).
- El método mas adecuado para la evaluación de las distribuciones de presiones y velocidades, es el método del flujo potencial.
- La espiral que presenta menos peligro de Cavitación es la espiral de Galileo, con una relación de velocidades de 0,8 para un ángulo de  $270^\circ$ .
- La Espiral con mejor resistencia y en consecuencia con necesidad de menos espesor de pared es la espiral de Arquímedes, con condiciones de borde de relación de velocidades  $EX=1,0$  y ángulo de borde  $320^\circ$ .

## RECOMENDACIONES

- 1- Realizar actualizaciones de los métodos de dimensionamiento presentados en este trabajo con datos de turbinas instaladas recientemente así como la posible modificación del tipo de regresión usada en el método de dimensionamiento de Stefan Zarea.
  
- 2- Realizar trabajos de investigación sobre pérdidas hidráulicas, distribución de velocidades y presiones sobre la caja espiral para flujos tridimensionales y de ser posible realizar dichas evaluaciones en estado transitorio, así como estudiar la posible influencia que pueda tener el distribuidor y predistribuidor sobre las materias antes mencionadas.

## NOMENCLATURA

$N_s, n_q, n_{qw}, n'_q,$	Números específicos de revoluciones.
P	Presión.
A	Área de sección, diámetro de entrada de la caja espiral.
$R_{c\theta}$	Radio de espiral.
$\theta, \gamma, \beta, \varphi, \lambda$	Angulo.
$\rho$	Radio de sección.
$n_q, n_{qw}, n'_{qw}$	Número específico de revoluciones.
$V_r$	Velocidad radial.
$V_u$	Velocidad tangencial.
$V_t$	Velocidad total.
EX	Relación de velocidades.
$\Psi$	Angulo para la condición de borde.
$\sigma$	Esfuerzo normal.
Q	Caudal.
H	Altura.
S	Superficie.
$\infty$	Condición de entrada en la caja espiral.
$K_u$	Coefficiente de velocidad periférica.
$Q_{II}$	Caudal unitario.
$D_{II}$	Diámetro unitario.
B	Radio de la espiral en la sección de entrada.
x	Amplitud del esfuerzo medio.
I	Ancho de predistribuidor.
F	Diámetro interno de la caja espiral.
n	Velocidad angular de rotación.
f	Factor de fricción.
$H_v$	Pérdida hidráulica.

**BIBLIOGRAFIA**

1. ATANHASSIADIS, Nicholas, "Potencial Flow through Spiral Casings".
2. AYALA, Jorje; 1973 "Trazado y Cálculo de Calderería", Ediciones, Urmo, Bilbao, España.
3. BOVET, Th; 1970, "Turbines Hydrauliques, feuilles de tours, illustrés", IMH, Lausanne, Suiza.
4. BEER, Ferdinand ; JOHNSTON, Russel ; 1993, "Mecánica de Materiales", segunda edición, Mc Graw Hill, Bogotá, Colombia.
5. BUXTON, W, 1951, "Formulas for pipe thickness". Pressure vessel and piping desing, collected papers 1927-1959, 1960, The American society of Mechanical Engineers.
6. CHIACCIO, Alfredo; GOMES, Jose; 1989, "Diseño de Turbinas Francis Estandarizadas según método Zarea", Tesis, tutor académico Prof. Dr. Ing. Stefan Zarea, Universidad Central de Venezuela, Caracas.
7. DE SIERVO, F; DE LEVA, F,"Modern trenes in selecting and designing Francis turbines", Water Power and dam construction, Agosto 1976.
8. HENRY, Pierre; 1992, "Turbomachines Hydrauliques, Presses Polytechniques et Universitaires", Romandes, Suiza.
9. HERNANDEZ, Carlos; SEIJAS Alfredo; 1987, "Normalización de Turbinas Francis", Tesis, tutor académico Prof. Dr. Ing. Stefan Zarea, Universidad Central de Venezuela, Caracas.
10. MATAIX Claudio; 1973, "Turbomáquinas Hidráulicas", ICI, Madrid, España.
11. MORLEY, A, 1943, "Resistencia de Materiales", Editorial Labor, Barcelona, España.
12. NECHLEBA, Miroslav, 1957, "Hydraulic turbines; their design and equipment", Editorial SNTL, Praga.
13. OSIO, Ignacio; 1986, "Dimensionamiento de Cajas Espirales para turbinas Francis", tesis Universidad Simón Bolívar, tutor Prof. Stefan Zarea, Caracas, Venezuela.
14. OSTERWALDER, J, "The loss analysis as means for dimensioning the volute inlet diameter of water turbines"

15. PAVEL, D; ZAREA, S; 1965, "Turbinas hidráulicas y equipos hidroenergeticos", tomos I y II, Editorial Didáctica y Pedagógica, Bucarest.
16. POLO ENCINAS, Manuel, 1976, "Turbomáquinas hidráulicas", Editorial Limusa, Mexico.
17. QUANTZ, L, 1961, "Motores hidráulicos", Editorial Gustavo Gili, Barcelona, España.
18. RAABE, J; 1980, "Proyecto y Operación de Centrales Hidroeléctricas", segunda parte, Universidad Central de Venezuela, Caracas.
19. STREETER, Victor, 1963, "Mecánica de los fluidos", McGraw Hill, Madrid, España.

**REFERENCIAS**

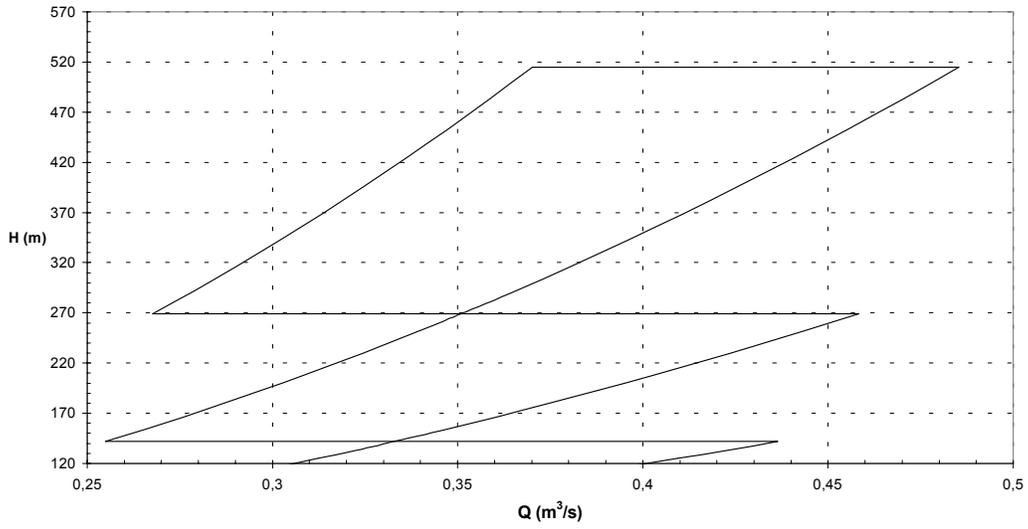
1. QUANTZ, L, 1961, "Motores hidráulicos", Editorial Gustavo Gili, Barcelona, España.
2. HERNANDEZ, Carlos; SEIJAS Alfredo; 1987, "Normalización de Turbinas Francis", Tesis, tutor académico Prof. Dr. Ing. Stefan Zarea, Universidad Central de Venezuela, Caracas.
3. DE SIERVO, F; DE LEVA, F, "Modern trends in selecting and designing Francis turbines", Water Power and dam construction, Agosto 1976.
4. CHIACCIO, Alfredo; GOMES, Jose; 1989, "Diseño de Turbinas Francis Estandarizadas según método Zarea", Tesis, tutor académico Prof. Dr. Ing. Stefan Zarea, Universidad Central de Venezuela, Caracas.
5. BOVET, Th; 1970, "Turbines Hydrauliques, feuilles de tours, illustrés", IMH, Lausanne, Suiza.
6. HENRY, Pierre; 1992, "Turbomachines Hydrauliques, Presses Polytechniques et Universitaires", Romandes, Suiza.
7. AYALA, Jorje; 1973 "Trazado y Cálculo de Calderería", Ediciones, Urmo, Bilbao, España.
8. BEER, Ferdinand ; JOHNSTON, Russel ; 1993, "Mecánica de Materiales", segunda edición, Mc Graw Hill, Bogotá, Colombia.
9. OSTERWALDER, J, "The loss analysis as means for dimensioning the volute inlet diameter of water turbines"

# **ANEXOS**

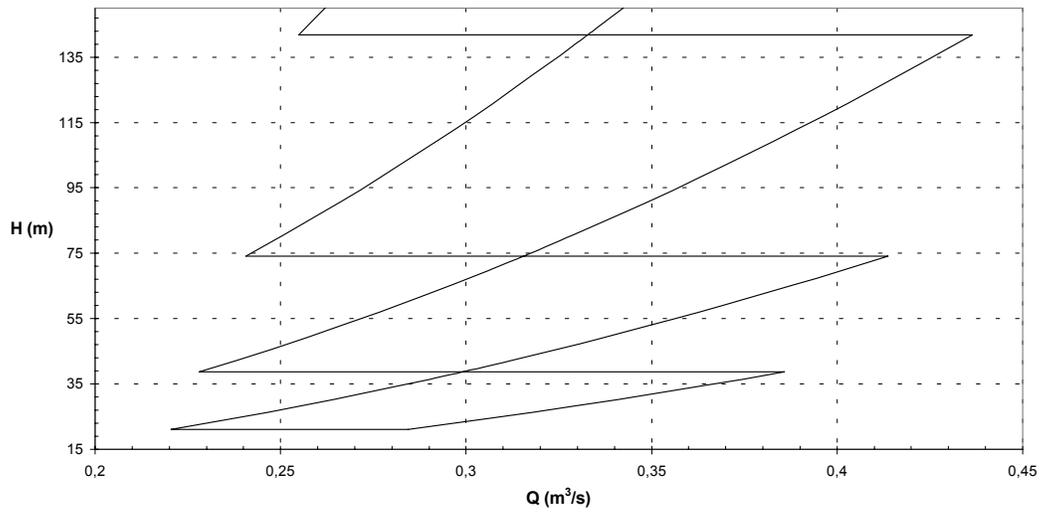
# **ANEXO 1**

En el siguiente anexo se presentan las gráficas de la delimitación del campo Q Vs. H según el criterio  $Q/H^{1/2}=\text{Ctte}$  tanto para velocidades arbitrarias como sincrónicas.

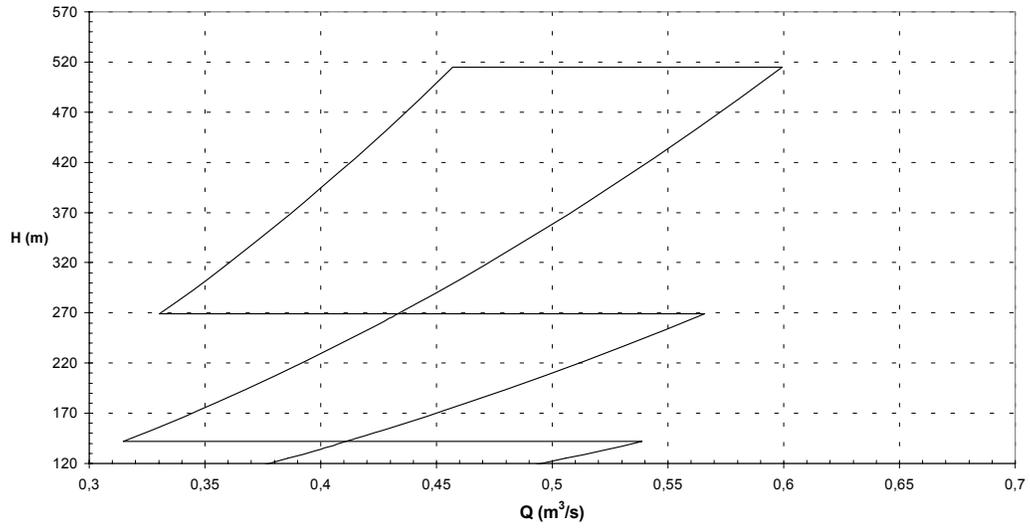
**Gráfico 2.1.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,18\text{m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



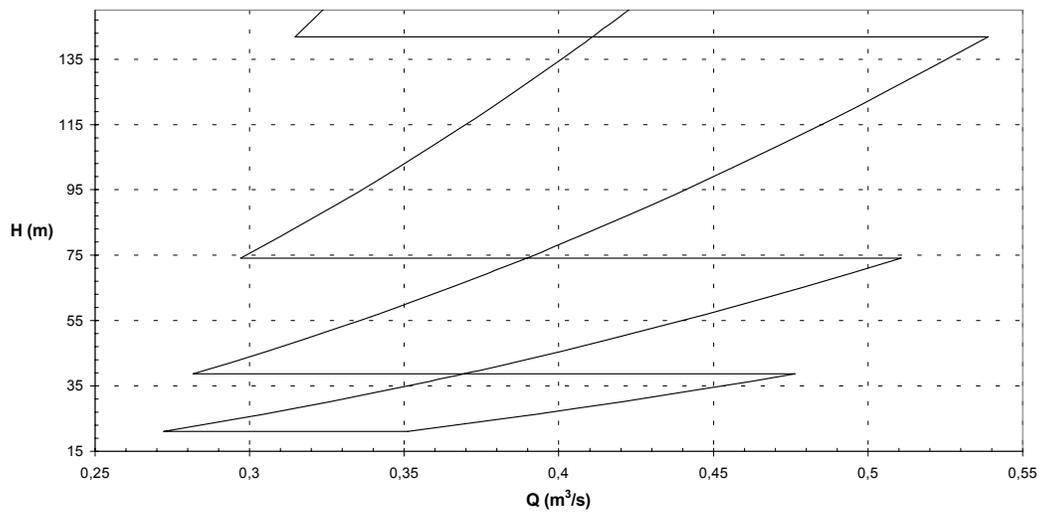
**Gráfico 2.1.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,18\text{m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



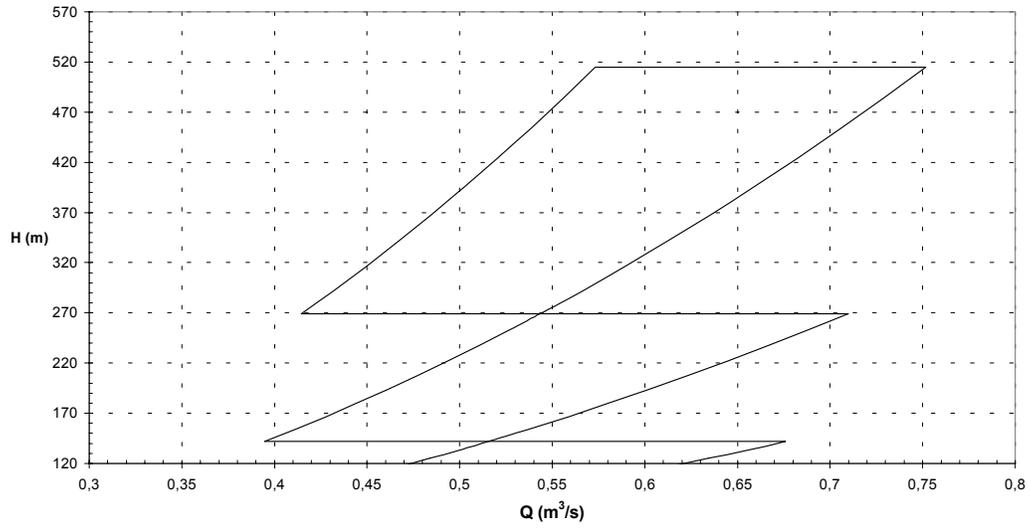
**Gráfico 2.2.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120\text{ m} \leq H \leq 570\text{ m}$  y  $D_3=0,20\text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



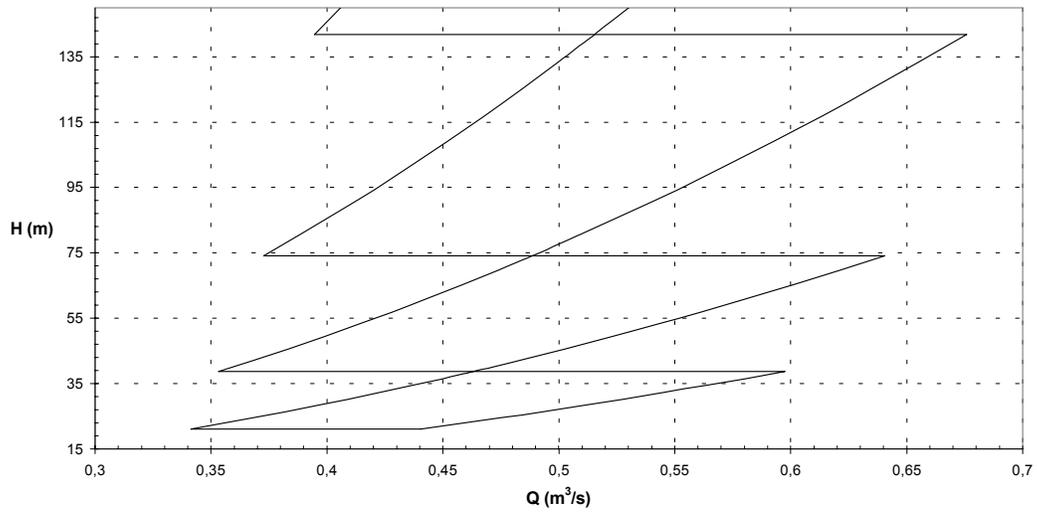
**Gráfico 2.2.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15\text{ m} \leq H \leq 150\text{ m}$  y  $D_3=0,20\text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



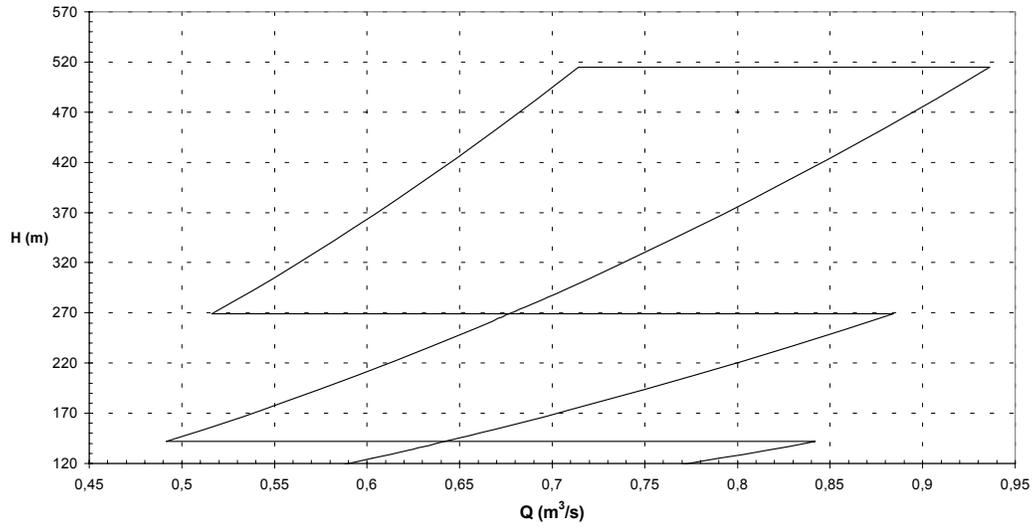
**Gráfico 2.3.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,224 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



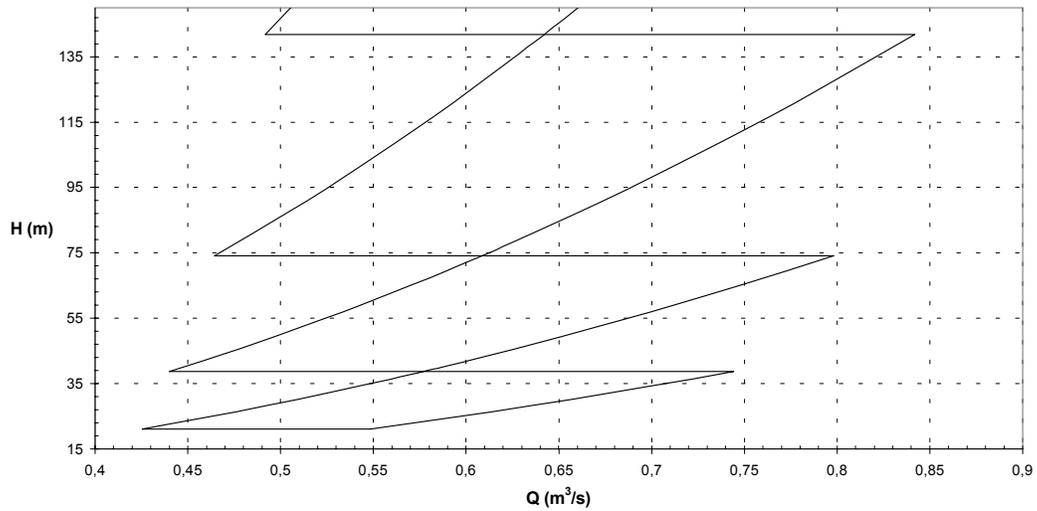
**Gráfico 2.3.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,224 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



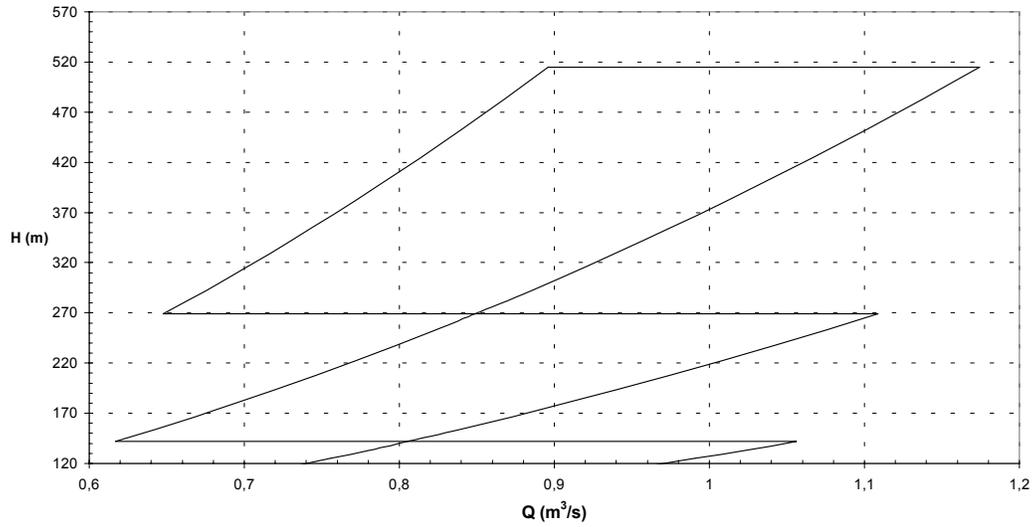
**Gráfico 2.4.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,25 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



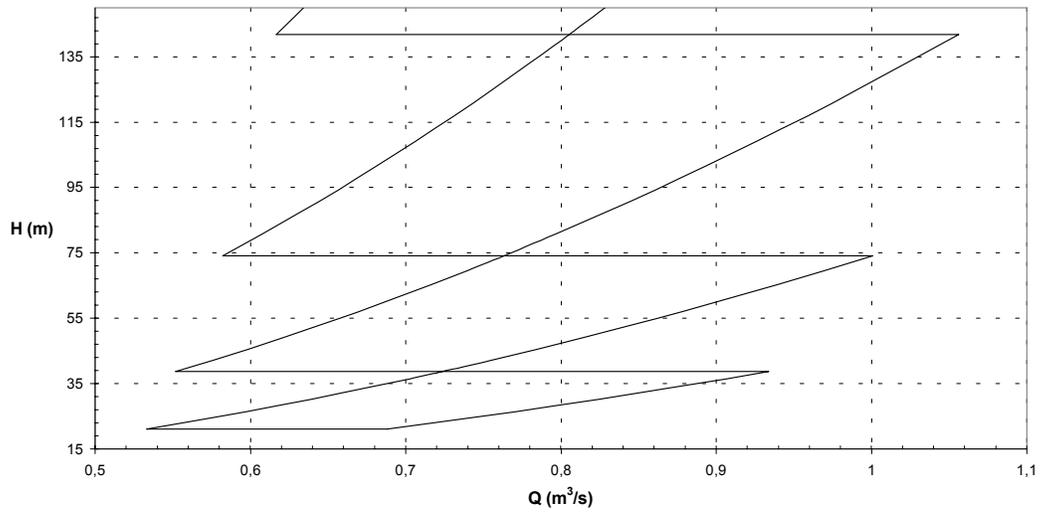
**Gráfico 2.4.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,25 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



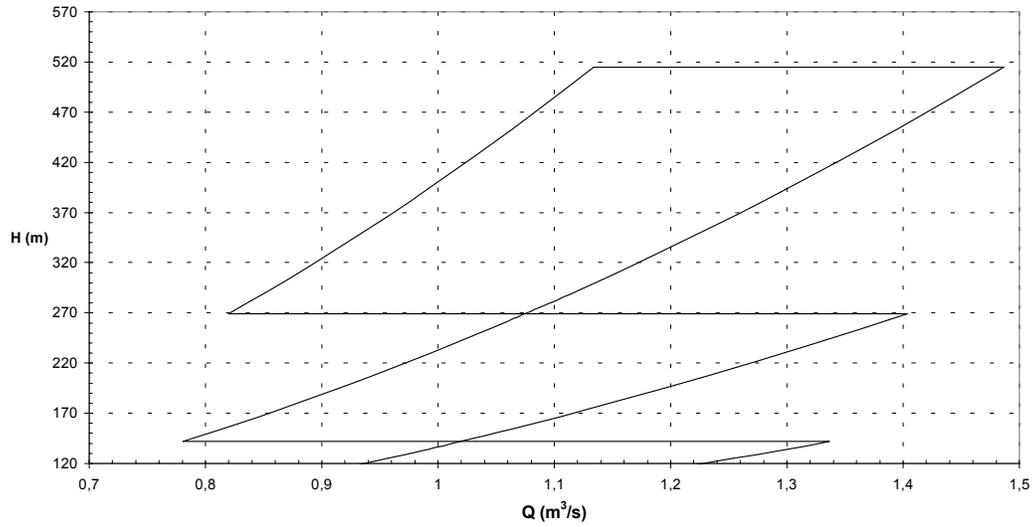
**Gráfico 2.5.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,28 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



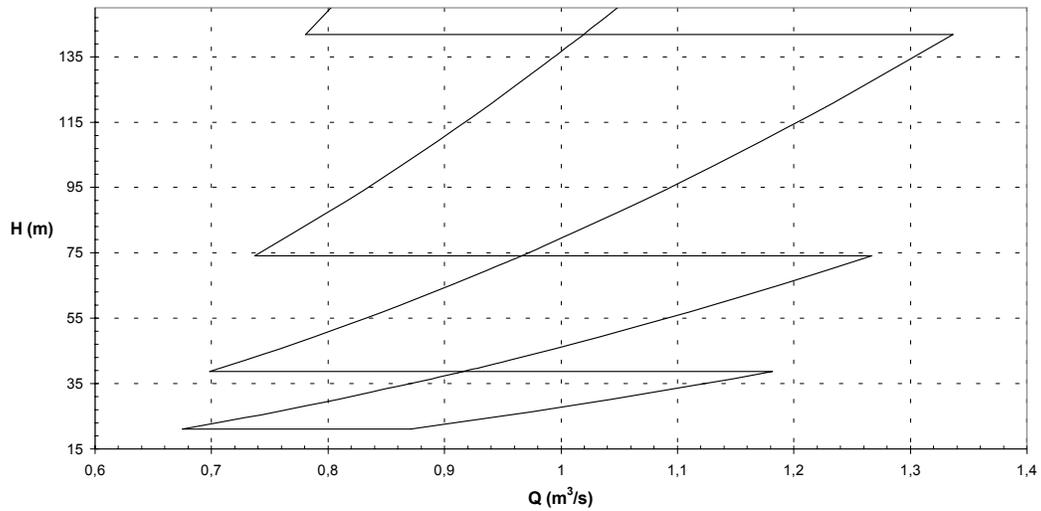
**Gráfico 2.5.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,28 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



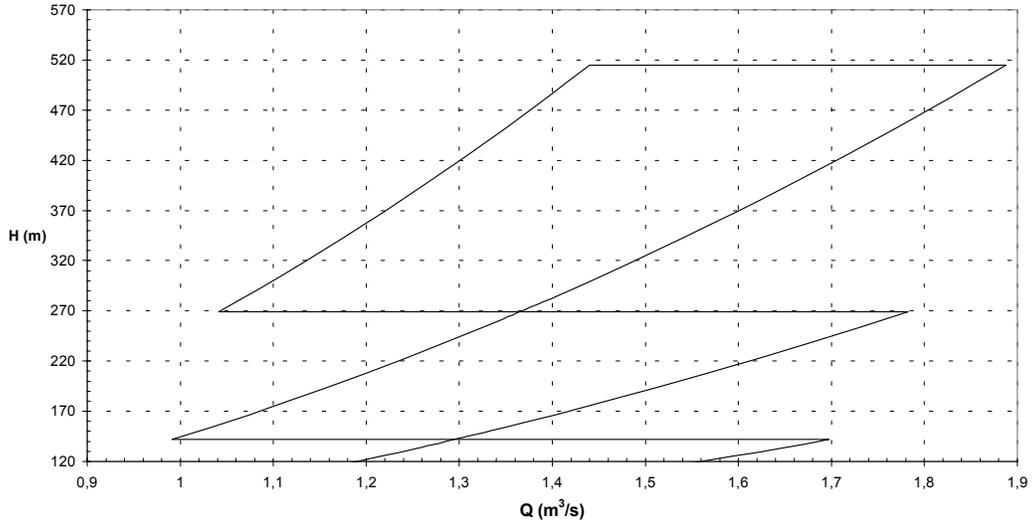
**Gráfico 2.6.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,315 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



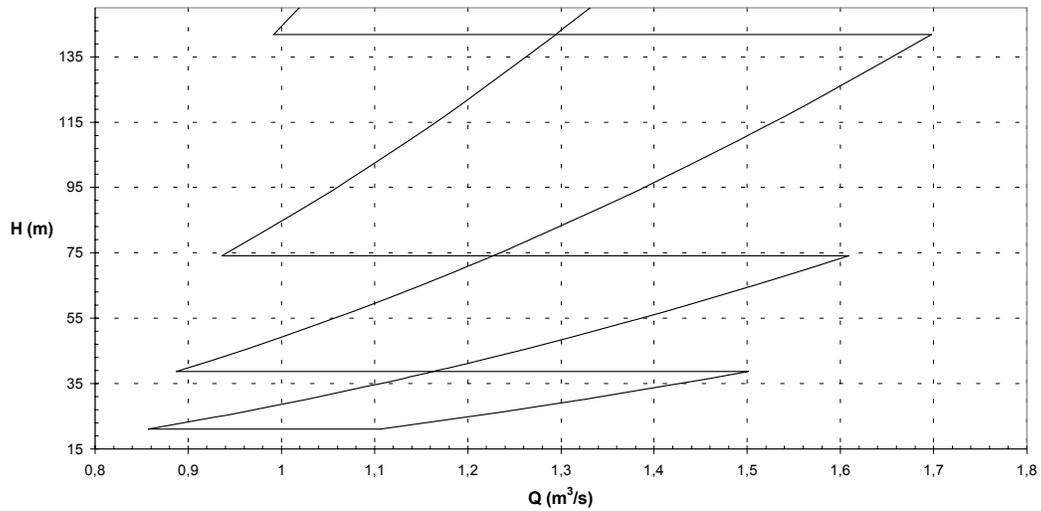
**Gráfico 2.6.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,315 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



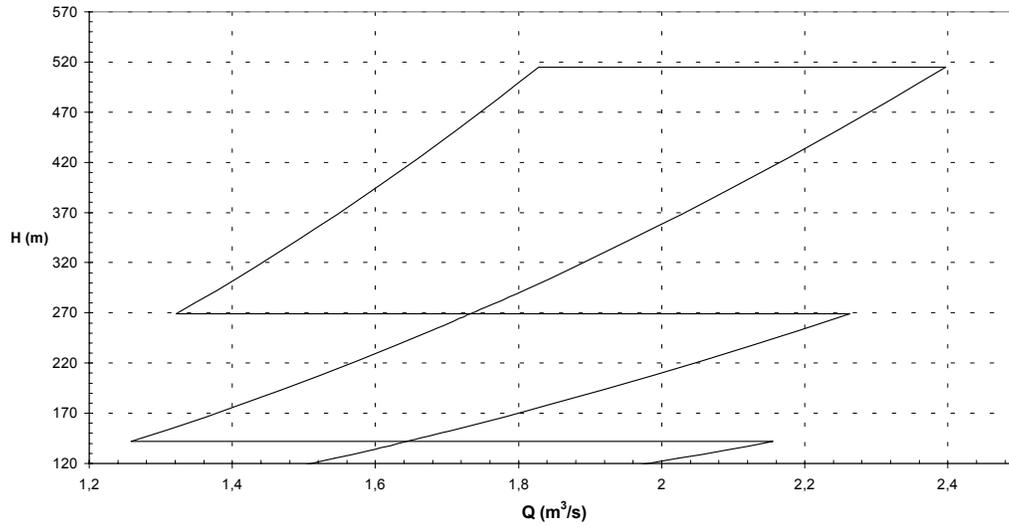
**Gráfico 2.7.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,355 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



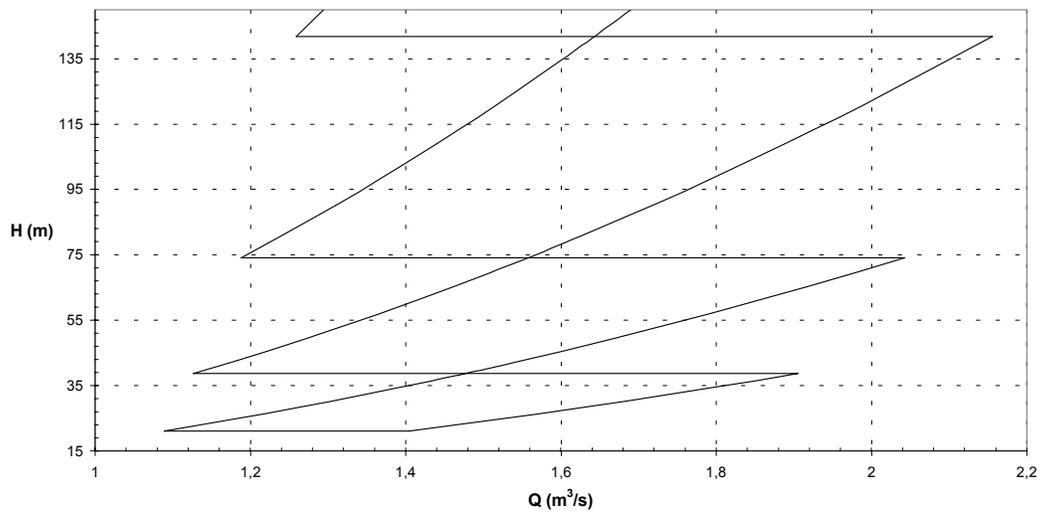
**Gráfico 2.7.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,355 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



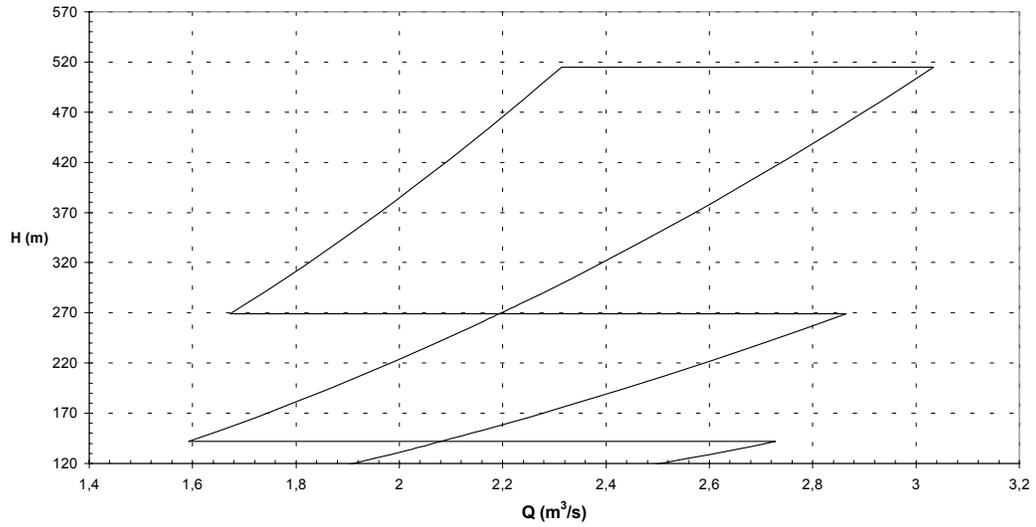
**Gráfico 2.8.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,40 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



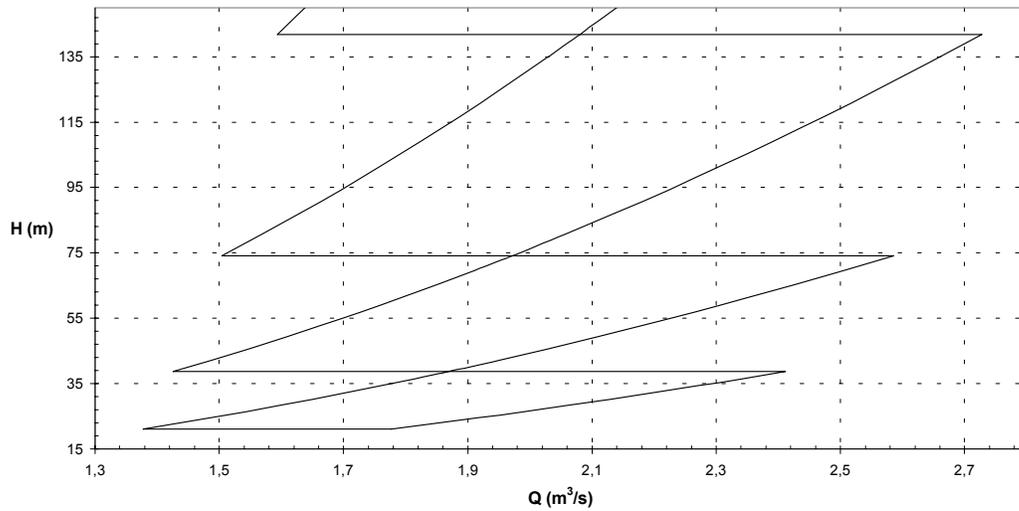
**Gráfico 2.8.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,40 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



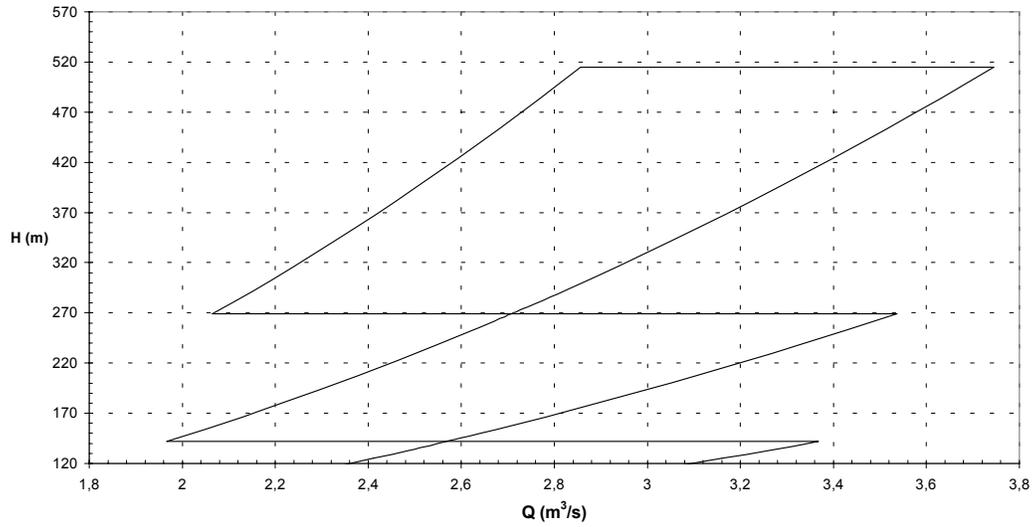
**Gráfico 2.9.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,45 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



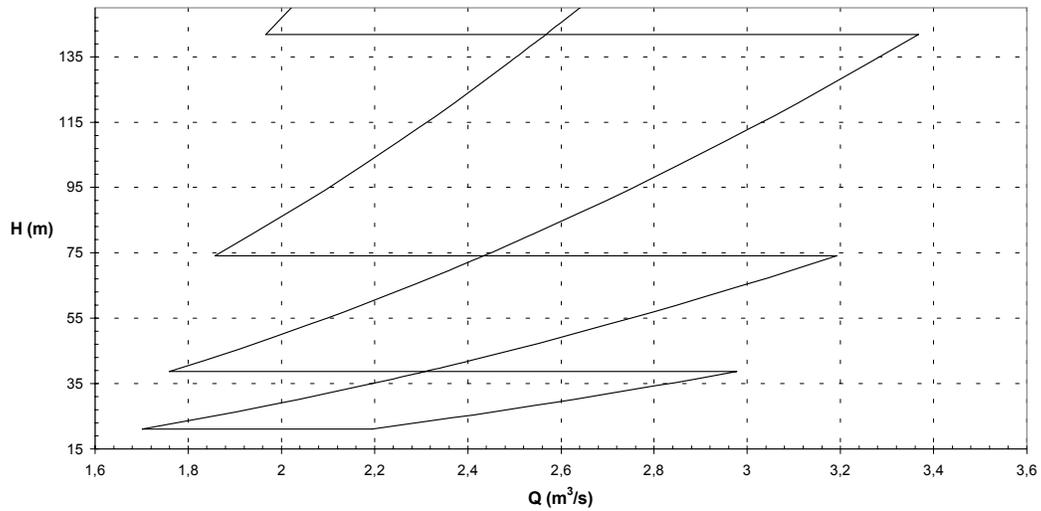
**Gráfico 2.9.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,45 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



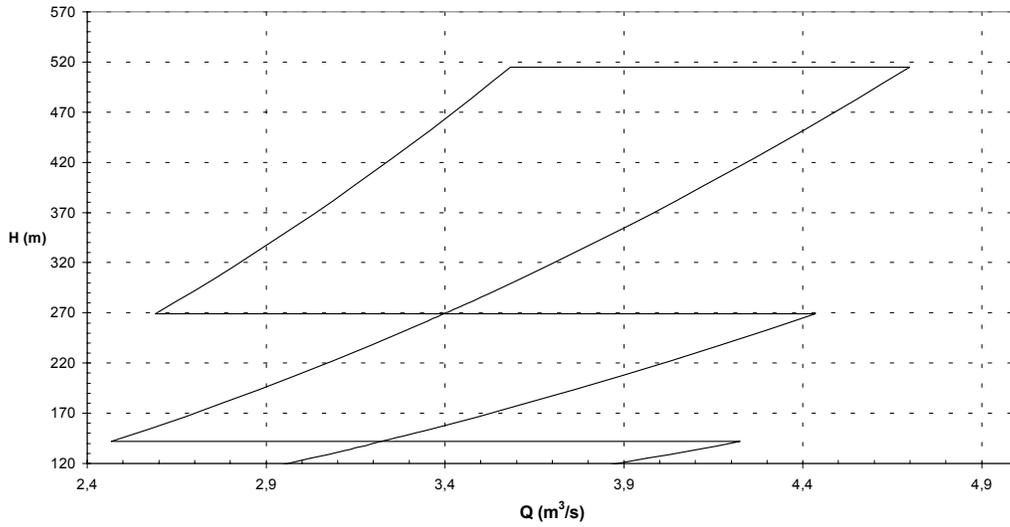
**Gráfico 2.10.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,50 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



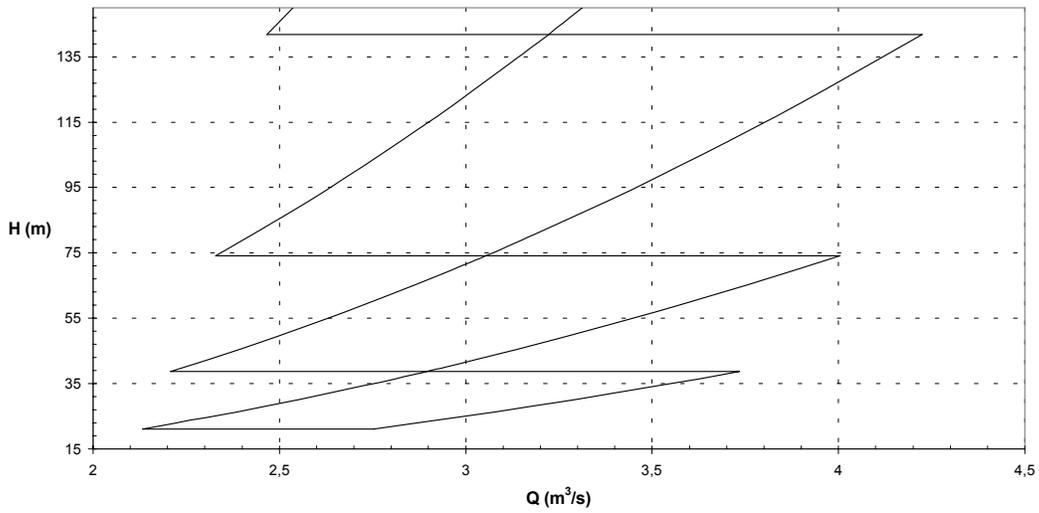
**Gráfico 2.10.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,50 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



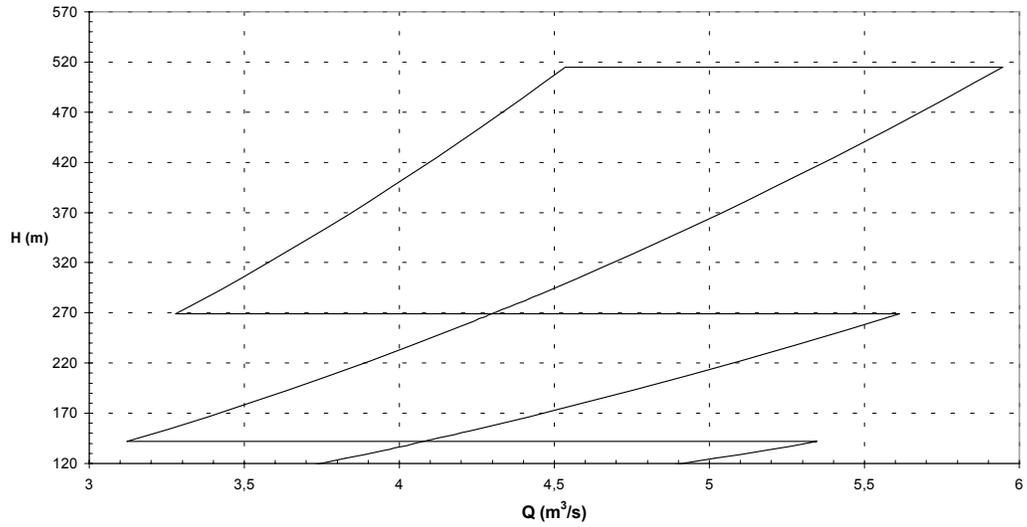
**Gráfico 2.11.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,56 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



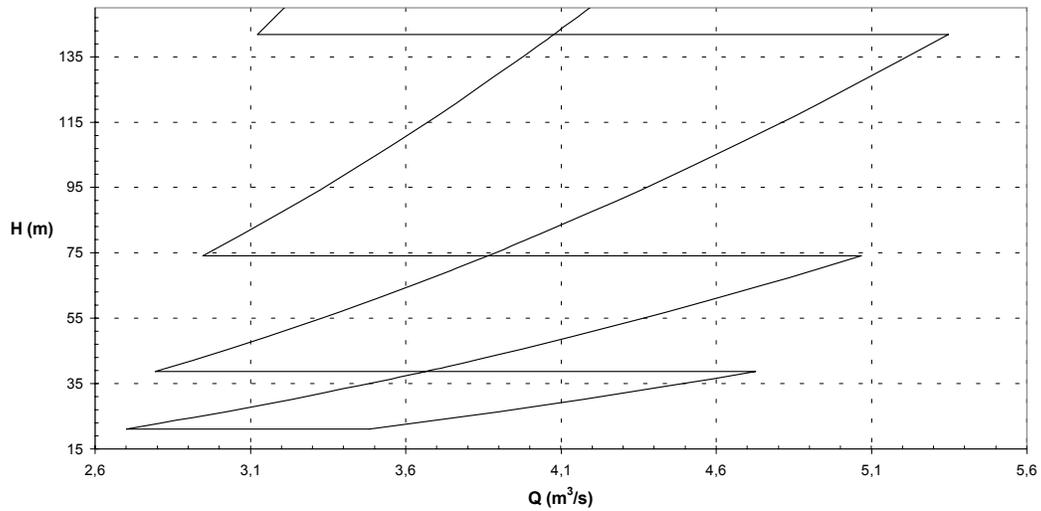
**Gráfico 2.11.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,56 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



