



**UNA METODOLOGÍA DE ANÁLISIS MULTICRITERIO
PARA LA JERARQUIZACIÓN MACROECONÓMICA
DE PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA**

Econ. Elvis A. Hernández P.

**Trabajo de Grado
presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
para optar al Título de
Magister Scientiarum
en Investigación de Operaciones**

Caracas, octubre de 2.007

**UNA METODOLOGÍA DE ANÁLISIS MULTICRITERIO PARA LA JERARQUIZACIÓN
MACROECONÓMICA DE PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA**

Depósito Legal por Elvis A. Hernández P., 2007.

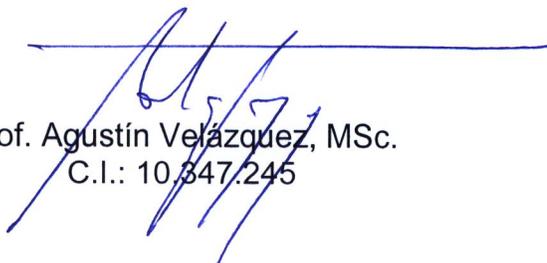
Depósito Legal No. Ift4872007620588

VEREDICTO

Quienes suscriben, Miembros del Jurado designado por el Consejo de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, para examinar el Trabajo de Grado presentado por el **Economista Elvis A. Hernández P.**, portador de la cédula de identidad número V-13.586.692, bajo el título "**Una Metodología de Análisis Multicriterio para la Jerarquización Macroeconómica de Proyectos de Inversión Pública**", a los fines de cumplir con el requisito legal para optar al grado de Magister Scientiarum en Investigación de Operaciones, dejan constancia de lo siguiente:

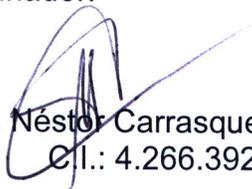
1. Leído como fue dicho trabajo por cada uno de los Miembros del Jurado, éste fijó el día 29 de noviembre de 2007, a las 11:00 a.m. para que el autor lo defendiera en forma pública, lo que éste hizo en el aula 118 del Edificio de Aulas de la Facultad de Ingeniería, mediante un resumen oral de su contenido, luego de lo cual respondió satisfactoriamente a las preguntas que le fueron formuladas por el Jurado, todo conforme a lo dispuesto en los artículos 44, 49, 50, 51 y 52 del Reglamento de Estudios de Postgrado.
2. Finalizada la defensa pública del Trabajo, el Jurado decidió aprobarlo por considerar, sin hacerse solidario de las ideas expuestas por el autor, que se ajusta a lo dispuesto y exigido en el Reglamento de Estudios de Postgrado. Para dar este veredicto, el Jurado estimó que la obra examinada constituye un aporte tanto en el área Macroeconómica como en el área de Investigación de Operaciones, por cuanto integra en una metodología sintética, métodos y principios que coadyuvan al ordenamiento y selección de proyectos de inversión pública, teniendo particular consideración a la diversidad de situaciones que pueden presentarse en tales procesos de decisión. En vista de la importancia práctica y metodológica del Trabajo, de la calidad de la integración lograda y del tratamiento riguroso, original y susceptible de ser generalizado al caso de políticas públicas, el Jurado, por unanimidad, acordó otorgarle **Mención Honorífica**.

En fe de lo cual se levanta la presente Acta, en Caracas a los veintinueve días del mes de noviembre de 2007, dejándose también constancia de que, conforme a lo dispuesto en la normativa jurídica vigente, actuó como Coordinador del Jurado el Tutor Profesor Néstor Carrasquero.


Prof. Agustín Velázquez, MSc.
C.I.: 10.847.245


Prof. Claudio M. Rocco S., PhD
C.I.: 4.580.016

Coordinador:


Prof. Néstor Carrasquero, MSc.
C.I.: 4.266.392



DEDICATORIA

A Dios y al Nazareno de San Pablo, por darme fuerza e inteligencia.

A Venezuela, el país que me ha visto crecer.

A Alejandrina y a Justina, por su amor y cariño.

A mis hermanos y sobrinos, por entender mis limitaciones de tiempo para compartir.

A Sobeida y a Néstor, por el apoyo en la consecución de este gran sueño.

A mi, porque valió el esfuerzo.

AGRADECIMIENTOS

A mi familia que en todo momento me ha apoyado y por no limitarme a alcanzar mis sueños.

A Néstor Carrasquero, Claudio Rocco y Agustín Velazquez, por su motivación y por no dejarme ser menos de lo que soy.

A todos los profesores del Postgrado de Investigación de Operaciones (IO) de la UCV que me motivaron a continuar aprendiendo.

A todos mis amigos del Postgrado de IO y del BCV, en especial a mi hermano Michel Torres, por el apoyo incondicional en los momentos críticos.

Una metodología de análisis multicriterio para la jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública

Econ. Elvis A. Hernández P.

Resumen

El aporte básico de esta investigación consiste en la integración de un módulo de Análisis Macroeconómico (AME) con un módulo de Análisis Multicriterio (AMC), con la expresa finalidad de coadyuvar en los procesos de toma de decisiones en el área de políticas públicas. El módulo de AME se apoya en un Modelo de Multiplicadores basado en Matrices de Contabilidad Social (MCS), el cual aporta la medición del impacto macroeconómico de proyectos de inversión pública en ciertas medidas de crecimiento. El módulo de AMC permite jerarquizar dichos proyectos mediante la construcción de una función de “calidad” agregada, así como asignarles recursos limitados a través de un programa de optimización matemática, el cual conduce a seleccionar aquellos proyectos factibles y que resulten un conjunto “óptimo” en términos de dicha “calidad”. La integración de ambos módulos se realizó bajo la perspectiva del Soporte para la Decisión (SPD). De acuerdo a la revisión de la literatura especializada, tal síntesis metodológica resultó ser inédita.

El problema de armonizar el uso y manejo de recursos de inversión pública, con múltiples criterios que expresan los objetivos de las unidades de decisión, es lo que justifica la incorporación de técnicas de AMC. En tal sentido, la investigación arrojó que las técnicas más adecuadas son, por un lado, la basada en las relaciones binarias de sobreclasificación (*outranking*), específicamente los métodos PROMETHÉE (*Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations*) y, por el otro, la técnica sustentada en la lógica difusa, denotada Operador Media Ponderada Ordenada (*Ordered Weighted Averaging, OWA*). La vinculación de tales métodos de tendencia actual, con esta visión de la Economía permite ampliar el campo de acción y aplicación de la Investigación de Operaciones, con un beneficio adicional en términos de conocimiento al servicio de los entes de decisión e investigadores: les permite soportar, abogar, divulgar y sustentar los procesos de toma de decisiones.

El marco metodológico propuesto, apoyado en el SPD, trasciende lo puramente técnico para catalizar el proceso enfrentado, caracterizado por la presencia de representantes institucionales con diversidad de objetivos, enfoques, perspectivas y sistemas de valores. Por otro lado, cabe destacar que cualquiera sea la forma de evaluación multicriterio a utilizar, ella debe poseer cierta estabilidad en el tiempo, por consiguiente requiere de un proceso de retroalimentación y de seguimiento continuos que fortalezca la planificación orientada hacia sostenibilidad del crecimiento. La metodología propuesta en este trabajo procura la armonización en un espacio de tres dimensiones: múltiples alternativas, múltiples criterios y múltiples unidades de decisión.

Palabras Claves: Jerarquización, Análisis Multicriterio, Análisis Macroeconómico, Proyectos de inversión pública, PROMETHEE, OWA, Toma de Decisiones, Soporte para la Decisión, Planificación.

Introducción	1
Capítulo 1: Estudio Preliminar	
1.1 Introducción	6
1.2 Resultados del estudio preliminar	6
1.2.1 Planteamiento del problema	6
1.2.2 Objetivo del Trabajo Especial de Grado.....	7
1.2.3 Metodología de trabajo	8
1.2.4 Alcances, limitaciones y contexto	10
1.3 La Metodología Multicriterio y el estudio preliminar del TEG	10
1.3.1 Planteamiento del problema	10
1.3.2 Boceto de los criterios de evaluación	11
1.3.3 Definición de la metodología de trabajo.....	11
1.3.4 Alcances, limitaciones y contexto	11
Capítulo 2: Análisis Macroeconómico, un enfoque del Modelo de Multiplicadores basado en las MCS	
2.1 Introducción	14
2.2 Las matrices Insumo Producto	15
2.3 Las matrices de Contabilidad Social	16
2.4 Modelos de Multiplicadores basados en las MCS y en las MIP	17
2.4.1 Contexto del desarrollo del modelo	18
2.4.2 Objetivo de la construcción del Modelo de Multiplicadores.....	19
2.4.3 Metodología de construcción del Modelo de Multiplicadores	19
2.4.4 Diseño de las jerarquías agregadas	22
2.5 Caracterización macroeconómica de los proyectos de inversión pública	28
2.6 Impactos macroeconómicos de los proyectos de inversión pública.....	36
2.7 Caracterización de la problemática de decisión	42
2.8 La normalización y el problema de la escala	45
2.9 La correlación como una medida de soporte.....	46
2.10 Familia Coherente de Criterios (FCC)	53
2.10.1 Verificación de la coherencia de una familia de criterios.....	57
2.11 Discusión.....	61
2.12 Conclusión	62
2.13 Diagrama de flujo para el procesamiento macroeconómico	64
Capítulo 3: Importancia relativa de los atributos macroeconómicos	
3.1 Introducción	67
3.2 Una tipología situacional para dilucidar IR desde la perspectiva del analista investigador.....	68
3.3 Caso 1: Cálculo de IR con posibilidad de acuerdo en el seno de la unidad de decisión	70
3.3.1 Expresión ordinal o cardinal de una evaluación	71
3.3.2 Método de Clasificación según el Orden de Importancia.....	78

3.3.3	Método de Comparaciones Pareadas	79
3.3.4	Método MACBETH	81
3.3.5	Proceso Analítico Jerárquico (PAJ).....	90
3.4	Caso 2: Cálculo de IR sin posibilidad de acuerdo en el seno de la unidad de decisión	94
3.4.1	Método Borda Count (BC)	96
3.4.2	Método Borda Count Trimedia (BCT)	98
3.4.3	Método Mejor de la Mayoría (BOM)	99
3.4.4	Método Uno por Uno (OBO).....	103
3.4.5	Método basado en el Operador Media Ponderada (OWA).....	104
3.5	Caso de estudio: Determinación de las IR de los atributos macroeconómicos	108
3.6	Consistencia y robustez de las IR.....	123
3.7	Conclusión	125
3.8	Diagrama de flujo para la determinación de las IR de los atributos macroeconómicos.....	126
Capítulo 4: Análisis Multicriterio		
4.1	Introducción	128
4.2	Análisis Multicriterio (AMC) y Soporte para la Decisión (SPD)	128
4.2.1	Antecedentes de referencia	129
4.2.2	Elementos de SPD abordados hasta el actual estado de avance del proceso	129
4.2.3	Caracterización del problema en términos de SPD	131
4.2.4	Acercamientos operacionales básicos para un problema multicriterio.....	132
4.3	Selección de los métodos de AMC para esta investigación	139
4.3.1	Selección del acercamiento operacional básico.....	139
4.3.2	Tipología de la situación de decisión.....	139
4.3.3	Selección de los métodos de AMC que aplican al estudio	142
4.4	Discusión.....	143
4.5	Conclusión	144
4.6	Diagrama de aplicación del AMC.....	145
Capítulo 5: Análisis Multicriterio un enfoque de los métodos de sobreclasificación (PROMETHÉE)		
5.1	Introducción	147
5.2	Visión general de los métodos PROMETHÉE	147
5.2.1	Definiciones preliminares	147
5.2.2	Relaciones de superación.....	149
5.2.3	Los métodos PROMETHÉE.....	150
5.2.4	El problema multicriterio.....	151
5.3	Modelado de la información con PROMETHÉE.....	152
5.3.1	Información inter-criterios.....	153
5.3.2	Información intra-criterio	153
5.3.3	Grados de preferencia y su agregación	157

