



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
Facultad de Humanidades y Educación
Escuela de Educación

**Planificación y Diseño de una Guía Didáctica del tema
Teoría de Conjuntos y sus relaciones bajo el enfoque CTS
para estudiantes de Educación Media.**

Autores:

Ninoska Z. Brito D. V.-10.393.017
Gustavo A. Orellana M. V.-10.377.747

Tutor: Dr. Carlos Manterola

Caracas, marzo de 2011



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
Facultad de Humanidades y Educación
Escuela de Educación

**Planificación y Diseño de una Guía Didáctica del tema
Teoría de Conjuntos y sus relaciones bajo el enfoque CTS
para estudiantes de Educación Media.**

Trabajo de Tesis presentado ante la Universidad
Central de Venezuela como requisito parcial
Para optar al grado de Licenciado en Educación
Mención Matemática

Autores:

Ninoska Z. Brito D. V.- 10.393.017
Gustavo A. Orellana M. V.- 10.377.747

Tutor: Dr. Carlos Manterola

Caracas, marzo de 2011

DEFENSA DE TRABAJOS DE LICENCIATURA VEREDICTO

Quienes suscriben, miembros del jurado designado por el Consejo de la Escuela de Educación en su sesión de fecha 16-03-2011, para evaluar el Trabajo de Licenciatura presentado por: BRITO D. NINOSKA (C.I. 10.393.017), ORELLANA M.GUSTAVO (C.I. 10377.747), bajo el Título: PLANIFICACION Y DISEÑO DE UNA GUIA DIDACTICA DEL TEMA TEORIA DE CONJUNTOS Y SUS RELACIONES BAJO EL ENFOQUE CTS PARA ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN MEDIA, para optar al Título de LICENCIADO EN EDUCACIÓN, dejan constancia de lo siguiente:

1. Hoy

_____ nos reunimos en la sede de la Escuela de Educación para que su(s) autor(es) lo defendiera(n) en forma pública.

2. Culminada la Defensa Pública del referido Trabajo de Licenciatura, conforme a lo dispuesto en el Art. 14 del "Reglamento de Trabajos de Licenciatura de las Escuelas de la Facultad de Humanidades y Educación" adoptando como criterios para otorgar la calificación: rigurosidad en el razonamiento, coherencia en la exposición, claridad y pertinencia en los procesos metodológicos empleados, adecuación del sustento teórico, así como la calidad de la exposición oral y de las respuestas dadas a las preguntas formuladas por el jurado, acordamos calificarlo como:

APLAZADO APROBADO otorgándole la mención:

SUFICIENTE DISTINGUIDO SOBRESALIENTE

3. Las razones que justifican la calificación otorgada son las siguientes:

Se encuentran en trabajo científico-técnico entre objetivos, marco teórico y metodología utilizada. El producto final presentado se encuentra dentro del propósito de los ejes y posee aspectos didácticos de calidad y de acuerdo a las exigencias de un trabajo de grado.

Adelfa
Prof. (a) ADELFA HERNÁNDEZ

Elío
Prof. (a) ELÍO MENDEZ

Carlos
Tutor(a)
Prof. (a) CARLOS MANTEROLA



APROBACION DEL TUTOR

Quien suscribe, Profesor Carlos Manterola, de la Universidad Central de Venezuela, adscrito a la Escuela de Educación, en mi carácter de tutor del Trabajo de Grado titulado "Planificación y Diseño de una Guía Didáctica del tema Teoría de Conjuntos y sus relaciones bajo el enfoque CTS para estudiantes de Educación Media", realizado por los ciudadanos Ninoska Brito C.I: 10.393.017, y Gustavo Orellana C.I: 10.377.747. Manifiesto que he revisado en su totalidad la versión definitiva de los ejemplares de este trabajo y certifico que se le incorporaron las observaciones y modificaciones indicadas por el jurado evaluador.

En Caracas a los 04 días del mes de abril de 2011



Profesor Carlos Manterola
C.I: .V.- 5.617.299

Dedicatoria.

A mis seres queridos: Madre, hermanos y sobrinos...

Ninoska Brito

A mis Queridos Padres María y Bibiano. . .

Gustavo Orellana M.

Agradecimientos.

A Dios, por darme salud y fortaleza para que fuera posible alcanzar este triunfo.

A mi Madre, por todo su amor y su confianza de siempre.

A mi compañero de trabajo, Gustavo, por su estímulo, apoyo, comprensión y paciencia para superar los momentos difíciles.

A nuestro Tutor, Carlos Manterola, por su amabilidad, paciencia y buena disposición brindada en cada momento para que este trabajo culminara exitosamente.

A mi hermana Libia y a mi cuñado Ulises, por todo el apoyo incondicional durante todo este tiempo.

y a todos aquellos personas que han sido importantes para mí durante todo este tiempo e hicieron posible la elaboración de este trabajo.

A todos . . .

G R A C I A S

Ninoska Brito

Gustavo Orellana quiere agradecer a:

A Diosito Querido

A mi querido País

Nuevamente a mis Padres

A todos mis maestros

A la Universidad Central de Venezuela.

Al Dr. Carlos Manterola

A mi compañera Ninoska Brito.

A Jérika García.

Muchas Veces, Muchas Gracias . . . Pablo Neruda

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
Facultad de Humanidades y Educación
Escuela de Educación

Planificación y Diseño de una Guía Didáctica del tema Teoría de Conjuntos y sus relaciones bajo el enfoque CTS para estudiantes de Educación Media.

Autores:

Ninoska Z. Brito D.

Gustavo A. Orellana M.

Tutor: Dr. Carlos Manterola

Resumen.

Este trabajo tiene como objetivo el diseño de una Guía Didáctica del Tema Teoría de Conjuntos y sus relaciones para estudiantes de Segundo Año de Educación Media enmarcado dentro de la corriente educativa Ciencia Tecnología y Sociedad.

La línea de trabajo CTS fue escogida observando que esta nueva perspectiva educativa además de otras ventajas fomenta en las nuevas generaciones de estudiantes la toma de conciencia en la importancia de conocer, revisar, normar y regular entre otros aspectos, la investigación científica y sus aplicaciones, ya que dependerá de su actuación como ciudadanos responsables que estos avances se transformen en beneficios para las sociedades que habiten.

El proyecto de diseño de la Guía Didáctica fue planteado debido a la poca presencia de materiales didácticos en nuestras aulas que permitieran al estudiante interactuar con sus compañeros, con el docente y con otros medios, en actividades que se presentan a diario en su entorno social, facilitando así la vinculación de los contenidos matemáticos con contenidos de otras asignaturas, como biología, geografía, y otras áreas de interés como el deporte, los juegos, etc. Algunas actividades son presentadas fomentando algunos íconos de nuestra cultura tales como los equipos de la Liga de Béisbol Nacional, servicios urbanos como el Metro de Caracas, así como actividades que les permitan conocer el territorio que les rodea, como las parroquias de la Gran Caracas.

Como base para este trabajo los autores se apoyaron en el modelo propuesto por *Manterola* (2002) el cual amplía y toma en cuenta algunos aspectos no considerados en el Modelo *Reigeluth - Moore* (2000) que plantea fundamentos de la enseñanza cognitiva y el ámbito cognitivo. En la propuesta de Reigeluth, básicamente se describe una taxonomía que determina las características que deben considerarse al aplicar una determinada teoría educativa.

Palabras Claves: Modelos Educativos, Enfoque CTS, Proyecto Tecnológico, Guía Didáctica, Teoría de Conjuntos.

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
Facultad de Humanidades y Educación
Escuela de Educación

Planificación y Diseño de una Guía Didáctica del tema Teoría de Conjuntos y sus relaciones bajo el enfoque CTS para estudiantes de Educación Media.

Autores:

Ninoska Z. Brito D.
Gustavo A. Orellana M.

Tutor: Dr. Carlos Manterola

Abstract.

This work aims at designing a Learning Guide concerning the Set Theory and its relations for sophomores of High School within the frame of the Science Technology and Society Studies.

The STS line of work was chosen by noting that this new educational perspective, besides from other benefits, encourages new generations of students to understand the importance of learning, reviewing, standardizing and regulating, among other aspects, scientific research and its applications, since it will depend on their performance as responsible citizens that these advances are transformed into benefits for their communities.

The design proposed regarding the Learning Guide was presented due to the limited presence of educational materials in our classrooms that could allow students to interact with peers, professors and other resources in daily activities within their social environment, facilitating the connection of the mathematical content with content from other subjects, such as biology, geography, and other areas of interest, such as sports, games, etc. Some activities are presented promoting some of the icons of our culture, such as the teams of the National Baseball League, urban services, such as the Caracas Metro, as well as activities that would allow students to know their territory, such as the parishes of Caracas.

As a basis for this work the authors relied on the model proposed by *Manterola (2002)*, which extends and takes into account some aspects that were not considered in the *Reigeluth - Moore Model (2000)*, that raised the foundations of cognitive learning and the cognitive domain. Reigeluth proposal basically describes a taxonomy that determines the characteristics to be considered when implementing a particular educational theory.

Keywords: Educational Models, STS Approach, Learning Guide, Technological Project, Set Theory.

Índice General

Dedicatoria	
Agradecimientos	
Resumen	
Introducción.....	1

Capítulo I:

El Problema.

1.- Planteamiento del Problema.....	4.
2.- Objetivos de la Investigación	8.
3.- Justificación de la Investigación	9.

Capítulo II:

Antecedentes

1.1.- Artículo científico (Miguel Ángel Moreno Redondo).....	11.
1.2.-Artículo científico (Luís Serrano / Carmen Batanero / J.J. Ortiz / M ^a Jesús Cañizares).....	13.
1.3.- Artículo científico (Frances Van Dyke).....	15.
1.4.- Artículo científico (Hernández Isla Jesús Ángel).....	17.
1.5.- Artículo científico (López L. Marta B).....	20.
1.6.- Artículo científico (Fernando Corbalán).....	22.
1.7.- Artículo científico (Suárez Estrella y Durán Cepeda.....	24.
1.8.- Artículo científico (Dr. Pedro Alson).....	27.

Marco Teórico

2.1.- Los orígenes del movimiento CTS.....	30.
2.2.- La necesidad de nuevas finalidades para la enseñanza.....	32.
2.3.- CTS en la enseñanza secundaria.....	33.
2.4.- El papel del profesor en la enseñanza CTS.....	35.
2.5.- Estrategias de enseñanza-aprendizaje en la educación CTS.....	37.
2.5.1.- Limitaciones.....	37.
2.6.- El constructivismo y la corriente CTS.....	38.
2.7.- Metas para la enseñanza de la Ciencia.....	39.
2.8.- Modelo Reigeluth – Moore.....	41.
2.8.1.- La Enseñanza Cognitiva y el Ámbito Cognitivo.....	41.
2.8.2.- Marco de Análisis.....	42.
2.8.3.- Modelo de Manterola (2002).....	46.
2.9.- Los Proyectos Tecnológicos.....	47.
2.9.1- La metodología y el objeto de estudio.....	51.
2.9.2.- Posibles obstáculos para desarrollar un Proyecto Tecnológico.....	52.
2.9.3- Vinculación de los Proyectos Tecnológicos al Sistema Educativo.....	52.

Capítulo III:

Marco Metodológico

1.- Diseño de la Investigación:	
1.- Primera Etapa.....	54.
1.1 Revisión bibliográfica de textos de matemática de 2 ^{do} año.....	54.
(Recolección de información de base)	
1.2 Diseño y Elaboración de la <i>Guía Didáctica</i>	55.
1.3 Evaluación del diseño del material didáctico por expertos.....	56.
1.3.1 Técnica de recolección de la información.....	56.
1.3.2 Aplicación de la encuesta a los docentes expertos.....	57.
1.3.3 Resultados de la Evaluación de la <i>Guía Didáctica</i> por Expertos..	58.
2.- Segunda Etapa: Aplicación de la <i>Guía Didáctica</i>	59.
3.- Tercera Etapa: Evaluación de la <i>Guía Didáctica</i> por el grupo de estudiantes.....	60.
3.1 Resultados de la Evaluación de los Estudiantes.....	62.
Producto Tecnológico (<i>Guía Didáctica</i>).....	64.

Capítulo IV:

Conclusiones	133.
Referencias Bibliográficas.....	138.

Introducción.

En los últimos años, la ciencia de la educación ha experimentado un vertiginoso desarrollo, apoyada en los resultados de los más destacados investigadores tradicionales y en recientes investigaciones, sin embargo, estos importantes avances en materia educativa no han podido traducirse en resultados escolares y logros ciudadanos significativos. La constante aparición de estas diferencias, en distintas naciones, ha logrado crear un movimiento que tiene entre otras finalidades, la inclusión de importantes aspectos sociales tanto en la investigación científica como en materia educativa.

El movimiento denominado CTS, promueve la necesidad de abordar y discutir variados y numerosos problemas que surgen como consecuencia de un desarrollo no ético de la actividad científica, o de los efectos negativos que de ella se derivan, entre los que se cuentan como ejemplo, las consecuencias generadas de la investigación genética, el calentamiento global, las secuelas que sufren las sociedades a raíz de los derrames petroleros y desechos químicos, etc.

En el ámbito educativo, la perspectiva CTS busca establecer las bases, los lineamientos y los principios que deben tenerse presentes para llevar a cabo un nuevo modelo de la enseñanza de las ciencias, que permita a los estudiantes engranar el conocimiento adquirido en las aulas con la resolución de problemas que pueden surgir en el desarrollo de sus intereses y necesidades, y que se enmarquen dentro de los principios teóricos desarrollados en clase. Entre los aspectos propuestos, por importantes autores de este enfoque, se indica la necesidad de que durante la actividad educativa los estudiantes se apropien del conocimiento, a través de la facilitación, por parte de los docentes, de materiales educativos, esquemas de trabajo, ejemplos, discusiones intergrupales, explicaciones oportunas, y además de la modelación de un entorno donde se propicie la resolución de problemas, que puedan surgir de experiencias presentes en su vida cotidiana.

Para desarrollar esta nueva propuesta, se aspira que los docentes gestionen la vinculación del tema a tratar con los contenidos de otras asignaturas, con el fin crear una red de aprendizaje donde los elementos en estudio se encuentren relacionados y de esta forma, se facilite la creación y ordenamiento de los esquemas mentales que aseguren su comprensión y puedan evitar su olvido.

En investigaciones previas a este trabajo se pudo evidenciar, que aunque en muchos de los medios existentes (digitales, libros de textos, etc.) se dirigen hacia la presentación de temas de interés como pueden ser, los orígenes de la corriente CTS, las áreas de desarrollo, principales representantes, relaciones, además de otros importantes aspectos, existen algunas limitaciones que están referidas a la escasa bibliografía que pueden servir de apoyo y guía a los docentes en ejercicio, para poner en práctica el proceso de enseñanza de los estudiantes, bajo esta perspectiva.

Si bien es cierto, que es posible encontrar opciones de material didáctico que están dirigidos hacia otras ciencias como lo son la química, la biología y la física o en ciencias de aplicación como en la ingeniería, estos trabajos se orientan en su gran mayoría hacia cursos a nivel universitario o de preparación para futuros docentes y se

especializan en temas como: la biotecnología, física nuclear, contaminación por desechos químicos o radiactivos, etc.

Ante la poca presencia de material educativo con fines prácticos para cursos de nivel medio basado en la corriente CTS, se consideró el proyecto de planificación y diseño de una *Guía Didáctica* de un tema de la asignatura de matemática de nivel de secundaria, orientada hacia la corriente educativa C.T.S. Con este fin, y con asesoría del profesor *Carlos Manterola* se escogió el tema de *Teoría de Conjuntos* como tema base para este proyecto, debido a su importancia conceptual y ante un hipotético resurgimiento de este tema en la educación secundaria.

Tomando en consideración que para desarrollar un *Issues* CTS (problemas emergentes), en el área de matemática se requeriría conocer y dominar una gran cantidad de contenidos matemáticos implicados en el problema, así como, realizar un amplio número de operaciones matemáticas de manera de resolverlo satisfactoriamente, y considerando que ésta situación en muchos casos puede rebasar el nivel educativo que deben dominar los alumnos de segundo año de educación media, se planteó la necesidad de introducir el enfoque desde una etapa más general, es decir, desde un área de aplicación que resultara de interés directo para resolver algunas “*tareas*” propias de los estudiantes.

Como se mencionó anteriormente, la perspectiva CTS, propone un enfoque de la enseñanza de las ciencias, que permite dar un marco referencial *general* a la investigación, sin embargo, se requiere de los aportes teóricos que dan los investigadores *Reigeluth C.* y *Moore J.* (2000), como *base* para el diseño del Material Didáctico propiamente dicho.

En su trabajo *Reigeluth et. al.*, analizan las características que definen las principales taxonomías realizadas por los investigadores del ámbito cognitivo, y proponen “*catalogarlas*” en una clasificación más general, que expresen que se tratan de los mismos ámbitos, para ello, plantean una síntesis de estas, del tipo *verbo-nombre*, con el objetivo de establecer un marco comparativo entre las principales teorías educativas, donde se tome en cuenta: el tipo de aprendizaje, su conducción, la dirección del mismo (centrado en el alumno, profesor, etc.), el tipo de agrupación, las interacciones para aprender, y el tipo de apoyo que debe proporcionarse en el momento de la enseñanza.

Habiendo examinado los principales aspectos del ámbito cognitivo se intenta relacionar el enfoque CTS con algunas teorías educativas “afines”. En este sentido se analiza la relación existente entre la corriente educativa CTS y la corriente *constructivista*, ya que esta última considera la ciencia como una actividad humana, como una construcción social, es decir, como un conjunto de modelos y teorías que interpretan la realidad.

Ambas líneas de investigación (CTS y Constructivista) comparten muchos puntos en común, los cuales permiten establecer relaciones de convergencias entre ellas, de manera de dar forma a una nueva visión de las ciencias y en particular de la matemática, que deje atrás los calificativos de empirista, operativa, lineal, y aislada de la sociedad.

Esta relación se establece considerando siempre que enriquece al enfoque CTS al proporcionarle una base educacional sólida y coherente que le permite argumentar el ¿por qué? es necesario orientar, sobre todo en nuestra región, la enseñanza de las

ciencias hacia concepciones distintas de los enfoques tradicionales. Asimismo, ambas propuestas argumentan que si la ciencia es una construcción humana, ésta está sometida a ciertos condicionamientos y determinada por la sociedad donde se desarrolla.

Consideramos que el diseño de la *Guía Didáctica* apoyado en estas importantes corrientes e incorporadas al hilo conductor de cada tema, puede y debe contribuir a mejorar la actitud de los estudiantes hacia la matemática y sustituir su desinterés por el estudio de la misma.

Además de estos valiosos aportes, se tomaron en consideración para la elaboración de la *Guía Didáctica*, las ideas que el investigador *R. Mayer* expuso en su trabajo titulado “*Diseño educativo para un aprendizaje constructivista*” en donde expresa algunos aspectos que deben tenerse presentes en el diseño de materiales educativos.

De acuerdo al *tipo de Investigación*, consideramos que esta investigación parte de la base de la observación, reflexión, praxis, ya que es parte de una reflexión sobre el objeto a realizar, es pensar sobre el objeto que será diseñado, y la manera como este estará estructurado. Al hablar de la reflexión, nos referimos a ubicarnos en los objetivos que se desean conseguir de ese objeto y en la demanda que se este dando en ese momento de él, o que pudiera presentarse en un futuro y de las vinculaciones de su diseño con el espacio de lo productivo. Estas ideas nos permiten afirmar que éste proyecto de investigación se enmarca dentro de la categoría de proyecto *tecnológico*, ya que su objetivo es obtener de manera eficaz y eficiente un instrumento práctico de aplicación para fines educativos, aplicando para ello conocimientos, experiencias y recursos.

Se pretende que este trabajo resulte igualmente de interés para docentes de matemática en ejercicio interesados en desarrollar las sesiones de aprendizaje de los estudiantes dentro de esta corriente educativa ya que se considera que el formato de desarrollo puede ser ampliado y aplicado a otros temas de la asignatura. Por otro lado, escoger, planificar y diseñar las actividades, ejemplos y ejercicios así como, distintas aplicaciones a la vida cotidiana de contenidos de matemática, amerita inversión de tiempo y esfuerzo que puede ser invertido por los profesores en muchos de los otros aspectos educacionales que se requieren durante el trabajo de aula.

El proyecto está estructurado en cuatro capítulos. En el primer capítulo se realiza el Planteamiento del Problema de la investigación, seguidamente se presenta la Justificación y los Objetivos del Proyecto. El segundo capítulo está referido al Marco Teórico, en el que se plantean los antecedentes y las bases teóricas que sustentan el trabajo. En el tercer capítulo se describe el Marco Metodológico, el cual comprende entre otros aspectos, el tipo de investigación y las etapas en que se dividió el trabajo de elaboración de la *Guía Didáctica*. En el capítulo cuarto, se formulan las conclusiones del presente trabajo, partiendo de los resultados obtenidos.

“La principal meta de la educación es crear hombres capaces de hacer cosas nuevas y no simplemente de repetir lo que han hecho otras generaciones: hombres creadores, inventores y descubridores. La segunda meta de la educación es formar mentes que puedan ser críticas, que puedan verificar y no aceptar todo lo que se le ofrece”. Jean Piaget.

Capítulo I

El Problema

1.- Planteamiento del Problema.

Tal vez uno de los fenómenos más relevantes del mundo contemporáneo es el inusitado valor que ha adquirido el saber, como condición indispensable para el desarrollo de los pueblos.

“Vivimos en una sociedad del conocimiento, caracterizada porque la base de la producción son los datos, las imágenes, los símbolos, la ideología, los valores, la cultura, la ciencia y la tecnología. El bien máspreciado no es la infraestructura, las máquinas y los equipos, sino las capacidades de los individuos para adquirir, crear, distribuir y aplicar creativa, responsable y críticamente (con sabiduría) los conocimientos, en un contexto donde el veloz ritmo de la innovación científica y tecnológica los hace rápidamente obsoletos”. (Toffler, cit. Rodríguez, 2.006)

No resulta difícil comprender el desafío que la anterior declaración plantea a la ciencia en general e implícitamente a la educación matemática, cuando observamos que en la actualidad existen innumerables problemas de distintos ordenes que continúan sin resolver, tanto en las naciones pobres como en las desarrolladas; sin embargo, se siguen haciendo esfuerzos, desde diversos sectores, para mejorar cualitativamente los sistemas de formación de las nuevas generaciones, de forma de corregir gradualmente las deficiencias que hasta ahora se han presentado, con el fin último de mejorar la calidad de vida de los ciudadanos a través del aprovechamiento que nos ofrecen los rápidos avances que nos brindan las nuevas tecnologías.

En particular, consideramos que las limitaciones con que hasta ahora se ha conducido la enseñanza de la matemática, han conllevado a que muchos jóvenes, no sólo no aprenden matemática, sino que aprenden a tomarle distancia. Es frecuente en nuestro medio que los estudiantes no califiquen a la matemática con adjetivos como los siguientes: útiles, interesantes, bellas, importantes, benéficas, etc. por el contrario, lo común es escuchar que son una pesadilla, un obstáculo, una imposición, etc. Tal situación se debe, a que aquellos primeros adjetivos, que sin lugar a dudas definen a la matemática, son cualidades que han sido oscurecidas en vez de clarificadas. Es decir, en la historia académica de los estudiantes la matemática ha sido mitificada como una "disciplina de pocos" o para "elegidos".

En el marco del contexto educativo, la ciencia, y la tecnología nos brindan la posibilidad de realizar un trabajo escolar integral y significativo, donde no solo se desarrolle los aspectos teóricos, sino que provea a los estudiantes de una enseñanza que contribuya en su desarrollo como persona dentro de una sociedad que les exige diariamente nuevos conocimientos y la puesta en práctica de los mismos.

En efecto, la dinámica de la Matemática aplicada conjuga aspectos técnico-científicos, culturales, éticos y valorativos, que en el desarrollo escolar la habilitan como un poderoso instrumento de integración curricular y como una interesante contribución al logro de los fines educativos.

Hoy, cuando el deseo de contar con escuelas y liceos que brinden conocimientos y comprensión a un gran número de estudiantes con capacidades e intereses diversos, provenientes de medios culturales y familiares distintos, nos encontramos en realidad con institutos de enseñanza tanto urbanos como rurales donde los maestros enseñan y

los (as), alumnos (as) aprenden como hace dos décadas; cuando la tecnología traducida en telecomunicaciones redes internacionales de computadoras, multimedia, realidad virtual, la educación permanece fiel a su práctica tradicional. Hoy, cuando se requiere una educación reflexiva, que informe, dinamice, que posibilite la retención y comprensión del conocimiento, y el uso sabio de éste por parte de los estudiantes, el enfoque C.T.S. surge como una propuesta integradora que intenta contribuir solidamente a este respecto.

De las ideas arribas citadas puede deducirse que el problema principal que aqueja a nuestra educación en matemática y que aborda esta investigación, proviene de las limitaciones de la *Enseñanza de la Matemática*, así como la forma de "Hacer Matemática" la cual ha sido basada exclusivamente en la labor de un profesor (a) en la pizarra. Así, (Infante, 1.998: 36), argumenta en su artículo:

“Constantemente se habla de la necesidad de usar otros recursos o medios que propicien el aprendizaje - enseñanza de las matemática. Sin embargo, nuestros docentes, (en la generalidad de los casos) continúan utilizando en forma casi exclusiva el aparente “insustituible” pizarrón con la tiza y borrador”.

Asimismo, en el mismo artículo el investigador menciona:

“El conocimiento se concibe como producto de las actividades, la cultura y contextos en los cuales se desarrolla y usa. Por esto, el conocimiento es coproducido por el aprendiz y la situación, de modo que es importante que aquel se sumerja en ella. El conocimiento conceptual se puede abstraer de las situaciones en las cuales se aprende y se usa. El estudiante debe ser ubicado en una situación de aprendizaje que involucre prácticas auténticas, actividades reales y en constante interacción social, de forma similar al aprendizaje de un nuevo oficio. Esto implica relacionar la situación instruccional con un evento del mundo real que atraiga la atención de los estudiantes. Debe partirse de la vida cotidiana del entorno social del alumno, sus vivencias y expectativas, ejemplificar con situaciones de la vida real, induciendo a la identificación de los aspectos matemáticos presentes en ellas”. (Infante, 1.999: 35),

En cuanto al elemento significatividad del aprendizaje este autor plantea:

“También es útil estimular en los alumnos la búsqueda de respuestas ante la interrogante ¿Para qué sirven los conocimientos matemáticos? Debe hacerse especial énfasis en la relación de los conocimientos matemáticos con otras áreas de aprendizaje escolar, presentar el carácter instrumental-metodológico de la matemática y su importancia en la vida contemporánea. La resolución de problemas (de genuinos problemas), generados en el contexto donde se desenvuelven los alumnos, constituyen un fuerte elemento de significatividad del aprendizaje, puesto que esta se encuentra estrechamente vinculada con su funcionalidad. Más aún, cuando estas situaciones se favorecen, los conocimientos ya aprendidos pueden ser utilizados en otras situaciones o realidades del alumno.” (Infante, 1.999:35)

O como menciona Ruiz, (2.000:36):

“Es la matemática el lenguaje convencional de que se vale... el hombre de ciencias para representar los más aproximadamente que le es posible, el complejo panorama de los fenómenos naturales. La enseñanza de la Matemática debe contemplar entonces, tanto la teoría como sus aplicaciones...”

Igualmente el autor afirma:

“Se trata pues de intensificar la relación de la enseñanza de la matemática con la vida. Compartimos el principio de que la asimilación de un concepto tiene lugar sólo durante el proceso de su aplicación”. Ruíz, (2.000:37)

O como describe Mora, (2.001:4) apoyado en Guzmán, (1.993):

“Con la tendencia del aprendizaje y la enseñanza de la matemática basada en las aplicaciones se presenta también la posibilidad de la transmisión y desarrollo de estrategias para la resolución de problemas Rodríguez, (1.992); Pólya, (1.978) y Schoenfeld, (1.986,1.987 y 1.992) siguiendo en cierta forma el siguiente modelo generalizado: un determinado problema no matemático a simple vista y en lo posible de interés para los alumnos y para la sociedad se intenta resolver mediante un conjunto de pasos sucesivos que pasarían a conformar todo el proceso de la elaboración del modelo de solución del problema. El proceso de modelación se distingue de esta manera porque una situación aparentemente no matemática, presentada como problema, se transforma a través de la modelación en un problema matemático propiamente dicho. Todas las actividades matemáticas y las respectivas operaciones tendrían lugar dentro de un modelo matemático específico, pero abierto a los contenidos matemáticos necesarios para su solución.”

Es frecuente el hecho que luego de las sesiones teóricas los estudiantes no establezcan conexiones entre el pensamiento científico y el cotidiano, lo que ocasiona que ambos dominios del conocimiento permanezcan literalmente aislados, de modo que las concepciones científicas no se usan para resolver los problemas con los que pueden encontrarse los estudiantes en contextos diferentes al académico. Introduciendo elementos cotidianos a nuestras clases, el estudiante tomará conciencia de que existen diferentes formas de analizar la realidad, la cotidiana y la científica, que éstas no se contradicen sino que se complementan y que es posible la transferencia entre ambos dominios.

El estudio de las estrategias de aprendizaje ha constituido uno de los temas privilegiados en la práctica educativa contemporánea. El constante aumento de la información ha planteado la necesidad de fortalecer en los estudiantes las habilidades de pensamiento y la creatividad. De aquí que, valiéndonos de las estrategias de aprendizaje que apoya el constructivismo como paradigma, -el cual de acuerdo a diversos autores está estrechamente vinculado con el enfoque C.T.S.-, se puede partir de lo que sabe el estudiante y el conocimiento del estudiante es en primer lugar el conocimiento de lo cotidiano.

Recordemos que la matemática es una ciencia que, además de aplicarla en nuestra vida cotidiana, nos da las herramientas necesarias para razonar y analizar no sólo los problemas que se nos presenten en las demás asignaturas, sino que pueden llegar a resolver variados problemas que se presentan a lo largo de la vida.

Finalmente se puede decir que, cuando la Matemática se ve desde otro punto de vista, no sólo de fórmulas, teoremas, principios, etc. esta se transforma en una ciencia más interesante de lo que ya es, entonces ¿cómo lograr que la enseñanza de la matemática no se conduzca de la manera tradicional? Creemos que la aplicación de nuevas estrategias como: la elaboración de materiales didácticos, prácticas en computadora, la aplicación de estas a cálculos útiles en la vida cotidiana, en la empresa, y en la solución de

problemas de nuestras sociedades, sirven al docente para desarrollar estrategias educativas que motiven su aprendizaje y así elevar el nivel académico de nuestros estudiantes, fomentando al mismo tiempo el aprendizaje colaborativo.

De las propuestas y resultados de estos investigadores y las ideas antes citadas es que nos planteamos las siguientes inquietudes al desarrollar esta investigación:

¿Contribuye de manera positiva la aplicación de un Material Didáctico de Teoría de Conjuntos y sus relaciones, enfocado en la perspectiva curricular Ciencia Tecnología y Sociedad, en el aprendizaje y rendimiento de los estudiantes de educación media?

¿Qué efectos pueden observarse en estos estudiantes, en relación a la aplicabilidad de estos contenidos en su entorno y en la sociedad con la puesta en práctica de esta Guía Didáctica?

2.- Objetivos de la Investigación.

Como objetivos para esta investigación se plantearon los siguientes:

- Diseñar un Material Instruccional (*Guía Didáctica*) que presente la Teoría de Conjuntos y sus relaciones con otras áreas de la matemática en la resolución de problemas desde el enfoque C.T.S.
- Aplicar el Material Instruccional de contenido teórico, diseñado sobre el tema Teoría de Conjuntos y sus relaciones, a los estudiantes de un curso de Educación Media.
- Evaluar el Material Instruccional de contenido teórico descrito en el primer objetivo.

3.- Justificación de la Investigación.

Como se mencionó en el punto uno de este trabajo, el aprendizaje de la Matemática se ha visto afectado por el escaso interés o falta de motivación de los estudiantes debido, entre otros aspectos, a que ésta se enseña desvinculada de la realidad y se ha limitado a mostrar solo sus contenidos teóricos. En este sentido, la enseñanza de esta materia no está formando ciudadanos informados que tendrán que tomar decisiones, en las que debe hacer uso de los conocimientos científico-tecnológicos, que la misma sociedad les ha planteado.

Esto hace necesario un cambio en la enseñanza de esta ciencia, debiendo ser orientada hacia los intereses del individuo y de la sociedad donde éste se desenvuelve, partiendo siempre desde los valores éticos y morales propios de nuestra cultura.

En particular se pretende que con el diseño y la puesta en práctica del material didáctico que en adelante se presentará, los estudiantes se distancien de la tendencia de parcelar esta área del conocimiento, y se permitan el uso de nuevos materiales educativos donde se consideren aspectos como el entorno, las experiencias, e intereses, de tal forma, que se fomente en sus lectores el desarrollo de una actitud amplia y flexible ante el conocimiento matemático, ya que el mismo, permitirá la resolución en muchos casos de problemas que deberán afrontar en sus labores diarias.

La adolescencia es por excelencia el período donde se consolida la formación integral del individuo, el desarrollo de habilidades y capacidades intelectuales. Por ello, consideramos que los materiales educativos orientados en la corriente CTS puede ofrecerle a los estudiantes de secundaria, estrategias que les faciliten su aprendizaje en Matemática. Pensamos, que esto puede llevarse a cabo a través de la aplicación de un nuevo Material Instruccional de contenido matemático, que apoyado en posibles necesidades de ellos como ciudadanos, ó en contextos relacionados con el entorno laboral, les permita interactuar con estas experiencias, proponer soluciones y finalmente, comprobar sus resultados.

El presente desarrollo puede mejorar la actual enseñanza, respaldando y beneficiando principalmente a los estudiantes, porque podrán contar con una herramienta de aprendizaje que, además de motivarlos, los apoyará en la mejor comprensión de los conceptos matemáticos. Además, los profesores podrán también ser favorecidos en el sentido de que podrán ampliar y aplicar una variada gama de recursos de enseñanza en el salón de clase, y con ello fomentar su creatividad y productividad a mediano y largo plazo.

Consideramos también que esta propuesta favorece la presencia de libros de textos enmarcados con contenidos de actualidad y apoyados en corrientes educativas no tradicionales que presenten los temas, ejemplos y ejercicios abordados dentro de contextos propios de nuestra cultura.

Igualmente creemos que esta investigación puede contribuir a desarrollar en los estudiantes de educación media, el interés y despertar la curiosidad por los contenidos de la teoría de conjuntos. Es por este motivo que en el diseño del material didáctico se

pretenden incluir explicaciones, ejemplos y ejercicios de matemática, relacionados con otras asignaturas, con el fin de que los jóvenes dejen de concebir los contenidos de matemática como áreas parceladas de conocimiento, lo que contribuiría en algún modo a darle sentido al contenido teórico matemático.

Asimismo, se espera que con el formato de diseño de la *Guía Didáctica*, las ilustraciones y los tipos de actividades que serán seleccionadas bajo este enfoque, se logre incentivar el estudio de los contenidos conjuntistas, al ser presentados desde una perspectiva amigable, útil y de interés para ellos mismos, ya que podrán resolver algunas situaciones-problema que pueden presentarse en su vida cotidiana.

También puede mencionarse, que este estudio se realiza con el fin de que los estudiantes de segundo año de educación media, conozcan y manejen parte del contenido teórico de la teoría de conjuntos, ya que los mismos han sido prácticamente olvidados en los *pensum* de la educación secundaria, a pesar de que representan un tema básico y clave para la comprensión de otros tópicos matemáticos. Seguramente su comprensión se traducirá en mejores resultados evaluativos y en una mejor formación de ellos como futuros profesionales.

Creemos que con la introducción de materiales didácticos enfocados en la corriente educativa CTS, se da un paso hacia delante en el logro de que los alumnos sean participes y actores principales de su propio proceso de aprendizaje.

En relación a las interrogantes propuestas en el apartado uno de esta investigación consideramos que de ser positivos los resultados obtenidos en relación al rendimiento de los estudiantes, se pudiera tener una primera experiencia de cómo un material didáctico enmarcado dentro de la corriente educativa ciencia tecnología y sociedad, puede contribuir a mejorar el proceso de enseñanza en el área de matemática, lo que redundaría en un nuevo enfoque del diseño de los libros de textos en esta materia.

Capítulo II

Marco teórico

1.- Antecedentes de la Investigación

1.1- Artículo Científico

Revista: Suma (Revista Científica de publicación Española)

Título: Los espacios vectoriales, el amarillo, el rojo y el azul.

Autor: Miguel Ángel Moreno Redondo.

Año de Publicación: Junio de 2.001.

Nº de la Revista: 37

Páginas: 75 – 82

Objetivo. El objetivo de este artículo es de facilitar a los alumnos la comprensión y la memorización de conceptos, teoremas y resultados de los espacios vectoriales mediante una analogía existente entre las propiedades de combinación lineal de vectores y la mezcla de pigmentos de colores primarios.

Población. Este artículo esta dirigido a facilitar el proceso de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes universitarios, así como en un hipotético resurgimiento de este tema en la educación secundaria.

Metodología. Para facilitar la comprensión de los conceptos antes mencionados, el docente debe, establecer una relación biunívoca entre los elementos vector y color, y así como entre combinación lineal y mezcla de colores. Estas relaciones se resumen en el siguiente cuadro de equivalencias:

Terminología formal	Terminología Informal
Espacio Vectorial	Cuadro
E	Meninas
V	El Guernica
Vector	Color
Vectores	Colores
Combinación lineal	Mezcla

Cada término informal gozará de total significado en la construcción de los enunciados.

Posteriormente, el docente debe presentar de manera formal cada concepto y teoremas del espacio vectorial, con su respectivo enunciado expresado en términos de colores. Por ejemplo:

Teorema 1. Sistema linealmente dependiente:

- Dado un sistema de vectores S, decimos que los vectores de S son *linealmente dependientes* si, y sólo si existe un vector de S, que es combinación lineal de los demás.
- Dado un sistema de colores S, decimos que, los colores de S son *linealmente dependientes* sí, y sólo si, existe un color de S que es mezcla de los demás.