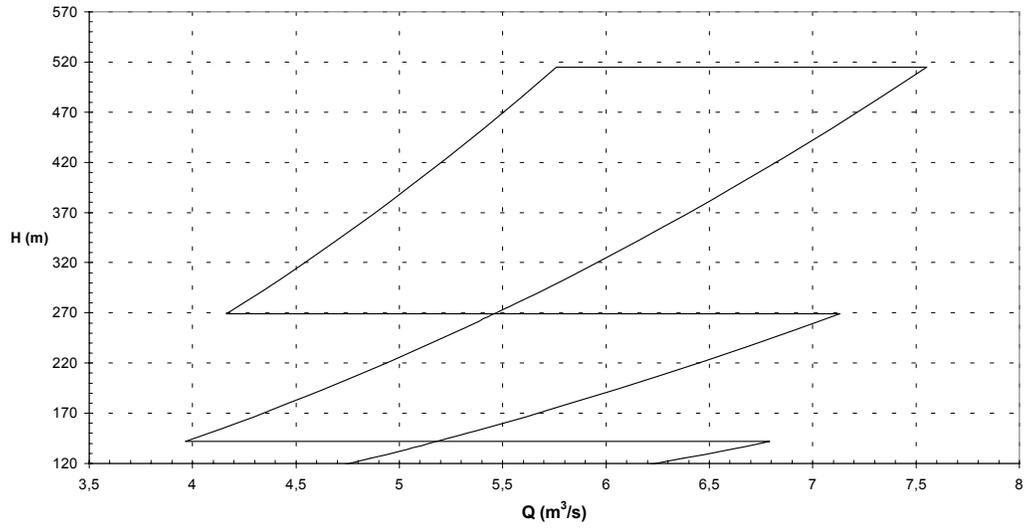
**Gráfico 2.12.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,63 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



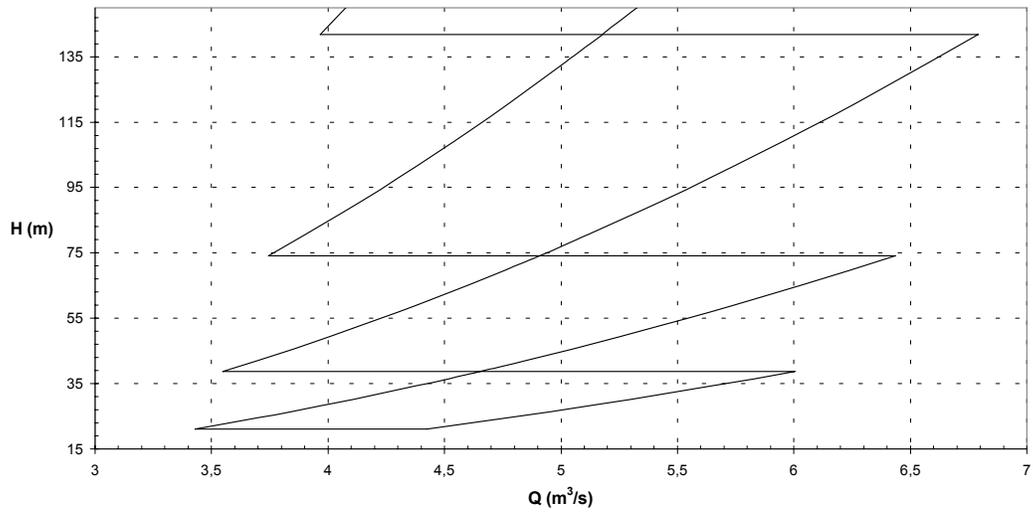
**Gráfico 2.12.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,63 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



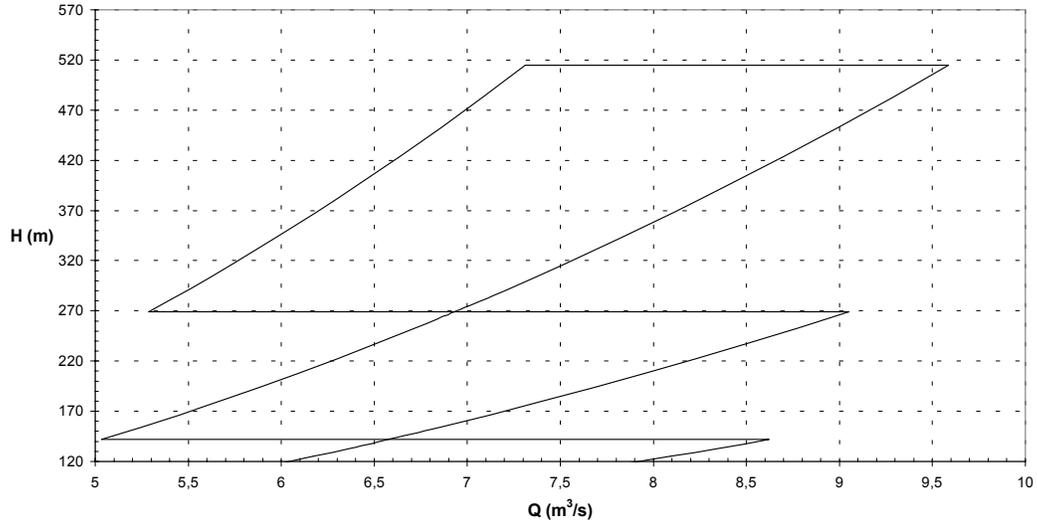
**Gráfico 2.13.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,71 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



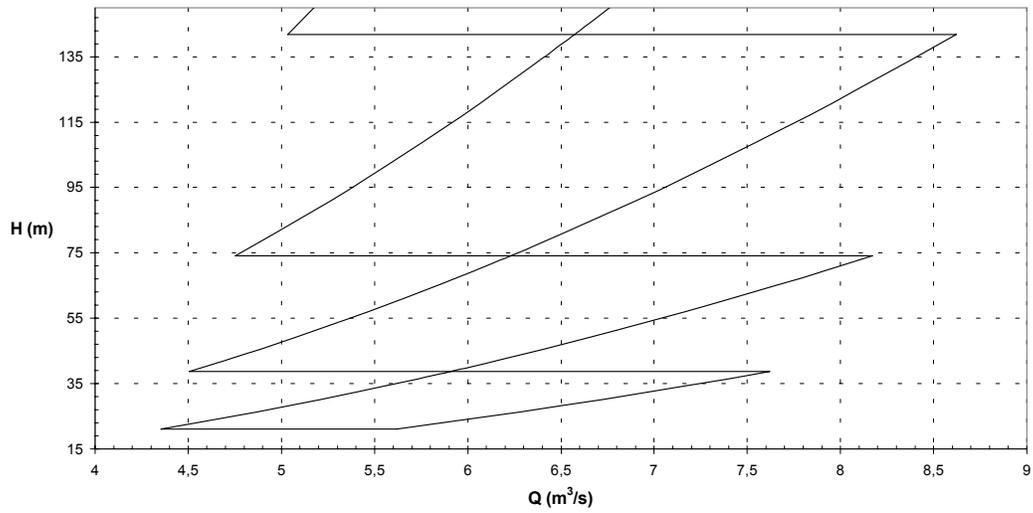
**Gráfico 2.13.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,71 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



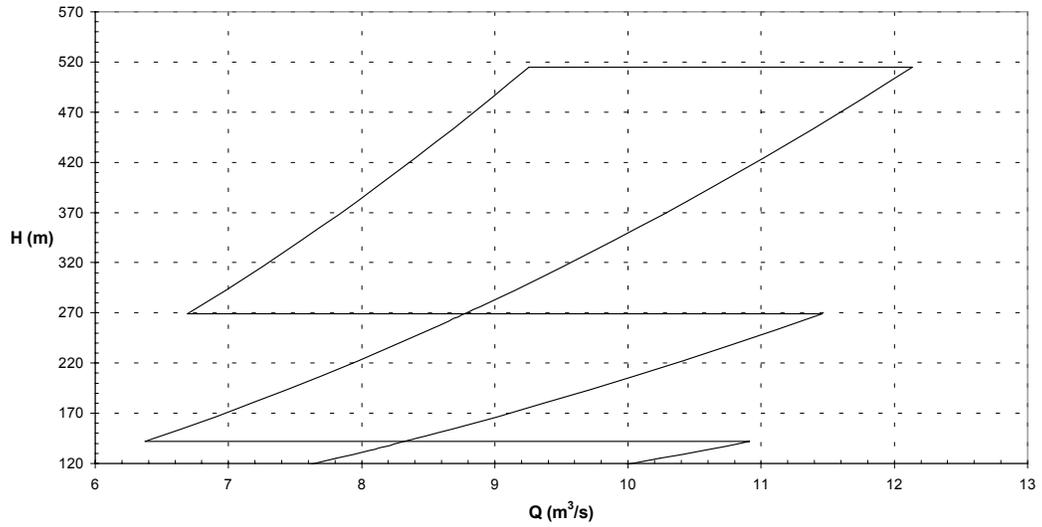
**Gráfico 2.14.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,80 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



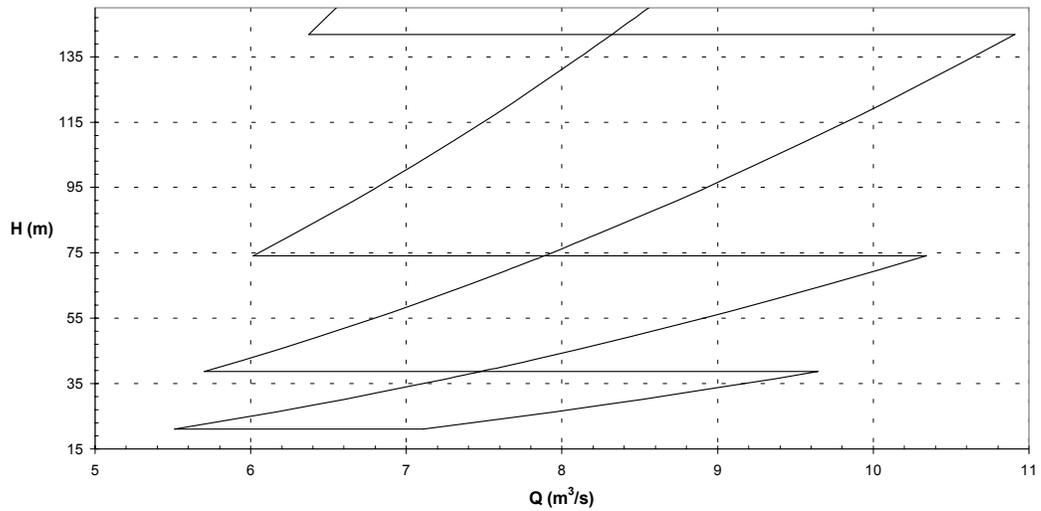
**Gráfico 2.14.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,80 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



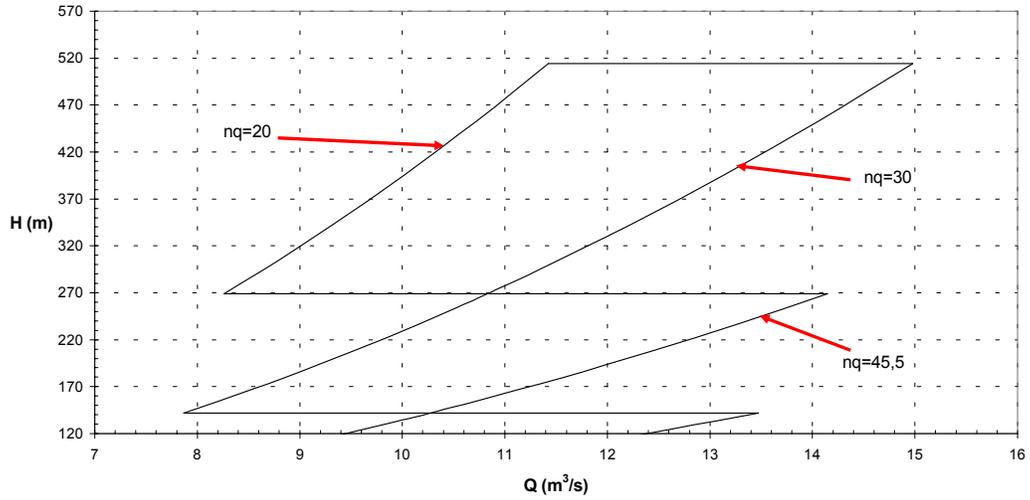
**Gráfico 2.15.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=0,90 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.15.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=0,90 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.16.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=1,00\text{m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.16.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=1,00\text{m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**

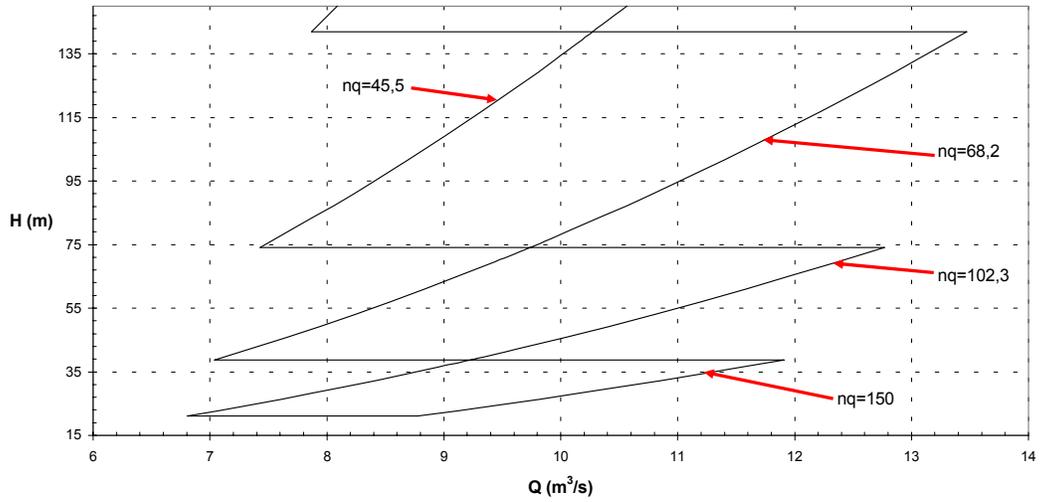


Gráfico 2.17.a  
 Delimitación del campo Q vs. H  
 Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=1,12 \text{ m}$   
 Método de dimensionamiento Zarea medio

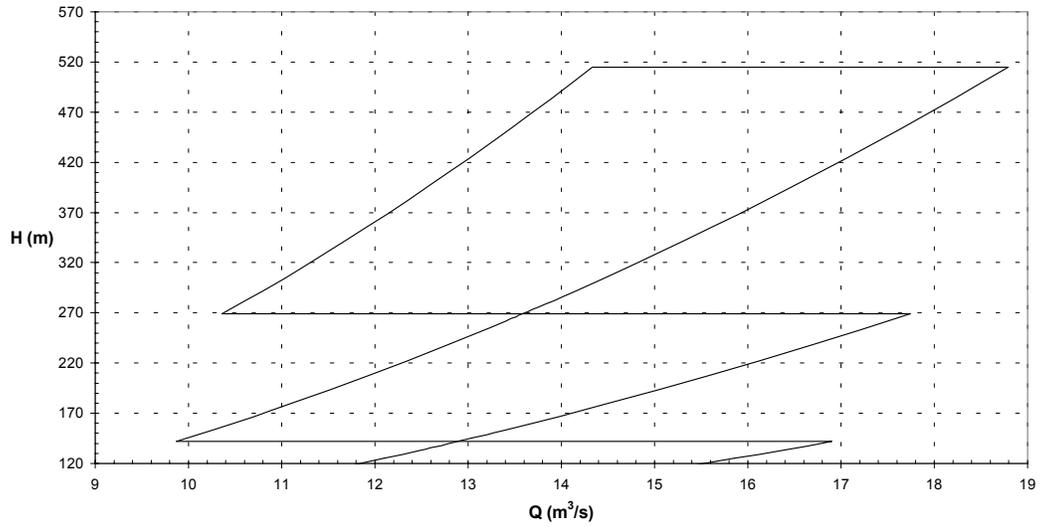


Gráfico 2.17.b  
 Delimitación del campo Q vs. H  
 Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=1,12 \text{ m}$   
 Método de dimensionamiento Zarea medio

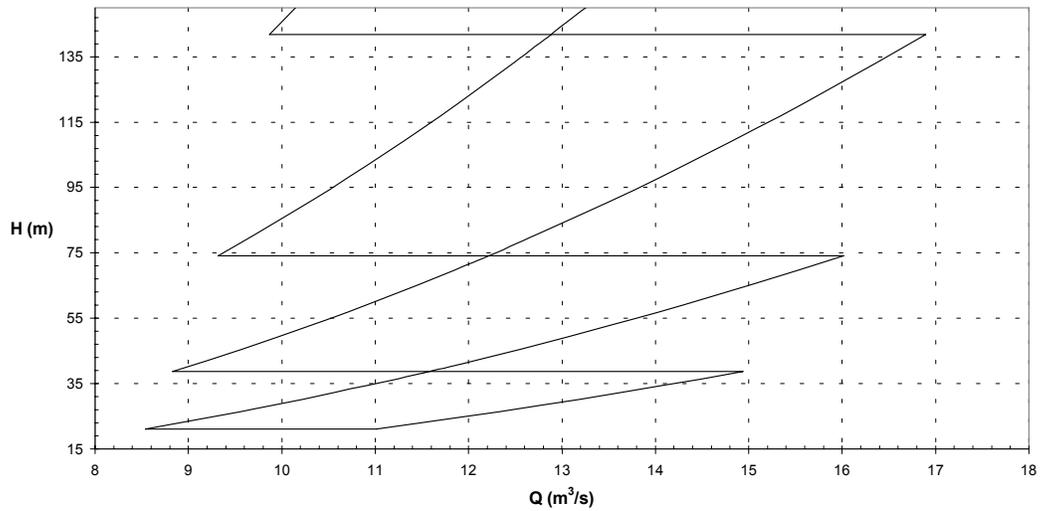


Gráfico 2.18.a  
 Delimitación del campo Q vs. H  
 Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=1,25 \text{ m}$   
 Método de dimensionamiento Zarea medio

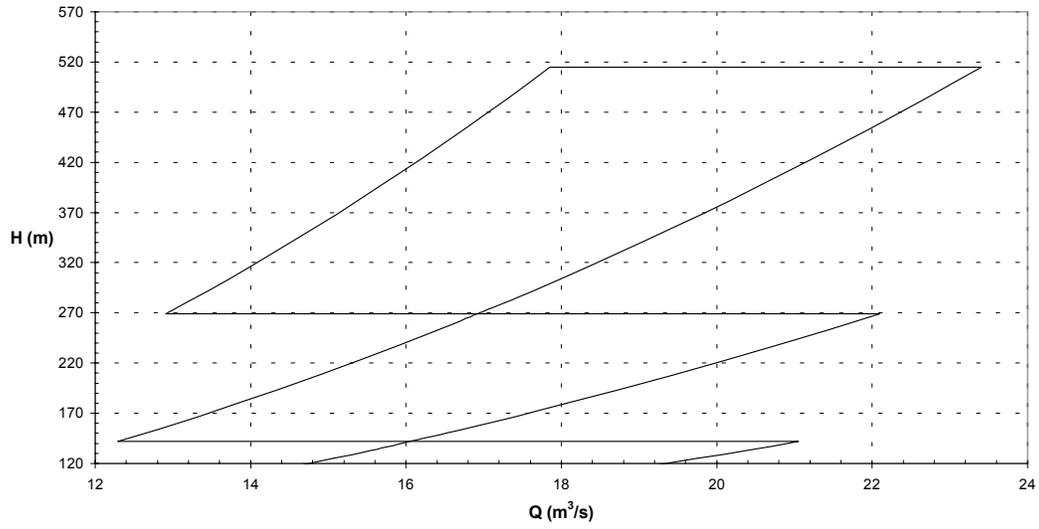
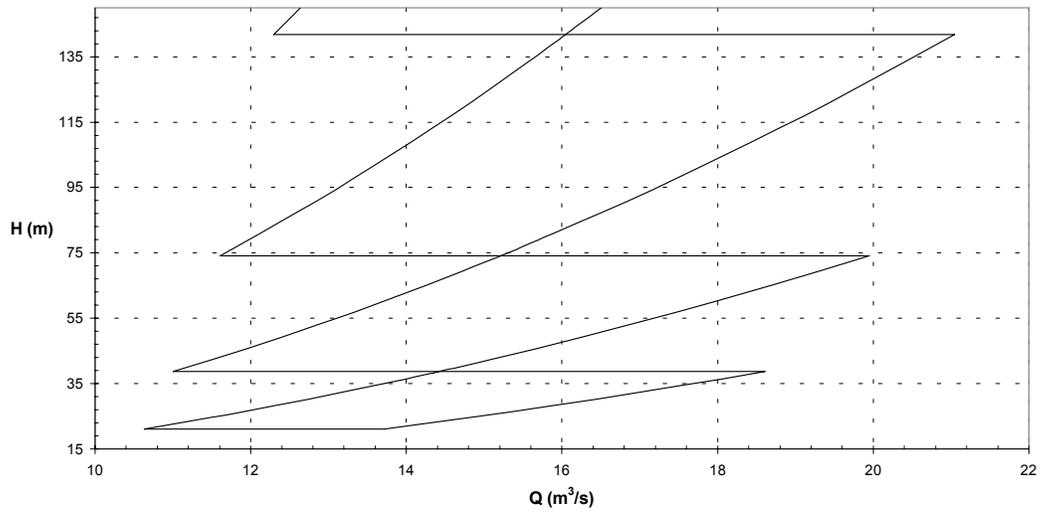
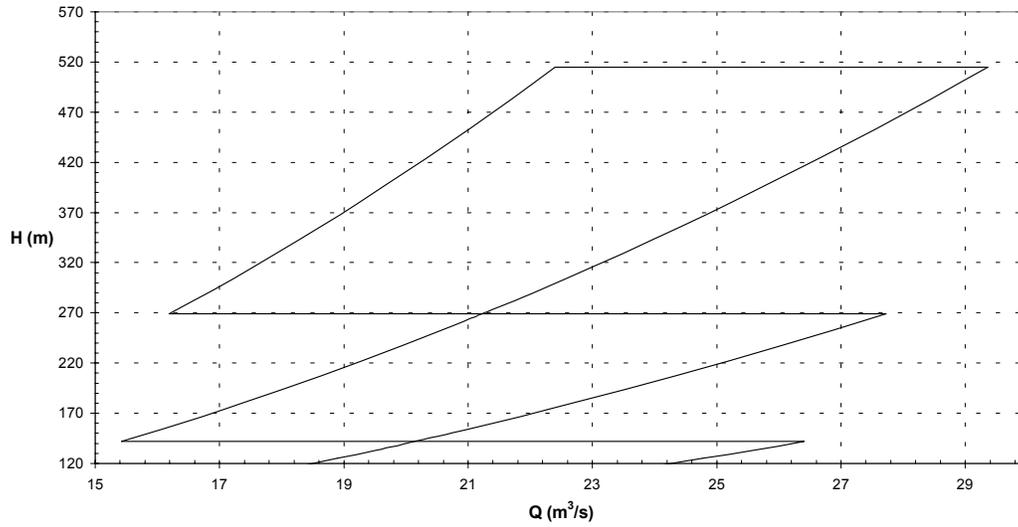


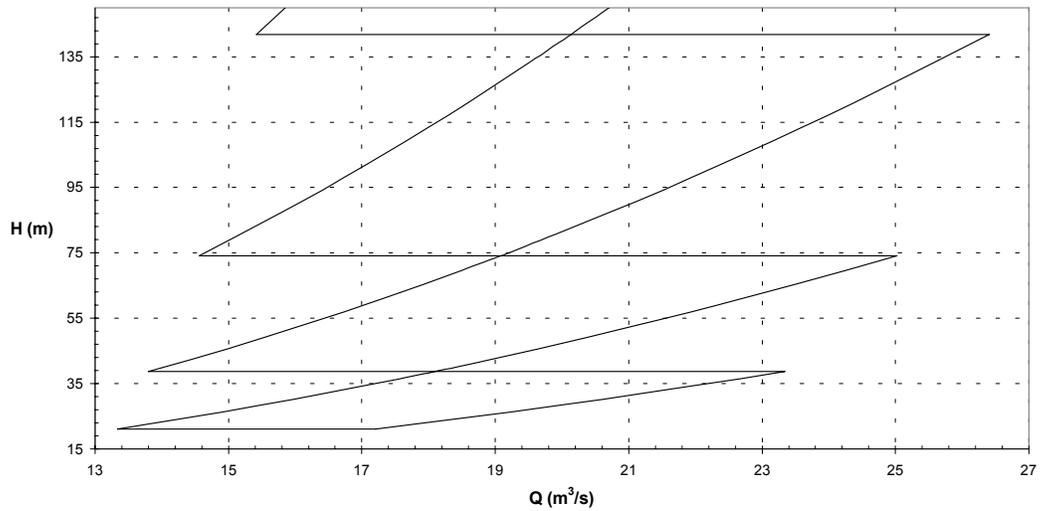
Gráfico 2.18.b  
 Delimitación del campo Q vs. H  
 Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=1,25 \text{ m}$   
 Método de dimensionamiento Zarea medio



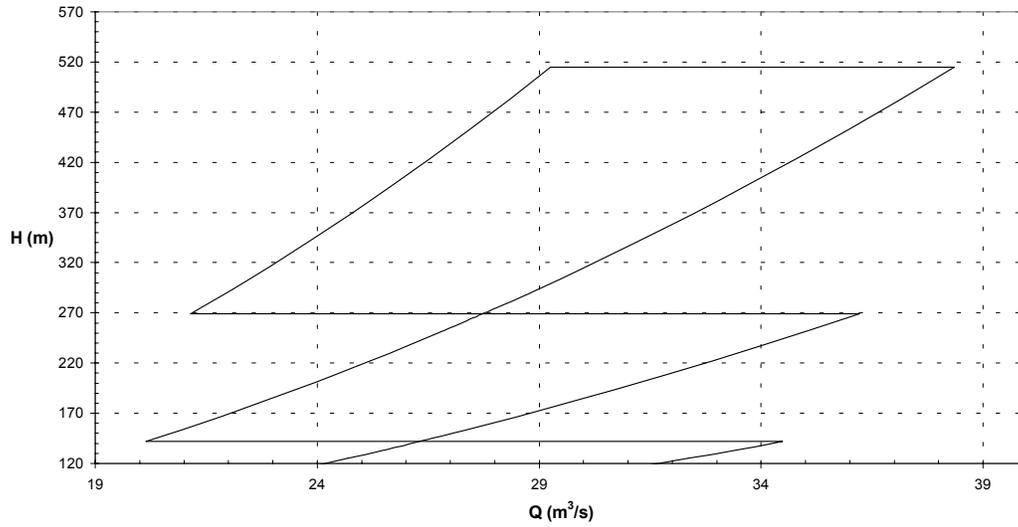
**Gráfico 2.19.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=1,40 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.19.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=1,40 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.20.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=1,60 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.20.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=1,60 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**

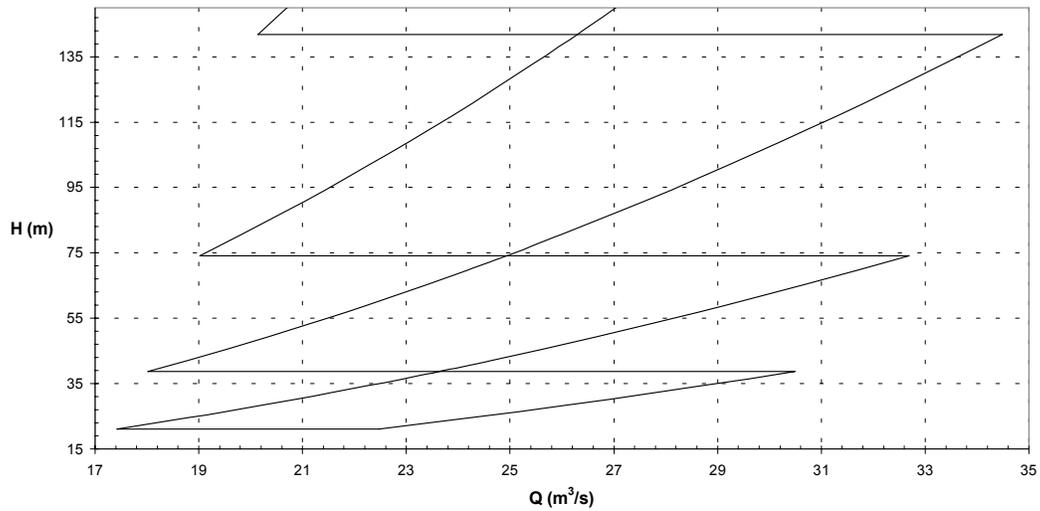


Gráfico 2.21.a  
 Delimitación del campo Q vs. H  
 Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=1,80 \text{ m}$   
 Método de dimensionamiento Zarea medio

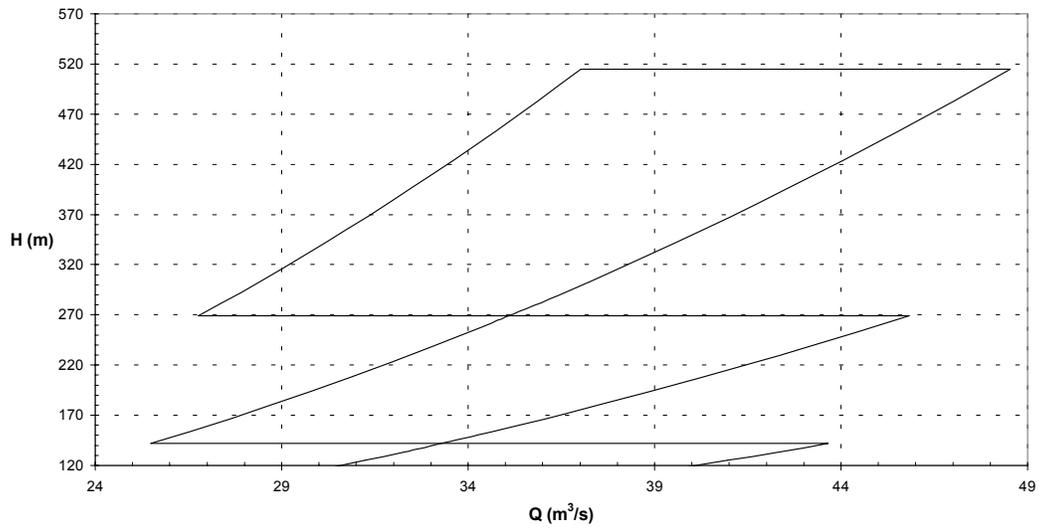
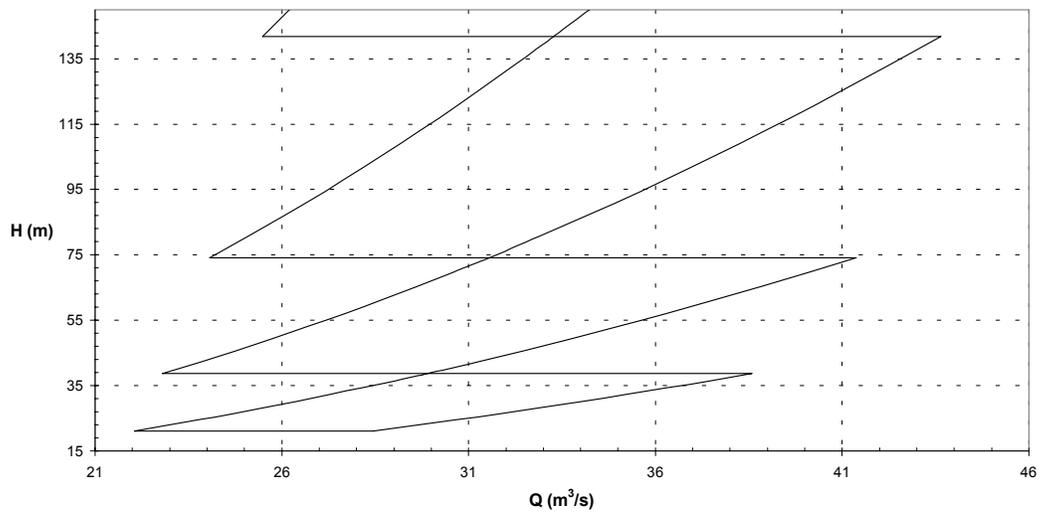
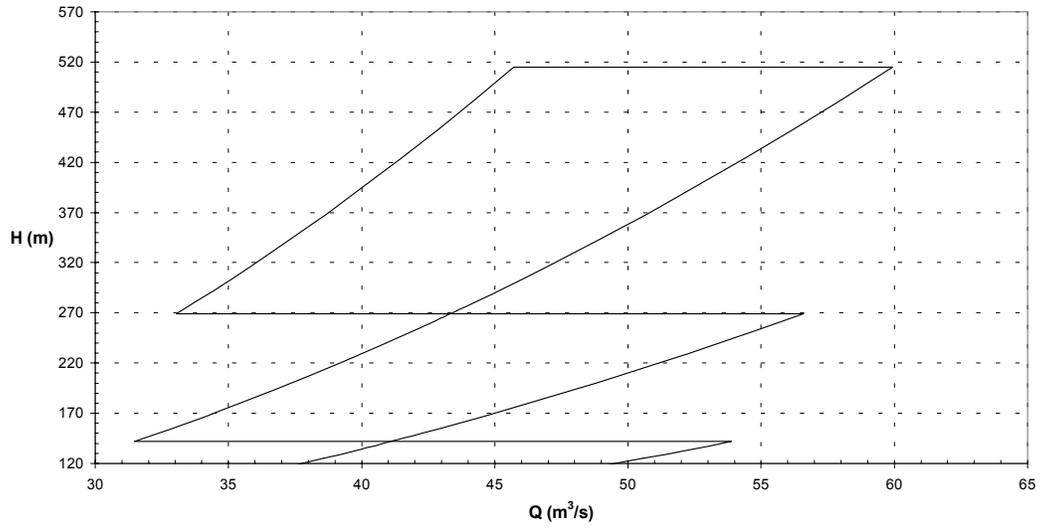


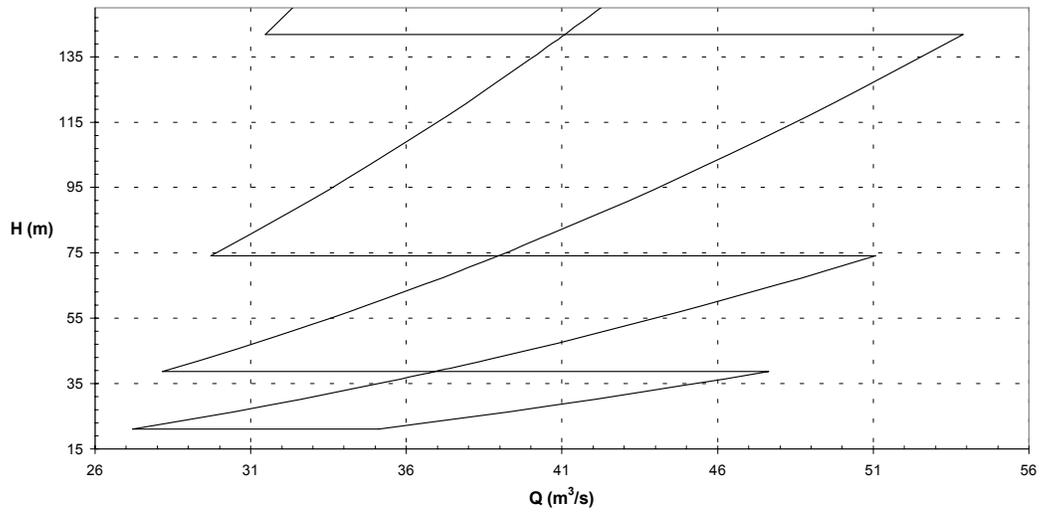
Gráfico 2.21.b  
 Delimitación del campo Q vs. H  
 Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=1,80 \text{ m}$   
 Método de dimensionamiento Zarea medio



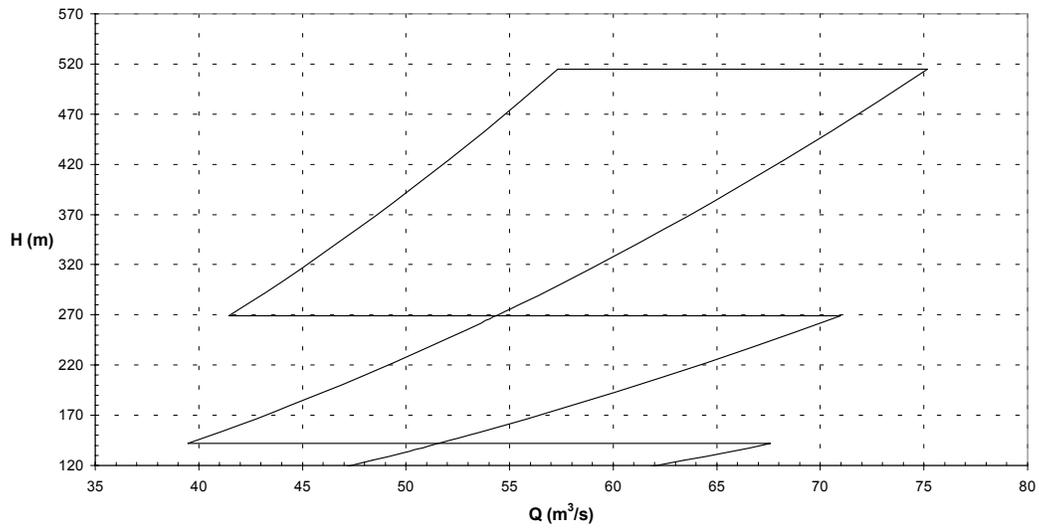
**Gráfico 2.22.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=2,00 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



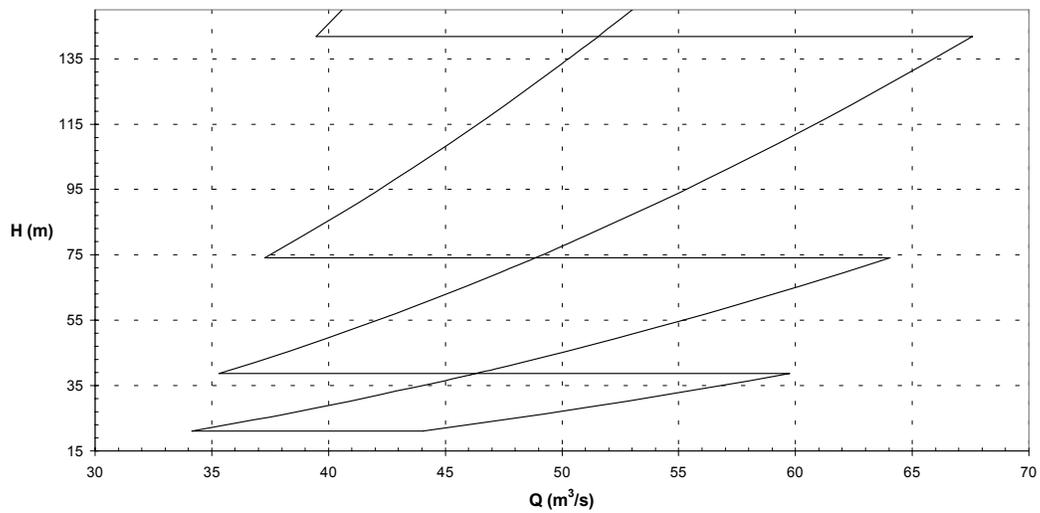
**Gráfico 2.22.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=2,00 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



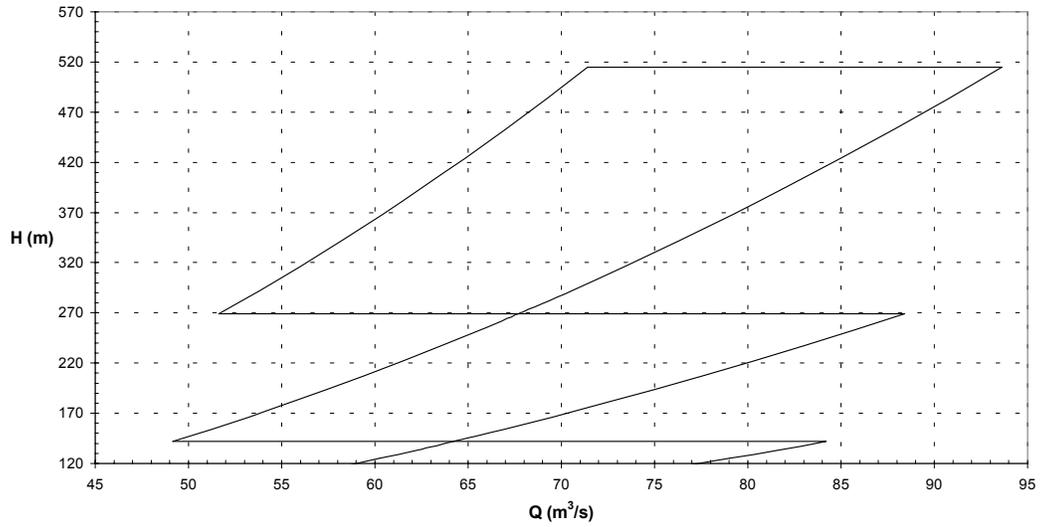
**Gráfico 2.23.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=2,24 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.23.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=2,24 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.24.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120\text{ m} \leq H \leq 570\text{ m}$  y  $D_3=2,50\text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.24.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15\text{ m} \leq H \leq 150\text{ m}$  y  $D_3=2,50\text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**

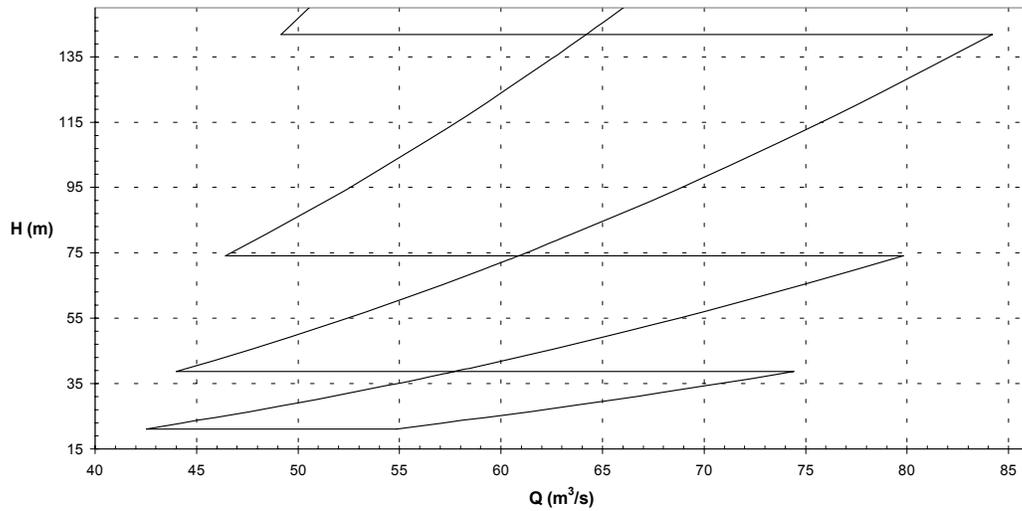


Gráfico 2.25.a  
 Delimitación del campo Q vs. H  
 Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=2,80 \text{ m}$   
 Método de dimensionamiento Zarea medio

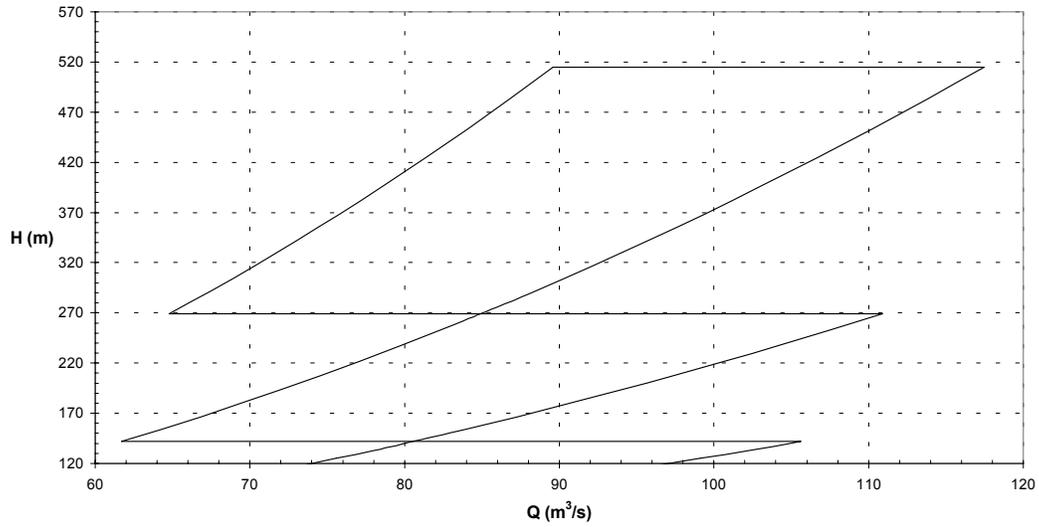


Gráfico 2.25.b  
 Delimitación del campo Q vs. H  
 Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=2,80 \text{ m}$   
 Método de dimensionamiento Zarea medio

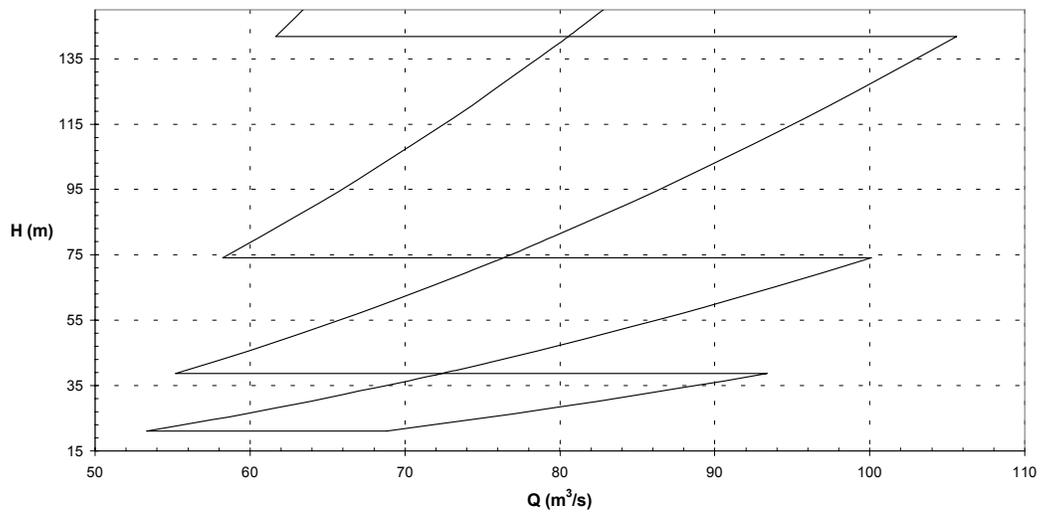


Gráfico 2.26.a  
 Delimitación del campo Q vs. H  
 Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=3,15 \text{ m}$   
 Método de dimensionamiento Zarea medio