5.3.4	Una jerarquización parcial mediante PROMETHÉE I.....	160
5.3.5	Una jerarquización completa mediante PROMETHÉE II.....	161
5.3.6	Perfil de una alternativa.....	162
5.4	GAIA: análisis geométrico para ayuda interactiva	163
5.4.1	Características del plano GAIA.....	163
5.4.2	Salida gráfica del plano GAIA	165
5.4.3	Palanca de decisión y eje de decisión.....	166
5.4.4	El software <i>DECISION LAB</i>	169
5.5	Caso de estudio: Jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública	169
5.6	Aplicación de los métodos PROMETHÉE, enfoque caja blanca.....	170
5.6.1	Ejecución paso a paso.....	170
5.6.2	Discusión de resultados	179
5.6.3	Ejecución por <i>DECISIÓN LAB 2000</i> de PROMETHÉE, enfoque caja negra.....	183
5.7	El problema de asignación de recursos con coeficientes multicriterio.....	189
5.8	Discusión.....	191
5.9	Conclusión	192
5.10	Diagrama de flujo para el procesamiento multicriterio usando los métodos PROMETHÉE	193
Capítulo 6: Análisis Multicriterio, un enfoque difuso (OWA)		
6.1	Introducción	195
6.2	Consideraciones preliminares	195
6.3	El operador media ponderada ordenada (OWA).....	196
6.3.1	Formulación matemática del operador OWA.....	196
6.3.2	Medidas de caracterización del operador OWA.....	198
6.3.3	Algunas consideraciones iniciales para el modelado.....	200
6.4	Cuantificadores lingüísticos y el operador OWA	203
6.4.1	Consideraciones preliminares.....	203
6.4.2	Relación entre los cuantificadores lingüísticos y el OWA	205
6.4.3	Algunas consideraciones para el modelado.....	206
6.5	Inclusión de IR	208
6.5.1	Otras consideraciones sobre las medidas de caracterización.....	209
6.6	Caso de estudio: Jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública	213
6.6.1	Ejecución paso a paso.....	215
6.7	Inclusión de IR en ausencia de cuantificadores lingüísticos	228
6.7.1	Retomando el problema de ORNESS(W) vs. ORNESS(Q)	228
6.7.2	Un caso no tratado en la literatura	230
6.8	El problema de asignación de recursos con coeficientes multicriterio.....	235
6.9	Discusión.....	237
6.10	Conclusión	238
6.11	Diagrama de flujo para el procesamiento multicriterio usando el operador OWA.....	239

Capítulo 7: Metodología para la jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública

7.1	Introducción	241
7.2	Jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública: lineamiento metodológico general	241
7.3	Jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública: lineamiento metodológico detallado	244
7.3.1	Fase 1. Estudio preliminar	244
7.3.2	Fase 2. Análisis macroeconómico: un enfoque del modelo de multiplicadores basado en las MCS	247
7.3.3	Fase 3. Importancias relativas de los atributos macroeconómicos	250
7.3.4	Fase 4. Selección de elementos de AMC atinentes al estudio	252
7.3.5	Fase 4A. Utilización de los métodos PROMETHÉE (opción <i>outranking</i>)	254
7.3.6	Fase 4B. Utilización del operador OWA (opción difusa).....	255
7.4	Jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública: diagramas de flujo	258
7.4.1	Fase 1. Estudio preliminar	259
7.4.2	Fase 2. Análisis macroeconómico: un enfoque del modelo de multiplicadores basado en las MCS	260
7.4.3	Fase 3. Importancias relativas de los atributos macroeconómicos	262
7.4.4	Fase 4: Selección de elementos de AMC atinentes al estudio	263
7.5	Generalización de la metodología propuesta al caso de jerarquización de políticas públicas	266
7.6	Conclusión	267
	Conclusiones y recomendaciones	268
	Glosario	G1
	Bibliografía	B1
	Apéndice 3.1	A1
	Apéndice 3.2	A4
	Apéndice 3.3	A7
	Apéndice 5.1	A9
	Apéndice 5.2	A12

El crecimiento y desarrollo de una economía dependen del adecuado diseño y ejecución de políticas públicas dirigidas al manejo eficiente de los recursos disponibles, en este sentido, las entidades gubernamentales, día a día se enfrentan a los múltiples inconvenientes asociados al manejo de recursos limitados, sean económicos, financieros, tecnológicos, humanos, entre otros.

El enfoque tradicional del mundo de la Investigación de Operaciones (IO), desde la Segunda Guerra Mundial, consiste en extremar el logro de un fin frente a recursos escasos. En 1972 se celebró la Primera Conferencia Internacional de Toma de Decisiones Multicriterio en la Universidad de Carolina del Sur en los EE.UU. [COCH73], la cual marcó un hito en la evolución de esta disciplina hacia la consideración de múltiples objetivos. Gran parte de los trabajos allí presentados atacan problemas cuyos criterios vienen expresados mediante funcionales matemáticos, lo que originó lo que luego se denominó Toma de Decisiones Multiobjetivo. Por otra parte, autores como Luce [LUCE57], Fishburn ([FISH67] y [FISH70]), Keeney [KEEN76], Raiffa [RAIF78] y Roy [ROYB85], convergen al mismo problema por la vertiente multicriterio propiamente dicha, esto es, sin disponer de la expresión matemática de cada uno de los objetivos en juego. En particular, Roy desarrolla su Metodología Multicriterio de Soporte para la Decisión (SPD), mientras que los otros autores citados generalizan la Teoría de Utilidad unidimensional de Von Neumann-Morgenstern [VONN47] al caso de múltiples criterios. Esto define dos escuelas multicriterio claramente diferenciadas, tanto por el enfoque como por su difusión geográfica, la europea de tipo relacional y la americana de tipo funcional. Ambas escuelas y las variantes menores, se agrupan bajo el apelativo de Análisis Multicriterio (AMC).

La presente investigación busca diseñar una metodología que proyecte el mundo macroeconómico, donde se definen elementos para jerarquizar proyectos de inversión pública, en el mundo multicriterio; en el que se conjugan elementos subjetivos¹ como las preferencias de los entes de decisión, con los atributos de las alternativas que condicionan el crecimiento económico, lo cual, al conocimiento de autor es una tarea compleja e inédita. Por consiguiente, esta investigación busca abrir una ventana multicriterio para el proceso de toma de decisiones en políticas públicas (en lo concerniente a los proyectos de inversión pública) y establecer, de manera sistemática, un medio para alcanzar los fines planteados. La propuesta metodológica no pretende ir más allá de un primer aporte, que integra el Análisis Macroeconómico (AME) con dos metodologías alternas de AMC, afiliando el mundo de la Economía con una visión más moderna de la IO, probando así que tal filiación no solo es posible sino conveniente. En otras palabras, la propuesta no indica “qué hacer”

¹ Este señala aquellos atributos inherentes al sujeto, para los cuales no existe una escala comúnmente aceptada a lo largo de la cual se pueden efectuar mediciones sin que éstas generen diferencias significativas de aceptación.

sino “cómo hacerlo”, la oportunidad de desarrollarla despliega nuevos campos de investigación y de aplicación, consecuencia del aprendizaje que obtiene todo ente de decisión y además de aportarle la información requerida para justificar su proceso de decisión y la decisión final obtenida.

Este documento se divide en 7 capítulos y una sección de conclusiones como se describe:

1. Capítulo 1: Estudio Preliminar. Consiste en describir el problema, los objetivos y la metodología de investigación para cumplir los objetivos, para así dar respuesta al problema planteado en función de los requerimientos, del contexto, de los alcances y de las limitaciones.
2. Capítulo 2: AME, un enfoque del Modelo de Multiplicadores basado en las Matrices de Contabilidad Social (MCS) dota, desde el campo económico, del soporte teórico para la selección de los criterios para estimar el impacto macroeconómico de los proyectos de inversión pública. Aquí se requiere de la caracterización de tales planes de inversión.
3. Capítulo 3: Importancia relativa de los atributos macroeconómicos. Trata una selección de métodos que permiten sintetizar, en términos de pesos, las preferencias de los entes de decisión de cara a los criterios macroeconómicos retenidos.
4. Capítulo 4: AMC: Resume y revisa los conceptos del AMC pertinentes, además de justificar la selección de los métodos de agregación utilizados.
5. Capítulo 5: AMC, un enfoque de los métodos *outranking* (PROMETHEE²): Permite la obtención de jerarquías agregadas de proyectos de inversión pública mediante la explotación de las relaciones binarias de superación, así como la obtención de unos coeficientes que expresan su calidad macroeconómica.
6. Capítulo 6: AME, un Enfoque del Método Difuso (OWA³): Ilustra la obtención de jerarquías agregadas a partir de jerarquías individuales de proyectos, inquietud que surge ante la imposibilidad práctica de contar con acuerdos y consensos entre los entes de decisión, por lo que su injerencia en el proceso de decisión viene dada por su aporte de jerarquías individuales de acuerdo a sus propias preferencias y a sus propios criterios.
7. Capítulo 7: Metodología multicriterio para la jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública. Aquí se desarrolla la propuesta propiamente dicha, se resumen los caminos a seguir para ordenar proyectos de inversión de acuerdo con sus impactos macroeconómicos.
8. Conclusiones y Recomendaciones de la presente investigación.

Se pretende estructurar la metodología propuesta de manera que sea una valiosa ayuda en la toma de decisiones en el ámbito macroeconómico, donde la investigación se transforme en acción,

² PROMETHEE (Ing. *Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations*).

³ OWA (Ing. *Ordered Weighted Averaging*).

por ello, el autor se atreve a usar una frase de Alberto Adriani [SEQU06]: *“Es más fácil discurrir sobre ideas generales, tejer diatribas ácidas y atiborrar cráneos proletarios de ideas abusivas y propósitos desordenados, que pasar meses en el estudio silencioso y metódico de algunos de nuestros problemas técnicos e imponerse una disciplina de trabajo que permita dominarlos con desenfado”*.

1.1 INTRODUCCIÓN

El presente capítulo ilustra el estudio preliminar realizado para desarrollar el Trabajo Especial de Grado (TEG) y optar al título de Magíster Scientiarum en Investigación de Operaciones, en tal sentido, como dicho estudio se inscribe dentro del Análisis Multicriterio (AMC) este capítulo sigue su metodología. Este elemento se recoge en el Capítulo 7 en la Fase 1 de la metodología propuesta. En el presente capítulo se ilustran los resultados de aplicarla al estudio preliminar y se describe el procedimiento seguido.

1.2 RESULTADOS DEL ESTUDIO PRELIMINAR

Estos resultados vienen expresados en términos de:

1. Planteamiento del problema.
2. Objetivos del TEG.
3. Metodología de trabajo.
4. Alcances, limitaciones y contexto.

1.2.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Las entidades gubernamentales¹ encargadas de diseñar y orientar las políticas públicas hacia el crecimiento, el desarrollo de la economía y, concomitantemente, el bienestar de la población, enfrentan múltiples inconvenientes a la hora de estructurar sus objetivos, ordenar sus criterios y manejar recursos económicos, financieros, tecnológicos, humanos, entre otros. En decisiones sobre políticas públicas suelen intervenir organismos de diferente índole, en Venezuela un organismo que interviene para crear condiciones económicas propicias para desarrollo armónico de la economía, es el Banco Central de Venezuela (BCV), que por ley ejerce funciones de coordinación de la política económica además de trabajar para “lograr la estabilidad de precios y preservar el valor de la moneda”. (Artículos 2 y 5, Ley del BCV. Año 2001). Como en otros países, en Venezuela operan entes que se encargan de planificar el desarrollo nacional y regional, y por tanto dan dirección a dicho desarrollo; esta responsabilidad compete al Ministerio de Planificación y Desarrollo (MPD), principal gestor de políticas de crecimiento [LAPC02]. En este problema intervienen, en primera instancia, estas dos organizaciones distintas con un área común, ambas alineadas en la procura de condiciones propicias para alcanzar el desarrollo deseado.

¹ En lo sucesivo agrupadas bajo el nombre de unidad de decisión, término que define al individuo o colectividad que en última instancia separa lo factible de lo infactible, sobre quien recae la decisión final. Decisión plasmada en la definición de lo que ha de hacerse o en prescribir recomendaciones. Este documento utiliza el término en esta última acepción.

La dificultad inicial que enfrentan el BCV y el MPD para evaluar proyectos de inversión pública, es definir una medida de la “calidad” agregada². La escuela multicriterio americana [KEEN76] lo hace por la vía de una utilidad multidimensional, la cual permite ordenarlos; mientras que la europea [ROYB85] permite la obtención de un ordenamiento por comparación directa de los proyectos. Un segundo nivel de dificultad aparece por limitaciones de recursos, éstos deben ser asignados eficientemente a los proyectos con la finalidad de lograr el desarrollo de áreas claves de la economía, evaluadas a través de ciertas medidas de crecimiento. El problema puede ser visto como la armonización del uso y manejo de estos recursos con la “calidad” agregada, la cual debe reflejar medidas de crecimiento. El BCV, el MPD y otras instituciones que puedan eventualmente abocarse al problema, están condicionadas por una diversidad de criterios que le son propios, lo cual enmarca la situación en un contexto multidimensional y justifica su tratamiento mediante técnicas de AMC³ con el debido soporte. Finalmente, para abordar este problema se debe indagar sobre los avances relacionados al impacto macroeconómico de los proyectos de inversión pública, por ejemplo, haciendo uso del Modelo de Multiplicadores basado en las Matrices de Contabilidad Social⁴ (MCS).

1.2.2 OBJETIVOS DEL TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

1.2.2.1 Objetivo General

Diseñar una metodología para la jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública inducida por criterios macroeconómicos mediante el uso de técnicas de AMC.

1.2.2.2 Objetivos Específicos

1. Aplicar la metodología sustentada en el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS para la evaluación del impacto macroeconómico de los proyectos de inversión pública.
2. Estimar la importancia relativa de cada uno de los criterios que sustentan la evaluación del impacto macroeconómico de los proyectos de inversión pública.
3. Armonizar, mediante los métodos PROMETHEE, las múltiples dimensiones del impacto macroeconómico en una jerarquía agregada de proyectos de inversión pública y, estudiar la factibilidad de planificar la asignación de recursos mediante optimización matemática.
4. Armonizar, mediante el operador OWA, las jerarquías de cada impacto macroeconómico de los proyectos de inversión pública y mostrar la influencia de un cuantificador lingüístico dado.