Como último paso de este proceso el facilitador debe mostrar una serie de ejemplos que plasmen la utilidad de este nuevo enfoque. Con ello se buscará dotar cada concepto de un significado gramatical propio y sumergirlos en el contexto de los

espacios vectoriales, aclarando a los estudiantes los conceptos matemáticos relativos al tema espacio vectorial. A continuación señalaremos uno de estos ejemplos:

- El amarillo, el azul y el verde no son colores linealmente independientes, pues en particular, el verde se obtiene mezclando el amarillo y el azul.

Aciertos. Los estudiantes logran comprender conceptos abstractos como combinación lineal, sistemas linealmente dependiente e independiente, sistema generador, base y dimensión de un espacio vectorial a partir de los conjuntos de colores.

La utilización de esta línea metodológica, resulta aconsejable sobre todo en aquellos estudiantes con dificultad para abstracción y memorización de los conceptos.

Desaciertos. La explicación con profundidad de los espacios vectoriales, solo tiene cabida en las Licenciaturas de Ciencias y en los primeros cursos de las carreras técnicas, siendo excluida de la asignatura de Matemáticas en las modalidades de bachillerato de ciencias, desapareciendo por tanto, todo planteamiento formal en beneficio de su instrumentalidad y aplicabilidad.

Es pertinente que este enfoque se transmita una vez explicadas todas las definiciones y teoremas en términos matemáticos, pues en caso contrario y sólo a corto plazo, corremos el riesgo que los alumnos reduzcan el conjunto de los distintos espacios vectoriales, a conjuntos visibles o tangibles.

1.2.- Artículo Científico.

Revista: Suma (Revista Científica de publicación Española)

Año de Publicación: Febrero de 2.001.

Título: Concepciones de los alumnos de Secundaria sobre modelos probabilísticos en la secuencia de resultados aleatorios.

Autores: Luís Serrano / Carmen Batanero / J.J. Ortiz / M^a Jesús Cañizares.

Nº de la Revista: 36

Páginas: 23 – 31.

Objetivo. El objetivo de este artículo es promover la enseñanza de una práctica de teoría básica de probabilidades, donde el estudiante primero realice predicciones sobre las posibilidades de obtener diferentes resultados en experimentos aleatorios sencillos, con recursos tales como ruletas, dados o monedas, y luego obtenga y compare estos datos con los datos empíricos conseguidos de estas pruebas. Así como el presentar los resultados de un estudio de las concepciones de dos grupos de estudiantes sobre los modelos probabilísticos que aparecen en las secuencias de resultados que se obtienen en un experimento aleatorio.

Población. Este trabajo esta dirigido principalmente a profesores de matemáticas que ejercen la docencia en institutos de educación media así como en los primeros niveles de educación universitaria.

Para su puesta en práctica, esta investigación se llevó a cabo con una población total de 277 estudiantes españoles de educación secundaria obligatoria, con edades comprendidas entre 14 y 18 años. De estos estudiantes 147 cursaban el primer año de bachillerato y no poseían conocimientos previos de probabilidad, en este primer grupo las edades comprendían entre 14 y 15 años, mientras que el segundo grupo que constaba de 130 alumnos, cursaba el curso de orientación universitaria y había estudiado el curso de probabilidades con un enfoque clásico en el 1º y 3º año de bachillerato siendo su edad de 17 - 18 años.

Problemas:

- ¿Cuáles son las características de las secuencias y distribuciones aleatorias generadas por los alumnos?
- ¿Cuáles de ellas coinciden con las propiedades matemáticas?
- ¿Varían estas características en los dos grupos de alumnos?
- ¿Cuáles son los argumentos que los alumnos usan para considerar una secuencia como aleatoria o no aleatoria?
- ¿Cambian con las variables de tareas de los ítems?

Metodología. Este trabajo se subdivide en 5 ítems. En los cuatro primeros ítems del cuestionario se pide al alumno su opinión sobre si una serie de secuencias son o no producidas por un mecanismo aleatorio, así como las razones en las que se basa su respuesta, con esta actividad se pretende evaluar la capacidad de los alumnos para discriminar modelos matemáticos en las secuencias de resultados aleatorios. En el último ítem, los alumnos deben escribir una secuencia que de acuerdo a su juicio halla sido obtenida mediante un procedimiento aleatorio.

Enunciado: Se pidió a algunos niños que lanzaran una moneda 40 veces y anotaron los resultados obtenidos. Algunos lo hicieron correctamente y otros hicieron trampas. Indicaron C para las caras y + para la cruz. Estos son sus resultados:

María: +++C+CC+++C+CCCC+C+C++C+CC++++CCC+CC+CC.

Daniel: C+C++CC+C+CC++C++CC++C+CC++C+C+C+C+C++C+.

Martin: C+++C++CCC+C+++++C+C+CC+C++CCCC+++C++CCC.

Diana: C+++C++C+C+++C++++CC+++C++C++C++++C+++C+.

A continuación el grupo de estudiantes deben responder las siguientes interrogantes:

Ítem 1: ¿Hizo María trampas? ¿Por qué?

Ítem 2: ¿Hizo Daniel trampas? ¿Por qué?

Ítem 3: ¿Hizo Martín trampas? ¿Por qué?

Ítem 4: ¿Hizo Diana trampas? ¿Por qué?

Aciertos. De acuerdo a los resultados obtenidos se puede ver que la mayoría de los alumnos considera que las sucesiones son aleatorias excepto la 4 que tiene una frecuencia de 12 caras, bastante diferente de la frecuencia teórica esperada. En total 54 alumnos de 14 años y 30 de 17 consideran aleatoria la secuencia del ítem 2, a pesar del sesgo que se introdujo en la longitud de la racha. Este resultado confirma la opinión de Green (1991), (y la cual pretende extender esta investigación) de que para los alumnos es más difícil reconocer las propiedades de las rachas que las propiedades de la frecuencia.

Desaciertos. Una dificultad práctica en este tipo de trabajo de investigación es decidir con seguridad si se cumplen las condiciones teóricas, es decir, que las pruebas sucesivas son realmente independientes y que se realizan en las mismas condiciones.

Por otro lado, las definiciones dadas según *Von Mises* que parten de la idea de que en una secuencia aleatoria se hace imposible encontrar sus reglas o, patrones; y por tanto no es posible predecir sus resultados. Y el otro enfoque debido a *Kolmogorov* que posee una alta complejidad computacional, y por tal motivo, se presentan dificultades en describirla o almacenarla en un ordenador, mediante un código que permita recuperarla posteriormente. Estas dos definiciones muestran la contradicción fundamental subyacente en las secuencias aleatorias, que explica los problemas psicológicos asociados. Por un lado, la aleatoriedad implica que cualquier secuencia de resultados es posible cada vez que realizamos el experimento, pero por otro, sólo las secuencias de resultados sin patrón aparente se consideran verdaderamente aleatorias. Muchos sesgos en la percepción de la aleatoriedad provienen de la aceptación de una de estas dos propiedades y el olvido de la complementaria.

1.3- Artículo Científico.

Revista: Informe Santillana Secundaria.

Año de Publicación: Septiembre de 2.000.

Título: El Uso de los gráficos en la introducción al álgebra.

Autor: Frances Van Dyke.

Volumen: 87.

Nº de la Revista: 6.

Páginas: 427 – 430.

Objetivos.

Los alumnos:

- Asociaran el gráfico adecuado a un enunciado verbal.
- Dibujarán el gráfico que corresponda a un enunciado.
- Interpretarán la información proporcionada por un gráfico de fenómenos de su vida cotidiana tales como un desplazamiento en carretera, un vagón en movimiento que choca contra una pared, etc.

Población. Este artículo está dirigido a profesores de Matemática que dictan cursos a estudiantes pertenecientes a la educación básica.

Metodología. Los primeros cuatro apartados están diseñados para usarse secuencialmente. Aunque en la metodología se recomienda que la información similar a la del apartado 1 debe proporcionarse a lo largo de todo el año.

Los ejercicios del primer apartado plantean a los alumnos problemas en los que debe relacionar un gráfico con su descripción invitándoles a los alumnos a seleccionar el gráfico que concuerda con el enunciado propuesto.

Se recomienda comenzar por ejemplos sencillos de forma de ayudar a los alumnos a entender por ejemplo como la velocidad puede representarse en función del tiempo. Seguidamente describese distintas situaciones reales como fuente generadora de ejemplos en esta investigación se cita como ejemplo problemas relacionados con la autopista.

En el segundo apartado se propone la entrega a los alumnos de un gráfico donde se trabaja con el factor escala. Gráficos relacionados con el concepto de pendiente se incluyen en este apartado. En el desarrollo de la sesión el profesor puede estimularles a que piensen sobre la altura del gráfico una vez que ha pasado una unidad de tiempo, después que han pasado dos y así sucesivamente.

Una vez que los alumnos han aprendido a identificar y asociar gráficos correctamente pueden empezar a dibujarlos ellos mismos, es por esto, que en el tercer apartado se le solicita a los alumnos que escriban algunas frases explicando sus gráficos eso les permite concentrarse en ese gráfico específico y a organizar sus ideas.

Finalmente, en el apartado cuatro tras aprender a identificar y crear gráficos, los alumnos estarán preparados para interpretarlos es por ello que se plantean problemas relacionados con este tópico.

Pedagógica. Dedicar tiempo a los gráficos en este nivel ayudará a los alumnos a alcanzar los objetivos propuestos en el currículum en lo que a funciones se refiere: una función puede describirse de forma verbal, con una fórmula algebraica, como una tabla de entrada y salida de datos o por un gráfico. Los alumnos necesitan trabajar con todas estas representaciones y moverse de una a otras.

Materiales. Hoja de actividades, papel cuadriculado, un programa de ordenador que puede usarse como complemento.

Prerequisitos. Los alumnos deben conocer las coordenadas del plano y tener experiencia en localizar puntos y dibujar líneas en contextos de análisis de datos.

Acertos. En este trabajo, se presenta a los profesores la importancia del desarrollo en las clases de matemática de la interpretación de gráficos y del uso de éste para hacer predicciones, como habilidad que todos los alumnos deben desarrollar.

Estudios previos han demostrado que la mayoría de los alumnos tienen problemas en escribir correctamente las ecuaciones correspondientes a un determinado enunciado verbal. Dibujar el gráfico correspondiente a un enunciado verbal se puede traducir en un buen ejercicio intermedio que conduce a los alumnos a desarrollar el pensamiento abstracto.

En este trabajo se hace énfasis en que no siempre existen fórmulas algebraicas simples para representar los modelos del mundo real mientras que tales relaciones si pueden ser representadas mediante un gráfico. Adicionalmente, se subraya el hecho de que en la mayoría de los casos los alumnos no son capaces de ver que un gráfico y su correspondiente expresión algebraica representan el mismo conjunto de puntos. Las dos representaciones le suelen parecer tan diferentes que la íntima conexión existente entre ellas se pierde.

1.4- Artículo Científico.

Revista: SUMA (Revista Científica de publicación Española)

Año de Publicación: Febrero 2.001.

Título: Experiencias Didácticas de Matemáticas con Internet

Autor: Hernández Isla Jesús Ángel.

Nº de la Revista: 36

Páginas: 57 – 65

Objetivo. Este artículo tiene como objetivo facilitar y actualizar las prácticas de los docentes de Matemática de distintos niveles presentando información sobre distintos tópicos y contenidos matemáticos que se encuentra disponibles en la red, tales como, aplicaciones, software, ideas y recursos didácticos, además de algunas direcciones electrónicas (Páginas Web) en la que los que los profesores, estudiantes e interesados pueden acceder con el fin de orientar de forma diferente y novedosa las sesiones de clase.

De la propuesta de los investigadores también se puede observar la iniciativa de promover la participación de estudiantes y profesores en proyectos independientes o colaborativos que contribuyan a la solución de los problemas de su entorno.

Igualmente puede decirse que los autores buscaban fomentar en los docentes la implementación de prácticas en la que se estimule la participación de los estudiantes con otras comunidades de profesionales por medio de *newgroups* electrónicos.

Se enfatiza la necesidad de incorporar a los sistemas educativos de los países de habla hispana, el manejo de innovaciones tecnológicas e informáticas con el objeto de permitir el acceso universal a la información.

Este tipo de experiencia ha sido diseñada principalmente con la finalidad de presentar una sesión de clase en la que el alumno no sólo sea visto como un receptor pasivo de información sino que éste se involucre y sea capaz de corroborar, por sí mismo, algunas de las afirmaciones que son presentadas por ejemplo, en los diarios de circulación nacional, tales como: medias de vida de la población, gasto medio trimestral, índice I.P.C., aumento del impuesto al valor agregado, etc., y poder así, contrastarla con la aportada en las páginas Web de los organismos oficiales de esta forma se busca fomentar un ambiente interactivo y dinámico a través del uso de la tecnología valiéndose de informaciones cotidianas que rodean la realidad del alumno.

Población. Este artículo va dirigido a docentes, de la asignatura de Matemáticas de diferentes niveles. Tomando en cuenta los contenidos presentados en el mismo, este se adapta en el caso de nuestro país a ser aplicados a alumnos de los institutos de educación media y diversificada.

En este mismo *paper* se da a conocer la existencia de programas interactivos dirigidos a estudiantes y docentes de nivel de bachillerato (secundaria) de la escuela española pero debido a las similitudes de estos contenidos con los programas educativos nacionales son perfectamente adaptables a los mismos niveles de la educación venezolana.

Marco Pedagógico. Consideramos que la corriente adoptada por el investigador del artículo presentado se enmarca dentro de un aprendizaje a través de la experiencia, es decir, educar para el crecimiento individual de la persona a través de un proceso de construcción de su experiencia. Es decir, que la teoría va surgiendo de la interpretación que le dan los alumnos y donde son ellos, los que deben reconocer y

buscar el conocimiento. Esto puede lograrse desarrollando una práctica donde no se conciba esta ciencia como un grupo de conocimientos aislados que solo pueden manejarse dentro de la escuela sino que, más bien, esos conocimientos serán los que más tarde les permitirán desarrollarse como profesional.

De acuerdo con esta corriente se busca revolucionar las prácticas tradicionales de enseñanza de la matemática utilizando nuevos recursos, como lo es el uso del computador en el aula, además de esto, se estimula el uso de la tecnología con fines netamente prácticos que contribuyen al estudio de la sociedad, es decir, emplear los conceptos y recursos matemáticos para ser aplicados a distintas áreas como lo son la economía, la estadística, así en el artículo se estimula el uso de Internet en la geografía para el cálculo de las proyecciones intercensales, cálculo de poblaciones, proyecciones demográficas y posteriormente comparar los resultados obtenidos por el estudiante en su investigación con los datos presentados en un artículo periodístico a fin de determinar la veracidad de dicha información.

Carácter. El carácter de esta investigación es Teórico-práctica, ya que con el tipo de práctica que proponen los autores, se inducirá a la reflexión, interpretación, comprensión y comparación de los estudiantes, de los resultados obtenidos en la clase (de laboratorio de máquinas), y la información suministrada por el artículo periodístico escrito en el diario.

Aciertos. Como algunos aportes pueden mencionarse:

La divulgación, organización y clasificación de páginas interactivas, las cuales permiten actualizar al docente y poner en práctica innovadores recursos didácticos, contribuyendo con esto a mejorar su trabajo en el aula. Asimismo, se propone crear una cultura de consulta, búsqueda y capacitación tanto por parte del docente como del estudiante.

En lo que concierne al estudiante, esta nueva visión estimula al estudiante a desarrollar y llevar a cabo nuevas formas de prácticas educativas, en donde ellos también son protagonista, es una invitación a que los alumnos asuman un papel activo y participativo en su proceso de aprendizaje.

Desaciertos. Consideramos que para llevar a cabo esta propuesta educativa en el área de la ciencia matemática puede presentarse las siguientes limitaciones:

- El alto costo de los equipos para realizar las prácticas en laboratorio adecuados con tecnología sofisticada y conexión Banda Ancha con acceso a Internet.
- De igual forma, sería necesario instruir a los estudiantes en el manejo de algunos paquetes informáticos comerciales como es el caso de *Excel*.
- También sería necesario tomar en cuenta que la puesta en práctica de dichos enfoques tecnológicos implicaría duplicar, en el mejor de los casos, las sesiones de clases de matemáticas que reciben los alumnos, ya que previamente sería necesario realizar un trabajo teórico donde se explique los contenidos que serán puestos en prácticas en las sesiones de laboratorios, así como también duplicar el número de asignaciones ya que deben corregirse tanto las actividades en el aula de clase teórica, como las asignadas en el computador.

- Debe tenerse mucho cuidado en la escogencia y graduación de los temas y los niveles de estos, así como, en la resolución de problemas. Para ello debe diseñarse y elaborarse las prácticas de menor a mayor grado de dificultad, de forma que permita que cada grupo, independientemente de las destrezas que tengan, obtenga conclusiones.
- Igualmente puede representar un obstáculo el hecho de que debido a lo elevado de alguno de los precios de estas herramientas tecnológicas, solo algunos alumnos, podrán reforzar este aprendizaje en el hogar donde pueden practicar de forma interactiva ó realizar ejercicios asignados por el docente, lo que ocasiona que el alumno solo podrá interactuar con estas en el aula o en el laboratorio de máquinas.
- Debido a que muchos de los programas que alimentan estos equipos tecnológicos (software) son recientes las versiones que llegan al país aún no han sido traducidos a nuestro idioma lo que puede representar una limitación para los estudiantes de este nivel.

Resultados. Cabe destacar que en este artículo no se informan sobre los resultados de las puestas en prácticas en centros educativos reales, ni de información cualitativa o cuantitativa de los resultados. No aparecen digamos índices de promedios de notas, resultados de exámenes, de avances en la comprensión de temas o adelantos en resolución de problemas. Pensamos deben existir registros de estas valores pero como se mencionó anteriormente, el artículo tiene finalidad divulgativa, no se han incluido estos resultados.

1.5.- Artículo Científico.

Revista: UNO.

Título: La matemática en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas.

Año de Publicación: 1997.

Nº de la Revista: 12.

Páginas: 17-28.

Autor: López L. Marta B.

Objetivo. Desarrollar en los estudiantes a partir de los contextos, habilidades, capacidades de cálculo, de razonamiento, de estrategias y de análisis crítico, que les permitan resolver diversidad de problemas que se les presenten en sus vidas.

Población. Propuesta pedagógica recomendada a docentes del área de matemática que dictan cursos entre los niveles de primer y quinto año de educación media y diversificada.

Metodología. La implementación de esta práctica parte del principio de que se debe romper con algunas reglas implícitas que están estipuladas generalmente en las clases de matemáticas tales como:

- Sólo el profesor o la profesora hacen preguntas.
- El profesor o la profesora conocen todas las respuestas.
- Repetir una pregunta significa que la respuesta es incorrecta. Por lo tanto, es necesario diseñar nuevas acciones didácticas para intentar que el alumno sea el protagonista de su propio aprendizaje y no meramente el receptor.

En el inicio de la sesión el docente debe plantear a los estudiantes situaciones relacionadas con la vida real, y sin dar la solución, se debe potenciar las discusiones en el aula.

Se debe aprovechar los conocimientos previos que tienen los estudiantes para que piensen métodos que les permitan resolverlos aunque se les presenten algunos inconvenientes, y las soluciones que irán apareciendo de ellos no serán en general las utilizadas en la clase de matemática.

Lo importante en esta práctica es que los estudiantes constaten que pueden hallar por sí mismos, distintas posibilidades de resolución.

En este tipo de actividad el docente debe actuar como conductor de la discusión en lugar de como participante, de forma que los alumnos y alumnas se sientan protagonistas y no sólo receptores pasivos de su aprendizaje.

En el ejemplo citado por el autor se plantea la experiencia en la que se debe hallar una aplicación de los teoremas teóricos abordados en clase por ejemplo en la construcción de un taquímetro (aparato que se utiliza para medir la distancia entre dos puntos accesibles y visibles mutuamente, pero que no es posible realizar directamente), debe emplearse los resultados provistos por el teorema de Thales.

En esta experiencia se debe fomentar la práctica con la utilización de aparatos de medida convencionales y la aproximación que hay que dar al resultado después de realizar todos los cálculos. Para ello se presentara a los estudiantes la siguiente situación:

Se desea conocer la distancia que hay entre dos puntos del borde de un lago y queremos buscar métodos que nos resuelvan el problema. Pensar cómo lo podrían hacer.

Otra situación que se considerará es la realización de un sondeo que nos permita hacer un estudio sobre la intención del voto de una población en las elecciones, tanto municipales, como estatales (para compararlo con los distintos medios de comunicación y finalmente con los resultados obtenidos).

Para iniciar la discusión en clase han de presentarse toda una serie de preguntas como:

¿Cuál será la pregunta que haremos?

¿Cómo realizamos el recuento de las respuestas?

¿En qué momento y en qué lugar realizaremos el sondeo?

¿Sería representativo si el sondeo lo realizáremos en un solo barrio?

¿Hemos de entrevistar el mismo número de personas en cada barrio?

Se les entregará a los estudiantes una fotocopia de una publicidad aparecida en un diario de circulación nacional, para que la examinen atentamente y realicen comentarios que crean oportunos.

Posteriormente se les realizarán preguntas adecuadas como:

¿Compararon los porcentajes de audiencias con la longitud de las barras correspondientes?

Aciertos. Como aporte de esta investigación se puede plantear el que los docentes deben comenzar a considerar en el aula de clase los entornos que rodean la vida de los estudiantes como parte del proceso de enseñanza - aprendizaje, debido a que el aprendizaje aplicado al contexto despierta en los estudiantes motivación e interés por lo que se le está enseñando. Asimismo, pueden ayudarlos a comprender porque las matemáticas son útiles y necesarias, contribuyendo a que los estudiantes entiendan el modo en que se emplean las matemáticas en la sociedad y la vida cotidiana.

Otra razón para utilizar los entornos reside en que los propios estudiantes aprenden a usar las matemáticas en la sociedad, además de descubrir qué las matemáticas son relevantes para su educación y futura profesión.

Los entornos pueden estimular la creatividad de los estudiantes, impulsarlos a emplear estrategias informales y de sentido común. Al afrontar un problema presentado en contexto, los estudiantes desarrollan la capacidad de analizar dicho problema y organizar la información.

Desaciertos. Una de las tareas difícil en la planificación de la enseñanza de matemática basada en este enfoque radica en encontrar un contexto que funcione.

1.6.- Artículo Científico

Revista: SUMA

Título: Las gráficas de la prensa.

Año de Publicación: 2001.

Nº de la Revista: 37

Páginas: 111-112

Autor: Fernando Corbalán.

Objetivo: El que los docentes eduquen eficazmente a los alumnos y alumnas en todos los aspectos concernientes al tema de gráficas a fin de que puedan detectar los errores y fallas presentes en la diagramación de los gráficos presentes en distintos medios y en particular en la prensa, descartando así informaciones que puedan ser alteradas.

Población. El artículo esta dirigido a docentes de matemáticas que dictan cursos en institutos de educación media.

Metodología. Proporcionar al estudiante un dossier con tipos variados de gráficos (en el que se incluyen y omiten errores) junto con una guía para detectar y corregir los errores de los mismos. Esta última contiene los siguientes aspectos:

1.- Estudia con atención la gráfica para ver si entiendes a qué se refiere y qué fenómeno representa. Observa las unidades, los puntos destacados, la unión entre ellos, si las variables son continuas o discreta. Si no estas muy seguro de entenderla, coméntala con algún amigo o guárdala para cuando estés más entrenado.

2.- No consideres de entrada que la gráfica es correcta. Mírala detenidamente para ver si encuentras alguna incorrección. Puede ser, entre otras, de los tipos siguientes: uniones de puntos por segmento; distintas unidades en el mismo eje; que no aparezcan ninguna unidad en alguno de los ejes; que la suma no sea 100 cuando hay porcentajes; que no haya relación entre las medidas y los sectores que las representan, que no haya relación entre la longitud de las barras y las magnitudes que representan; que no sean proporcionales las medidas de los pictogramas y las magnitudes que representan.

3.- Si detectas algún error en la gráfica, hazla de nuevo y corrígelo.

4.- Si consideras que alguna gráfica sobre un mismo fenómeno (en el mismo o en diferentes periódicos), estudia las concordancias o discordancias entre ellas, tanto en los datos como en la forma.

5.- Estudia las concordancias o discordancias entre la información que proporcionan los titulares o el texto de la noticia y la que da la gráfica.

Aciertos. La abundancia de información en los distintos medios se ha convertido en uno de los problemas actuales. Este fenómeno ha ocasionado que la selección y transmisión de la información sea transmitida con la mayor economía posible. Las gráficas nos permiten solventar estos tipos de inconvenientes, ya que, por medio de ellas se pueden expresar de forma rápida una gran cantidad de información en poco espacio.

En el contexto educativo el dominio de la decodificación de los gráficos por parte de los estudiantes, les permite no sólo detectar los errores presentes en los diarios entregados por el profesor en el aula de clase, sino que los convierte en personas

críticas capaces de corregir y la innumerable información con que a diario somos bombardeados desde distintos medios de comunicación.

Desaciertos. Uno de los motivos por los cuales los estudiantes a nivel de educación media aún no logran comprender bien los gráficos y su decodificación, a pesar de que este contenido se les presenta con mucha regularidad en sus clases de matemática, se debe a que los docentes se han limitado a conocer los números, las operaciones y algunas nociones aisladas de otras partes de las matemáticas, pero no han puesto en práctica estos contenidos en el aprovechamiento de eventos de la vida diaria.

Muchos docentes al momento de explicar las gráficas dan por sentado que los estudiantes las comprenden debido a que este tema ha sido abordado en cursos anteriores. Esta actitud presente en la gran mayoría de los profesores, es en parte causante de que los alumnos no estén capacitados efectivamente, en lo referente a la interpretación de las informaciones que a diario se nos presenta a través de un gráfico.

Las gráficas suponen un código sofisticado, delicado de entender, cuya comprensión hay que entrenar dedicándole tiempo y haciéndolo de forma planificada (como casi todo lo que tiene que ver con la enseñanza que queremos que tenga un efecto duradero). La forma actual de abordar la matemática no ha presentado a los estudiantes una forma alternativa de aprenderlas es por este motivo y por las deficiencias antes descritas que se propone el siguiente trabajo.

1.7.- Artículo Científico

Libro de Texto: Editorial Santillana.

Título: Matemática 7.

Año de Publicación: 2002.

Autores: Suárez Estrella y Durán Cepeda.

Páginas. 1 – 240.

Objetivo: Presentar los contenidos matemáticos de manera distinta y relacionarlos directamente con los fenómenos que rodean la realidad de los estudiantes. Asimismo, se busca crear un ambiente donde el estudiante por sí mismo, intente responder a distintas inquietudes que se le presentan.

Acercar y conocer la matemática a los estudiantes de bachillerato de forma más amena presentándola como una herramienta que permitirá abrir nuevos caminos hacia la comprensión, el entendimiento y resolución de los problemas prácticos de la vida.

Igualmente en este libro de texto (*Matemática 7*) se presenta un conjunto estructurado de contenidos, actividades y juegos didácticos que le permitirán al estudiante perfeccionar y sistematizar algunas de sus habilidades y destrezas como el cálculo numérico, el trazado de figuras geométricas, la resolución de problemas, el tratamiento de la información, etc.

De acuerdo con este planteamiento la matemática no es un cuerpo de conocimientos desconectados de la experiencia diaria, sino una de las tantas formas con que cuenta la persona para entender su entorno, para organizarlo y sacar provecho de él.

Diseño. El libro de texto ha sido dividido en 18 unidades, en cada unidad se desarrollan varios objetivos del programa oficial. Desde el punto de vista del diseño cada unidad consta de cinco partes las cuales se presentan a continuación:

1.- Página Inicial.

En las páginas iniciales se exponen el número, título y contenido de la unidad que se desarrollará, así mismo se presentan imágenes y textos motivadores que le dan entrada al tema a desarrollar y que están ligados a la realidad del alumno. Al final de esta misma sección se encuentra un apartado referido a preguntas que guardan relación con la imagen y texto presentados.

Seguidamente se dedica una amplia sección a la explicación del contenido propuesto, y el que es presentado en un lenguaje sencillo y de fácil acceso a los estudiantes de este nivel.

2.- Página de Desarrollo de los Temas.

Cada página de desarrollo de los temas, presenta la siguiente información:

- Número y título del tema.
- Contenidos conceptuales y procedimentales del tema: estos están expuestos a través de textos, ejemplos, tablas, etc. Como ayuda didáctica se presenta recuadros de colores variados donde se aprecian ejemplos de las definiciones previamente citadas.

- Sección de lengua y matemática: para aclarar el significado de algunos términos matemáticos.
- Sección Piensa: esta consta de una actividad de agilidad mental.
- Textos estructurados y organizados para facilitar su comprensión.
- Actividades: se encuentran numerosas e interesantes actividades por tema.
- Sección recuerda: se intenta reforzar a través de una breve explicación acompañada de un ejemplo alguna definición básica del contenido tratado.

3.- Página de Ejercicios y Problemas.

Al final de cada unidad se localiza un conjunto de ejercicios y problemas propuestos, con el propósito de que los estudiantes cuenten con actividades que les permitan repasar, ejercitar y profundizar los contenidos de la unidad en los que se hallan problemas de distinto grado de dificultad algunos de ellos acompañados de una figura que motiva al alumno a relacionar esa pregunta con contextos de su vida diaria y no como una abstracción cuyo interés es puramente teórico.

Otros tipos de problemas que se proponen en esta parte de la unidad son los que denominan activa tu ingenio, la cuales son actividades retadoras que estimulan el desarrollo del pensamiento lógico matemático de los estudiantes.

4.- Recuerda lo más importante y curiosidades matemáticas.

Al final de cada sección se encuentra un área llamada *Recuerda lo más importante* donde se hace una síntesis de los conceptos más importantes de los temas que conforma esa unidad. Adicionalmente, se incluye otra área denominada *Curiosidades Matemáticas* la cual ofrece, hechos y situaciones curiosas desde un punto de vista matemático, así como anécdotas de la historia de la matemática. La mayoría de estas actividades son presentadas como matemática recreativa lo que le concede carácter lúdico en lugar de una asignación.

Cabe destacar que a lo largo del texto se encuentran tres juegos, que estimulan la activación de mecanismos mentales de distintos ámbitos.

5.- Solucionario.

Sección ubicada en la parte final del libro en las que se dan las respuestas a los problemas y ejercicios propuestos, de cada una de las unidades.

Metodología.

En este trabajo se propone una metodología, en la cual, se concibe el libro de texto desde el enfoque del aprendizaje estratégico. Esta metodología consta de distintas fases, las dos primeras se enfocan en el procesamiento del contenido, las dos últimas abordan el proceso de transferencia y práctica de los aprendizajes. Esta propuesta contribuye a la renovación de la calidad pedagógica de los libros de texto, por cuanto integra el procesamiento de contenidos con la reflexión sobre procesos implícitos, combinando la lectura con la escritura y puede repercutir en la actualización del profesorado.

El diseño didáctico de esta propuesta se ha elaborado un marco teórico con el que se pretende dar respuestas pertinentes a las actuales demandas. Algunos componentes de este marco teórico están enfocados en corrientes como el constructivismo, el sociocultural y el C.T.S. que se apoyan a su vez en conceptos como aprendizaje estratégico y cambio conceptual. En este plano teórico hay una amplia aceptación, las

dificultades y discrepancias se manifiestan en la instrumentación pedagógica y en la valoración de los resultados de las investigaciones inspiradas en estos conceptos.

Aciertos. Los materiales educativos tienen un papel fundamental en la concreción del currículo y, dentro de éstos, el libro escolar, libro de texto o manual escolar es uno de los que tiene un uso más frecuente en la educación formal. De acuerdo con algunos autores los materiales educativos son cualquier instrumento u objeto que pueda servir como recurso para que, mediante su manipulación, observación o lectura se ofrezcan oportunidades de aprender algo, comunican contenidos para su aprendizaje y contribuyan a estimular y dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje, total o parcialmente.

En esta obra, se concibe el libro de texto como un material impreso, estructurado, destinado a utilizarse en un determinado proceso de aprendizaje y formación que puede desempeñar el papel de manual en la medida en que esté integrado de manera sistemática a un proceso de enseñanza y aprendizaje.

Como acierto consideramos, que este libro texto es un primer y exitoso avance hacia la implementación de prácticas de matemática donde se tome en cuenta el entorno de los estudiantes, facilitando igualmente a los docentes de un recurso didáctico que pueda poner en práctica de forma de estimular la integración de los estudiantes al dominio de esta área del conocimiento. También creemos que este libro se sustenta en el enfoque CTS ya que presenta una gran cantidad de recursos didácticos que este enfoque propone.

Propuesta Pedagógica. Este libro de texto ha sido diseñado para el área de Matemática de acuerdo con los lineamientos curriculares actuales del área. Es una estructura que integra cinco tipos de pensamiento matemático: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional. Contiene actividades que desarrollan los procesos generales de planteamiento y resolución de problemas, así como, competencias y textos que permiten al estudiante relacionar la Matemática con su entorno.

1.8.- Artículo Científico.

Libro: Texto.

Título: Métodos de Graficación.

Año de Publicación: 2000.

Páginas: 1 – 270.

Autor: Dr. Pedro Alsón.

Objetivo: El objetivo de esta guía didáctica, es exponer de forma resumida algunos conceptos teóricos que inmediatamente serán desarrollados por el estudiante a través de ejercicios eminentemente prácticos ó de aplicación hacia los gráficos. En cada ejercicio se proponen diferentes planteamientos en los que el alumno debe poner en marcha los conocimientos adquiridos en la sección previa y proponer el gráfico que corresponde a las condiciones dadas.

Población. El artículo esta dirigido a docentes que dictan cursos en los primeros semestres/trimestres en las cátedras de Matemática de las diferentes especialidades científicas como de aplicación a la Ingeniería, Arquitectura, o carreras técnicas y que quieran desarrollar un trabajo práctico-teórico.

Metodología. Esta guía didáctica se inicia con la identificación y definición del tema a tratar seguidamente, se exponen las propiedades del tópic a desarrollar con la particularidad de que estas son presentadas a través de un ejemplo gráfico que viene acompañado de un breve comentario, y que ilustra al estudiante de los detalles que debe considerar en el momento de realizar, por sí mismo, el ejercicio, así se tiene:

- *El cerrado incluye los extremos.*
- *El abierto no incluye los extremos.*

A continuación, puede aparecer un cuadro-práctico que debe ser completado por el estudiante de acuerdo a la información solicitada. Estas respuestas pueden ser de orden práctico o teórico, es decir, puede solicitársele que complete con números, gráficos de curvas o sencillamente enunciar la propiedad que presenta la curva-ejercicio propuesta.

Desde la primera sección se inicia al estudiante con el trabajo gráfico y en el que aparecen por ejemplo, 6 (gráficos/Pág.) con el siguiente enunciado:

Complete con una curva que cumpla con las especificaciones, cuando no se especifique donde es creciente o positiva o acotada... se sobreentenderá que es sobre todo el dominio.

Estos gráficos deben ser completados, sólo con una curva, que satisfaga las condiciones exigidas, este tipo de ejercicios en muchos de los casos no obedecen a única solución sino que pueden presentar más de una respuesta.

Para comodidad del practicante, la guía incluye un espacio destinado a los ejes cartesianos coordinados y delgadas líneas horizontales y verticales que hacen las veces de papel milimetrado y que le permiten orientarse en el momento de su trabajo.

Otra variante empleada por el autor es presentar la curva y solicitar al alumno, ó alumna que especifique en el espacio destinado para ello, las características que presenta la curva-trabajo. Ejemplo:

De acuerdo a la curva dada indique ¿Cuál es su dominio, su rango, es creciente, es acotada y en que intervalo?

En secciones más avanzadas encontramos luego de presentada una sesión de ejercicios/gráficos donde el estudiante debe dibujar una curva que cumpla con una serie de requerimientos, un segundo apartado relacionado directamente con el anterior y en el que se proponen preguntas que involucran el trabajo/gráfico previo por ejemplo:

¿En cuales de los recuadros dibujados por ti, solo una de las dos curvas tiene punto de corte con el eje x?

Al final de algunos capítulos se ubica una sección destinada a las conclusiones de los resultados obtenidos en ese capítulo, que puede ayudar a los estudiantes a recordar los aspectos principales de los temas tratados.

En las secciones donde el contenido a explicar presenta un grado mayor de dificultad, el autor las subdivide gradualmente en varias etapas. Si por ejemplo, se está trabajando con la transformación de una curva, el autor en su explicación presenta gráficos parciales de la misma, donde se ilustra los cambios que se van generando en la curva a medida que una cierta función le es aplicada. Cada una de estas variantes, son debidamente identificadas y acompañadas de una breve explicación donde se detalla las cantidades que intervienen en dicho proceso de modo de orientar al estudiante de los cambios sucedidos.

Adicionalmente, el autor incluye cuadros de diálogo donde se advierte de determinadas tareas que pueden ayudar en el desempeño del estudiante, por ejemplo:

Nota: *Generalmente buena parte del proceso de multiplicar curvas puede efectuarse mentalmente permitiendo dibujar la curva producto sobre el mismo recuadro donde aparecen las curvas factores.*

Cuando así es requerido, al inicio de un capítulo el autor propone un apartado en el que combina una sesión teórica con “diagramas de flujo” que permiten observar cada nivel del proceso de variación de una cantidad, para ello, se vale de cuadros y figuras elípticas. Los cuadros simbolizan “teclas” que generaran las transformaciones que se desean efectuar a una cantidad y la cantidad obtenida o “resultante” de la transformación debe ser colocada en la figura oval. Este proceso continuo, consta de varias transformaciones sucesivas que le dan carácter de sistema.

Cabe destacar que al desarrollar la parte teórica se utiliza un lenguaje sencillo propio de ese nivel y las instrucciones a realizar son muy bien detalladas, de forma que el estudiante comprenda rápidamente lo que se le solicita.

Como ejemplo de aplicación, se encuentran a lo largo de la obra, problemas relacionados con la física, específicamente en el área de circuitos eléctricos en los que en la práctica, se puede requerir de un gráfico que relacione –digamos- la *intensidad* de la corriente eléctrica, en función de la *resistencia*. Para una mayor contextualización del tema se incluye además las ecuaciones que relacionan ambas variables. El estudiante en este caso, deberá elegir cual de ellas representa la variable dependiente, independiente y la relación gráfica entre ambas. Con esta actividad se busca que el estudiante se de cuenta de que estos gráficos no solo poseen utilidad teórica sino que puede encontrarse en innumerables aplicaciones.