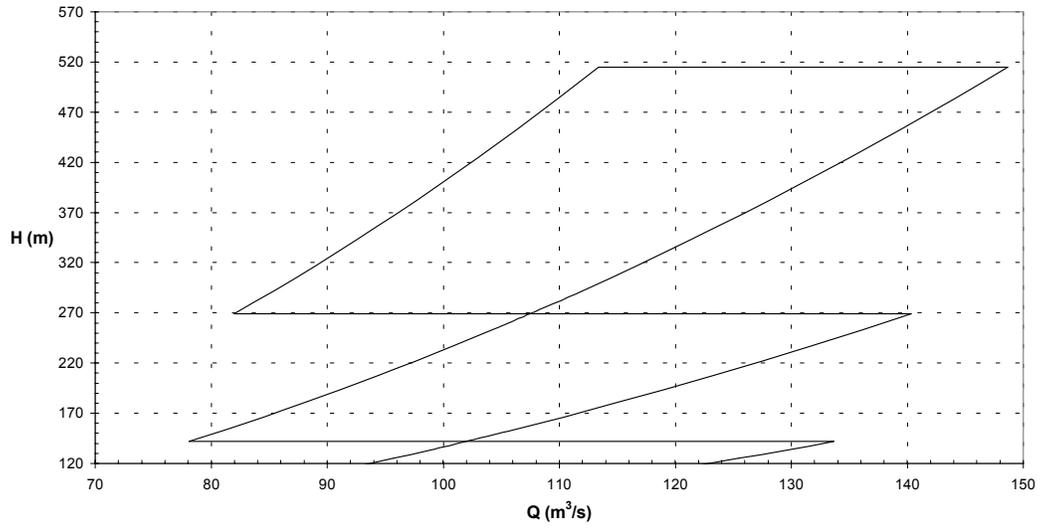
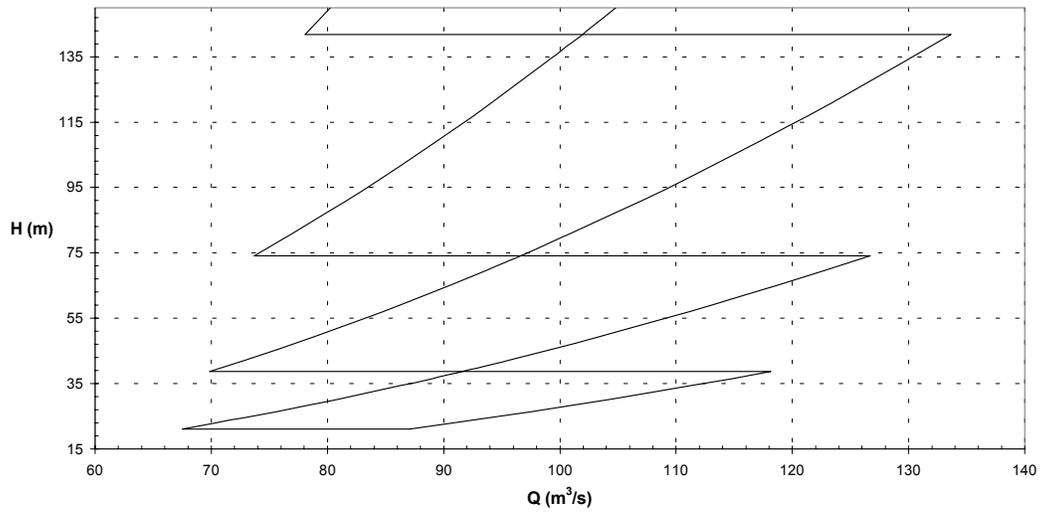
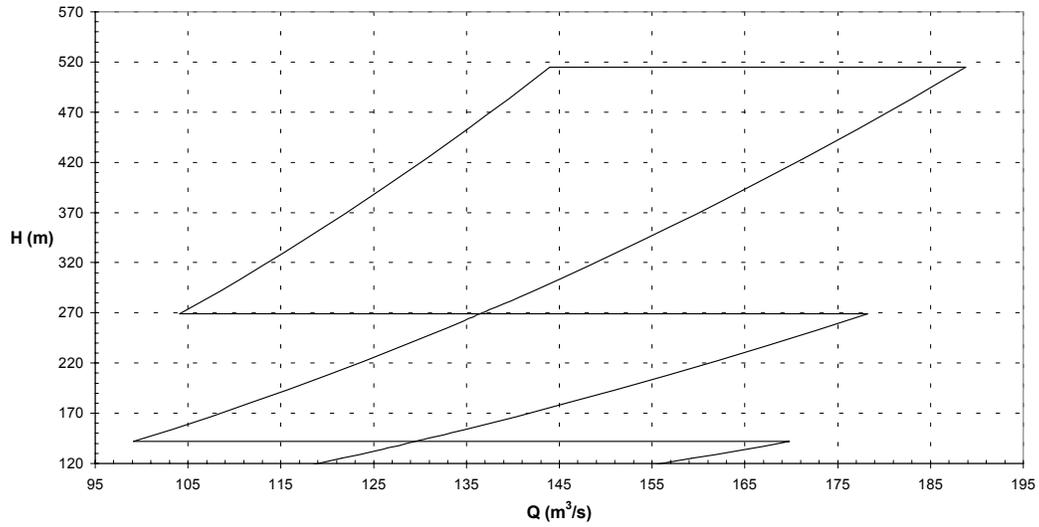


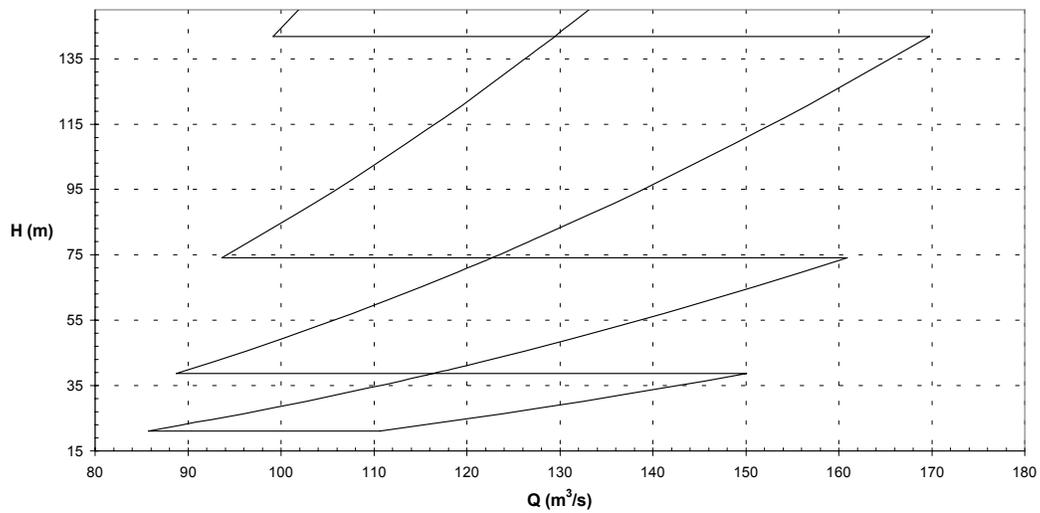
Gráfico 2.26.b  
 Delimitación del campo Q vs. H  
 Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=3,15 \text{ m}$   
 Método de dimensionamiento Zarea medio



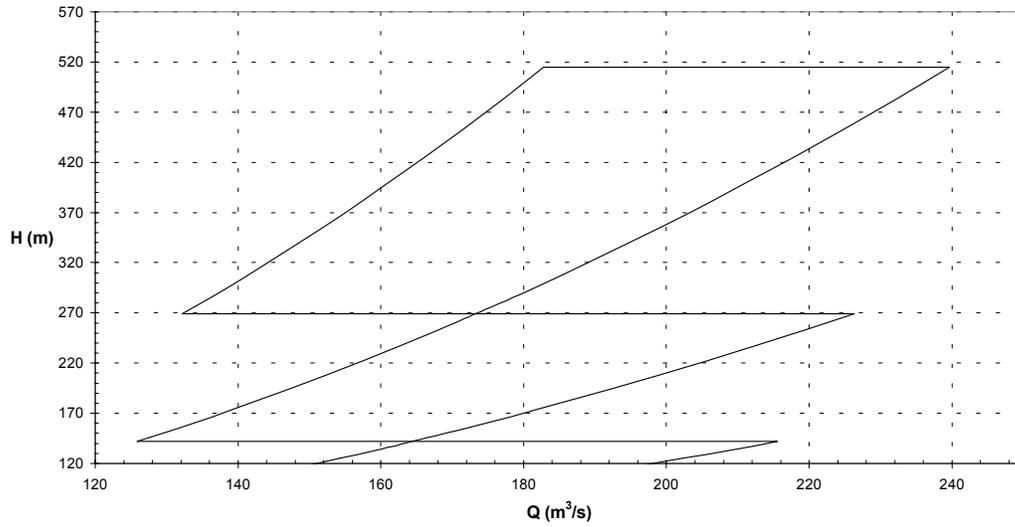
**Gráfico 2.27.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=3,55 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



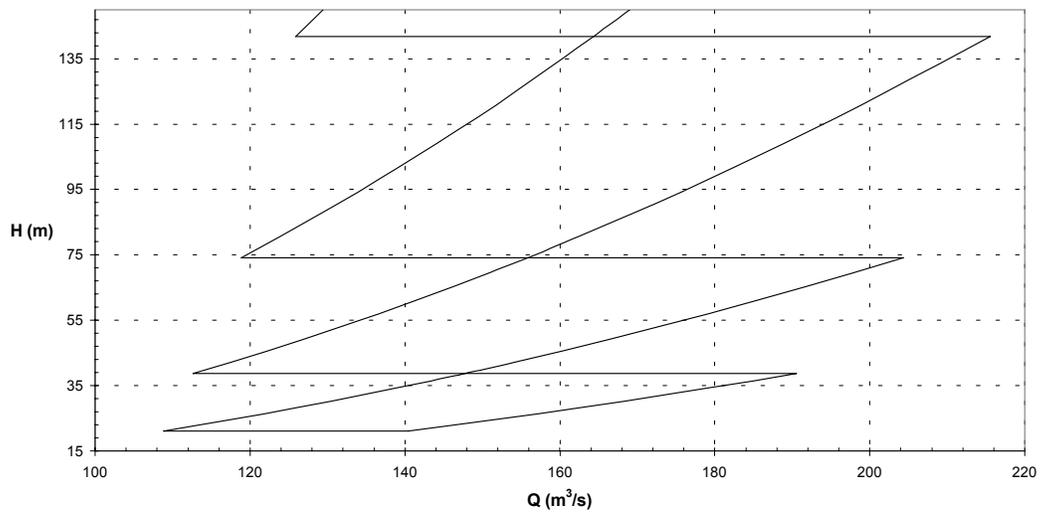
**Gráfico 2.27.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=3,55 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



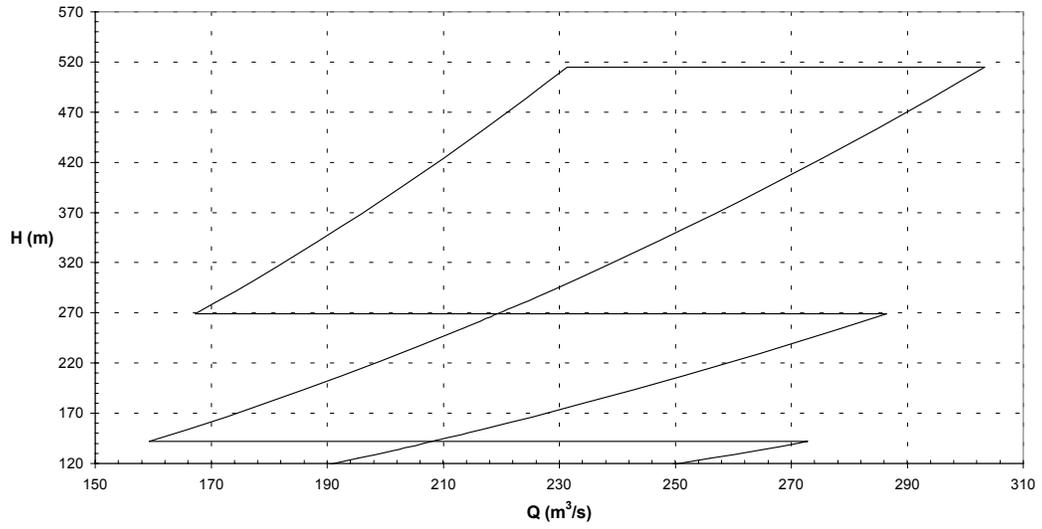
**Gráfico 2.28.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=4,00 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



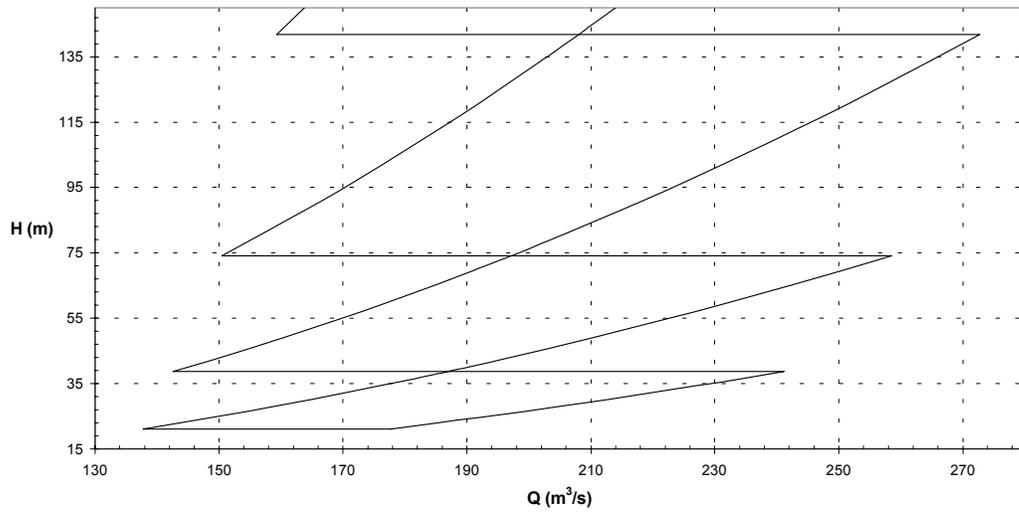
**Gráfico 2.28.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=4,00 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



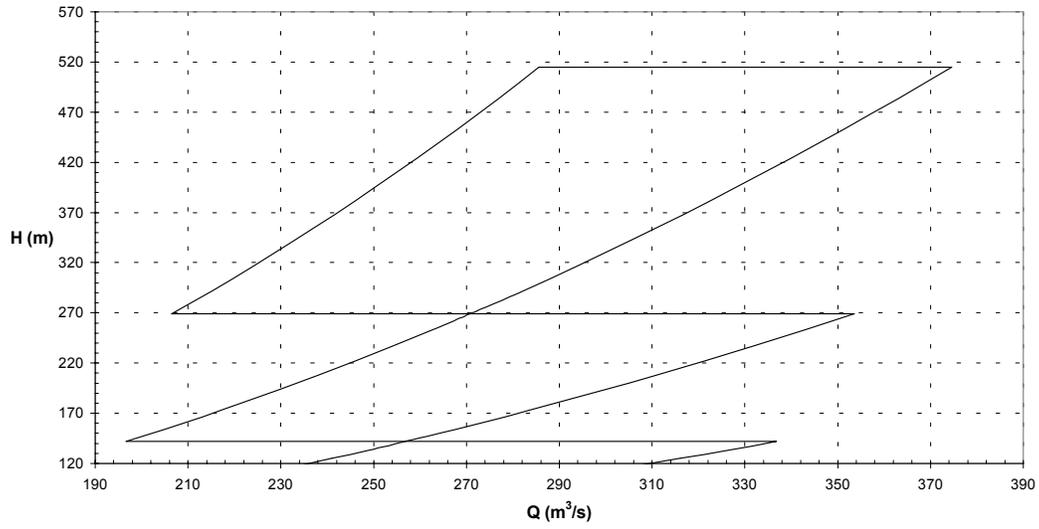
**Gráfico 2.29.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=4,50 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.29.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=4,50 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.30.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=5,00 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.30.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=5,00 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**

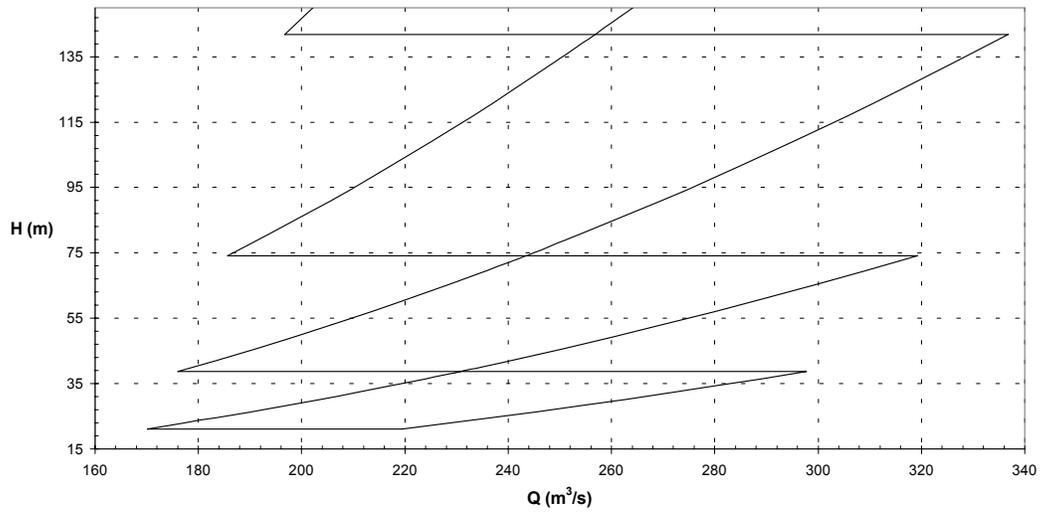


Gráfico 2.31.a  
 Delimitación del campo Q vs. H  
 Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=5,60 \text{ m}$   
 Método de dimensionamiento Zarea medio

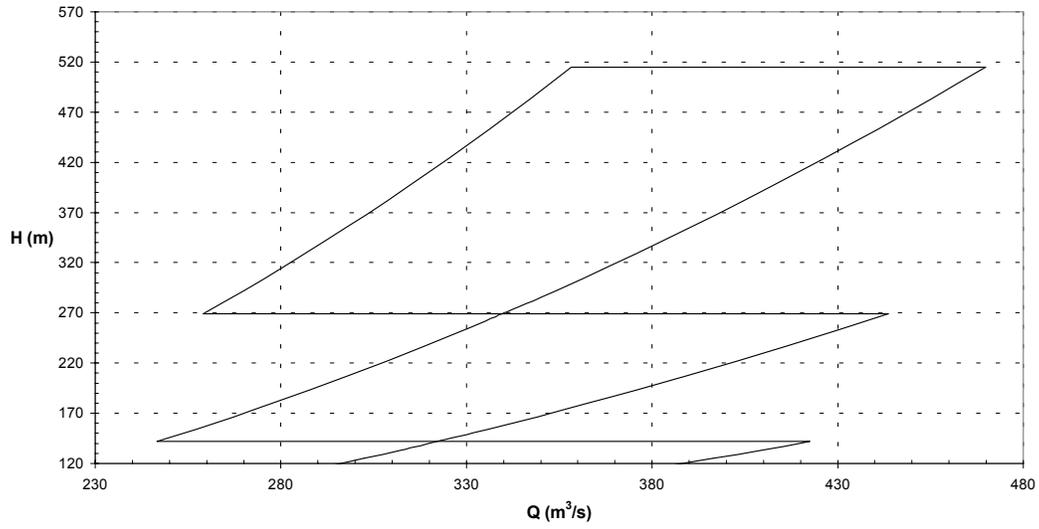
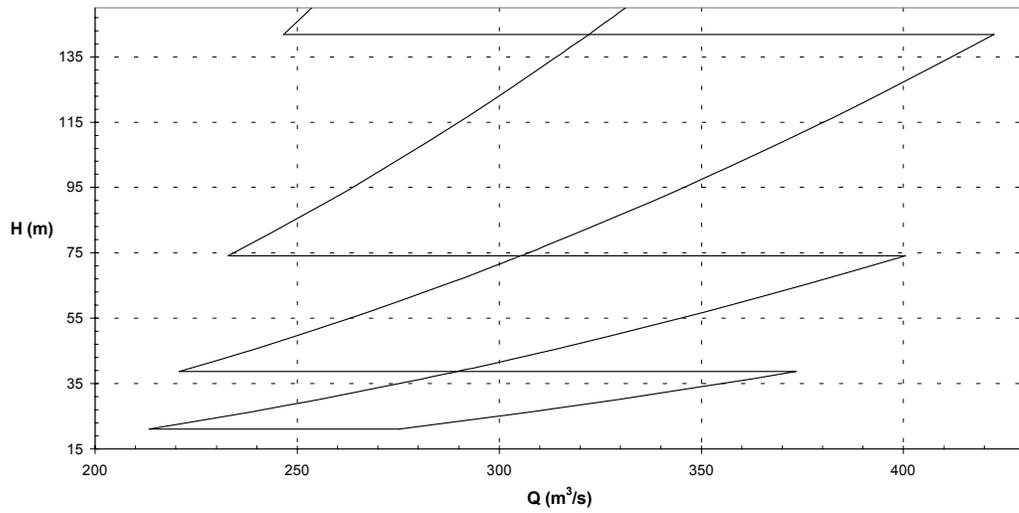
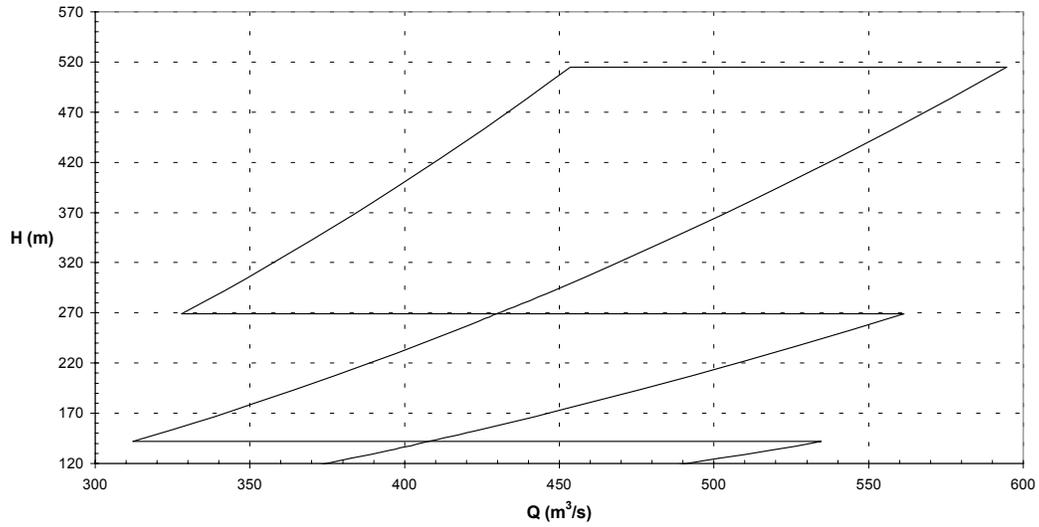


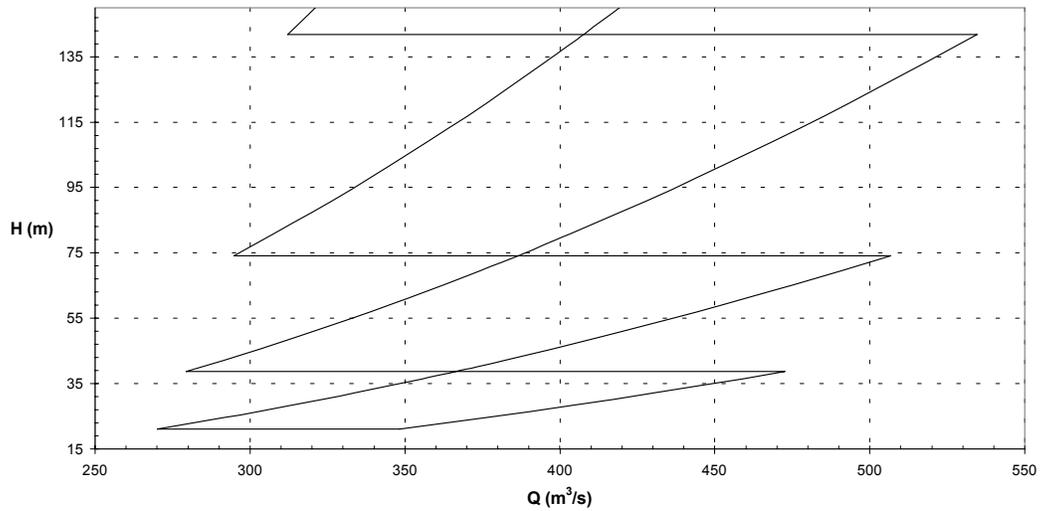
Gráfico 2.31.b  
 Delimitación del campo Q vs. H  
 Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=5,60 \text{ m}$   
 Método de dimensionamiento Zarea medio



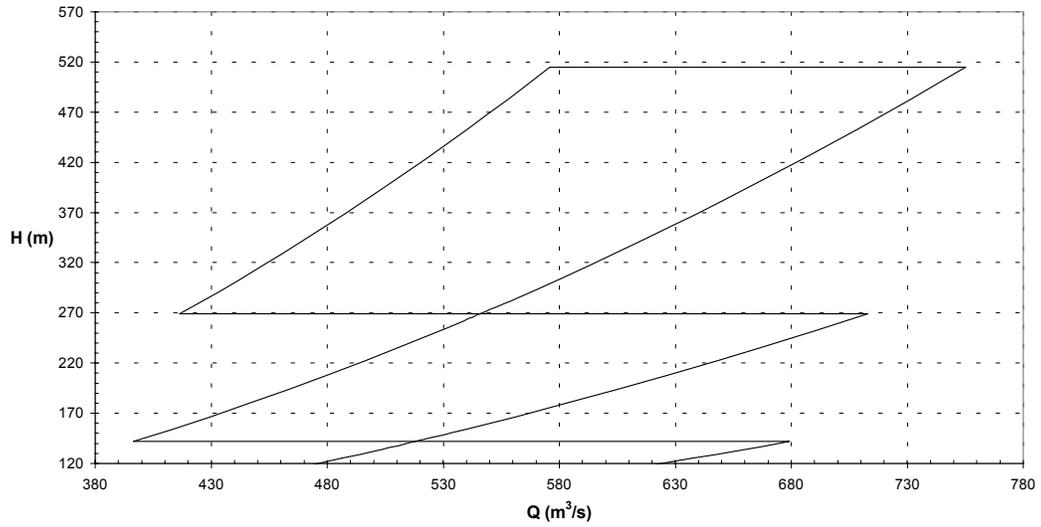
**Gráfico 2.32.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=6,30 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



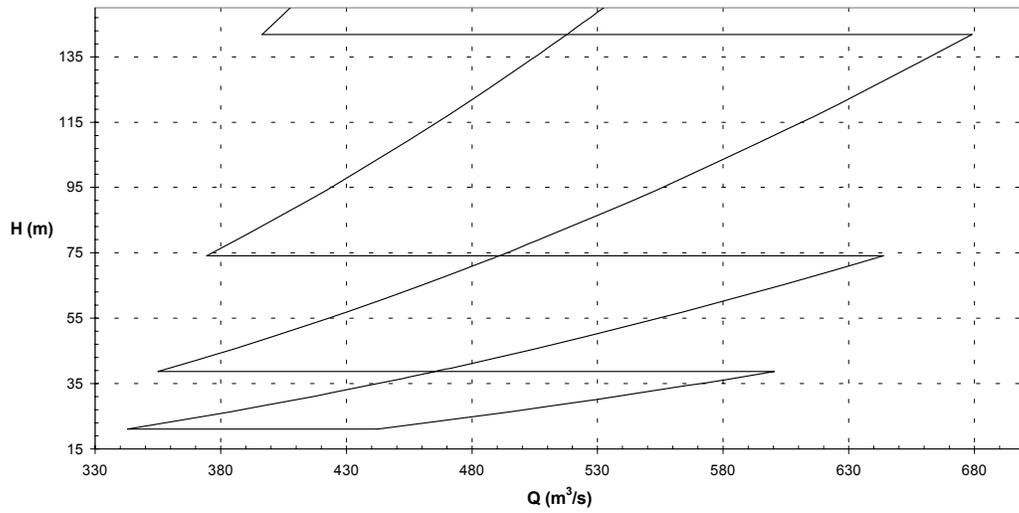
**Gráfico 2.32.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=6,30 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



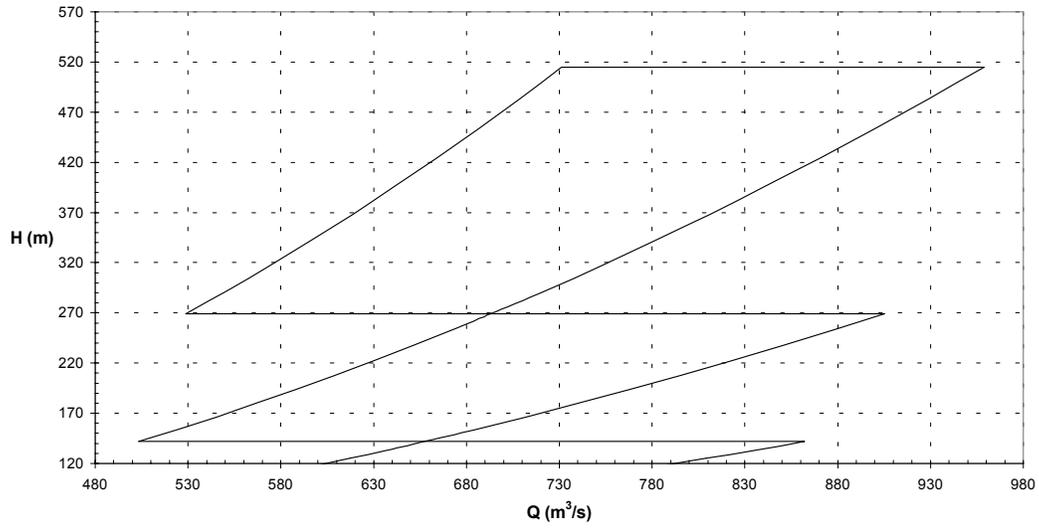
**Gráfico 2.33.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=7,10 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



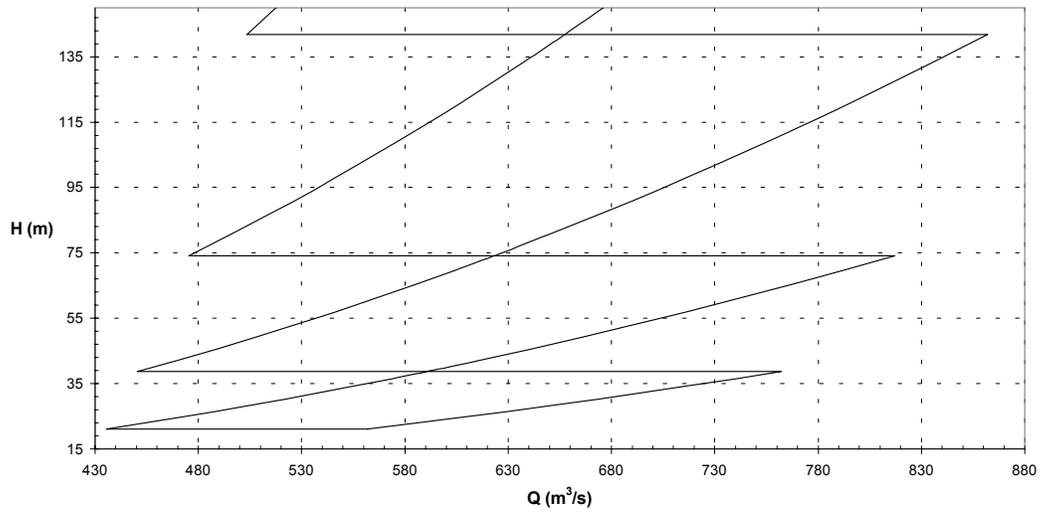
**Gráfico 2.33.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=7,10 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



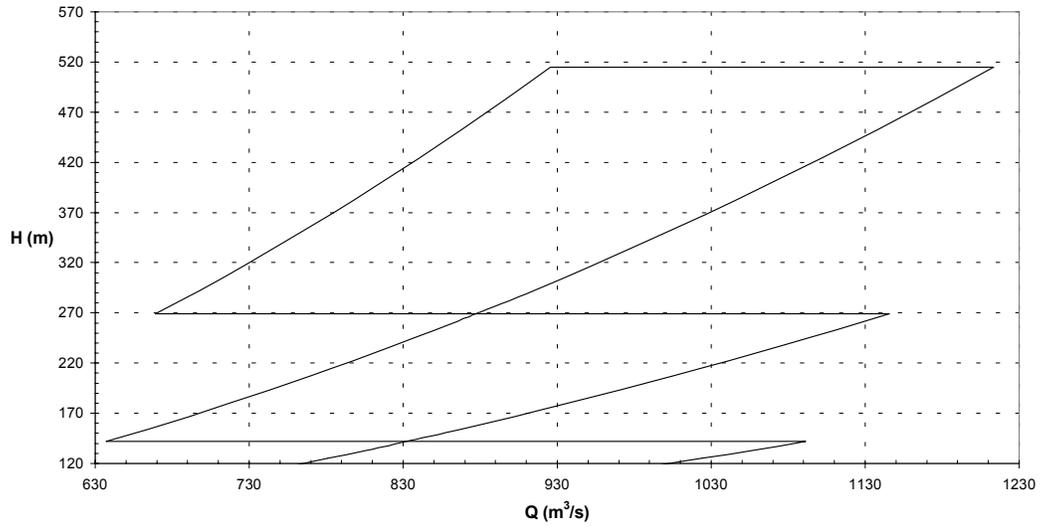
**Gráfico 2.34.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120 \text{ m} \leq H \leq 570 \text{ m}$  y  $D_3=8,00 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.34.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15 \text{ m} \leq H \leq 150 \text{ m}$  y  $D_3=8,00 \text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.35.a**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $120\text{ m} \leq H \leq 570\text{ m}$  y  $D_3=9,00\text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**



**Gráfico 2.35.b**  
**Delimitación del campo Q vs. H**  
**Para  $15\text{ m} \leq H \leq 150\text{ m}$  y  $D_3=9,00\text{ m}$**   
**Método de dimensionamiento Zarea medio**

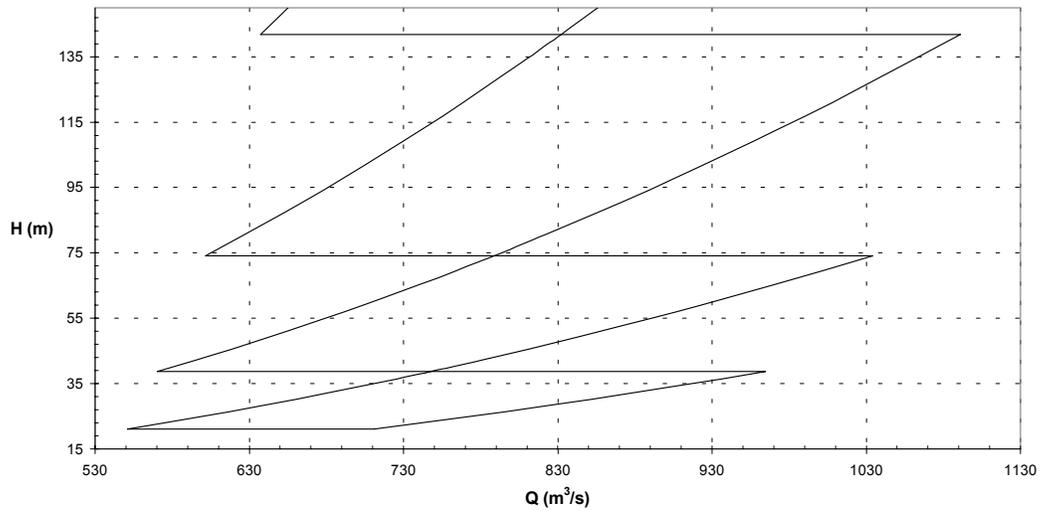


Gráfico (2.36.a)  
Delimitación del campo Q vs. H  
según criterio  $Q/H^{1/2}=Ctte.$  para  $0m^3/s \leq Q \leq 1m^3/s$

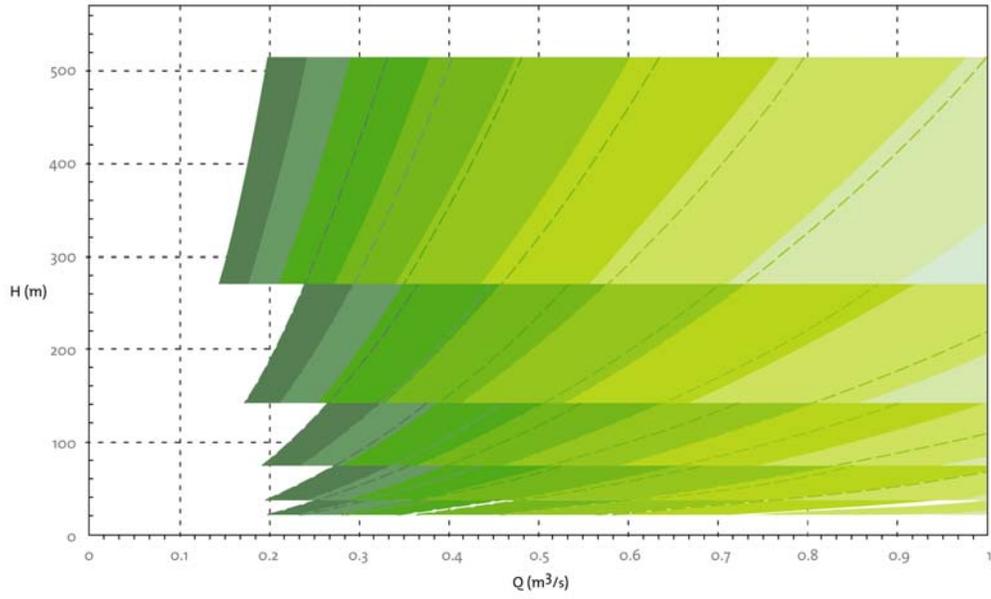


Gráfico (2.36.b)  
Delimitación del campo Q vs. H  
según criterio  $Q/H^{1/2}=Ctte.$  para  $1m^3/s \leq Q \leq 10m^3/s$

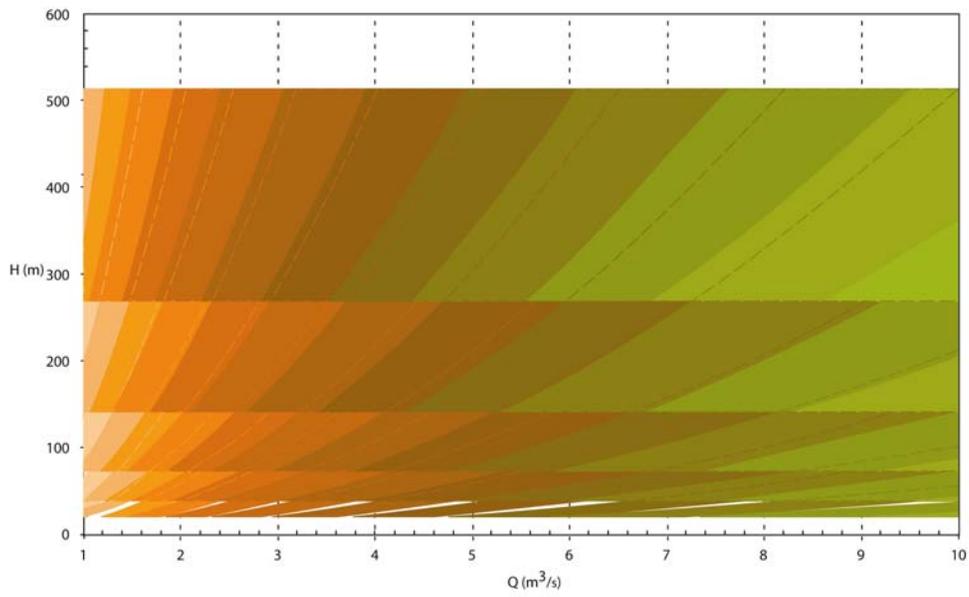


Gráfico (2.36.c)  
Delimitación del campo Q vs. H  
según criterio  $Q/H^{1/2} = Cte.$  para  $10m^3/s \leq Q \leq 100m^3/s$

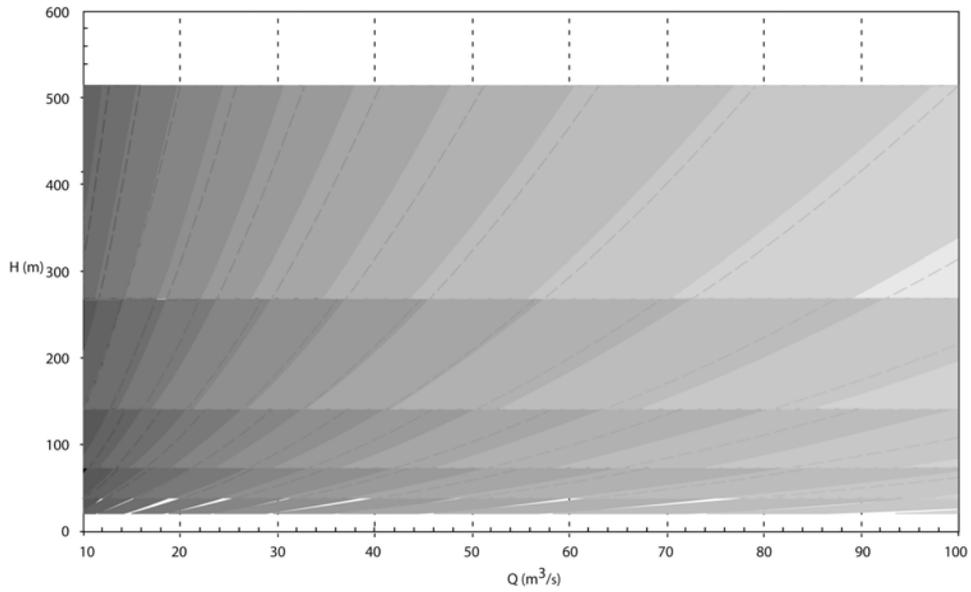
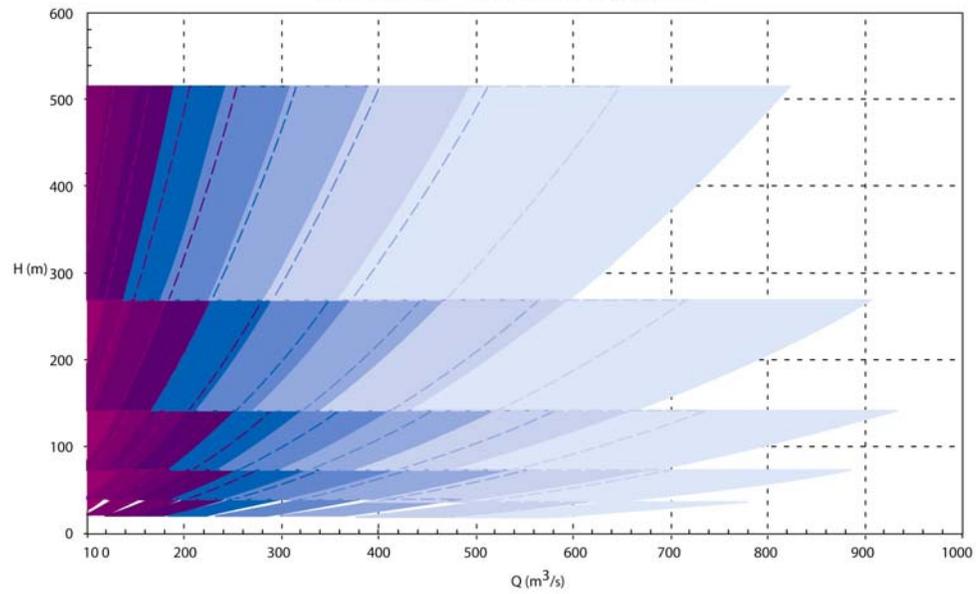
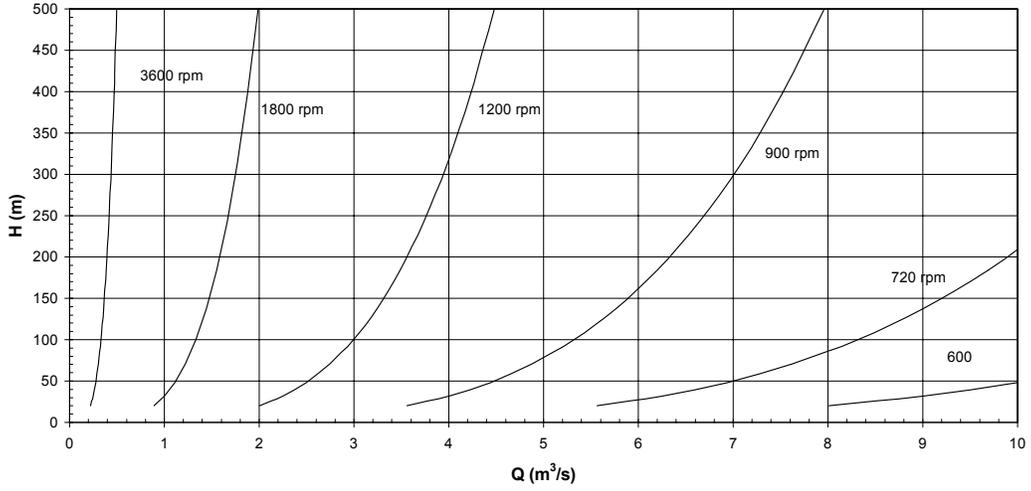


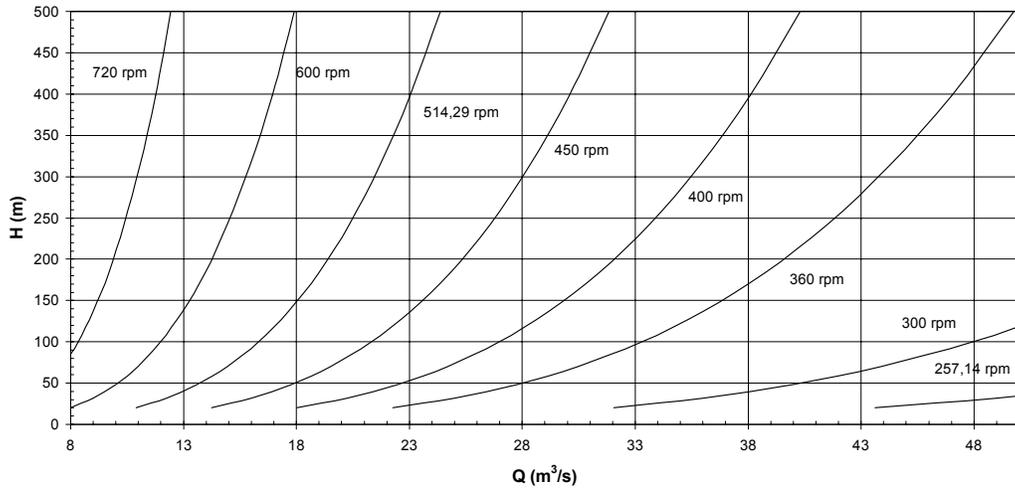
Gráfico (2.36.d)  
Delimitación del campo Q vs. H  
según criterio  $Q/H^{1/2} = Cte.$  para  $100m^3/s \leq Q \leq 1000m^3/s$



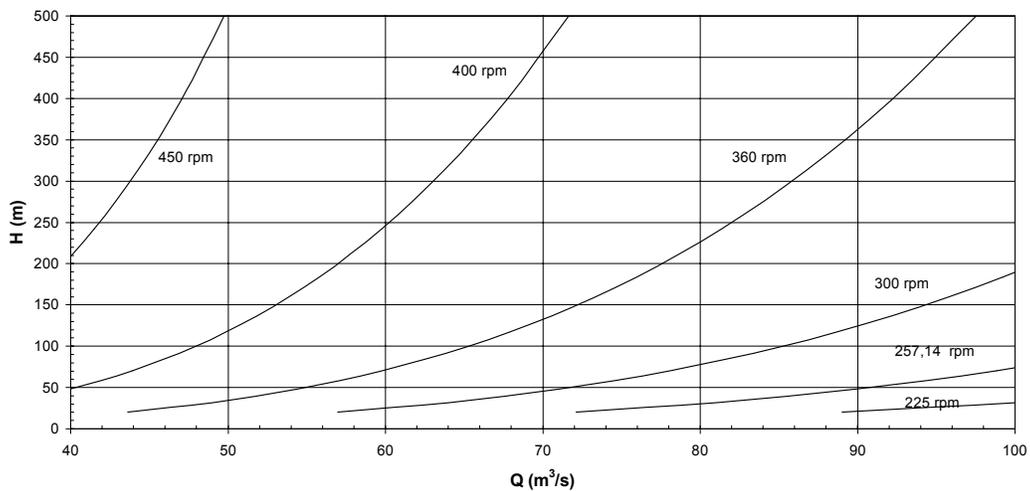
**Gráfico 2.38.a**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (60 Hz)**  
**para  $0 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 10 \text{ m}^3/\text{s}$**