² No buscan generalmente una “calidad” parcial, sino una global, comprehensiva de múltiples “calidades” parciales.

³ La revisión bibliográfica previa al planteamiento del anteproyecto de TEG, así como la experiencia del asesor académico, sugieren un mínimo de dos técnicas diferenciadas dentro del AMC para el abordaje del problema planteado.

⁴ Este instrumento fue seleccionado por su disponibilidad en el BCV y por el dominio institucional que de él se tiene.

5. Diseñar una metodología como resultado del cumplimiento de los objetivos específicos anteriores para atacar y resolver el tipo de problema propuesto.

1.2.3 METODOLOGÍA DE TRABAJO

La investigación adecuada para el logro del objetivo general planteado es básicamente de tipo documental, ella permitirá el estudio de un caso específico a partir de dos métodos de AMC, para desarrollar y proponer una senda metodológica que arroje la jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública, sustentadas por el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS.

La Figura 1.1 ilustra la propuesta, en ella se observa que se ubican los elementos teóricos necesarios para desarrollarla en dos grandes áreas: Análisis Macroeconómico (AME) y AMC. El primero permite estimar los impactos macroeconómicos de los proyectos de inversión pública, dicha evaluación se sustenta en el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS elaborado en el BCV el año 2006 por Velázquez [VELA06]. Debe resultar claro que tal modelo permite estimar el impacto de cada proyecto en cada una de las dimensiones consideradas, esto es, la consecuencia en cada uno de los criterios o atributos macroeconómicos establecidos. En tal sentido, no se dispone de un reduccionismo monocriterio de decisión [PYAT88 y ALAR06]. En lo que concierne al AMC, el problema se caracteriza por los siguientes aspectos:

- Las alternativas a evaluar constituyen un conjunto finito.
- Los criterios de evaluación son múltiples, suelen estar en conflicto y suelen poseer importancias relativas diferentes.
- Las alternativas son enfocadas de manera estructural (mediano y largo plazo) y no coyuntural (corto plazo); por tanto cualquiera sea la forma de evaluación multicriterio a utilizar debe poseer cierta estabilidad en tiempo. Más aún, la evaluación multicriterio propuesta tendrá un uso reiterado para nuevos conjuntos de criterios.

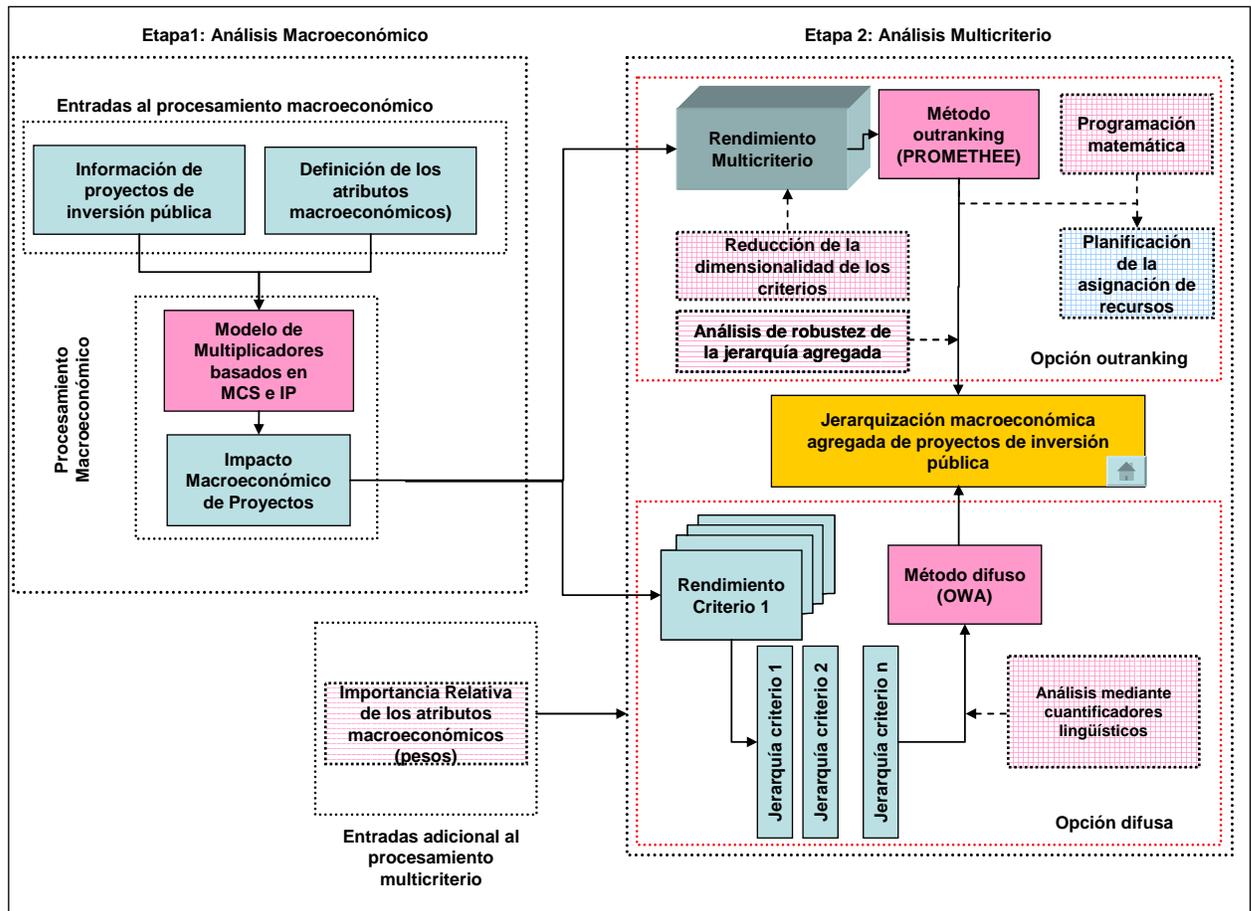
De acuerdo con lo expresado y manteniendo la referencia a la Figura 1.1, se trata entonces de un clásico problema multicriterio, en el cual no se dispone de un criterio único de síntesis, ni se intenta construirlo. Entre las metodologías para el manejo de problemas multicriterio para un conjunto finito de alternativas, que no requieren de una función agregada, destacan los métodos basados en relaciones binarias de sobreclasificación (*outranking relations*), también llamadas relaciones de superación o de no inferioridad⁵. Estos métodos se caracterizan por aceptar que la capacidad de comparación del ser humano es limitada, admitiendo la incomparabilidad de opciones, incorporando

⁵ A lo largo de este trabajo se usará indistintamente cualquiera de los tres términos.

umbrales de preferencias para decidir entre dos alternativas respecto a un criterio, no exigiendo la transitividad a las relaciones binarias y, a pesar de ello, pueden producir cierta forma de orden jerárquico⁶. Los más conocidos son los métodos ELECTRE⁷ [BROY85] y PROMETHEE [BRAN03], siendo este último de creación más reciente. La investigación ha inclinado la balanza al uso de los métodos PROMETHEE pues asocian a cada alternativa un coeficiente que, de alguna manera, mide la calidad relativa de una alternativa; brindando así la posibilidad práctica de emplear un modelo de optimización para asignar recursos escasos.

Figura 1.1

Esquema inicial propuesto para la metodología de jerarquización de proyectos de inversión pública



Una posibilidad adicional que contempla este trabajo consiste en producir una jerarquía agregada, partiendo de las jerarquías individuales de cada criterio por separado. El operador OWA permite realizar esta actividad [YAGE94]. Esta inquietud surge ante la posibilidad práctica de incorporar al estudio del problema real, otras unidades de decisión diferentes a las planteadas, que

⁶ En sentido estricto una jerarquía decreciente de cinco alternativas A, B, C, D y E implica que un elemento que ocupa una posición anterior supera en al menos un criterio a otro que ocupa una posición posterior. En términos macroeconómicos cabe preguntarse si la magnitud de la diferencia señalada es lo suficientemente significativa.

⁷ ELECTRE (Fra. *Elimination et Choix Traduisant la Réalité*).

intervengan en el proceso de decisión aportando nuevas jerarquías de acuerdo a sus propios criterios, sin que ello conlleve pérdidas de esfuerzos del binomio BCV-MPD.

1.2.4 ALCANCES, LIMITACIONES Y CONTEXTO

Este TEG pretende aportar una metodología de la cual se carece hasta hoy, para jerarquizar proyectos de inversión pública con base en criterios macroeconómicos. La propuesta metodológica no pretende ir más allá de un primer aporte que integra el AME, mediante el debido soporte, con dos técnicas alternas de AMC. La investigación proporcionará a la unidad de decisión elementos para hacer más eficientes los procesos de toma de decisión en la materia tratada y abrirá nuevos espacios de investigación, para incorporar el AMC a campos de política económica y planificación gubernamental, estatal y municipal; políticas sociales, financieras, petroleras e industriales, al manejo de estrategias de asistencia sobre decisiones financieras y empréstitos, entre otras; espacios que, a conocimiento del autor, han sido nula o muy someramente tratados bajo este enfoque.

Esta metodología no pretende ser la panacea para resolver los problemas de ordenamiento de políticas públicas, pero aportará espacios de discusión para imaginarla y confeccionarla. Busca ser lo suficientemente flexible para aplicarse en otros ámbitos e intenta proveer a la unidad de decisión de la información requerida para justificar la decisión final y el proceso seguido para obtenerla.

1.3 LA METODOLOGÍA MULTICRITERIO Y EL ESTUDIO PRELIMINAR DEL TEG

Para llegar a los resultados expuestos en la sección 1.2, se aplicó la Fase 1 de la metodología propuesta (ver Capítulo 7). A continuación se describe someramente cómo se llegó a ellos.

1.3.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la formulación del problema intervinieron los siguientes agentes activos:

- Unidad de Decisión: El autor, de profesión Economista, actualmente Analista Económico de la Oficina de Investigaciones Económicas (OIE) del BCV.
- Analista investigador: La misma unidad de decisión
- Solicitantes: Postgrado de Investigación de Operaciones (IO) de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela (UCV) y la OIE del BCV.
- Facilitadores: Ingeniero MSc y Profesor del Postgrado de IO de la UCV (Tutor) y Economista MSPE Investigador Senior del BCV.

Fue necesario considerar los sistemas de valores de dos agentes pasivos en particular, la UCV y el BCV, con objetivos institucionales que distan de coincidir; ello condicionó el diseño de una

metodología versátil que sirva tanto a los fines académicos como a los pragmáticos. Además fue necesario conciliar la debilidad representada por el hecho de que los conocimientos necesarios no son comunes. En cuanto a recursos, ambas instituciones los proveyeron suficientemente.

1.3.2 BOCETO DE LOS CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Fue necesario conciliar los objetivos académicos de la investigación propiamente dicha con los objetivos que persigue la metodología, en tal sentido, los objetivos expresados en la sección 1.2.2 corresponden a lo del TEG. En ocasiones, se confundieron ambos grupos de objetivos.

El desarrollo del trabajo reveló la importancia del uso de las minutas, así como, la utilidad de un anteproyecto bien planteado. El analista-investigador interactúa con los facilitadores para estudiar las distintas vertientes del problema, para ello realizó 5 sesiones preliminares de conversación con cada uno por separado, comprendidas en un lapso de tres meses. En este proceso se delimitó claramente el doble propósito de la investigación. El *quid* del éxito de la investigación residió en satisfacer los objetivos específicos planteados, y con ello el objetivo general.

1.3.3 DEFINICIÓN DE LA METODOLOGÍA DE TRABAJO

El analista-investigador y el Tutor plantearon reuniones quincenales en un lapso de tres meses, en las cuales se constató la pertinencia de la revisión documental realizada y su cabal comprensión. Fue preciso revisar una amplia gama de técnicas de AMC y de Soporte para la Decisión (SPD) para retener las más adecuadas al problema, por ello el énfasis sobre dos técnicas específicas. La investigación consistió en un proceso documental acompañado de pruebas en hojas de cálculo. Previamente se decidió, en acuerdo con los facilitadores, reducir la dimensionalidad del problema real a un problema piloto que, sin pérdida de generalidad, permitió realizar las pruebas necesarias.

La planificación recae sobre el analista-investigador, que hurga en el uso de las técnicas de AMC, de SPD y la explotación del Modelo de Multiplicadores basado en las MCS. También se pudo constatar que, a medida que las reuniones avanzaban algunos objetivos cambiaron, lo cual llevó a definir un alcance adecuado. El cronograma tentativo obtenido se observa en la Tabla 1.1.

1.3.4 ALCANCES, LIMITACIONES Y CONTEXTO

La metodología de trabajo impuso definir un problema piloto con 44 criterios básicos y 20 proyectos de inversión pública. De las técnicas de AMC revisadas sólo se retuvieron dos (PROMETHEE y OWA), tal selección se justifica en el Capítulo 4. Como limitaciones, principalmente se tiene el tiempo, ya que las sesiones de trabajo son cortas pues los facilitadores y el

analista-investigador deben atender otros compromisos, por tanto, la investigación mostró algunos leves rezagos. A esto se le añade, algunas dificultades asociadas al preprocesamiento de la información disponible. Afortunadamente este trabajo se desarrolló en contextos internos y externos estables.