Aciertos. Esta guía didáctica recoge muchas de las discusiones y aspectos que internacionalmente se han planteado como necesidad para mejorar la enseñanza de la matemática y que intenta introducirla no sólo desde el punto de vista teórico sino desde un enfoque práctico de forma de contribuir a mejorar los problemas que aquejan nuestras actuales sociedades.

Se propone aquí, un libro texto que intenta capacitar al estudiante a través de la ejercitación y a medida que éste se va encontrando con las dificultades propias de cada problema: indague, ensaye, consulte con sus compañeros, compruebe sus errores, y se de cuenta también de sus aciertos. Esta obra inspirada en los conceptos franceses de educación en matemática evita congestionar el alumno de teoremas, lemas, demostraciones, ejercicios numéricos que consideramos también importantes y necesarios, pero que pueden ser introducidos en un nivel más avanzado y no en el primer semestre de un curso universitario en el que el estudiante debe además superar un proceso de adaptación.

Esta labor teórico-práctica tiene gran recepción en la comunidad de estudiantes ya que les permite trabajar gradualmente sus conocimientos y están inspiradas en la consulta con el docente y con el preparador.

Desaciertos. Creemos que puede continuarse este concepto y diseño a otros niveles de la educación matemática ya que existen en el pensúm de distintas carreras otros niveles de la asignatura *matemática* y si el estudiante se entrena desde la perspectiva de esta propuesta pedagógica debería continuarse con esta labor de forma de continuar con el trabajo realizado.

2.- Marco Teórico.

2.1.- Los orígenes del movimiento CTS.

Las sociedades del siglo XX heredaron de sus antecesoras la confianza ilimitada en la ciencia y la tecnología como las primeras y principales causas del progreso social (Punto de vista que ha servido para fundamentar las ideologías cientista y tecnocrática). Como consecuencia de esta creencia se han presentado variados y numerosos excesos tecnológicos y científicos que ha conllevado a un sentimiento de temor en los ciudadanos de los diferentes países ante por ejemplo, el ilimitado desarrollo de armas bélicas de última generación y de la presencia de residuos que aumentan la contaminación del ambiente. Este proceso de maduración de las sociedades, ante esta problemática, generó a su vez una fuerte crítica contra estas investigaciones, reforzándose así las posiciones anticientíficas y antitecnológicas. En la actualidad los representantes de ambas áreas, así como sus principales críticos han intentado permitir la coexistencia de ambas visiones, a veces de forma poco pacífica. No obstante, también ha surgido un consenso creciente por el cual se admite que la ciencia y la tecnología nos proporcionan numerosos y positivos beneficios y también traen consigo, impactos negativos, algunos de ellos imprevisibles. Tanto unos como otros reflejan los valores, perspectivas y puntos de vista de quienes están en condiciones de tomar decisiones relacionadas con los conocimientos científicos y las tecnologías.

Existe un consenso acerca de que los avances científicos son necesarios, ya que es a través de ellos que se ha logrado transformar la naturaleza y satisfacer muchas necesidades humanas, sin embargo, sus riesgos han planteado trascendentales interrogantes éticas y legales. Uno de los desafíos actuales más importantes es conciliar la ciencia y la tecnología orientada hacia la innovación productiva con la preservación de la naturaleza y la satisfacción de necesidades sociales. El mundo de hoy es un mundo de beneficios y amenazas globales, así como de profundas desigualdades en la distribución de la riqueza, los costes ambientales y la apropiación del conocimiento científico.

En este ambiente social emerge la educación CTS como una innovación del currículo escolar (Acevedo, 1996a, Vázquez, 1999), de carácter general, el cual propone como primer paso el desarrollo de la alfabetización en ciencia y tecnología de toda la población, esto es, una nueva visión centrada en la formación de actitudes, valores y normas de comportamiento respecto a la intervención de la ciencia y la tecnología en la sociedad, así como de esta última, en las primeras, con el fin de ejercer responsablemente nosotros como docentes y ellos como ciudadanos en el poder que representa, el tomar decisiones razonadas y democráticas en nuestras sociedades y nuestros países. Desde este punto de vista, el CTS representa una opción educativa transversal (Acevedo, 1996), que da prioridad, sobre todo, a los contenidos actitudinales (cognitivos, afectivos y valorativos) y axiológicos (valores y normas).

Desde la perspectiva de la dimensión cognitiva de lo actitudinal, la educación CTS pretende también una mejor comprensión de la ciencia y la tecnología en su contexto social, incidiendo en las interrelaciones entre los desarrollos científico y tecnológico y los procesos sociales. Así pues, los estudiantes deberán adquirir durante su educación algunas capacidades para ayudarles a interpretar, por lo menos de forma general,

posiciones encontradas y controvertidas, relacionadas con los impactos sociales de la ciencia y la tecnología y con la calidad de las condiciones de vida en una sociedad, cada vez más dependiente de la ciencia y de la tecnología.

En los orígenes del movimiento CTS hay distintos factores provenientes de diferentes direcciones (Sanmartín y Luján, 1992) que, no obstante, tienen en común la pretensión de comprender mejor la dimensión social y organizativa de la ciencia y la tecnología. Entre éstos destacan:

- La necesidad de gestionar los grandes laboratorios industriales, militares y centros de investigación y desarrollo, asociados a la ciencia y la tecnología de alto nivel.
- La creciente necesidad de una conciencia crítica respecto a los efectos negativos de la ciencia y la tecnología.
- La necesidad de creación de instituciones y formación de expertos en política científico-tecnológica y evaluación de tecnologías.
- La aparición de investigaciones, sobre todo desde la sociología del conocimiento, que cuestionan la imagen tradicional de la ciencia y la tecnología como actividades aisladas del contexto social, político y económico.

Los programas pioneros STPP o SEPP bases de este paradigma surgieron en los años cincuenta, desde el interior de las propias comunidades científicas y tecnológicas con gran prestigio mundial, como el MIT, con la finalidad de dar respuesta a las necesidades de organización y gestión de la tecnología y ciencias asociadas a los grandes proyectos de investigación científica y tecnológica (durante la II Guerra Mundial). Sin embargo, el movimiento CTS tuvo también como otro de sus antecedentes el componente crítico de las sociedades hacia la ciencia y la tecnología, heredado de algunos importantes acontecimientos sociales acaecidos durante los años sesenta: el temor a la energía nuclear, el desprestigio de la guerra de Vietnam, etc.

Los programas CTS constituyeron en su origen, hacia el inicio de los setenta, tanto una extensión de los programas STPP, como una respuesta a las influencias externas a la ciencia y la tecnología, con aproximaciones culturales a las mismas desde la historia y la sociología de la ciencia y de la tecnología, la economía y la psicología industrial y, en menor medida entonces, de la filosofía de la ciencia. El resultado fue el doble carácter de los estudios CTS, que fueron abordados bien desde las ciencias sociales con el fin de hacer más conscientes a los científicos del contexto social en el que trabajaban, bien desde las ciencias experimentales y la tecnología para proporcionar una mayor comprensión pública de éstas y cómo pueden contribuir a la solución de problemas sociales.

Por otro lado, se pueden identificar dos grandes tradiciones CTS, la europea (*Science and Technology Studies*), más académica (donde se destaca el carácter de la ciencia y la tecnología como procesos sociales), y la norteamericana (*Science, Technology, and Society*), con un sentido más político y pragmático (que pone el énfasis en los impactos sociales y ambientales de los productos científicos y tecnológicos). A pesar de las aproximaciones realizadas y los intentos mutuos de colaboración, cada una de estas tradiciones sigue contando hoy en día con sus propios manuales, congresos, revistas,

asociaciones, etc., con un éxito institucional todavía parcial en el mejor de los casos (González, 1996).

2.2.- La necesidad de nuevas finalidades para la enseñanza.

La enseñanza de la Ciencia no está formando ciudadanos informados que tendrán que tomar decisiones relacionadas con los problemas sociales y éticos, vinculados con el uso de los conocimientos científico-tecnológicos, que la misma sociedad ha planteado y generado. De aquí que se diseñe un cambio en la enseñanza de la Ciencia, en la que ésta debe ser orientada hacia los intereses del individuo y de la enseñanza.

En este sentido, el movimiento CTS permite relacionar los contenidos científicos con los problemas sociales, económicos, tecnológicos y culturales, con el fin de promover nuevamente la confianza en la ciencia, y mostrando las ventajas que de su empleo se derivan. De aquí que, este nuevo enfoque puede ser adaptado en las clases de Ciencias con el objeto de contextualizarlas y así lograr incrementar la motivación de los estudiantes. Esto significa usar la tecnología como un conector entre Ciencia y Sociedad, propiciando así, el trato de los estudiantes con su propio ambiente, dentro de un marco de referencia que los lleve a moverse en un mundo de aplicaciones tecnológicas y conexiones con su vida diaria, así como debatir sobre temas de actualidad o problemas de desarrollo de la ciencia y la tecnología a lo largo de la historia y saber para que sirve lo que se estudia en los cursos de ciencias.

Una propuesta para educación en matemática debe comenzar con una declaración de sus finalidades (*el para qué enseñarla*), ya que esta es una condición necesaria para dar sentido al proceso de su aprendizaje. Las finalidades educativas de esta materia derivan tanto de la teoría del currículo como de la noción que se tenga de ella; además, deben estar en consonancia con las finalidades del proyecto educativo, y dando prioridad a los principios, y valores, que dotan de identidad y estilo propio a cada país. En la situación actual hace falta revisar las finalidades educativas de la enseñanza de las ciencias para poder atender, entre otras cosas, a la diversidad de personas que cursan estudios, tomando en cuenta también la equidad educativa y la influencia cada vez mayor de la educación multicultural. Al mismo tiempo, las nuevas finalidades exigen nuevos contenidos, nuevos métodos y nuevas formas de evaluación.

Desde distintas fuentes se viene reclamando insistentemente una educación científica y tecnológica con características más humanistas, basada en la necesidad de desarrollar una comprensión pública de la ciencia y la tecnología (Manassero y Vázquez, 1998; Solbes y Vilches, 2000), que permita la aproximación entre las dos culturas que señalara Snow (1959). En tal caso, unas finalidades destinadas a la educación científica y tecnológica que sean coherentes con la máxima de ciencia y tecnología para todas las personas deben guardar el necesario equilibrio entre la materia a enseñar, el alumno a educar y la sociedad en la que este se desenvuelve (Reid y Hodson, 1989). De esta forma, será posible dotar de un significado más amplio a la alfabetización científica y tecnológica de acuerdo con las nuevas necesidades sociales. Igualmente se ha subrayado (Acevedo, 1996) que, si se asumen con convencimiento las tres categorías anteriores de finalidades de la enseñanza de las ciencias, éstas resultarán de gran utilidad para orientar luego los objetivos generales o metas que se quieren alcanzar.

Podría pensarse que estas finalidades son adecuadas para formar ciudadanos y prepararlos para enfrentarse a los numerosos cambios científicos y tecnológicos a los que están expuestos (y continuarán estándolo en el futuro), así como para que sean capaces de adoptar puntos de vista críticos y reflexivos ante ellos; pero que no lo son para preparar futuros científicos o ingenieros. Se espera que estas nuevas medidas contribuyan en el desempeño de los estudiantes de la educación secundaria. Sin embargo, como acertadamente ha señalado Gil (1991), los temas CTS están lejos de suponer una desviación en el conocimiento científico, implicando una profundización en el mismo (p.ej., en los valores propios y contextuales de la ciencia y la tecnología) de gran importancia para la preparación de futuros profesionales. De esta forma, la inclusión de contenidos que muestren las interacciones CTS no sólo puede constituir una ayuda para conseguir actitudes más positivas hacia la ciencia y su aprendizaje por su carácter motivador (Furió y Vilches, 1997), sino que, además, facilitará una visión más próxima a la realidad actual de la ciencia y la tecnología, así como del trabajo científico y tecnológico (Acevedo, 2000, Solbes y Vilches, 2000, Manassero y Vázquez, 2000).

2.3.- CTS en la enseñanza secundaria.

Después del impacto cultural y político que produjo el lanzamiento de la primera aeronave al espacio por parte de la URSS (1957), los E.U. reaccionaron con una campaña masiva para mejorar la enseñanza de las ciencias en la educación secundaria con el fin de aumentar así la calidad de la formación científica y tecnológica del alumnado, que accedía a los estudios universitarios de ciencia e ingeniería. Esta renovación curricular tuvo como meta desarrollar el conocimiento y divulgación de la ciencia y tecnología para todos los ciudadanos. Este auge influyó también en naciones como: Gran Bretaña, E.U., Canadá, Holanda, Australia y Alemania.

El movimiento CTS en la educación secundaria tiene sus raíces en la renovación curricular de los años ochenta (Ziman, 1980), cuya principal finalidad era, *educar en ciencia y tecnología a todos los ciudadanos*, que empezó a desarrollarse en los países occidentales, (Gran Bretaña, E.U., Canadá, Holanda, Australia y Alemania). Renovación que surgió como una reacción crítica a las reformas anteriores iniciadas en los años sesenta, y estaban destinadas fundamentalmente a aumentar la formación científica y tecnológica del alumnado de secundaria interesado en acceder a los estudios universitarios de ciencia e ingeniería; de este proyecto se obtuvieron resultados muy desalentadores. Posteriormente, la Asociación Nacional Profesores de Ciencia y el Centro de Educación Científica de la Universidad de Iowa, apoyados por la NSF, iniciaron en 1983 la enseñanza de las ciencias con orientación CTS en diversos centros de educación secundaria, desde donde se expandió a otros estados de los E.U. (Yager, 1993; Yager y Tamir, 1993). Como ejemplos destacados de los antecedentes CTS en la educación secundaria de dichos países pueden señalarse los siguientes acontecimientos históricos:

A finales de la década de los setenta se puso en marcha en los E.U. un programa de evaluación del currículo de ciencias denominado *Project Synthesis*. Cuyos principales propósitos eran preparar a la nueva generación para utilizar la ciencia en el mejoramiento de sus propias vidas y enfrentarse un mundo cada vez más tecnológico,

enseñar a los estudiantes a abordar responsablemente cuestiones problemáticas de la ciencia y la tecnología, relacionadas con la sociedad. Así como, proporcionarles una correcta información sobre las diversas carreras y profesiones relacionadas con la ciencia y la tecnología, aproximándolas a un alumnado con diferentes aptitudes e intereses.

En 1983 empezaron a florecer cursos CTS en la enseñanza secundaria de los E.U. Entre las principales conclusiones del *Programa SESE* para el diseño de los currículos de ciencias, consideraban necesarias las siguientes propuestas:

- *Tomar en consideración los puntos de vista histórico y sociológico de la ciencia y la tecnología.*
- *La comprensión de la filosofía de la ciencia y la tecnología.*
- *Las interacciones entre ciencia, tecnología y sociedad.*
- *Las aplicaciones técnicas de la ciencia.*

Asimismo, fue asumida unos años más tarde por la división de Ciencia de la UNESCO (1986, 1990), el cambió en sus recomendaciones hacia la ciencia, integrada por las orientaciones propias de la educación CTS (Yager, 1992).

Como puede verse, las propuestas CTS para la enseñanza secundaria nacieron, con frecuencia, a partir de dos informes elaborados por influyentes y poderosas asociaciones de profesores de ciencias, tales como la ASE y NSTA, argumentando:

"La finalidad de la enseñanza de la ciencia durante los años ochenta debe ser desarrollar personas científicamente alfabetizadas, capaces de comprender cómo se influyen entre sí la ciencia, la tecnología y la sociedad, y de utilizar este conocimiento en la toma de decisiones cotidianas [...] Estas personas deben llegar a apreciar tanto el valor de la ciencia como el de la tecnología en la sociedad y también a darse cuenta de sus limitaciones".

Nuevos factores emergentes se han abocado a la necesidad de un currículo distinto en educación, que sea más sensible al carácter social de la ciencia y la importancia creciente de la tecnología. Entre estos factores se pueden señalar la caída del interés general de los estudiantes por la ciencia, el aumento de la conciencia social sobre la preservación del medio ambiente y los efectos positivos y negativos de las nuevas tecnologías, el reconocimiento de la ciencia como una empresa humana, social y tecnológica y la presencia cada vez mayor de la tecnología en el currículo, junto con la necesidad paralela de llegar a una síntesis curricular entre ciencia y tecnología.

En resumen, se reclama la incorporación en los currículos de una dimensión cultural de la ciencia, sus aplicaciones técnicas y las relaciones con la tecnología, así como estudiar la ciencia en su contexto social, político y económico, más próximo a la experiencia cotidiana y al mundo real. La ciencia que se enseña necesita acercarse a las demandas y necesidades de los estudiantes en el mundo contemporáneo.

Las propuestas internacionales de los años ochenta para introducir la educación CTS en los objetivos de los currículos de ciencia y de tecnología de la educación secundaria encontraron en la década de los noventa un campo abonado en cuanto a la normativa que regulaba el sistema educativo. Desde la introducción de los enfoques CTS en la educación secundaria, éstos han surgido lentamente pero con cierta intensidad. Poco a poco su presencia es mayor en congresos, jornadas y encuentros de profesores e

investigadores en Didáctica de las Ciencias Experimentales, así como en revistas que tratan la educación científica. Como ejemplos cabe señalar que la revista *Alambique* dedicó uno de sus monográficos al tema CTS (Caamaño, 1995) y, se celebró en Aveiro (Portugal) un Seminario Ibérico sobre CTS en la enseñanza de las ciencias experimentales (Martins, 2000).

Desde otro punto de vista, incluir las relaciones entre ciencia, tecnología y sociedad en los currículos de ciencias para la educación secundaria debe contribuir también a dar sentido a los conocimientos que queremos que aprendan los estudiantes, potenciándose la funcionalidad y utilidad de los aprendizajes fuera del aula. La inclusión de este tipo de contenidos dentro de los currículos de ciencias también puede ayudar a evitar rupturas drásticas entre la ciencia y la tecnología, que tienen una frontera común bastante difusa y difícil de definir en el mundo contemporáneo.

2.4- El papel del profesor en la enseñanza CTS.

Como es de esperarse la actitud y el desempeño del docente tanto dentro como fuera del aula de clase representa un aspecto de vital importancia en el éxito de este nuevo enfoque, ya que su papel deberá crear un clima de confianza, y de apoyo al estudiante. Los profesores enfocados en la orientación CTS, no sólo tienen que comunicar a sus alumnos los objetivos que se pretenden alcanzar, sino que ellos mismos han de esforzarse personalmente por lograrlos predicando con el ejemplo (Acevedo, 1996). También deberán promover la comunicación en el aula, una mayor actividad de los alumnos y cierta autonomía para éstos. Penick (1993) lo ha destacado con rotundidad al señalar que, si se quiere potenciar la libertad intelectual, estimular el pensamiento crítico, la creatividad y la comunicación entre los alumnos, tomando como referente lo que se considera necesario y deseable en las finalidades educativas del proyecto educativo nacional, es imprescindible un tipo de profesor que tenga claro cuál debe ser el "clima" del aula más adecuado para una enseñanza con orientación CTS, una sólida formación para definirlo y propiciarlo y la capacidad necesaria para crearlo, lo que implica también una mayor cooperación entre los profesores y sus alumnos.

Partiendo de diversos estudios de investigación sobre profesores que trabajan en el marco de una enseñanza CTS, Penick (1993) ha identificado y generalizado un conjunto de funciones, que se han reelaborado y resumido en el siguiente cuadro (Acevedo, 1996), las cuales permiten caracterizar el papel del profesor en este tipo de enseñanza. (Ver cuadro 1)

Puede advertirse que la mayoría de estas funciones y características no son exclusivas de esta orientación de la enseñanza de las ciencias (Membiela, 1995, 1997), pero el movimiento CTS las ha recogido como imprescindibles para lograr una enseñanza de calidad, destinada a proporcionar el éxito de los estudiantes en sus aprendizajes; además, la variedad de las estrategias que se emplean en las clases CTS es mayor que en otros casos (Hofstein, 1988). Prestar la atención necesaria a una buena gestión ambiental del "clima" del aula, tanto en lo afectivo como en lo metodológico, y a la extensión de los aprendizajes más allá de ella conduce, sin duda, a una enseñanza de mayor calidad y mejores actitudes hacia el aprendizaje de la ciencia y la tecnología (Acevedo, 1996).

Algunas funciones características de los profesores que ponen en práctica las ideas educativas CTS	
1.	Dedican tiempo suficiente a planificar los procesos de enseñanza-aprendizaje y la programación de aula, así como a la evaluación de la enseñanza practicada, para mejorarla.
2.	Son flexibles con el currículo y la propia programación.
3.	Proporcionan un "clima" afectivamente acogedor e intelectualmente estimulante, destinado a promover la interacción y la comunicación comprensiva en el aula.
4.	Tienen altas expectativas sobre sí mismos (autoestima) y de sus alumnos, siendo capaces de animar, apoyar y potenciar las iniciativas de éstos.
5.	Indagan activamente, mostrándose deseosos de aprender nuevas ideas, habilidades y acciones, incluyendo tanto las que provienen de la psicopedagogía como de la actualidad científica-tecnológica y del ámbito social. También son capaces de aprender junto a sus compañeros y con sus alumnos.
6.	Provocan que surjan preguntas y temas de interés en el aula. Piden siempre argumentos que sostengan las ideas que se proponen.
7.	Potencian la aplicación de los conocimientos al mundo real. Dan tiempo para discutir y evaluar estas aplicaciones.
8.	Hacen que los alumnos vean la utilidad de la ciencia y la tecnología, y les dan confianza en su propia habilidad para utilizarla y cumplir con sus objetivos. No ocultan, sin embargo, las limitaciones de la ciencia y la tecnología para resolver los complejos problemas sociales.
No contemplan las paredes del aula como una frontera (aula abierta), porque creen que el aprendizaje debe trascenderla. Llevan a clase personas y recursos diversos.	

Cuadro 1.

Obviamente, los contenidos del currículo CTS deben estar adaptados al nivel evolutivo y los intereses del alumnado que los recibe e incluir tanto contenidos de ciencia y tecnología como propios de CTS. Lucas (1994), diferencia entre el concepto clásico de *saber ciencia* (conocimiento de hechos y conceptos científicos) y *saber sobre ciencia* (comprender la ciencia como fenómeno social). Los estudios CTS revalorizan este segundo concepto, que se ha desarrollado más recientemente. Comprender la ciencia requiere que el conocimiento se haga operativo en contextos sociales, a través de conductas, opiniones o posiciones coherentes, para lo cual no basta con disponer del conocimiento conceptual apropiado. El paso de comprender la ciencia a expresar una opinión sobre un tema, tanto en la escuela como en el dominio público, no es inmediato, ni tampoco automático; se requiere, precisamente, una educación de actitudes y valores que den coherencia a la conducta personal en el entorno social y tiendan un puente entre los conceptos abstractos de la ciencia y su operatividad en la vida diaria, para lo cual la dimensión tecnológica resulta esencial. En la discusión sobre la ciencia, la tecnología y sus implicaciones sociales transcendentales para su comprensión pública, se ponen en juego una gran carga de valores; por tanto, la comprensión de la ciencia requiere una discusión abierta y la clarificación de los valores morales y éticos implicados. La educación de las actitudes CTS permite abordar el gran desafío de la comprensión de la ciencia que no afronta la educación tradicional, como es el conjunto de valores inherentes a las prácticas científicas, cuyo conocimiento es clave para la alfabetización científica y tecnológica de todas las personas.

El reconocimiento de que la ciencia y la tecnología están cargadas de valores y la necesidad de clarificarlos en su enseñanza, es pues, otra de las innovaciones del movimiento CTS, enraizado en la visión de la ciencia y la tecnología como actividades

humanas que inciden y afectan a todos los aspectos de la vida. Aprender y enseñar ciencia requiere no sólo ocuparse de contenidos actuales y conceptuales de la ciencia, sino también discutir sobre ciencia y tecnología; esto es, incluir también los aspectos axiológicos y actitudinales en las lecciones de ciencia y tecnología. Esta discusión debe ser un debate ilustrado; es decir, requiere conocimientos del lenguaje y los métodos de la ciencia y, en general, tener la capacidad de razonamiento para exponer una opinión con fundamentos, rasgos que constituyen dimensiones básicas de la alfabetización científica y tecnológica deseable (Miller, 1983).

2.5- Estrategias de enseñanza-aprendizaje en la educación CTS.

Para romper con la monotonía del aula, contribuyendo así a motivar más a los estudiantes en sus aprendizajes, en la educación CTS suele utilizarse una gran diversidad de estrategias y técnicas de enseñanza. Aunque, como hace notar Membiela (1995), ninguna es exclusiva de la enseñanza con orientación CTS. La variedad metodológica de las clases CTS es mayor que en otros casos (Hofstein, Aikenhead y Riquarts, 1988).

Estas técnicas y estrategias van más allá de lo que se suele hacer habitualmente en la enseñanza de las ciencias: *conferencias del profesor* (lecciones magistrales), *demonstraciones experimentales* (experiencias de cátedra), *sesiones de preguntas* (más a los alumnos que de los alumnos, y raras veces entre los alumnos), *resolución de problemas de papel y lápiz* (frecuentemente ejercicios poco problemáticos para el profesor) y *trabajos prácticos en el laboratorio*.

La enseñanza CTS supone utilizar, entre otras, las estrategias de enseñanza-aprendizaje que se muestran en los siguientes puntos y que han sido señaladas, entre otros, por Acevedo (1996), Membiela (1995), y San Valero (1995).

Entre algunas estrategias de enseñanza-aprendizaje que se usan en la enseñanza CTS se citan:

1. *Resolución de problemas abiertos incluyendo la toma razonada y democrática de decisiones*
2. *Elaboración de proyectos en pequeños grupos cooperativos.*
3. *Juegos de simulación y de "roles".*
4. *Participación en debates.*
5. *Breves períodos de formación en empresas y centros de trabajo.*
6. *Implicación y actuación civil activa en la comunidad.*

2.5.1.-Limitaciones.

Aunque algunos profesores suelen justificar su decisión de rechazo a aplicar el enfoque CTS en el aula de clase, debido a la presencia de determinados problemas estructurales, lo que resulta posiblemente cierto, (la extensión de los contenidos de las prescripciones curriculares oficiales, la falta de tiempo, etc.), en su actitud también subyacen otros profundos problemas relacionados con sus concepciones sobre las finalidades de la enseñanza de las ciencias. Así pues, algunas de las dificultades para poner en práctica la

educación CTS en la enseñanza de las ciencias se refieren directamente a problemas relacionados con el profesorado, tales como:

- Su formación básicamente disciplinar para abordar algo que es esencialmente multidisciplinar (Acevedo, 1996; Cheek, 1992; Membiela, 1995; González-García y Prieto, 1997).
- Un cierto temor a perder su identidad profesional (Cheek, 1992; Membiela, 1995), lo que en parte está relacionado con la percepción que tienen de las finalidades de la enseñanza de las ciencias (Acevedo, 1996).
- Sus creencias sobre la naturaleza de la ciencia, tanto en los aspectos epistemológicos como en los sociológicos (Acevedo, 1994, 2000a; Acevedo y Acevedo, 2002; Cheek, 1992; Manassero y Vázquez, 2000; Membiela, 1995).
- El carácter más abierto, dialéctico y provisional de los materiales curriculares CTS y la propia evaluación de las cuestiones CTS, lo que da lugar a cierta inseguridad para parte del profesorado (Acevedo, 1996, 2000).
- La poca familiaridad de un mayor porcentaje del profesorado, con respecto a muchas de las estrategias de enseñanza-aprendizaje y con los criterios, normas, técnicas e instrumentos de evaluación que se requieren en la enseñanza CTS (Acevedo, 1996b; Hofstein., 1988; Manassero y Vázquez, 2000; Penick, 1993).
- El que las estrategias adecuadas y estimulantes para la mayoría del alumnado pudieran resultar demasiado exigentes para muchos profesores (Acevedo, 1996).
- Otras resistencias comunes a todas las innovaciones debido al carácter generalmente conservador de los sistemas educativos (Acevedo, 1996; Hofstein, 1988; Pilot, 2000).

Los prejuicios del profesorado de ciencias sobre la inclusión y discusión de los aspectos axiológicos y actitudinales, como parte de las lecciones de ciencias pueden ser un serio escollo debido a:

La percepción de esta educación como una forma de imposición o adoctrinamiento y, aún superando esta objeción, la falta de preparación específica para realizarla y la dificultad de su evaluación, suscitándose la cuestión básica de si la educación de las actitudes es evaluable y, en caso afirmativo, la falta de instrumentos adecuados para hacerlo.

2.6- El constructivismo y la corriente CTS.

Para muchos expertos en educación, la fortaleza del enfoque CTS se encuentra en la filosofía del aprendizaje que defiende el constructivismo, modelo que tiende a convertirse en un tema unificador en la educación científica.

El constructivismo parte de que el aprendizaje nunca puede ser independiente de quien aprende, no puede simplemente transferirse de una persona a otra como el símil de un vaso que llena al otro: la "transmisión" de conocimientos es un concepto sin sentido.

El modelo constructivista postula que cada ser humano debe concatenar ideas y estructuras que tengan un significado personal, si es que ha de aprender. De esta manera, cada alumno construye sus conocimientos científicos mediante su propia y muy personal actividad intelectual, basada en la activación de sus conocimientos o ideas previas sobre el tema. Es evidente que una estrategia educativa que conecta los aspectos científicos y tecnológicos con las necesidades y problemas sociales (como la del enfoque CTS) implica un enlace inmediato con aspectos que deben tener relevancia y significado personal para los alumnos. Por ello, la reforma CTS en el salón de clase tiene por fuerza que basarse en el modelo constructivista del aprendizaje.

Si bien el aprendizaje ocurre cuando la persona involucrada puede enlazar ideas que impliquen una construcción de significados personales, el proceso no ocurre siempre en forma aislada. Así, el salón de clase puede ser un lugar donde los estudiantes compartan sus propias construcciones personales y donde los profesores motiven el aprendizaje retando a las concepciones de los que aprenden.

2.7.- Metas para la enseñanza de la Ciencia con enfoque CTS.

Internacionalmente se proponen y se han aceptado las siguientes metas para la enseñanza de la Ciencia con un enfoque CTS.

- *Los cursos deben diseñarse para familiarizar a los estudiantes en las interacciones CTS.*
- *El conocimiento más importante debe ser un conjunto de hechos conceptos y principios relevantes para la solución de problemas sociales o tecnológicos.*
- *El desarrollo de los cursos debe garantizar la preparación de los futuros ciudadanos.*
- *El énfasis debe hacerse en la adquisición de destrezas asociadas con la toma de decisiones y resolución de problemas de la vida real.*
- *La ciencia debe presentarse asociada con dimensiones éticas y morales.*

Los enfoques CTS como estrategias de enseñanzas promueven el aprendizaje utilizando para ello, prácticas constructivistas en la planificación de la enseñanza, estrategias instruccionales y estrategias de aprendizajes. Estas prácticas se basan en el uso de las preguntas e ideas de los mismos estudiantes, en su motivación, y en la prueba y puesta en prácticas de sus ideas, así como, en la promoción de su liderazgo en el aprendizaje.

Otro aspecto relevante que es importante mencionar del enfoque CTS es la importancia que le concede a la enseñanza de las actitudes. Superado el enfoque anterior de la ciencia, actualmente ésta actividad se concibe como: realizada por y para seres humanos y, en consecuencia, cargada de actitudes y valores. Es por este motivo que las reformas educativas recientes, incluyen la enseñanza explícita de actitudes a los alumnos, en este sentido, se considera el enfoque CTS particularmente apropiado para este fin, pues hace evidente la relación existente entre la actividad científica y de quienes la realizan, incorpora la toma de decisiones como estrategia de enseñanza y aprendizaje fomentando así, la responsabilidad de asumir posiciones frente a las situaciones en estudio.

Para desarrollar un tema bajo este enfoque, los estudiantes deben resolver la situación planteada contextualizando el tema, buscando información, decidiendo con asesoría del profesor el desarrollo o no de experimentos, así como, analizar, sintetizar y evaluar data. Es a través de éste proceso como se constituyen altas destrezas de pensamiento y se desarrolla la construcción del conocimiento, logrando de esta manera, una mayor comprensión y retención de éste por más tiempo y que a su vez le permita emplearlo para resolver situaciones de su vida diaria. El enfoque CTS puede ser utilizado como una estrategia de enseñanza, efectiva y flexible al mismo tiempo. Las etapas básicas para desarrollar esta estrategia son:

- *Lluvia de ideas de un tópico o Issue,*
- *Uso de los recursos,*
- *Definición de preguntas específicas o fenómenos,*
- *Decisión sobre los recursos a usar para obtener información,*
- *Analizar, sintetizar, evaluar, crear y tomar acciones.*

Igualmente, es importante destacar que en el momento de seleccionar y organizar el contenido de un curso CTS, se deben incluir tres aspectos: interacciones CTS; los tópicos (principios, teorías y conceptos de las ciencias naturales y sociales) y los *Issues* CTS (problemas emergentes).

Uno de los principales problemas que confrontan docentes y estudiantes es la identificación de temas CTS. En esta selección ambos deben tener presentes los siguientes criterios:

- *¿Es directamente aplicable a la vida cultural de los estudiantes?*
- *¿Es adecuado al nivel de desarrollo cognitivo y a la madurez social de los estudiantes?*
- *¿Es un tema importante para los estudiantes en el mundo actual y en su vida adulta?*
- *¿Se pueden aplicar tales conocimientos en contextos distintos de los científicos escolares?*
- *¿Es un tema por el que los estudiantes muestran interés y entusiasmo?*

Lo expuesto anteriormente permite definir un tema CTS como un problema científico y/o tecnológico acerca del cual hay diferentes creencias y valores. Los problemas CTS están enmarcados por la presencia de lo que se denomina un *Issue* el cual presupone la existencia de desequilibrios sociales y de visiones opuestas del mismo, así como sobre las posibles maneras de solucionarlos. Estos *Issues* envuelven juicios de valor, por lo tanto, no pueden ser resueltos exclusivamente a través de medidas científicas técnicas; y lo que resulta más complejo, es que generalmente, estos juicios de valor dominan más que las consideraciones técnicas en la tomas de decisiones.

Por otro lado, las instituciones científico tecnológicas de la sociedad han sido creadas para satisfacer sus necesidades, a su vez, estas están configuradas por los valores de sus miembros, de tal manera que si los valores cambian también lo hacen las instituciones; en otras palabras, la ciencia y la tecnología son empresas complejas en que los valores culturales, políticos y económicos ayudan a configurar el proceso que se da en ellas, y recíprocamente estas inciden sobre dichos valores y sobre la sociedad.

El enfoque CTS provee al docente una extraordinaria herramienta motivacional para sus grupos de estudiantes. En cuanto a la *Evaluación*, se podría decir que esta deberá estar en concordancia con las características que se aspiran en los alumnos, es decir, que sea

crítico y capaz de tomar decisiones, por lo que debe ser más bien un instrumento que permita la retroalimentación tanto de los alumnos como de los docentes.

2.8.- Modelo Reigeluth - Moore.

El diseño de la *Guía Didáctica* se apoyó en el estudio presentado por los investigadores *Charles Reigeluth* y *Julie Moore*. Aunque algunas de sus propuestas se apoyan en resultados que han sido obtenidos en décadas pasadas, éstos aportes no han perdido vigencia y han contribuido a importantes avances en materia educativa.

En la actualidad las diferentes corrientes educativas han logrado establecer un consenso respecto de la clasificación de los principales tipos de aprendizajes, basados en este consenso y en otras variables que deben tenerse presente en el diseño de una determinada actividad pedagógica, el trabajo presentado por *Reigeluth* y *Moore*, desarrolla un marco de análisis, que permite caracterizar una determinada teoría educativa, así como, contrastarla con otras teorías. A continuación, se presentará una breve descripción de su propuesta.

2.8.1.- La Enseñanza Cognitiva y el Ámbito Cognitivo.

De acuerdo con Reigeluth, la cultura propia en la era de la información, y la tecnología relacionada con los actuales avances han conducido a que los niveles superiores de aprendizaje sean para los estudiantes cada vez más importantes, estos nuevos requerimientos han generado la creciente necesidad de nuevos métodos de enseñanza que permitan una personalización mayor de la experiencia de aprendizaje, del establecimiento de una mejor relación con los compañeros del alumno así como, de un mayor empleo de la tecnología y de otros recursos de aprendizaje.

La mayor parte de los teóricos (Bloom, 1956; Gagné, 1985) clasifican los tipos de aprendizaje en tres ámbitos: *cognitivos*, *afectivo* y *motriz*. En este sentido, Reigeluth propone en su investigación, la ampliación de la definición de Bloom referente al *ámbito cognitivo*, y la describe como aquel ámbito que trata de la memoria o del recuerdo de los conocimientos, el desarrollo del entendimiento, de las capacidades y de las técnicas intelectuales. De este modo, *la enseñanza cognitiva* es considerada por este investigador como compuesta de un conjunto de métodos educativos que ayudan a los alumnos a memorizar y recordar el aprendizaje de los conocimientos, así como, a desarrollar el entendimiento, las capacidades y las técnicas intelectuales de los alumnos.

La taxonomía desarrollada por Bloom y sus colegas (1956), ha sido extensamente aceptada, para clasificar los tipos de objetivos educativos en el ámbito cognitivo. Esta permite identificar y clasificar los objetivos y las actividades educativas. De acuerdo con su propuesta los principales tipos de aprendizaje son: Conocimiento, Comprensión Aplicación, Análisis, Síntesis y Evaluación.

Otras importantes propuestas taxonómicas del ámbito cognitivo han sido las desarrolladas por Gagné (1985), Ausubel (1968), Anderson (1983) y Merrill (1983). Existen numerosas semejanzas entre todas estas taxonomías, de aquí Reigeluth,

propone una síntesis de todas ellas empleando una frase más intuitiva del tipo *verbo-nombre* y se resumen en el cuadro 2.

Bloom	Gagné	Ausubel	Anderson	Merrill	Reigeluth
Conocimiento	Información verbal	Aprendizaje rutinario	Conocimiento Declarativo	Memoria Literal	Memorizar Información
Comprensión		Aprendizaje Significativo	Conocimiento Procedimental	Memoria de paráfrasis	Comprender las relaciones
Aplicación	Técnica Intelectual			Uso de una generalidad	Aplicación de técnicas
Análisis Síntesis Evaluación	Estrategia Cognitiva			Encontrar una generalidad	Aplicación de técnicas genéricas

Cuadro 2. Taxonomías educativas del ámbito cognitivo.