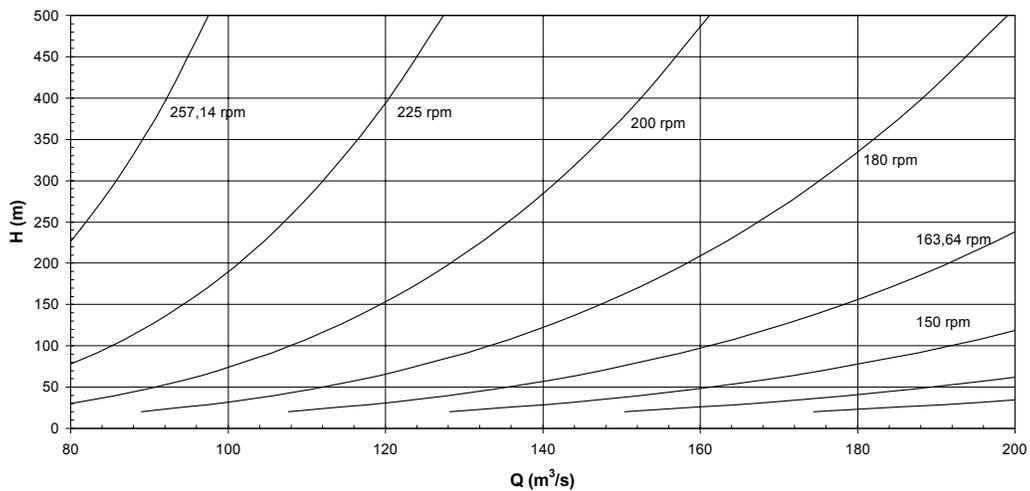
**Gráfico 2.38.b**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (60 Hz)**  
**para  $8 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 50 \text{ m}^3/\text{s}$**



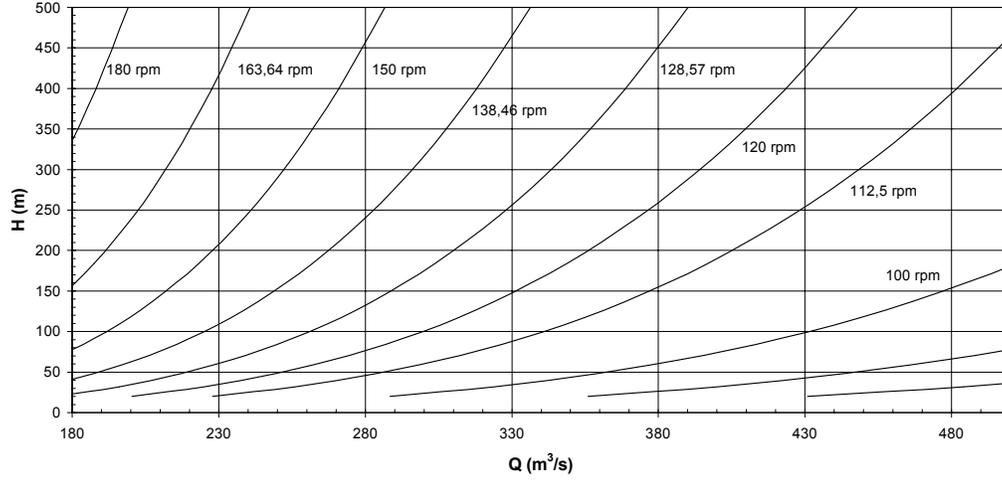
**Gráfico 2.38.c**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (60 Hz)**  
**para  $40 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 100 \text{ m}^3/\text{s}$**



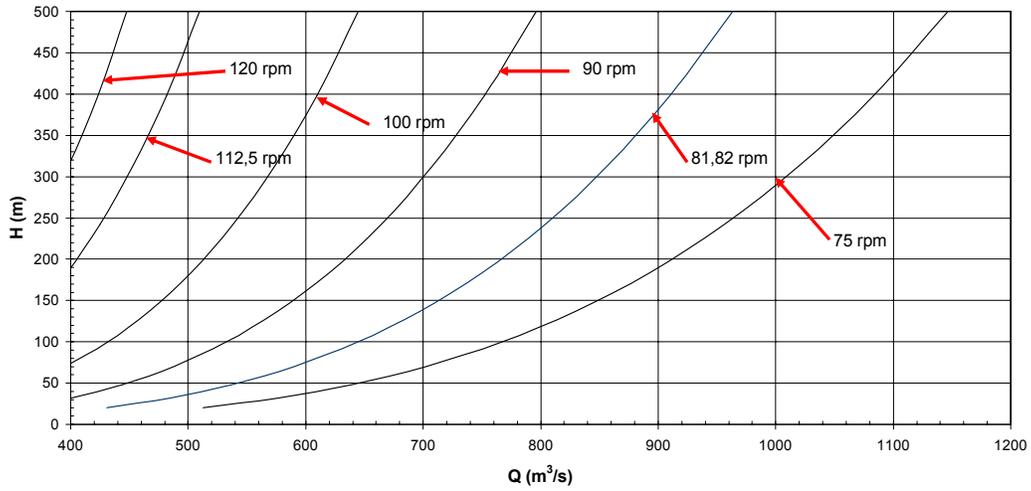
**Gráfico 2.38.d**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (60 Hz)**  
**para  $80 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 200 \text{ m}^3/\text{s}$**



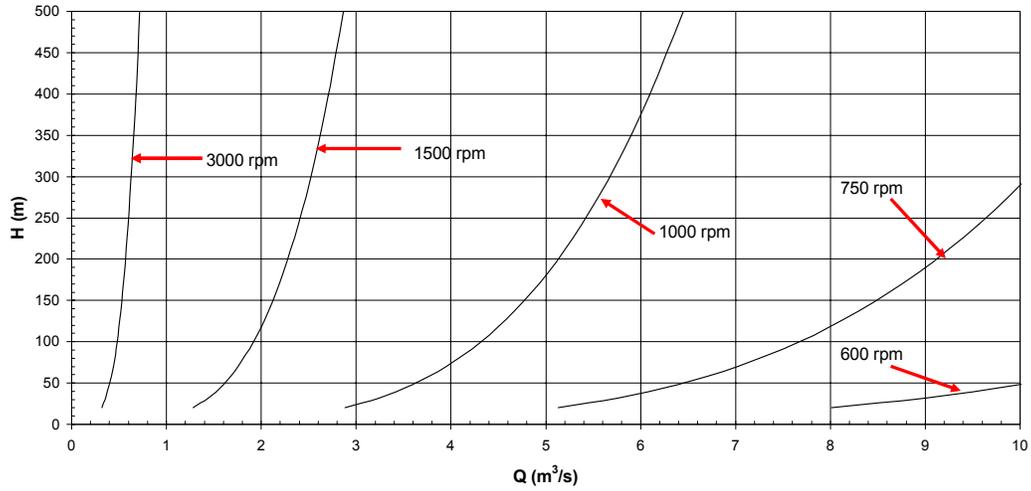
**Gráfico 2.38.e**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (60 Hz)**  
**para  $180 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 500 \text{ m}^3/\text{s}$**



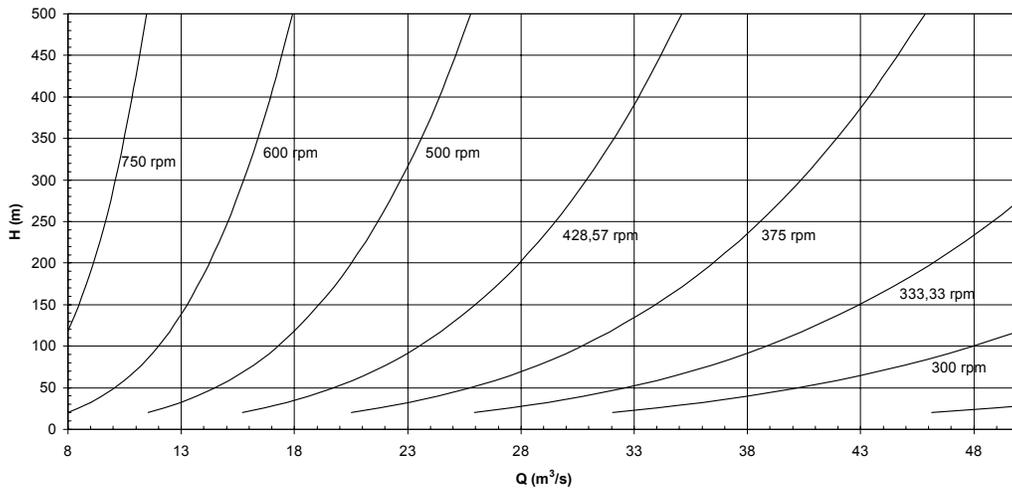
**Gráfico 2.38.f**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (60 Hz)**  
**para  $400 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 1200 \text{ m}^3/\text{s}$**



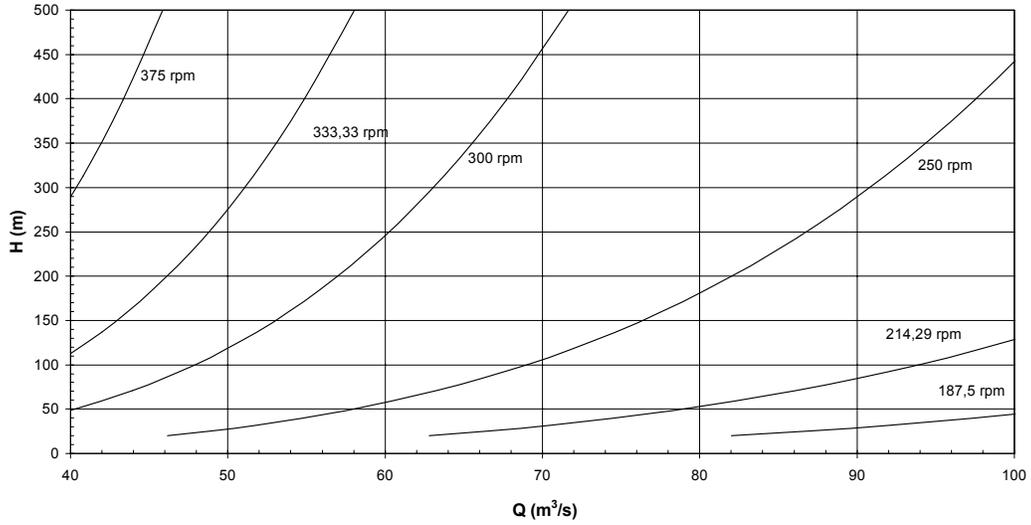
**Gráfico 2.37.a**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (50 Hz)**  
**para  $0 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 10 \text{ m}^3/\text{s}$**



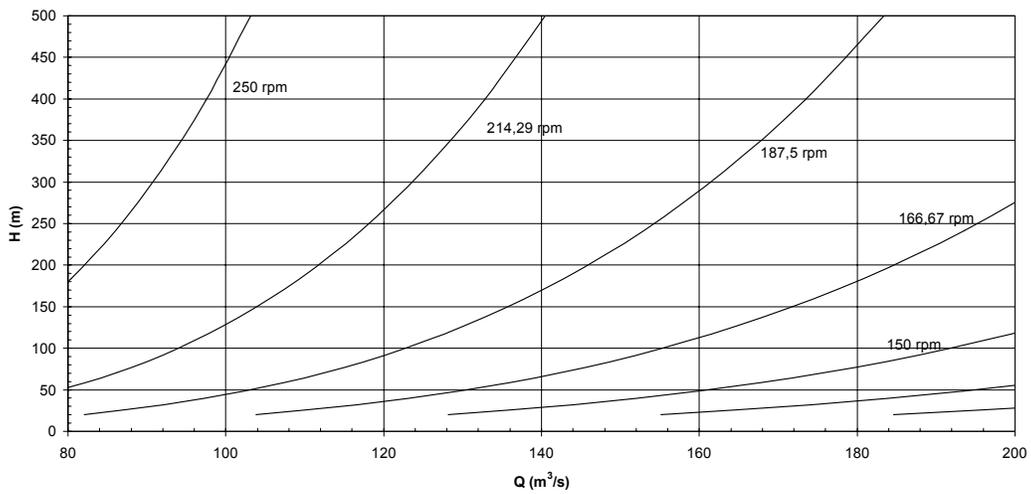
**Gráfico 2.37.b**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (50 Hz)**  
**para  $8 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 50 \text{ m}^3/\text{s}$**



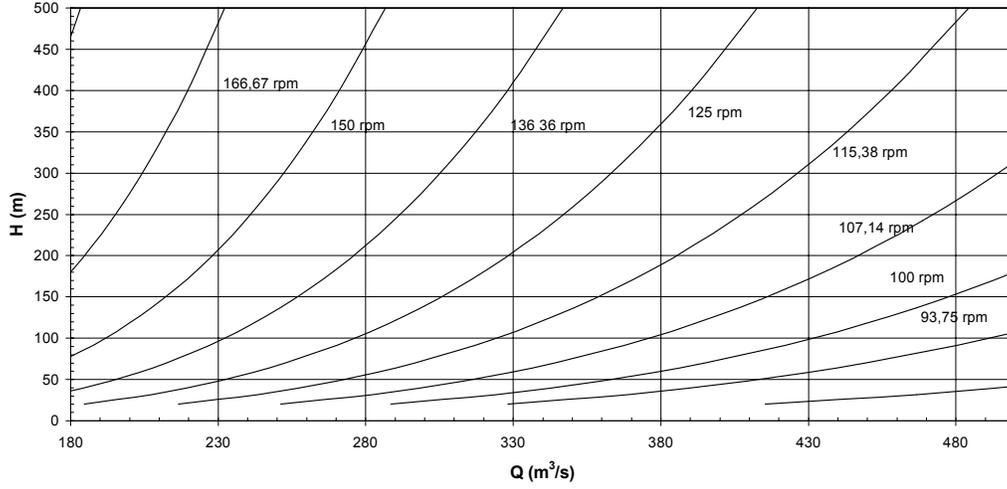
**Gráfico 2.37.c**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (50 Hz)**  
**para  $40 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 100 \text{ m}^3/\text{s}$**



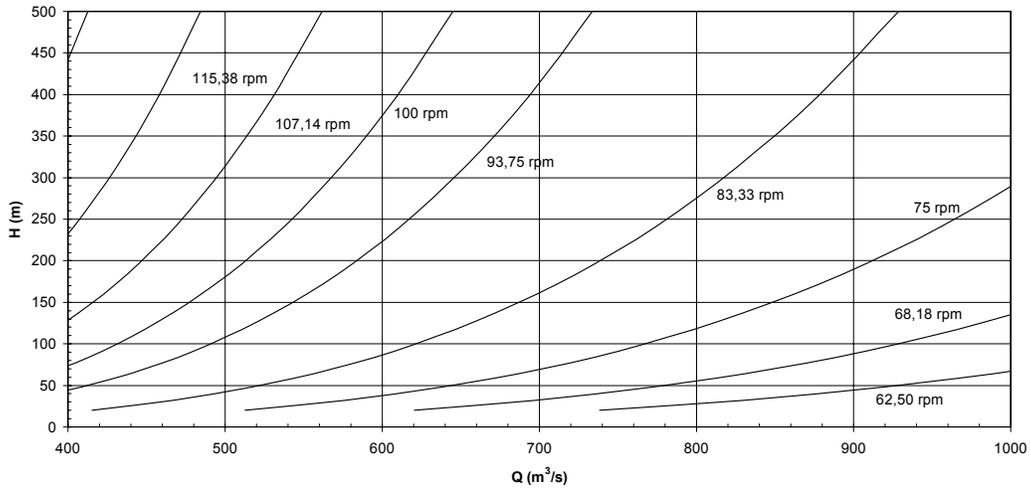
**Gráfico 2.37.d**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (50 Hz)**  
**para  $80 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 200 \text{ m}^3/\text{s}$**



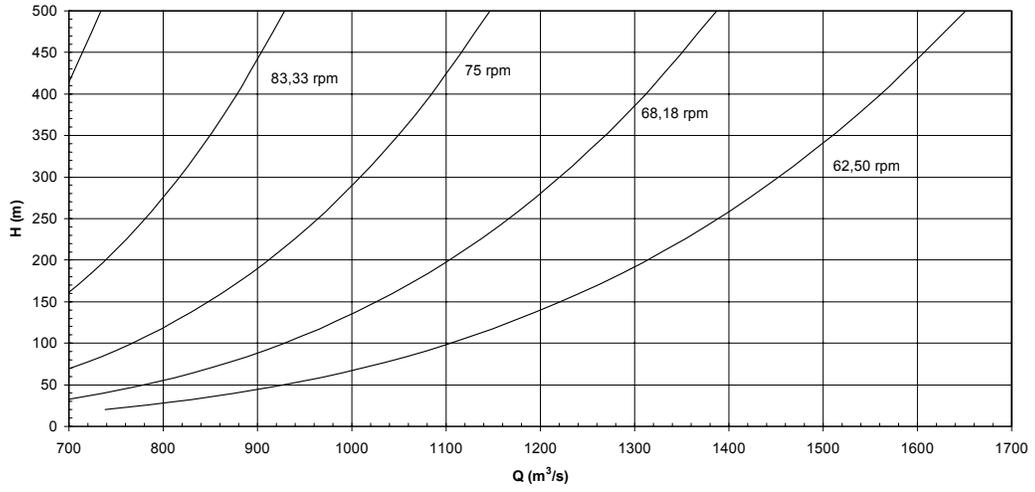
**Gráfico 2.37.e**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (50 Hz)**  
**para  $180 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 500 \text{ m}^3/\text{s}$**



**Gráfico 2.37.f**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (50 Hz)**  
**para  $400 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 1000 \text{ m}^3/\text{s}$**



**Gráfico 2.37.g**  
**Delimitación del campo Q Vs H para**  
**Velocidades de giro sincrónicas (50 Hz)**  
**para  $700 \text{ m}^3/\text{s} \leq Q \leq 1700 \text{ m}^3/\text{s}$**



## **ANEXO 2**

En el presente anexo se presentan las gráficas de los resultados del método geométrico del Prof. Stefan Zarea, y los valores de los coeficientes para las formulas de Siervo y Leva y para el método de dimensionamiento del Prof. Stefan Zarea..

Coefficientes de las formulas de Siervo y Leva. En función del Ns

$Y = a + \frac{b}{X}$		
Dimensión (Y)	X= Ns	
	a	b
D <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	0,4	94,4999449
H <sub>2</sub> /D <sub>3</sub>	0,05	41,99987646
A/D <sub>3</sub>	1,2	-19,55986861
B/D <sub>3</sub>	1,1	54,79990107
C/D <sub>3</sub>	1,32	49,24999486
D/D <sub>3</sub>	1,5	48,79983382
E/D <sub>3</sub>	0,98	63,59988085
F/D <sub>3</sub>	1	131,3997791
G/D <sub>3</sub>	0,89	96,49996731
H/D <sub>3</sub>	0,79	81,75013627
N/D <sub>3</sub>	1,54	203,4998295
O/D <sub>3</sub>	0,83	140,6998387
Q/D <sub>3</sub>	0,58	22,59986702
V/D <sub>3</sub>	1,1	53,6999036
Z/D <sub>3</sub>	2,63	33,79981427

Coefficientes de las formulas de Siervo y Leva en función del Ns

$Y = a + b * X$		
Dimensión (Y)	X= Ns	
	a	b
H <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	0,094	0,0025
H <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	0,1	0,00065
H <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	0,88	0,00049
H <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	0,6	1,5x10 <sup>-5</sup>
H <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	1,37	-0,00056
H <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	1,6	-0,0013
H <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	1,5	1,94x10 <sup>-4</sup>
H <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	0,51	-0,0007
H <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	1,52	0,00152
H <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	0,31	0,0025
H <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	8,74	248

Coefficientes de las formulas de Siervo y Leva en función del Ns.

$Y = a * X^b$		
Dimensión (Y)	$X = Ns$	
	a	b
V/D <sub>3</sub>	84,4	-0,44

Coefficientes de las formulas de Siervo y Leva.

$Y = a + \frac{b}{X}$						
Dimensión (Y)	$X = nq_w$		$X = n'q_w$		$X = nq$	
	a	b	a	b	a	b
D <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	0,4	0,6008	0,4	0,2015	0,4	31,8036
H <sub>2</sub> /D <sub>3</sub>	0,05	0,2670	0,05	0,0895	0,05	14,1349
A/D <sub>3</sub>	1,2	-0,1243	1,2	-0,0417	1,2	-6,5828
B/D <sub>3</sub>	1,1	0,3484	1,1	0,1168	1,1	18,4427
C/D <sub>3</sub>	1,32	0,3131	1,32	0,1050	1,32	16,5749
D/D <sub>3</sub>	1,5	0,3102	1,5	0,1040	1,5	16,4234
E/D <sub>3</sub>	0,98	0,4043	0,98	0,1356	0,98	21,4043
F/D <sub>3</sub>	1	0,8354	1	0,2802	1	44,2221
G/D <sub>3</sub>	0,89	0,6135	0,89	0,2058	0,89	32,4767
H/D <sub>3</sub>	0,79	0,5197	0,79	0,1743	0,79	27,5127
N/D <sub>3</sub>	1,54	1,2938	1,54	0,4340	1,54	68,4871
O/D <sub>3</sub>	0,83	0,8945	0,83	0,3001	0,83	47,3520
Q/D <sub>3</sub>	0,58	0,1436	0,58	0,0482	0,58	7,6059
V/D <sub>3</sub>	1,1	0,3414	1,1	0,1145	1,1	18,0725
Z/D <sub>3</sub>	2,63	0,2149	2,63	0,0720	2,63	11,3752

Coefficientes de las formulas de Siervo y Leva .

$Y = a + b * X$						
Dimensión (Y)	$X = nq_w$		$X = n'q_w$		$X = nq$	
	a	b	a	b	a	b
H <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	0,094	0,3932	0,094	1,1721	0,094	0,0074
I/D <sub>3</sub>	0,1	0,1022	0,1	0,3047	0,1	0,0019
L/D <sub>3</sub>	0,88	0,0770	0,88	0,2297	0,88	0,0014
M/D <sub>3</sub>	0,6	0,0023	0,6	0,0070	0,6	4,45E-5
P/D <sub>3</sub>	1,37	-0,0880	1,37	-0,2625	1,37	-0,0016
R/D <sub>3</sub>	1,6	-0,2044	1,6	-0,6094	1,6	-0,0038
T/D <sub>3</sub>	1,5	0,0298	1,5	0,0890	1,5	5,64E-4
U/D <sub>3</sub>	0,51	-0,1100	0,51	-0,3281	0,51	-0,0020
n <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	1,52	0,2390	1,52	0,7126	1,52	0,0045
K <sub>w</sub> /D <sub>3</sub>	0,31	0,0393	0,31	0,1172	0,31	7,42E-3
V <sub>1</sub> /D <sub>3</sub>	8,71	39005,68	8,71	116272,56	8,71	736,897

Coefficientes de las formulas de Siervo y Leva.

$Y = a * X^b$						
Dimensión (Y)	$X = nq_w$		$X = n'q_w$		$X = nq$	
	a	b	a	b	a	b
V/D <sub>3</sub>	9,1160	-0,44	5,6375	-0,44	52,2687	-0,44

Coeficientes de formulas del método de dimensionamiento del Prof. Stefan Zarea.  
En función del  $n_{qw}$ .

$Y = a * X^b$						
Dimensión (Y)	$X = n_{qw}$					
	Máximo		Medio		Mínimo	
	a	b	a	b	a	b
$D_1/D_3$	1,1597	-0,6	1,0373	-0,5714	0,9240	-0,5714
$D_2/D_3$	1,0083	-0,0625	0,9672	-0,0666	0,9248	-0,0769
$H_1/D_3$	0,1718	0,2	0,1392	0,3333	0,0220	0,2
$H_2/D_3$	0,3234	-0,9	0,2231	-1,1111	0,1482	-1,2
$H_3/D_3$	0,4145	0,1	0,3444	0,1	0,2654	0,1
$A/D_3$	1,2299	0,1	1,0572	0,125	1,8450	0,25
$B/D_3$	1,6589	-0,25	1,4829	-0,2222	1,2998	-0,2222
$C/D_3$	1,8640	-0,2	1,6826	-0,2	1,5345	-0,2
$D/D_3$	2,0727	-0,2	1,8421	-0,1666	1,6361	-0,1428
$E/D_3$	1,6499	-0,2857	1,4552	-0,3	1,3047	-0,3
$F/D_3$	2,2314	-0,4444	1,8540	-0,375	1,6031	-0,4285
$G/D_3$	1,7957	-0,4	1,5360	-0,375	1,3584	-0,3
$H/D_3$	1,5652	-0,4	1,3366	-0,3333	1,1743	-0,3333
$I/D_3$	0,2577	0,4285	0,2069	0,5714	0,1557	0,8333
$L/D_3$	1,0505	0,0714	0,9701	0,1	0,8954	0,1
$M/D_3$	0,6832	-0,0588	0,6034	-0,0034	0,5425	-0,0357
$N/D_3$	3,7513	-0,375	2,8895	-0,4285	1,1667	-0,5714
$O/D_3$	2,2177	-0,4444	1,8243	-0,5	1,4194	-0,625
$P/D_3$	1,4242	-0,1	1,2662	-0,1	1,1090	-0,1
$Q/D_3$	0,9167	-0,1666	0,7490	-0,2	0,5986	-0,25
$R/D_3$	1,7216	-0,1666	1,3454	-0,2	1,1182	-0,25
$S/D_3$	7,4048	-0,4444	5,5793	-0,2857	4,3147	-0,2
$T/D_3$	1,8267	0,0119	1,5363	0,0235	1,2431	0,0125
$U/D_3$	0,5094	-0,3333	0,3706	-0,375	0,2574	-0,4285
$V/D_3$	1,7678	-0,2222	1,4770	-0,2222	1,2051	-0,1666
$Z/D_3$	3,1125	-0,0714	2,8707	-0,0714	2,7174	-0,0714
$n_f/D_3$	1,9464	0,1428	1,7982	0,1666	1,6588	0,1666
$K_w/D_3$	0,8527	0,5	0,4389	0,5	0,6410	0,6666
$V/D_3$	12,3772	-0,4444	9,1058	-0,4444	7,4965	-0,375
$V_f/D_3$	13,7881	-0,1428	10,5353	-0,1428	7,5592	-0,1428

Coeficientes de formulas del método de dimensionamiento del Prof. Stefan Zarea.  
En función del  $n'_{qw}$ .

$$Y = a * X^b$$

Dimensión (Y)	$X = n'_{qw}$					
	Máximo		Medio		Mínimo	
	a	b	a	b	a	b
$D_1/D_3$	0,6022	-0,6	0,5557	-0,5714	0,4950	-0,5714
$D_2/D_3$	0,9417	-0,0625	0,8993	-0,0666	0,8503	-0,0769
$H_1/D_3$	0,2138	0,2	0,2004	0,3333	0,0273	0,2
$H_2/D_3$	0,1210	-0,9	0,0663	-1,1111	0,0399	-1,2
$H_3/D_3$	0,4624	0,1	0,3841	0,1	0,2961	0,1
$A/D_3$	1,3719	0,1	1,2118	0,125	2,4243	0,25
$B/D_3$	1,2625	-0,25	1,1633	-0,2222	1,0197	-0,2222
$C/D_3$	1,4983	-0,2	1,3524	-0,2	1,2334	-0,2
$D/D_3$	1,6659	-0,2	1,5355	-0,1666	1,3997	-0,1428
$E/D_3$	1,2076	-0,2857	1,0486	-0,3	0,9401	-0,3
$F/D_3$	1,3733	-0,4444	1,2309	-0,375	1,0038	-0,4285
$G/D_3$	1,1601	-0,4	1,0198	-0,375	0,9789	-0,3
$H/D_3$	1,0111	-0,4	0,9287	-0,3333	0,8160	-0,3333
$I/D_3$	0,4116	0,4285	0,3863	0,5714	0,3868	0,8333
$L/D_3$	1,1357	0,0714	1,0820	0,1	0,9988	0,1
$M/D_3$	0,6047	-0,0588	0,6057	-0,0034	0,5218	-0,0357
$N/D_3$	2,4906	-0,375	1,8094	-0,4285	0,6250	-0,5714
$O/D_3$	1,3648	-0,4444	1,0566	-0,5	0,7172	-0,625
$P/D_3$	1,2769	-0,1	1,1352	-0,1	0,9942	-0,1
$Q/D_3$	0,7642	-0,1666	0,6020	-0,2	0,4555	-0,25
$R/D_3$	1,4351	-0,1666	1,0814	-0,2	0,8510	-0,25
$S/D_3$	4,5571	-0,4444	4,0836	-0,2857	3,4680	-0,2
$T/D_3$	1,8506	0,0119	1,5763	0,0235	1,2602	0,0125
$U/D_3$	0,3539	-0,3333	0,2460	-0,375	0,1612	-0,4285
$V/D_3$	1,3868	-0,2222	1,1587	-0,2222	1,0045	-0,1666
$Z/D_3$	2,8789	-0,0714	2,6552	-0,0714	2,5134	-0,0714
$n_f/D_3$	2,2751	0,1428	2,1573	0,1666	1,9900	0,1666
$K_w/D_3$	1,4723	0,5	0,7578	0,5	1,3277	0,6666
$V/D_3$	7,6173	-0,4444	5,6040	-0,4444	4,9771	-0,375
$V_f/D_3$	11,7962	-0,1428	9,0133	-0,1428	6,4671	-0,1428

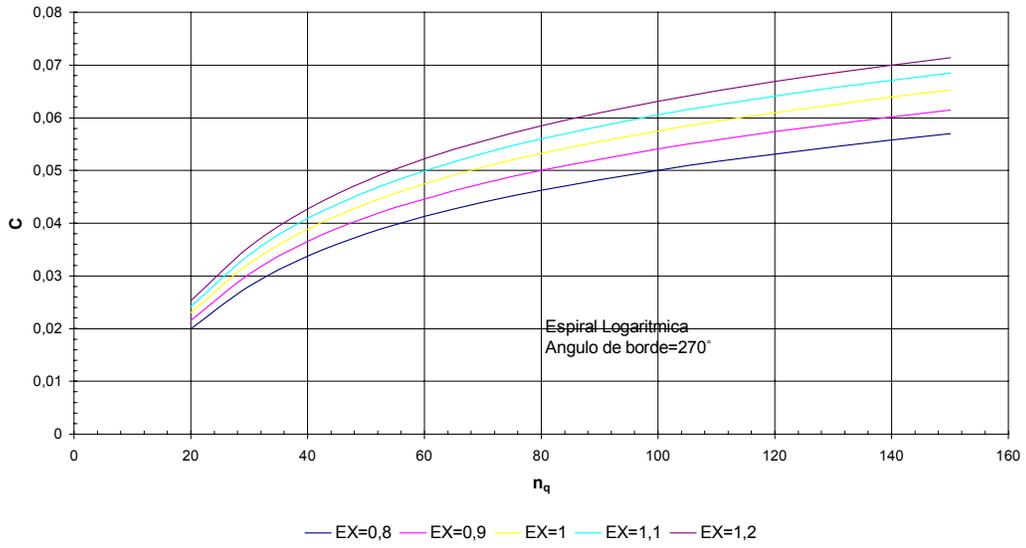
Coeficientes para "F" actualizado  
Según método Zarea Y Siervo y Leva.

Método	a	b	$R^2$
Mínimo ( $F/D_3 = a * n'_{qw}{}^b$ )	0,784	-0,3917	0,9901
Medio ( $F/D_3 = a * n'_{qw}{}^b$ )	0,8397	-0,4196	0,9221
Máximo ( $F/D_3 = a * n'_{qw}{}^b$ )	0,9337	-0,4386	0,9972
Siervo y Leva ( $F/D_3 = a + b * n'_{qw}$ )	0,7798	0,1779	0,8943

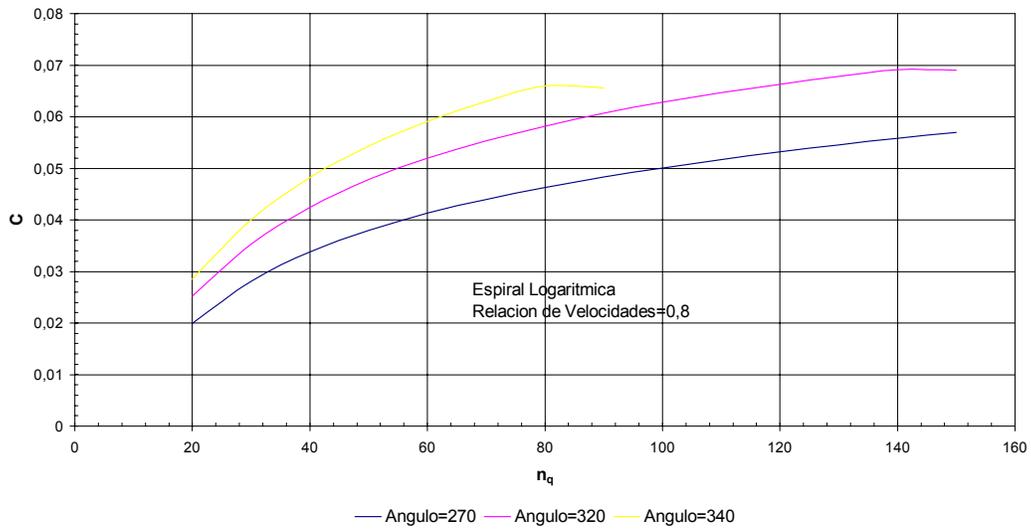
Coeficientes para "I" actualizado  
Según método Zarea y Siervo y Leva

Método	a	b	$R^2$
Mínimo ( $I/D_3 = a * n'_{qw}{}^b$ )	5,7115	2,3284	0,9764
Medio ( $I/D_3 = a * n'_{qw}{}^b$ )	7,8088	2,0592	0,9484
Máximo ( $I/D_3 = a * n'_{qw}{}^b$ )	5,8725	1,35	0,9952
Siervo y Leva ( $I/D_3 = a + b * n'_{qw}$ )	-0,4704	4,1222	0,7236

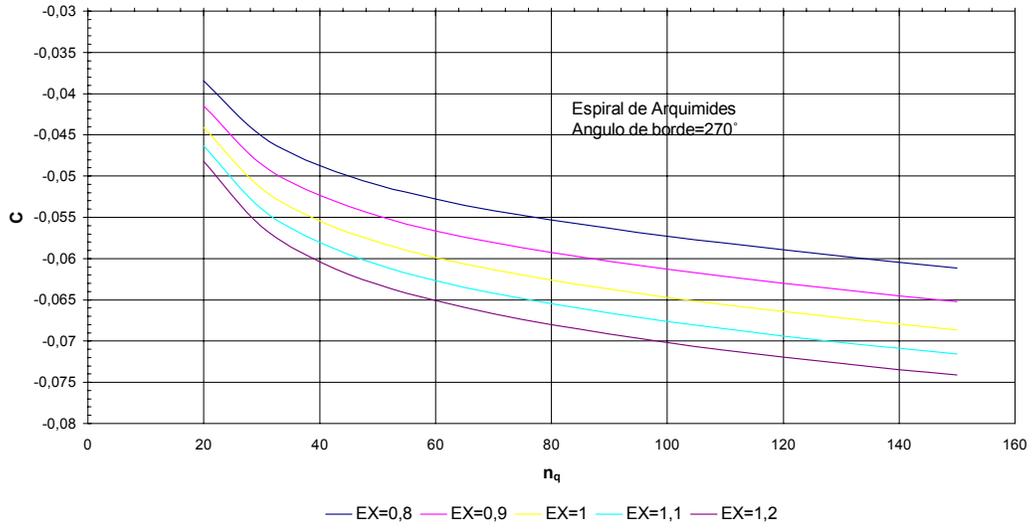
**Gráfico 3.3.a**  
**Constante de Espiral Logaritmica (c)**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



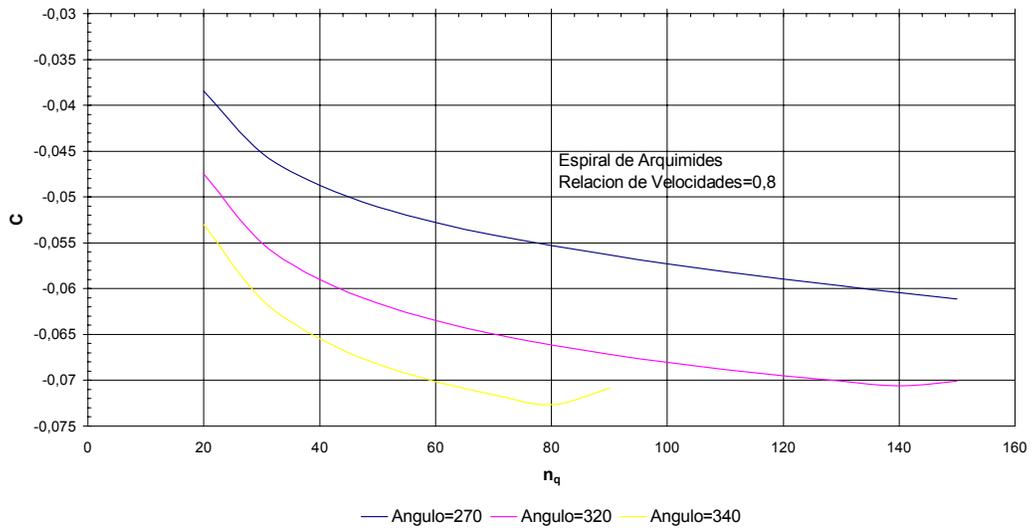
**Gráfico 3.3.b**  
**Constante de la Espiral Logaritmica (c)**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



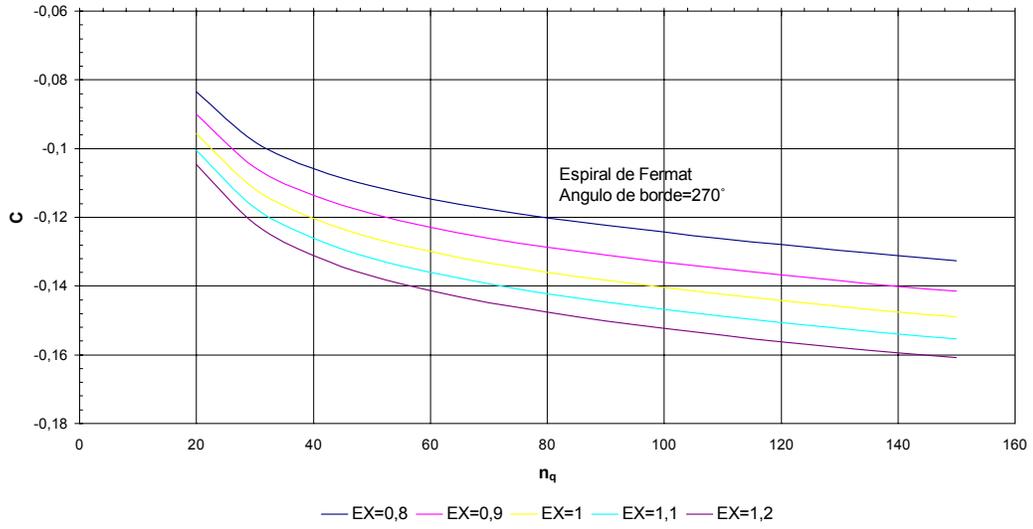
**Gráfico 3.4.a**  
**Constante de Espiral de Arquimides (c)**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



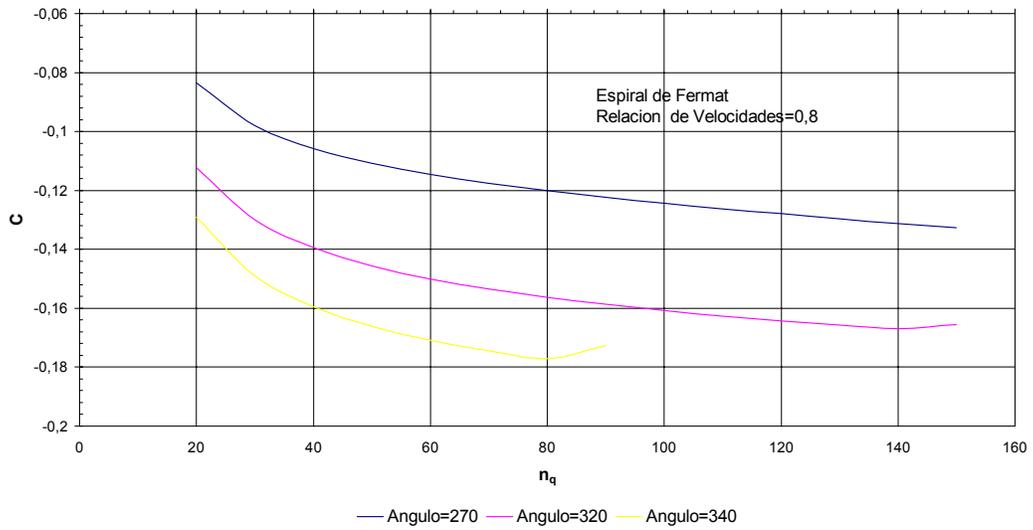
**Gráfico 3.4.b**  
**Constantes de Espiral de Arquimides (c)**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



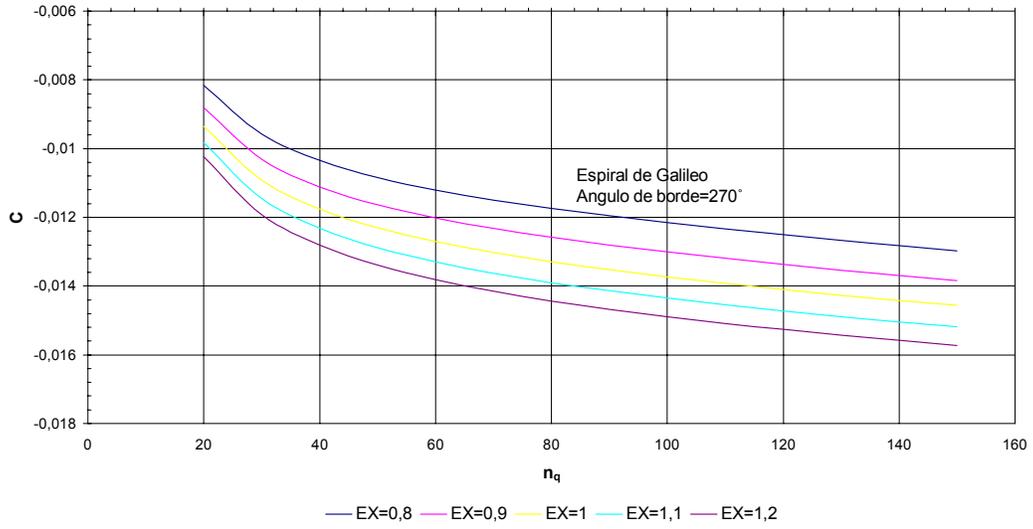
**Gráfico 3.5.a**  
**Constante de Espiral de Fermat (c)**  
**Método geométrico del Prof. Steafan Zarea**



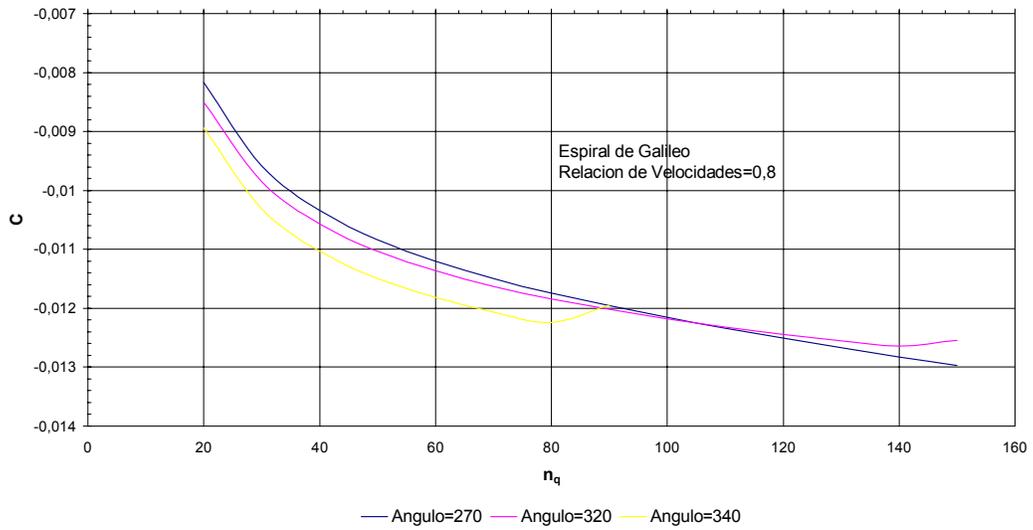
**Gráfico 3.5.b**  
**Constante de Espiral de Fermat (c)**  
**Método geométrico del Prof. Steafan Zarea**



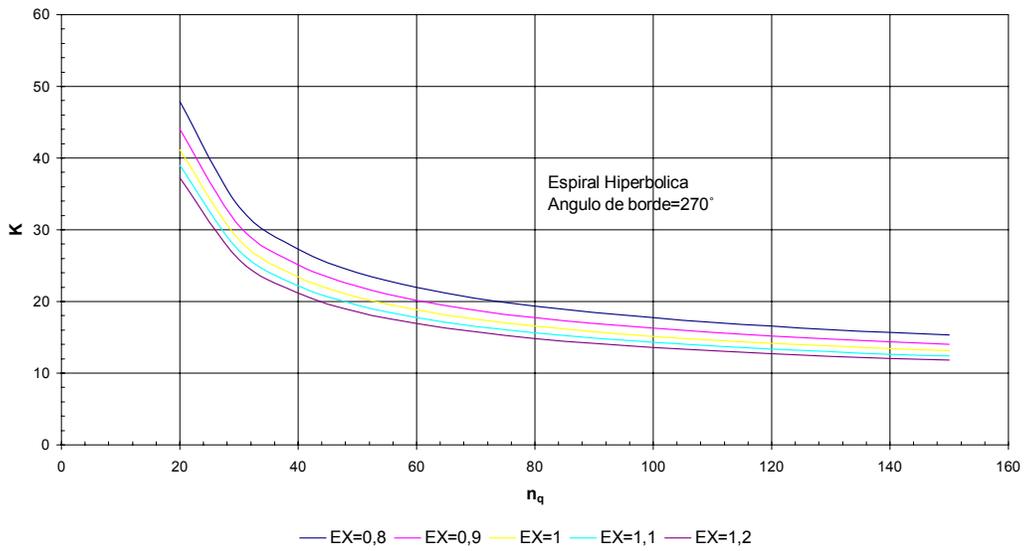
**Gráfico 3.6.a**  
**Constante de Espiral de Galileo (c)**  
**Método geométrico del Prof. Steafan Zarea**



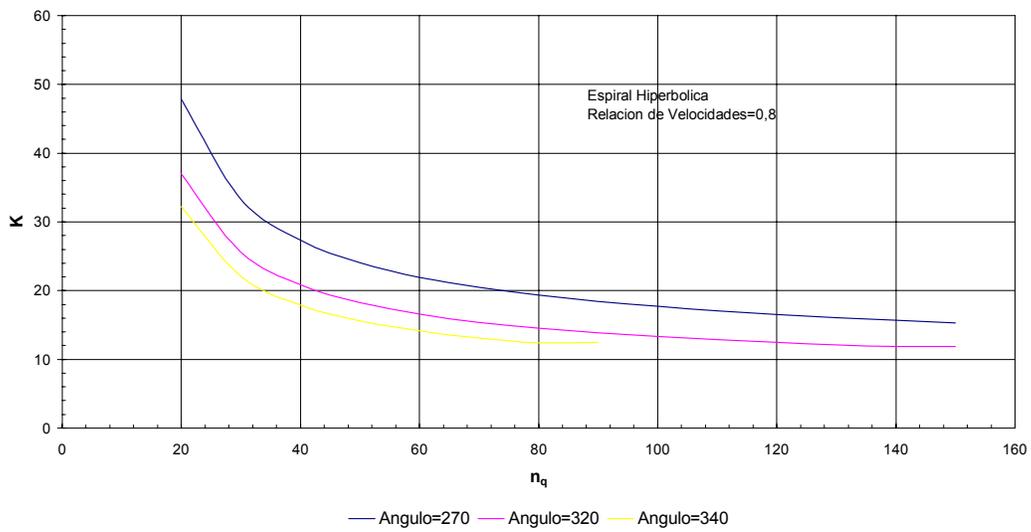
**Gráfico 3.6.b**  
**Constante de Espiral de Galileo (c)**  
**Método geométrico del Prof. Steafan Zarea**



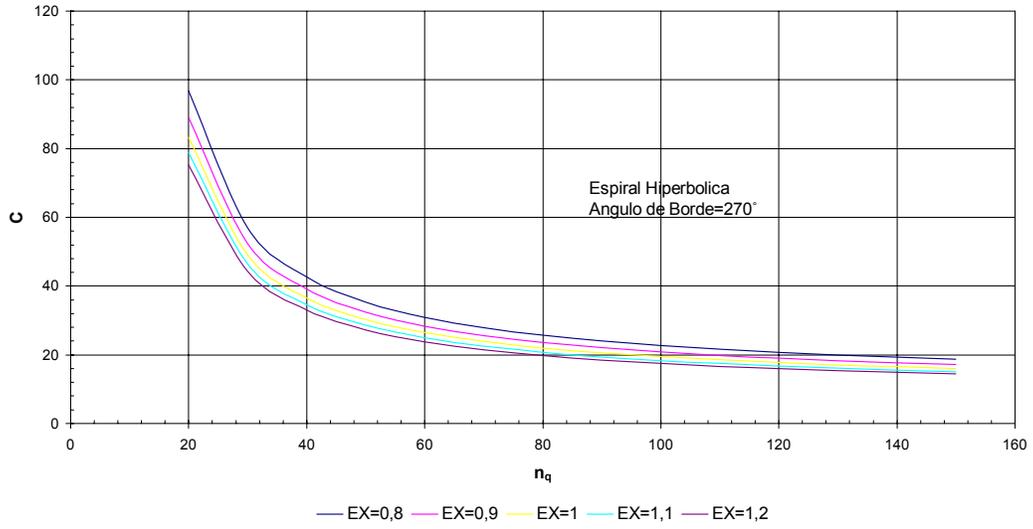
**Gráfico 3.7.a**  
**Constante de Espiral Hiperbolica (K)**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