Tabla 1.1
Cronograma inicial propuesto en el estudio preliminar

	Oct. 2006	Nov. 2006	Dic. 2006	Ene. 2007
Revisión del procesamiento macroeconómico				
Investigación Multicriterio				
Desarrollo teórico de la opción <i>outranking</i> y la opción difusa				
Preparación del anteproyecto escrito				

**ANÁLISIS MACROECONÓMICO, UN ENFOQUE DEL MODELO DE
MULTIPLICADORES BASADO EN LAS MCS**

2.1 INTRODUCCIÓN

El éxito en la asignación de recursos en el campo de las políticas públicas depende de una robusta caracterización de la economía, para ello, según Hernández [HERN04] se debe desarrollar y disponer de estadísticas macroeconómicas consistentes para formular instrumentos de calidad que mejoren la planificación y que favorezcan el proceso de toma de decisiones. Este capítulo intenta abordar de una forma descriptiva, el papel que juega el desarrollo de estadísticas económicas en las Cuentas Nacionales, y la disponibilidad de las Matrices de Contabilidad Social (MCS) y las Matrices Insumo Producto (MIP) como instrumentos de Análisis Macroeconómico (AME) y de seguimiento de políticas públicas en el ámbito sectorial.

En el caso venezolano, el desarrollo de las estadísticas económicas ha permitido la construcción de tales instrumentos que, según Velázquez [VELA05], dan espacios para integrar distintas fuentes de información estadística y construir modelos multisectoriales robustos, como por ejemplo, el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS [ALAR05]. Dicho modelo hace viable la evaluación de las estructuras productivas de una economía, la construcción de escenarios de políticas y adicionalmente, la medición del impacto macroeconómico de proyectos de inversión pública [VELA05 y VELA06], ámbito que intentan explorar unidades de decisión como el Banco Central de Venezuela (BCV) y el Ministerio de Planificación y Desarrollo (MPD). En tal sentido, para el caso que compete a esta investigación, se desea determinar a través del uso del Modelo de Multiplicadores los impactos de proyectos de inversión pública en términos macroeconómicos, para luego jerarquizarlos, punto focal del presente trabajo.

Los puntos a revisar en este capítulo en el ámbito del procesamiento macroeconómico son:

- Las MIP.
- Las MCS.
- El Modelo de Multiplicadores basado en las MCS y las MIP, definición y características, contexto de su desarrollo, objetivo, diseño y metodología para su construcción y definición de los atributos macroeconómicos. Cabe destacar que Venezuela es pionera en la integración de estos instrumentos al Sistema de Cuentas Nacionales (SCN), el cual contempla la generación de estadísticas económicas.
- La caracterización de los proyectos de inversión pública.
- La medición del impacto macroeconómico de los proyectos de inversión pública.

Este capítulo aborda también algunos elementos del Soporte para la Decisión (SPD) y del modelado multicriterio, entrañablemente relacionados con la organización de la información requerida para el AME:

- La caracterización de las problemáticas de decisión, en la que destaca la de ordenamiento.
- La normalización, como un elemento que permite homogenizar las escalas de expresión de la información de soporte y evitar así sesgos indeseados.
- Una medida de correlación, entre criterios y proyectos, para generar alertas tempranas sobre posibles anomalías que pudiesen limitar el Análisis Multicriterio (AMC).
- La definición de Familia Coherente de Criterios (FCC), para constatar si los elementos de juicio son los necesarios y suficientes para orientar la decisión hacia el objetivo propuesto.

2.2 LAS MATRICES INSUMO PRODUCTO

Una MIP es un arreglo matricial detallado de las cuentas de producción, generación del ingreso, y de bienes y servicios del SCN¹ para el análisis de las industrias y productos y para el estudio de las relaciones entre sectores productivos [CAÑO02 y HERN04]. Las MIP se integran dentro del modelo denominado Modelo de Insumo Producto, desarrollado por Wasilly Leontief en 1936 [CLEM99]. El aporte principal del modelo basado en MIP, según el Fondo Monetario Internacional [FMIO93], es que permite mostrar las relaciones de compra-venta entre los consumidores de una economía en un marco analítico, lo cual facilita las proyecciones y los análisis económicos [KOHL01]. Supone que los insumos necesarios para la elaboración de un bien o producto están relacionados por una función de producción de coeficientes lineales y fijos (al menos en el corto plazo) [HERN04]. Las técnicas insumo producto han sido ampliamente utilizadas porque permiten representar holísticamente la economía, poniendo énfasis en la descripción de las relaciones e interdependencias entre los diferentes sectores productivos de un país [CAÑO02 y LAGU03].

El modelo basado en MIP tiene básicamente dos finalidades: una estadística y otra analítica. La primera, consiste en estudiar las estimaciones de los flujos de los bienes y servicios obtenidos por diversas fuentes y, por otro lado, actuar como marco coordinador de las estadísticas económicas logrando la consistencia de las definiciones y clasificaciones usadas, y como marco contable para lograr la coherencia numérica entre las distintas fuentes estadísticas usadas [CAÑO02 y HERN04].

¹ “El SCN es un conjunto coherente, sistemático e integrado de cuentas macroeconómicas, balances y cuadros basados en un conjunto de conceptos, definiciones y clasificaciones y reglas contables aceptados internacionalmente”, además, “ofrece un amplio marco contable dentro del cual pueden elaborarse y presentarse datos económicos en un formato destinado a su análisis, a la toma de decisiones y la formulación de la política económica”, conjuntamente con una visión general del comportamiento económico de los sujetos o agentes como resultado de la actividad económica con sus diferentes interrelaciones [FMIO93].

La segunda finalidad se basa en describir y analizar las relaciones existentes entre las diferentes industrias y, entre éstas y los diferentes componentes de la demanda final para desarrollar modelos macroeconómicos específicos [FMI093 y CAÑO02].

El desarrollo teórico del modelo basado en las MIP [CHIA87, AMAY95, SONI00 y HERN04]), destaca dentro de sus objetivos principales, el profundizar el análisis de las estructuras productivas de una economía, determinar como éstas se ven influenciadas por cambios en la demanda final [HERN04] e identificar los sectores claves² que condicionan la asignación de recursos financieros y económicos [CLEM89] en una economía. Por tanto, las MIP tienen un importante papel dentro de la planificación económica [DOMI06] y los análisis de apertura e intercambio comercial nacional e internacional [SCHU05], incrementando los elementos para la toma de decisiones en términos de política sectoriales [FMIO93].

2.3 LAS MATRICES DE CONTABILIDAD SOCIAL

Las MCS son una presentación del SCN, que muestran las relaciones entre las MIP (capta aspectos relacionados con la producción y generación del ingreso) y las cuentas de los sectores institucionales (capta aspectos relacionados con la asignación, distribución del ingreso, cuenta capital y financiera) [FMIO93]. Su enfoque típico consiste en reflejar mediante aperturas adicionales del sector de los hogares y una representación desagregada de los mercados de trabajo, el papel de las personas en la economía. Para ello requiere de la construcción de matrices satélites que facilitan el análisis de las interrelaciones entre los aspectos estructurales de una economía, la distribución del ingreso y el gasto entre grupos de hogares [VELA06* y FMIO93]. Por tanto, uno de los elementos que destaca dentro de las MCS es la conexión de información de variables monetarias con variables no monetarias, estas últimas complementadas por las satélites y ubicadas dentro del Sistema de Matrices y Ampliaciones de Contabilidad Económica y Social (SMACES) [FMIO93], ofreciendo un marco flexible para introducir aspectos socioeconómicos y de planificación económica [ALAR06].

Velázquez refleja la importancia del SCN como la estructura económica y estadística más apropiada para desarrollar instrumentos orientados a diseñar y analizar políticas públicas [VELA05]. En este sentido, las MCS constituyen uno de los instrumentos más apropiados para representar las relaciones entre las diferentes actividades y los sectores económicos, y reorganizan la información de las Cuentas Nacionales y otras fuentes de información externas, tales como encuestas de hogares, encuestas industriales, encuesta de presupuestos familiares, de tal manera que faciliten los análisis

² Son los sectores que tienen un mayor efecto dinamizador sobre la economía en general [CLEM89].

en el plano económico y proporcionen elementos para la toma de decisiones³. La implementación del nuevo SCN 1993 en Venezuela, la disponibilidad de las nuevas Cuentas Nacionales y la elección de 1997 como nuevo Año Base, permiten generar las condiciones para construir las MCS, al menos para las estructuras productivas y las relaciones entre los diferentes sectores, fundamentales para el AME [VELA05]. Por ello el BCV ha alineado esfuerzos en la construcción de este instrumento en el marco del SCN, donde ya se cuenta con MCS para la serie 1997-2003, sujetas a revisión por la Gerencia de Estadísticas Económicas.

La argumentación no pretende insinuar que las MCS resuelven todas las necesidades de análisis de políticas, pero sí que introducen una nueva manera de pensar y de evaluar la problemática del crecimiento, evidenciando las vinculaciones entre sectores productivos, permitiendo además explorar más fácilmente la robustez de los modelos derivados [PYAT88 y ROLA95].

2.4 MODELOS DE MULTIPLICADORES BASADOS EN LAS MCS Y EN LAS MIP

Los modelos de multiplicadores basados en las MCS y en las MIP, son instrumentos que permiten analizar la estructura de una economía [VELA05 y ALAR05]. Con base en [PYAT79], los modelos muestran los cálculos y la descomposición de los multiplicadores⁴ extendiendo el modelo propuesto por Leontief, y generalmente son usados para construir simulaciones bajo distintos escenarios de política y para determinar el impacto de ciertas políticas públicas sobre la producción, el ingreso y el mercado laboral, principalmente.

Un modelo de multiplicadores basado en las MIP es un modelo abierto, ya que sólo se puede tener impactos sobre la producción sectorial y sobre la generación del ingreso ante los cambios que pueda experimentar la demanda final; ahora bien, el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS, definido como un modelo cerrado, además de incluir los impactos del modelo abierto, permite observar los efectos sobre la distribución del ingreso, y de éstos en los gastos en bienes y servicios por parte de los hogares [ALAR05].

Los modelos de multiplicadores son modelos de equilibrio parcial que requieren que las celdas de la matriz contengan expresiones algebraicas que describan conceptos como los valores de las transacciones (en términos de precios y cantidades), para tratar de determinar así cómo las actividades productivas responden a ciertos choques externos [PYAT88 y VELA05]. Para ello, se

³ La toma de decisiones deriva del análisis de los impactos observados y de las interrelaciones entre los sectores productivos, por tanto las matrices en sí no disponen de un módulo de toma de decisiones para evaluar algún objetivo.

⁴ Son los coeficientes técnicos de las MCS que muestran las relaciones e interdependencias entre las actividades económicas y los sectores productivos de una economía.

definen las cuentas endógenas y exógenas a ser consideradas por cada modelo (cerrado o abierto), con la finalidad que las variables exógenas sean manipuladas vía inyecciones (incremento del gasto público, desarrollo de nuevos proyectos de inversión pública, incrementos de impuestos, impacto en exportaciones, etc.) o alcanzar distintos objetivos de política (aumentar el empleo, alcanzar cierto nivel de inversión o crecimiento del PIB, etc.). Para los dos esquemas, el modelo permite evaluar sus efectos sobre el aparato productivo [VELA05 y ALAR05].

Para evaluar políticas de crecimiento, uno de los aspectos más tratados por el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS, es su requerimiento de hacer endógenos los productos, la producción de las actividades, los ingresos factoriales y por instituciones, las transferencias y, los requerimientos de bienes y servicios que demandan las instituciones (incluye hogares); también se requiere colocar como exógenas las variables más relacionadas con políticas públicas (gastos gubernamentales, inversión e impuestos) y las transacciones corrientes internacionales [PYAT79 y VELA05]. El objetivo del Modelo de Multiplicadores es determinar cómo los diferentes agentes económicos (empresas, hogares y gobierno) se comportan ante ciertos cambios, expresados en términos de variables exógenas suponiendo que los precios permanecen fijos cuando el ingreso es alterado. El hecho de suponer precios fijos⁵, cuando en la realidad cambian, es una de las limitaciones del modelo que se solventa con la construcción de modelos dinámicos [VELA05].

Es importante mencionar que la apertura en instituciones, actividades, productos y factores de producción presentes en las MCS, reflejada concomitantemente en el Modelo de Multiplicadores, está jalonada por la caracterización del problema tratado y por los requerimientos de la unidad de decisión⁶. Por ejemplo, si se requiere analizar la agricultura entonces las MCS dispondrán niveles particulares de apertura de acuerdo con los elementos más importantes del sector y por las interrogantes establecidas por la unidad de decisión. En este orden de ideas, si se deseara evaluar la inversión, la construcción, la manufactura, entre otros muchos ejemplos, las correspondientes MCS y por tanto, el modelo obtenido resultante, no se ajustarán a una única representación de la economía: planteados n objetivos se podrán disponer n matrices para n modelos.