La **información memorística** se relaciona con el «conocimiento», el «aprendizaje rutinario» y la «memoria literal» de Bloom, Ausubel y de Merrill, respectivamente. El concepto de **relaciones de comprensión** (propuesto por Reigeluth) es semejante a la «comprensión» de Bloom, al «aprendizaje significativo» de Ausubel y a la «memoria de paráfrasis» de Merrill. También se identifica con la «información verbal» de Gagné y al «conocimiento declarativo» de Anderson.

El concepto de **aplicación de técnicas** es semejante al de «aplicación» de Bloom, al de «técnicas intelectuales» de Gagné, al «conocimiento procedimental» de Anderson y al «uso de una generalidad» de Merrill.

La **aplicación de técnicas genéricas** incluye el «análisis», la «síntesis» y la «evaluación» de Bloom, las «estrategias cognitivas» de Gagné y «encontrar una generalidad» de Merrill. Se diferencia de la categoría precedente en que estas técnicas son independientes del ámbito (utilizables en las distintas áreas de conocimiento), en lugar de dependientes del mismo (Sólo se aplican dentro de un área de conocimiento). La distinción de Bloom entre análisis, síntesis y evaluación, aunque resulte útil para tomar decisiones sobre lo que conviene enseñar, no resulta muy productiva a la hora de decidir sobre los métodos de enseñanza, ya que todos ellos se imparten mediante métodos fundamentalmente parecidos; por esta razón Reigeluth en su propuesta, los sintetiza en una sola categoría. Este tipo de aprendizaje incluye técnicas de pensamiento de orden superior, estrategias de aprendizaje y técnicas metacognitivas.

2.8.2.- Marco de Análisis.

El marco de análisis propuesto, referente al ámbito cognitivo, clasifica una determinada teoría educativa con métodos que van desde la organización del material impreso, al estímulo para resolver problemas, pasando por crear ambientes abiertos de aprendizaje. Este marco es empleado igualmente por Reigeluth para comparar aspectos entre dos teorías de aprendizaje distintas.

Esta forma de abordar el problema no supone que dada una teoría educativa sensible de ser analizada por este marco, pueda considerarse como un punto abstracto con respecto a cada uno de los elementos del análisis. Muchas teorías educativas ofrecen atributos

concretos para unos elementos, pero no para otros. Algunas teorías son lo suficiente flexibles para abarcar varios aspectos a través de las diferentes categorías, mientras que otras impulsan sólo una alternativa.

Cuadro 3 Descripción del Marco.

<i>Aspectos a Considerar</i>	<i>Descripción</i>
Tipo de aprendizaje	¿A qué tipo(s) de aprendizaje se dirige la teoría y sus métodos?
Control de aprendizaje	¿Quién controla la naturaleza del proceso de aprendizaje: el profesor, el alumno o el experto en diseño educativo?
Dirección del aprendizaje	¿Giran las actividades del aprendizaje en torno a los temas, a los problemas específicos o a algo más?
Agrupamiento/aprender	¿Cómo se agrupan los alumnos?
Interacciones para aprender	¿Cuál es la principal naturaleza de la interacción: el profesor con el alumno, el alumno con el alumno, o el alumno con el material?
Apoyo para aprender	¿Cuál es el tipo y el nivel de apoyo que se le brinda al alumno? ¿Qué clase de apoyo cognitivo da el profesor o los materiales? ¿De qué recursos se dispone? ¿Qué clase de apoyo emocional se le presta?

El tipo de aprendizaje.

Tipo de aprendizaje

Memorizar Información	Aplicar Técnicas
Comprender las Relaciones	Aplicar técnicas Genéricas

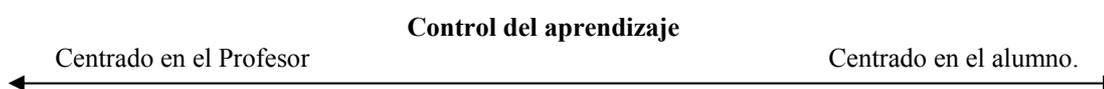
El tipo de aprendizaje se relaciona con el propósito de la actividad y el tipo de aprendizaje afectado. Fundamentalmente, este elemento consiste en la aplicación al contenido de la enseñanza (es decir, al tipo de aprendizaje o desarrollo cognitivo deseado) de una taxonomía educativa. Con este fin se utiliza la síntesis taxonómica propuesta por Reigeluth, como un esquema clasificatorio interconectado. Aunque se consideran estas cuatro categorías distintas entre sí, se afirma que ellas pueden solaparse y construir una especie de continuo. Por ejemplo, puede ser necesario que los alumnos memoricen una información para aplicar técnica. Esta interconexión se pone de manifiesto mediante el uso de las líneas de puntos, que indican que hay categorías que pueden y deben solaparse o apoyarse unas en otras.

Algunas teorías están dirigidas a desarrollar las técnicas de orden superior, mientras que las relacionadas con la teoría constructivista utiliza actividades dentro del ámbito de las técnicas de pensamiento de orden superior para desarrollar los niveles inferiores del aprendizaje, mientras se desarrollan, simultáneamente, las técnicas de orden superior. Dentro de este marco, se busca que los alumnos trabajen en equipo, utilizando los recursos disponibles y realicen las simulaciones y los experimentos proporcionados para resolver dichos retos. Mediante este tipo de actividades se desea que los alumnos

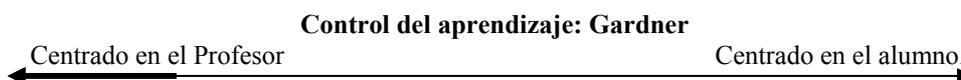
resuelvan problemas, desarrollen técnicas, conocimientos e información correspondiente a ámbitos diferentes.

El Control del Aprendizaje.

El profesor ha sido tradicionalmente quien conduce el control del proceso de aprendizaje, es él quien escoge los objetivos educativos, selecciona el contenido, determina las estrategias educativas que hay que utilizar y finalmente lo evalúa. Sin embargo, las nuevas teorías educativas se apoyan en la creación de un ambiente «centrado en el alumno», en el que éste, adquiere una mayor responsabilidad para definir los resultados del aprendizaje y escoge el camino necesario para lograr esos resultados. La mayor parte de las situaciones educativas no están centradas completamente en el profesor o en el alumno, sino que se sitúan en algún punto del continuo entre ambos. Un extremo no siempre es mejor que el otro. Los diferentes puntos a lo largo del continuo son adecuados a las diferentes condiciones.



Por ejemplo el aprendizaje según Gardner se centra básicamente en el profesor.



Mientras que la propuesta de Hannafin, Land y Oliver se centra en el alumno.



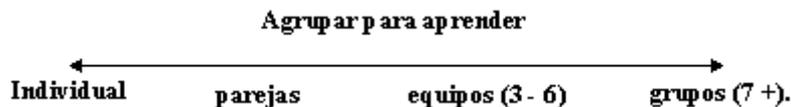
La Dirección del aprendizaje.

La dirección del aprendizaje puede presentar muchas variaciones, desde el uso del tema del ámbito específico a problemas interdisciplinarios. Con este fin, se contempla este punto como un espacio bidimensional que permite la comparación no sólo de la actividad, sino también del contenido en el que se basa. Una vez más, cada uno de estos ejes puede ser pensado como un continuo.



Agrupar para aprender.

El siguiente punto de este marco analiza la *agrupación de los alumnos*. Este toma en consideración el número de alumnos que trabajan juntos en una determinada actividad. ¿Trabajan los alumnos individualmente o en grupos? A efecto de comparación se toma en cuenta las siguientes modalidades de agrupamiento de alumnos: individual, parejas, equipos de (3 - 6) y grupos (7, +). Cada uno de los tipos de agrupamiento tiene sus propios intereses logísticos y relativos al proceso que tiene que tenerse en cuenta al planificar la enseñanza. Muchas teorías educativas no imponen el uso o no de grupos, sin embargo, varias los incorporan como una característica fundamental.



Interacciones para aprender.

Otro aspecto a considerar dentro de este marco gira entorno a los tipos de interacción de los alumnos que tiene lugar al utilizar una teoría educativa determinada. Mientras que algunas teorías educativas no especifican los tipos de interacciones que inevitablemente va a requerir la enseñanza, otras son muy específicas en lo relativo a los tipos de interacciones que recomiendan. Según la propuesta de Reigeluth se separan las interacciones de los alumnos en dos categorías principales: *Humanas* y *no humanas*. Dentro de cada una de estas categorías existen diferentes tipos de interacciones en las que los alumnos pueden encontrarse durante el proceso de aprendizaje.

Interacciones para aprender

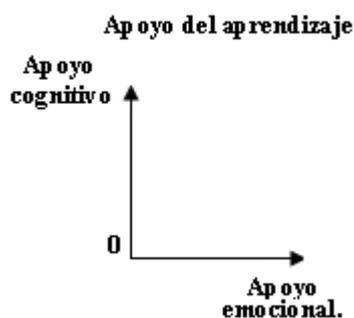
Humanas			No Humanas			
Alumno-Profesor	Alumno-alumno	Otros	Alumno-Herramientas	Alumno- Información	Alumno- Ambiente manipulación	Otros

- *Alumno – Profesor*: Interactuar con el profesor o educador;
- *Alumno – Alumno*: Trabajar con o utilizar a otros alumnos como recursos, de forma individual o en grupo;
- *Alumno – Otras personas*: Interactuar con un miembro de su vecindario, uno de sus padres u otro individuo;
- *Alumno – herramientas*: Utilizar herramientas que permitan la finalización de las tareas;

- *Alumno – Información:* Trabajar con y dando sentido a la información accesible o a la encontrada;
- *Alumno – ambiente - manipulación:* utilizar y trabajar con recursos y simulaciones tanto dentro como fuera el ambiente de aula;
- *Alumno – otros materiales:* trabajar con cualquier otro recurso material que podamos imaginar.

El apoyo al aprendizaje:

A medida que los alumnos aprenden necesitan apoyo para mejorar y progresar. Este apoyo presenta dos variedades: apoyo cognitivo y apoyo emocional. El *apoyo cognitivo* consiste en dos elementos que sirven para apoyar a los alumnos a la hora de elaborar sus conocimientos y su competencia en la materia. Esto podría hacerse en forma de recursos impresos o informáticos, interacciones humanas, acceso sucesivo a la información, respuesta (*feed-back*), evaluación, etc. El *apoyo emocional* consiste en aquellos elementos que respaldan las actitudes, motivaciones, sensaciones y auto-confianza del alumno. No se trata necesariamente de puntos distintos ya que la manera en la que el profesor proporciona retroalimentación para corregir un error cognitivo juega indudablemente un papel importante en el nivel de la actitud, la sensación y la confianza del alumno. Sin embargo, algunas estrategias apoyan de forma explícita el desarrollo cognitivo o el desarrollo emocional del alumno.



2.8.3.- Modelo de Manterola (2002).

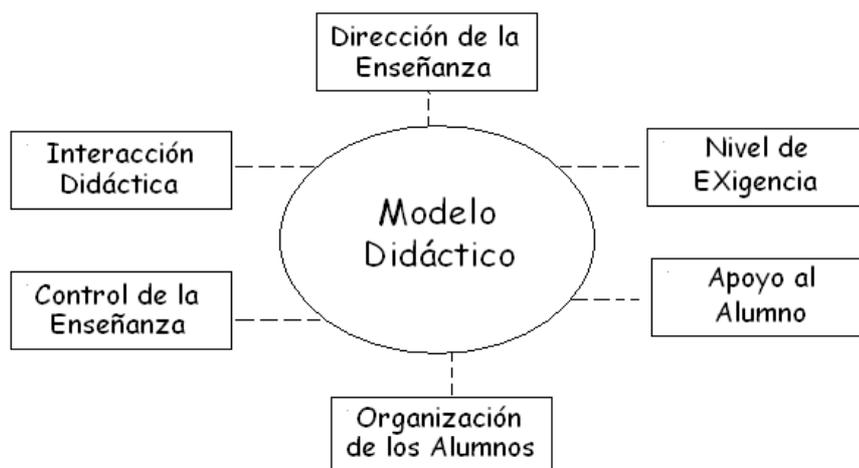
De acuerdo con lo visto anteriormente, el modelo presentado por Reigeluth-Moore (2000) está conformado por seis componentes, que desde la perspectiva de Manterola son básicos de una buena enseñanza. A este respecto opina que estos tienen la virtud de que son componentes extraídos del mismo proceso de aula, de la dinámica misma de la enseñanza, en contraposición a una escogencia de componentes de tipo formal, tales como objetivos, contenidos, evaluación etc., de tipo estático, componentes sin dirección.

Por Modelo Educativo en este trabajo se entiende, la definición citada por Gimeno (1985), y la cual nos dice que:

“Los Modelos Educativos son propuestas teóricas que vinculan entre sí diversos componentes que hay que tomar en cuenta a la hora de entender y planificar la enseñanza. El modelo selecciona datos de la realidad, determinando los que son más importantes para hacerla comprensible”

Sin embargo, Manterola (2002), apunta críticamente que el Modelo de Reigeluth-Moore presenta un sesgo psicologista, propio de la cultura educativa norteamericana, heredada de la propuesta conductista, en donde el proceso didáctico se concibe y se explica desde su término, desde el fin a donde queremos llegar, el aprendizaje del estudiante. Esta restricción en la interpretación de la enseñanza en función del aprendizaje tergiversa su naturaleza, limitándola a márgenes muy estrechos, alejados de las numerosas variables procesales y colectivas que supone el concepto de enseñanza.

Es por esta concepción limitante de enseñanza que está detrás del modelo de Reigeluth y Moore, que Manterola modifica parcialmente su modelo didáctico con la propuesta que se presenta a continuación:



Como se puede apreciar, la propuesta de Manterola posee características que permiten clasificarla como una buena teoría, en referencia a su facilidad de comprensión por parte de los docentes y a su sencillez de implementación. Cabe destacar que, dentro de estas características se fundamentan los cambios que se han realizado al modelo de Reigeluth y Moore, es decir, que son más de forma y de intensidad de enfoque, que de modificación sustancial de algún componente. Este refinamiento fue el que finalmente se escogió para el diseño de nuestra propuesta.

2.9.- Los Proyectos Tecnológicos.

Una definición actual de la tecnología la asume como un conjunto de saberes inherentes al diseño y concepción de los instrumentos (artefactos, sistemas, procesos y diseños instruccionales) creados por el hombre a través de su historia, para satisfacer sus necesidades y requerimientos personales, materiales, educativos y sociales.

Tanto el saber teórico como el práctico son productos del conocimiento y se van construyendo paso a paso en la interacción social. Estos saberes son el legado cultural de las sociedades y están en permanente construcción y reconstrucción. La ciencia y la tecnología son productos históricos y saberes sociales, organizados y sistematizados, en continua creación. Hoy en día, el saber científico y el saber tecnológico se interrelacionan mutuamente; podría afirmarse que la tecnología está «cientifizada» y la

ciencia «tecnologizada»; sin embargo, en la construcción de la ciencia y la tecnología subyace una especialización del saber teórico y del saber práctico.

Los saberes se construyen en el proceso de solución de problemas. Los conocimientos tanto teóricos como prácticos aplicados en la interpretación y transformación del entorno configuran los saberes científicos y tecnológicos, y proporcionan desde sus respectivas intencionalidades modelos de solución de problemas. A continuación, Rodríguez (2.006), presenta una tabla que permite ilustrar las principales diferencias entre la ciencia y la tecnología según sus intencionalidades en la solución de problemas.

Diferencias entre la Ciencia y la Tecnología

	Ciencia	Tecnología
Propósito	Explicación	Producción
Interés	Lo Natural	Lo Artificial
Proceso	Analítico	Sintético
Procedimiento	Simplificación del fenómeno	Acepta la Complejidad de la Necesidad
Resultado	Conocimientos Generalizables	Objeto Particular

Como futuros docentes sabemos que una de las funciones sociales más importantes de la educación es la de dotar a las generaciones jóvenes del repertorio de capacidades que les permitan desempeñarse con propiedad en la sociedad productiva. Una educación para toda la vida con sus ventajas de flexibilidad, diversidad y accesibilidad en el espacio y en el tiempo, que vaya más allá de la distinción entre educación básica y educación permanente y proporcione a los individuos competencias de orden genérico adaptables a los cambios en los entornos, tanto productivos como cotidianos, es la meta de la educación en este siglo XXI.

Uno de los problemas más serios que afrontan tanto los jóvenes como las generaciones mayores, tiene que ver con la organización mental requerida para comprender la complejidad y profundidad del mundo actual. Si reflexionamos sobre el hecho de que la mayor parte del conocimiento humano ha sido logrado en este siglo y sobre todo en los últimos treinta años, debemos considerar que la educación, en su lento proceso de adaptación, ha entrado en franca obsolescencia.

La Investigación Tecnológica tiene como finalidad la solución de problemas o situaciones que el conocimiento científico consolidado como tecnología exige: por lo tanto, no es su finalidad descubrir nuevas leyes, y causalidades, sino la de reconstruir procesos en función de descubrimientos ya realizados.

Para establecer las diferencias de la Investigación Tecnológica con otros tipos de investigación, se requiere identificar las características de los objetos a los cuales ella se aboca y la manera de producción de conocimientos sobre ellos. Si se puede caracterizar, el objeto de estudio como cualitativamente diferente, también podremos caracterizar las

vías, tanto para reproducir este objeto, como, para captarlo, a fin de incidir en su transformación.

La Investigación Tecnológica es distinta a la investigación científica, aunque ambas puedan perseguir finalidades similares. Entonces los objetos de estudio y los procedimientos para llevarla a cabo deben ser propios, no se quiere decir que sean contradictorios, ni contrarios, sino diferentes. Lo anteriormente dicho nos indica que se deben estructurar métodos y procesos diferentes para cada tipo de investigación y que estos no necesariamente deben ser los manejados, en la investigación científica.

Mientras la investigación científica se encarga de la producción del conocimiento básico del comportamiento de los factores que intervienen en un problema, la Investigación Tecnológica es la encargada de producir sistemas, equipos, programas y dentro del ámbito educativo, el diseño de materiales didácticos que faciliten la comprensión y adquisición de los conocimientos.

Este tipo de investigación parte de la base de que la observación-reflexión-praxis, es reflexión sobre el objeto de investigación, es el repensar el objeto, así como de la tecnología que se está aplicando y sobre la cual se está trabajando.

En la medida que se repiense la tecnología, y se planifique las funciones del nuevo diseño del objeto, la reflexión podrá conformar una vía para la transformación y uso de esa tecnología.

El sentido de reflexión significa ubicarse en los objetivos del hecho tecnológico, en el análisis de sus orígenes y sus potencialidades y en la demanda que este hecho este procurando en ese momento o pueda presentarse a futuro. La reflexión debe transformarse en un proceso de hechos sistematizados sobre las vinculaciones del objeto tecnológico al espacio de lo productivo.

La tarea del investigador tecnológico, es repensar la actuación del objeto, reflexionar sobre la acción que se hace con ese objeto, es observar el trabajo realizado, es pensar en los objetivos que se deberían alcanzar con ese trabajo, y procurar las posibilidades de la ampliación de la funcionalidad de ese objeto.

En la medida en que a un objeto tecnológico se le agreguen nuevos elementos; se piense en obtener de él nuevas funciones, y diversificar sus utilidades, se estará reflexionando sobre él, de aquí que, se pueda decir que se esté ante la presencia de un espacio-objeto para un Proyecto Tecnológico.

Los objetos de estudio de los problemas de orden tecnológico, son muy variados, estos pueden vincularse desde procesos administrativos en la vida de una empresa, hasta orientaciones tecnológicas en planes y diseños. En la elaboración de un diseño didáctico como elemento de intervención tecnológica, un programa o guía puede representar también un elemento tecnológico; como puede observarse el campo de la Investigación Tecnológica es muy amplio y no esta solamente relegado al funcionamiento de un artefacto.

Lo importante en el campo de esta investigación pasa por el Diseño del objeto a ser estudiado, el de su funcionamiento, así como el de sus relaciones con las nuevas

funciones que se aspiran que éste satisfaga. En materia educativa se espera que los materiales didácticos diseñados, estimulen, orienten, faciliten y presenten de forma organizada los temas educativos.

En la implementación de un Proyecto Tecnológico, el diseño adquiere una relevancia fundamental y es el elemento central sobre el que se debe basar su desarrollo. Este diseño no debe verse en abstracto, sino en función de entender y extender la tecnología que se está utilizando, en la búsqueda de nuevas aplicaciones que requiera la demanda social.

Al asumir la tecnología como factor fundamental en las respuestas a situaciones que dificultan la implementación de soluciones para satisfacer necesidades sociales (organizacionales, institucionales, educativas o personales), también se debe asumir la temporalidad como base del nivel productivo de dicha tecnología. Por lo tanto, desde el punto de vista tecnológico, lo que "hoy" es proveedor de soluciones, "mañana" puede constituirse en un obstáculo que impide el aumento de la productividad en la satisfacción de necesidades. El poder apreciar cuando el proceso o una etapa del mismo es el portador de una problemática, es un asunto de orden tecnológico, es un ejercicio cuya práctica necesariamente debe realizarse.

En particular los proyectos Tecnológicos, aplicados en la educación, deben ser diseñados para satisfacer necesidades humanas, por lo tanto, estos deben procurar ser moldeables, flexibles y deben tener como base las circunstancias que lo generan y a las cuales ellos se deben, esto significa en principio, entender que éstos, parten de circunstancias variadas y variables, asimismo debe tenerse presente que mientras la tecnología relacionada con la construcción de un puente no puede ser alterada significativamente, los proyectos Tecnológicos con fines educativos necesariamente debe ser diseñados con este fin.

Una vez descritas las principales características de un proyecto de orden tecnológico y considerando que los problemas que se plantean este tipo de proyectos son cualitativamente diferentes a los problemas de los proyectos científicos, podemos resumir algunas de sus implicaciones prácticas:

- Procura soluciones de acuerdo a la demanda que la investigación científica haga de ella.
- Los proyectos tecnológicos diseñan, generan instrumentos, y técnicas para satisfacer esa demanda social.
- El fin de los proyectos tecnológicos más que la producción es la productividad.

Hasta hace muy poco, los avances culturales eran dominados por la investigación científica, mientras, la tecnología se mantuvo subordinada a ella, a diferencia de la actualidad, en la cual la Investigación Tecnológica marcha de forma paralela, pensando en función de sus propias necesidades y soluciones, o en función de generar nuevas soluciones mucho más avanzadas, atacando problemas que quizás aún la investigación científica no los ha previsto o descubierto. Actualmente, el valor de la Investigación Tecnológica en la sociedad es de tal magnitud que pareciera ser considerada por la población como de mayor importancia.

La Investigación Tecnológica ha pasado a generar nuevas necesidades, creadas a partir de los nuevos avances tecnológicos. Vista así la tecnología vendría a ser más que solucionadora, generadora de nuevos problemas, los cuales también pudieran ser objeto de la aplicación de la Investigación Científica.

2.9.1- La metodología y el objeto de estudio.

Hay cuatro aspectos que se deben tomar en cuenta en todo Proyecto Tecnológico.

- Un objeto al cual se le va a aplicar un proceso de tratamiento, de trabajo, de estudio.
- Posibilidad de que ese proceso, como método o vía construida, pueda medir el objeto: Identificarlo; compararlo; evaluarlo; captarlo; clasificarlo.
- Elementos para captar y analizar los resultados.
- Elementos para la propuesta final, lo que vamos a proponer: solución, modelo, diseño.

Al identificar los Proyectos Tecnológicos tan solo con la ciencia, y con artefactos, se estaría promoviendo la idea de que esta investigación le estaría vedada a las ciencias sociales. Así, los estudios por encuestas se alejarían de la investigación tecnológica. Pero esta tecnología, donde los elementos que se utilizan para hacer un estudio son también de un carácter distinto, por ejemplo en el diseño de un material educativo, una *Guía Didáctica*, representa también un producto tecnológico, un objeto técnico de estudio como también lo son, los procedimientos y los instrumentos para medir calidad o para captar las distintas fases de gerencia de una empresa, declaraciones de impuestos, etc.

Las metodologías deben tratar de ser diferentes, por ejemplo en la elaboración de un diseño, en la transformación de un programa, o cuando se desea extender un programa de enseñanza, es allí donde el proyecto adquiere relevancia mediante el diseño.

Al pensar en un proyecto de transformación como fin de toda Investigación Tecnológica, el proyecto, se presentaría como un conjunto metódico de mecanismos, pasos y técnicas de carácter procedimental reflexivo, con procesos evaluativos a ser aplicados, como base del método para la captación del hecho tecnológico.

Si el diseño es o no funcional dará la base para llegar a la conclusión sobre la medición de su funcionalidad o disfuncionalidad. Es decir, para asumir que las funciones que tiene la tecnología se les puede expandir, o eliminar; luego que se de la aprobación de los criterios para desarrollar la investigación, previo el análisis de su pertinencia.

2.9.2- Posibles obstáculos para desarrollar un Proyecto Tecnológico.

Venezuela ha incorporado nuevas tecnologías de otros países, y esto lo hace en condiciones muy particulares y desfavorables; ello ha impedido que nuestros recursos humanos desarrollen Investigación Tecnológica en diversos campos. La tecnología es producto de largas horas de investigación y desarrollo, es por esto que, se hace costosa. Cuando se importa una tecnología de los países desarrolladores, se deja de invertir en la tecnología nacional, lo que conduce a un retraso en este campo, crear las bases para su

incentivo, y puesta en práctica es una labor que pudiera comenzar por los docentes de este país.

2.9.3- Vinculación de los Proyectos Tecnológicos al Sistema Educativo.

Esta podría partir de:

- a) Una visión estratégica del Estado respecto al desarrollo científico y técnico de la sociedad, sus niveles, sus tipos de tecnologías, sus objetivos de transformación.
- b) Mediante la movilización de fuentes de financiamiento tanto público como privado, nacional e internacional como medio para vencer el obstáculo para su desarrollo.
- c) Es necesaria la redefinición tanto de financiamiento como de la dinámica de los centros de formación de recursos humanos para el desarrollo tecnológico, así como también la reconceptualización del proceso de enseñanza-aprendizaje de la inserción en la investigación de los recursos humanos a formar en el campo tecnológico.
- d) Se debe asumir la revisión de los diseños, y los modelos, de los contenidos educativos en función de la demanda de la producción nacional.
- e) Los programas de estudio deben pensar en sustituir, previa evaluación, tanto el contenido como las formas de enseñanza de la metodología de investigación.
- f) La Universidad o la institución formadora de recursos humanos deben mirar a la Investigación Tecnológica como una enseñanza de alto nivel y con gran capacidad productiva.
- g) Los espacios de trabajo diario del técnico o el profesional, deben asumirse como laboratorios de investigación.

Capítulo III

Marco Metodológico

1.- Diseño de la investigación.

El diseño de la investigación según expresa el autor Alvira F, (1996, citado por Balestrini, M, (7, 2001)) "... Se define como el plan global de investigación que integra de modo coherente y adecuadamente correctas técnicas de recolección de datos a utilizar, análisis previstos y objetivos (...) el diseño de una investigación intenta dar de manera clara y no ambigua, respuestas a la preguntas planteadas en la misma..." p.131

Por otro lado, partiendo de lo expuesto por Lacueva (2002), se considera que la investigación desarrollada es tecnológica, según este tipo de investigación consiste en: "elaborar un producto o diseñar un proceso que funcione y que sirva para resolver alguna necesidad, aplicando para ello conocimientos, experiencias y recursos... en este tipo de proyectos lo fundamental es producir algo nuevo con el fin de resolver de manera económica y efectiva un requerimiento práctico". (Pág. 15).

Para llevar a cabo este tipo de proyecto, la misma autora afirma que se deben tomar en cuenta la determinación del producto requerido (*necesidad*). La etapa siguiente es la *recolección de información de base*, y se refiere a la información acerca de las investigaciones y diseños previos realizados, que tengan que ver con el producto a crear. El tercer paso es el *diseño*, en esta fase se perfilan las características del producto a realizar. La *elaboración*; es la fase destinada a la construcción del producto deseado. Y, la última fase es la puesta a prueba; que dicho de otro modo, es poner a prueba y comprobar la *efectividad* del producto diseñado.

Es importante señalar que, en base a lo dicho por Lacueva, en la primera etapa de este tipo de proyecto se debe tomar en cuenta la determinación de un producto que satisfaga una *necesidad*, sin embargo, en nuestro caso, esta primera etapa fue asumida como cierta en base a la amplia información obtenida, en referencia al rechazo que muestran los estudiantes por este tipo de contenidos, estadísticas de repitencia, etc. Esta necesidad igualmente se corroboró durante el paso de revisión bibliográfica, en el que se pudo apreciar la escasa bibliografía existente en nuestro país, en el área de matemática con enfoques distintos al enfoque tradicional.

En referencia a la tercera y cuarta etapa de un proyecto tecnológico, señaladas por Lacueva y denominadas *diseño* y *elaboración*, respectivamente, hay que acotar que en el presente trabajo, debido a que existe entre ellas estrecha relación, fueron asumidas y descritas dentro de una misma etapa, sin embargo, para lograr una mejor propuesta de diseño se decidió agregar un ítem más a esta sección y el cual se denominó *evaluación mediante el juicio de experto*, el cual debería aportar nuevas ideas, avances y mejoras al proyecto borrador.

De aquí que la investigación se desarrolló en tres etapas:

1.- Primera Etapa:

1.1 *Revisión bibliográfica de textos de matemática de 2^{do} año.* (Recolección de información de base)

Diagnóstico: En esta fase se realizó la revisión de textos de matemática de segundo año, aprobados por el Ministerio de Educación, que estuvieran orientados hacia el enfoque C.T.S. Entre los textos revisados se incluyeron distintas editoriales, así como diferentes autores.

De esta consulta se infirió que actualmente es escaso el número de libros de textos enmarcados dentro de este enfoque, y que su presencia está focalizada principalmente en libros de textos de matemática de la editorial Santillana, para el nivel de educación primaria (1^{ero} a 6^{to} grado). Este diseño se basa en el método *Singapur* de graficación, que consiste principalmente en la comprensión de los problemas, en su graficación y la escritura en palabras del proceso de razonamiento para llegar a las respuestas. Este tipo de diseño viene acompañado de abundantes imágenes que contextualizan al estudiante del contenido abordado, igualmente los ejercicios y ejemplos allí presentados se fundamentan en situaciones-problema que rodean la vida de los escolares.

De esta misma editorial igualmente destaca la obra titulada “*Matemática 8^{vo}*”, este libro de texto presenta un marcado avance respecto del enfoque tradicional. Este ejemplar, acompaña los contenidos teóricos con motivos ilustrativos que agradan y motivan al estudiante lector, y secciones como: *Piensa, Recuerda y Lengua y Matemática*, también destacan algunos ejercicios de aplicación que sitúan al estudiante dentro de problemas susceptibles de presentarse en su entorno, entre otras ventajas.

La posterior revisión de otras obras nos permite afirmar que un porcentaje mayoritario de los actuales libros de textos de matemática editados para el mercado nacional poseen una estructura enmarcada dentro del enfoque *tradicional* ó *clásico* de la enseñanza de la ciencia, en los que se enuncian y presentan problemas, ejercicios y conceptos aislados de la realidad social del estudiante, los cuales les resultan muy pocos atractivos, ya que básicamente se centran en presentar los contenidos basados en nomenclatura algebraica, así como, un gran listado de ejercicios. Desde el punto de vista del diseño presentan poco apoyo visual, el lenguaje empleado es riguroso y la breve explicación de la simbología se suma al nivel de dificultad que ya posee el contenido matemático.

De acuerdo con la perspectiva educativa CTS, este tipo de enseñanza dificulta la producción de aprendizajes significativos ya que conducen, en el mejor de los casos, a que el educando mecanice durante un corto período de tiempo algunas técnicas que le permiten la solución del problema, sin llegar a entenderlo en su totalidad. Ante esta realidad el enfoque CTS propone el aprendizaje de estos mismos contenidos pero abordados desde una perspectiva más general, en el que se presenten problemas reales del entorno del estudiante y cuya solución requiera emplear algunos de los tópicos a tratar. Igualmente se recomienda un aprendizaje basado en el trabajo en equipo, la argumentación y el razonamiento, la deducción, la técnica de prueba y ensayo, así como otras estrategias, de modo que además se favorezcan la construcción de aptitudes, valores y normas de conducta responsables.

1.2 *Diseño y Elaboración de la Guía Didáctica.*

Esta guía pensada como proyecto-tecnológico fue diseñada de manera que permitiera a los estudiantes experimentar con problemas aplicados y relacionados con los contenidos teóricos de esta disciplina, ubicándolos de esta forma en contextos donde puedan desarrollar conocimientos, habilidades y actitudes útiles en su vida diaria.

Con este fin, se eligió el tema Teoría de Conjuntos y sus relaciones por considerar que él mismo, es un contenido que sirve de base y sustento a otros contenidos en este nivel y puede ser aplicado en la resolución de problemas de la vida cotidiana del estudiante.

En el diseño de la *Guía Didáctica* se buscó superar la fragmentación del currículo tradicional, relacionando los problemas propuestos y sus soluciones con otras disciplinas, por este motivo, se consideró pertinente incluir actividades de relevancia en la vida cotidiana del estudiante, en los que pueda construir y avanzar en la búsqueda de alternativas para su resolución, es decir, problemas dinamizadores de su aprendizaje.

Las actividades propuestas fueron diseñadas empleando un lenguaje escrito que resultará amigable para el estudiante lector y el cual era alternado con el lenguaje formal propio de esta ciencia, de manera que, el estudiante no se distanciara con la lectura de una pesada notación. Asimismo, se procuró estimular una visión positiva hacia los contenidos matemáticos presentando las ventajas prácticas de la aplicación de determinados conocimientos.

Para la presentación del tema desde el enfoque C.T.S. consideramos conveniente dividir el contenido de la *Guía Didáctica* en varias secciones presentando en cada una, desde los aspectos más particulares a los más generales y destacando siempre la relación existente entre la solución práctica y la teoría matemática relacionada.

En este nivel, resulta significativo que los estudiantes conozcan, gracias a su propia indagación, del conocimiento, y desarrollo de procesos propios del medio que les rodea, es por este motivo que se consideró introducir ejercicios en los que los estudiantes requirieran aproximarse a problemas de tipo escolar y social. En este sentido, se propusieron actividades relacionadas con la resolución de algunas tareas cuya solución se basara en algún tópico de la teoría conjuntista, por ejemplo, la sistematización y organización de la información presente, en estas actividades se procuró estimular el compañerismo y el fomento del trabajo en equipo.

El material didáctico presentó en algunos de sus apartados ilustraciones relacionadas con el tema que seguidamente se abordaría de manera que despertará y motivará visualmente la curiosidad y el interés del grupo.

Algunos de los ejemplos considerados se ilustraron gráficamente empleando para ello la representación de *Venn*, de forma de organizar los datos del problema. Esto permitió posteriormente iniciar a los estudiantes en los aspectos teóricos de tales diagramas de manera natural.

Como se dijo anteriormente la naturaleza de los objetivos planteados, ubica la presente investigación dentro de la *producción tecnológica*, la cual se puede distinguir como un

conjunto de acciones operacionales orientadas a la producción de determinados bienes ó a prestar servicios específicos en la búsqueda de soluciones ante algún problema ó necesidad humana. Bajo esta perspectiva la institución está orientada hacia la innovación educativa, que investiga para crear un producto y después mejorarlo (Hernández, 2000).

En este tipo de investigaciones el producto es entendido, como una unidad didáctica que incluyen métodos de enseñanza, sistema de organización, etc.; este producto debe estar fundamentado en un proceso sistemático que haya partido de una descripción para diagnosticar necesidades, consecuencias de los hechos y la identificación de tendencias futuras (Hernández, 2000).

Una vez determinado el tipo de proyecto a diseñar se procedió a dotarlo de sustento teórico, para lo cual fue necesario, apoyarnos en los trabajos de *Reigeluth* y *Moore* (2000), modificado por *Manterola* (2002), en los cuales se presentan lineamientos educativos estructurados que se emplean en el diseño de, sesiones de aprendizaje, materiales didácticos, en su evaluación y en la orientación del proceso de enseñanza.

Establecidos los aportes de las corrientes educativas base de este proyecto y de las consideraciones necesarias para el diseño del material didáctico, se elaboró la *Guía Didáctica* para la enseñanza de la matemática bajo el enfoque C.T.S, dirigida a estudiantes de 2^{do} año de educación, para facilitar el proceso de enseñanza- aprendizaje en esta área. La intención de esta Guía, es la de incentivar a los estudiantes hacia el estudio de los conceptos conjuntistas, empleando *situaciones-problema* de la vida escolar, o social, y generar así aprendizajes significativos.

1.3 Evaluación del diseño del material didáctico por expertos.

La planificación, diseño y elaboración de la *Guía Didáctica* bajo un enfoque CTS se desarrollo ante la necesidad de reorientar la enseñanza de las Ciencias en nuestro país hacia una formación del estudiante que incluya los avances propuestos por importantes corrientes educativas. Consideramos que esta propuesta, de igual forma, contribuye a la labor docente que aspire orientar sus prácticas educativas en el área de matemática enmarcado bajo este enfoque.

Para la evaluación del *diseño-borrador* de la *Guía Didáctica*, se consideró aplicar la técnica de *Juicio de Expertos*, con este fin, se contó con la colaboración de un grupo de docentes de matemática de reconocida experiencia en el área pedagógica a nivel de educación media. La intención de la evaluación fue detectar si existían algunas debilidades presentes en el diseño-borrador de la *Guía Didáctica*, y en el caso de presentarse, someter dicha actividad a un proceso de revisión y mejoras eficientes que permitieran lograr los objetivos planteados en la elaboración de la misma.

1.3.1 Técnica de recolección de la información.

Para la recolección de la información relevante para el proyecto, el equipo de trabajo empleo la técnica de la *Encuesta*. La encuesta es una de las técnicas de investigación social más difundidas, está se basa en respuestas, afirmaciones y opiniones de tipo escrito de una muestra de cierta población bajo estudio, con el fin de recabar

información pertinente. En nuestro caso, esta se basó, en aspectos objetivos (hechos, características) la evaluación de la *Guía Didáctica*, y subjetivos (opiniones y actitudes de los docentes).

Para la elaboración de la encuesta se requirió del diseño de un cuestionario que consistió en la formulación de seis preguntas de tipo de respuestas abiertas que fueron planteadas a cada uno de los encuestados, dirigidas a abarcar diversos aspectos referentes al diseño y contenido del proyecto. Las preguntas consistentes del cuestionario trataron de servir de guía y como indicadores de la opinión, juicio y criterio de los docentes expertos en relación a la efectividad del diseño y resultado de la *Guía Didáctica*.