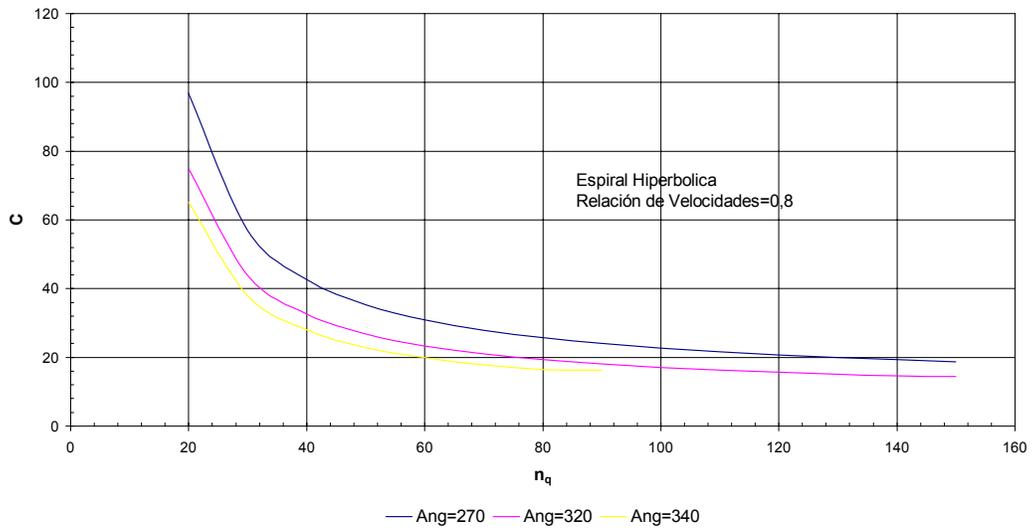
**Gráfico 3.7.b**  
**Constante de Espiral Hiperbolica (K)**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



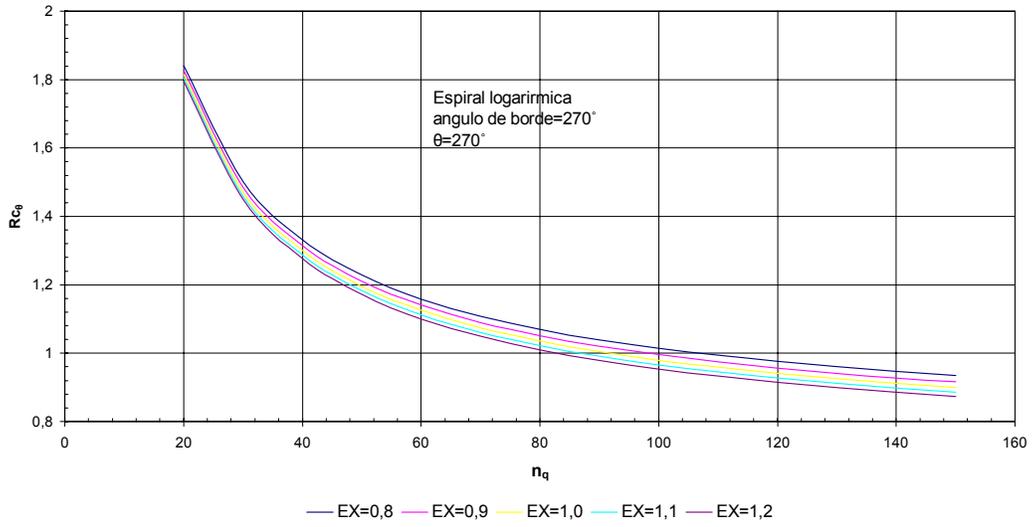
**Gráfico 3.8.a**  
**Constante de Espiral Hiperbolica (c)**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



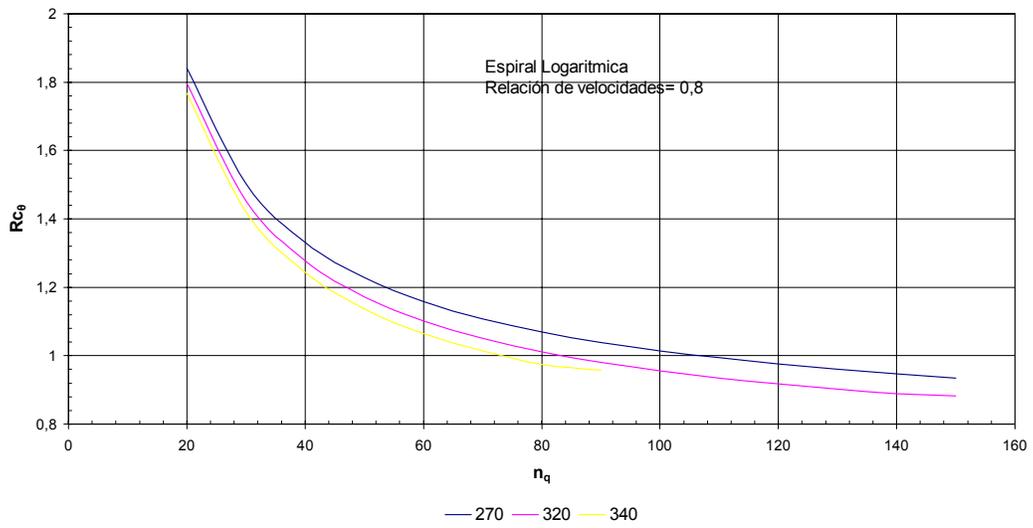
**Gráfico 3.8.b**  
**Constante de Espiral Hiperbólica (c)**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



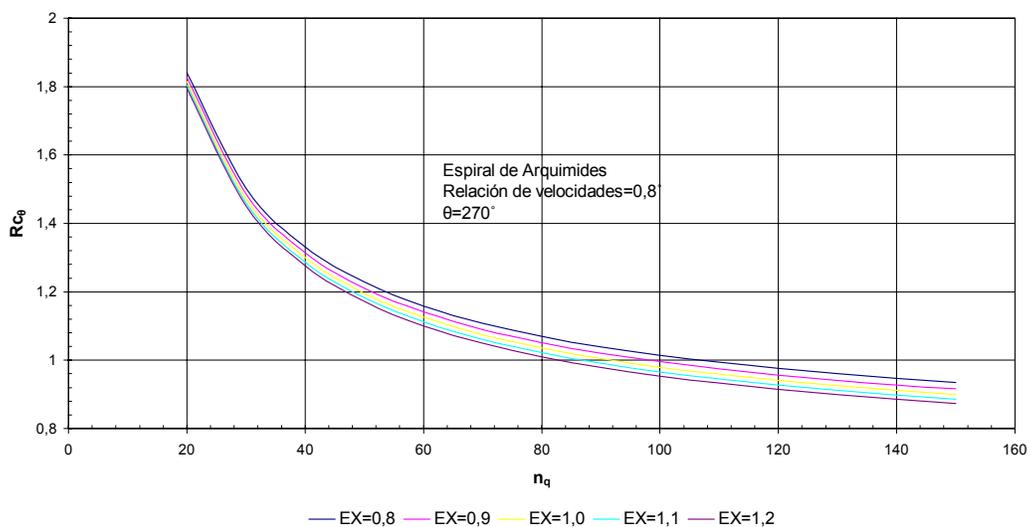
**Gráfico 3.9.a**  
**Radios de espiral ( $R_{C\theta}$ )**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



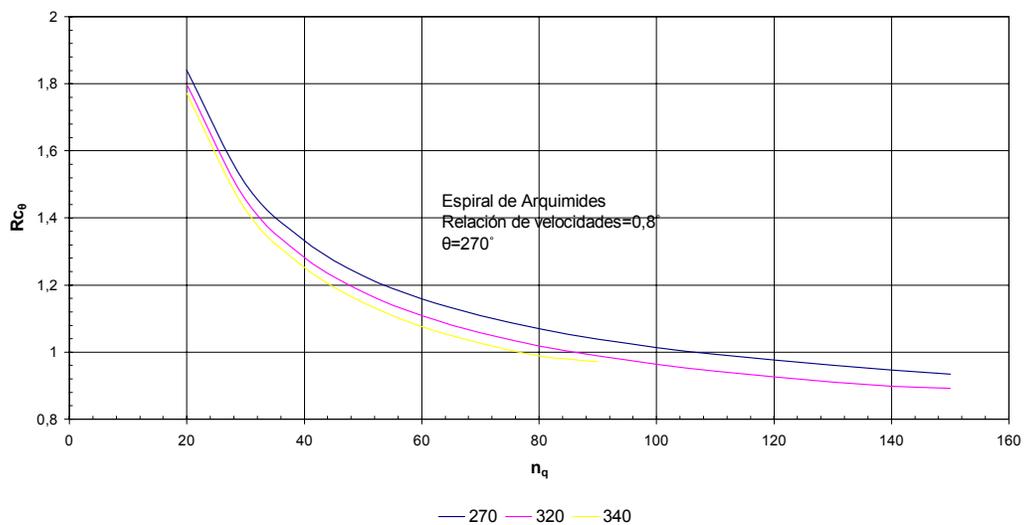
**Gráfico 3.9.b**  
**Radio de espiral ( $R_{C\theta}$ )**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



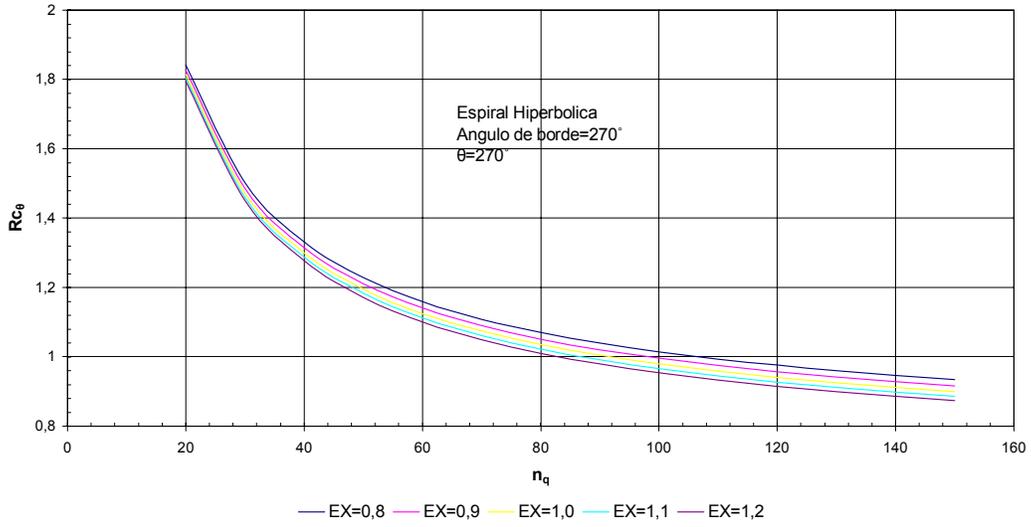
**Grafico 3.10.a**  
**Radios de espiral ( $R_{c\theta}$ )**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



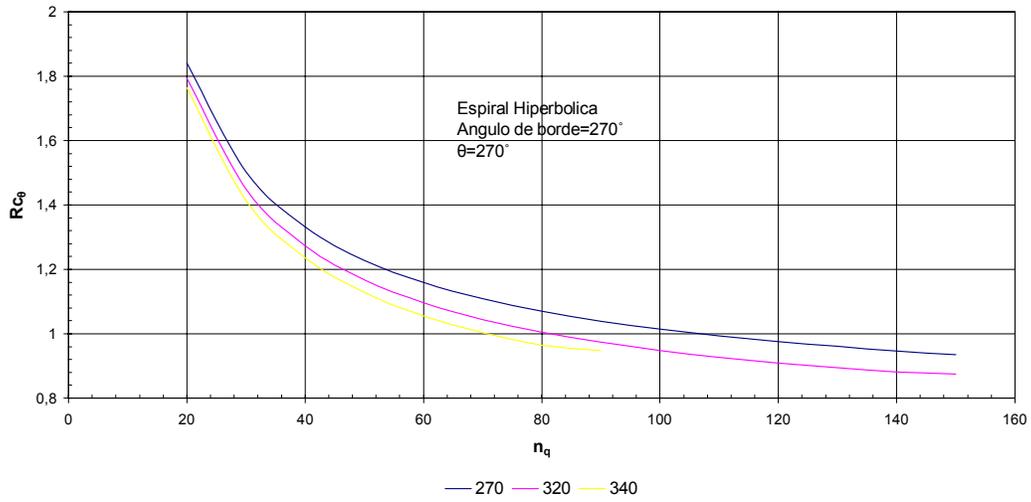
**Grafico 3.10.b**  
**Radios de la espiral ( $R_{c\theta}$ )**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



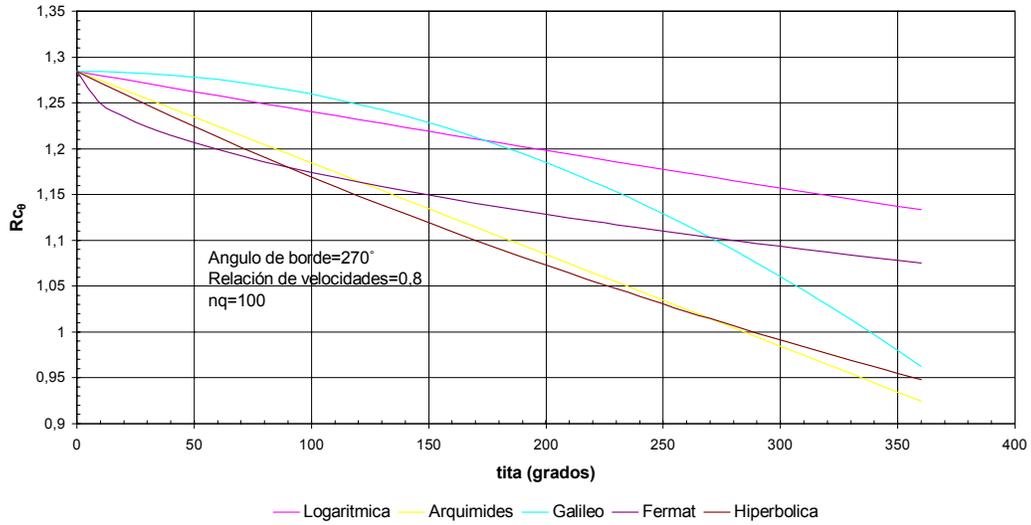
**Gráfico 3.11.a**  
**Radios de la espiral ( $R_{c\theta}$ )**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



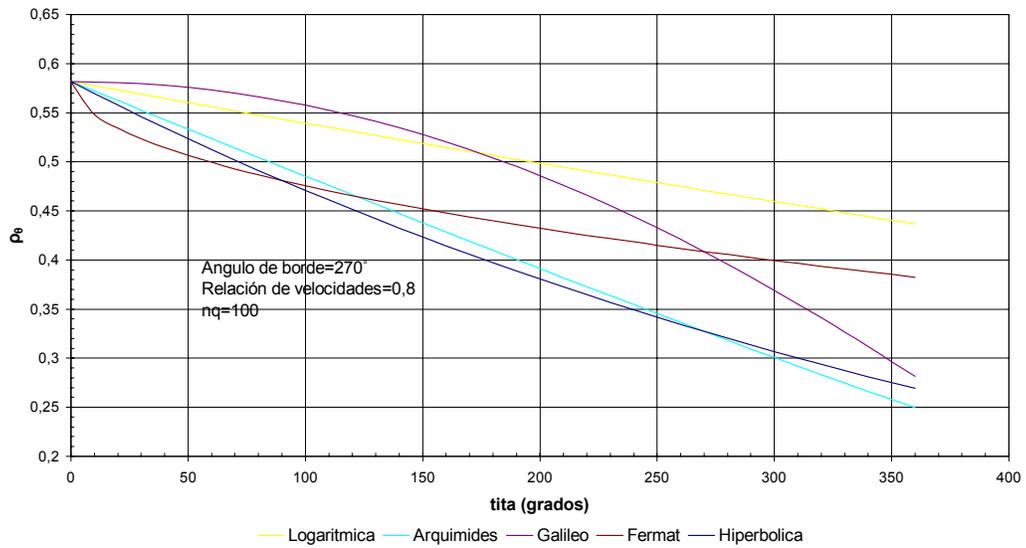
**Gráfico 3.11.b**  
**Radios de la espiral ( $R_{c\theta}$ )**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



**Gráfico 3.12**  
**Radios de la espiral ( $R_c$ )**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



**Gráfico (3.13)**  
**Radios de sección ( $\rho_0$ )**  
**Método geométrico del Prof. Stefan Zarea**



# **ANEXO 3**

En el siguiente anexo se presentan los resultados donde dos del Capítulo IV, tanto para acero como para hierro fundido.

Influencia de la relación de velocidades en los espesores de pared t(mm) Según programa MSC Nastran V 4.5 (Acero).

Espiral Logarítmica ( $\psi=270^\circ$ ), $D_3=0,18m$					
serie	Relación de velocidades				
	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
1	2,6044	2,54704	2,51902	2,52446	2,5222
3	0,9591	0,9413	0,9231	0,9245	0,9250
5	0,2648	0,26112	0,2548	0,2561	0,2564

Influencia del ángulo de borde en los espesores de pared t(mm) Según programa MSC Nastran V 4.5 (Acero).

Espiral Logarítmica EX=0,8, $D_3=0,18m$			
Serie	Ángulo de borde (grados)		
	270	320	340
1	2,6044	2,50247	2,52803
3	0,9591	0,9100	0,934
5	0,2648	0,2488	-

Influencia del tipo de espiral en los espesores de Pared t(mm) Según programa MSC Nastran V 4.5 (Acero).

$\psi=320^\circ$ , EX=1, 0, $D_3=1,00m$					
Serie	Tipo de espiral				
	Logarítmica	Arquímedes	Fermat	Galileo	Hiperbólica
1	12,1864	11,9937	12,0559	13,6611	14,7907
2	8,3679	8,2614	9,878	8,502	8,3412
3	5,5796	4,9407	5,4842	5,9203	5,9664
4	2,8343	2,2049	2,6032	2,4542	3,1211
5	1,7436	1,4048	1,4591	2,0971	2,0666

Espesores de Pared t(mm)  
Según programa MSC Nastran V 4.5  
Acero

Espiral de Arquímedes ( $\psi=320^\circ$ , EX=1, 0)						
Serie	Diámetro de descarga del rodete (m)					
	0,18	1,00	2,24	4,00	6,30	9,00
1	2,2502	11,9937	27,1922	49,0003	75,4413	107,369
2	1,4878	8,2614	18,1762	33,6746	53,3282	73,9055
3	0,8152	4,9407	11,1660	18,7439	30,0455	42,239
4	0,4489	2,2049	5,6397	11,0703	17,1714	21,1262
5	0,2199	1,4048	2,6926	5,2566	8,0903	12,0102

Relación para el acero entre los métodos de cilindro de pared delgada y el Programa MSC Nastran V 4.5.

Serie	Diámetro de descarga del rodete (m)					
	0,18	1	2,24	4	6,3	9
1	1,6807	1,6125	1,6320	1,6469	1,6099	1,6039
2	1,9343	1,9334	1,8989	1,9701	1,9809	1,9217
3	1,9106	2,0843	2,1029	1,9769	2,0119	1,9799
4	1,9230	1,70024	1,9414	2,1341	2,1017	1,8100
5	1,9720	1,9780	1,6925	1,8503	1,8081	1,8789

Relaciones de esfuerzo para hierro fundido

Serie	K	S <sub>f</sub>	S <sub>ut</sub>
1	Promedio	0,954	1,410
	Máximo	0,986	1,457
	Mínimo	0,922	1,363
2	Promedio	1,143	1,689
	Máximo	1,172	1,733
	Mínimo	1,113	1,645
3	Promedio	1,193	1,763
	Máximo	1,248	1,845
	Mínimo	1,139	1,684
4	Promedio	1,318	1,949
	Máximo	1,583	2,341
	Mínimo	1,081	1,598
5	Promedio	0,998	1,476
	Máximo	1,073	1,587
	Mínimo	0,927	1,371

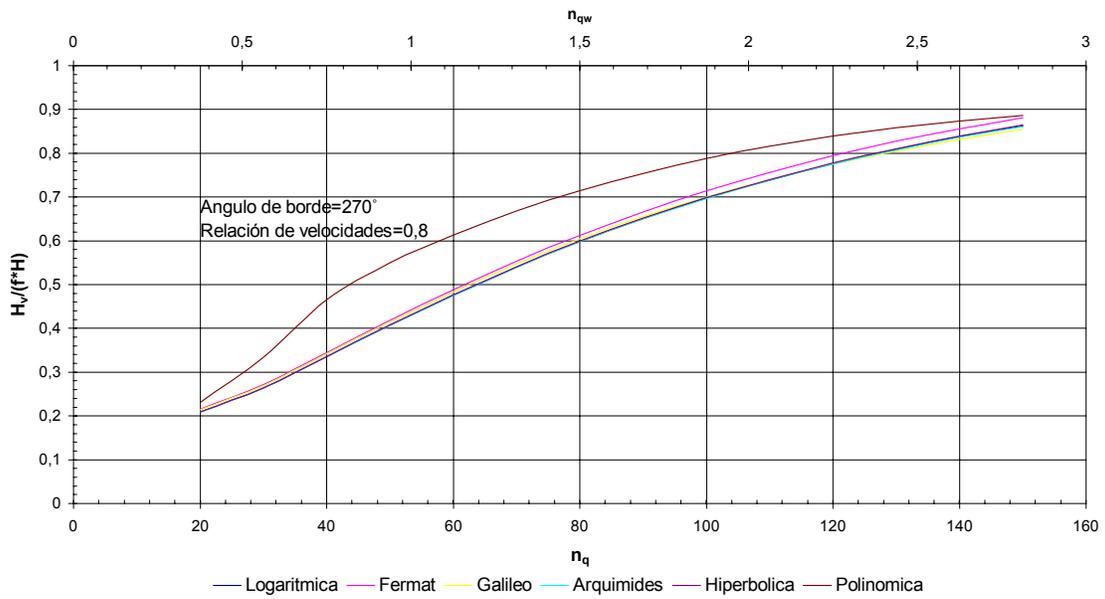
Espesores de pared adimensionales corregidos (t<sub>c</sub>\*)  
Hierro fundido

Serie	S	K	Amplitud del esfuerzo medio (%)						
			0	5	10	20	30	40	50
1	S <sub>f</sub>	Promedio	0,0123	0,0131	0,0139	0,0156	0,0173	0,0189	0,0206
		Máximo	0,0127	0,0136	0,0144	0,0161	0,0178	0,0196	0,0213
		Mínimo	0,0119	0,0127	0,0135	0,0151	0,0167	0,0183	0,0199
	S <sub>ut</sub>	Promedio	0,0182	0,0194	0,0206	0,0231	0,0255	0,0280	0,0304
		Máximo	0,0188	0,0201	0,0213	0,0239	0,0264	0,0298	0,0315
		Mínimo	0,0176	0,0188	0,0200	0,0223	0,0247	0,0271	0,0294
2	S <sub>f</sub>	Promedio	0,0084	0,0090	0,0096	0,0107	0,0119	0,0130	0,0141
		Máximo	0,0087	0,0093	0,0098	0,0110	0,0122	0,0133	0,0145
		Mínimo	0,0082	0,0088	0,0093	0,0104	0,0116	0,0127	0,0138
	S <sub>ut</sub>	Promedio	0,0125	0,0133	0,0142	0,0159	0,0176	0,0192	0,0208
		Máximo	0,0128	0,0137	0,0146	0,0163	0,0180	0,0198	0,0215
		Mínimo	0,0122	0,0130	0,0138	0,0155	0,0171	0,0187	0,0204
3	S <sub>f</sub>	Promedio	0,0049	0,0052	0,0055	0,0062	0,0068	0,0075	0,0082
		Máximo	0,0051	0,0054	0,0058	0,0065	0,0072	0,0079	0,0085
		Mínimo	0,0046	0,0050	0,0053	0,0059	0,0065	0,0072	0,0078
	S <sub>ut</sub>	Promedio	0,0072	0,0077	0,0082	0,0092	0,0101	0,0111	0,0121
		Máximo	0,0076	0,0081	0,0086	0,0096	0,0106	0,0116	0,0127
		Mínimo	0,0069	0,0074	0,0078	0,0088	0,0097	0,0106	0,0116
4	S <sub>f</sub>	Promedio	0,0029	0,0031	0,0033	0,0037	0,0041	0,0045	0,0049
		Máximo	0,0035	0,0038	0,0040	0,0045	0,0050	0,0054	0,0059
		Mínimo	0,0024	0,0026	0,0027	0,0030	0,0034	0,0037	0,0040
	S <sub>ut</sub>	Promedio	0,0043	0,0046	0,0049	0,0055	0,0061	0,0067	0,0073
		Máximo	0,0052	0,0056	0,0059	0,0067	0,0074	0,0081	0,0088
		Mínimo	0,0036	0,0038	0,0040	0,0045	0,0050	0,0055	0,0060
5	S <sub>f</sub>	Promedio	0,0012	0,0013	0,0013	0,0015	0,0017	0,0018	0,0020
		Máximo	0,0013	0,0014	0,0015	0,0016	0,0018	0,0020	0,0022
		Mínimo	0,0011	0,0012	0,0012	0,0014	0,0016	0,0017	0,0019
	S <sub>ut</sub>	Promedio	0,0018	0,0019	0,0020	0,0023	0,0025	0,0028	0,0030
		Máximo	0,0019	0,0020	0,0022	0,0024	0,0027	0,0030	0,0032
		Mínimo	0,0016	0,0018	0,0019	0,0021	0,0023	0,0026	0,0028

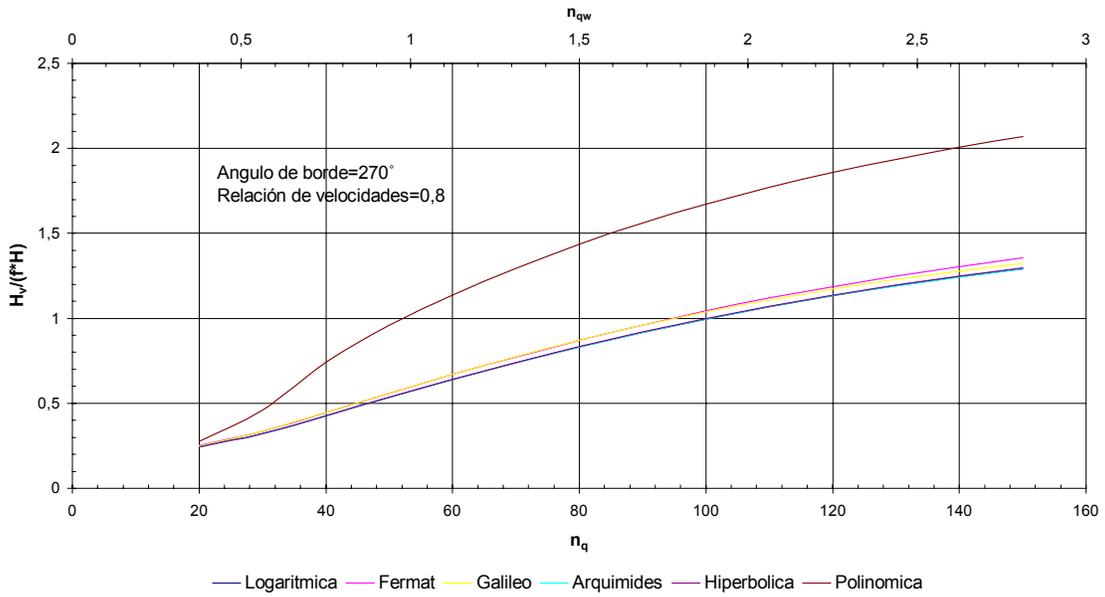
## **ANEXO 4**

En el siguiente Anexo se presentan los resultados para las pérdidas hidráulicas dentro de la caja espiral (capitulo V).

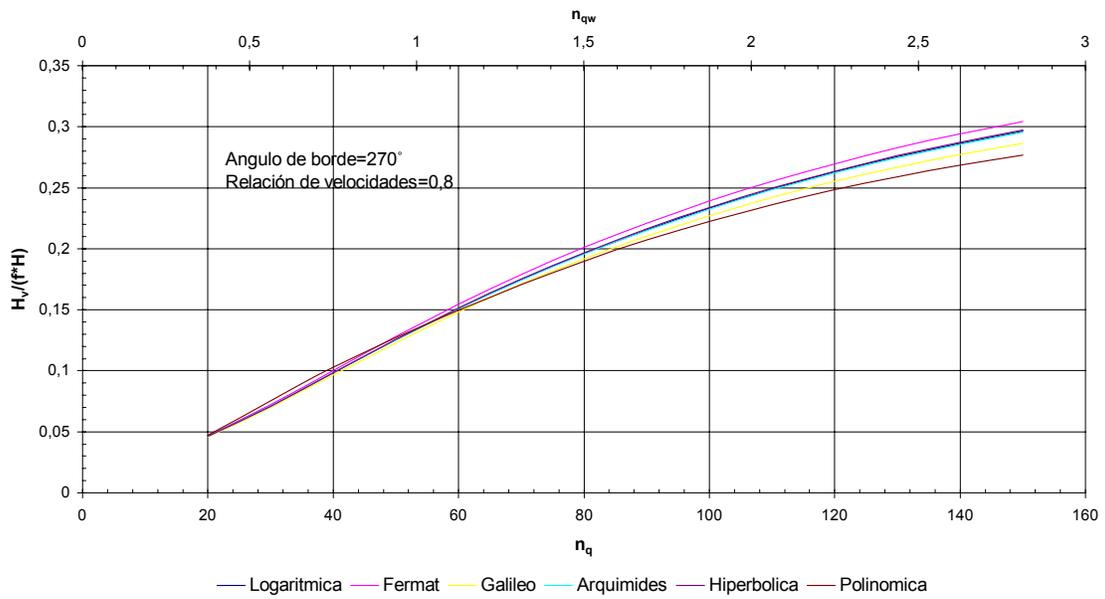
**Gráfico 5.1**  
**Coefficiente de Pérdidas hidráulicas ( $H_v/(f^*H)$ )**  
**Método de la velocidad constante**



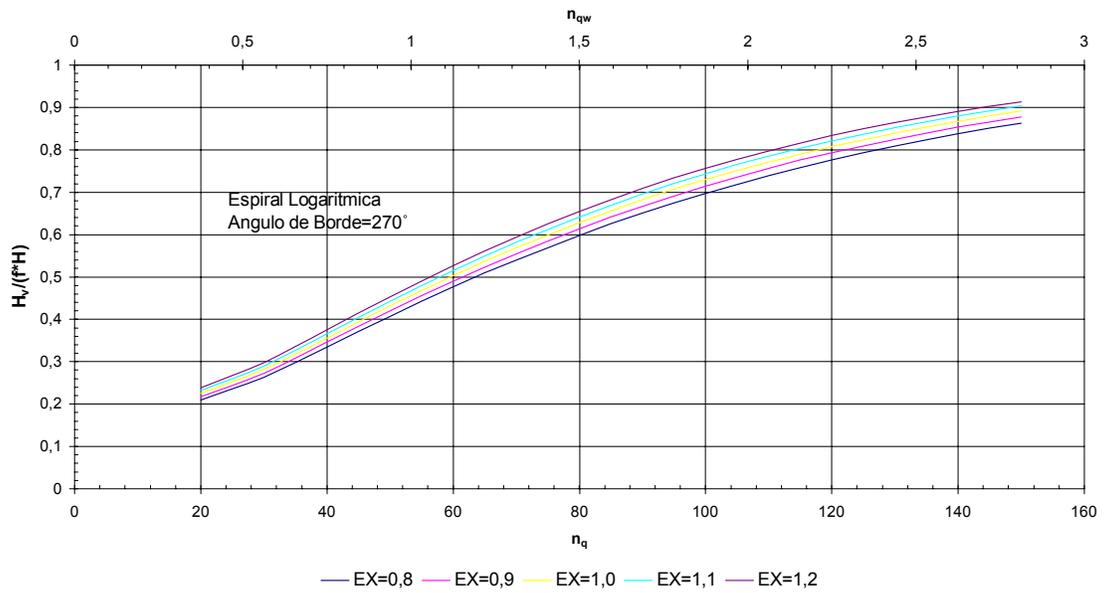
**Gráfico 5.2**  
**Coefficiente Pérdidas hidráulicas ( $H_v/(f^*H)$ )**  
**Método del momento central constante**



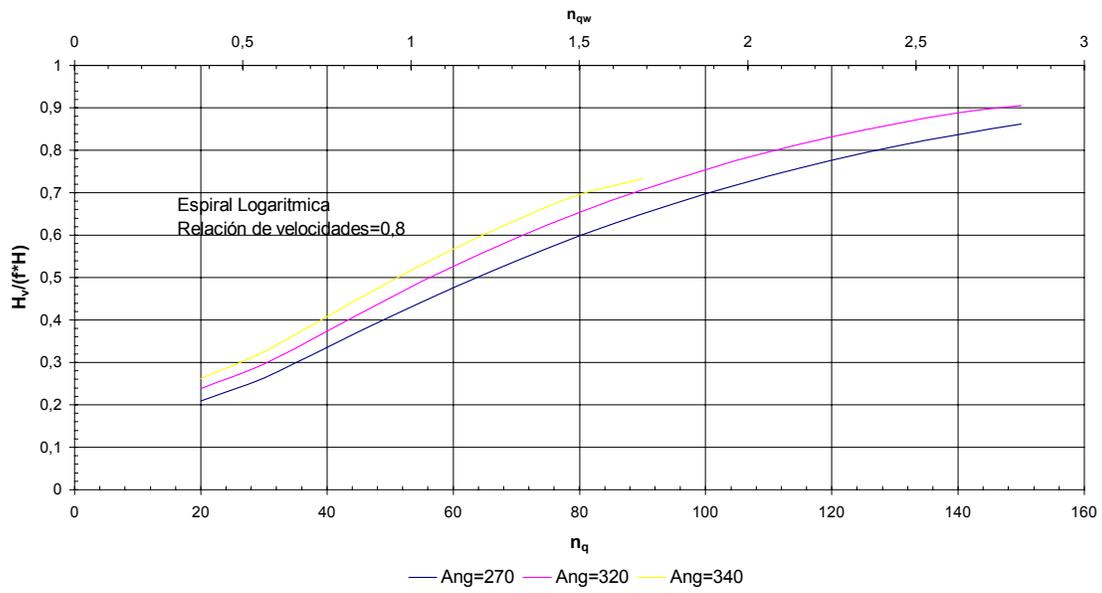
**Gráfico 5.3**  
**Coefficiente Pérdidas hidráulicas ( $H_v/(f*H)$ )**  
**Método del momento hidráulico constante**



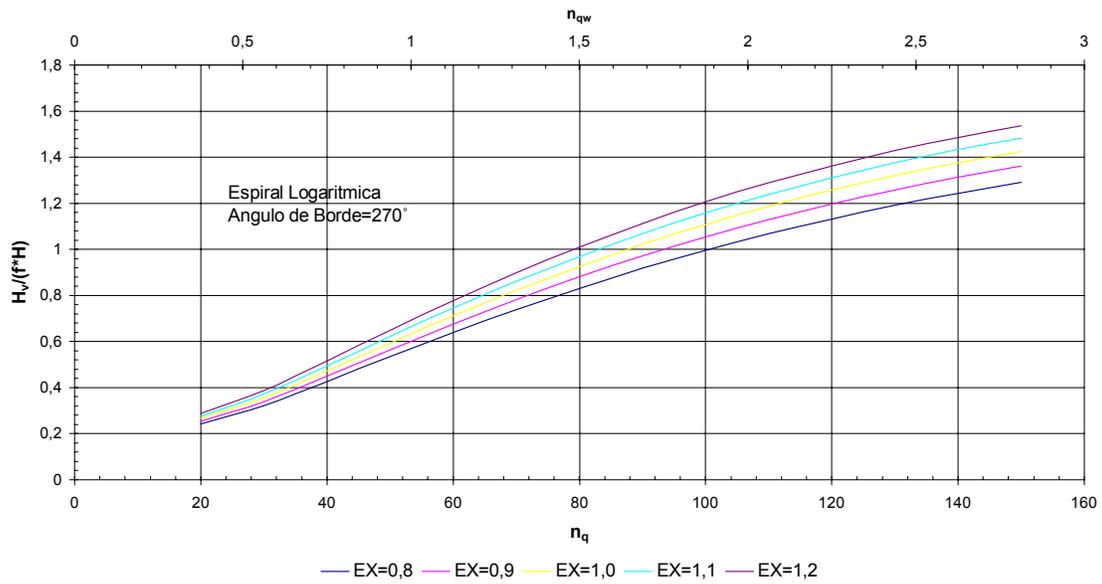
**Gráfico 5.4**  
**Coefficiente de Pérdidas Hidráulicas ( $H_v/(f*H)$ )**  
**Método de la velocidad constante**



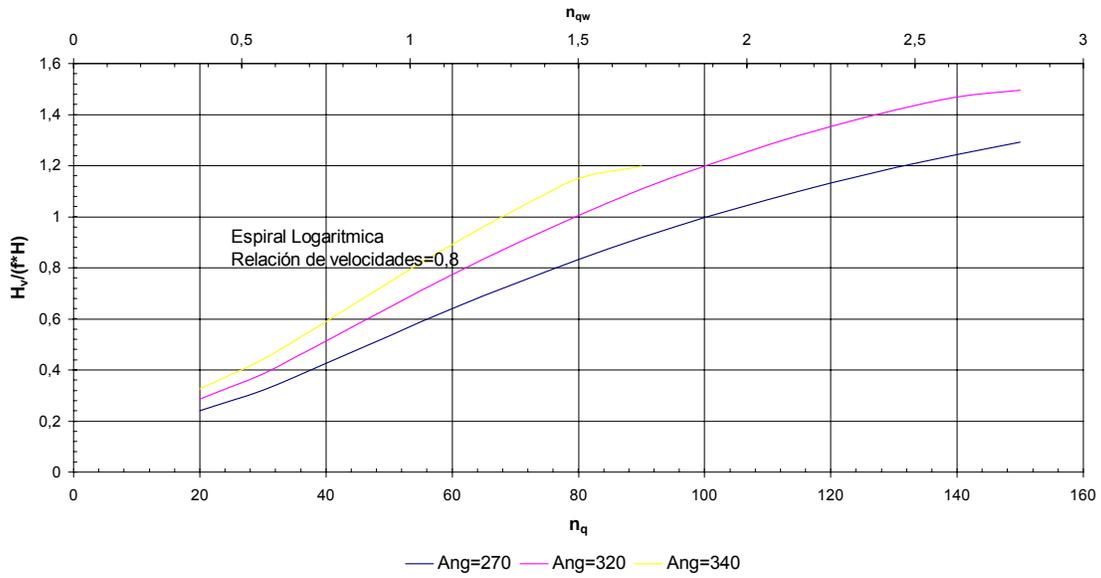
**Gráfico 5.5**  
**Coefficiente de Pérdidas Hidráulicas ( $H_v/(f^*H)$ )**  
**Método de la velocidad constante**



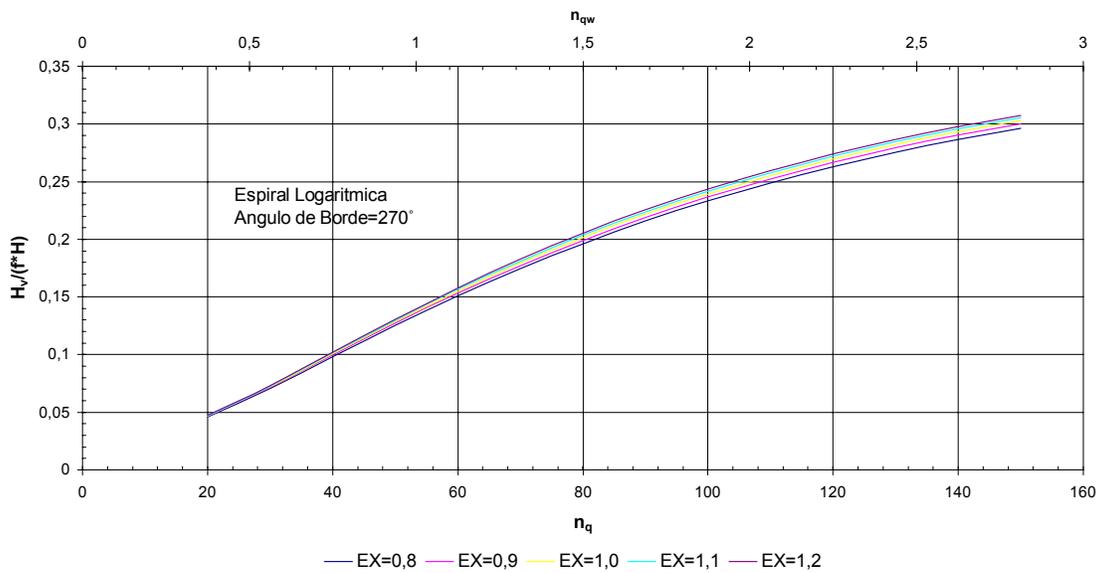
**Gráfico 5.6**  
**Coefficientes Pérdidas Hidráulicas ( $H_v/(f^*H)$ )**  
**Método del momento central constante**



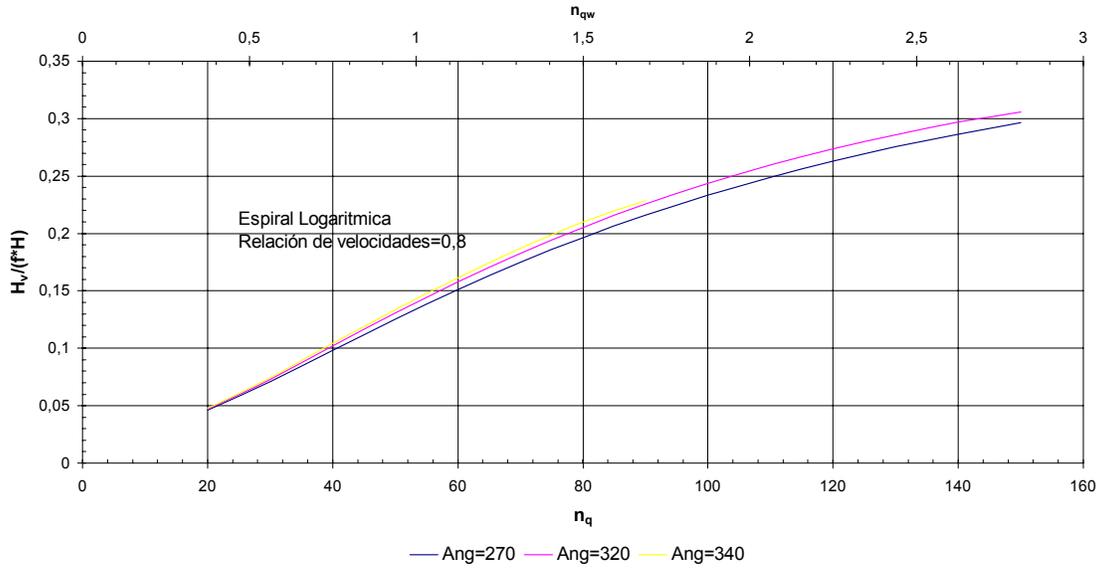
**Gráfico 5.7**  
**Coefficiente Pérdidas Hidráulicas ( $H_v/(f*H)$ )**  
**Método del momento central constante**



**Gráfico 5.8**  
**Coefficiente Pérdidas Hidráulicas ( $H_v/(f*H)$ )**  
**Método del momento hidráulico constante**



**Gráfico 5.9**  
**Coefficiente Pérdidas Hidráulicas ( $H_v/(f \cdot H)$ )**  
**Método del momento hidráulico constante**



**Gráfico 5.10**  
**Coefficiente Pérdidas Hidráulicas ( $H_v/(f \cdot H)$ )**  
**Pérdidas combinadas**

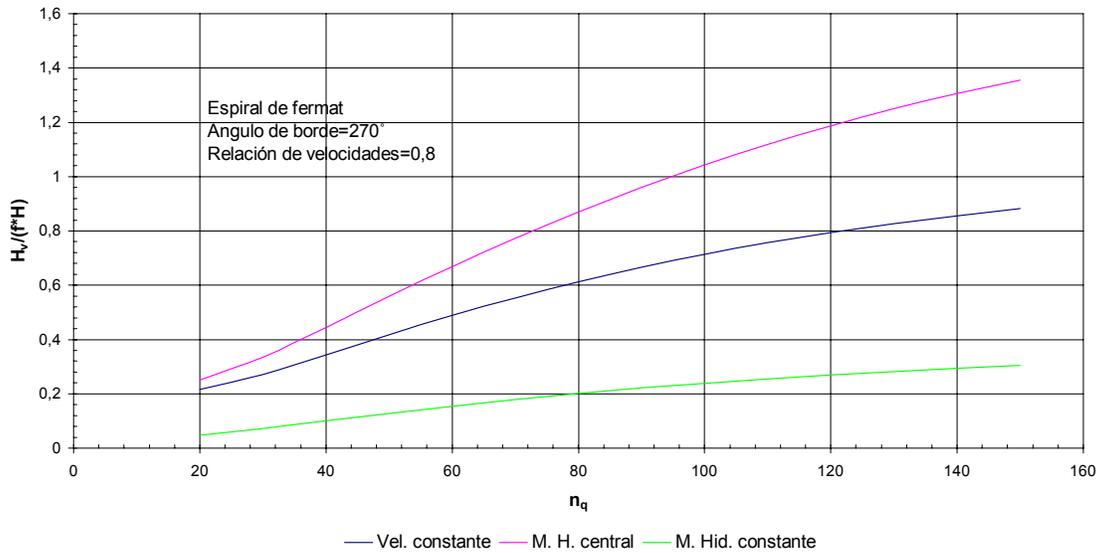
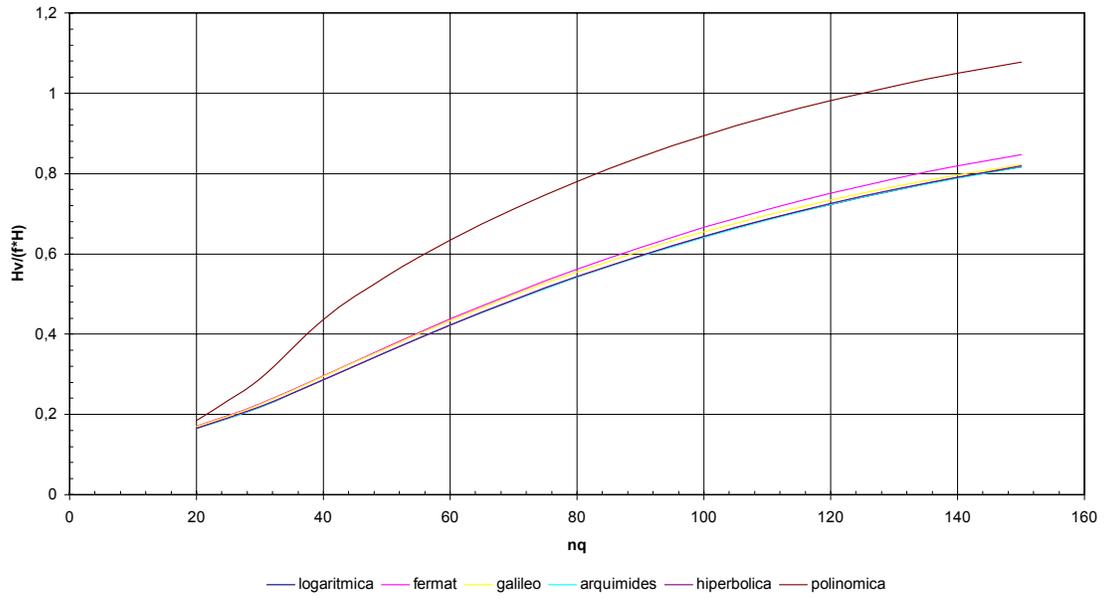


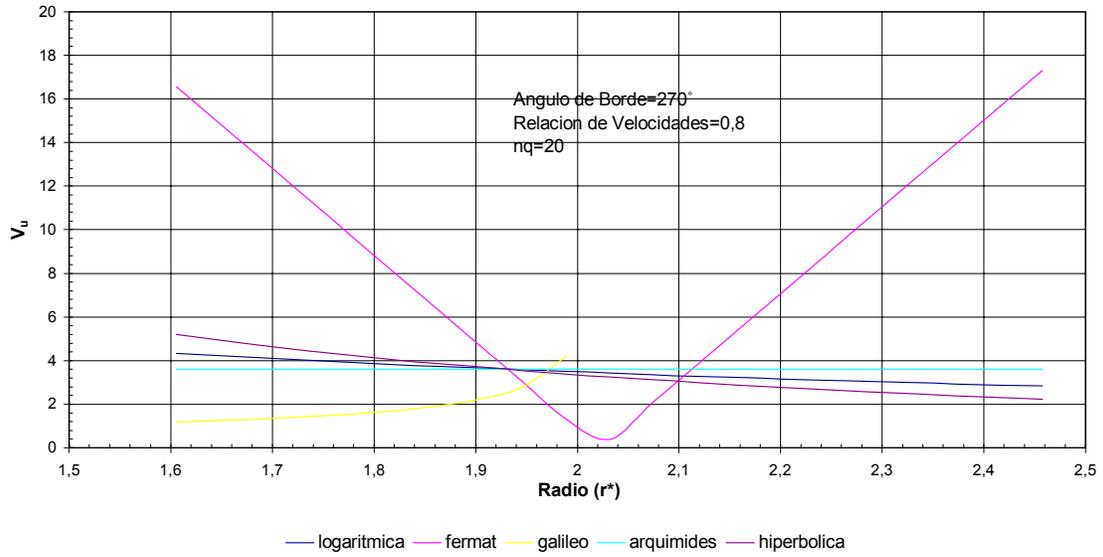
Gráfico 5.11  
Coeficiente Promedio de perdidas hydraulicas ( $H_v/(f^*H)$ )



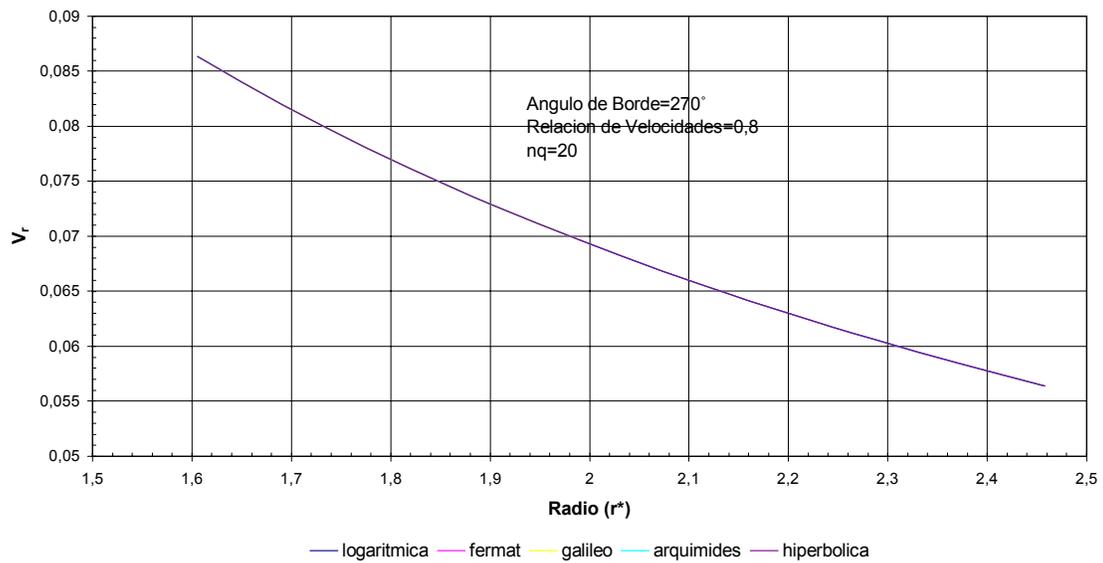
# **ANEXO 5**

En el siguiente anexo se presentan las gráficas de los resultados pertenecientes al capítulo VI (Distribución de velocidades y presiones).