2.4.1 CONTEXTO DEL DESARROLLO DEL MODELO

Como se trató en la Sección 1.2.1, en la toma de decisiones relacionadas con políticas públicas y sectoriales en Venezuela intervienen básicamente dos organismos, el BCV y el MPD, el contexto

⁵ Por ello también se les conoce como Modelos de Multiplicadores de precios fijos [PYAT79, ROLA95 y VELA05].

⁶ En materias como planificación, análisis económico y diseño de políticas públicas, las MCS se diseñan para responder al contexto situacional y al campo de interrogantes planteado.

institucional del problema se circunscribe inicialmente a ellas. Por un lado se dispone de una cantidad de recursos y se intenta llevar a cabo un conjunto de proyectos de inversión pública, armonizando la asignación de estos recursos con la finalidad de lograr el desarrollo de ciertas áreas de la economía y, por otro lado, participan dos instituciones nacionales alineadas en la procura de condiciones económicas propicias para alcanzar el desarrollo deseado.

Para abordar el problema se cuenta con un modelo multisectorial [HARN04 y VELA06], el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS, para medir el impacto macroeconómico de los proyectos y, además con herramientas adecuadas de AMC para jerarquizarlos en función de su impacto para alcanzar una racional asignación de los recursos.

2.4.2 OBJETIVO DE LA CONSTRUCCIÓN DEL MODELO DE MULTIPLICADORES

El objetivo de la construcción del Modelo de Multiplicadores es medir el impacto de la inyección de recursos, vía inversión pública, a partir de una muestra de proyectos. Tal impacto será medido en cierto número de actividades económicas, susceptibles de ser agregadas en un número significativamente menor de atributos macroeconómicos.

El Modelo de Multiplicadores basado en las MCS, pre-procesa la información de los proyectos y sirve de puente necesario para conectarlos con los atributos macroeconómicos seleccionados para emprender la jerarquización mediante técnicas de AMC. La conexión entre el modelo de AME basado en las MCS con las herramientas de AMC, viene dada entonces por los impactos estimados, de forma tal que estas herramientas constituyen un módulo de post-procesamiento de los proyectos (vía sus impactos), módulo destinado a dar soporte a los procesos de toma de decisiones en materia ordenamiento de proyectos de inversión pública y de asignación de recursos (Figura 2.1).

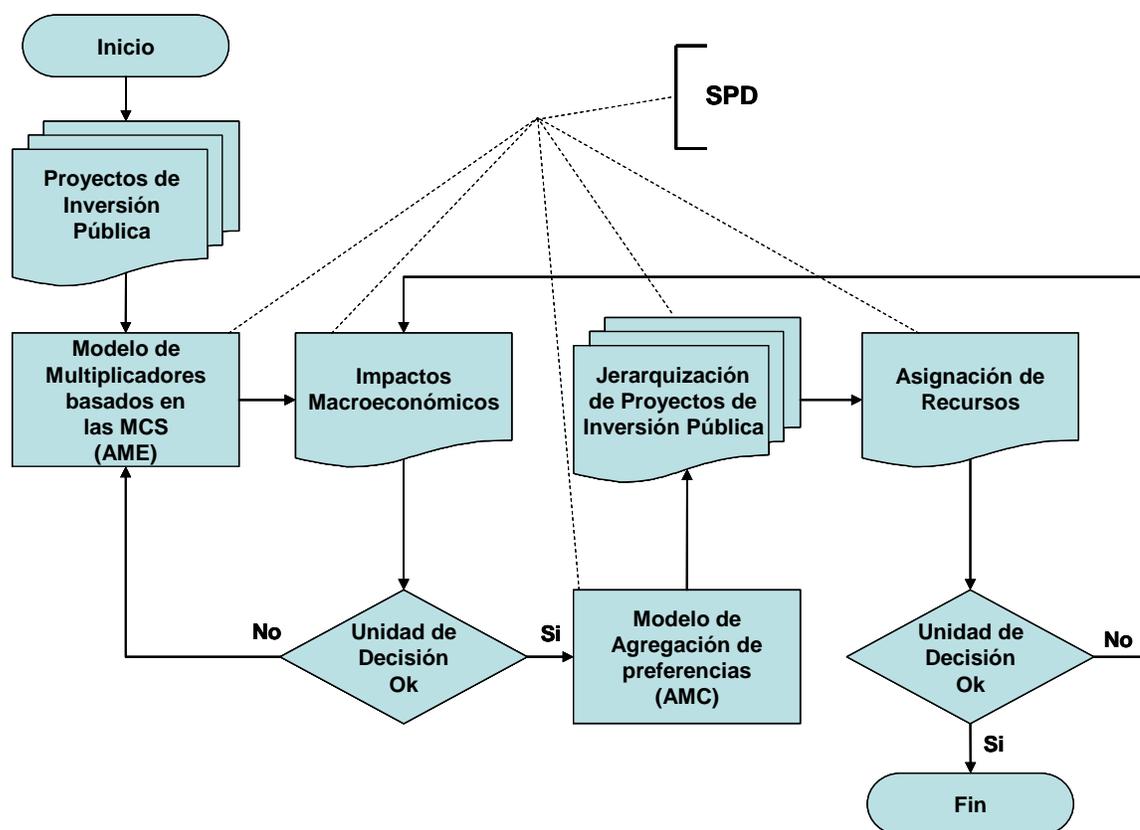
2.4.3 METODOLOGÍA DE CONSTRUCCIÓN DEL MODELO DE MULTIPLICADORES

La Figura 2.2 esquematiza el proceso, en ella se ilustran los elementos de interacción entre los agentes activos, la información básica, el modelo, los lineamientos de la unidad de decisión y las consideraciones operativas del analista investigador. Sobre la figura cabe comentar lo siguiente:

- La construcción y el diseño de las MCS y, concomitantemente, el Modelo de Multiplicadores correspondiente, están condicionados por el requerimiento y el objetivo que persigue la unidad de decisión sobre la problemática a evaluar (1 en la Figura 2.2). En tal sentido, para el caso que compete a la investigación, se desea jerarquizar un conjunto de proyectos de inversión pública (2 en la Figura 2.2) y como consecuencia de la interacción, las unidades de decisión toman como

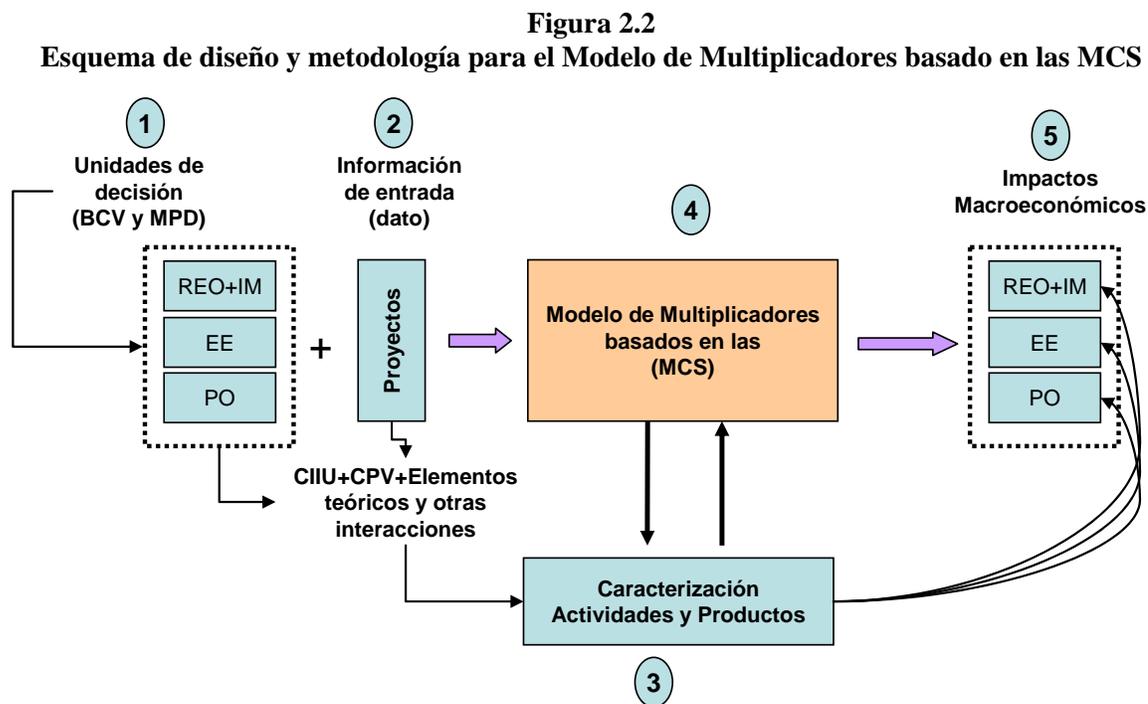
punto de partida tres criterios de referencia macroeconómica, en los cuales evalúan los impactos de los proyectos (5 en la Figura 2.2).

Figura 2.1
Conexión básica entre Modelo de Multiplicadores basado en las MCS y AMC



- Los atributos macroeconómicos retenidos en primer nivel (5 en la Figura 2.2) son el Excedente de Explotación (EE) percibido por las empresas, Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM) recibidos por los hogares, y el impacto sobre el Mercado Laboral en términos de Personal Ocupado (PO) (ver glosario). Estos criterios no necesariamente son únicos, es decir, las unidades de decisión pueden considerar pertinente la incorporación de otros criterios, siempre y cuando se les pueda asociar una consecuencia relevante de los proyectos.
- Se debe exponer la naturaleza de los proyectos para justificar los elementos a considerar en el Modelo de Multiplicadores, en el caso de estudio los proyectos se ubican principalmente a la construcción de almacenes y edificaciones para la industria manufacturera, obras de vialidad, obras hidráulicas, líneas de comunicación y energía eléctrica, infraestructura industria petrolera, entre otras [VELA06**]. En tal sentido, es conveniente extraer de las Cuentas Nacionales de

Venezuela del año 2003⁷ los productos y actividades más relevantes para el problema bajo estudio (3 en la Figura 2.2), de igual manera se extraen los productos más destacados en las variables de demanda final (consumo, inversión, gasto y exportaciones), así como en las importaciones y en la parte impositiva, para ser añadidos a la apertura de las MCS.



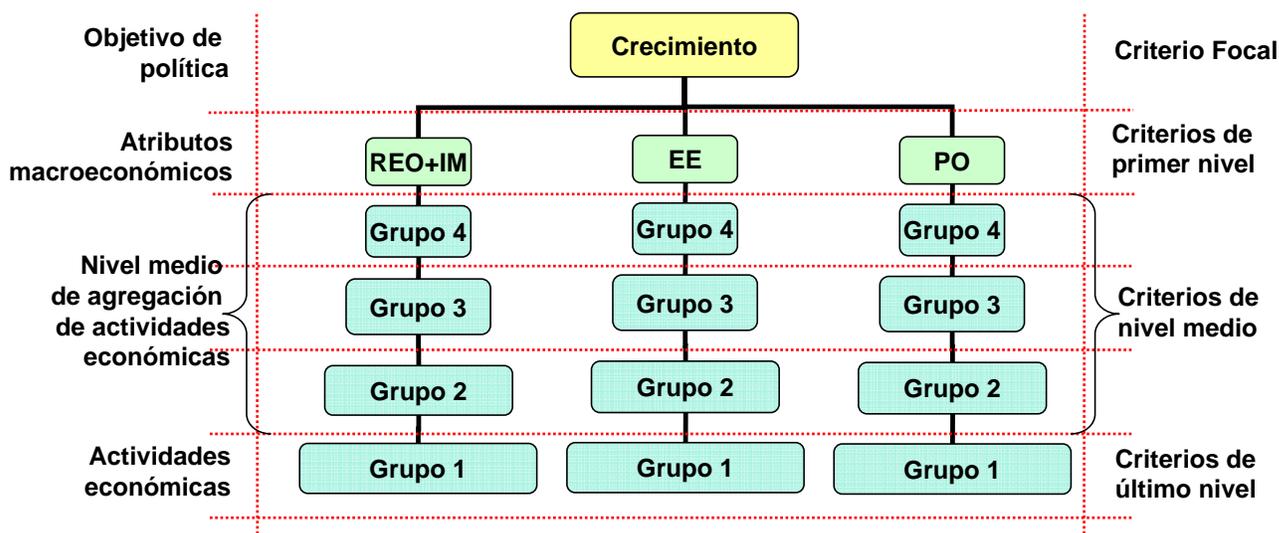
- En el proceso de caracterizar los productos y actividades más relevantes dentro de las MCS y en la inversión pública cuyo destino es la actividad de construcción e infraestructura, también se deben desagregar los sectores institucionales y los tipos de bienes que demandan los hogares. Ello es posible, por un lado, gracias a la disposición de elementos teóricos bien articulados en materia de estadísticas económicas como lo son el manual del SCN de 1993 [FMIO93], la Clasificación Internacional de Industrias Uniforme (CIU) [FMIO93] y la Clasificación Central de Productos de Venezuela (CVP)⁸ [WEB201], y por el otro, gracias a las actividades de cooperación entre el BCV, el MPD y los analistas encargados de la medición del impacto macroeconómico de proyectos de inversión pública.
- Con todo ello se definen 44 actividades económicas para recoger tales impactos (Tabla 2.1), ubicadas en el nivel más bajo de desagregación considerado por los agentes activos, los cuales

⁷ Para la construcción del Modelo de Multiplicadores se debe elegir un año representativo para las MCS, es decir, se adopta un Año Base para la matriz, para este caso se eligió el 2003 por ser el año de información más reciente y por su conexión con la información disponible en otras fuentes, como el Instituto Nacional de Estadísticas (INE).

serán agregados en las variables macroeconómicas denotadas REO+IM, EE, y PO. En ambos casos, en el lenguaje de AMC se habla de criterios, diferenciándose entre si por su nivel de agregación, mientras que en términos económicos ello corresponde a las actividades y a los atributos macroeconómicos.