1.3.2 Aplicación de la encuesta a los docentes expertos.

Esta etapa se inició una vez que cada docente experto precisó a través de la información suministrada por el grupo de trabajo, cuales eran los objetivos y expectativas que se aspiraban lograr con la elaboración del material didáctico.

Seguidamente, se procedió a la entrega de un ejemplar de la *Guía Didáctica* a cada docente evaluador y se le brindó una breve exposición acerca de la estrategia de enseñanza- aprendizaje CTS. Finalmente, se le dio una ilustración de la estructura que presentaba el material educativo. Para una revisión detallada y análisis del diseño se acordó de un lapso de siete días. Cumplido este lapso, el grupo de trabajo suministró el material evaluativo (encuesta) en la que el experto respondió a las inquietudes propuestas y opinó en relación a los contenidos presentes, al diseño orientado hacia las aplicaciones, así como a otros aspectos que considerará importante mencionar. El material didáctico fue evaluado individualmente y por separado por un número de ocho docentes de diferentes instituciones educativas, los tiempos de entrega de las encuestas oscilaron entre los dos y tres días.

La intención de la encuesta consistió en conocer el nivel pedagógico en que se enmarcaba la *Guía Didáctica* y si su diseño se apoyaba en el desarrollo de aplicaciones prácticas. Sus juicios resultan de valioso interés debido a que se aspira que formalizado su diseño esta pudiera ser aplicada en sesiones reales de clases. Como todo proyecto tecnológico su diseño siempre esta sujeto a revisión, de manera de contar con un material actualizado, óptimo que permita implementar una novedosa e interesante estrategia de enseñanza-aprendizaje para el estudio de la Teoría de Conjuntos. A continuación se presenta la encuesta aplicada a los docentes:

Cuestionario.

Este instrumento tiene como finalidad recabar información para llevar a cabo una investigación de tipo académico. Agradecemos su colaboración al responder en forma breve, de acuerdo a su experiencia como docente, una serie de preguntas con detenimiento y sinceridad, en referencia al material didáctico suministrado.

De acuerdo a su experiencia pedagógica en el área de matemática ¿Cree Ud. que la Guía Didáctica abarca los contenidos necesarios para explicar el tema de Teoría de Conjuntos?

¿Piensa Ud. que el grado de dificultad de los ejercicios propuestos, el vocabulario empleado, los ejemplos escogidos se ajustan al nivel de comprensión de los estudiantes en esta etapa?

¿Cuáles son las principales diferencias que encuentra Ud. entre el diseño empleado en la elaboración de la Guía Didáctica con respecto a los libros de textos tradicionales?

¿Considera Ud. que la Guía Didáctica abarca contenidos que pueden ser aplicados en la resolución de problemas del entorno del estudiante? Explique brevemente.

¿Considera Ud. que el diseño que presenta la Guía Didáctica puede motivar a los alumnos debido a su carácter de relación con otras asignaturas y de aplicación en problemas del entorno de los estudiantes?

De acuerdo a su criterio, ¿Considera que en el mercado existen otras opciones de libros de textos de matemática con otras tendencias distintas del enfoque tradicional de enseñanzas de las ciencias?

Muchas gracias por su colaboración . . .

Una vez recogida la información relevante ésta fue interpretada, logrando establecer las consideraciones, críticas y tendencias sobre algún aspecto específico de la *Guía Didáctica* o sobre su totalidad lo que posteriormente permitió establecer aspectos relevantes en cuanto al diseño de la misma.

1.3.3.- Resultados de la Evaluación de la Guía Didáctica por Expertos.

Realizado el proceso de recolección de datos, se procedió a interpretar y analizar la información suministrada. En este sentido, Jehoda y otros (citada por Balestrini, A, (2001)), afirma que: “El propósito del análisis es resumir las observaciones llevadas a cabo, de forma tal que proporcione respuestas a las interrogantes de investigación...” (p.169).

Los resultados acerca del diseño, estructura, contenido y otros aspectos de la *Guía Didáctica* se obtuvieron mediante la encuesta realizada a los docentes de educación media del área de matemática, con reconocida experiencia en la asignatura. De acuerdo con sus opiniones el material diseñado cuenta con una marcada fortaleza pedagógica que favorece la enseñanza del tema Teoría de Conjuntos ya que su diseño incluye entre otros aspectos: un esquema amigable y las actividades propuestas son ejemplificadas a

través de situaciones “tipo” presentes en su vida cotidiana, además cuenta con un vocabulario ajustado al nivel intelectual de los jóvenes estudiantes condición esta que los hace más atractivo desde el punto de vista pedagógico.

Los juicios, ideas, opiniones y criterios aportados por el grupo de docentes encuestados fueron analizados por el equipo de trabajo y sirvieron como aporte para una mejor definición del diseño de la propuesta tecnológica y para ampliar su carácter pedagógico. Finalmente se agradeció la colaboración del personal docente entrevistado.

2.- Segunda Etapa: *Aplicación de la Guía Didáctica.*

Una vez finalizada la etapa de diseño de la *Guía Didáctica* se llevó a cabo el proceso de aplicación. Para este fin, se seleccionaron tres grupos de estudiantes de segundo año de educación básica de los institutos:

- *Unidad Educativa Caricuao, (Parroquia Caricuao), secciones “B” y “C”.*
- *U.E.N.T.D. “Liceo Caracas” (Montalbán), sección “U”.*

La actividad se llevó a cabo, seleccionando un grupo de seis (6) estudiantes de cada sección, por unidad educativa.

Cada grupo de estudiantes fue convocado para recibir dos (2) horas académicas de clase por semana, durante un período de un mes.

Las sesiones de clase fueron dirigidas por uno de los docentes pertenecientes al grupo de trabajo, mientras que el segundo, actuaba como facilitador en las labores académicas.

Al inicio de cada sesión de clase, el docente auxiliar, se encargaba de la entrega de la *Guía Didáctica* a cada uno de los participantes.

Seguidamente, el docente a cargo de la experiencia se aseguraba de que los equipos de estudiantes se organizaran de acuerdo a lo recomendado para cada actividad. En los casos en que se sugería que la actividad se llevara a cabo de manera individual, este paso era omitido.

A continuación se procedía como parte del periodo de apertura de la clase, a la lectura de las instrucciones descritas en el inicio de cada actividad, valiéndose en algunas oportunidades de la lectura individual silenciosa, así como en otros casos, de la lectura en voz alta, asistida por un estudiante voluntario.

Posteriormente tanto el docente a cargo como el facilitador daban inicio a las actividades y revisaban el avance de cada equipo, respondiendo a las preguntas, fomentando el análisis, el enlace de ideas, y presentando ejemplos, dentro de otras actividades. Este proceso se enmarcaba dentro de un tiempo prudencial para su desarrollo, una vez agotado el tiempo previsto, se advertía a los alumnos del final de la actividad.

Como parte de los ejercicios propuestos se eligieron problemas en los que los estudiantes requirieran investigar y recolectar información en libros de otras asignaturas, búsqueda por Internet, etc., o en otros casos el presentar ejemplos de aplicación a su vida cotidiana de los contenidos estudiados previamente.

Se procuró finalizar las sesiones de clase, y así el proceso de aplicación del material instruccional con sesiones de discusiones ó debates sobre el tema tratado, así como un ciclo de preguntas y clarificación de dudas planteadas por los estudiantes.

3.- Tercera Etapa: *Evaluación de la Guía Didáctica por el grupo de Estudiantes.*

En esta etapa final se procedió a consultar la opinión de los alumnos de segundo año de los institutos educativos antes mencionados. Con este fin, se procedió a la entrega a cada uno de los participantes de la actividad evaluativa, de una hoja de preguntas (encuesta) del tipo de respuestas abiertas, las cuales están dirigidas a recabar información referente a la opinión de cada estudiante participante de la actividad, en cuanto a su nivel de conexión con la *Guía Didáctica*, de cual actividad le gusto más, y de acuerdo a su criterio que le gustaría agregar y omitir a su diseño; y si éste considera que algunas de las actividades propuestas le permitirán resolver algunos problemas de su entorno. Finalmente indagar sí, el estudiante conoce o ha trabajado con textos que presenten la enseñanza de la matemática enfocada hacia las aplicaciones.

Antes de iniciar el proceso de llenado de la encuesta se les informo a los estudiantes que esta actividad era individual, esto con el fin, de evitar la influencia en la opinión de unos estudiantes sobre los otros.

Para el llenado de la encuesta se estipuló un tiempo de 25 minutos, procurando así obtener respuestas que fueran lo más espontáneas posibles. Esta actividad se llevó a cabo dentro del aula de clase de cada institución educativa, bajo la supervisión de ambos miembros del equipo de trabajo.

Sí las respuestas obtenidas no reflejaban con precisión las opiniones de los estudiantes, de forma de poder ser catalogadas, por el equipo docente, se procedía a precisar dicha información a través de algunas preguntas orales, que eran dirigidas de manera espontánea y amigable, a los grupos de estudiantes. Esta nueva información permitía aclarar el nivel de agrado o desagrado que el grupo tenía, respecto de la *Guía Didáctica*.

Es importante destacar que los alumnos de las secciones “B” y “C” de la U. E. “*Liceo Caricuao*” fue compuesta de un grupo mixto de alumnos, mientras que la sección “U” del “*Liceo Caracas*”, sólo estuvo conformado por estudiantes de sexo femenino, debido a que esta sección fue destinada sólo a estudiantes de éste genero, producto de su carácter deportivo. La edad promedio de los estudiantes consultados osciló alrededor de la edad regular de estudiantes de este nivel. (13 a 14 años).

A continuación se presenta el modelo de encuesta que se aplicó de forma individual al grupo de alumnos:

Encuesta.
DATOS GENERALES.

Fecha: _____

1. Institución Educativa: _____

2. Sección: _____ 3. Edad: _____

4. Género:

a. Femenino b. Masculino

Con esta encuesta queremos conocer tú opinión acerca del material didáctico suministrado. Lee detenidamente y responde en forma breve los aspectos que se te plantean.

¿Qué actividad de la Guía te pareció más interesante? ¿por qué?

.....
.....
.....

Consideras que las actividades trabajadas en la Guía, te permitirán resolver algunos problemas que pueden presentarse en tú entorno?

.....
.....
.....

¿Qué agregarías o eliminarías al diseño de la Guía de Teoría de Conjuntos?

.....
.....
.....

Puedes nombrar algunas diferencias entre la Guía Didáctica y los libros de texto de matemática que usualmente utilizas.

.....
.....
.....

Deseas expresar alguna otra opinión sobre el contenido de la Guía:

.....
.....
.....

Gracias por tu colaboración

3.1 Resultados de la Evaluación de los Estudiantes.

Los resultados obtenidos de la aplicación de la encuesta, aplicada a los estudiantes seleccionados, evidencian que el grado de aprobación que la *Guía Didáctica* tuvo entre ellos fue muy positivo.

En base a las respuestas obtenidas se puede concluir que en general todas las actividades les parecieron interesantes debido a que el contenido matemático presentado era acompañado con una situación distinta, lo que les resultó novedoso y llamativo, aún cuando, les agrado mucho el tratamiento del contenido de matemática a través de los mapas de Latinoamérica, mapa de las circunscripciones electorales de Caracas y el mapa del Distrito Capital ya que conocieron más acerca la geografía del entorno que les rodea.

Asimismo, otro grupo de encuestados, respondió que les agrado trabajar las distintas operaciones entre conjuntos empleando el plano del sistema Metro de Caracas, debido a la novedad y grado de familiarización que tienen con este medio de transporte.

Ante la pregunta de cuales de las actividades aprendidas con la Guía, les permitirán resolver algunas situaciones que pueden presentarse en su entorno, respondieron en su mayoría los siguientes aspectos:

- *En el diseño de cuadros, en el que se consideren dos parámetros a evaluar;*
- *En la construcción de diagramas ramificados exigidos en otras asignaturas;*
- *Distinguir que existen situaciones, las cuales se pueden resolver de forma sistemática, a través del empleo o aplicación de las operaciones de intersección y unión de conjuntos.*
- *En el conocimiento de que si un objeto no pertenece a un conjunto dado puede, sin embargo, pertenecer a otro, que por definición, es opuesto al primero y denominado complemento de A, como ocurrió con las señales de tránsito.*

Ante la pregunta de que diferencias encontraron entre los textos de matemática que usualmente han trabajado y la *Guía Didáctica* respondieron:

- La forma de explicar es agradable, los símbolos matemáticos que aparecen están bien explicados y no resultan tan pesado como en los otros libros de matemática.
- Muchas de las actividades se presentan en la vida real, son familiares.
- Que se relaciona la matemática con la geografía nacional, universal, y los deportes.
- Que se conocen las circunscripciones, y las parroquias que componen el Distrito Capital.
- Que hay juegos como la sopa de letras.

En cuanto a la pregunta: ¿Qué agregarías o eliminarías al diseño de la Guía de Teoría de Conjuntos? los estudiantes, en su mayoría, respondieron que no le harían ningún tipo de cambio a la Guía, que les gustaba como se trabajaba con ella, mientras que otro grupo respondió que los ejercicios finales estaban difíciles de resolver ya que en un solo problema se derivan muchas preguntas.

Con respecto a la pregunta:

Deseas expresar alguna otra opinión sobre el contenido de la Guía:

- El grupo respondió que con ese tipo de diseño las sesiones de clase resultan más interesantes.
- Las explicaciones a través de los gráficos (diagramas de *Venn*) nos ayudaron a entender muchos de los problemas planteados.

Hay que destacar que independientemente de los resultados arrojados por la encuesta de opinión, durante el proceso de aplicación del material, fueron regulares las oportunidades en que el docente a cargo, dejó trabajar por sí solos, al grupo de estudiantes, durante este proceso, tanto el docente a cargo, como el docente auxiliar constataron que el grupo de estudiantes leyeron y discutieron las interrogantes planteadas en el material didáctico y se pudo apreciar que, una vez finalizada la actividad, los estudiantes completaron la totalidad de las preguntas de forma correcta, formaron nuevos conjuntos y les dieron el nombre apropiado.

Pudieron calcular el cardinal de los conjuntos que se le plantearon y consultaron a los docentes justo en las preguntas que resultaban de contenidos más abstractos, preguntas estas, que fueron diseñadas específicamente para crear ambiente de discusiones y debates entre los integrantes de cada grupo. Igualmente, fueron positivas sus respuestas en los ejercicios donde se les pedía que, dado un conjunto expresado por extensión, reconocieran la propiedad que lo definía por comprensión y viceversa, entre otros importantes aspectos.

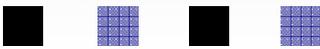


MATEMATICA

2do Año

Educación Media

Brito Ninoska
Orellana Gustavo



Teoría de Conjuntos

Bajo un enfoque

CTS



Introducción.

A los Estudiantes . . .

La siguiente *Guía Didáctica* basada en una nueva corriente educativa denominada C.T.S. tiene como objetivo facilitar la comprensión y aprendizaje de los estudiantes, en un área de la ciencia matemática denominada Teoría de Conjuntos.

Basados en esta orientación, en el diseño de la *Guía Didáctica* se intenta superar la concepción de que los estudiantes son sólo “receptores de conocimiento” con este fin, se han incluido sesiones de aprendizajes que procuran desarrollar el trabajo en equipo, la discusión de ideas, el análisis de los temas, la síntesis intergrupual y de otros importantes aspectos que fomenten el desarrollo de personas críticas, conocedoras de los problemas de su entorno, que gestionen la solución de los mismos, empleando en los casos en que sea posible, los conocimientos adquiridos durante el proceso educativo.

Proponemos así, una forma alternativa que busca superar la usual formalidad encontrada en los libros de textos clásicos. Con este fin, en el diseño de la *Guía Práctica* se presenta la Teoría de Conjuntos bajo un enfoque que permita relacionarla con muchas de las actividades presentes tanto en tu entorno social, como educativo. No negamos con esto, el valioso aporte que nos brindan los libros tradicionales, que estos son de gran utilidad en el proceso educativo y que además pueden apoyarte desde el punto de vista bibliográfico, pero consideramos que el método tradicional posee algunas limitaciones que dificultan al estudiante apreciar la ciencia matemática como un área del conocimiento que es propia de su entorno y que puede entrelazarse con las demás ciencias, tales como la Biología, Geografía, y otras disciplinas de interés como el deporte, los contenidos ciudadanos, etc. Esto significa, que una de las premisas de la corriente CTS es que el conocimiento no es un hecho aislado sino que puede ser visto como parte de un todo.

Para ello, en el inicio de cada sesión se han propuesto algunas instrucciones que te guían en el desempeño de cada una de las actividades, estas además han sido diseñadas de forma que a través de las respuestas asertivas que des a las preguntas planteadas y valiéndote del enlace de ideas, te permitan la conformación de un esquema mental que propicie de forma lógica la apropiación del conocimiento.

La *Guía Didáctica* incluye numerosas ilustraciones que esperamos te sirvan de apoyo visual para comprender y ubicar el contexto de cada situación planteada. Igualmente, se han añadido algunas biografías de algunos de los más importantes matemáticos que han contribuido con su trabajo e investigación al desarrollo de la teoría conjuntista.

Asimismo, intentamos que la *Guía Didáctica* te muestre, a través de cada una de las actividades propuestas, que los conceptos matemáticos aquí tratados no representan cuerpos teóricos que tiene utilidad sólo dentro del aula de clase, en el momento de responder un examen, o entregar una asignación, sino que este conocimiento puede resultar útil en muchas de tus actividades cotidianas, al reconocer dentro del entorno que te rodea, que los objetos pueden formar parte de un conjunto cuando este es definido de manera adecuada. Que una vez superada la abstracción teórica del tema, puedes simplificar muchas de las tareas que a diario se presentan y manejar de forma apropiada las operaciones que normalmente surgen entre ellos (Conjuntos).

En algunos casos, te motivamos a que realices alguna investigación adicional como en el caso de la ubicación de los parques nacionales, en esta actividad como en otras se persigue adicionalmente que conozcas más acerca de la geografía de nuestro país.

Finalmente, se ha incluido en la parte final de la *Guía Didáctica*, ejemplos y ejercicios de utilidad en la vida diaria, que se basan en algunos tópicos vistos de la teoría conjuntista. Los ejemplos presentados son específicos, pero pueden emplearse en un sinnúmero de actividades de trabajo, escolares, administrativas, etc.

Esperamos que a través de tú interacción con la *Guía Didáctica* de Teoría de conjuntos y sus relaciones bajo el enfoque CTS, para estudiantes de Educación Media, te motive en el conocimiento de esta importante e infinita área del conocimiento y logre cambiar tú percepción acerca de ésta importante ciencia.

A los Profesores . . .

Importantes avances en la investigación educativa, fundamentados entre otras razones, en el acelerado desarrollo de la ciencia y la tecnología, así como, en la necesidad de abordar y resolver variados y numerosos problemas propios de nuestros países, han servido de estímulo y como punto de partida a las ciencias de la educación en el desarrollo de un nuevo enfoque educativo denominado C.T.S.

Este enfoque entre otros importantes aspectos propone, la necesidad de que durante la actividad educativa los estudiantes se apropien del conocimiento, a través de la facilitación por parte del docente, de un entorno en donde además de la discusión del “Objetivo principal”, en nuestro caso la Teoría Conjuntista, éste se vincule con otros contextos de interés propio de los alumnos y de su entorno en la sociedad.

Dentro de esta corriente, debe propiciarse además, la relación de un área del conocimiento en combinación con otras áreas, como por ejemplo, la matemática con la geografía, la biología, etc. evitando así, el aislamiento o parcelación de una determinada área de la ciencia. Con este fin, se motiva el aprendizaje en equipos de trabajo, donde se fomente la discusión de ideas acerca del tema propuesto, creando así, una red cultural donde el estudiante pueda apreciar la importancia del tópico a discutir, en relación con su vida diaria y en sociedad. La creación de esta red asegura que el estudiante entienda en profundidad el tema planteado y favorece la creación de esquemas mentales del conocimiento, que puedan evitar su olvido.

Asimismo, este nuevo enfoque propone a los estudiantes como actores principales y constructores de su propio conocimiento. Esta apropiación se llevará a cabo a través de diferentes actividades tales como: sesiones de preguntas guiadas para inducir una definición, el planteamiento y solución de un problema de su entorno en relación con el tópico visto, así como el análisis, desarrollo y enlace de ideas necesarias para afianzar el conocimiento, entre otros aspectos.

Los autores

CTS en la Escuela



Objetivos Didácticos:

Al finalizar la Guía Didáctica, se espera que los estudiantes entre otros aspectos sean capaces de:

- Identificar y distinguir entre grupos dados de elementos pertenecientes a su entorno: escolar, familiar, o social, cuales corresponden a conjuntos.
- Construir conjuntos con un cardinal dado que estén relacionados con su entorno.
- Identificar problemas de su entorno ó modelar situaciones susceptibles de ser analizados mediante la teoría de conjuntos.
- Reconocer que los conocimientos que nos proporciona la Teoría de Conjuntos son útiles para mejorar sus tareas de orden, clasificación, numeración, selección, agrupación entre otros importantes aspectos.
- Valorar el trabajo grupal en el aula de clase en la realización de actividades relacionadas con ésta teoría.
- Explicar mediante argumentos y ejemplos, porque la Teoría de Conjuntos forma parte de nuestra vida diaria.
- Comprender e interpretar los conceptos y definiciones de esta teoría, para su incorporación al lenguaje cotidiano, y a sus modos de argumentación habituales.
- Identificar qué operación de conjuntos se debe aplicar para resolver una determinada situación.
- Relacionar la teoría de conjuntos con temas y objetivos estudiados en otras asignaturas, así como en la organización de actividades deportivas, ciudadanas o sociales.
- Conocer y valorar la utilidad de la teoría de conjuntos en aspectos más generales de la actividad humana.
- Diagnosticar un determinado problema, explorar distintas alternativas de aplicación, evaluar la conveniencia de su uso y decidir la opción más acertada.
- Al finalizar las actividades, los estudiantes deberán estar en capacidad de:
- Identificar si una agrupación de elementos conforma o no un conjunto.
- Emplear correctamente el lenguaje asociado a la teoría de conjuntos.
- Reconocer, si a un conjunto dado es posible asignarle o no un cardinal. En los casos en que esto es posible, sea capaz de determinarlo.

- Expresar e identificar las características de los conjuntos: Vacío, Unitario, Finito e Infinito y dar ejemplos de cada uno de ellos. Representar e Identificar la clase Universal.
- Reconocer los subconjuntos pertenecientes a un conjunto dado.
- Representar a través de un diagrama de Venn una determinada operación entre conjuntos.
- Desarrollar la capacidad de expresar en forma escrita el resultado obtenido a través del empleo de un diagrama de Venn.
- Aplicar las operaciones de unión e intersección de conjuntos, a dos o más conjuntos dados, para determinar el conjunto resultante.
- Distinguir si dos conjuntos dados son Disjuntos o no.
- Distinguir si un determinado conjunto ha sido definido por extensión o por comprensión y en los casos en que es posible ejecutar la transferencia entre ambas definiciones.

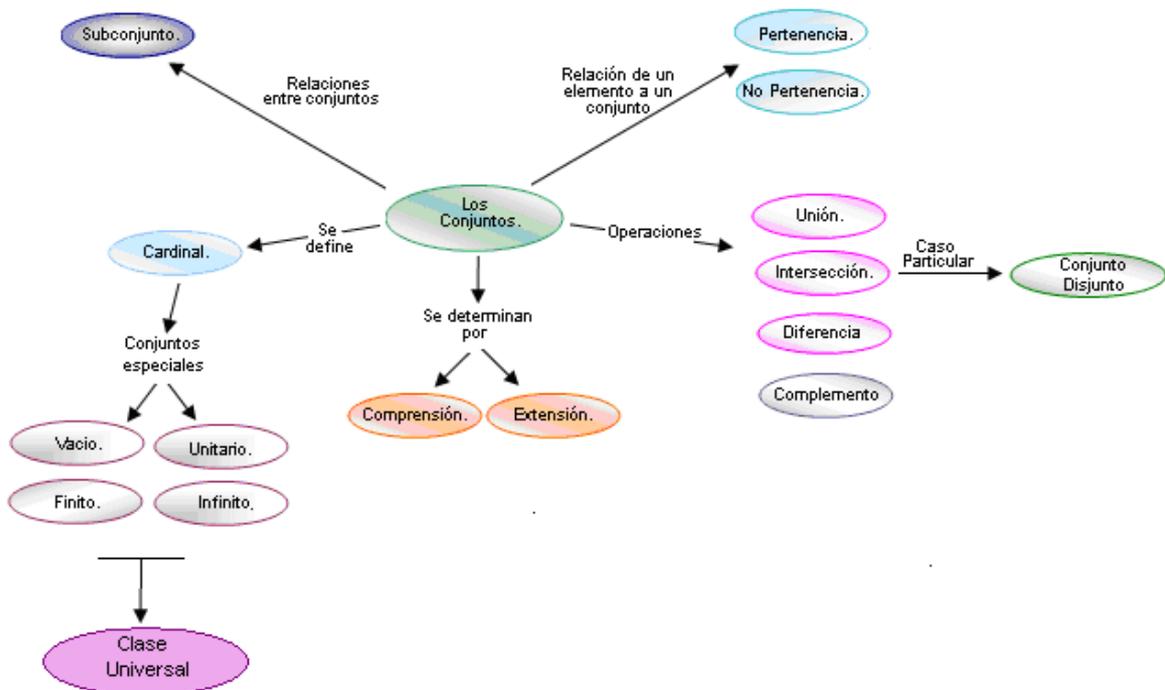
2.-Mapa de Conceptos.

Antes de conocer los Conjuntos queremos presentarte un diagrama visual y jerárquico, que se incluye más adelante, el cual muestra los conceptos, que poco a poco, se irán desarrollando. Este tipo de diagramas se conoce con el nombre de “mapa conceptual”, esperamos que te sirva de apoyo y guía al momento de relacionar las distintas definiciones que representan los pilares en que se apoya esta importante teoría. Revisemos seguidamente, la definición de lo que es un mapa conceptual:

Un Mapa Conceptual es una estrategia de aprendizaje dentro de la corriente constructivista que produce aprendizajes significativos al relacionar los conceptos de un tema. Estos se caracterizan por su simplificación, jerarquización e impacto visual.

El mapa conceptual que se anexa presenta los términos básicos que conforman la estructura principal de la Teoría de Conjuntos. Como es de esperar, el punto de partida para este desarrollo es el concepto de *Conjunto*, en este apartado aprenderás a distinguir cuando la propiedad que caracteriza a un conjunto está definida correctamente, de manera que no exista ambigüedad al momento de identificar los elementos que lo componen.

A esta definición, continua de acuerdo con la lógica conjuntista, la determinación de si un elemento pertenece o no a un conjunto dado. En esta sección, se pretende que desarrolles tú habilidad de discernir si un elemento dado cumple con las condiciones necesarias para ser incluido en el conjunto dado.



Seguidamente, se mostrarán las posibles maneras de “*presentar*” un conjunto a estos tipos de presentación en matemática se le conoce como forma de *definir un conjunto*, con esto se procura que te desenvuelvas con habilidad en cualquiera de las posibles presentaciones, es por ello, que se incluyen dos actividades que te guían en la comprensión de estos temas.

Una vez que conozcas la definición de conjunto y la forma de determinarlos, es necesario estudiar que normas se deben seguir cuando queremos operar con una parte de sus elementos, es de aquí que surge la definición de *Subconjunto* de un conjunto dado.

Otro importante aspecto que es importante conocer cuando operamos con conjuntos, es saber ¿Cuántos elementos lo componen? Este número particular que identifica a cada conjunto recibe un nombre especial que se conoce como *Cardinal del Conjunto*. Este valor, no sólo nos va a proporcionar información sobre cuantos elementos tiene un conjunto en particular, sino que además permite ubicar al Conjunto mismo dentro de la familia de los conjuntos especiales llamados Conjunto: *Vacio, Unitario, Finito e Infinito*.

Luego de introducir la definición de clase Universal se dedica una sección a estudiar el conjunto cuyos elementos no pertenecen a un conjunto **A**, la presentación de este conjunto conduce de forma lógica la definición del conjunto Complemento de **A**.

Una vez que hayas estudiado los Conjuntos como una unidad individual se hace necesario operar con las distintas relaciones que surgen o se establecen entre dos o más de ellos. Entre las más importantes operaciones se tienen: la unión, y la intersección. Otras operaciones que también serán estudiadas son el Producto Cartesiano y la diferencia de dos conjuntos.

La teoría conjuntista es muy extensa, sin embargo, hemos querido presentarte en forma resumida a través de este mapa, las definiciones y nociones básicas de esta teoría de forma que te vayas familiarizando con esta útil rama de la matemática.

Teoría de Conjuntos.

Sabías que...

La Teoría de Conjuntos es una rama de la matemática muy relacionada con nuestra cotidianidad por lo variado de sus aplicaciones, ésta estudia las relaciones entre un cierto tipo de objetos llamados conjuntos y los problemas relacionados con estos.

El concepto de conjunto es *fundamental* en matemáticas, incluso más que la operación de contar, pues se puede encontrar implícita o explícitamente, en todas las ramas de las matemáticas puras y aplicadas.

Un poco de la vida de....



Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor, nació el 5 de marzo de 1845, era un matemático ruso-alemán mejor conocido como el creador de la Teoría de Conjuntos, y por su descubrimiento de los números transfinitos. Introdujo La Teoría de Conjuntos en el siglo XIX, desarrolló una aritmética de números infinitos y descubrió la Geometría no Euclídea. También adelantó el estudio de las series trigonométricas, fue el primero en probar la no numerabilidad de los números reales, e hizo contribuciones a la teoría de la dimensión, entre otros aportes. Falleció el 6 de enero de 1918.



Respondan las siguientes preguntas y saquen sus conclusiones...

Actividad Nro. 1: Conjuntos.



Organizados en grupos de 3 estudiantes, lean cuidadosamente las instrucciones, respondiendo en los espacios en blanco del cuaderno de trabajo las preguntas contentivas. De presentárseles alguna duda consulta con el docente.

1.- ¿Tiene sentido incluir los siguientes elementos:

Julio, Agosto y Septiembre

en alguno de los tres listados dados a continuación?

a) Primer Listado:



Sí: _____ o No: _____

b) Segundo Listado:

A={Mercurio,Venus,La Tierra, Marte,Júpiter,Saturno,Urano, Neptuno}



Sí: _____ o No: _____

c) Tercer Listado:

B= { Octubre, Noviembre, Diciembre. }

Sí: _____ o No: _____

1a.-¿Qué listado eligieron?

1b.-¿Qué otros elementos podrían agregar al listado elegido, que guarden relación con los tres elementos dados?

1c.- ¿Qué nombre le asignarías a cada uno de los tres listados?

1d.- Después de haber contestado, cada grupo explicará las razones que le llevaron a elegir cada respuesta.

Actividad Nro. 2: Pertenencia, No- Pertenencia

2a.- Del siguiente listado de palabras:

Norte, Primero, Sur, Otoño, Segundo, Este, Oeste.

¿Qué elemento incluirían en el diagrama 2 de forma que guarde relación con los elementos presentes? Colóquenla, luego dentro del ovalo.



Diagrama 2.

2b.- ¿Qué les motivó a seleccionar ese elemento del listado dado?

2c.- ¿Qué nombre le asignarían al diagrama 2 una vez completado?

2d.- En base a las actividades anteriores, cada equipo construirá tres listados en el que los elementos que lo conforman guarden relación entre sí; a continuación cada grupo dará un nombre a cada listado que guarde relación con la conformación del mismo.

a) Primer Listado:

b) Segundo Listado:

c) Tercer Listado:

Actividad Nro. 3: ¿Cómo deben agruparse los elementos de un conjunto?

Los elementos dados a continuación guardan una relación entre sí, determinen y enuncien la “*propiedad*” que los agrupa. El siguiente ejemplo les orienta en éste sentido:

Ejemplo: Los siguientes elementos,



tienen como **propiedad** ó característica común que son todos: Frutas Tropicales

De acuerdo con lo anterior completa:

Do, re, mí, fa, sol, la, sí:



1.- Pueden agruparse por: _____

Leones del Caracas, Navegantes del Magallanes, Tigres de Aragua, Tiburones de la Guaira, Águilas del Zulia, Bravos de Margarita, Cardenales de Lara y Caribes de Anzoátegui:



2.- ¿Enuncia una propiedad que pueda agruparlos?



3.- Cuarto creciente, Cuarto Menguante, Llena y Nueva: _____

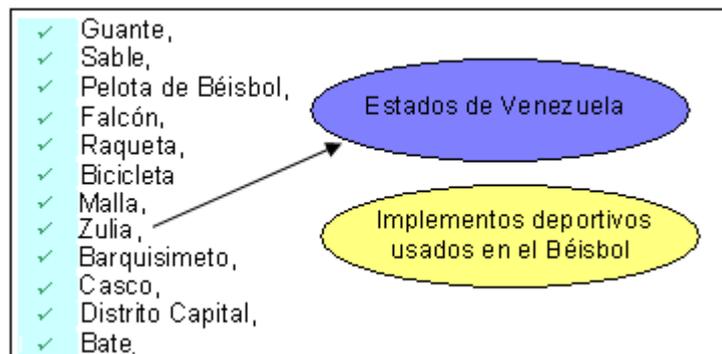


4.- Norte, Sur, Este, Oeste: _____

5.- ¿Que les condujo a escoger esa propiedad en particular, en cada caso?

6.- ¿Qué pueden concluir?

7.- Señala con una flecha cuales elementos de listado de la izquierda cumplen con la propiedad indicada en el diagrama de la derecha. Observa el ejemplo dado, en este ejemplo el estado Zulia, dado en el listado de la izquierda, guarda relación con el diagrama titulado “Estados de Venezuela”:

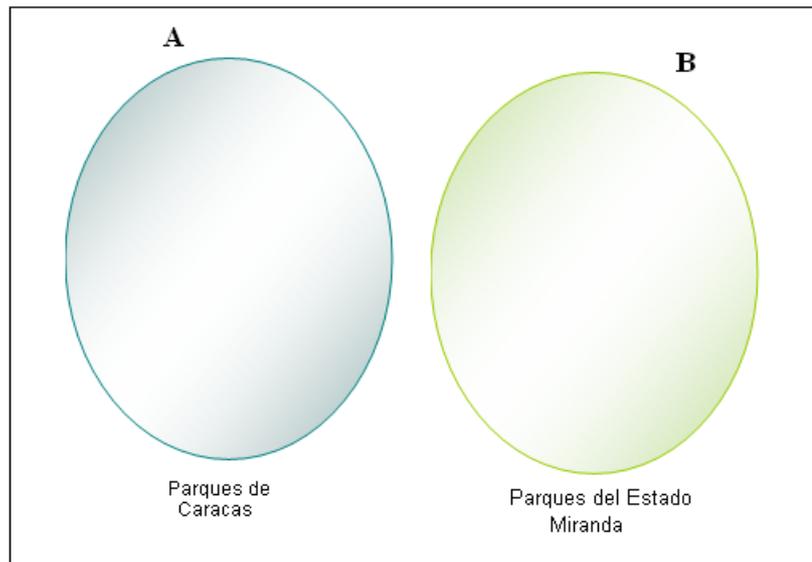


8.- De acuerdo con la pregunta anterior ¿Puede decirse o no que el elemento “Barquisimeto”, es elemento del diagrama denominado “Estados de Venezuela”? ¿Será elemento del diagrama: “Implementos del Béisbol” ? ¿Por qué?

9.- ¿Tiene sentido incluir o relacionar el elemento “Raqueta” con el diagrama denominado “Estados de Venezuela”? Expliquen su respuesta.

10.- Dado el siguiente listado de Parques Naturales de Caracas y el Estado Miranda, ubícalos según su localización geográfica en el óvalo correspondiente. (Puedes consultar en otros medios si así lo requieres)

Jardín Botánico	Arístides Rojas	El Junquito
Cueva del Indio	Zoológico El Pinar	Los Chorros
La Aguada	Zoológico Caricuao	Alí Primera ó
Oeste	Los Caobos	Maracaibo
Sanz	Vinicio Adames	Mariches
Rómulo Gallegos (Galindo)	Francisco de Miranda ó del Este	



11.- Elaboren una agrupación de elementos donde todos los miembros que la conforman tengan una propiedad o característica común.

12.- ¿Pueden mencionar qué propiedad los agrupa?

Ahora bien, los listados de objetos cuyos elementos poseen una característica en común, los matemáticos lo definen como CONJUNTO.

Construye de acuerdo con lo visto en las actividades 1, 2 y 3 lo que es para ti la definición de un conjunto.

Observa que es posible presentar *infinitos* listados de elementos en el que sus componentes o elementos estén agrupados de acuerdo con una propiedad que los relaciona, es por esta razón, que los listados definidos de ésta manera han sido estudiados por la matemática y reciben un nombre particular. De aquí que:

¿Estás de acuerdo con la definición que dan de CONJUNTO las ciencias matemáticas? Léanla y opinen:

Un *conjunto* es una lista, colección o clase de objetos bien definidos, dotado de una propiedad que permite decidir, si un objeto cualquiera forma parte o no de la colección.

Los *conjuntos* pueden ser de: personas, animales, cosas, etc., pero estos pueden estar dados en abstracto, como cuando enunciamos por ejemplo: los números, las letras, etc.

Características de un Conjunto.

Para determinar si una colección dada de objetos corresponde a un conjunto deben tenerse presentes las siguientes características:

a.- La propiedad que caracteriza la colección de elementos del conjunto debe estar bien definida.

Por ejemplo, si enunciamos las frases:

“La chica más simpática del aula de clase”, o
“Las asignaturas más difíciles de primer año”,

estas, no definirían un conjunto ya que como ambas encierran una característica subjetiva, es decir, que depende de cada persona, no estaríamos delimitando inequívocamente, los elementos constituyentes de dichos conjuntos.

Conjuntos bien definidos puede expresarse por las siguientes propiedades:

{Número de alumnos del aula que son mayores de 14 años} o
{Personas que midan más de 1.68 mts.}

b.- En un conjunto, el orden en que se enumeran o se listan los elementos carece de importancia. Así se tiene que:

$$A = \{a, b, c\} \text{ y } B = \{b, c, a\}$$

representan exactamente el mismo conjunto, es decir, que un conjunto *no es* necesariamente una colección *ordenada* de elementos.

c.- Los elementos de un conjunto deben ser distintos entre sí, por lo que ningún elemento debe aparecer repetido. En caso de que esto ocurra, a este se le considerará ó contará sólo, una vez.