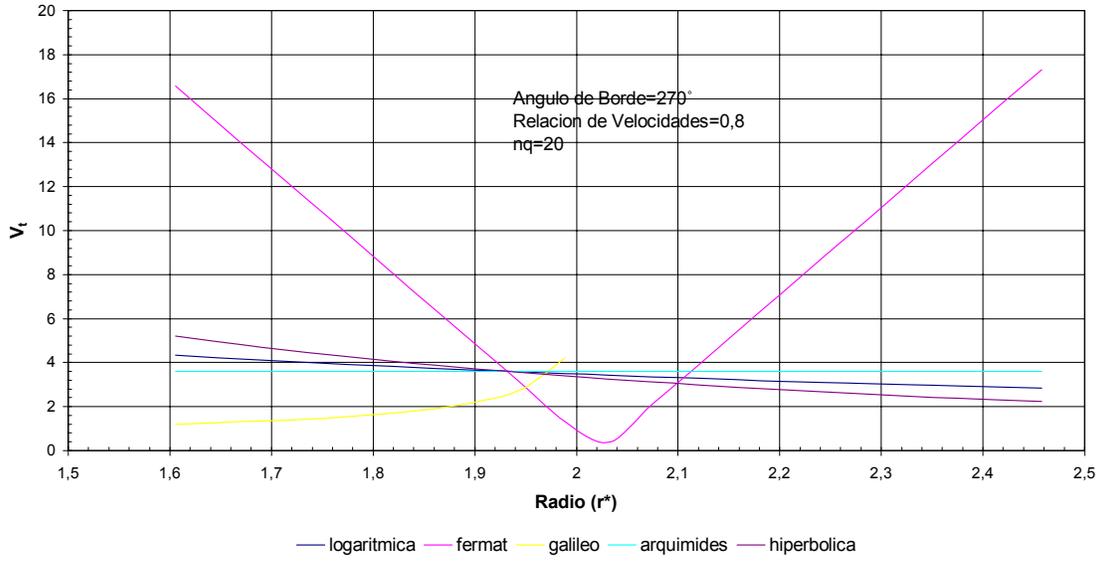
**Gráfico 6.1**  
**Distribución de velocidad tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Método de las líneas de corriente**



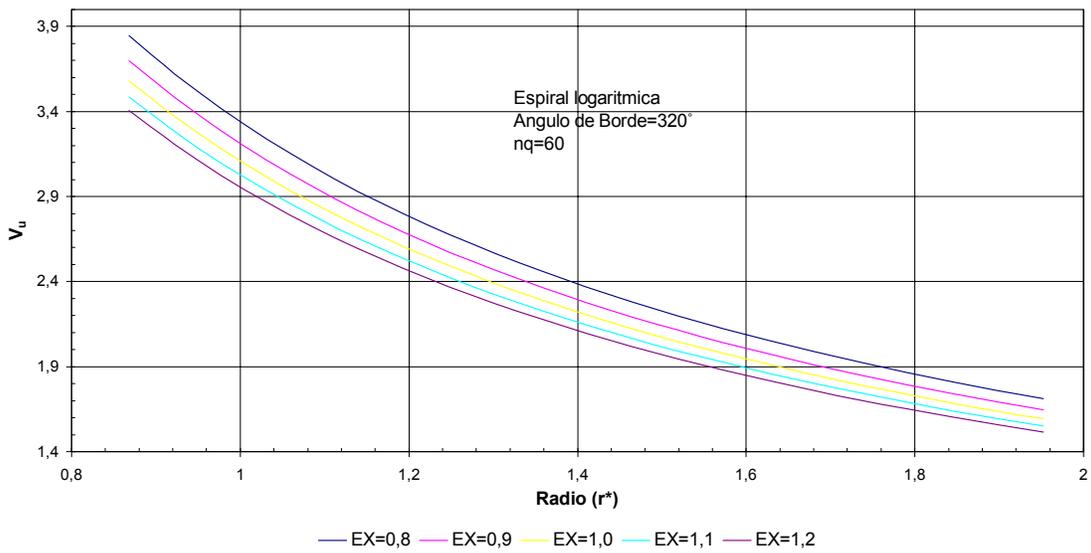
**Gráfico 6.2**  
**Distribución de velocidades radiales ( $V_r^*$ )**  
**Método de las líneas de corriente**



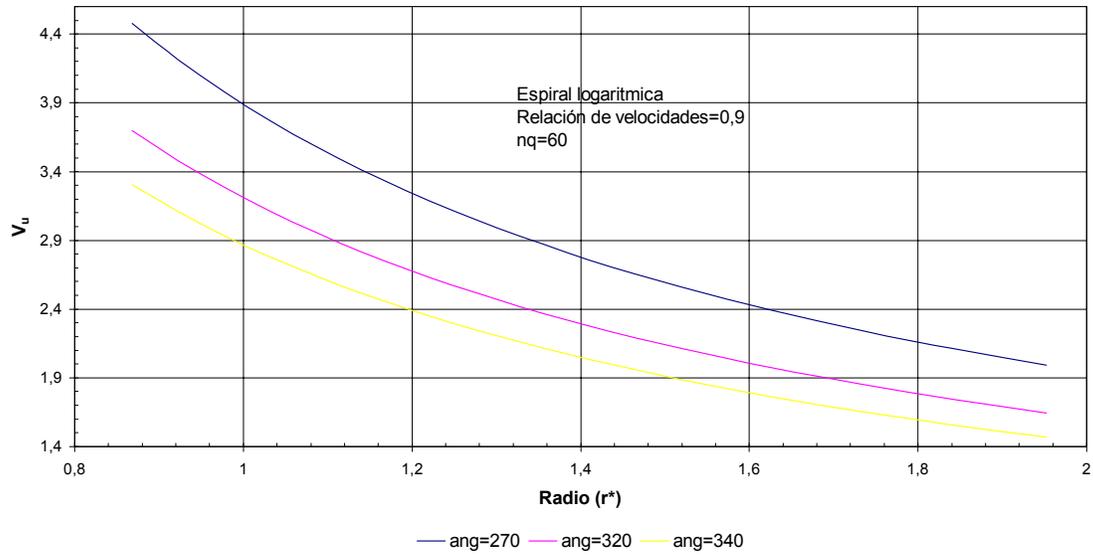
**Gráfico 6.3**  
**Distribución de velocidad totales ( $V_t^*$ )**  
**Método de las líneas de corriente**



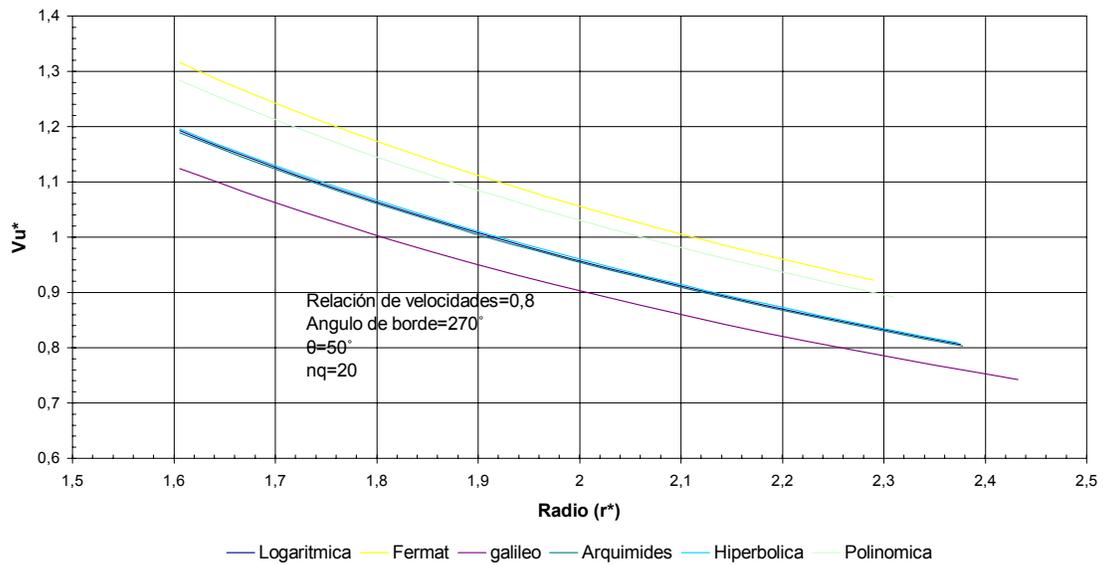
**Gráfico 6.4**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Método de las líneas de corriente**



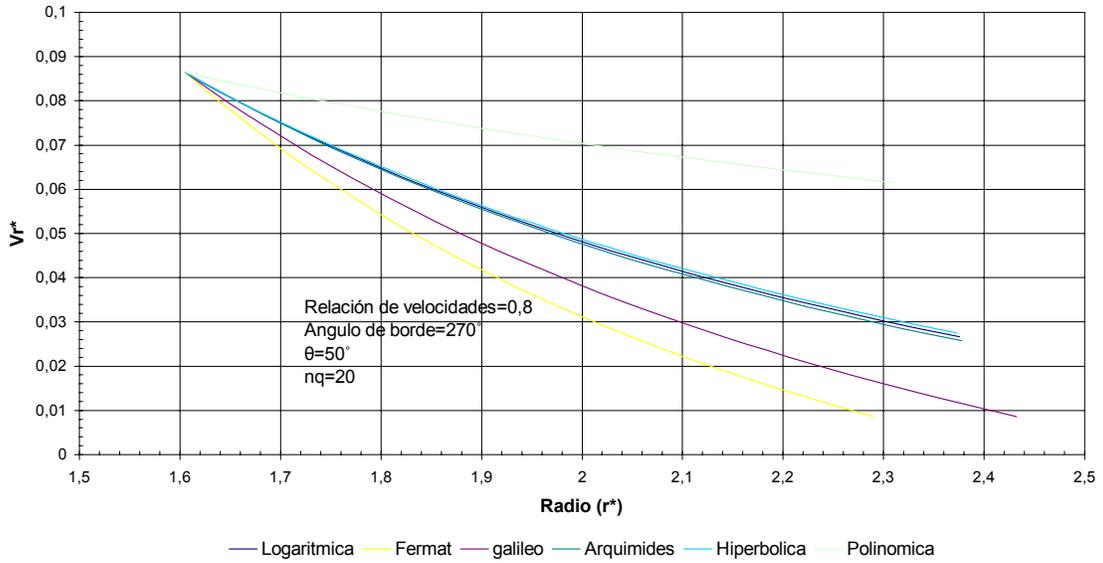
**Gráfico 6.5**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Método de las líneas de corriente**



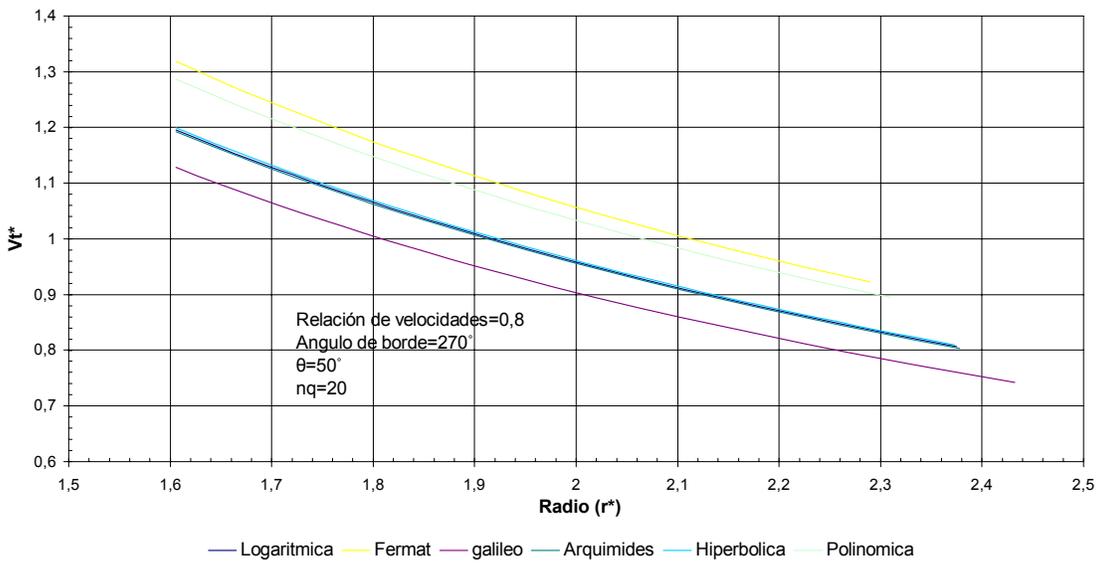
**Gráfico 6.6.a**  
**Distribución de velocidad tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



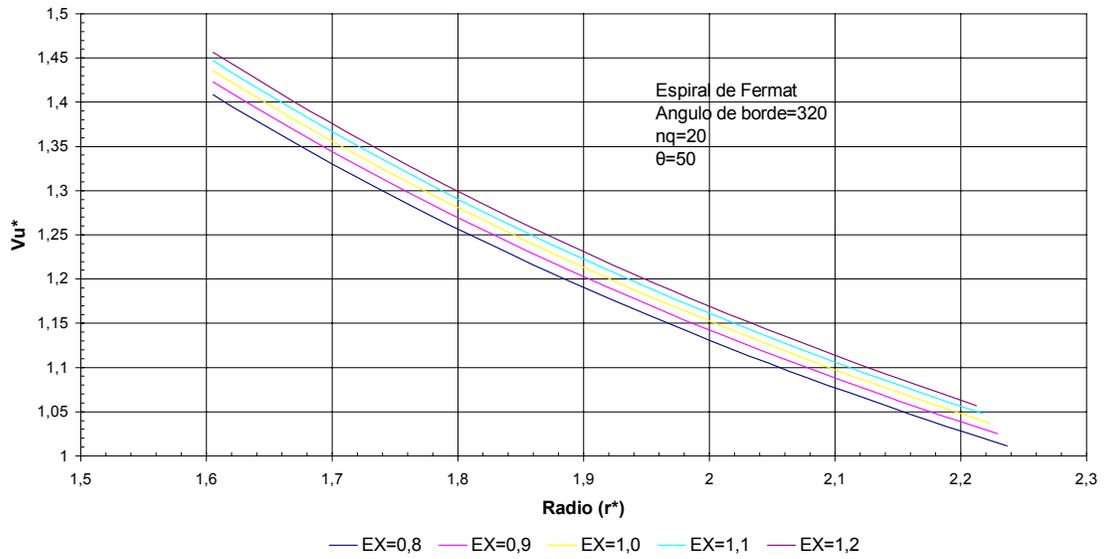
**Gráfico 6.6.b**  
**Distribución de velocidades radiales ( $V_r^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



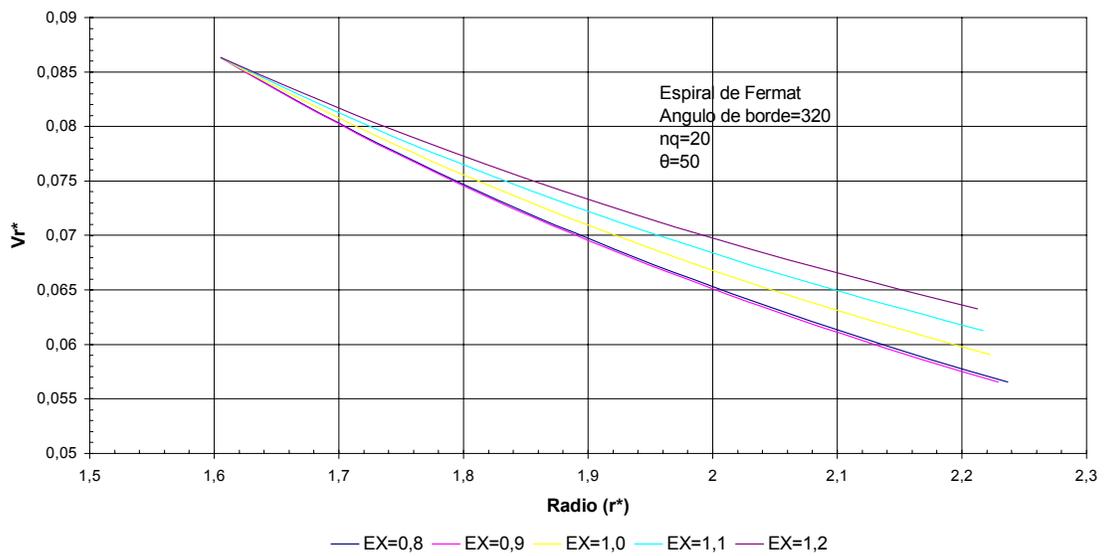
**Gráfico 6.6.c**  
**Distribución de velocidades totales ( $V_t^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



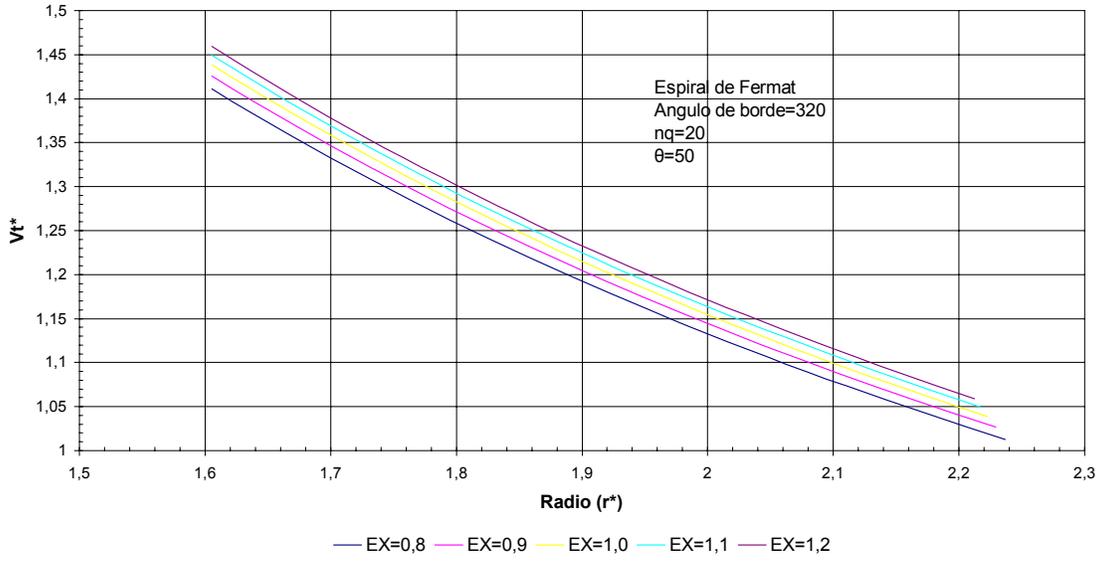
**Gráfico 6.7.a**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



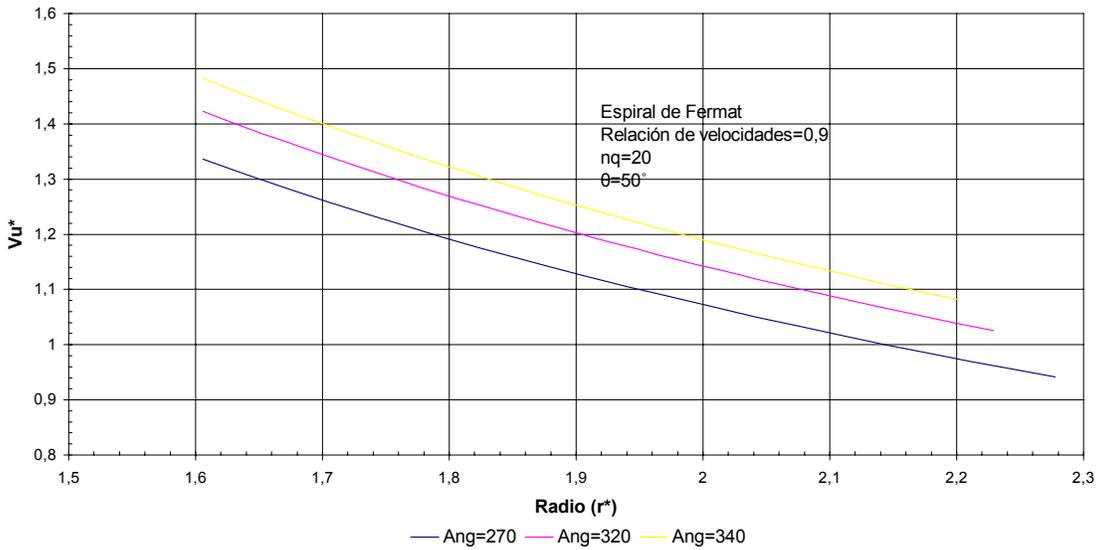
**Gráfico 6.7.b**  
**Distribución de velocidades radiales ( $V_r^*$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



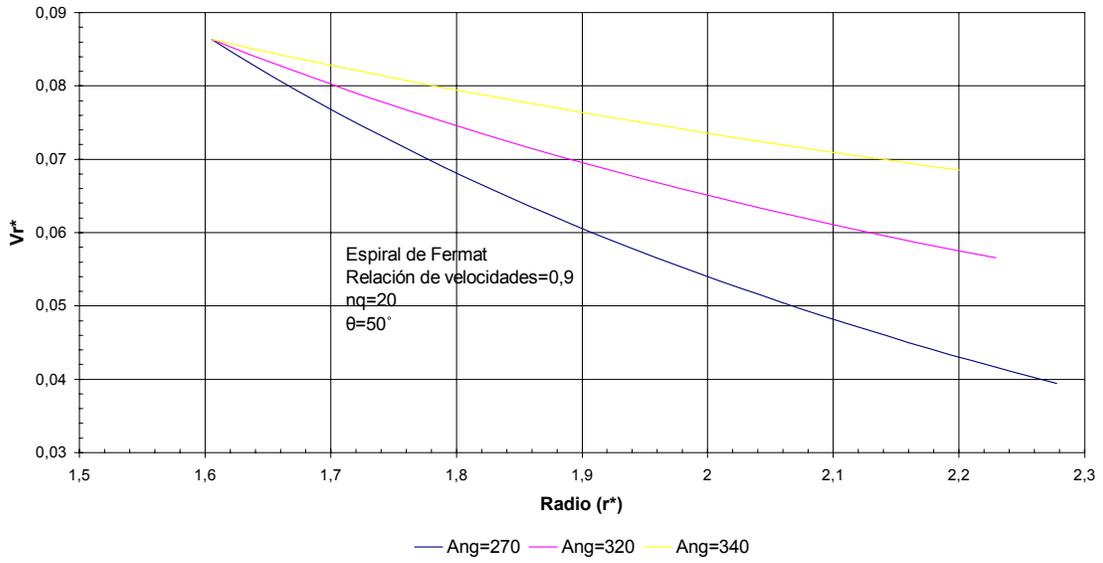
**Gráfico 6.7.c**  
**Distribución de velocidades totales ( $V_t^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



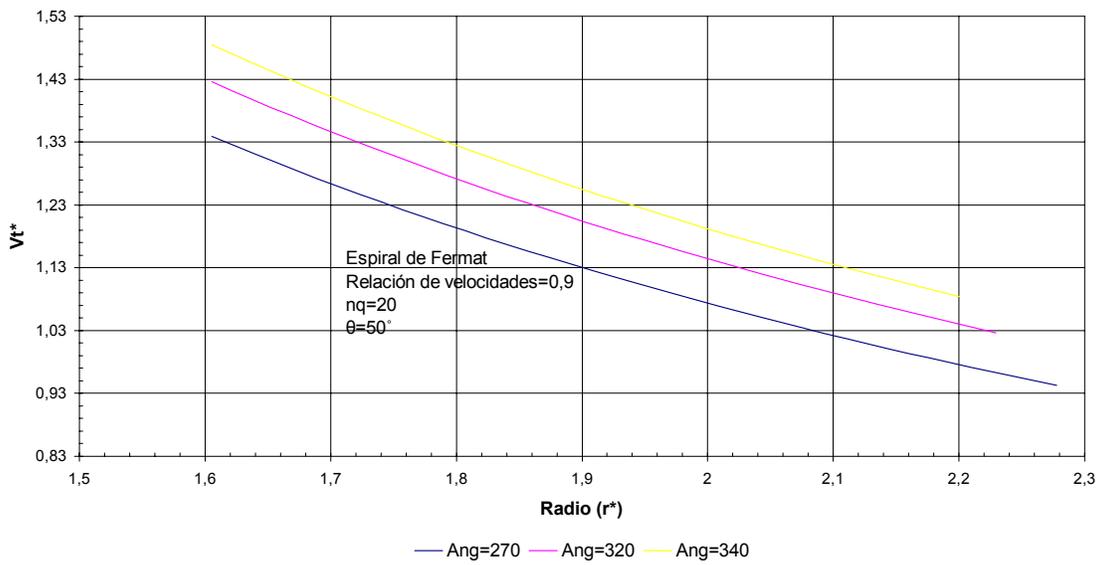
**Gráfico 6.8.a**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



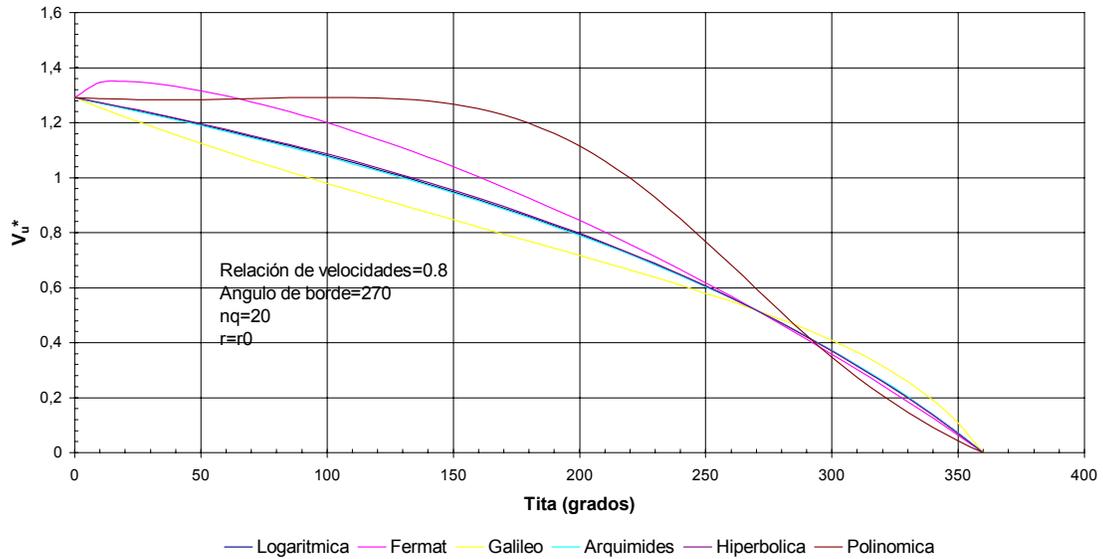
**Gráfico 6.8.b**  
**Distribución de velocidades radiales ( $V_r^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



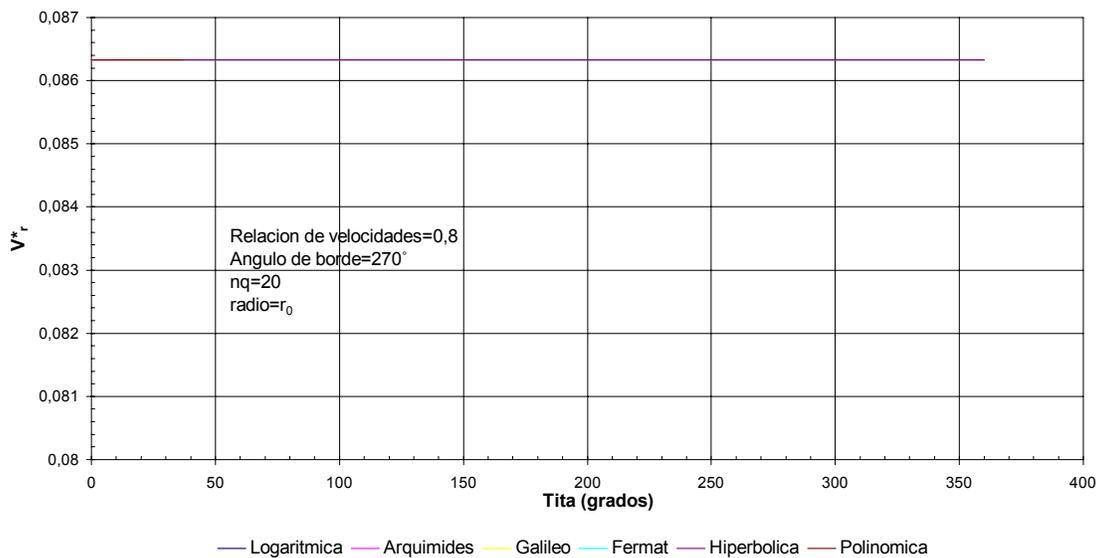
**Gráfico 6.8.c**  
**Distribución de velocidades totales ( $V_t^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



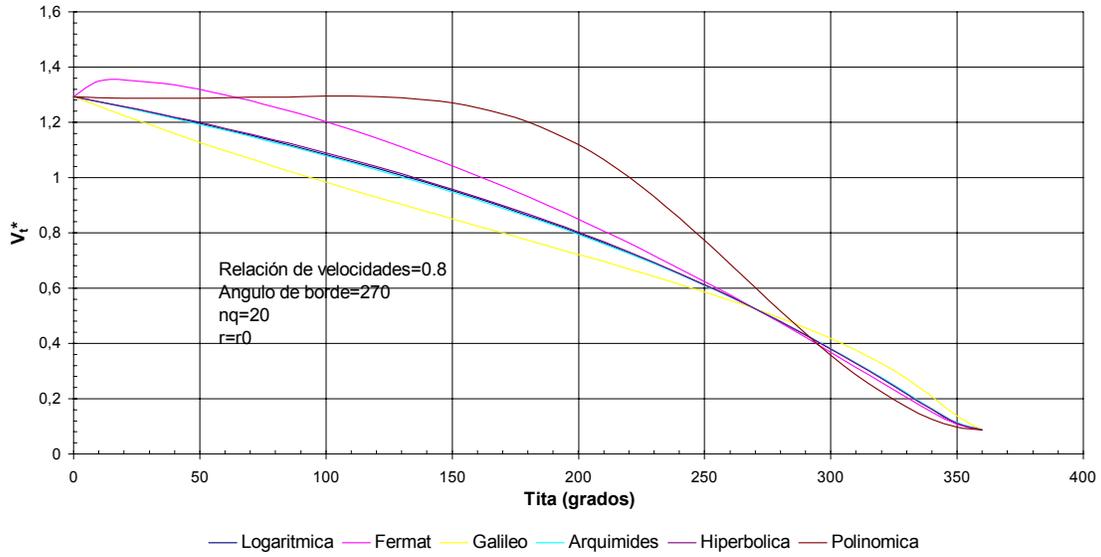
**Gráfico 6.9.a**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



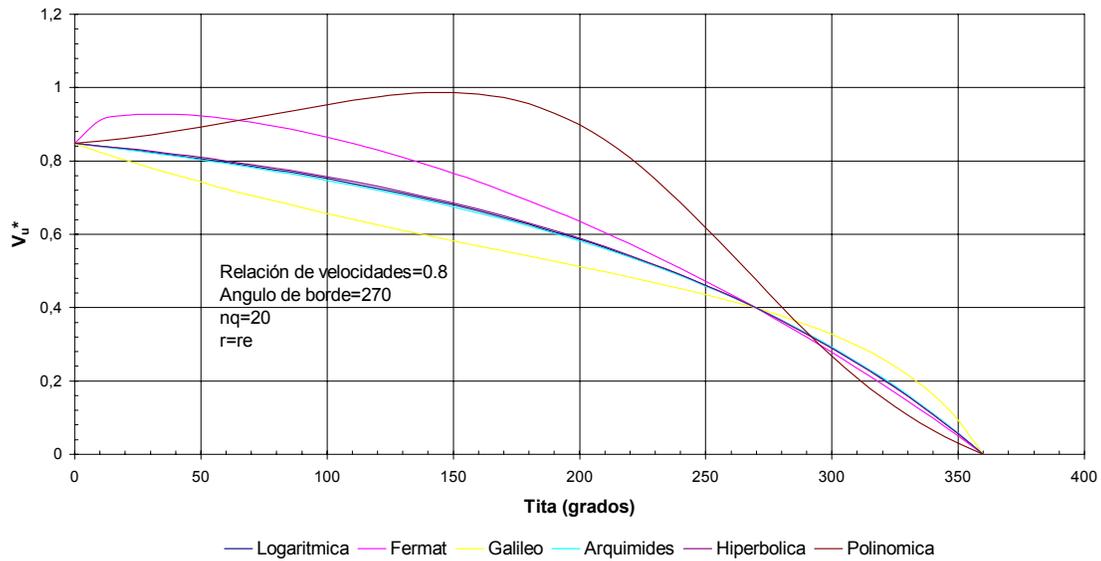
**Gráfico 6.9.b**  
**Distribución de velocidad Radiales ( $V_r^*$ )**  
**Metodo del Flujo Potencial**



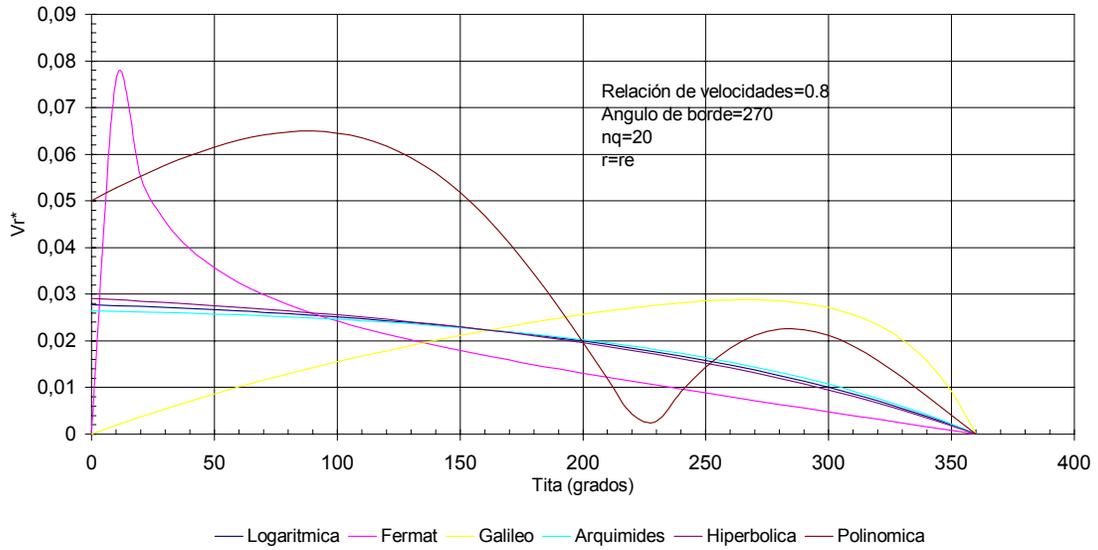
**Gráfico 6.9.c**  
**Distribución de velocidades totales ( $V_t^*$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



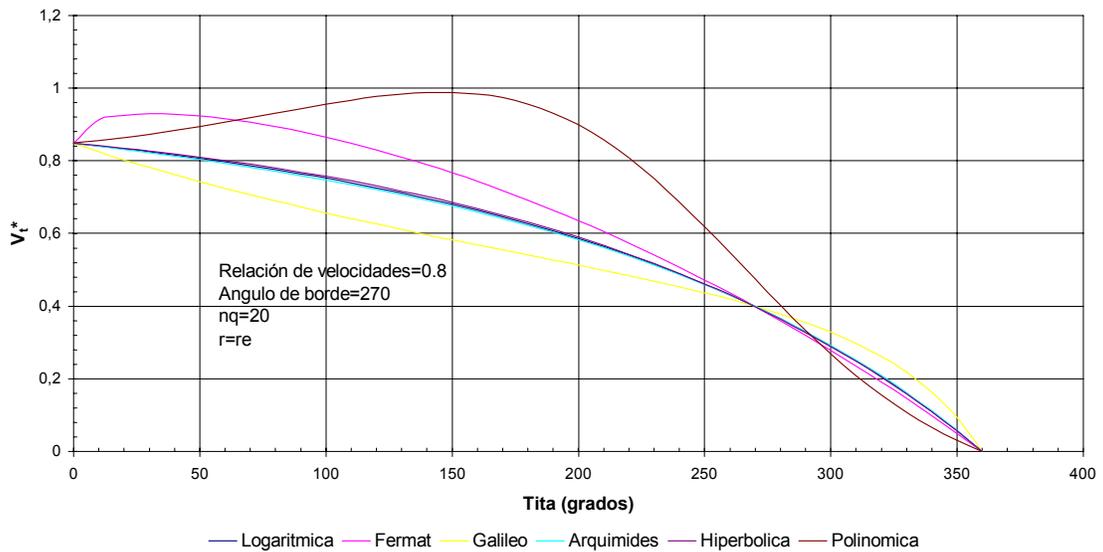
**Gráfico 6.10.a**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



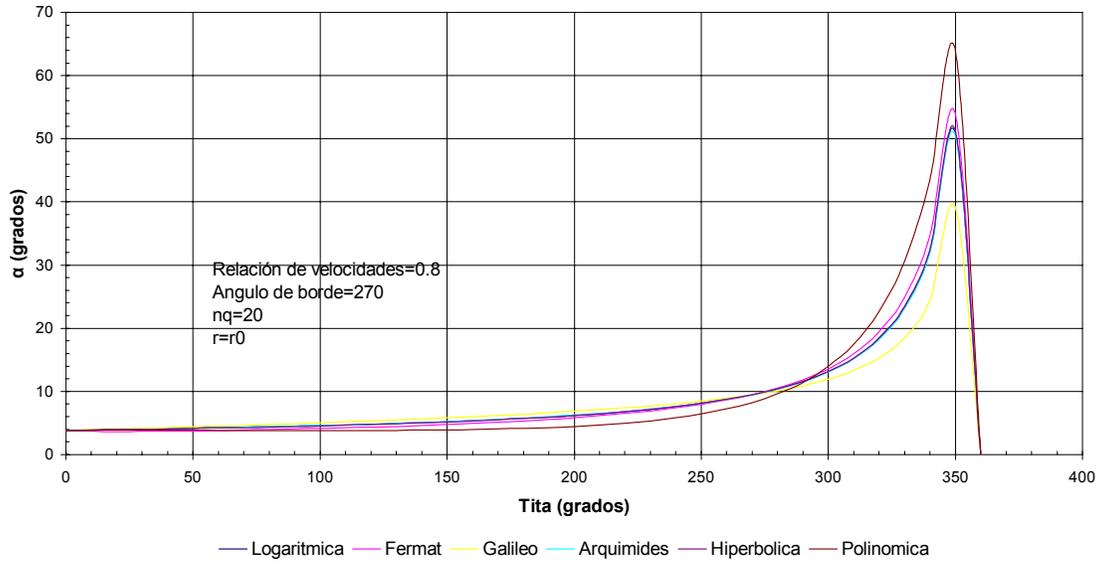
**Gráfico 6.10.b**  
**Distribución de velocidades radiales ( $V_r^*$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



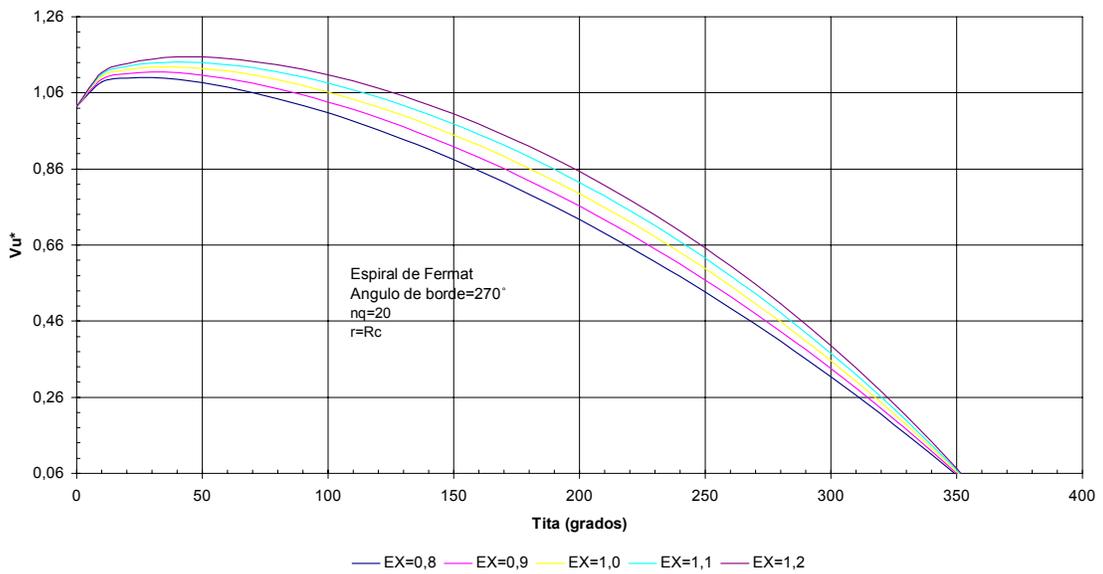
**Gráfico 6.10.c**  
**Distribución de velocidades totales ( $V_t^*$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



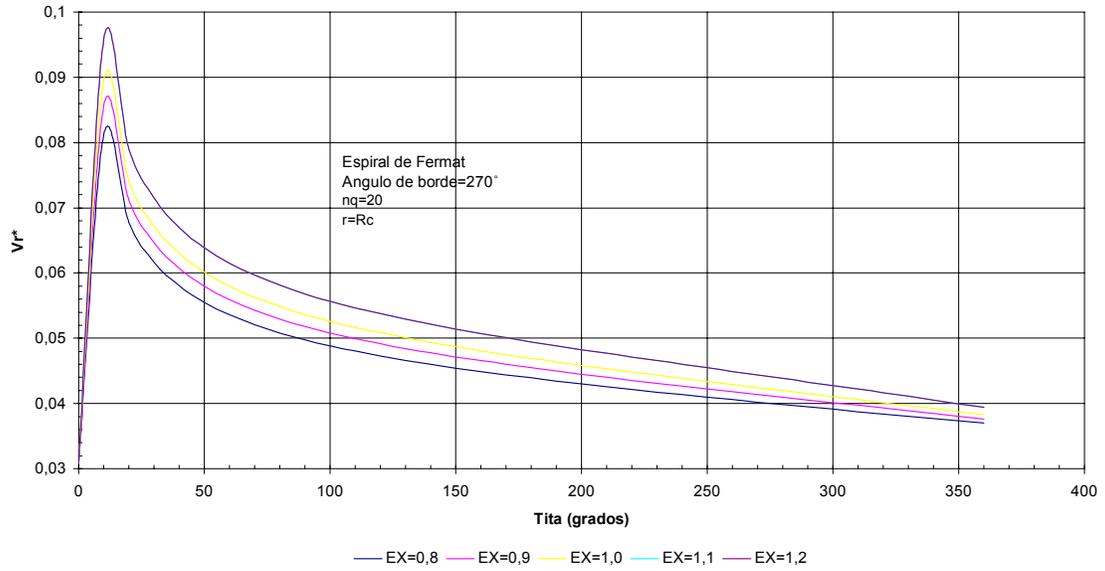
**Gráfico 6.11**  
**Distribución del ángulo de velocidades ( $\alpha$ )**  
**Método del flujo potencial**



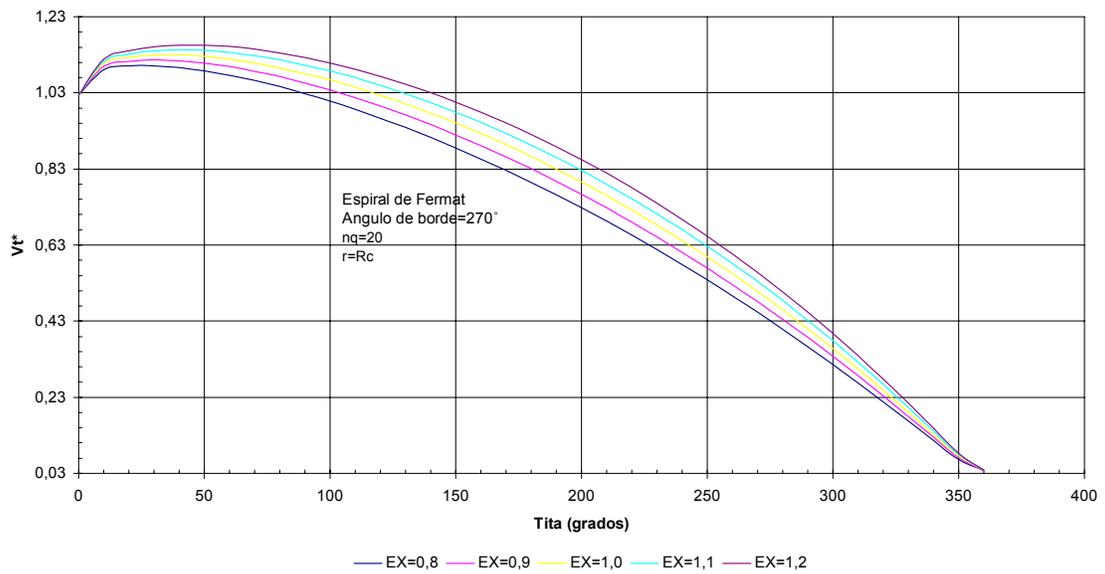
**Gráfico 6.12.a**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