- Estos atributos macroeconómicos de primer nivel particularizan las MCS para construir el Modelo de Multiplicadores (4 en la Figura 2.2); cualquier cambio en las actividades y/o productos implicaría la construcción de una nueva matriz. Cabe resaltar que las MCS se caracterizan por la aditividad, es decir, siguiendo algunos criterios definidos en la CIU, la CPV, el SCN de 1993, u otros propuestos por agentes activos, los atributos pueden ser reagrupados linealmente permitiendo realizar su manejo por métodos sencillos⁹.

Figura 2.3
Esquema jerárquico obtenido inicialmente



2.4.4 DISEÑO DE LAS JERARQUÍAS AGREGADAS

Es claro que esta forma de agregar los 44 atributos macroeconómicos de base no es única, aparte de la influencia derivada del AME, estas agregaciones se realizan de acuerdo con lo que Roy [ROYB85] denomina campo de interrogantes¹⁰, por tanto en otra investigación las agregaciones podrán variar dependiendo de los requerimientos de información y de sus consecuencias. En todo

⁸ Para el caso del PO, fue además necesario construir una matriz satélite de Mercado Laboral usando la información del Censo 2001, la Encuesta de Presupuestos Familiares (EPF) del año 2005 del BCV, y la Encuesta de Hogares por Muestreo (EHM) disponible en el INE, y se contrastó con la información de las Cuentas Nacionales del BCV.

⁹ Esto permitiría aplicar métodos que se apoyan en esta propiedad matemática, sin embargo, la propuesta metodológica pretende ser general por lo que no se hará hincapié en su aprovechamiento.

¹⁰ Fr. *Le champ de questions*.

caso, tales agregaciones deberán poseer sólidos fundamentos teóricos y/o disfrutar de la aceptación de los agentes activos sobre la base de su experiencia.

En el caso que compete a esta investigación, el procesamiento de la información básica busca generar formas de agregación que conecten los tres criterios superiores de referencia para la toma de decisiones (REO+IM, EE y PO) con los criterios de nivel inferior representados por las 44 actividades económicas. Los niveles intermedios de agregación que se definen constituyen *buffers* incorporados por necesidades operativas o para dar respuestas a preguntas específicas (Figura 2.3).

La determinación de jerarquías de los atributos proporciona cierta organización a la problemática a analizar, en tal sentido, definido un objetivo focal se puede generar niveles inferiores de jerarquías, siempre y cuando, tanto su razón de ser como las relaciones entre ellas sean bien entendidas por todos [SOTT04] y desglosadas en partes lógicas conmensurables que faciliten el establecimiento de sub-niveles en función del objetivo superior [CARR04].

Como puede apreciarse en la Figura 2.3, el objetivo focal de política tiene la etiqueta “crecimiento”, por tanto, la jerarquía está destinada a estimar el impacto de los proyectos en el crecimiento económico. Este esquema fue sometido a discusión iterada por los agentes activos, produciéndose dos modificaciones menores que se ilustran en la Figura 2.4:

- Los atributos macroeconómicos EE y REO+IM son componentes endógenos¹¹ del modelo que hacen referencia al Valor Agregado Bruto (VAB), por ello se le hace explícito en la jerarquía conceptual.
- Se estimó que el PO, expresado como número de personas ocupadas, se encuentra al mismo nivel del VAB, puesto que refleja el impacto en el Mercado Laboral (PO) de los proyectos de inversión pública.

El autor quiere destacar que los 44 atributos macroeconómicos de base constituyen un conjunto necesario y suficiente para representar los impactos de los proyectos, es decir, el impacto en cada uno de los atributos macroeconómicos de nivel superior (EE, REO+IM y PO) está adecuadamente recogido por los atributos de base.

La Figura 2.5 muestra la siguiente estructura de agregación¹²:

- Grupo 1: Constituido por los 44 atributos macroeconómicos de base.

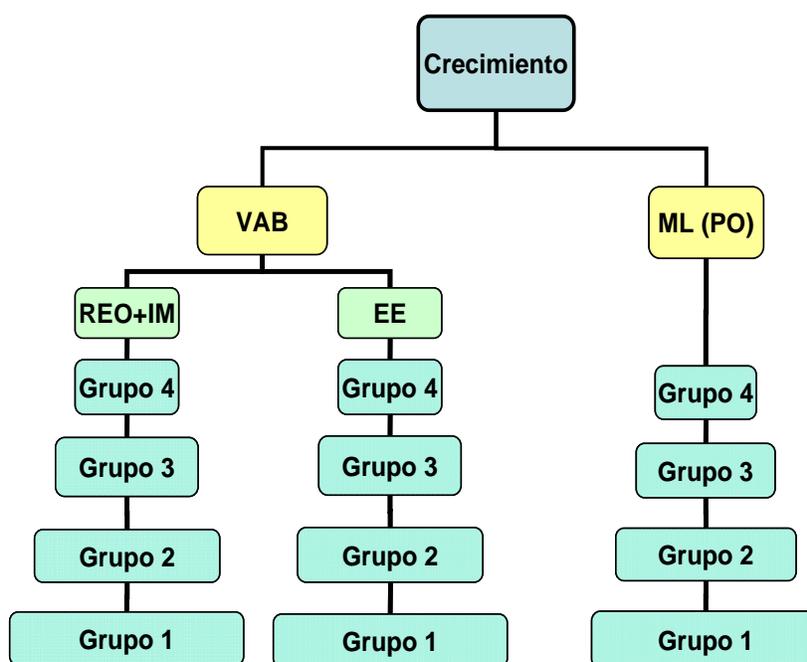
¹¹ Faltarían los Impuestos netos sobre la producción, pero para los efectos finales se les considera como exógenos.

¹² En esta figura se distinguen los atributos por una etiqueta de identificación, así, en el grupo 1 se observa la etiqueta 1_ID1, el primer 1 indica el atributo y con las letras ID1 se identifica al grupo 1.

- Grupo 2: Constituido por 16 atributos macroeconómicos que recogen los impactos pertinentes de uno o más componentes del Grupo 1.
- Grupo 3: Constituido por 9 atributos macroeconómicos que recogen los impactos pertinentes de uno o más componentes del Grupo 2.
- Grupo 4: Constituido por 8 atributos macroeconómicos que recogen los impactos pertinentes de uno o más componentes del Grupo 3.

Las Tablas 2.1 a la 2.4 contienen las descripciones correspondientes a las etiquetas usadas para los atributos macroeconómicos¹³ contemplados en la Figura 2.5, la cual constituye la jerarquía de base para emprender la evaluación propuesta. Esta jerarquía es un hito fundamental en todo el proceso de decisión, por lo que en su diseño, nunca está de más insistir, deben participar todos los agentes activos provistos del adecuado SPD.

Figura 2.4
Esquema jerárquico definitivo



¹³ Cada agrupamiento no debe superar los 9 atributos macroeconómicos, esta condición encuentra justificación en el llamado Criterio de Millar [MILL56] y será comentada en el capítulo 3.

Figura 2.5
Estructura de agregación de los atributos macroeconómicos

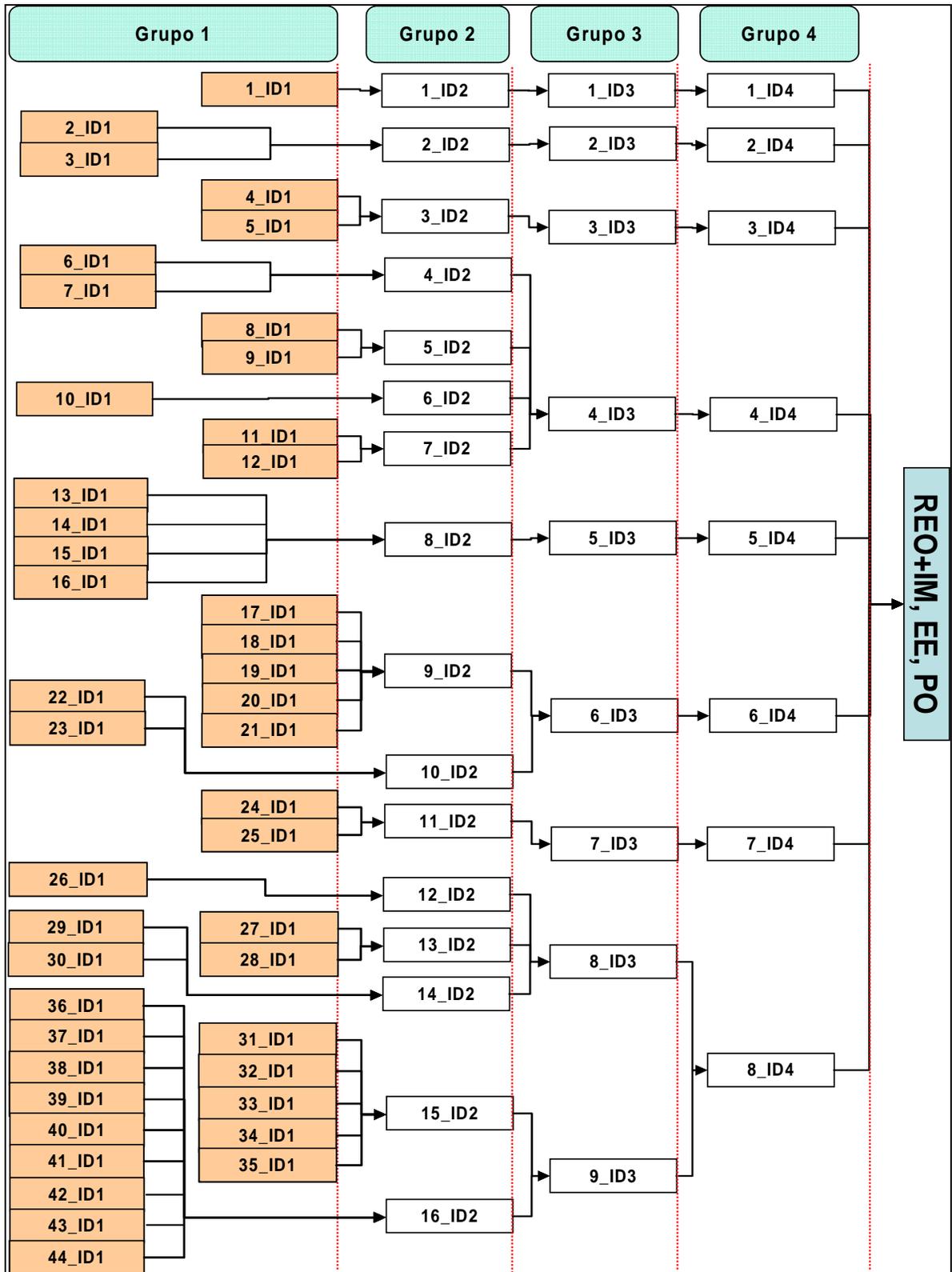


Tabla 2.1
Atributos macroeconómicos en el Grupo 1 derivados del Modelo de Multiplicadores