Ejemplos:

1.- $A = \{0, 2, 4, \frac{6}{3}, 6, 8\} = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, debido a que el elemento $\frac{6}{3} = 2$

2.- $B = \{-(-3), 5, 7, 9, 11\} = \{3, 5, 7, 9, 11\}$, ya que $-(-3) = 3$

Dadas las siguientes imágenes asignales una propiedad por la cual puedan ser agrupadas, comienza de izquierda a derecha por la primera fila (horizontal).



- a.- _____
- b.- _____
- c.- _____
- d.- _____
- e.- _____
- f.- _____

Las siguientes actividades permiten avanzar en el estudio de los conjuntos,

En la pregunta 7 de la actividad 3 se observó que los elementos Zulia, Falcón, Dto. Capital y Barquisimeto cumplen con la propiedad que define al conjunto titulado “Estados de Venezuela”, en general cuando esto sucede, tales elementos pueden considerarse como “integrantes” o “propios” del conjunto dado.

Es importante saber que...

A través del lenguaje cotidiano nos podemos comunicar, su correcto uso depende del conocimiento particular de variados signos, así como, de la adecuada forma de relacionarlos. De la precisión en la escogencia y la buena disposición de estos signos dependerá el justo sentido de lo expresado; la comprensión del interlocutor y la adecuada enseñanza del conocimiento que se desee transmitir.

De igual modo ocurre en las ciencias (química, matemática, física, etc.) en cada una de ellas, se requiere de un lenguaje particular que debemos conocer, entre otras razones, por la necesidad de comprender las ideas presentadas por los autores en los libros de textos, las explicaciones dadas por tus profesores, así como, tu correcta formulación de ideas en la presentación de ejercicios de entrenamiento, de respuesta en los exámenes y de fluidez en las explicaciones orales.

Por otra parte, es importante destacar que además, este conjunto de signos y símbolos se emplean en matemática con el fin de facilitar la escritura, la lectura y la

descripción de los enunciados, planteamientos, preguntas y respuestas de cada uno de los temas que son presentados.

A continuación se ofrece una parte de ese lenguaje matemático, relacionado a la teoría de conjuntos:

<p>Para indicar que el elemento a pertenece al conjunto A se escribe ó indica por la siguiente notación:</p> $a \in A$	<p>La negación de esta relación ó la “no-pertenencia” se denota por una barra superpuesta que cruza en forma ascendente (/) el símbolo \in, es decir, \notin. En este caso, ésta relación se lee: “el elemento a no pertenece al conjunto A” y se denota por:</p> $a \notin A$
--	--

De acuerdo con esta experiencia completen el siguiente enunciado:

- i) Cuando uno o varios elementos *cumplen con la propiedad* que define a un conjunto, se dice que el elemento, (o los elementos): _____ al conjunto dado.
- ii) En caso contrario, si un elemento *no cumple con la propiedad* que define a un conjunto, se dice que el elemento, (o los elementos): _____ al conjunto dado.

Dados los siguientes conjuntos de especies de animales señala con el símbolo de “ \in ” ó “ \notin ”, si los elementos que están en la columna de la izquierda pertenecen a uno o varios de los conjuntos dados.

A={Mamíferos}, B={Anfibios}, C= {Aves}, D={Peces}, E={Mamíferos Cuadrúpedos}

\notin \in	{Mamíferos}	{Anfibios}	{Aves}	{Peces}	{Mamíferos Cuadrúpedos}
Perro 					
Turpial 					
Ballena 					
Mosca 					
Carite 					
Delfin 					
Rana 					

Actividad Nro. 4: Cardinal de un Conjunto

En nuestro día a día, nos encontramos con diversas situaciones en las cuales se requiere conocer con precisión el número de elementos que posee un conjunto determinado, por ejemplo, el número de días de un cierto mes del año, el número de lápices de tu cartuchera, el número de artículos que puedes llevar de una tienda con un cierta cantidad de dinero, etc.

Estas inquietudes justifican la siguiente actividad, para su desarrollo trabaja de forma individual:

- 1.- ¿Por cuántos estudiantes está conformado tu salón de clase? _____
- 2.- ¿De cuántos miembros consta el conjunto de familiares que viven en tú casa? _____
- 3.- ¿Por cuántos elementos esta constituido el conjunto formado por el número de veces que haz observado en la vida real un unicornio? _____
- 4.- ¿Cuántos elementos tiene el conjunto formado por los alumnos de tú curso cuyo nombre es Vladimir? _____
- 5.- ¿Cuántos elementos tiene el conjunto formado por el día del año en que se celebra tú cumpleaños? _____
- 6.- ¿Cuántos elementos tiene el conjunto formado por los cristales de arena que se encuentran en la orilla de una playa? _____
- 7.- Menciona 5 elementos (especies) del conjunto de animales mamíferos.



De acuerdo con tú experiencia y lo aprendido en la actividad anterior, discute con tus compañeros las siguientes preguntas:

- 1.- ¿Es siempre posible contar el número de elementos de un conjunto dado? Explica tu respuesta.

- 2.- ¿Existen conjuntos que no contienen elementos?

3.- Enuncia la propiedad que defina un conjunto que *no posea* elementos.

4.- Define un conjunto que contenga un número *finito* de elementos.

5.- Da un ejemplo, de un conjunto que posea un número de elementos *ilimitado*.

6.- Menciona un conjunto que posea *un único* elemento.

Las preguntas planteadas permiten presentar y comprender porque es necesaria la siguiente definición:

El número de elementos de un conjunto dado A se le denomina *cardinal* de A y se denota por:

$$\#A$$

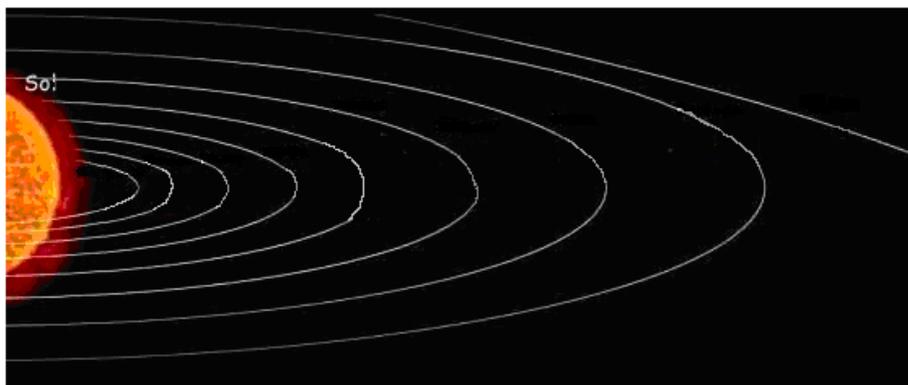
7.-Identifica los continentes, y luego indica ¿Por cuántos elementos está conformado este conjunto?



8.- El cardinal del conjunto de los planetas que conforman el Sistema solar es ocho, ellos son:



El profesor de Geografía le solicita a los estudiantes que ubiquen a los planetas en las orbitas de acuerdo a su proximidad al Sol. De acuerdo con este criterio ¿Cuál es el orden correcto en que deberían colocarse estos planetas?



Algunos conjuntos contienen un *número* de elementos *particular* y por ésta razón se han clasificado de la siguiente manera:

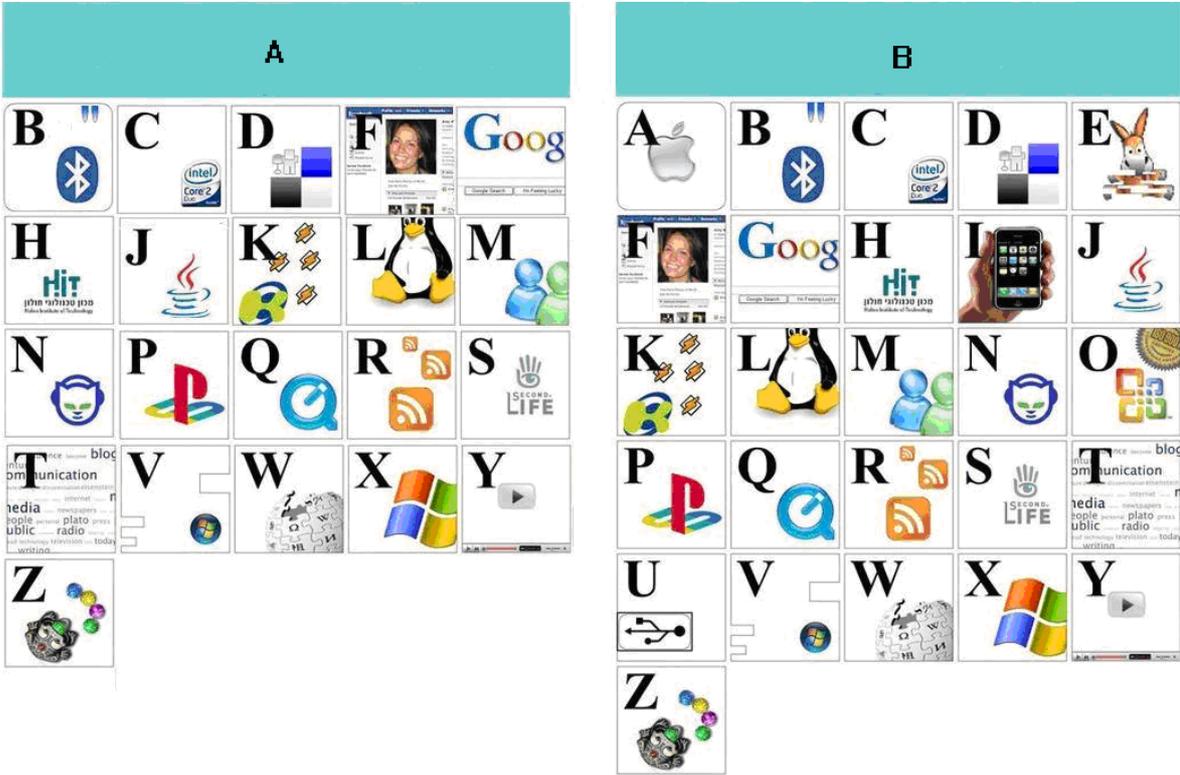
- Conjunto Vacío, ➤ Conjunto Universal e
- Conjunto Unitario, ➤ Conjunto Infinito.

Y estas son las definiciones que nos dan:

- **Conjunto Vacío:** Es un conjunto que carece de elementos. Se suele llamar conjunto nulo, y se le denota por el símbolo \emptyset ó $\{ \}$. Un ejemplo de este tipo de conjunto, se presenta en la pregunta 3, de la actividad 5.
- **Conjunto Unitario:** Es un conjunto que posee un *único* elemento. Un ejemplo de conjunto unitario, es el propuesto en la pregunta 5, de la actividad 5.
- **Conjunto Infinito:** Es un conjunto, al cual no se le pueden contar o nombrar todos sus elementos, es decir, posee una cantidad ilimitada de elementos. Un ejemplo de este tipo de conjunto es el propuesto en la pregunta 6, de la actividad 5.
- **Clase Universal:** Es la que comprende *todos* los elementos que satisfacen una característica determinada. Se le denota por la letra U y se representa gráficamente por un rectángulo.

Actividad Nro. 5: Subconjuntos

Observa detenidamente los elementos de los conjuntos A y B.



De acuerdo a lo observado responde las siguientes preguntas:

1.- ¿Son iguales los conjuntos A y B? Explica tú respuesta.

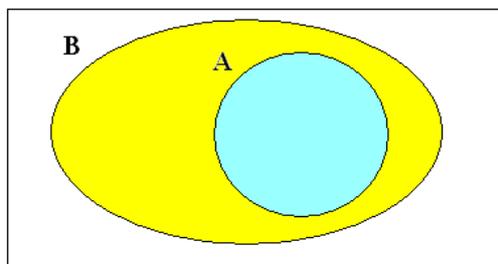
2.- ¿Todos los elementos del conjunto A pertenecen al conjunto B?

3.- ¿Todos los elementos del conjunto B pertenecen al conjunto A?

4.- ¿Qué conjunto posee mayor número de elementos A ó B?

5.- ¿El conjunto **A** contiene al conjunto **B** ó el conjunto **B** contiene al conjunto **A**?
Explica tú respuesta

6.- Ubica en el siguiente diagrama los elementos del conjunto **A** y **B**, sin incluir dos veces el mismo elemento. Representa cada elemento solo por su letra inicial.



7.- En general, ¿Qué debe suceder para que un conjunto **A** esté contenido en otro conjunto **B**?

8.- ¿Está todo conjunto contenido en sí mismo?

9.- Trata de explicar lo que es para ti la definición de un subconjunto.

Los planteamientos de la actividad 5 y tus respuestas conducen a la siguiente definición:

Dados dos conjuntos **A** y **B**, diremos que **B** es “*subconjunto*” del conjunto **A**, si todo elemento del conjunto **B** es elemento del conjunto **A**.

Observemos que cuando todo elemento del conjunto **B** es elemento del conjunto **A**, se dice que “**B** es *subconjunto* del conjunto **A**” ó que el conjunto **B** está *contenido* en el conjunto **A**, y se representa de la siguiente manera:

$$B \subset A$$

Observa que cuando **B** es un subconjunto del conjunto **A**, igualmente podemos decir que el conjunto **A** *contiene* al conjunto **B**. En este caso, dicha relación se expresa de la siguiente manera:

$$A \supset B$$

Actividad Nro. 6: Los conjuntos, ¿de cuántas formas se pueden definir?

Hasta ahora han trabajado con la definición de “Conjunto”, y con el “Número de Elementos” que lo conforman. En la siguiente actividad aprenderás la forma en que ellos pueden ser presentados o definidos.

Actividad 6.1.

1.- Enumera cinco tipos de balones deportivos:

$$A = \{ \quad , \quad , \quad , \quad , \quad \}$$

2.- Expresa los primeros 6 múltiplos del número dos:

$$B = \{ \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad \}$$

3.- Nombra cuatro miembros de tú núcleo familiar:

$$C = \{ \quad , \quad , \quad , \quad \}$$

4.- Señala las materias del segundo año de la institución que cursas:

$$D = \{ \quad , \quad \}$$

Actividad 6.2.

Dados los siguientes listados de elementos escribe dentro de los símbolos de las “llaves”, la propiedad que los caracteriza:

5.- $A = \{ \text{Tacto, Gusto, Oído, Vista, Olfato} \}$ $A = \{ \quad \quad \quad \}$

6.- $B = \{ \text{Norte, Sur, Este, Oeste} \}$ $B = \{ \quad \quad \quad \}$

7.- $C = \{ \text{A, E, I, O, U} \}$ $C = \{ \quad \quad \quad \}$

8.- $D = \{ \text{Verde, Violeta, Naranja} \}$ $D = \{ \quad \quad \quad \}$

Actividad 6.3.

Observa ahora los siguientes conjuntos:

$$A = \{ \text{los colores Primarios} \} \quad B = \{ \text{Amarillo, Azul, Rojo} \}$$

¿Son iguales los conjuntos dados? ¿Por qué?

¿Sí son iguales los conjuntos dados porque a simple vista parecen distintos?

¿Cuál de los conjuntos A y B definidos en la actividad 6.3 está expresado mediante la propiedad que caracteriza a sus elementos? Y ¿Cuál de ellos está definido listando cada uno de los elementos que lo componen?

Define un conjunto dando los elementos que lo conforman y luego, define el mismo conjunto indicando la propiedad que caracteriza a los elementos que lo componen.

Se concluye que . . .

De acuerdo con lo realizado en la actividad 6.1, es posible definir un conjunto listando específicamente *uno a uno, los elementos* que lo componen.

Cuando un conjunto se define listando específicamente *uno a uno, los elementos* que lo componen se dice que el conjunto está definido por: *extensión*.

En el caso de que un conjunto sea descrito enunciando la propiedad que caracteriza los elementos que los componen, se dice que el conjunto está definido por: *comprensión*.

Ejemplos de conjuntos definidos por comprensión se pueden observar en la actividad 6.2.

Ejercicios:

1.- Define por comprensión, los siguientes conjuntos:

i.- $M = \{\text{Boca, esófago, estómago, intestinos.}\}$: _____

ii.- $S = \{\text{América, Asia, Europa, África, Oceanía.}\}$: _____

iii.- $Q = \{2, 4, 6, 8.\}$: _____

iv.- $R = \{\text{do, re, mí, fa, sol, la, si.}\}$: _____

2.- Define por extensión, los siguientes conjuntos:

i.- $F = \{\text{Los meses del año que tienen 30 días.}\}$: _____

ii.- $G = \{\text{Los satélites naturales de la tierra.}\}$: _____

iii.- $H = \{\text{Los estados andinos de Venezuela.}\}$: _____

iv.- $I = \{\text{Los estudiantes del aula que han viajado a Japón}\}$: _____

3.- Dados los siguientes conjuntos, abrevia su descripción empleando los símbolos adecuados:

$C = \{\text{Los múltiplos de cinco.}\}$

$D = \{\text{Los números enteros mayores que 42 y menores que 31.}\}$

$E = \{\text{Los estudiantes del aula cuya edad oscila entre 12 y 14 años.}\}$

Nota: En ambos casos, debemos encerrar a los elementos o a la propiedad que define al conjunto dado, entre el signo de las "llaves".

Una vez estudiadas las formas en que pueden ser presentados los conjuntos conozcamos un método que permite representarlos gráficamente . . .

Cuando se describe algún tema o hecho de interés la ciencia emplea diversos métodos, en unos casos se explican oralmente, en otros, se escriben sus características, mientras que cuando es posible se emplean representaciones gráficas. Este último método se emplea en la teoría de conjuntos a través de los diagramas de Venn.

El nombre de estos diagramas se debe a *John Venn* quien fue un notable matemático que dedicó gran parte de su trabajo al estudio de los conjuntos y las operaciones que usualmente establecemos entre ellos . . .

Diagramas de Venn.

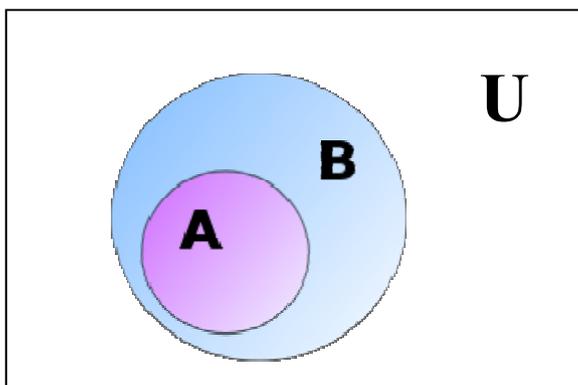
En matemática con el fin de visualizar mejor y facilitar la comprensión de los problemas planteados entre distintos conjuntos se suele emplear un tipo de diagramación particular que se conoce con el nombre de *diagrama de Venn*.

Estudemos más acerca de éste tipo de diagramas. . .

Los *diagramas de Venn* son un tipo de sistema Gráfico que permite entender, organizar las relaciones entre conjuntos y los elementos que los componen. También son una herramienta que nos ayuda a visualizar –en los casos que es posible– las operaciones que comúnmente con ellos se pueden realizar. Este tipo de diagramas utiliza círculos u óvalos que se superponen para representar grupos de elementos o ideas que comparten o no propiedades comunes.

Su creador fue el matemático y filósofo británico **John Venn** quién buscaba representar gráficamente la relación matemática o lógica existente entre diferentes grupos de cosas (conjuntos), representando cada conjunto mediante un óvalo, círculo o rectángulo. Venn observó que al superponer dos o más de las anteriores figuras geométricas, el área en que confluyen indica la existencia de un subconjunto que tiene características que son comunes a ellas; en el área restante, propia de cada figura, se ubican los elementos que pertenecen únicamente a ésta.

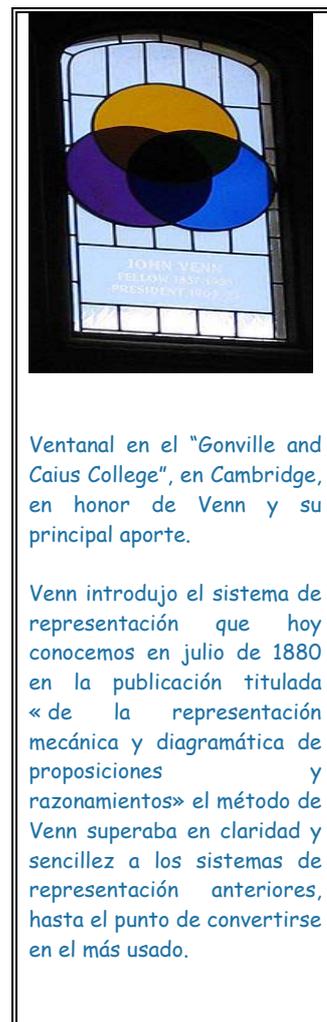
Veamos un ejemplo:



En este diagrama de Venn, se señala la existencia de una determinada clase Universal “U”, de un conjunto **B** representado por círculo, y de un subconjunto **A** contenido en el conjunto **B**.

 **Observación.** Como se mencionó anteriormente, los diagramas de Venn pueden incluir más de un conjunto, sin embargo, su empleo para representar un número elevado de ellos se hace limitado.

Aspectos que deben tenerse presente en la elaboración de un diagrama de Venn:



Ventanal en el "Gonville and Caius College", en Cambridge, en honor de Venn y su principal aporte.

Venn introdujo el sistema de representación que hoy conocemos en julio de 1880 en la publicación titulada «de la representación mecánica y diagramática de proposiciones y razonamientos» el método de Venn superaba en claridad y sencillez a los sistemas de representación anteriores, hasta el punto de convertirse en el más usado.

i.- La clase Universal U se representa mediante un recinto cerrado cualquiera, usualmente rectangular, conteniendo a todos los conjuntos que el problema o la situación particular plantee.

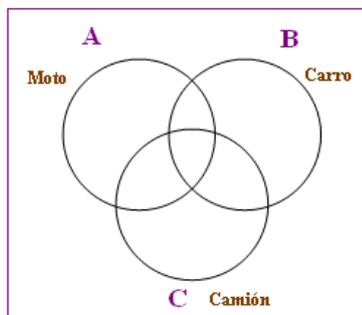
ii.- Los conjuntos, se representan por un recinto cerrado generalmente con forma circular u ovalada, en cuyo interior se ubican los elementos del conjunto.

iii.- Los elementos de un conjunto se representan en algunos casos por puntos dentro del recinto cerrado a los cuales ellos pertenecen. Para distinguir unos puntos de otros se debe señalar a cada punto con su correspondiente nombre.

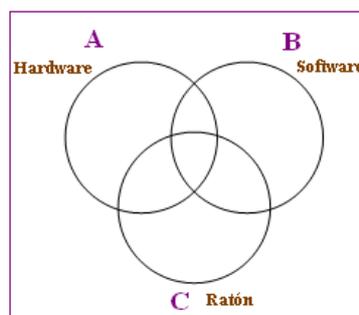
Ejercicios.

1.- Representa los conjuntos de la actividad 6.1 y 6.2 en un diagrama de Venn.

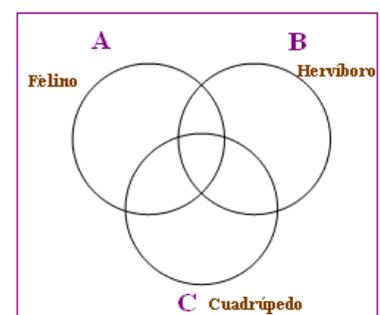
2.- En la siguiente actividad sombrea la región en la que se ubica el elemento descrito.



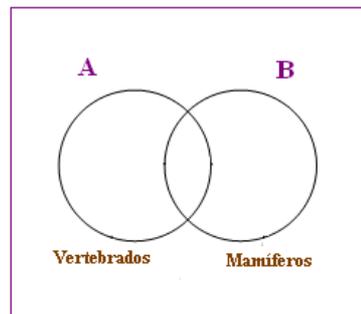
¿Dónde ubicamos ... un vehículo con motor?



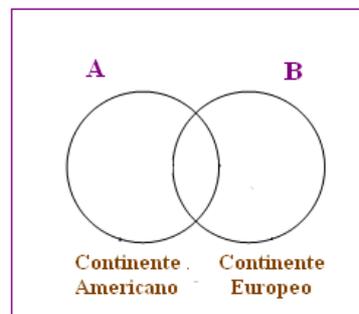
¿Dónde ubicamos ... un programa?



¿Dónde ubicamos ... un tigre?



¿Dónde ubicamos ... una rana?



¿Dónde ubicamos a ... Portugal?

3.- Representa en un diagrama de Venn un conjunto vacío.

4.- Representa en un diagrama de Venn un conjunto unitario.

5.- Define dos conjuntos que posean al menos tres elementos comunes y luego representalos a través de un diagrama de Venn.

Actividad Nro. 7: Complemento de un conjunto.

Complemento de un Conjunto.

Es frecuente que al estudiar los conjuntos sea necesario referirnos a los elementos que se encuentran en otro conjunto fuera del conjunto dado, dada la importancia de este tipo de conjuntos se estudiarán a continuación.

En el siguiente gráfico se representa algunos elementos del conjunto de las señales de tránsito de la reglamentación venezolana, denotemos este conjunto por la letra R.

R



1.- De acuerdo con esta normativa, las señales se clasifican en:

- Señales de Reglamentación
- Señales de Información y
- Prevención.

i.- Señales de Reglamentación:

Son aquellas señales que tienen por objeto notificar a los usuarios de la vía, sobre las limitaciones, prohibiciones o restricciones que deben aplicarse en el uso de ellas y cuya violación constituye una infracción castigada por la ley o los reglamentos. Estas señales caracterizan por tener una forma circular con:

Fondo: Blanco; **Símbolo:** Negro; **Marco:** Rojo. De acuerdo con esto, señala cuáles elementos del conjunto **R** conforman el subconjunto de señales de Reglamentación, escribiendo en las líneas siguientes, su información o leyenda.

ii.- Señales de Información:

Las señales de Información son dispositivos que tienen por objeto identificar las vías e indicar rutas, destinos, direcciones, punto de interés y cualquier otra información que el conductor y demás usuarios puedan necesitar, se caracterizan por tener forma rectangular;

Para los Servicios los colores son: **Fondo:** Azul y Blanco; **Símbolo:** Negro; **Marco:** Blanco, y

Para las Rutas: **Fondo:** Verde, **Símbolo:** Blanco, **Marco:** Blanco.

De acuerdo con esto, señala cuáles elementos del conjunto **R** conforman el subconjunto de señales de Información, escribiendo su indicación o su leyenda.

iii.- Señales de Prevención:

Son aquellas que tienen por objeto advertir al usuario de la vía, de la existencia de algún peligro en su zona inmediata y de la naturaleza de la misma.

Las señales de Prevención se caracterizan por tener forma romboidal con:

Fondo: Amarillo; **Símbolo:** Negro; **Marco:** negro. De acuerdo con esta información, cuáles elementos del conjunto **R** pertenecen al subconjunto de señales de Prevención, escribiendo en el espacio anexo su información o su leyenda.

Llamemos por **A** el subconjunto de señales de Reglamentación, denotemos por **B** al subconjunto de señales de Información e indiquemos por **C** al subconjunto de señales de Prevención. Así:

A = { Señales de Reglamentación }

B = { Señales de Información } y

C = { Señales de Prevención }

2.- En un examen teórico para la solicitud de la licencia de Conducir al solicitante se le muestra el conjunto **R** dado arriba y se le pregunta cuales elementos *no pertenecen* al conjunto **B** de las señales de Información. ¿Qué debe responder el solicitante?

Formemos el subconjunto $B \cup C$. Menciona los elementos que *no pertenecen* a este subconjunto.

¿Cuántos subconjuntos del conjunto **R** no están en $A \cup C$?

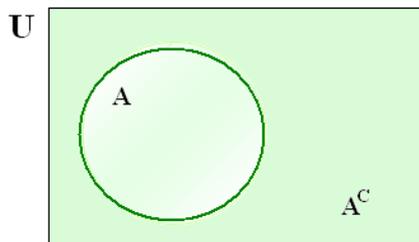
¿Cuántos subconjuntos del conjunto **R** no tienen elementos de **C**?

En matemática, el conjunto cuyos elementos no pertenecen a un conjunto dado **A** se define como: Complemento de un conjunto.

El *complemento de un conjunto A* es lo que queda cuando al universo le quitamos dicho conjunto, o equivalentemente es el conjunto de los elementos que *no están* en el conjunto **A**.

El complemento de un conjunto **A** se representa por el símbolo: A^c .

El complemento de un conjunto **A** en la clase Universal **U** se representa gráficamente de la siguiente manera:



Ejemplo Sean $U = \{ m, a, r, t, e, s \}$ y $A = \{ t, e, s \}$. El complemento de **A** es: $A^c = \{ m, a, r \}$.

Actividad Nro. 8: Intersección de conjuntos.

Actividad 8.1.

Resuelve la siguiente sopa de letras encerrando en un óvalo la palabra hallada:

LAGARTIJAS	APODO
LAPICERO	COLIRIO
PAJAROS	LADO
DINERO	LIRIO
IGLESIA	GAS
RED	HIJO
ROSA	CERO
OREJA	ALEMANIA
DIA	LEÑA
CICLO	CLARO
PICO	PEROL
CARACAS	DIOS
CUMANA	SILLON
IDEA	PEDAL
CHINA	TIZA

L	L	A	I	N	A	M	E	L	A
A	A	P	O	D	O	L	O	S	N
G	D	P	A	J	A	R	O	S	A
A	O	Z	I	L	E	Ñ	A	I	M
R	I	H	G	C	I	N	E	L	U
T	R	D	I	N	E	R	O	L	C
I	I	I	E	P	E	R	R	O	H
J	L	O	S	A	E	E	O	N	I
A	O	S	I	P	E	D	A	L	N
S	C	C	A	R	A	C	A	S	A

Una vez finalizada la búsqueda y ubicados en la sopa de letras responde:

¿En la “sopa” qué letras tienen en común los siguientes grupos de palabras?

LAPICERO, RED Y PEROL	_____
ROSA, PAJARO	_____
DIOS, DINERO	_____
APODO, CLARO	_____
CUMANÁ Y DINERO	_____

Elige la opción correcta marcando con una “x”:

¿Cuántas letras ó elementos en común tienen las palabras?: LAPICERO/RED/PEROL

a.- Una () b.- Dos () c.- Tres () d.- Cuatro ()

¿Cuántas letras ó elementos en común tienen las palabras?: ROSA/PAJARO

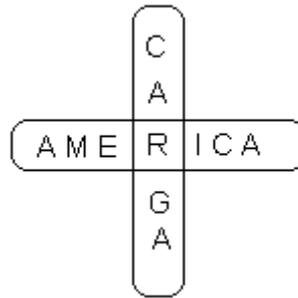
a.- Una () b.- Dos () c.- Tres () d.- Cuatro ()

¿Cuántas letras ó elementos en común tienen las palabras?: CUMANÁ/DINERO

a.- Una () b.- Dos () c.- Tres () d.- Cuatro ()

Observa que en la sopa de letras, si se considera cada *palabra* del listado, como un conjunto, entonces cada una de sus letras representa un elemento en dicho conjunto.

Ejemplo: Definamos dos conjuntos el conformado por las letras C,A,R,G,A y el que tiene como elementos las letras A,M,E,R,I,C,A.



En base al ejemplo responde:

¿Existen elementos comunes entre dos o más conjuntos de la sopa de letras? Justifica tú respuesta:



Actividad 8.2

En las nominas que siguen, se listan dos grupos de estudiantes de una institución el primer grupo consta de los alumnos inscritos en el equipo de Béisbol y en el segundo se encuentran los alumnos que practican ajedrez.

Nomina de Alumnos que Pertenecen al Equipo de Béisbol.
Apellidos y Nombres
Pérez Paúl
Marcano Héctor
Mejías Roberto
García Jhon
Colina Adolfo
Rodríguez Jesús
Montoya Paúl
González Carlos
López José
Martínez Luís
Trejo Miguel

Nomina de Alumnos que practican Ajedrez.
Apellidos y Nombres
Trejo Miguel
Gutiérrez Ricardo
López José
Sanoja Adolfo
Brito Vicente
Rodríguez Jesús
Hernández Steven
González Carlos
Carreño Oscar
Guerra Gerardo
Martínez Luís
Mejías Roberto
Pérez Paúl

Se ha organizado un grupo de actividades en otra institución, de forma de ahorrar costos de viaje, se seleccionaran, aquellos estudiantes que puedan representar al colegio en ambas actividades.

Designemos a la nomina de alumnos que pertenecen al equipo de Béisbol como un determinado conjunto **A** y el segundo listado como un determinado conjunto **B**.

En base a ambos listados se plantean las siguientes preguntas:

a.- ¿Son iguales los conjuntos **A** y **B**? ¿Por qué?

b.- Definamos ahora el conjunto **C** cuyos elementos son los alumnos que practican béisbol y además practican ajedrez. ¿De cuáles elementos consta este conjunto?

c.- ¿Son todos los elementos del conjunto **C**, elementos del conjunto **A**? Justifica tú respuesta.

d.- ¿Son todos los elementos del conjunto **C**, elementos del conjunto **B**? ¿Por qué?

e.- ¿Todo elemento del conjunto **B** es elemento del conjunto **C**? Argumenta tú respuesta:

f.-¿Todo elemento del conjunto **A**, es elemento del conjunto **C**? ¿Señala un elemento que justifique tú razonamiento?

g.- ¿De acuerdo a las preguntas anteriores, qué cualidad deben satisfacer los elementos del conjunto **C**, respecto de los conjuntos **A** y **B**?

h.- ¿Cuáles alumnos según este criterio deberían ser seleccionados?

De las actividades 8.1 y 8.2 se concluye que:

El proceso de selección de elementos comunes en dos conjuntos dados **A** y **B**, se basa en una *operación* de conjuntos denominada: Intersección

En la actividad 8.2, el conjunto intersección **C**, está determinado por los alumnos que practican ambas actividades (béisbol y ajedrez).

En general, para que un *conjunto intersección* sea no vacío, debe existir al menos un elemento que satisfice el planteamiento de la condición que define al conjunto **A** y la condición que define al conjunto **B**.

Puedes ahora ampliar tu vocabulario matemático con la siguiente definición:

Intersección de Conjuntos.

Se define la *intersección* de dos conjuntos **A** y **B** al conjunto de elementos que son comunes a los conjuntos dados. Ésta se representa simbólicamente por:

$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \{x / x \in \mathbf{A} \text{ y } x \in \mathbf{B}\}$$

y se lee: La intersección de los conjuntos **A** y **B** es el conjunto de los x tales que x pertenece al conjunto **A** y pertenece al conjunto **B**.

Es importante destacar que en el caso en que ningún elemento sea común, es decir, que no pertenezca simultáneamente a ambos conjuntos, se dice que la intersección es: Vacía y se indica de la siguiente manera: $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \emptyset$.

Veamos que en la operación de Intersección de Conjuntos pueden presentarse distintos casos, analicemos cada caso a través de un ejemplo:

Gráfica número 5.



La gráfica número 5 muestra un diagrama del Sistema Metro de Caracas. Basándonos en la información suministrada, realiza las siguientes actividades:

Actividad 8.2.1 Cuando A y B tienen sólo, algunos elementos comunes.

Desglosemos el gráfico número 5 en circuitos más pequeños y observemos sólo las líneas 2 y 4:



Consideremos el conjunto **A** representado por las estaciones que comprenden el recorrido que va desde la estación **Las Adjuntas** hasta la estación **Zona Rental** y el conjunto **B** por el recorrido desde la estación **Zoológico** a la estación **El Silencio**. Basándonos en esta información responde:

a.- Realiza un bosquejo del diagrama del metro y encierra en un óvalo las estaciones que componen el conjunto **A** y el conjunto **B**. ¿Se cruzan las líneas de los óvalos en tu esquema?

b.- Menciona los elementos de **A** que no están en el conjunto **B**.

c.- Menciona los elementos de **B** que no están en el conjunto **A**.

d.- ¿Existen elementos comunes a ambos conjuntos? Haz una lista de ellos.

e.- ¿Cuáles elementos pertenecen al conjunto $A \cap B$?

f.- ¿Cuántos elementos tienen los conjuntos A , B , y $A \cap B$?

g.- ¿Cómo es el conjunto $A \cap B$ cuando los conjuntos A y B , tienen sólo algunos elementos comunes?

Actividad 8.2.2 Intersección cuando los conjuntos A y B no tienen elementos comunes

De la gráfica número 5 se han seleccionado las gráficas de las líneas 2 y 3:



Definamos ahora el conjunto A como el conjunto conformado por las estaciones de la línea 2 del metro, y el conjunto B , como el conjunto cuyos elementos son las estaciones que comprenden la línea 3. En base a la definición de estos conjuntos responde lo siguiente:

a.- Encierra los elementos de cada conjunto en un óvalo. ¿Se cruzan las líneas de los óvalos en tú esquema?

b.- ¿Existen elementos comunes a ambos conjuntos?

c.- ¿Cuántos elementos tienen los conjuntos A , B , y $A \cap B$?

d.- ¿Qué nombre recibe de acuerdo al número de elementos el conjunto $A \cap B$?

e.- ¿Cómo es el conjunto $A \cap B$ cuando A y B , no tienen elementos comunes?

Actividad 8.2.3 Intersección cuando el conjunto **B** es un subconjunto de un conjunto **A**

Denotemos los conjuntos **A** y **B** por:

$$\mathbf{A} = \{ \text{Estaciones de la Línea 1} \} \quad \text{y}$$

$$\mathbf{B} = \{ \text{Estaciones que comprenden el recorrido que va desde la Hoyada a la Est. Chacao} \}.$$

a.- ¿Existen elementos comunes a ambos conjuntos?

b.- ¿Está el conjunto **B** contenido en el conjunto **A**? ¿Por qué?

c.- ¿Es todo elemento del conjunto **A** elemento del conjunto **B**? ¿Por qué?

d.- ¿Por cuáles elementos está constituido el conjunto $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$?

e.- ¿Cómo son los elementos del conjunto $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$ con respecto al conjunto **B**?

f.- ¿Cómo es el conjunto $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$ cuando $\mathbf{B} \subset \mathbf{A}$?

g.- ¿Cómo es el conjunto Intersección cuando uno de los conjuntos es subconjunto del otro conjunto?