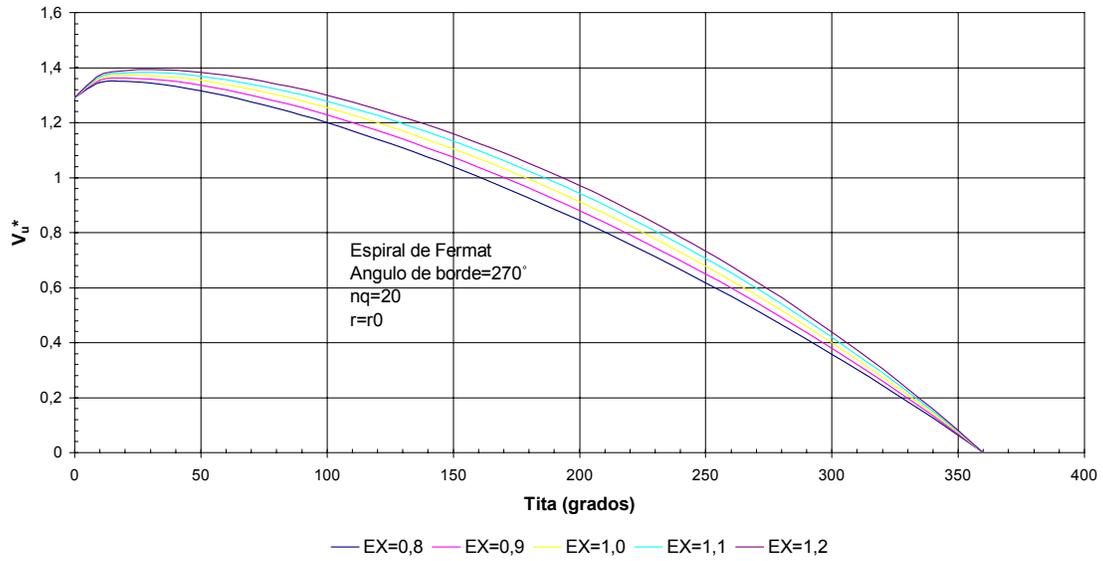
**Gráfico 6.12.b**  
**Distribución de velocidades radiales ( $V_r^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



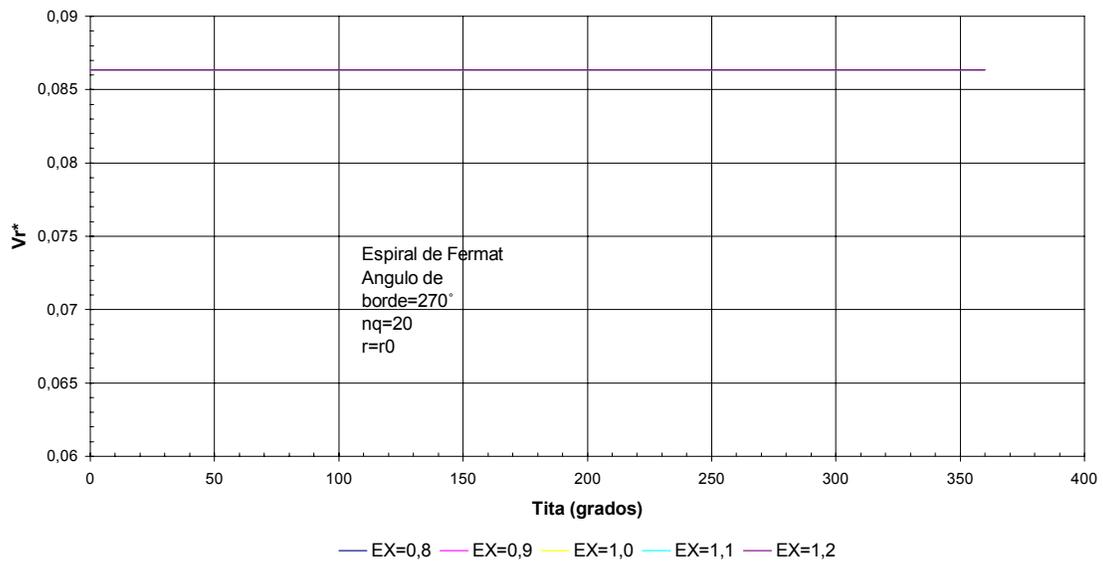
**Gráfico 6.12.c**  
**Distribución de velocidades totales ( $V_t^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



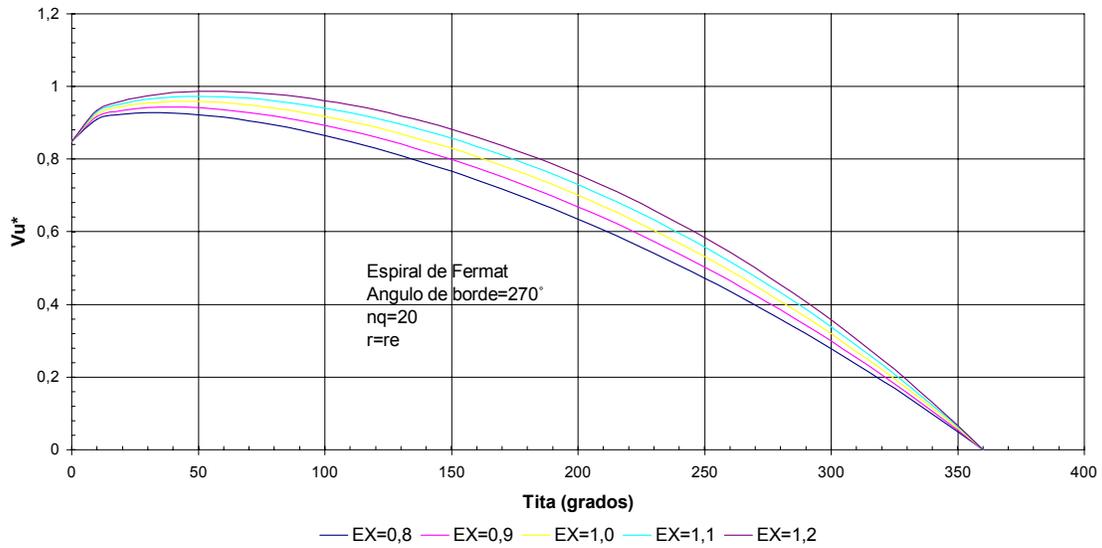
**Gráfico 6.13.a**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



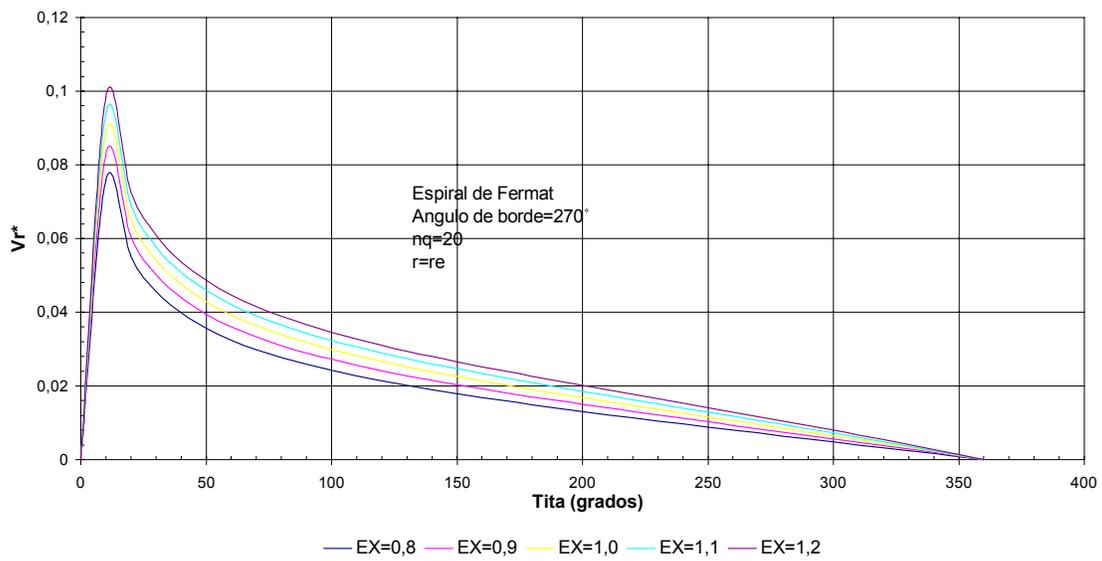
**Gráfico 6.13.b**  
**Distribución de velocidades radiales ( $V_r^*$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



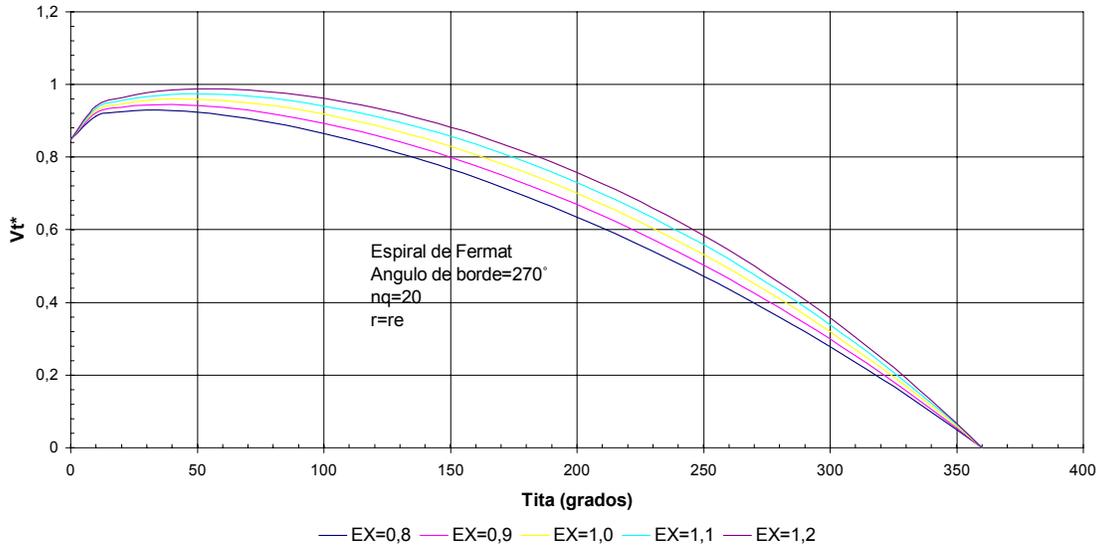
**Gráfico 6.14.a**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



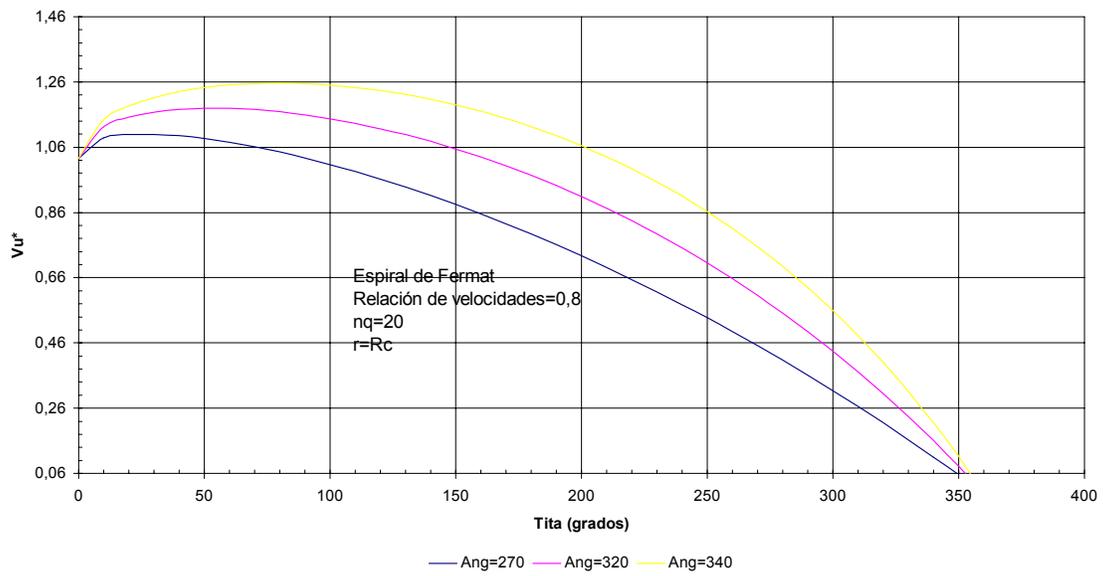
**Gráfico 6.14.b**  
**Distribución de velocidades radiales ( $V_r^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



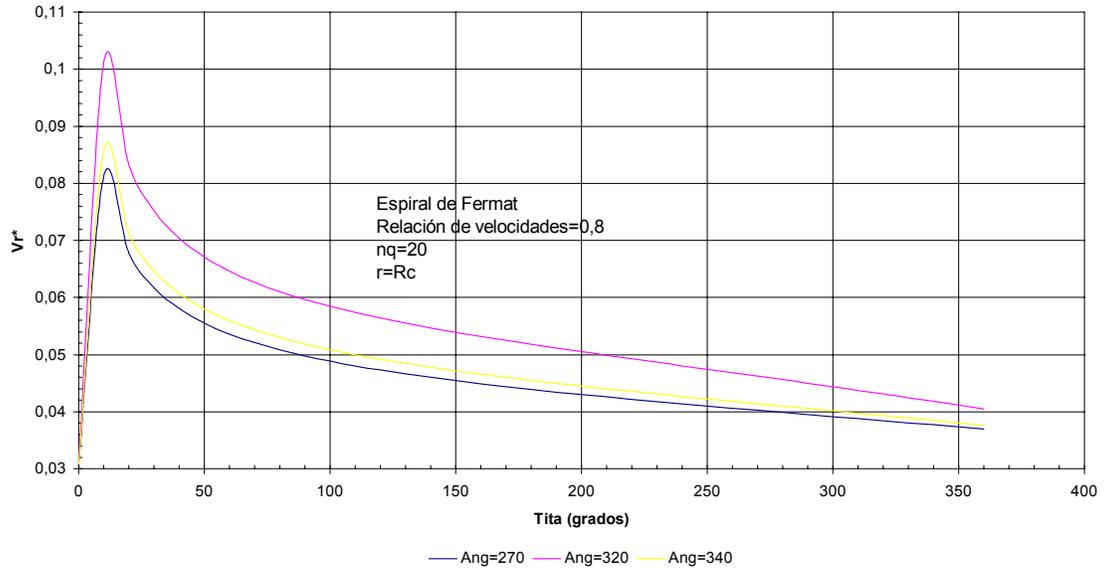
**Gráfico 6.14.c**  
**Distribución de velocidades totales ( $V_t^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



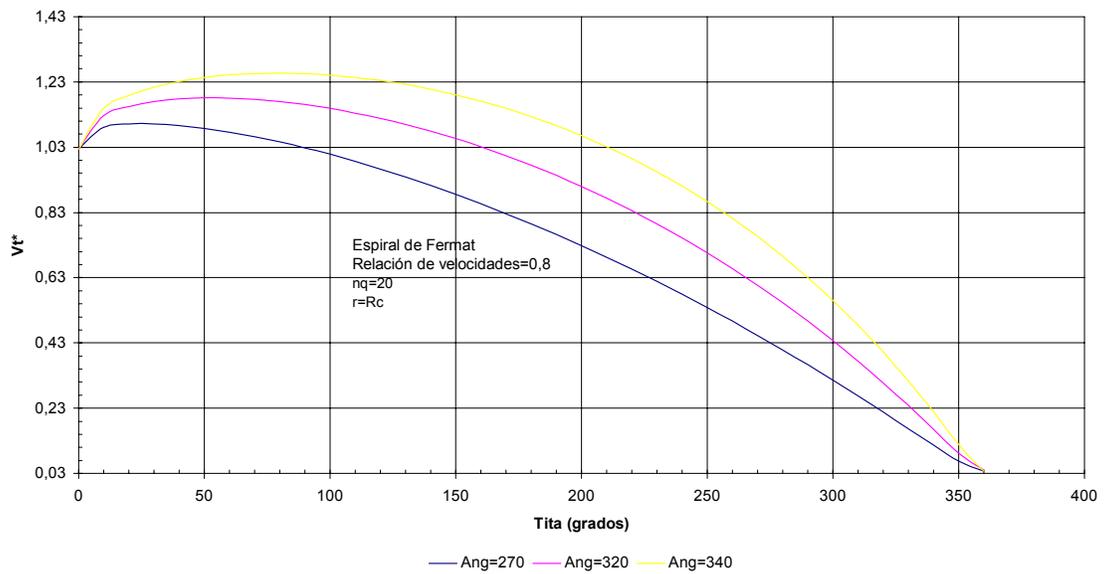
**Gráfico 6.15.a**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



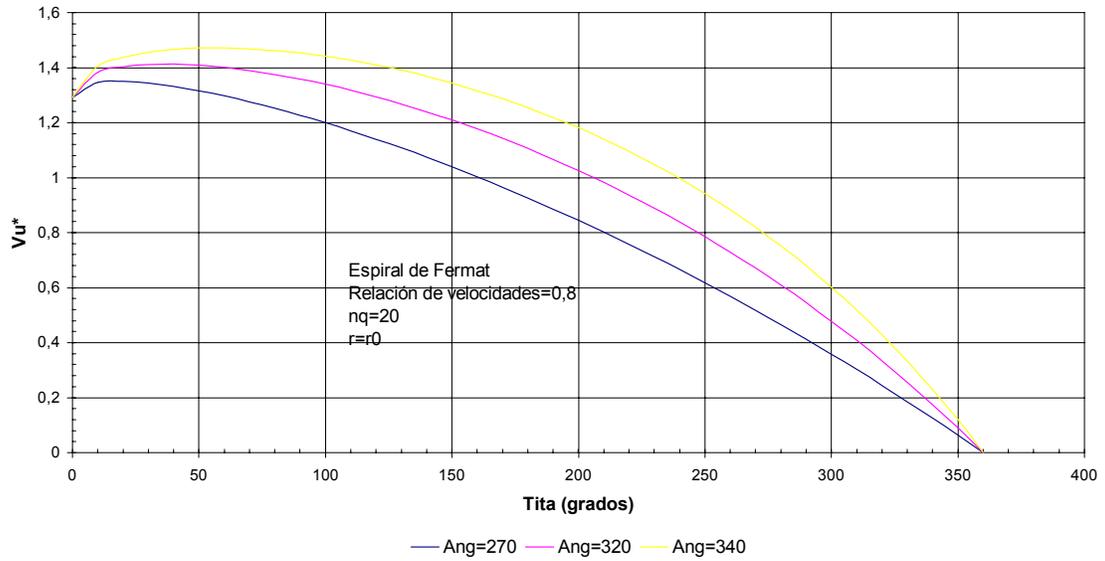
**Gráfico 6.15.b**  
**Distribución de velocidades radiales ( $V_r^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



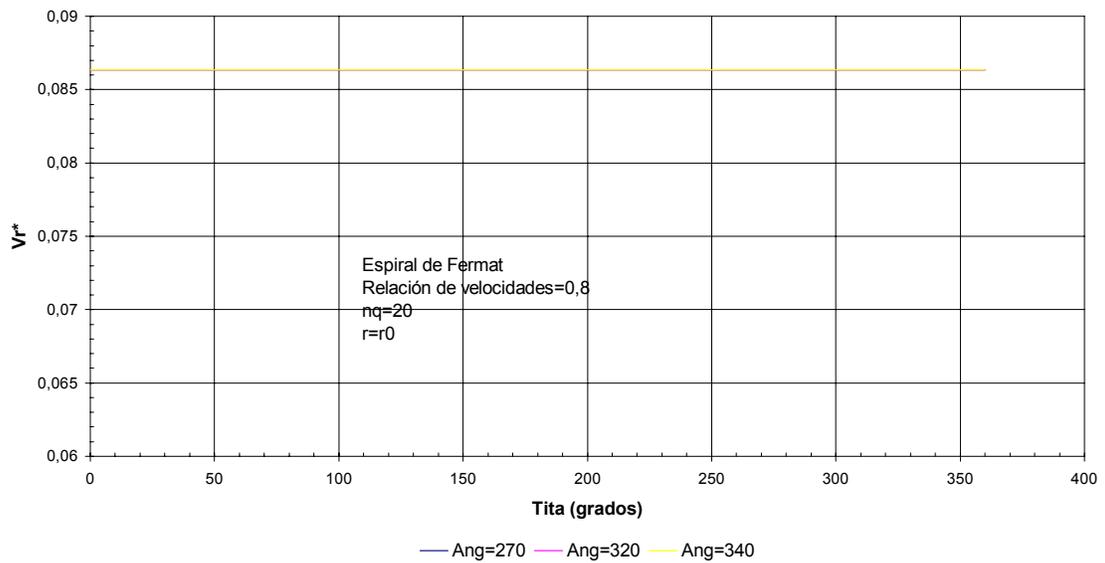
**Gráfico 6.15.c**  
**Distribución de velocidades totales ( $V_t^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



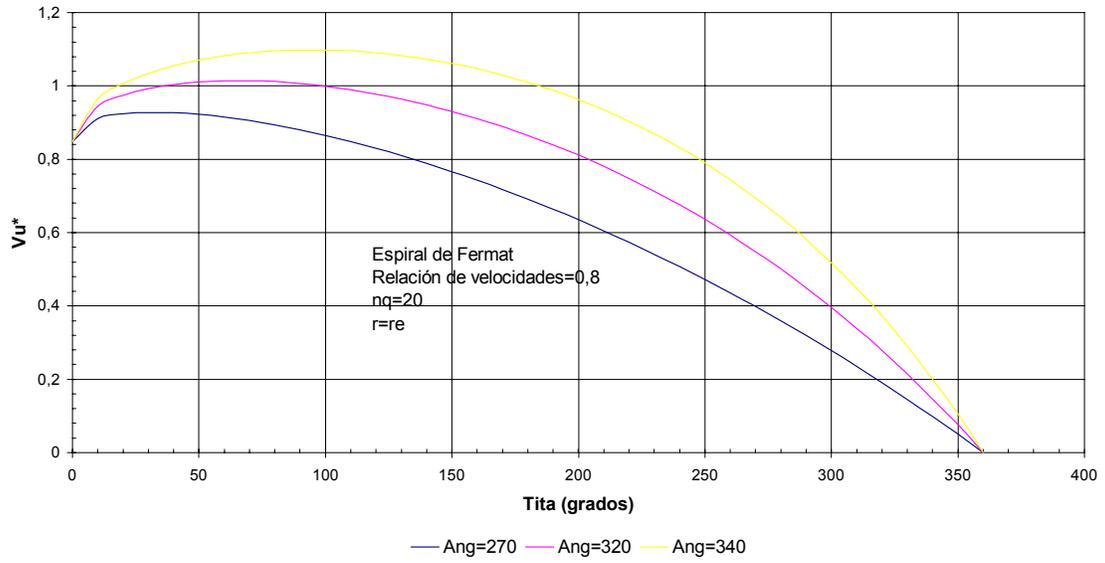
**Gráfico 6.16.a**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



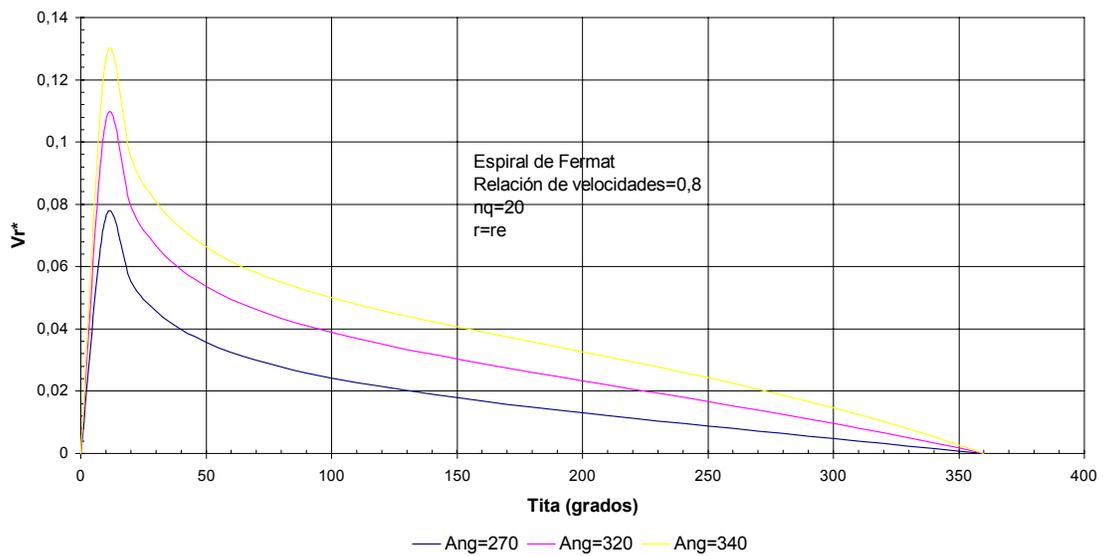
**Gráfico 6.16.b**  
**Distribución de velocidades radiales ( $V_r^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



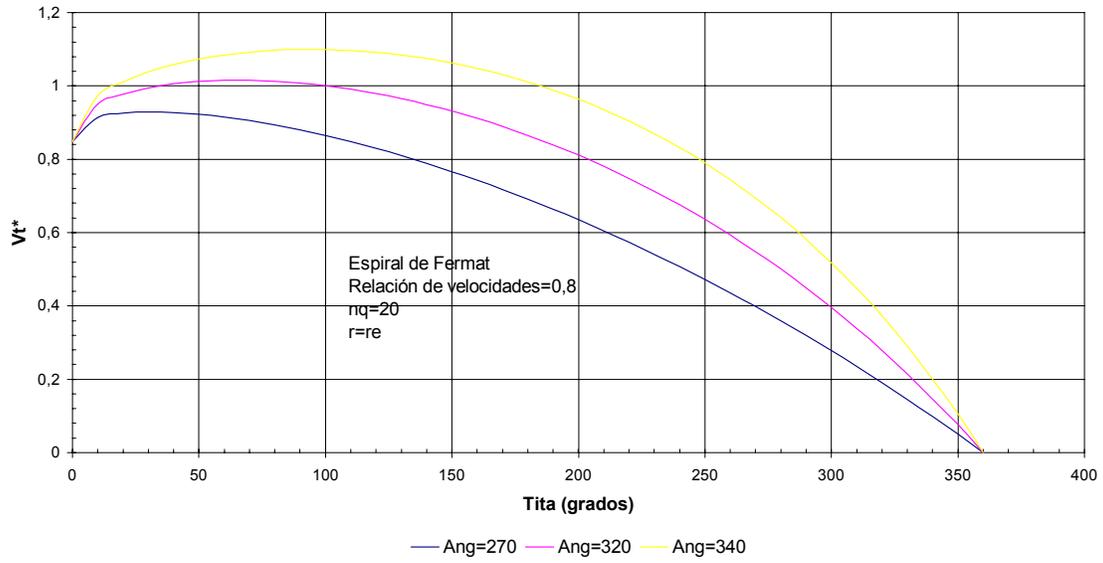
**Gráfico 6.17.a**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



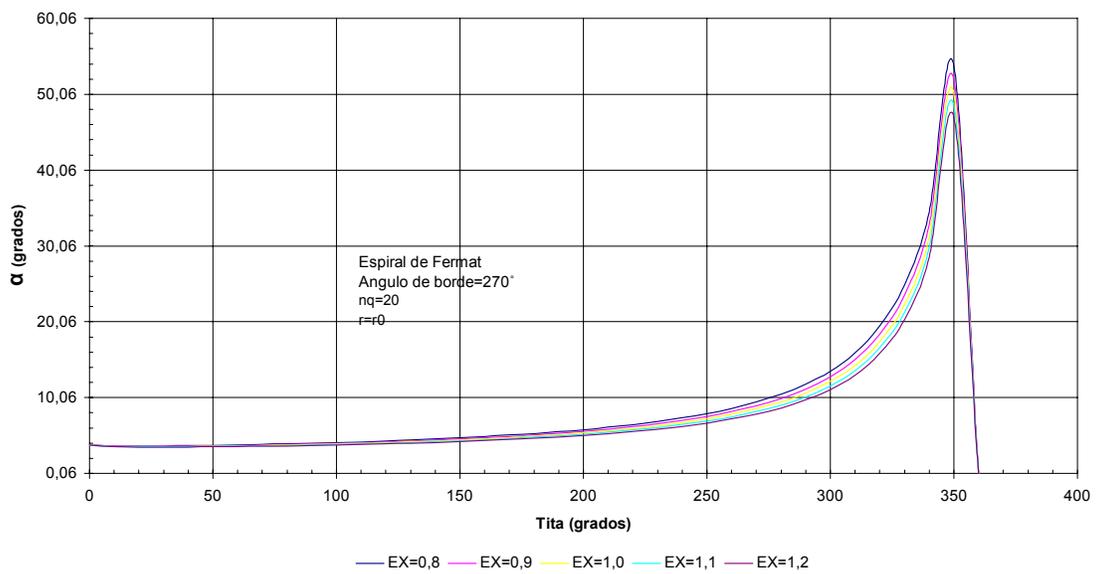
**Gráfico 6.17.b**  
**Distribución de velocidades radiales ( $V_r^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



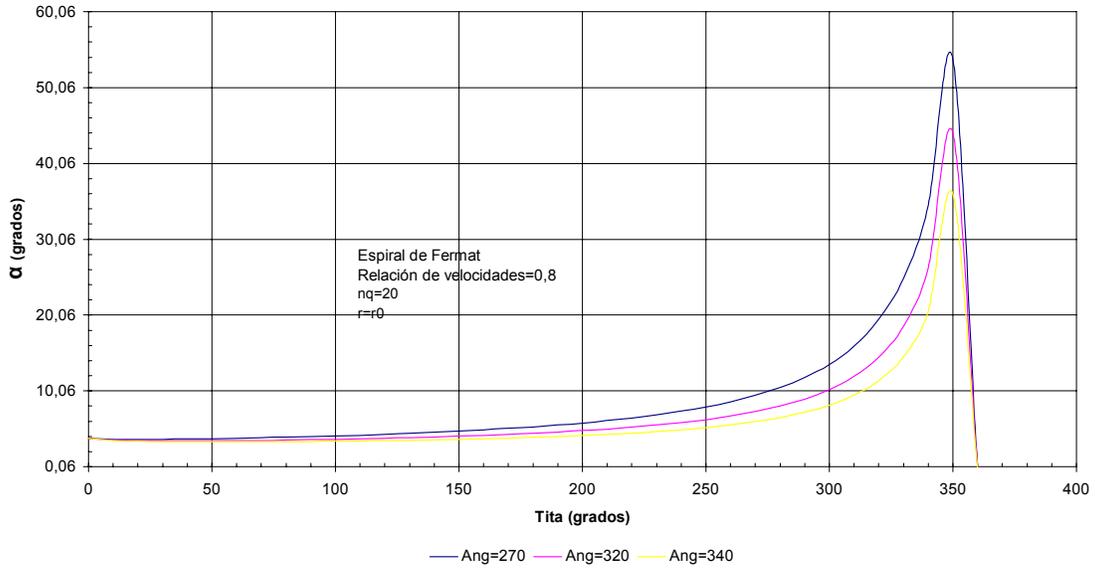
**Gráfico 6.17.c**  
**Distribución de velocidades totales ( $V_t^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



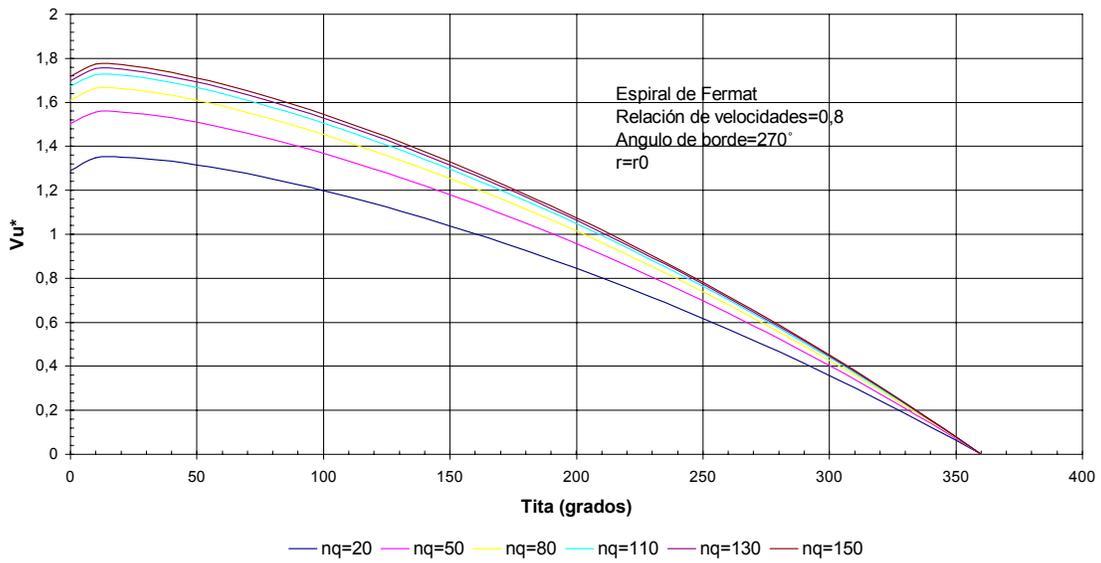
**Gráfico 6.18**  
**Distribución del ángulo de velocidades ( $\alpha$ )**  
**Método del flujo potencial**



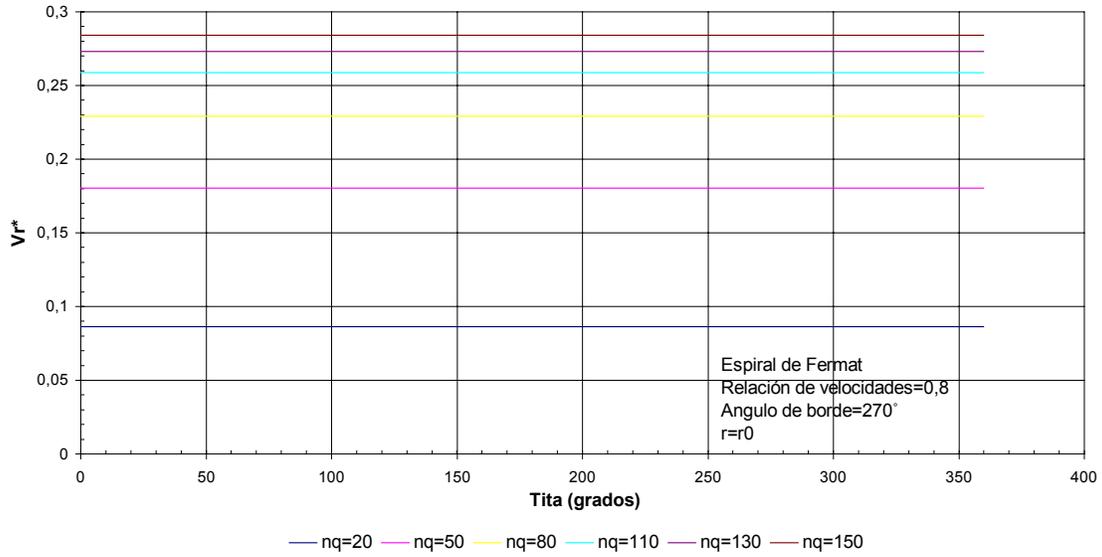
**Gráfico 6.19**  
**Distribución del ángulo de velocidades ( $\alpha$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



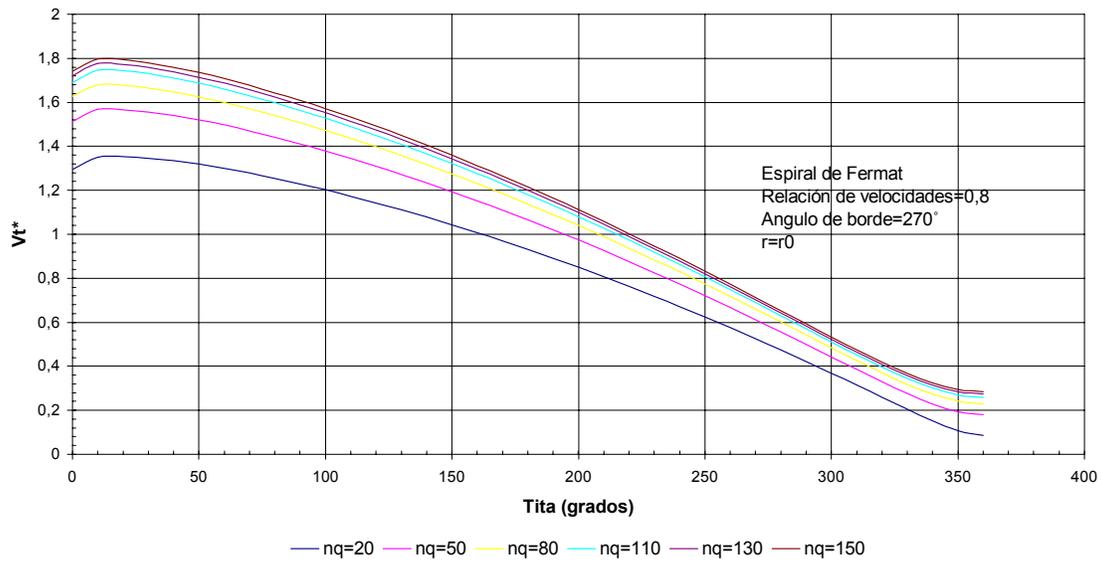
**Gráfico 6.20.a**  
**Distribución de velocidades tangenciales ( $V_u^*$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



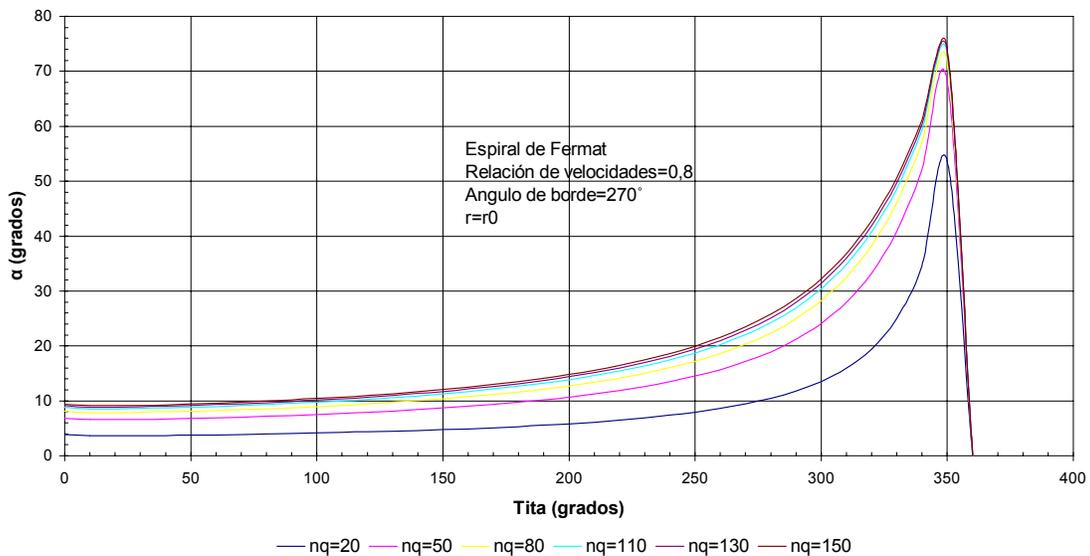
**Gráfico 6.20.b**  
**Distribución de velocidades radiales ( $V_r^*$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



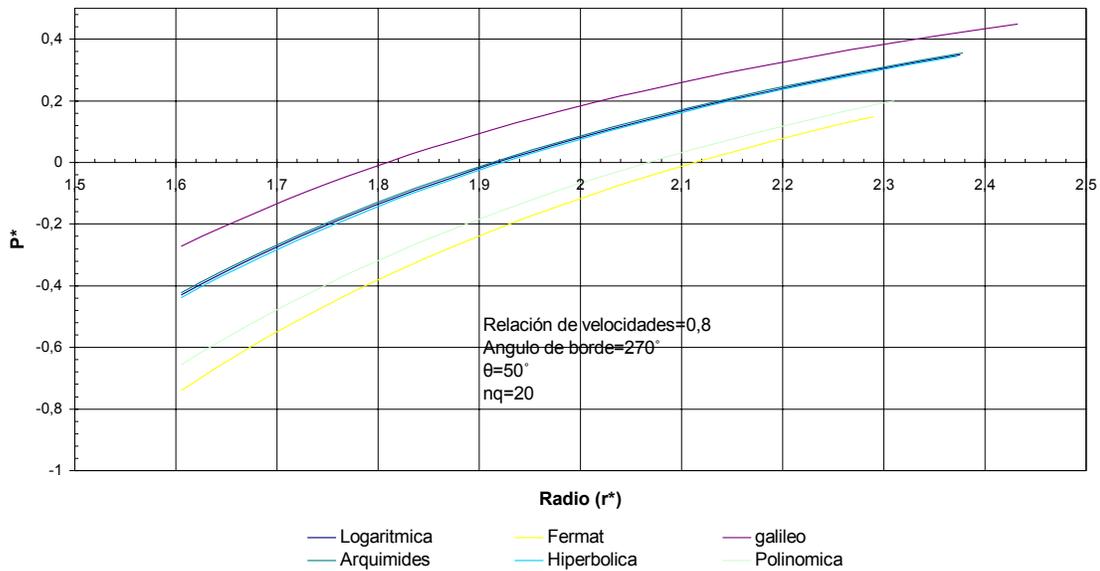
**Gráfico 6.20.c**  
**Distribución de velocidades totales ( $V_t^*$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



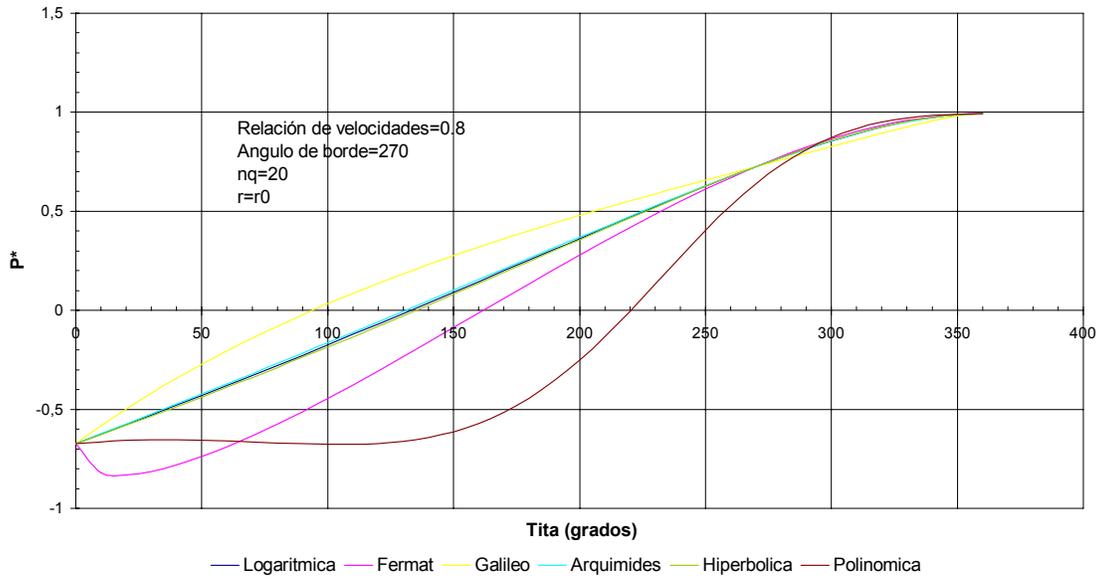
**Gráfico 6.21**  
**Distribución del ángulo de velocidades ( $\alpha$ )**  
**Metodo del flujo potencial**



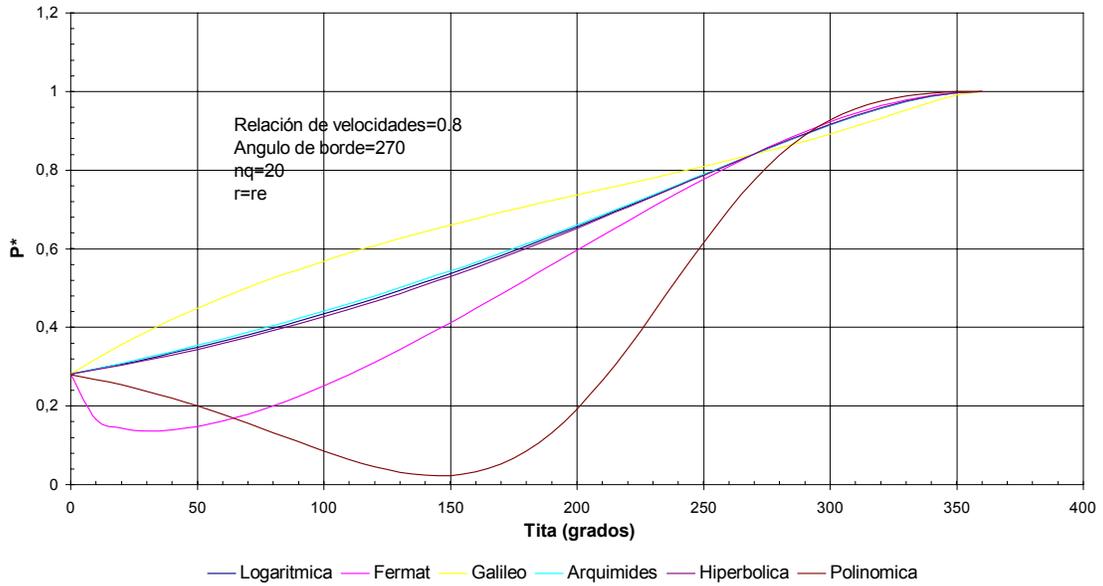
**Gráfico 6.22**  
**Distribución de Presiones ( $P^*$ )**



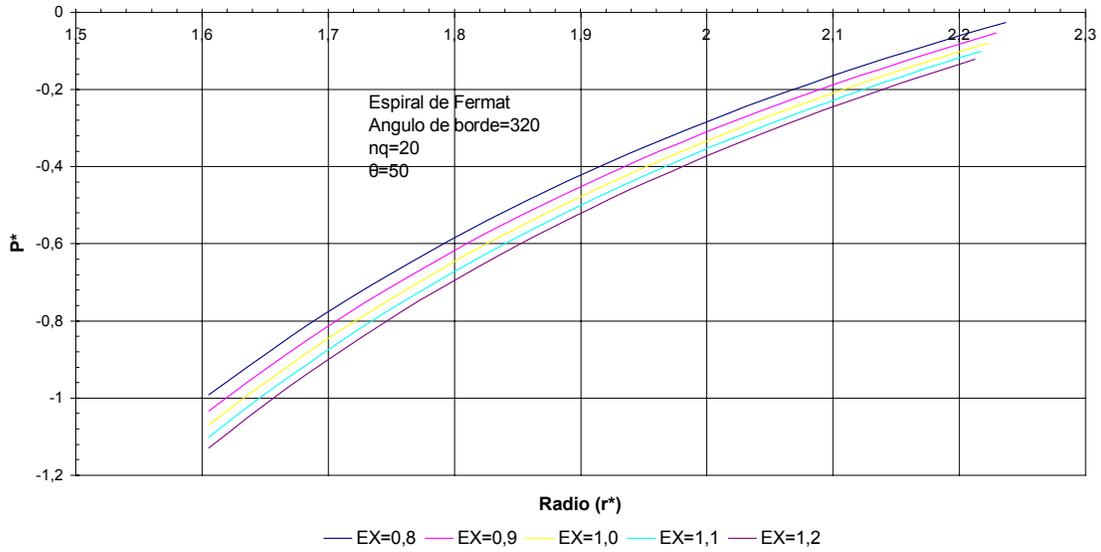
**Gráfico 6.23**  
**Distribución de Presiones ( $P^*$ )**