ID1	GRUPO 1
1_ID1	Agricultura, ganadería, caza y silvicultura, incluye pesca
2_ID1	PRI - Extracción de petróleo crudo y gas natural y Actividades de servicios vinculadas con la extracción de petróleo y gas natural, excepto las actividades de prospección
3_ID1	PUB - Extracción de petróleo crudo y gas natural
4_ID1	PET - Construcción no residencial
5_ID1	(PRI+PUB) Construcción no residencial
6_ID1	PRI - Fabricación de otros productos químicos n.c.p.
7_ID1	PUB - Fabricación de otros productos químicos n.c.p.
8_ID1	NSO - Fabricación de prendas de vestir, excepto prendas de piel
9_ID1	SOC - Fabricación de prendas de vestir, excepto prendas de piel
10_ID1	PUB - Fabricación de productos de la refinación del petróleo y Combustible Nuclear
11_ID1	PUB - Fabricación de sustancias químicas básicas, excepto abonos y compuestos de nitrógeno Y Fabricación de plásticos en formas primarias y de caucho sintético
12_ID1	SOC - Fabricación de sustancias químicas básicas, excepto abonos y compuestos de nitrógeno Y Fabricación de plásticos en formas primarias y de caucho sintético
13_ID1	PRI - Fabricación de otros productos elaborados de metal
14_ID1	PRI - Fabricación de otros productos minerales no metálicos n.c.p.
15_ID1	PRI - Industrias básicas de hierro y acero
16_ID1	PUB - Industrias básicas de hierro y acero
17_ID1	PRI - Fabricación de maquinaria de uso general y especial y aparatos de uso doméstico n.c.p.
18_ID1	PRI - Fabricación de maquinarias y aparatos electricos n.c.p.
19_ID1	PRI - Fabricación de otros equipos de transporte
20_ID1	PUB - Fabricación de maquinaria de uso general y especial y aparatos de uso doméstico n.c.p.
21_ID1	PUB - Fabricación de otros equipos de transporte
22_ID1	NSO - Resto de las Industrias Manufactureras n.c.p.
23_ID1	SOC (PUB + PRI) Resto de las Industrias Manufactureras n.c.p.
24_ID1	PRI - Generación, captación y distribución de energía eléctrica
25_ID1	PUB - Generación, captación y distribución de energía eléctrica
26_ID1	Extracción de piedra, arena y arcilla
27_ID1	Otras actividades
28_ID1	PRI - Construcción residencial
29_ID1	PRI - Resto de Minería
30_ID1	PUB - Resto de Minería
31_ID1	Administracion Publica y Defensa
32_ID1	PRI - Servicios de enseñanza
33_ID1	PRI - Servicios Sociales y de Salud
34_ID1	PUB - Servicios de enseñanza
35_ID1	PUB - Servicios Sociales y de Salud
36_ID1	Actividades inmobiliarias, empresariales y de alquiler
37_ID1	Hoteles y restaurantes
38_ID1	NSO - Comercio
39_ID1	NSO - Transporte, Almacenamiento y comunicaciones
40_ID1	PRI - Intermediación financiera
41_ID1	PUB - Intermediación financiera
42_ID1	PUB - Transporte, Almacenamiento y comunicaciones
43_ID1	SOC - Transporte, Almacenamiento y comunicaciones
44_ID1	SOC (PUB + PRI) - Comercio

Tabla 2.2
Atributos macroeconómicos en el Grupo 2 derivados del Modelo de Multiplicadores

ID2	GRUPO 2
1_ID2	Agricultura, ganadería, caza y silvicultura, incluye pesca
2_ID2	Extracción de petróleo crudo y gas natural y actividades de servicios vinculadas, excepto las actividades de prospección
3_ID2	Construcción no residencial
4_ID2	Fabricación de otros productos químicos n.c.p.
5_ID2	Fabricación de prendas de vestir, excepto prendas de piel
6_ID2	Fabricación de productos de la refinación del petróleo y Combustible Nuclear
7_ID2	Fabricación de sustancias químicas básicas, excepto abonos y compuestos de nitrógeno y fabricación de plásticos en formas primarias y de caucho sintético
8_ID2	Fabricación de otros productos elaborados de metal, minerales no metálicos, industrias básicas hierro y acero
9_ID2	Fabricación de maquinaria de uso general, de aparatos eléctricos, de equipos de transporte
10_ID2	Resto de las Industrias Manufactureras n.c.p.
11_ID2	Generación, captación y distribución de energía eléctrica
12_ID2	Extracción de piedra, arena y arcilla
13_ID2	Resto de Actividades
14_ID2	Resto de Minería
15_ID2	Administración Pública, Defensa, Educación y Salud
16_ID2	Servicios, comercio y transporte

Tabla 2.3
Atributos macroeconómicos en el Grupo 3 derivados del Modelo de Multiplicadores

ID3	GRUPO 3
1_ID3	Agricultura, ganadería, caza y silvicultura, incluye pesca
2_ID3	Extracción de petróleo crudo y gas natural y actividades de servicios vinculadas, excepto las actividades de prospección
3_ID3	Construcción no residencial
4_ID3	Fabricación de productos químicos, de plásticos, de prendas de vestir y de productos de la refinación del petróleo y Combustible Nuclear
5_ID3	Fabricación de otros productos elaborados de metal, minerales no metálicos, industrias básicas hierro y acero
6_ID3	Fabricación de maquinaria de uso general, de aparatos eléctricos, de equipos de transporte y resto de productos manufacturados
7_ID3	Generación, captación y distribución de energía eléctrica
8_ID3	Resto de Actividades
9_ID3	Servicios, comercio, transporte, electricidad, administración pública, defensa, salud y educación

Tabla 2.4
Atributos macroeconómicos en el Grupo 4 derivados del Modelo de Multiplicadores

ID4	GRUPO 4
1_ID4	Agricultura, ganadería, caza y silvicultura, incluye pesca
2_ID4	Extracción de petróleo crudo y gas natural y actividades de servicios vinculadas, excepto las actividades de prospección
3_ID4	Construcción no residencial
4_ID4	Fabricación de productos químicos, de plásticos, de prendas de vestir y de productos de la refinación del petróleo y Combustible Nuclear
5_ID4	Fabricación de otros productos elaborados de metal, minerales no metálicos, industrias básicas hierro y acero
6_ID4	Fabricación de maquinaria de uso general, de aparatos eléctricos, de equipos de transporte y resto de productos manufacturados
7_ID4	Generación, captación y distribución de energía eléctrica
8_ID4	Servicios, comercio, transporte, administración pública, defensa, salud, educación y resto de actividades

2.5 CARACTERIZACIÓN MACROECONÓMICA DE LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA

Todo proyecto de inversión pública posee un horizonte temporal, desarrolla una actividad específica y pertenece a una región particular, por tanto puede ser caracterizado dentro de múltiples esferas. Para el desarrollo de esta investigación se dispone de la información de una muestra de 20 proyectos de inversión, proporcionada por el MPD, encargado de la planificación, ejecución y seguimiento de los proyectos. La Tabla 2.5 muestra la base de datos de los proyectos de inversión, en ella se observa que el horizonte temporal de los desembolsos a realizar en el conjunto de proyectos es de 10 años (t_i para $i = 1, 2, \dots, 10$).

Por otro lado, los proyectos están valorados a precios de un Año Base para mantener la consistencia del valor del dinero en el tiempo. A partir de esta información, se determina una cuenta de producción por proyecto para reflejar lo producido (Valor Bruto de la Producción), los insumos (Consumo Intermedio) nacionales e importados, y por otro lado, los desembolsos hechos en términos de REM+IM, EE e impuestos y subsidios sobre la producción, elementos que conforman el Valor Agregado Bruto del proyecto (VABp). En este proceso se utiliza la estructura de costos¹⁴ de la actividad a la cual el proyecto está asociado.

¹⁴ Es importante mencionar que la información suministrada de los proyectos debería contener la estructura de costos asociada a cada uno de ellos, por tanto, ante esta debilidad los analistas investigadores encargados de preparar las inyecciones de cada proyecto estiman las estructuras de costos particulares, de acuerdo al tipo de actividad económica a la cual el proyecto se encuentra clasificado.

La organización de la información de los proyectos de inversión pública que constituyen la muestra se ha organizado en tablas que siguen como se indica:

- Tabla 2.5: Inversión por proyecto de inversión pública para el período (t_1-t_{10}) .
- Tabla 2.6: Componentes de la cuenta de producción (t_1-t_{10}) .
- Tabla 2.7: Distribución de los proyectos por conglomerado en el período (t_1-t_{10}) .
- Tabla 2.8: Distribución de los proyectos por producto de la CPV para el período (t_1-t_{10}) .
- Tabla 2.9: Distribución de los proyectos por actividad de la CPV para el período (t_1-t_{10}) .
- Tabla 2.10: Distribución de los proyectos por sector para el período (t_1-t_{10}) .

La Tabla 2.6 incorpora en términos generales, los componentes de la cuenta de producción de los proyectos, desagregada en

- Valor Bruto de la Producción,
- Consumo Intermedio
- y su correspondiente Valor Agregado Bruto

su distribución total por año, su conversión en dólares y, adicionalmente, su correspondiente estructura porcentual. De acuerdo con esto y con la información de la Tabla 2.5, la inversión total en términos de proyectos asciende a 100 billones de bolívares a precios constantes (74.490 millones de dólares al tipo de cambio oficial 2150 Bs./\$). En la columna TOTAL de dicha tabla, en la parte de las estructuras, se observa que del 100% de la inversión o del Valor Bruto de la producción, el 34,2% corresponde a Consumo intermedio nacional, 18,2% corresponde a Consumo intermedio importado y 47,6% al Valor Agregado Bruto, de igual manera también se refleja la composición interanual de estas variables.

Seguidamente, para caracterizar los proyectos por clase de productos, actividades, conglomerados y por los sectores a los que corresponde cada uno, se utilizan los clasificadores CIU y CPV, anteriormente mencionados. La Tabla 2.7 incluye información sobre la distribución de los 20 proyectos en 9 conglomerados. Tales conglomerados, representan regiones del país donde los proyectos se van a ejecutar y a desarrollar. Ahora bien, por motivos de la confidencialidad de los proyectos en estudio, en adelante, los conglomerados serán enumerados del 1 al 9.

En este sentido, se puede observar que la mayor proporción de la inversión global se agrupa en el conglomerado 9 con un 34,4%, en el conglomerado 7 con un 27,7% y en el conglomerado 5 con 17,5% (columna total Tabla 2.7).

Tabla 2.5
Inversión por proyecto de inversión pública para el período (t₁-t₁₀)

Proyectos	Inversión a realizar en millones de bolívares a precios constantes (t0)				
	t1	t2	t3	t4	t5
1	-	225.247	190.208	85.093	-
2	-	301.570	-	-	-
3	-	663.454	947.809	737.414	144.301
4	-	18.848	15.455	3.393	-
5	1.508	10.972	494.539	2.206.476	2.484.896
6	2.101	91.023	231.800	-	-
7	-	10.052	125.654	615.705	615.705
8	259.245	73.219	148.548	227.158	271.594
9	828.564	2.429.158	2.152.129	2.073.646	1.751.142
10	33.430	495.019	4.654.850	3.561.565	3.975.581
11	145.281	615.680	374.674	-	-
12	-	-	1.580	790.208	790.208
13	251.497	138.966	95.395	12.490	-
14	117	584	1.284.349	490.647	1.173.902
15	-	3.590.119	3.590.119	3.590.119	3.590.119
16	-	57.010	5.817	-	-
17	12.063	186.973	226.178	238.743	238.743
18	18.898	2.541	520.261	1.986.552	1.243.996
19	-	1.198.970	1.469.447	1.538.821	1.248.595
20	-	201.047	753.925	1.181.149	1.206.280
TOTAL	1.552.703	10.310.453	17.282.741	19.339.180	18.735.063

Tabla 2.5 (Cont.)
Inversión por proyecto de inversión pública para el período (t₁-t₁₀)

Proyectos	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
1	-	-	-	-	-	500.548
2	-	-	-	-	-	301.570
3	-	-	-	-	-	2.492.979
4	-	-	-	-	-	37.696
5	4.369.925	7.004.316	-	-	-	16.572.632
6	-	-	-	-	-	324.924
7	125.654	-	-	-	-	1.492.772
8	624.373	617.316	399.648	147.759	22.816	2.791.676
9	-	-	-	-	-	9.234.639
10	1.806.498	-	-	-	-	14.526.944
11	-	-	-	-	-	1.135.636
12	-	-	-	-	-	1.581.996
13	-	-	-	-	-	498.347
14	-	-	-	-	-	2.949.600
15	3.590.119	3.590.119	3.590.119	-	-	25.130.835
16	-	-	-	-	-	62.827
17	201.047	102.534	-	-	-	1.206.280
18	500.981	-	-	-	-	4.273.231
19	467.224	303.359	-	-	-	6.226.416
20	1.063.210	1.063.210	1.063.210	1.063.210	1.063.210	8.658.452
TOTAL	12.749.032	12.680.854	5.052.978	1.210.970	1.086.027	100.000.000

Tabla 2.6
Componentes de la cuenta de producción (t₁-t₁₀)

PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA PERIODO t1-t10					
VARIABLES (Millones de Bs a precios constantes)	t1	t2	t3	t4	t5
Consumo Intermedio Nacional	447.574	3.397.977	5.940.304	6.562.457	6.415.967
Consumo Intermedio Importado	204.513	1.689.575	3.118.532	3.513.042	3.490.284
Valor Agregado Bruto	900.616	5.222.901	8.223.904	9.263.681	8.828.812
Total inversión (VBP)	1.552.703	10.310.453	17.282.741	19.339.180	18.735.063
VARIABLES (Millones de Dólares con TC=2150)	t1	t2	t3	t4	t5
Consumo Intermedio Nacional	208	1.580	2.763	3.052	2.984
Consumo Intermedio Importado	95	786	1.450	1.634	1.623
Valor Agregado Bruto	419	2.429	3.825	4.309	4.106
Total inversión (VBP)	722	4.796	8.038	8.995	8.714
ESTRUCTURAS (%)	t1	t2	t3	t4	t5
Consumo Intermedio Nacional	28,8%	33,0%	34,4%	33,9%	34,2%
Consumo Intermedio Importado	13,2%	16,4%	18,0%	18,2%	18,6%
Valor Agregado Bruto	58,0%	50,7%	47,6%	47,9%	47,1%
Total inversión (VBP)	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Tabla 2.6 (Cont.)
Componentes de la cuenta de producción (t₁-t₁₀)

PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA PERIODO t1-t10						
VARIABLES (Millones de Bs a precios constantes)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
Consumo Intermedio Nacional	4.550.121	4.552.540	1.728.709	311.465	274.706	34.181.820
Consumo Intermedio Importado	2.491.671	2.497.854	925.262	144.681	132.470	18.207.886
Valor Agregado Bruto	5.707.240	5.630.460	2.399.007	754.823	678.851	47.610.294
Total inversión (VBP)	12.749.032	12.680.854	5.052.978	1.210.970	1.086.027	100.000.000
VARIABLES (Millones de Dólares con TC=2150)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
Consumo Intermedio Nacional	2.116	2.117	804	145	128	15.899
Consumo Intermedio Importado	1.159	1.162	430	67	62	8.469
Valor Agregado Bruto	2.655	2.619	1.116	351	316	22.144
Total inversión (VBP)	5.930	5.898	2.350	563	505	46.512
ESTRUCTURAS (%)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
Consumo Intermedio Nacional	35,7%	35,9%	34,2%	25,7%	25,3%	34,2%
Consumo Intermedio Importado	19,5%	19,7%	18,3%	11,9%	12,2%	18,2%
Valor Agregado Bruto	44,8%	44,4%	47,5%	62,3%	62,5%	47,6%
Total inversión (VBP)	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

En la Tabla 2.8, se observa la clasificación de los proyectos por producto, éstos se agrupan en:

1. Construcción de almacenes y edificaciones para la manufactura,
2. Construcciones de obras de vialidad,
3. Construcciones de obras hidráulicas,
4. Construcciones de líneas de comunicación y energía eléctrica,
5. Construcciones para la industria petrolera,
6. Otras obras de construcción y
7. Construcción y reparación de buques (excepto embarcaciones de deporte y recreación) y de partes especiales de buques.