Actividad 8.2.4 Intersección de un conjunto consigo mismo.

Considera el conjunto:

$$\mathbf{A} = \{ \bullet \text{Teatros}, \bullet \text{Nuevo Circo}, \bullet \text{Parque Central}, \bullet \text{Zona Rental} \}$$

a.- ¿Si intersectamos el conjunto **A** consigo mismo, cuantos elementos se obtienen?

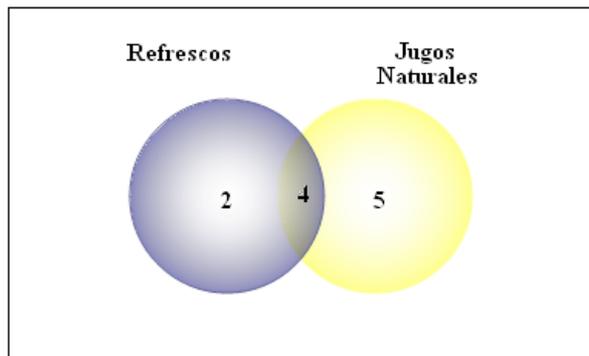
b.- ¿Cómo son los elementos del conjunto $A \cap A$ con respecto al conjunto A ?

 **Actividad 8.3**

Pon a prueba tus conocimientos con el siguiente ejercicio.

El siguiente diagrama presenta los datos obtenidos de una encuesta destinada a conocer la preferencia en el consumo de refrescos o jugos naturales de las personas: Los números que aparecen en el gráfico, se refieren a la cantidad de personas que:

- Toman sólo refrescos.
- Toman solamente jugos naturales.
- Que toman ambas.



En base a esta información responde a las siguientes preguntas:

¿Cuántas personas se encuestaron?



¿Cuántas personas toman refrescos?

¿Cuántas personas toman jugos naturales?





¿Cuántas personas toman refrescos y jugos naturales?

Explica brevemente el procedimiento que empleaste para determinar tus respuestas:

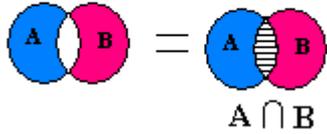
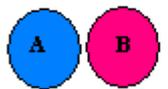
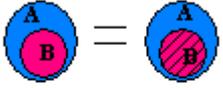
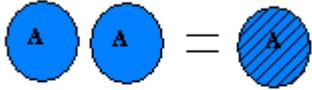
¿Qué procedimiento debes emplear para conocer cuantas personas toman solamente refrescos?

¿En base al procedimiento empleado en la pregunta anterior determina cuántas personas toman solamente Jugos Naturales? Explica tu respuesta.

¿Cuántas personas tomaban por lo menos una de esas dos bebidas?

¿Cuántas personas tomaban sólo una de esas dos bebidas?

A continuación se dará un cuadro que resume los posibles casos que pueden presentarse en la intersección de dos conjuntos:

<p>1.- Cuando los conjuntos A y B tienen algunos elementos comunes la intersección se reduce a éste grupo de elementos.</p>  <p>$A \cap B$</p>	<p>2.- Cuando los conjuntos dados no poseen elementos comunes, la intersección es vacía.</p>  <p>$A \cap B = \emptyset$</p>
<p>3.- Cuando $B \subset A$, la intersección es igual al conjunto B.</p>  <p>$A \cap B = B$</p>	<p>4.- Cuando intersectamos un conjunto A consigo mismo, la intersección se reduce al mismo conjunto A.</p>  <p>$A \cap A = A$</p>

* La región sombreada es el resultado de la intersección de los conjuntos A y B

Actividad 8.4 Conjuntos Disjuntos.

Actividad 8.4.1 Considera los siguientes conjuntos:

<p>$C = \{\text{Instrumentos de Cuerdas}\}$</p> <p>Guitarra Clásica Guitarra Eléctrica Violín Violonchelo Viola Arpa Cuatro.</p>	 <p>El Violín Cuatro Arpa Mandolina Contrabajo Guitarra Eléctrica</p>
---	---

<p>$V = \{\text{Instrumentos de Viento}\}$</p> <p>Trompeta Saxofón Trombón Flauta Trompa Tuba Corneta.</p>	 <p>Saxo Tuba Trompa Trompeta Trombón</p>
---	--

En base a los dos conjuntos dados realiza las siguientes actividades.

a.- ¿Los conjuntos C y V poseen elementos comunes?

b.- Según los tipos de conjuntos que han sido estudiados ¿Qué puede decirse del conjunto $C \cap V$?

c.- Define por extensión o por comprensión dos conjuntos cuya intersección sea vacía.

Actividad 8.4.2 Veamos otro ejemplo de conjuntos disjuntos.



En base a la figura anterior definamos los siguientes conjuntos unitarios:

$A = \{\text{Argentina}\}$, $Ch = \{\text{Chile}\}$, $C = \{\text{Colombia}\}$, $P = \{\text{Perú}\}$, $V = \{\text{Venezuela}\}$,

$U = \{\text{Uruguay}\}$, $Br = \{\text{Brasil}\}$, $Bo = \{\text{Bolivia}\}$, $E = \{\text{Ecuador}\}$, $S = \{\text{Surinam}\}$, $P = \{\text{Paraguay}\}$,

a.- ¿Qué características tienen en común los conjuntos dados?

b.- ¿Como se denomina la región en la que pueden incluirse todos los conjuntos dados?

c.- ¿Poseen elementos comunes dos cualquiera de los conjuntos dados? ¿Por qué?

d.- ¿En el mapa anterior existe algún territorio común a dos países? ¿Por qué?

e.- ¿Qué representaría la intersección de dos cualquiera de los conjuntos dados?

f.- ¿Tendría sentido intersectar dos de los conjuntos dados? Explica tú respuesta.

g.- ¿Si se considera cada país como un conjunto, como es la intersección de dos de ellos?

Se da ahora la siguiente definición:

Conjuntos Disjuntos.

Se dice que dos conjuntos dados **A** y **B** son *disjuntos* si su intersección es vacía, es decir, si no poseen elementos comunes. Así:

$$\mathbf{A} \text{ y } \mathbf{B} \text{ son } \textit{disjuntos} \text{ si } \mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \emptyset.$$

Observa el siguiente ejemplo para el uso de esta última definición y de su simbología:

Sean los conjuntos:

$$\mathbf{A} = \{2, 4, 6, 8, 10\} \text{ y } \mathbf{B} = \{3, 5, 7, 9, 11\}$$

Nota que los conjuntos **A** y **B** son *disjuntos* ya que:

$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \emptyset.$$

Actividad Nro. 9: Unión de conjuntos

Se desea ahora establecer una operación entre dos conjuntos dados, tal operación da como resultado un nuevo conjunto cuyos elementos dependerán de los conjuntos dados y deben tomarse en cuenta las siguientes consideraciones. . .

- ✓ *Dicha operación asigna al conjunto resultante la totalidad de los elementos que componen los conjuntos dados, en caso de no poseer elementos comunes.*
- ✓ *Si uno ó varios elementos son comunes a los conjuntos dados, éstos debe aparecer y contarse en el conjunto unión, sólo una vez.*
- ✓ *En el caso de que uno de los conjuntos dados sea vacío, digamos el conjunto **A** y el Conjunto **B** si posea elementos, la Unión $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$ da como resultado el conjunto **B**.*

De acuerdo con estas ideas se da la siguiente definición.

Unión de Conjuntos.

Dados dos conjuntos **A** y **B**, se denomina *Unión** de los conjuntos **A** y **B** al conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto **A**, al conjunto **B** ó a ambos. Este se denota por:

$$\mathbf{A \cup B = \{ x / x \in A \text{ ó } x \in B \}}$$

* En la definición anterior debe tenerse en cuenta que si un elemento pertenece a ambos conjuntos, dicho elemento debe aparecer en el conjunto Unión sólo una vez.

Veamos ahora, los casos que pueden presentarse en la Unión de Conjuntos.

Actividad 9.1.1 Unión de dos conjuntos cuando tienen sólo algunos elementos comunes.

Para estudiar este caso, de unión de dos conjuntos analicemos la siguiente actividad. Definamos primero los siguientes Conjuntos:

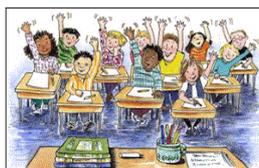
A= { Grupo de Amigos del Chat al cual se conecta José }

- Lisa
- Adriana
- Michael
- Antonio
- Carol
- Jean
- Billy
- Jennifer
- Marck
- Pedro
- Belkis



B= { Compañeros de aula de clase de José }

- Luís
- Pedro
- Antonio
- Carmen
- Juan
- Adriana
- Belkis
- Carlos
- Ana



Y sea:

$A \cap B = \{\text{Grupo de amigos, que chatean con José y son además compañeros de aula}\}$

¿Es vacía la intersección de los conjuntos **A** y **B**? Explica.

Realiza en el diagrama 1 una clasificación de los amigos de José de acuerdo a las siguientes categorías:

- ✓ Son sólo compañeros de aula de José.
- ✓ Son sólo amigos de José que se comunican con él, a través del Chat.
- ✓ Son compañeros de aula de José y además se conectan con él, en el Chat.

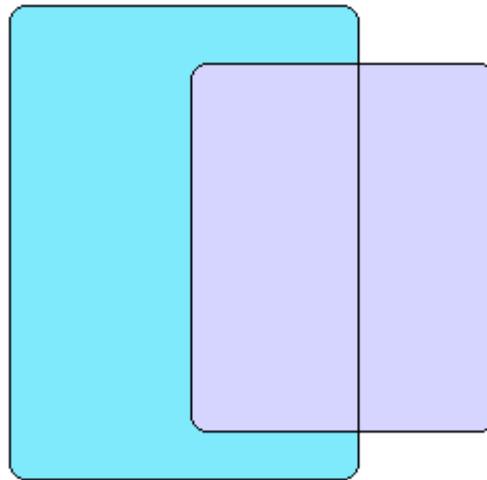


Diagrama 1

De acuerdo con las consideraciones mencionadas en el apartado anterior, para la unión de conjuntos sombrea en el diagrama 2, la(s) región(es) que conforman la unión de los conjuntos **A** y **B**.

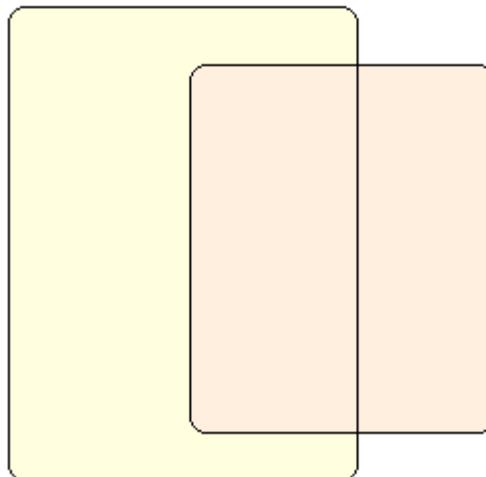


Diagrama 2

Actividad 9.1.2 Unión de dos conjuntos cuando los conjuntos A y B no tienen elementos comunes

Considera los siguientes conjuntos unitarios que constan de una única parroquia del Municipio Libertador:

A={Macarao} E={La Vega} I={Junquito} M={23 Enero} P={Altagracia} T={Sta. Teresa}

B={Caricuao} F={S. Rosalía} J={San Juan} N={Coche} Q={S. Bernardino} U={S. Agustín}

C={Antimano} G={San Pedro} K={Sucre} Ñ={El Recreo} R={Catedral}

D={El Valle} H={El Paraíso} L={Pastora} O={San José} S={Candelaria}



a.- Si cada parroquia es considerada como un conjunto, ¿Cómo podríamos llamar a la asociación ó integración de tipo geográfico entre ellas?

b.- ¿De cuántos elementos consta cada conjunto?

c.- Desde el punto de vista conjuntista ¿Qué nombre recibe la asociación de todos los conjuntos dados?

d.-¿Existen elementos repetidos en los conjuntos dados?

e.- ¿De cuántos elementos consta el conjunto unión, en este caso?

f.- Te parece que éste caso de la unión de conjuntos tiene implicaciones en la vida cotidiana? Opina:

Actividad 9.1.3 Unión de un conjunto consigo mismo.

De acuerdo a los aspectos señalados al inicio de la actividad 9 para la unión de dos conjuntos que menciona que:

“Si un elemento aparece repetido en los dos conjuntos dados, dicho elemento debe considerarse en el conjunto unión sólo una vez”

Considera ahora el conjunto formado por los siguientes útiles escolares:



$$A = \{ \text{Borra, Sacapuntas, Lápiz, Regla, Compás, Libro Texto y Cuaderno} \}$$

a.- Si unimos los elementos del conjunto A consigo mismo para formar el conjunto $A \cup A$, este nuevo conjunto ¿tendrá más elementos que A ?

b.- Si unimos los elementos de A consigo mismo para formar el conjunto $A \cup A$, este conjunto ¿tendrá menos elementos que A ?

c.- ¿Qué tienen en común los conjuntos $A \cup A$ y A ?

d.-¿De cuántos elementos consta el conjunto $A \cup A$?

Actividad 9.1.4 Unión de conjuntos cuando el conjunto **B** es un subconjunto del conjunto **A**

Observa la figura del Distrito Metropolitano de Caracas y considera a ésta como un determinado conjunto **A**.



Veamos que este conjunto **A** está constituido por siete zonas que son llamadas por el Poder Electoral como “*Circunscripciones Electorales*”, diferenciadas, cada una de la otra, por un color que la distingue.

Cada una de estas siete zonas será considerada, en esta actividad, como un subconjunto del conjunto **A** de las “*Circunscripciones Electorales*” (Revisa la definición de subconjunto ya estudiada en este libro)

a.- Completa los siete subconjuntos del conjunto **A** con los elementos que los componen:

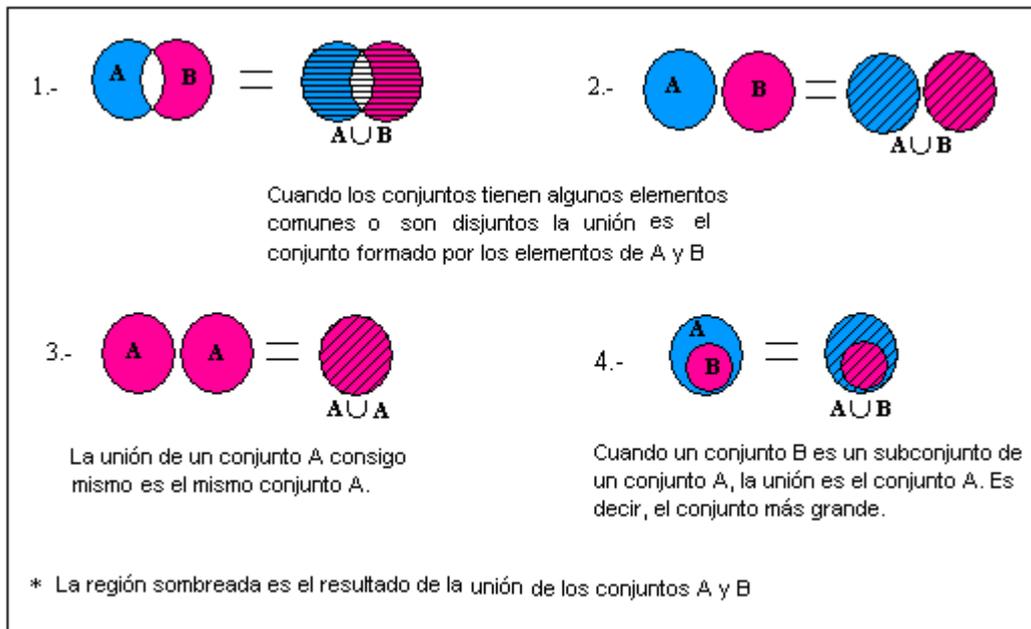
$$\begin{array}{ll}
 A_1 = \{ & \} & A_2 = \{ & \} \\
 A_3 = \{ & \} & A_4 = \{ & \} \\
 A_5 = \{ & \} & A_6 = \{ & \} \\
 A_7 = \{ & \} & &
 \end{array}$$

b.- Si los conjuntos **A** y A_1 definidos anteriormente se les aplica la operación de unión, ¿Qué conjunto da como resultado?

c.- Si en lugar del conjunto A_1 , se toma cualquier otro subconjunto del conjunto A y se efectúa entre ellos la operación de unión de conjuntos ¿Qué conjunto da como resultado?

d.- En general, si se toma cualquier otro conjunto $A \neq \emptyset$ y B un subconjunto de él y se efectúa entre ellos la operación de unión de conjuntos ¿Qué conjunto da como resultado?

A continuación se dará un cuadro, que resume los posibles casos que pueden presentarse en la unión de dos conjuntos:



Actividad Nro. 10: Producto cartesiano de dos conjuntos.

Antes de conocer lo que se conoce como Producto Cartesiano de conjuntos es necesario introducir la definición de *par ordenado*.

Pares Ordenados.

Existen numerosas actividades diarias en las que para poder llevarlas a cabo debemos respetar el orden en que se ejecutan, de lo contrario, no sería posible realizarlas. Por ejemplo:

- Comprar el ticket del Metro y luego pasar por el torniquete.
- Calzarse las medias y luego los zapatos.
- Encender la TV y luego ver el programa deseado.

Para poder representar estas situaciones en matemática, se emplea la definición de *par ordenado*. Los pares ordenados señalan al lector que el orden en que se presentan dos elementos dados **a** y **b**, es importante. En los ejemplos anteriores la aplicación de éste orden podría representarse de la siguiente manera:

(Ticket , Torniquete)
(Medias , Zapatos)
(T.V. , Programa)

Nota que los elementos están encerrados entre “paréntesis”, además están separados por una “coma”.

Ahora teniendo conocimiento de lo que es un par ordenado, establece tres ejemplos en lo que es necesario respetar el orden de los pasos para llevar a cabo una actividad.

i.-) _____

ii.-) _____

iii.-) _____

En matemática, diremos que un *par ordenado* es toda expresión de la forma **(a,b)**, en donde **a** es la primera componente del par y **b** es la segunda componente. Fíjate que en general **(a , b) ≠ (b , a)**

Una vez que conocemos el significado de Par Ordenado podemos distinguir cuando dos “pares ordenados”, son iguales. Dos pares ordenados **(a,b)** y **(c, d)** son iguales sí:

$$\mathbf{a = c \text{ y } b = d,}$$

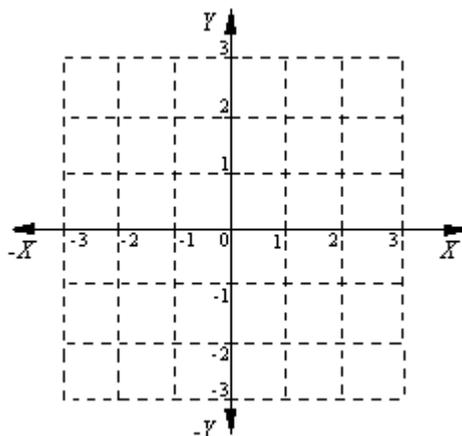
es decir, si son iguales las primeras componentes de los pares dados y también son iguales las segundas componentes de estos mismos pares.

1.- Representa gráficamente los siguientes pares ordenados en el diagrama, únelos mediante líneas rectas e indica que figura geométrica se obtiene.

a) $(1, 1); (1, -1); (-1, -1); (-1, 1)$: _____

b) $(-2, 0); (0, 2); (2, 0)$: _____

c) $(-2, 1); (2, 1); (-2, -1); (2, -1)$: _____



2.- Escribe en los recuadros el elemento que haga cierta cada una de las siguientes igualdades:

i.- $(11, x) = (7 + \square, x)$

ii.- $(5 + \square, 11 - \square) = (14, 3)$

iii.- $(25, \square) = (30 - \square, 16)$

iv.- $(\square, 6 - \square) = (8, 4)$

Producto Cartesiano.

Consideremos un curso que recibe clases en el horario de la mañana. Las horas en que el curso recibe clases puede ser considerado como un conjunto H, de las horas:

$$H = \{ 7-9, 9-11, 11-1 \}$$

Y sea D el conjunto de los días hábiles de la semana:

$$D = \{ \text{Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes} \}$$

¿Como podrían los estudiantes de este curso, diagramar esta información de forma que puedan emplearla eficientemente para organizar sus actividades escolares, libros e implementos necesarios para cada una de las materias? Realízalo en el espacio en blanco dado a continuación.



Como puedes observar el cuadro realizado por ti, se apoya en la construcción de un nuevo conjunto que surge a partir de los dos conjuntos dados, y denominado “producto cartesiano de $H \times D$ ”. La definición formal de este nuevo conjunto es la siguiente:

El producto cartesiano de dos conjuntos cualesquiera A y B , es otro conjunto formado por todos los pares ordenados (a,b) que tienen como primera componente un elemento de A y como segunda componente un elemento de B .

El producto cartesiano de A por B se denota de la siguiente manera:

$$A \times B = \{(a,b) / a \in A \text{ y } b \in B\}$$

Si dados dos conjuntos cualesquiera A y B , se tiene que $A = B$, escribimos entonces:

$$A \times A = \{(a,b) / a \in A \text{ y } b \in A\}$$

Y se lee: Producto Cartesiano de A por A .

En base a los conjuntos H y D , y la definición de producto cartesiano responde lo siguiente:

a.- ¿Cuál es el cardinal de H ? _____

b.- ¿Cuál es el cardinal de D ? _____

c.- Si multiplicamos el cardinal de H por el cardinal de D ¿qué número se obtiene?

d.- ¿Cuántos elementos posee el producto cartesiano de los conjuntos $H \times D$?

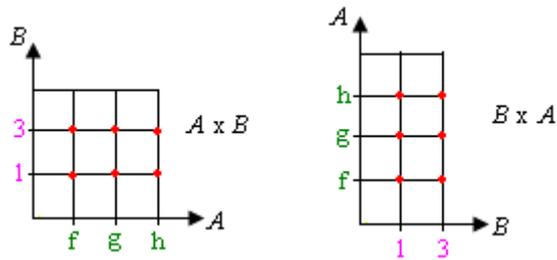
e.- ¿Cuántos elementos posee el producto cartesiano de los conjuntos $D \times H$?

f.- En una hoja anexa realiza un cuadro (Horario) en el que se invierta el orden de los conjuntos H y D.

g.- Tu equipo de trabajo debe proponer una actividad diaria, en la que consideren se requiere emplear el producto cartesiano de dos conjuntos y acompañarla de representaciones gráficas y un análisis que indique porque debe emplearse el orden requerido $A \times B$ ó $B \times A$.

Veamos un ejemplo en los que se puede apreciar la diferencia de los Productos Cartesianos $A \times B$ y $B \times A$.

1.- Dados los conjuntos $A = \{f, g, h\}$ y $B = \{1, 3\}$, determinemos los productos $A \times B$ y $B \times A$.



$$A \times B = \{(f, 1), (f, 3), (g, 1), (g, 3), (h, 1), (h, 3)\}$$

$$B \times A = \{(1, f), (1, g), (1, h), (3, f), (3, g), (3, h)\}$$

Observa que en general $A \times B \neq B \times A$.

Ejercicios.

Dados los conjuntos $N = \{4, 7\}$ y $G = \{4, 3\}$, realiza las siguientes operaciones y haz un gráfico de cada una de ellas.

- a.- $N \times G =$ e.- $N \times (N \cap G) =$
- b.- $G \times N =$ f.- $N \times (N \cup G) =$
- c.- $N \times N =$ g.- $(N \cup G) \times G =$
- d.- $G \times G =$ h.- $(N \cap G) \times G =$

Actividad Nro. 11: Relaciones entre conjuntos.

Dados los conjuntos:

$$A = \{ \text{Lima, Caracas, Bogotá, Santiago, Montevideo} \}$$

$$B = \{ \text{Chile, Bolivia, Colombia, Perú, Argentina, Venezuela} \}$$

Forma pares ordenados de elementos asociando a través de una flecha un elemento del conjunto **A** de capitales con un elemento del conjunto **B** de países latinos, según el siguiente criterio:

*Cada par tendrá como primer elemento, una ciudad de **A**, y como segundo elemento, un país de **B**, de modo que la ciudad sea capital de ese país.*



Diagrama Sagital.

a.- ¿Cuál es el cardinal de **A**?

b.- ¿Cuál es el cardinal de **B**?

c.- ¿Cuál es el cardinal de **A x B**?

d.- Expresa mediante la notación de par ordenado, los pares relacionados.

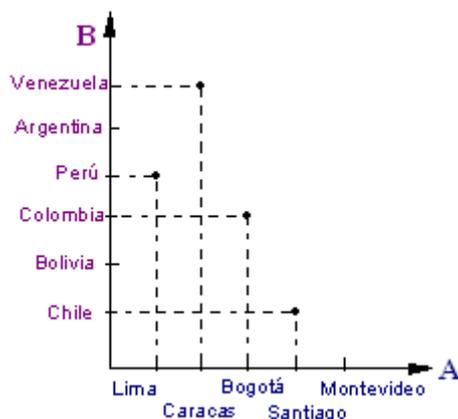
e.- ¿Cuántos pares ordenados de elementos están relacionados?

f.- ¿El par (Caracas, Chile) pertenece, ó no a esta relación, por qué?

g.- ¿Como denominarías el vínculo o relación que existe entre ambos conjuntos?

h.- ¿Si se intercambia el orden de los elementos de cualquier par, la relación resulta ó no verdadera?

Además de la representación *Sagital*, que se mostró anteriormente, la relación R existente entre los conjuntos A y B , puede ser representada por un diagrama *Tabular*, que se vale de un plano y un par de ejes perpendiculares entre sí, cada punto de la relación debe aparecer resaltado.



Representación Tabular.

En la representación sagital, cada flecha sale del primer elemento del par y llega al segundo elemento del par. Este segundo elemento recibe el nombre de *imagen* del primero según la relación considerada.

El conjunto del cual salen las flechas, se llama *conjunto de partida* y el conjunto hacia donde van las flechas *conjunto de llegada*.

Toda relación entre los elementos de dos conjuntos A y B , determina un conjunto G de pares ordenados (a,b) tales que:

$$a \in A, b \in B \text{ y } a R b.$$

o sea: G es un subconjunto del producto cartesiano de A y B formado por todos los pares cuyas componentes satisfacen la relación. Este conjunto G se denomina gráfico de la relación.

En resumen podemos escribir:

$$i.- G \subset A \times B.$$

$$ii.- G = \{(a,b) / a \in A, b \in B \text{ y } a R b\}$$

Nota: No se debe confundir “gráfico” (conjunto de pares que satisfacen la relación), con “representación gráfica” o “Gráfica”.

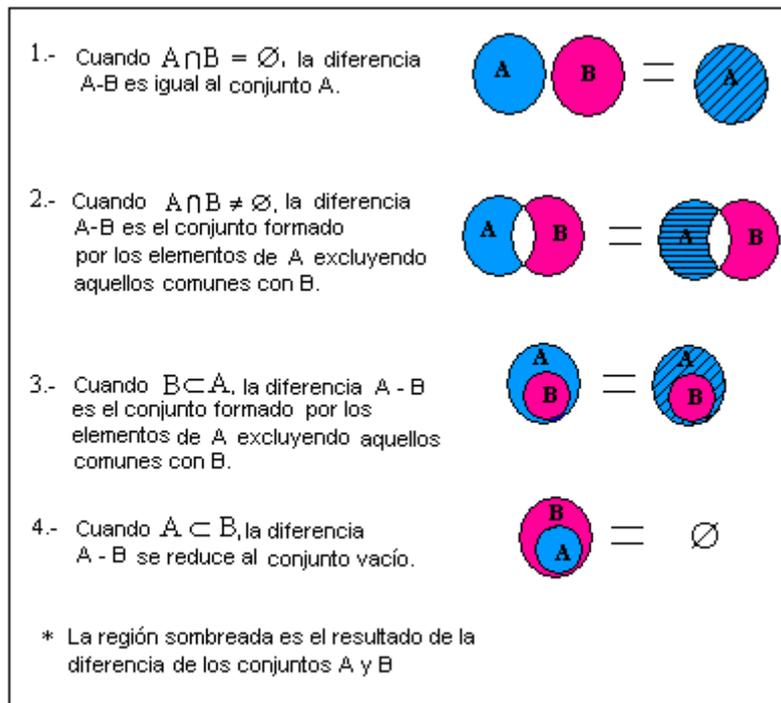
Actividad Nro. 12: Diferencia de conjuntos.

La *diferencia* de dos conjuntos **A** y **B**, es el conjunto de elementos que pertenecen a **A** pero no a **B**, ésta se denota como: $(A - B)$.

La diferencia de **A** y **B** se expresa en notación simbólica por:

$$A - B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\}.$$

Representemos mediante a través de diagramas de Venn, algunos de los posibles casos:



 **Ejemplos:**

1.- Dados los conjuntos:

$$A = \{2, 4, 6\} \text{ y } B = \{4, 6, 8, 10\}$$

Calculemos la diferencia de $A - B$, observa que:

$$A - B = \{2\},$$

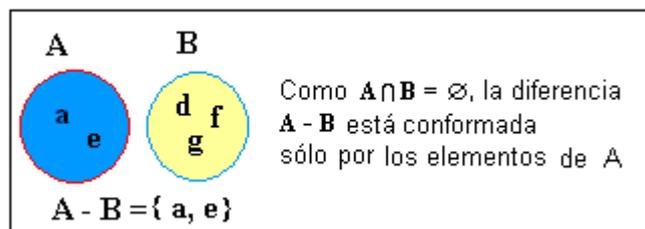
por otro lado, si se determina la diferencia $B - A$,

$$B - A = \{8, 10\}.$$

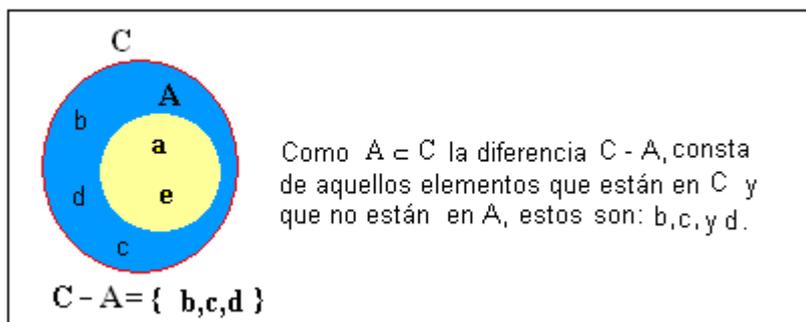
Observación. La operación diferencia de conjuntos no es conmutativa, es decir, la diferencia de $A - B$, en general *no es igual a* $B - A$.

2.- Dados los conjuntos: $A = \{a, e\}$ y $B = \{d, f, g\}$, $C = \{a, b, c, d, e\}$ efectuar y construir los diagramas respectivos:

Caso I.



Caso II.



Ejercicios. Realiza en tu cuaderno la diferencia de los conjuntos $(B-A)$, $(C-B)$ y $(B-C)$.

Nota. Ahora que conocemos el conjunto diferencia $A - B$, puede darse una definición más general del cardinal de la unión de estos conjuntos, esta definición se hace importante cuando el conjunto $A \cap B$ no es vacía:

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$$

Ejemplo: Dados los conjuntos: $A = \{a, e, i, o, u\}$ y $B = \{a, b, c, d, e\}$. Hallar el cardinal del conjunto $A \cup B$.

Primero calculemos el conjunto $A \cup B$:

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, i, o, u\}$$

Se tiene entonces que el $\#(A \cup B) = 8$.

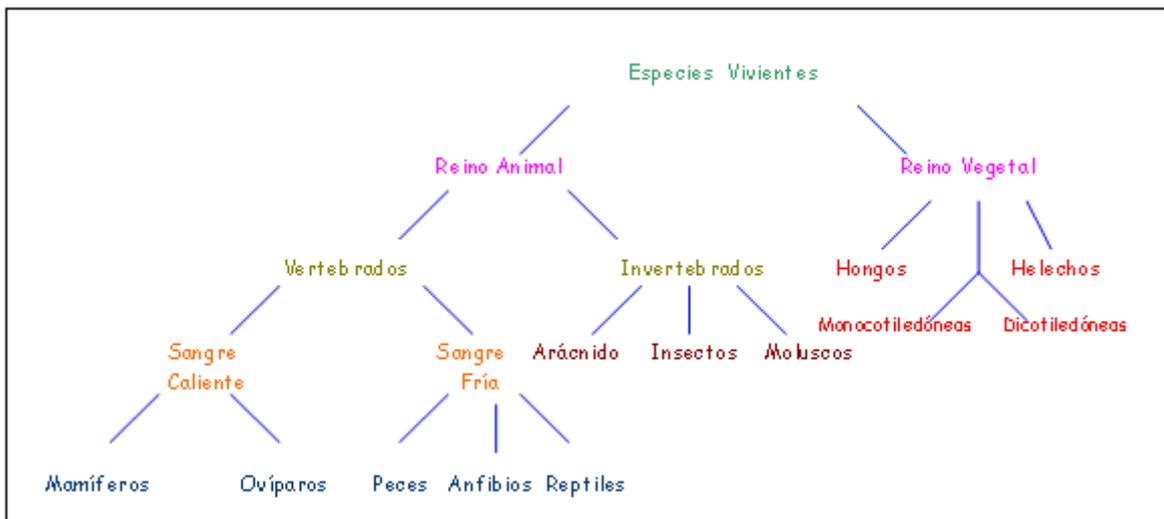
Aplicaciones de los conjuntos.

1.- Subconjuntos de Conjuntos - Diagramas de Árbol.

En muchas áreas, educativas, estadísticas, institucionales, empresariales, etc. se emplea frecuentemente la *clasificación ramificada*.

Este tipo de representación se puede emplear cuando un conjunto aparece dividido en **subconjuntos**, los cuales a su vez están divididos en subconjuntos más pequeños (cadena de inclusiones), De esta manera se pretende mostrar la situación bajo estudio, de una forma gráfica ordenada y comprensible.

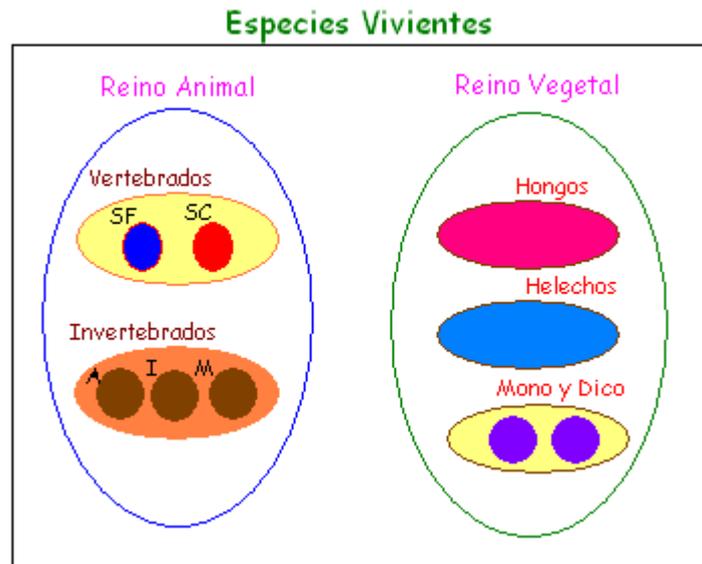
Por ejemplo, en muchos casos el esquema de clasificación de las especies vegetales o animales, que se expone en algunos textos de Biología conduce a una identificación ramificada conocida como, diagrama de árbol.



Observa que en este diagrama de árbol el nivel inicial es la clasificación más general y los niveles subsiguientes son ramificaciones o subconjuntos de los anteriores.

Este tipo de representación se apoya en la parte de la teoría de conjuntos denominada: [Subconjuntos](#)

El diagrama ramificado anterior se basa en la siguiente disposición de subconjuntos:



1.- Practiquemos:

Una empresa transnacional tiene sedes en tres distintos continentes, empleando la teoría de conjuntos representa mediante un esquema de diagrama de Venn y luego representálo a través de un diagrama de árbol. Si es necesario consulta algún mapa.

Nápoles, Continente Americano, España, Toledo, México, Portugal, Monterrey, Venezuela, Barquisimeto, Roma, Caracas, Florencia, Miami, Vigo, Estados Unidos, Lisboa, Washington, Houston, Continente Europeo, Madrid, Ciudad de México, Guadalajara, Sevilla, Italia, Oporto, Maracaibo.

2.- Propongan un problema de la vida real que sea resuelto aplicando la definición de subconjuntos.

2.- Subconjunto y Complemento - Aplicaciones.

3.- Los siguientes anuncios clasificados han llegado a la sede de un diario de circulación nacional, el personal encargado de ésta área requiere agruparlos de forma ordenada para contribuir a la reducción del tiempo de búsqueda del lector, intenta ayudar al personal del diario en su tarea, empleando la teoría de conjuntos y ubicando cada aviso en el renglón correspondiente. (Escribe solo el texto en negritas en los renglones dados)

SERVICIO TÉCNICO REPARACION de Computadoras a Domicilio u Oficina. Instalación de Programas 6712590 Soluciones a todos sus Problemas de Computación.	AVEO 2010 automático, 4 Puertas 25.000kms. Vidrios A/A. seguros eléctricos, rines, Documentos en regla. Teléfono 0426 3836051	CHEVROLET OPTIRA 2007 Rojo 2.0 automático Rines, Vidrios eléctricos. Sonido, Pintura, Tapicería. Totalmente de Agencia 95.800 Bs. 0416 2395500
SERVICIO TÉCNICO A Domicilio, Formateos Fallas, Antivirus, Redes, Recuperación de Datos, Servicio Solidario y Garantizado 0212 312 5215	VENDO BONITO APTMNTO SALIDA Metro Bellas Artes 2 baños, 3 habitaciones, estacionamiento Bs 650.000 Inicial 220.000 4825773 Acepto L.P.H. aproveche:	FORD FIESTA POWER 2.008 Sincronico 32 km. Cd. Aire, Vidrios y Seguros eléctricos 89.500 totalmente impecable. Azul 0412 735212
URGENTE SE SOLICITA Asistente Administrativo Buena Presencia y Experiencia en Saint 0212 271 2430		OPORTUNIDAD APARTAMENTO 110 mts² 3 habitaciones, 2 baños, 1 Puesto de Estacionamiento, Guairre Ventanas Panorámicas Cocina. L.P.H. Empotrada Aire. 350.000. Contado

Venta APARTAMENTOS	VEHICULOS	ASISTENTE ADMINISTRATIVO	TÉCNICOS

Denotemos por:

- A** el subconjunto formado por los anuncios de Apartamentos
- B** el subconjunto formado por los anuncios Vehículos.
- C** el subconjunto formado por los anuncios de Técnicos.
- D** el subconjunto formado por los anuncios de Asist. Administrativos.
- U** el conjunto formado por todos los anuncios Clasificados.