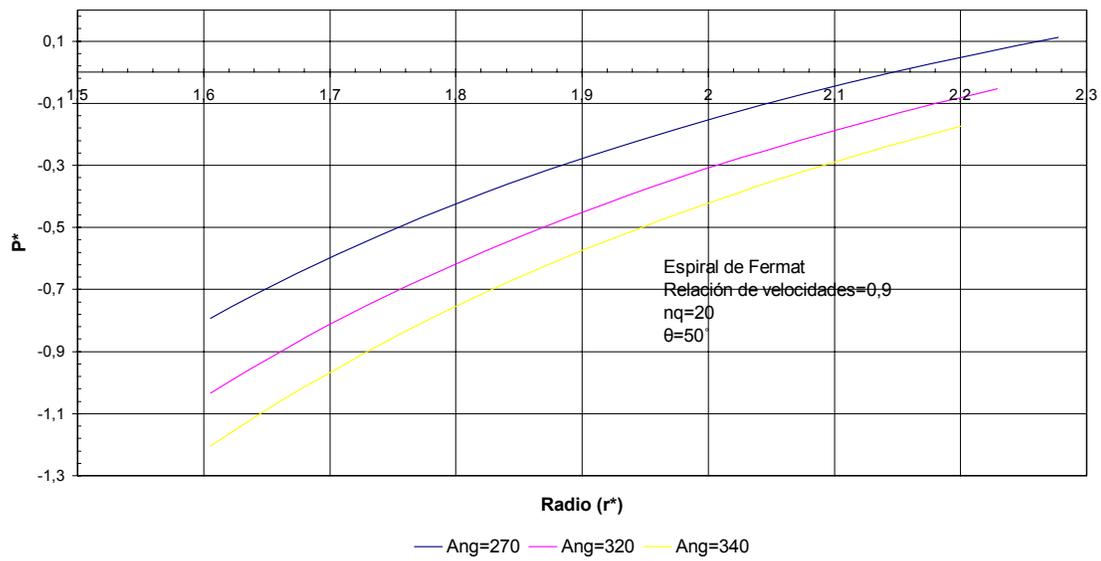
**Gráfico 6.24**  
**Distribución de Presiones ( $P^*$ )**



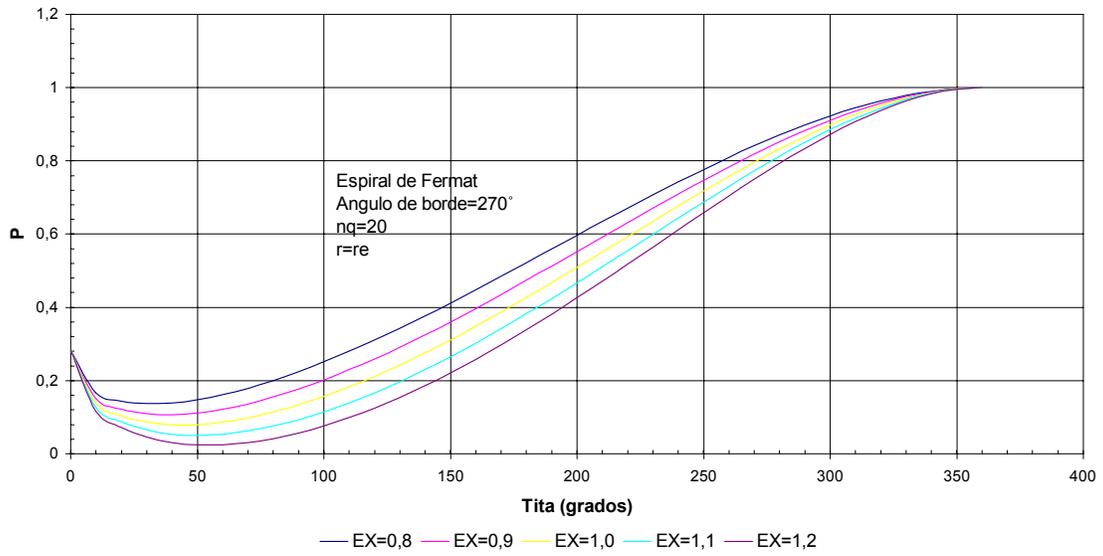
**Gráfico 6.25**  
**Distribución de Presiones(P\*)**



**Gráfico 6.26**  
**Distribución de Presiones (P\*)**



**Gráfico 6.27**  
**Distribución de Presiones ( $P^*$ )**  
**Método del flujo potencial**



**Gráfico 6.28**  
**Distribución de Presiones ( $P^*$ )**

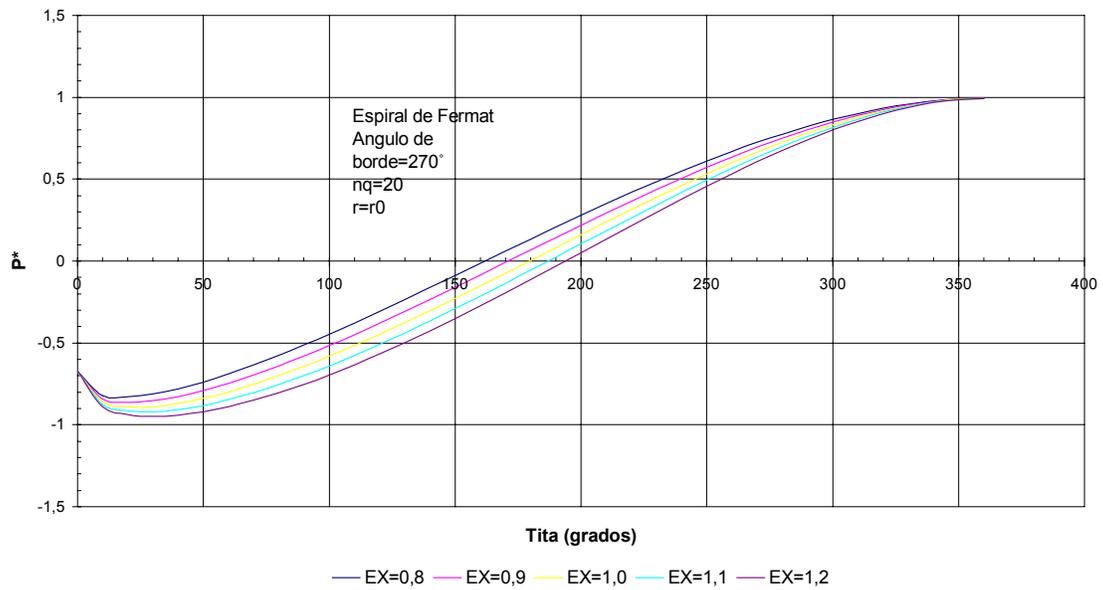


Gráfico 6.29  
Distribución de Presiones ( $P^*$ )

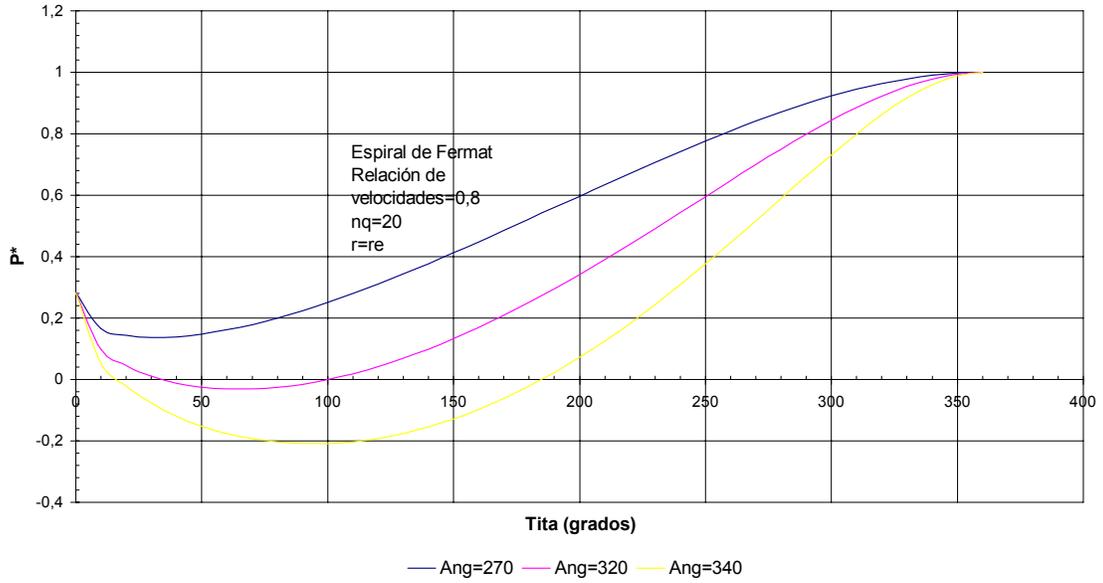
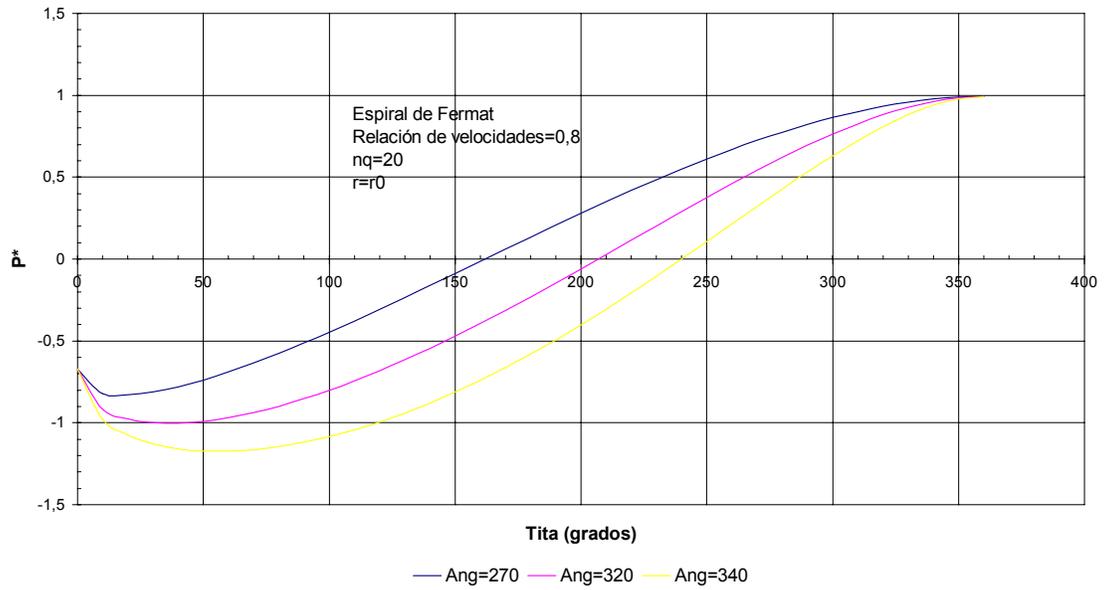
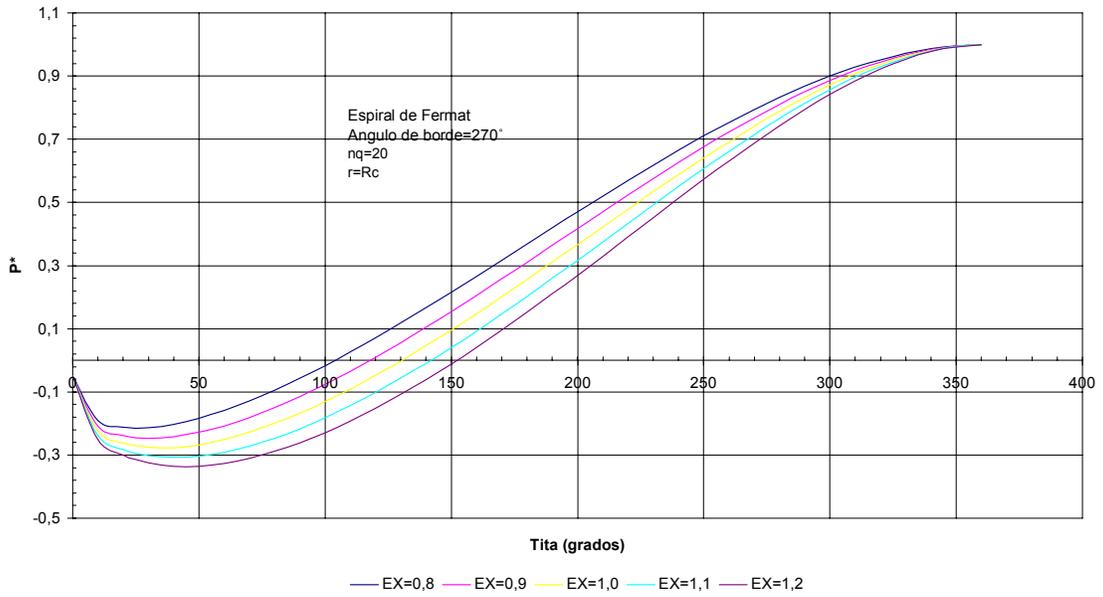


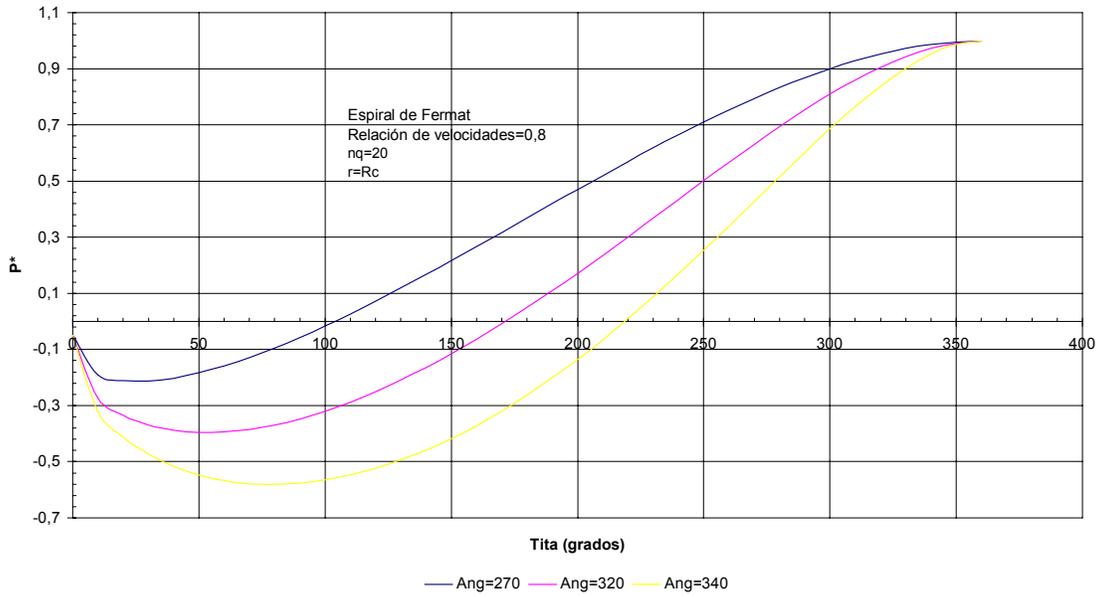
Gráfico 6.30  
Distribución de Presiones ( $P^*$ )



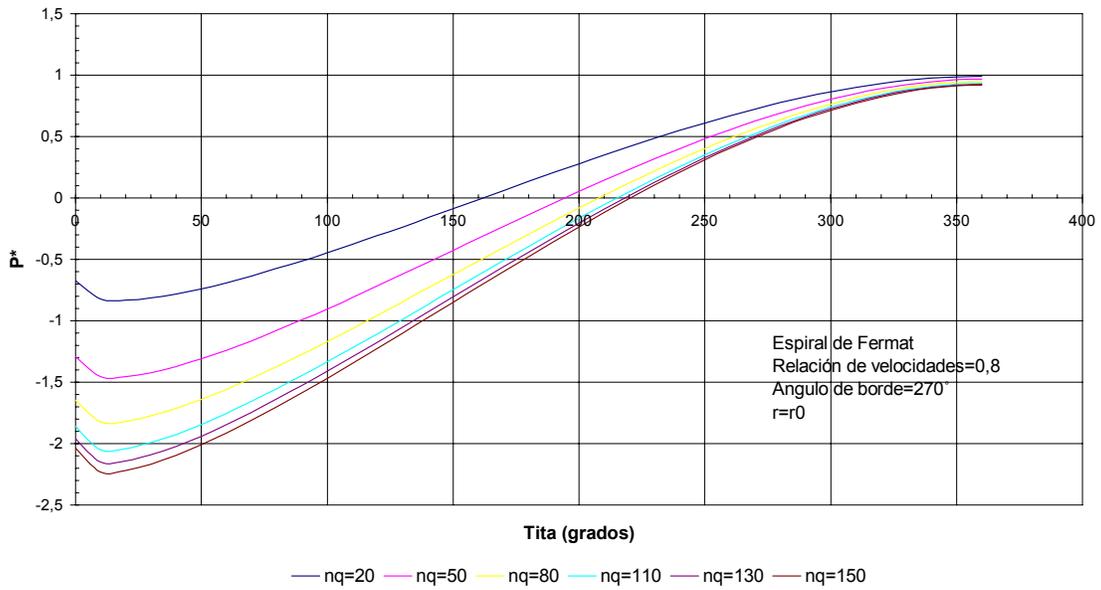
**Gráfico 6.31**  
**Distribución de Presiones ( $P^*$ )**



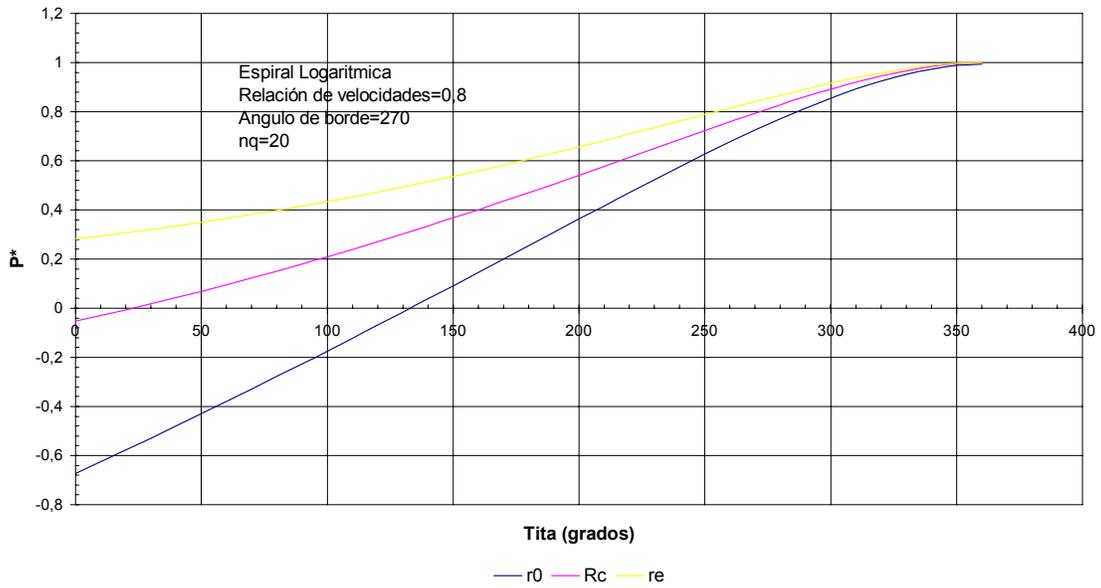
**Gráfico 6.32**  
**Distribución de Presiones ( $P^*$ )**



**Gráfico 6.33**  
**Distribución de Presiones ( $P^*$ )**



**Gráfico 6.34**  
**Distribución de Presiones ( $P^*$ )**



# **ANEXO 6**

En el siguiente anexo se presentan los códigos de los programas que fueron realizados para algunos de los cálculos hechos en este trabajo.

# **PROGRAMA – CAJAS SOLDADAS**

```

Programa Caja soldada
  real T,BETA,Nq,L,H,Kons
  integer aux
  character*15 fileout
  common/BLK3/BETA,tita,pi,C
  common/BLK1/Nq,A,B,F,T,borde
  common/BLK2/RC,FI,RO,RV,area,AT
  common/BLK4/OP,ROe,Pcentro

  pi=3.141592
  BETA=15*pi/180
  W=SIN(BETA)
  W2=cos(BETA)

1000  format(//,/, 'espirales disponibles')
      write(*,1001)
1001  format(/, '1-espiral logaritmica')
      write(*,1002)
1002  format(/, '2-espiral de fermat')
      write(*,1003)
1003  format(/, '3-espiral de galileo')
      write(*,1004)
1004  format(/, '4-espiral de arquimides')
      write(*,1005)
1005  format(/, '5-espiral hiperbolica')
      write(*,1006)
1006  format(/, 'seleccione una de las espirales')
      read(*,*)espiral

      write(*,1011)
1011  format(/, 'valor del nq para el cual desea el calculo')
      read(*,*)Nq
      write(*,1012)
1012  format(/, 'angulo para la condicion de borde')
      read(*,*)borde
      write(*,1013)
1013  format(/, 'relacion de velocidad deseada')
      read(*,*)RV

      write(*,*)'introduzca el numero de divisiones'
      read(*,*)div

      open(1,FILE='fileout.dat')

      borde=borde*pi/180

      B=1.1+18.4427/Nq
      A=1.2-6.5828/Nq
      T=0.1+0.00193*Nq
      F=1+44.221/Nq
      area=pi*(A/2)**2

      alfa=pi/div

      call calculo
      call constantes(B,espiral,borde,RC,Kons,constante)

      do tita=0,345,15

```

```

z=tita+15
radioe=Respiral(espiral,tita,constante,Kons)
radios=Respiral(espiral,z,constante,Kons)

Rsecce=sqrt((F/2)**2+(radioe-F/2)**2)
Rseccs=sqrt((F/2)**2+(radios-F/2)**2)

arcoe=alfa*Rsecce
arcos=alfa*Rseccs

AB=sqrt(radioe**2+radios**2-2*radioe*radios*W2)
delta=asin(radios*W/AB)
H=AB*sin(delta)
L=AB*cos(delta)
aux=tita/15+1
write(1,*)'Seccion N#=',aux
write(1,*)'Arco de entrada=',arcoe
write(1,*)'Arco de salida=',arcos
write(1,100)
100 format(//,3x,'AiBi',10x,'AiB(i+1)')

do i=0,div,1

Aix=Rsecce*sin(i*alfa)
Aiy=-1*Rsecce*cos(i*alfa)

Biz=H+Rseccs*cos(i*alfa)*W
Biy=L-Rseccs*cos(i*alfa)*W2
Bix=Rseccs*sin(i*alfa)

Bi2z=H+Rseccs*cos((i+1)*alfa)*W
Bi2y=L-Rseccs*cos((i+1)*alfa)*W2
Bi2x=Rseccs*sin((i+1)*alfa)

distancia=sqrt((Aix-Bix)**2+(Aiy-Biy)**2+(-Biz)**2)
Cruzada=sqrt((Aix-Bi2x)**2+(Aiy-Bi2y)**2+(-Bi2z)**2)
write(1,*)distancia,cruzada

end do
end do
close(1)

END

```

---

```

subroutine calculo

```

```

real Nq,A,B,F,T,borde,RC,FI,RO,rel,area,RC1,RC2,FI1,FI2,RO1,RO2
real z,z2,z3,z4,z5,tol
common/BLK1/Nq,A,B,F,T,borde
common/BLK2/RC,FI,RO,RV,area,AT

```

```

tol=0.000001
pi=3.141592
z=1-borde/(2*pi)
z2=z*area/(pi*RV)
FI1=0.5

```

```

do j=1,20,1
  RO2=SQRT(z2/(1-0.5*(FI1-sin(FI1))))
  RC2=F/2+SQRT(RO2**2-(T/2)**2)
  FI2=2*ACOS((RC2-F/2)/RO2)
  z3=abs(RO2-RO1)-tol
  z4=abs(FI2-FI1)-tol
  z5=abs(RC2-RC1)-tol
  if((z3.LT.0).and.(z4.LT.0).and.(z5.LT.0)) then
    goto 40
  else

    RO1=RO2
    FI1=FI2
    RC1=RC2

  end if
end do

40  continue
   RC=RC2
   FI=FI2
   RO=RO2
End subroutine

```

---

```

subroutine constantes(B,espiral,borde,RC,Kons,constante)
  real Kons

```

```

  if (espiral.EQ.1) then
    Kons=B
    constante=(-1/borde)*LOG(RC/Kons)
  end if

```

```

  if (espiral.EQ.2) then
    Kons=B
    constante=(RC-Kons)/(SQRT(borde))
  end if

```

```

  if (espiral.EQ.3) then
    Kons=B
    constante=(RC-Kons)/(borde**2)
  end if

```

```

  if (espiral.EQ.4) then
    Kons=B
    constante=(RC-Kons)/(borde)
  end if

```

```

end if

```

```

  if (espiral.EQ.5) then
    Kons=(RC*borde*B)/(B-RC)
    constante=(RC*borde)/(B-RC)
  end if

```

```

end

```

---

```

function Respiral(espiral,tita,constante,Kons)

real Kons
pi=3.141592
u=tita
u=u*pi/180
  if (espiral.EQ.1) then
    Respiral=Kons*exp(-constante*u)
  end if

  if (espiral.EQ.2) then
    Respiral=constante*sqrt(u)+Kons
  end if

  if (espiral.EQ.3) then
    Respiral=Kons+constante*(u**2)
  end if

  if (espiral.EQ.4) then
    Respiral=Kons+constante*u
  end if

  if (espiral.EQ.5) then
    Respiral=Kons/(u+constante)
  end if

  if (espiral.EQ.6) then
    Respiral=coeficiente3*(u**3)+coeficiente2*(u**2)+coeficiente1*u+Kons
  end if

end function

```

## **PROGRAMA – Perdidas**

## Programa perdidas

```
real T,nq,Kons,radio,int,KCE,Ku,HV,friccion,K1
integer metodo
common /BLK1/RV,A,B,T,F,borde
common/BLK2/RC,Kons,constante,espiral
common/BLK3/nq,i,radio,relacion
common/BLK4/serie,int,a1,b1
common/BLK5/Ku,KCE,K1,a2
common/BLK6/metodo
common/BLK7/aux3,s
common/BLK8/aux2,Q,x
dimension radio(0:100),relacion(0:3),x(0:3),aux3(0:3),s(0:3)
dimension aux2(0:3)

write (*,1000)
1000 format(/,/,,'espirales disponibles')
write(*,1001)
1001 format(/,'1-espiral logaritmica')
write(*,1002)
1002 format(/,'2-espiral de fermat')
write(*,1003)
1003 format(/,'3-espiral de galileo')
write(*,1004)
1004 format(/,'4-espiral de arquimides')
write(*,1005)
1005 format(/,'5-espiral hiperbolica')
write(*,1017)
1017 format(/,'6-espiral polinomic')
write(*,1006)
1006 format(/,'seleccione una de las espirales')
read(*,*)espiral

if (espiral.EQ.6) then
write(*,2000)
2000 format(/'introduzca la relacion de velocidades para 90 grados')
read(*,*)relacion(1)
write(*,2001)
2001 format(/,'introduzca la relacion de velocidades para 180 grados')
read(*,*)relacion(2)
write(*,2002)
2002 format(/,'introduzca la relacion de velocidades para 270 grados')
read(*,*)relacion(3)

else

write(*,1012)
1012 format(/,'angulo para la condicion de borde')
read(*,*)borde
write(*,1013)
1013 format(/,'relacion de velocidad deseada')
read(*,*)RV

end if
write(*,1014)
1014 format(/,'metodos de calculo disponibles')
write(*,1015)
1015 format(/,'1-Metodo de la velocidad constante')
```

```

write(*,1016)
1016 format(/,'2-metodo del momento hidraulico central constante')
write(*,1020)
1020 format(/,'3-metodo del momento hidraulico constante')
read(*,*)metodo

OPEN(2,file='salida.dat')

pi=3.141592
borde=borde*pi/180
i=0
g=9.81
call numero1
close(2)
end

```

---

```

subroutine numero1

```

```

real T,nq,Kons,radio,int,KCE,Ku,HV,friccion,K1
integer metodo,v
common /BLK1/RV,A,B,T,F,borde
common/BLK2/RC,Kons,constante,espiral
common/BLK3/nq,i,radio,relacion
common/BLK4/serie,int,a1,b1
common/BLK5/Ku,KCE,K1,a2
common/BLK6/metodo
common/BLK7/aux3,s
common/BLK8/aux2,Q,x
dimension radio(0:100),relacion(0:3),x(0:3),aux3(0:3),s(0:3)
dimension Q(0:3,0:3),aux2(0:3)

```

```

pi=3.141592
a1=1.62327E-9
b1=7.43e-3
K1=995.8402
a2=52.268
g=9.81

```

```

if (espiral.EQ.1) then
write(2,5)
5 format(/,'Espiral Logaritmica/')
end if

```

```

if (espiral.EQ.2) then
write(2,6)
6 format(/,'Espiral de Fermat/')
end if

```

```

if (espiral.EQ.3) then
write(2,7)
7 format(/,'Espiral de Galileo/')
end if

```

```

if (espiral.EQ.4) then
write(2,8)
8 format(/,'Espiral de Arquimides',/)

```

```

end if

if (espiral.EQ.5) then
write(2,9)
9 format(/,'Espiral Hiperbolica/')
end if

if (espiral.EQ.6) then
write(2,10)
10 format(/,'Espiral polinomial/')
end if

write(2,4)
4 format(/,4x,'nq',10x,'Valor de pérdidas/')

do i=0,13,1
nq=20+i*10

A=1.2-6.5828/nq
B=1.1+18.4427/nq
C=1.32+16.5749/nq
D=1.5+16.4234/nq
E=0.98+21.4043/nq
F=1+44.221/nq
T=0.1+0.0019*nq
s(1)=D
s(2)=C
s(3)=E
if (espiral.EQ.6) then
do v=1,3,1
RV=relacion(v)
borde=90*(v)
borde=borde*pi/180
call iteracion
u=sqrt((T/2)**2+(RC-F/2)**2)
aux2(v)=s(v)-(u+B)
end do
call polinomial
else

call iteracion

end if

continue

call constantes (x)
call integral
call perd

if (metodo.EQ.1) then
perdi=(a1/A**4)*KCE*int
else
if (metodo.EQ.2) then
perdi=a1*((B/A**2)**2)*KCE*int
else
perdi=a1*((F/(2*A**2))**2)*KCE*int
end if

```

```

end if

write(2,*)nq,perdi
end do

end

```

---

```

subroutine constantes (x)

```

```

real Kons,nq,radio
integer l,m,v
common/BLK1/RV,A,B,T,F,borde
common/BLK2/RC,Kons,constante,espiral
common/BLK3/nq,i,radio,ralacion
dimension radio(0:100),relacion(0:2),x(0:3)

m=360/10
pi=3.141592

do l=0,m,1
u=10*l*pi/180

    if (espiral.EQ.1) then
        Kons=B
        constante=(-1/borde)*LOG(RC/Kons)
        radio(l)=Kons*exp(-constante*u)
    end if

    if (espiral.EQ.2) then
        Kons=B
        constante=(RC-Kons)/(SQRT(borde))
        radio(l)=constante*sqrt(u)+Kons
    end if

    if (espiral.EQ.3) then
        Kons=B
        constante=(RC-Kons)/(borde**2)
        radio(l)=Kons+constante*(u**2)
    end if

    if (espiral.EQ.4) then
        Kons=B
        constante=(RC-Kons)/(borde)
        radio(l)=Kons+constante*u
    end if

    if (espiral.EQ.5) then
        Kons=(RC*borde*B)/(B-RC)
        constante=(RC*borde)/(B-RC)
        radio(l)=Kons/(u+constante)
    end if

    if (espiral.EQ.6) then
        radio(l)=x(3)*u**3+x(2)*u**2+x(1)*u+B
    end if

end do
end

```

---

```

subroutine iteracion

common/BLK1/RV,A,B,T,F,borde
common/BLK2/RC,Kons,constante,espiral

tol=0.000001
pi=3.141592
area=pi*(A**2)/4
z=1-borde/(2*pi)
z2=z*area/(pi*RV)
FI1=0.5
do j=1,20,1
  RO2=SQRT(z2/(1-0.5*(FI1-sin(FI1))))
  RC2=F/2+SQRT(RO2**2-(T/2)**2)
  FI2=2*ACOS((RC2-F/2)/RO2)
  z3=abs(RO2-RO1)-tol
  z4=abs(FI2-FI1)-tol
  z5=abs(RC2-RC1)-tol
  if((z3.LT.0).and.(z4.LT.0).and.(z5.LT.0)) then
    goto 100
  else
    RO1=RO2
    FI1=FI2
    RC1=RC2
  end if
end do

100  continue
    RC=RC2
    FI=FI2
    RO=RO2

End

```

---

```

subroutine integral

real nq,int,gs
common /BLK1/RV,A,B,T,F,borde
common/BLK3/nq,i,radio,relacion
common/BLK4/serie,int,a1,b1
common/BLK6/metodo
dimension radio(0:100)

integer metodo

h=0
serie=0
pi=3.141592
delta=2*pi/36
c  write(2,*)nq
c
c  Las diferentes integrales se calcularan por el metodo de
c  los trapecios
c

```

```

do j=0,36,1

if (metodo.EQ.1) then
    aux=2*SQRT((T/2)**2+(radio(j)-F/2)**2)
    serie=radio(j)/aux

else

if (metodo.EQ.2) then
    aux=2*radio(j)*sqrt((T/2)**2+(radio(j)-F/2)**2)
    serie=(1/aux)
aux100=sqrt((T/2)**2+(radio(j)-F/2)**2)
else

gs=j
    aux=sqrt((T/2)**2+(radio(j)-F/2)**2)
    re=radio(j)+aux
    serie=(2*re-F)/(aux*re)
    serie=(1/(2*F))*serie

end if
end if

    if (j.EQ.0.or.j.EQ.36) then
        serie=serie
    else
        serie=2*serie
    end if

int=h+serie
h=int
end do

int=delta*int*0.5
end

```

---

```

subroutine perd

```

```

common /BLK1/RV,A,B,T,F,borde
common/BLK2/RC,Kons,constante,espiral
common/BLK3/nq,i,radio,relacion
common/BLK4/serie,int,a1,b1
common/BLK5/Ku,KCE,K1,a2
common/BLK6/metodo

```

```

real Ku,KCE,nq,Kons,K1
integer metodo

```

```

Ku=0.31+b1*nq
if (metodo.EQ.1) then
    KCE=((nq/Ku)**4)
else
if (metodo.EQ.2) then
    KCE=(nq/Ku)**4
else
    KCE=(nq/Ku)**4

```

```
end if
end if
```

```
end
```

---

```
subroutine polinmica
common/BLK3/nq,i,radio,relacion
common/BLK8/aux2,Q,x
```

```
real r,p,nq
dimension Q(0:3,0:3),aux2(0:3),x(0:3)
pi=3.141592
```

```
do r=1,3,1
do p=1,3,1
Q(p,r)=(r*pi/2)**(p)
end do
end do
call sistema (nq)
```

```
end
```

---

```
subroutine sistema(nq)
common/BLK8/aux2,Q,x
```

```
dimension Q(0:3,0:3),aux2(0:3), x(0:3)
```

```
integer l
real k,nq,y
```

```
do l=1,2,1
```

```
do i=1,3-1,1
k=-Q(l,i+1)/Q(l,i)
```

```
do j=0,2,1
Q(l+j,i+1)=Q(l+j,i+1)+k*Q(j+1,i)
```

```
end do
aux2(i+1)=aux2(i+1)+k*aux2(i)
end do
```

```
end do
```

```
do i=0,3-1,1
aux=0
```

```
do j=0,3-1,1
if(i.EQ.j) then
go to 10
else
x(3-i)=-Q(3-j,3-i)*x(3-j)+aux
```

```
        aux=x(3-i)
        end if
        end do
    continue
10  x(3-i)=(aux+aux2(3-i))/(Q(3-i,3-i))
    end do

end
```

## **PROGRAMA – Velocidades**

programa velocidades

```
    real nq,Kons
    integer posicion,v
    character nom1*30,nom2*30,nom3*30
    dimension relacion(0:3),aux2(0:3),Q(0:100,0:100),s(0:3)
    common/BLK1/Kons,constante
    common/BLK2/A,F,T,nq,tita,funcio
    common/BLK3/posicion
    common/BLK4/aux2,Q
    common/BLK5/relacion
    common/BLK6/coeficiente1,coeficiente2,coeficiente3

    write (*,1000)
1000  format(/,/,',', 'espirales disponibles')
    write(*,1001)
1001  format(/, '1-espiral logaritmica')
    write(*,1002)
1002  format(/, '2-espiral de fermat')
    write(*,1003)
1003  format(/, '3-espiral de galileo')
    write(*,1004)
1004  format(/, '4-espiral de arquimides')
    write(*,1005)
1005  format(/, '5-espiral hiperbolica')
    write(*,1017)
1017  format(/, '6-espiral polinomial')
    write(*,1006)
1006  format(/, 'seleccione una de las espirales')
    read(*,*)espiral

    if (espiral.EQ.6) then
    write(*,2000)
2000  format(/, 'introduzca la relacion de velocidades para 90 grados')
    read(*,*)relacion(1)
    write(*,2001)
2001  format(/, 'introduzca la relacion de velocidades para 180 grados')
    read(*,*)relacion(2)
    write(*,2002)
2002  format(/, 'introduzca la relacion de velocidades para 270 grados')
    read(*,*)relacion(3)

    else

    write(*,1012)
1012  format(/, 'angulo para la condicion de borde')
    read(*,*)borde
    write(*,1013)
1013  format(/, 'relacion de velocidad deseada')
    read(*,*)RV

    end if

    write(*,1014)
1014  format(/, ' metodos de calculo disponibles')
    write(*,1015)
1015  format(/, '1-Metodo de las lineas de corriente')
```

```

write(*,1016)
1016 format(/,2-metodo del flujo potencial)
read(*,*)metodo

if (metodo.eq.2) then
write(*,3000)
3000 format(/,desea la distribucion de velocidades en funcion de')
write(*,3001)
3001 format(/,1-funcion del radio')
write(*,3002)
3002 format(/,2-funcion del angulo')
read(*,*)funcio

if (funcio.EQ.1) then
write(*,4000)
4000 format(/,para que valor del nq desea el calculo')
read(*,*)nq
write(*,4001)
4001 format(/,para que valor de tita (en grados) desea el calculo')
read(*,*)tita
else
write(*,2010)
2010 format(/,para que valor del nq desea el calculo')
read(*,*)nq
write(*,2011)
2011 format(/,radios disponibles para el calculo')
write(*,2012)
2012 format(/,1-Radio exterior de la caja espiral (re))
write(*,2013)
2013 format(/,2-Radio de los centros de las espiral (Rc))
write(*,2014)
2014 format(/,3-Radio interior de la caja espiral (r0))
read(*,*)posicion
end if
end if

if (metodo.EQ.1) then
write(*,5000)
5000 format(/,Para que valor del nq desea el calculo')
read(*,*)nq
end if

OPEN(1,file='Velocidades y Presiones.DAT')

pi=3.141592
borde=borde*pi/180

A=1.2-6.5828/nq
B=1.1+18.4427/nq
C=1.32+16.5749/nq
D=1.5+16.4234/nq
E=0.98+21.4043/nq
F=1+44.221/nq
T=0.1+0.0019*nq
s(1)=D

```

```

s(2)=C
s(3)=E

if (espiral.NE.6) then

    call iteracion(nq,RV,borde,F,A,T,RC)
    call constantes(B,espiral,borde,RC,Kons,constante)

else
    do v=1,3,1
        RV=relacion(v)
        borde=90*v
        borde=borde*pi/180
        call iteracion(nq,RV,borde,F,A,T,RC)
        u=sqrt((T/2)**2+(RC-F/2)**2)
        aux2(v)=s(v)-(u+B)
    end do
    call polinomica(coeficiente1,coeficiente2,coeficiente3)
    call constantes(B,espiral,borde,RC,Kons,constante)
end if

if (metodo.EQ.1) then
write(1,*)'nq=',nq
write(1,103)
103 format(/,5x,'radio',10x,'Vu',15x,'Vr',12x,'Vt'/)
do i=0,20,1
paso=(B+A/2-F/2)/20
radio=i*paso+F/2
call corriente(espiral,A,radio,Vr,Vu,Vt,nq)
end do

else
call potencial (espiral,Vr,Vu,Vt,angulo)

end if

close(1)

end

-----

subroutine constantes(B,espiral,borde,RC,Kons,constante)
real Kons

if (espiral.EQ.1) then
Kons=B
constante=(-1/borde)*LOG(RC/Kons)
end if

if (espiral.EQ.2) then
Kons=B
constante=(RC-Kons)/(SQRT(borde))
end if

if (espiral.EQ.3) then
Kons=B
constante=(RC-Kons)/(borde**2)
end if

```

```

if (espiral.EQ.4) then
  Kons=B
  constante=(RC-Kons)/(borde)

end if

if (espiral.EQ.5) then
  Kons=(RC*borde*B)/(B-RC)
  constante=(RC*borde)/(B-RC)
end if

if (espiral.EQ.6) then
  Kons=B
end if

end

```

---

```

subroutine corriente(espiral,A,radio,Vr,Vu,Vt,nq)
common/BLK1/Kons,constante
real nq,Kons
pi=3.141592

Vr=A/(2*pi*radio)

if (espiral.EQ.1) then
  derivada=-constante*radio

end if

if (espiral.EQ.2) then
  derivada=(constante**2)/(2*(radio-Kons))

end if

if (espiral.EQ.3) then
  z=(radio-Kons)/constante
  if (z.LT.0) then

go to 10
else

  derivada=2*constante*sqrt((radio-Kons)/constante)
end if
end if

if (espiral.EQ.4) then
  derivada=constante
end if

if (espiral.EQ.5) then
  derivada=abs(-radio**2/Kons)
end if

Vu=abs(A/(2*pi*derivada))

Vt=sqrt(Vr**2+Vu**2)

write(1,*)radio,Vu,Vr,Vt

```

10    continue  
      end

---

```
subroutine dy(derivada,espiral)

common/BLK1/Kons,constante
common/BLK2/A,F,T,nq,tita,funcio
common/BLK6/coeficiente1,coeficiente2,coeficiente3
real Kons

pi=3.141592
u=tita*pi/180
if (espiral.EQ.1) then

derivada=-constante*Kons*exp(-constante*u)
      end if

if (espiral.EQ.2) then
      if (u.EQ.0) then
derivada=0
      else
          derivada=constante/(2*sqrt(u))
          end if
      end if

      if (espiral.EQ.3) then
derivada=2*constante*u
      end if

      if (espiral.EQ.4) then
derivada=constante
      end if

      if (espiral.EQ.5) then
derivada=-Kons/((u+constante)**2)
      end if

      if (espiral.EQ.6) then
derivada=3*coeficiente3*(u**2)+2*coeficiente2*(u)+coeficiente1
      end if

end
```

---

```
function G(derivada,R,b,r1)
common/BLK2/A,F,T,nq,tita,funcio

pi=3.141592
u=tita*pi/180
ro=b-R
q=derivada*(1+(R-F/2)/ro)/b
v=log(r1*2/F)/(log(b*2/F)**2)
w=log(b/r1)/log(b*2/F)
G=q*v*(2*pi-u)-w

end function
```

---

```
subroutine iteracion(nq,RV,borde,F,A,T,RC)
```

```
real nq
```

```
tol=0.000001
```

```
pi=3.141592
```

```
area=pi*(A**2)/4
```

```
z=1-borde/(2*pi)
```

```
z2=z*area/(pi*RV)
```

```
FI1=0.5
```

```
do j=1,20,1
```

```
RO2=SQRT(z2/(1-0.5*(FI1-sin(FI1))))
```

```
RC2=F/2+SQRT(RO2**2-(T/2)**2)
```

```
FI2=2*ACOS((RC2-F/2)/RO2)
```

```
z3=abs(RO2-RO1)-tol
```

```
z4=abs(FI2-FI1)-tol
```

```
z5=abs(RC2-RC1)-tol
```

```
if((z3.LT.0).and.(z4.LT.0).and.(z5.LT.0)) then
```

```
goto 100
```

```
else
```

```
RO1=RO2
```

```
FI1=FI2
```

```
RC1=RC2
```

```
end if
```

```
end do
```

```
100 continue
```

```
RC=RC2
```

```
FI=FI2
```

```
RO=RO2
```

```
End
```

---

```
subroutine polinomica(coeficiente1,coeficiente2,coeficiente3)
```

```
common/BLK4/aux2,Q
```

```
real r,p,nq
```

```
dimension Q(0:100,0:100),aux2(0:3),x(0:3)
```

```
pi=3.141592
```

```
do r=1,3,1
```

```
do p=1,3,1
```

```
Q(p,r)=(r*pi/2)**(p)
```

```
end do
```

```
end do
```

```
call sistema (coeficiente1,coeficiente2,coeficiente3)
```

```
end
```

---

```
subroutine potencial(espiral,Vr,Vu,Vt,angulo)
```

```

common/BLK1/Kons,constante
common/BLK2/A,F,T,nq,tita,funcio
common/BLK3/posicion
common/BLK6/coeficiente1,coeficiente2,coeficiente3
real nq,Kons
integer posicion

pi=3.141592
Vr0=A/(pi*F)

write(1,*)'nq=',nq

if (funcio.EQ.1) then
write(1,*)'tita=',tita
write(1,101)
101 format(/,5x,'radio',10x,'Vu',15x,'Vr',12x,'Vt',12x,'P*'/)
respi=Respiral(espisal)
a1=re(T,F,respi)

paso=abs((a1-F/2)/20)
do i=0,20,1
radio1=i*paso+F/2

Vu=tangencial(Vr0,a1,radio1)

call dy(derivada,espisal)

z=G(derivada,respi,a1,radio1)
Vr=radial(z,Vr0,radio1)

Vt=sqrt(Vu**2+Vr**2)
write(1,*)radio1,Vu,Vr,Vt,1-Vt**2
end do

end if

if (funcio.EQ.2)then
write(1,100)
100 format(/,5x,'tita',10x,'Vu',15x,'Vr',12x,'Vt',12x,'P*'/)
do i=0,36,1
alfa=10*i
tita=alfa
if (posicion.EQ.1) then
respi=Respiral(espisal)
radio1=re(T,F,respi)
else
if (posicion.EQ.2) then
radio1=Respiral(espisal)
else
if (posicion.EQ.3) then
radio1=F/2
end if
end if
end if

respi=Respiral(espisal)
a1=re(T,F,respi)

```

```

Vu=tangencial(Vr0,a1,radio1)

call dy(derivada,espiral)

z=G(derivada,respi,a1,radio1)
Vr=radial(z,Vr0,radio1)

Vt=sqrt(Vu**2+Vr**2)
write(1,*)tita,Vu,Vr,Vt,1-Vt**2

end do
end if

```

```

end

```

---

```

function radial(z,Vr0,radio1)

common/BLK2/A,F,T,nq,tita,funcio
real nq

radial=abs(Vr0*F*z/(2*radio1))

end function

```

---

```

function Respiral(espiral)

common/BLK1/Kons,constante
common/BLK2/A,F,T,nq,tita,funcio
common/BLK6/coeficiente1,coeficiente2,coeficiente3
real Kons
pi=3.141592
u=tita
u=u*pi/180
  if (espiral.EQ.1) then
    Respiral=Kons*exp(-constante*u)
  end if

  if (espiral.EQ.2) then
    Respiral=constante*sqrt(u)+Kons
  end if

  if (espiral.EQ.3) then
    Respiral=Kons+constante*(u**2)
  end if

  if (espiral.EQ.4) then
    Respiral=Kons+constante*u
  end if

  if (espiral.EQ.5) then
    Respiral=Kons/(u+constante)
  end if

  if (espiral.EQ.6) then
    qw=Kons
  end if

```

```

Respiral=coeficiente3*(u**3)+coeficiente2*(u**2)+coeficiente1*u+qw
end if
end function

```

---

```

function re(T,F,respi)

re=respi+sqrt((T/2)**2+(respi-F/2)**2)

end function

```

---

```

subroutine sistema(coeficiente1,coeficiente2,coeficiente3)
common/BLK4/aux2,Q

```

```

dimension Q(0:100,0:100),aux2(0:3), x(0:3)

```

```

integer l
real k

```

```

do l=1,2,1

```

```

    do i=1,3-1,1
    k=-Q(l,i+1)/Q(l,i)

```

```

        do j=0,2,1
        Q(l+j,i+1)=Q(l+j,i+1)+k*Q(j+1,i)

```

```

        end do
    aux2(i+1)=aux2(i+1)+k*aux2(i)
    end do

```

```

end do

```

```

do i=0,3-1,1
aux=0

```

```

    do j=0,3-1,1
    if(i.EQ.j) then
    go to 10
    else
    x(3-i)=-Q(3-j,3-i)*x(3-j)+aux
    aux=x(3-i)
    end if
    end do

```

```

continue

```

```

10 x(3-i)=(aux+aux2(3-i))/(Q(3-i,3-i))
end do

```

```

coeficiente1=x(1)
coeficiente2=x(2)
coeficiente3=x(3)
end

```

---

```

function tangencial(Vr0,a1,radio1)
common/BLK2/A,F,T,nq,tita,funcio

```

```

pi=3.141592
u=tita*pi/180
tangencial=abs(F*Vr0*(2*pi-u)/(2*radio1*log(2*a1/F)))
end function

```