De acuerdo con esto:

a.- ¿Que elementos *no pertenecen* al subconjunto **C**?

b.- ¿Cuántos elementos del total *no pertenecen* al subconjunto **C**?

c.- ¿Qué subconjuntos *no pertenecen* al subconjunto **A ∪ B**?

d.- ¿De los subconjuntos de U , a que subconjunto pertenecen los elementos que *no pertenecen* al subconjunto cuyos elementos no están en A ?

e.- Si una persona pide que le faciliten todos los anuncios de U excepto los de venta de apartamentos ¿Qué subconjuntos se estaría excluyendo?

3.- Los Conjuntos y la clasificación de Objetos.

En nuestra vida cotidiana existen situaciones ó tareas, en las que por ejemplo, se requiere clasificar los elementos de un conjunto dado.

El siguiente ejemplo puede ilustrar mejor ésta situación:

Se desea diseñar un formato que permita clasificar los libros de textos de ciencias en la biblioteca de la institución, de acuerdo a las siguientes categorías:

- *Por autor,*
- *Por materia y*
- *Grado ó nivel de estudio.*

En tal caso, se podría proceder de la siguiente manera: En principio, se pueden clasificar los libros textos en dos categorías distintas, se tiene así, los libros de:

Matemática, y de Física

(Aunque aquí pueden incluirse otras materias),

Para incluir un segundo nivel de clasificación debe establecerse una distinción en el nombre de los autores existentes en el inventario:

El Prof. Navarro,
Otros autores.

no obstante, de acuerdo con esta clasificación siempre es posible incluir otros autores.

Debido a que cada autor en la clasificación puede haber escrito una obra distinta, digamos en el área de Matemática, para cada año o nivel educativo (ejemplo: Navarro de 1^{año}, 2^{año}, ó 3^{año}), nuestro cuadro final debe incluir estos criterios (diferentes años o niveles de secundaria). Tomando en cuenta estas consideraciones, definamos los siguientes conjuntos:

$$A = A_1 \cup A_2$$

$$B = B_1 \cup B_2$$

$$C = C_1 \cup C_2$$

Donde:

$A_1 = \{ \text{Libros del autor Navarro} \}$, que se denotará por (LN),

$A_2 = \{ \text{Libros de otros autores} \}$, que se denotará por (LOA),

$B_1 = \{ \text{Libros de Matemática} \}$, que se denotará por (LM),

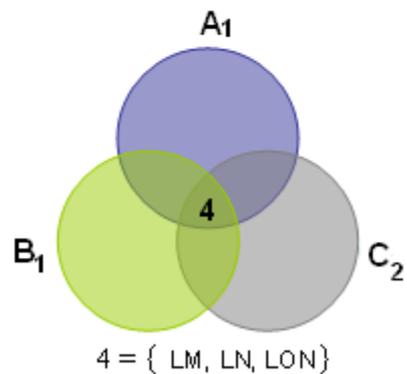
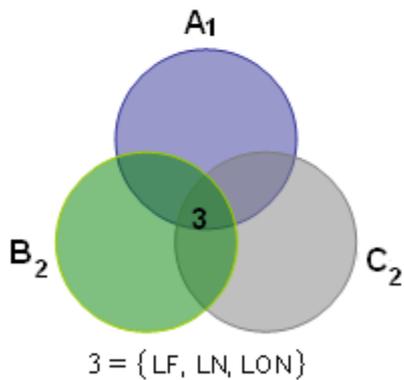
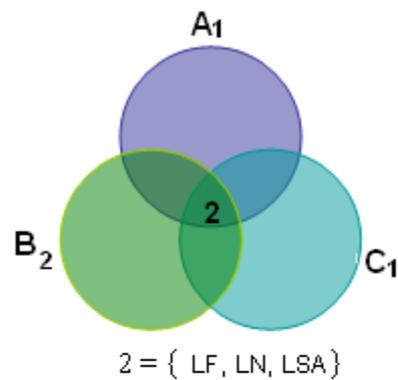
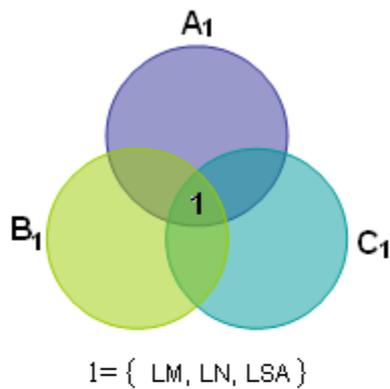
$B_2 = \{ \text{Libros de Física} \}$, que se denotará por (LF),

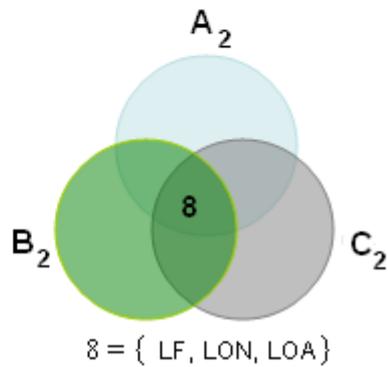
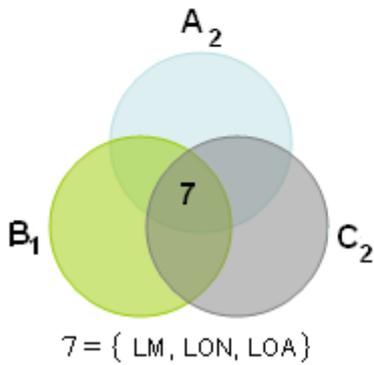
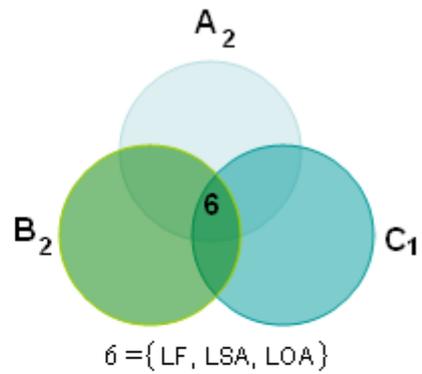
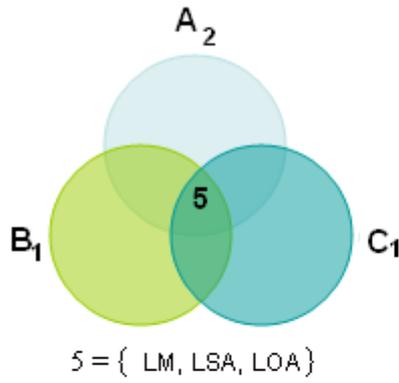
$C_1 = \{ \text{Libros de segundo año} \}$, que se denotará por (LSA),

$C_2 = \{ \text{Libros de otros niveles} \}$, que se denotará por (LON).

De acuerdo con estas definiciones, el conjunto **A** se denomina conjunto de los autores, el conjunto **B**, conjunto de las materias y el conjunto **C**, conjunto de los niveles.

Si se realiza la representación de *Venn* de la intersección de las combinaciones de todos estos subconjuntos, se obtiene 2^n o sea, $2^3 = 8$, casos y donde se ha escogido un color particular, para representar cada subconjunto:



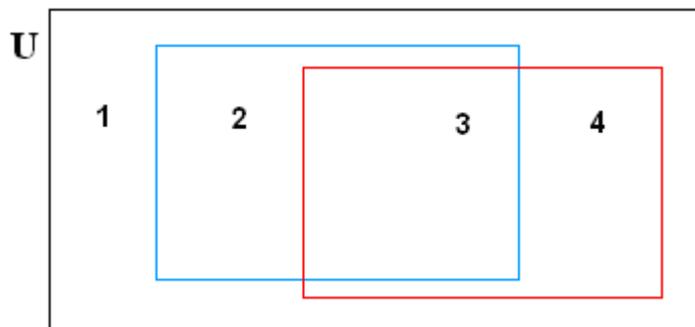


Como se puede observar, los ocho subconjuntos obtenidos de estas intersecciones son distintos entre sí, y agotan todas las posibilidades de clasificación. Para visualizar todas estas posibilidades en un mismo grafico debemos emplear un nuevo tipo representación denominada diagrama de Euler.

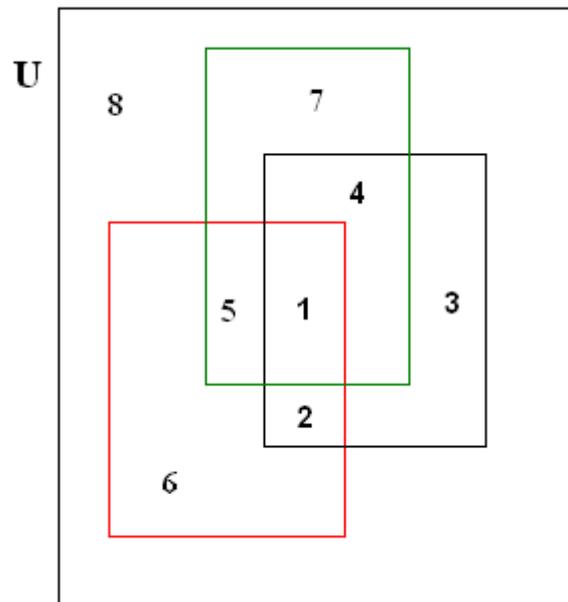
3.1.- Diagrama de Euler.

Un diagrama de Euler permite dividir o parcelar el *Universo* en tantas regiones (rectángulos) dependiendo de un número de cualidades especificadas, de tal modo que, escogido al azar un elemento del universo, éste se identifica con las especificidades de solo una de esas regiones; así se tiene que, para:

- Dos cualidades, se tienen cuatro regiones.

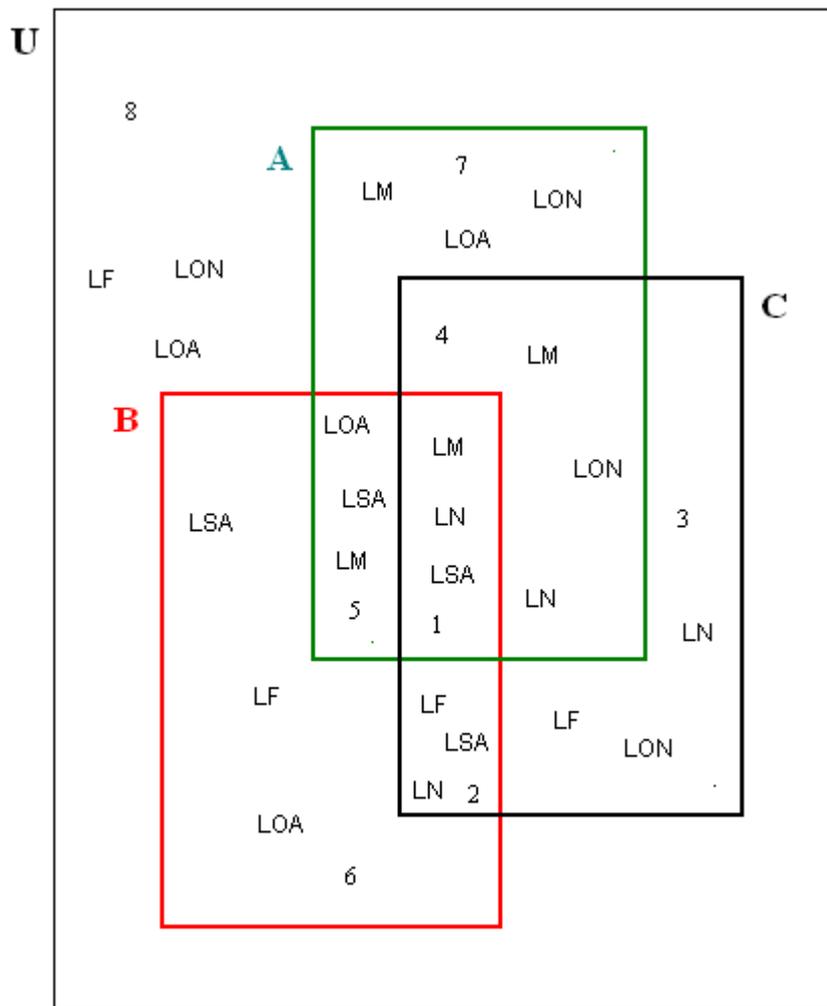


- Tres cualidades, se tienen ocho regiones.



Aplicando la representación de *Euler* al Universo de libros de ciencias de las áreas de Matemática y Física de la biblioteca de la institución, con las tres cualidades antes definidas (Autor, Materia, Nivel) se obtiene el siguiente diagrama:

Diagrama de Euler



A = AUTOR **B = MATERIA** **C = NIVEL** Libros de Matemática (LM),
 Libros de Física (LF),
 Libros de Navarro. (LN),
 Libros de Otros Autores (LOA),
 Libros de 2do Año. (LSA),
 Libros de Otros Niveles. (LON).

Observemos ahora, que las distintas posibilidades se pueden resumir en las entradas del siguiente cuadro y se corresponden, respectivamente, con las ocho regiones del diagrama de Euler:

	Navarro		Otros Autores	
	“2do Año”	Otros Niveles	“2do Año”	Otros Niveles
Textos de Matemática	1	4	5	7
Textos de Física	2	3	6	8
Total				

4.- Subconjunto del Producto Cartesiano.

Estudiemos dos aplicaciones de la teoría de Conjuntos, como en los casos anteriores a través de un sencillo ejemplo práctico.

Se desea organizar en la Semana de la Institución, diversas competencias deportivas. Con este fin, siete estudiantes señalados en el conjunto A han sido entrenados en más de una especialidad deportiva.

$$A = \{\text{Raúl, Alexis, Víctor, Alejandro, Nelson, Alberto, Luís.}\}$$

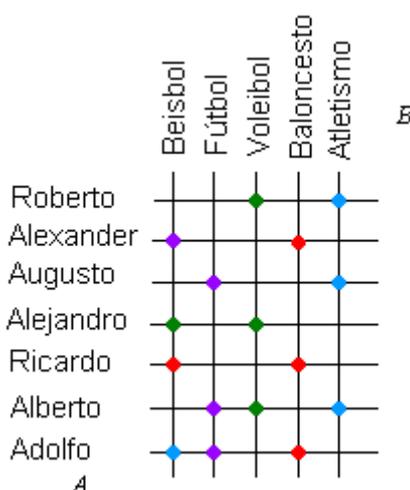
Las instalaciones con que cuenta el plantel permiten, sólo practicar, las actividades deportivas señaladas en el conjunto B :

$$B = \{\text{Béisbol, Fútbol, Voleibol, Baloncesto, Atletismo.}\}$$

Con el fin de prever la ausencia, suspensión ó lesión de algún atleta en período de competencias el entrenador-seleccionador ha elaborado una tabla con las distintas disciplinas en las que habrá competencias, en contraste con el nombre de los atletas que han sido entrenados en más de una especialidad. La tabla ha sido completada con un símbolo “√”, en los recuadros, de tal manera que se ha hecho corresponder el conjunto de los atletas con el conjunto de las Disciplinas Deportivas.

Atleta \ Disciplina	Disciplina					Total
	Béisbol	Fútbol	Voleibol	Baloncesto	Atletismo	
Roberto			✓		✓	2
Alexander	✓			✓		2
Augusto		✓			✓	2
Alejandro	✓		✓			2
Ricardo	✓			✓		2
Alberto		✓	✓		✓	3
Adolfo	✓	✓		✓		3
Total	4	3	3	3	3	16

Observa que este diseño se apoya en la escogencia de un subconjunto del Producto Cartesiano de dos Conjuntos:

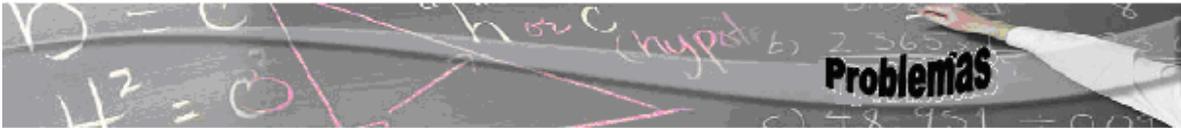


La escogencia de un determinado subconjunto del **Producto Cartesiano** de dos Conjuntos, permite fácilmente presentar las diferentes opciones entre las que el entrenador puede elegir un atleta, o su suplente, de tal forma, que se asegure la participación de algún alumno y la conformación total de los equipos en una determinada competencia.

Fíjate que se dispone así, de forma breve y oportuna de importante información que permite la conformación de los equipos deportivos y cubrir las posibles faltas, lesiones o suspensiones de alguno de sus jugadores.

Observa que las distintas selecciones marcadas (\checkmark) en el cuadro anterior se corresponden con los puntos de interés (colores) en el diagrama del producto Cartesiano de los Conjuntos **A** y **B**.

5.- Problemas Combinados de Conjuntos.



1.- Los socios de los clubes **A** y **B** suman un total de 140 personas. ¿Cuál es el número de socios de **A**, sabiendo que el club **B** tiene 60 socios y que hay 40 socios comunes a los clubes **A** y **B**?

2.- En un informe administrativo se dice que hay 200 estudiantes en el área de Ciencias que realizan cursos según la siguiente distribución: 80 estudian Física, 90 Biología, 55 Química, 32 Biología y Física, 23 Química y Física, 16 Biología y Química y 8 estudian las tres especialidades. ¿Es correcto el informe administrativo?

3.- En una determinada materia el profesor realizó tres evaluaciones durante el curso. Al final anunció que:

- 2 alumnos habían sido aplazados en los tres exámenes,
- 10 habían sido aplazados en el primer y tercer examen,
- 9 en el segundo y tercero,
- 5 en el primero y en el segundo;
- 31 alumnos habían sido aplazados en el primer examen,
- 26 en el segundo y
- 31 en el tercero.

Sabiendo que el curso tenía 100 alumnos, se desea saber cuántos alumnos aprobaron los tres exámenes.

4.- En una ciudad de 1000 habitantes:

- 470 están inscritos en el periódico **A**,
- 420 en el periódico **B** y 315 en el periódico **C**. Además,
- 140 están inscritos en los periódicos **B** y **C**,
- 220 en **A** y **C** y 110 en **A** y **B**.
- Hay 75 personas inscritas en los tres periódicos.

Se desea conocer:

- a) ¿Cuántas personas no están inscritas en ningún periódico?
- b) ¿Cuántas están inscritas en dos nada más?
- c) ¿Cuántas están inscritas en uno solo?

5.- Para obtener el lugar de origen, sexo y estado civil de los empleados de varias empresas, se pidió información a 692 de esos empleados, obteniéndose los siguientes resultados: 300 hombres, 230 personas casadas, 370 nacidos en el Distrito Federal, 150 hombres casados, 180 hombres nacidos en el Distrito Federal, 90

personas casadas nacidas en el Distrito Federal, 10 hombres solteros y nacidos fuera del Distrito Federal.

De forma de llevar estadísticas internas el Departamento de Recursos Humanos desea conocer:

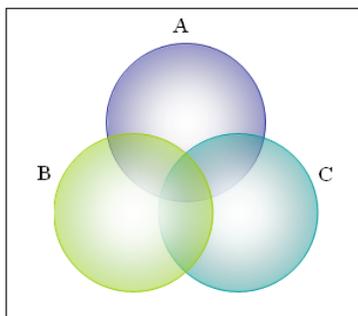
- a) El Número de hombres casados y nacidos en el Distrito Federal.
- b) El Número de mujeres casadas y nacidas fuera del Distrito Federal.
- c) El Número de mujeres solteras y nacidas fuera del Distrito Federal.
- d) El Número de personas que cumplen al menos una de las siguientes condiciones:

Hombres casados,
Hombres nacidos en el Distrito Federal,
Personas casadas y nacidas en el Distrito Federal.

6.- Un grupo de jóvenes fue entrevistado acerca de sus preferencias por los siguientes medios de transporte: bicicleta, moto y automóvil. Los datos de la encuesta fueron los siguientes:

Automóvil: 12
Moto: 8
Bicicleta: 5
Moto y automóvil pero no bicicleta: 3
Moto y bicicleta pero no Automóvil: 2
Automóvil y bicicleta pero no Moto: 3
Preferencia por los tres medios de transporte: 2

Utiliza el diagrama para representar los datos obtenidos en la entrevista, luego responde las preguntas que se te dan a continuación:



- a.- ¿Cuántos jóvenes prefieren únicamente como medio de transporte el automóvil?
- b.- ¿Cuántos prefieren solamente la motocicleta?
- c.- ¿Cuántos seleccionan la bicicleta como medio de transporte?
- d.- ¿Cuál fue el número de jóvenes entrevistados?

7.- En una clase de 12 estudiantes el profesor preguntó:

¿Quieren jugar fútbol?, y 10 respondieron que sí; a continuación preguntó:

“¿quieren jugar básquet?”, y 6 respondieron que sí.

Si dos estudiantes sólo quieren jugar básquet y **A** es el conjunto de las personas que sólo quieren jugar fútbol ¿Cuántos elementos tiene ese conjunto?

8.- Un estudiante estudió para los exámenes de lapso de inglés y/o matemática cada día durante el mes de junio. Si estudio 23 días inglés y 17 días estudió matemática, se pregunta:

- i)* ¿Cuántos días estudió inglés y matemática?
- ii)* ¿Cuántos días estudió inglés pero no matemática?
- iii)* ¿Cuántos días estudió matemática pero no inglés?

Capítulo IV

Conclusiones

Conclusiones.

Actualmente en lo que se denomina la era de la información, el aprendizaje de los estudiantes en materia científica está caracterizado por la exigencia en la exactitud del conocimiento científico y de su manipulación. Estas exigencias han conllevado a la necesidad de desarrollar una investigación educativa que se plantee como una de sus principales metas el motivar el interés de los estudiantes en esta materia.

Ante esta realidad, el movimiento internacional CTS ha establecido un nuevo paradigma educativo cuyo enfoque fomenta el abordaje de la ciencia desde una perspectiva que presente a las jóvenes generaciones los contenidos científicos como herramientas flexibles, que les permiten intervenir en la resolución de variados y numerosos problemas que se presentan en su día a día, en su tránsito por la escuela, en su hogar y en su comunidad.

De igual forma, esta perspectiva propone la toma de conciencia en relación al origen, seguimiento y posibles aplicaciones de las investigaciones científicas, ya que las mismas deberían ser desarrolladas, en acuerdo y en beneficio de nuestras sociedades y nuestros países.

En la búsqueda del desarrollo de esta nueva propuesta, se demandan en el país de materiales educativos de calidad que se apoyen en ésta fundamentación pedagógica y se contribuya así, a la difusión del conocimiento matemático, impulsando con ello, un avance que permita retomar espacios en los centros de enseñanza, donde actualmente es usual encontrar casos de prejuicios, temor, desconocimiento y desinterés de los estudiantes para realizar estudios en esta materia, debido a que los mismos, les resultan abstractos y de acuerdo a su opinión carecen de utilidad y aplicabilidad.

La *Guía Didáctica* como material educativo, busca responder a esta necesidad adecuándose a las nuevas realidades de los estudiantes, de manera que, ellos participen y se involucren en el aprendizaje de los contenidos referidos a la teoría conjuntista, presentados bajo un diseño familiar, rodeado de ejemplos y ejercicios propios de su entorno y basado en aplicaciones.

En el diseño de la *Guía Didáctica* los contenidos son presentados inductivamente, esto es, desplazándose desde los procesos específicos hacia las generalizaciones, de manera que los estudiantes deduzcan y construyan lógicamente los conceptos y definiciones a partir de las propiedades que surgen cuando se agrupan de una forma particular una cierta variedad de elementos.

En cuanto a los resultados encontrados durante el proceso investigativo, el grupo de trabajo evidenció la urgente necesidad de un nuevo abordaje de la ciencia matemática en nuestro país, hacia un enfoque que incluya la realidad social y el contexto donde se desenvuelven nuestros jóvenes.

Para ello es necesario, la introducción formal de los aportes de la corriente CTS en los distintos niveles educativos, inicialmente en la preparación de docentes, e ir conduciendo estas prácticas y sus beneficios hacia niveles más básicos en educación.

Respecto de la bases teóricas que se relacionan con esta investigación se puede señalar que actualmente las teorías educativas mantienen su independencia, sin embargo, se ha evidenciado que debido a que sus estructuras y características coinciden en muchos aspectos, y se solapan en otros, los investigadores teóricos las han catalogado como *afines* y han establecido entre ellas un apoyo mutuo que beneficia tanto a sus teorías como a la labor investigativa. Como ejemplos, de estas relaciones se pueden citar, las existentes entre el enfoque CTS y la Pedagogía de *Paulo Freire*, así como la vinculación entre el CTS y la teoría *Constructivista*.

Consideramos que resultaron de mucho interés para el diseño de la propuesta educativa, los aportes constructivistas propuestos por el investigador *Mayer R.* en relación al diseño de materiales educativos vinculados a la enseñanza de las ciencias, ya que a través de sus propuestas y lineamientos es posible enlazar el enfoque CTS con las ideas constructivistas y plasmarlas dentro del diseño del material educativo.

Los resultados de este trabajo apoyan igualmente la presencia de un consenso a nivel docente (grupo encuestado) de las ventajas que se logran cuando nos alejamos de la perspectiva tradicional de enseñanza de la matemática y esta se relaciona con hechos de interés común de los alumnos de manera que las sesiones de clase resulten más motivadoras y enriquecedoras.

Debe señalarse que este tipo de diseño en el que el material educativo presenta una metodología adecuada para que el estudiante vaya paso a paso enlazando sus ideas a través de preguntas guiadas y se le permita descubrir por sí mismo, el contenido que se desea que éste asimile, resultó también de interés a los docentes encuestados debido al amplio espectro de oportunidades que se presentan en el diseño de sus sesiones de clase.

Es importante señalar, que existen diversos trabajos de investigación que afirman que los estudiantes reaccionan positivamente y se muestran receptivos en relacionar los contenidos teóricos con otras asignaturas (geografía universal ó nacional, deportes, etc.) así como, presentar dichos contenidos acompañados con la biografía de importantes representantes del área, es por este motivo que en el diseño del material didáctico se incluyeron secciones dedicadas al tratamiento de estos tópicos. De acuerdo a las respuestas obtenidas de la encuesta aplicada, consideramos que la inclusión de estas secciones en el diseño de la Guía logró satisfacer las expectativas previstas de orientar, estimular y mostrar a los jóvenes que los contenidos matemáticos no son un conjunto de símbolos aislados sino que les permiten resolver algunas situaciones-problema que a diario se presentan.

Sí además de la relación de los contenidos matemáticos con otras asignaturas se hace uso de un lenguaje apropiado acorde con su nivel de comprensión lectora se estará induciendo al estudiante a avanzar en su propio aprendizaje, hecho este que contrasta con el actual vocabulario rígido que emplean los libros de textos tradicionales.

El uso de bosquejos organiza el contenidos teórico de los libros de textos, sin embargo, actualmente se busca relacionar los distintos contenidos a desarrollar en los libros de textos a través de la presentación de atractivos mapas conceptuales, ya que estos permiten al estudiante hacerse de un esquema mental que lo guía en la adaptación y ubicación de los nuevos y numerosos conceptos que poco a poco se van tratando.

De los resultados obtenidos en la encuesta aplicada, en relación a los aspectos que distinguían la Guía Didáctica en comparación con los libros de textos tradicionales, se concluye de las respuestas de los estudiantes que ésta se diferenció en la conexión de los contenidos de la teoría de conjuntos con:

- El aprendizaje de la ubicación de los Parques Nacionales,
- Las parroquias que componen la ciudad de Caracas,
- La división de Caracas en circunscripciones electorales,
- La disposición geográfica de los países que componen América Latina,
- La conexión con las diferentes líneas del sistema Metro de Caracas,
- Entre otros importantes aspectos.

Hemos de decir que el trabajo anteriormente expuesto donde se muestra la Teoría de Conjuntos contextualizada en aplicaciones, fomenta el interés del alumnado por su estudio, lo cual repercute en su formación científica y les permite sensibilizarse ante los problemas sociales, procurando la formación de ciudadanos críticos, éticos y responsables. En consecuencia, se sostiene que la educación matemática dentro de este enfoque será tanto más efectiva en la medida en los que la propuesta curricular se articule entorno a las interacciones CTS.

La labor más compleja de las actuales propuestas educativas lo constituye el aprender a aprender, lo que equivale a decir que el alumno sea capaz de realizar, por sí mismo, aprendizajes significativos guiados a través de la lectura, lo que pone de manifiesto la importancia que debe darse en el proceso de aprendizaje a la estrategias de exploración y de descubrimiento, de elaboración y de organización de la información, así como al proceso interno de planificación, regulación y evaluación del material educativo.

De las observaciones recogidas por los docentes diseñadores de la Guía Didáctica durante el proceso de aplicación de la misma, se puede mencionar que esta logró un fuerte estímulo en los estudiantes, que se evidenció en distintas oportunidades, este juicio se basa en los comentarios, actuaciones, preguntas y discusiones de trabajo de los alumnos con sus compañeros y con los docentes; como un ejemplo de estas situaciones se puede citar el momento en que se llevaron a cabo las actividades que incluían imágenes deportivas de los equipos de béisbol de Venezuela, ya que estas les resultaban familiares, despertaron buenos comentarios y fomentaron su interés.

Igualmente se pudo constatar en la sesiones de aprendizaje la creación de un ambiente de discusión educativa entre los propios alumnos, ejemplo de ello fue en el momento de decidir si el elemento, *Barquisimeto* pertenecía ó no al conjunto *Estados de Venezuela*, debido a que se creó un entorno en el que una parte del grupo apoyaba la pertenencia y la otra parte no lo hacía. En ese momento, se pudo evidenciar que aparte del aprendizaje del conocimiento matemático se requería de conocimientos de la geografía de Venezuela. Finalmente, luego del debate y de la consulta con el docente corroboraron que este elemento no pertenecía a dicho conjunto, ya que éste es una capital de Estado.

Se alcanzó un alto grado de efectividad, por ejemplo, en las actividades guiadas en las que se les solicitaba que dado un listado de elementos mencionaran la propiedad que los agrupaba, y viceversa. Consideramos en base a los resultados obtenidos, que ambas actividades estimularon el razonamiento lógico y la forma natural de llegar a la definición de *Conjunto*.

De acuerdo a sus respuestas, se pudo comprobar que esta forma de presentar la teoría de conjuntos les pareció muy interesante ya que les permitió tomar conciencia acerca de la importancia del aprendizaje de contenidos matemáticos debido a que estos les ayudan a resolver diversidad de situaciones y problemas.

En el diseño se fue aumentando progresivamente el nivel de dificultad de las preguntas de forma que superadas los niveles básicos, se hicieran preguntas que contrastaran con su lógica inmediata. Una actividad dinamizadora fue por ejemplo, la que luego de consultárseles por el cardinal de algunos conjuntos finitos, se procedió a preguntárseles por el cardinal de un conjunto infinito tal y como lo era el conjunto formado por "*los cristales de arena presentes en la orilla de una playa*", aquí se dieron cuenta de la inmensidad de elementos que pueden llegar a tener algunos conjuntos y que los mismos pueden estar presentes en un lugar tan común como resulta la orilla de una playa.

De acuerdo a las opiniones emitidas en sus respuestas, se puede afirmar que evidenciaron que la matemática vista desde otra perspectiva puede ser muy enriquecedora y puede dejar de ser vista como aburrida y tediosa y a su vez ser concebida como un área donde no solo se discuten tópicos referentes a conceptos matemáticos, sino que estos se pueden entrelazar con otros temas que les permitirán la resolución de problemas de diferente índole que suelen presentarse tanto en actividades propias de su edad, como en su vida futura.

Así mismo se evidencia en opinión de los estudiantes consultados, que con la puesta en práctica del material educativo, así como otros similares dentro de la misma perspectiva, es posible despertar su interés y motivación en el estudio de esta materia.

Es importante señalar, que la Guía Didáctica, diseñada bajo el enfoque CTS, como herramienta pedagógica debe ser uno de varios elementos que contribuyan a resolver los numerosos problemas que presentan los estudiantes de educación media en nuestros centros de enseñanza, también es necesario que los docentes incorporen estrategias didácticas que sean motivadoras y que las mismas tengan concordancia con las unidades empleadas para el aprendizaje.

El docente deberá promover, la comunicación en el aula, una mayor actividad por parte de los alumnos y brindarles un alto grado de autonomía, debe procurar además la libertad intelectual, estimular el pensamiento crítico, la creatividad y la comunicación entre los alumnos, tomando como referente el entorno e intereses de los estudiantes en los contenidos educativos. De forma tal que, los profesores se conviertan sólo en los mediadores entre los conocimientos y los estudiantes, y los estudiantes en participantes del proceso de aprendizaje.

Para ello es necesario, contar con un perfil de docente con capacidad para crear un clima dentro del aula adecuado para tales actividades, además de una sólida formación para definirlo y defenderlo, lo que supone una estrecha cooperación entre el docente y los estudiantes. Finalmente es importante señalar que el mundo actual está cambiando continua y aceleradamente y que muchos de sus cambios tienen una base científico matemática. La sociedad donde los actuales estudiantes actuarán como adultos será seguramente muy distinta a la actual en muy diversos aspectos. La preparación y el

interés en las áreas científicas son necesarias para comprender los cambios y, más allá, para poder influir sobre ellos en vez de aceptarlos pasivamente.

BIBLIOGRAFÍA.

- 1.- Acevedo D. José A. (2004). Reflexiones sobre las finalidades de la enseñanza de las Ciencias: Educación Científica para la ciudadanía. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, vol 1, N° 1, pp. 3-16.
- 2.- Acevedo, J.A. (1996). Cambiando la práctica docente en la enseñanza de las ciencias a través de CTS. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* [Documento en línea]. Disponible <<http://www.campusoei.org/salactsi/acevedo2.htm>>, 2001. [Consulta: 2008, julio 25]
- 3.- Acevedo, J.A. (2004). Reflexiones sobre las finalidades de la enseñanza de las ciencias: Educación científica para la ciudadanía. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 1(1), 3-16. [Documento en línea]. Disponible en <<http://www.apac-eureka.org/revista/Larevista.htm>>. [Consulta: 2008, enero1]
- 4.- Acevedo, J.A. y Vázquez, A. (2003). Editorial: Las relaciones entre ciencia y tecnología en la enseñanza de las ciencias. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 2(3). [Documento en línea]. Disponible <<http://www.saum.uvigo.es/reec>>. [Consulta: 2008, agosto 28]
- 5.- Alsón Pedro. Métodos de Graficación (2000).), pp. 1-270
- 6.- A. Blanco, V.B. Brero, M.A. Jiménez y M.T. Prieto (2006). Las Relaciones CTS en la Educación Científica. *Revista Eureka*, 3(3), pp. 520-523,
- 7.- Bello, F. (2001). La investigación tecnológica: o cuando la solución es el problema [Documento en línea]. Disponible <<http://www.servicio.cid.uc.edu.ve/faces/revista/a6n13/6-13-3.pdf+investigacion+tecnologica>> [Consulta: 2007, abril 14]
- 8.- Corbalan, F (1.995). *La Matemática Aplicada a la Vida Cotidiana*. Alambique Didáctica de las Ciencias Experimentales nº 6.
- 9.- Corbalan, F (1.995). *Las gráficas de la prensa* (2001). *Revista Suma* nº 37: 111-112.
- 10.- Elawar, M. (2000). El Arte de Enseñar Matemáticamente Pensando Matemáticamente. *Enseñanza de la Matemática* nº 2: 26 – 35.
- 11.- Hernández Isla Jesús Ángel (2001). Experiencias Didácticas de Matemáticas con Internet. *Revista Suma* nº 36: 57 – 65.
- 12.- Garritz, A. Análisis del pensamiento pedagógico del curso “Ciencia y Sociedad” a nivel universitario, *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 4(2).226-246, 2007

- 13.- Infante, P. (1.999). ¿Cómo diseñar experiencias de aprendizaje con un enfoque constructivista? *Enseñanza de la Matemática* n° 2: 33 – 38.
- 14.- Lacueva, A. (2000). *Ciencia y Tecnología en la Escuela*. Madrid: Popular / Laboratorio Educativo.
- 15.-López L. Marta B. La matemática en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. *Revista UNO* n° 12: 17 – 28
- 16.- Mora Castor D.(2001) Aprendizaje y Enseñanza de la Matemática Enfocada en las Aplicaciones. *Revista Enseñanza de la Matemática*, vol. 10, 3-22.
- 17.- Moreno R. Miguel A. (2001). Los Espacios Vectoriales, el amarillo, el rojo y el azul. *Revista Suma*, n° 37: 75-82.
- 18.- Membiela, P. (2000). *Ciencia-Tecnología-Sociedad en la Enseñanza-Aprendizaje de las Ciencias Experimentales*. Holanda
- 19.- Reeuwijk, M. (1.997). La Matemática en el Entorno. *UNO* n° 12: 9 – 29.
- 20.- Rodríguez, G. (2.006). *Revista Iberoamericana de Educación Ciencia, Tecnología y Sociedad: Una mirada desde la Educación en Tecnología*. [Documento en línea]. Disponible: <<http://www.oei.org.co/oeivirt/rie18a05.htm>> [Consulta: 2007, abril 18]
- 21.- Serrano Luís, Batanero Carmen, *et. al* (2001). Concepciones de los alumnos de Secundaria sobre modelos probabilísticos en la secuencia de resultados aleatorios. *Revista Suma*, n° 36: 23 – 31.
- 22.-Suárez Estrella y Durán Cepeda. *Matemática 7* (2002). Editorial Santillana..pp.1–240
- 23.- Toffler, Alvin y Heidi. *Las guerras del futuro*. Plaza y Janés. Barcelona, 1994
- 24.- Vilches Amparo, Gil Daniel, Solbes Jordi. Las Relaciones CTS y la Alfabetización Científica y Tecnológica. [Documento en línea]. Disponible: <http://curie.lacurie.org/curiedigital/2001/VJ/AV72-81.pdf>
- 25.- Van Dyke. El Uso de los gráficos en la introducción al álgebra. Informe Santillana Secundaria (1994), n° 36 Volumen 87: 427-430