Tabla 2.7
Distribución de los proyectos por conglomerado en el período (t₁-t₁₀)

PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA					
PERIODO t1-t10					
CONGLOMERADOS					
(Millones de Bs a precios constantes)					
	t1	t2	t3	t4	t5
CONGL 1	12.063	412.220	416.386	323.836	238.743
CONGL 2	251.497	1.337.936	1.564.842	1.551.311	1.248.595
CONGL 3	18.898	2.541	521.842	2.776.760	2.034.204
CONGL 4	145.281	625.733	500.328	615.705	615.705
CONGL 5	33.547	495.603	5.939.200	4.052.213	5.149.483
CONGL 6	259.245	149.076	169.821	230.550	271.594
CONGL 7	1.508	875.473	2.196.273	4.125.039	3.835.477
CONGL 8	2.101	392.593	231.800	-	-
CONGL 9	828.564	6.019.278	5.742.249	5.663.765	5.341.261
TOTAL	1.552.703	10.310.453	17.282.741	19.339.180	18.735.063
CONCLOMERADOS					
(Millones de Dólares\$ con TC=2150)					
	t1	t2	t3	t4	t5
CONGL 1	6	192	194	151	111
CONGL 2	117	622	728	722	581
CONGL 3	9	1	243	1.292	946
CONGL 4	68	291	233	286	286
CONGL 5	16	231	2.762	1.885	2.395
CONGL 6	121	69	79	107	126
CONGL 7	1	407	1.022	1.919	1.784
CONGL 8	1	183	108	-	-
CONGL 9	385	2.800	2.671	2.634	2.484
TOTAL	722	4.796	8.038	8.995	8.714
ESTRUCTURAS (%)					
	t1	t2	t3	t4	t5
CONGL 1	0,8%	4,0%	2,4%	1,7%	1,3%
CONGL 2	16,2%	13,0%	9,1%	8,0%	6,7%
CONGL 3	1,2%	0,0%	3,0%	14,4%	10,9%
CONGL 4	9,4%	6,1%	2,9%	3,2%	3,3%
CONGL 5	2,2%	4,8%	34,4%	21,0%	27,5%
CONGL 6	16,7%	1,4%	1,0%	1,2%	1,4%
CONGL 7	0,1%	8,5%	12,7%	21,3%	20,5%
CONGL 8	0,1%	3,8%	1,3%	0,0%	0,0%
CONGL 9	53,4%	58,4%	33,2%	29,3%	28,5%
TOTAL	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Tabla 2.7 (Cont.)
Distribución de los proyectos por conglomerado en el período (t₁-t₁₀)

PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA PERIODO t1-t10						
CONGLOMERADOS (Millones de Bs a precios constantes)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
CONGL 1	201.047	102.534	-	-	-	1.706.828
CONGL 2	467.224	303.359	-	-	-	6.724.763
CONGL 3	500.981	-	-	-	-	5.855.226
CONGL 4	125.654	-	-	-	-	2.628.408
CONGL 5	1.806.498	-	-	-	-	17.476.544
CONGL 6	624.373	617.316	399.648	147.759	22.816	2.892.200
CONGL 7	5.433.135	8.067.526	1.063.210	1.063.210	1.063.210	27.724.063
CONGL 8	-	-	-	-	-	626.494
CONGL 9	3.590.119	3.590.119	3.590.119	-	-	34.365.474
TOTAL	12.749.032	12.680.854	5.052.978	1.210.970	1.086.027	100.000.000

CONCLOMERADOS (Millones de Dólares\$ con TC=2150)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
CONGL 1	94	48	-	-	-	794
CONGL 2	217	141	-	-	-	3.128
CONGL 3	233	-	-	-	-	2.723
CONGL 4	58	-	-	-	-	1.223
CONGL 5	840	-	-	-	-	8.129
CONGL 6	290	287	186	69	11	1.345
CONGL 7	2.527	3.752	495	495	495	12.895
CONGL 8	-	-	-	-	-	291
CONGL 9	1.670	1.670	1.670	-	-	15.984
TOTAL	5.930	5.898	2.350	563	505	46.512

ESTRUCTURAS (%)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
CONGL 1	1,6%	0,8%	0,0%	0,0%	0,0%	1,7%
CONGL 2	3,7%	2,4%	0,0%	0,0%	0,0%	6,7%
CONGL 3	3,9%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	5,9%
CONGL 4	1,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	2,6%
CONGL 5	14,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	17,5%
CONGL 6	4,9%	4,9%	7,9%	12,2%	2,1%	2,9%
CONGL 7	42,6%	63,6%	21,0%	87,8%	97,9%	27,7%
CONGL 8	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,6%
CONGL 9	28,2%	28,3%	71,0%	0,0%	0,0%	34,4%
TOTAL	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

En la columna TOTAL de la Tabla 2.8, se observa que la mayor parte de la inversión total corresponde a los productos siguientes: 5 y 6 con 70,2% y 22,2% respectivamente. También se obtiene la composición interanual de los proyectos agrupados en productos, las cantidades en dólares valorados a la tasa oficial de cambio de 2150 Bs./\$ y sus estructuras porcentuales (anualizadas y en forma global).

En torno a la agrupación de los proyectos por actividad económica (Tabla 2.9), éstos corresponden específicamente a dos actividades:

1. Actividad 1: construcción no residencial y
2. Actividad 2: fabricación de otros equipos de transporte.

la primera, agrupa el 99,9% de la inversión total, porcentaje que no varía significativamente, manteniéndose inclusive en las composiciones interanuales con respecto al monto global de la inversión.

Para finalizar este proceso de caracterización, los proyectos se clasificaron en:

1. Sector petrolero y
2. Sector no petrolero

como se observa en la Tabla 2.10.

El primer sector que agrupa los proyectos, representa en promedio un 70,2% de la inversión total hecha durante el período t_1 - t_9 . El segundo o no petrolero, representa en promedio un 29,8%, a pesar que en el año t_1 contenía el 80,3%, monto que va disminuyendo a medida que se acerca al t_7 y cambia la tendencia para el período comprendido entre t_8 - t_{10} .

Tabla 2.8
Distribución de los proyectos por producto de la CPV para el período (t_1 - t_{10})

PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA PERIODO t_1 - t_{10}					
PRODUCTOS (Millones de Bs a precios constantes.)	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
Produc 1	2.101	91.023	231.800	-	-
Produc 2	145.281	1.279.134	1.322.484	737.414	144.301
Produc 3	259.245	73.219	148.548	227.158	271.594
Produc 4	-	526.817	190.208	85.093	-
Produc 5	305.450	5.437.172	12.108.961	13.386.671	13.717.090
Produc 6	840.626	2.827.231	3.259.467	4.899.451	4.602.078
Produc 7	-	75.858	21.273	3.393	-
TOTAL	1.552.703	10.310.453	17.282.741	19.339.180	18.735.063

PRODUCTOS (Millones de Dólares con TC=2150)	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
Produc 1	1	42	108	-	-
Produc 2	68	595	615	343	67
Produc 3	121	34	69	106	126
Produc 4	-	245	88	40	-
Produc 5	142	2.529	5.632	6.226	6.380
Produc 6	391	1.315	1.516	2.279	2.141
Produc 7	-	35	10	2	-
TOTAL	722	4.796	8.038	8.995	8.714

ESTRUCTURAS (%)	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
Produc 1	0,1%	0,9%	1,3%	0,0%	0,0%
Produc 2	9,4%	12,4%	7,7%	3,8%	0,8%
Produc 3	16,7%	0,7%	0,9%	1,2%	1,4%
Produc 4	0,0%	5,1%	1,1%	0,4%	0,0%
Produc 5	19,7%	52,7%	70,1%	69,2%	73,2%
Produc 6	54,1%	27,4%	18,9%	25,3%	24,6%
Produc 7	0,0%	0,7%	0,1%	0,0%	0,0%
TOTAL	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Tabla 2.8 (Cont.)
Distribución de los proyectos por producto de la CPV para el período (t₁-t₁₀)

PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA PERIODO t1-t10						
PRODUCTOS (Millones de Bs a precios constantes.)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
Produc 1	-	-	-	-	-	324.924
Produc 2	-	-	-	-	-	3.628.615
Produc 3	624.373	617.316	399.648	147.759	22.816	2.791.676
Produc 4	-	-	-	-	-	802.118
Produc 5	10.734.748	10.897.794	3.590.119	-	-	70.178.005
Produc 6	1.389.911	1.165.744	1.063.210	1.063.210	1.063.210	22.174.138
Produc 7	-	-	-	-	-	100.523
TOTAL	12.749.032	12.680.854	5.052.978	1.210.970	1.086.027	100.000.000

PRODUCTOS (Millones de Dólares con TC=2150)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
Produc 1	-	-	-	-	-	151
Produc 2	-	-	-	-	-	1.688
Produc 3	290	287	186	69	11	1.298
Produc 4	-	-	-	-	-	373
Produc 5	4.993	5.069	1.670	-	-	32.641
Produc 6	646	542	495	495	495	10.314
Produc 7	-	-	-	-	-	47
TOTAL	5.930	5.898	2.350	563	505	46.512

ESTRUCTURAS (%)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
Produc 1	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,3%
Produc 2	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	3,6%
Produc 3	4,9%	4,9%	7,9%	12,2%	2,1%	2,8%
Produc 4	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,8%
Produc 5	84,2%	85,9%	71,0%	0,0%	0,0%	70,2%
Produc 6	10,9%	9,2%	21,0%	87,8%	97,9%	22,2%
Produc 7	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%
TOTAL	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Tabla 2.9
Distribución de los proyectos por actividad de la CPV para el período (t₁-t₁₀)

PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA PERIODO t1-t10					
ACTIVIDAD (Millones de Bs a precios constantes.)	t1	t2	t3	t4	t5
ACT 1	1.552.703	10.234.595	17.261.468	19.335.787	18.735.063
ACT 2	-	75.858	21.273	3.393	-
TOTAL	1.552.703	10.310.453	17.282.741	19.339.180	18.735.063

ACTIVIDAD (Millones de Dólares con TC=2150)	t1	t2	t3	t4	t5
ACT 1	722	4.760	8.029	8.993	8.714
ACT 2	-	35	10	2	-
TOTAL	722	4.796	8.038	8.995	8.714

ESTRUCTURAS (%)	t1	t2	t3	t4	t5
ACT 1	100,0%	99,3%	99,9%	100,0%	100,0%
ACT 2	0,0%	0,7%	0,1%	0,0%	0,0%
TOTAL	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Tabla 2.9 (Cont.)
Distribución de los proyectos por actividad de la CPV para el período (t₁-t₁₀)

PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA PERIODO t1-t10						
ACTIVIDAD (Millones de Bs a precios constantes.)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
ACT 1	12.749.032	12.680.854	5.052.978	1.210.970	1.086.027	99.899.477
ACT 2	-	-	-	-	-	100.523
TOTAL	12.749.032	12.680.854	5.052.978	1.210.970	1.086.027	100.000.000

ACTIVIDAD (Millones de Dólares con TC=2150)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
ACT 1	5.930	5.898	2.350	563	505	46.465
ACT 2	-	-	-	-	-	47
TOTAL	5.930	5.898	2.350	563	505	46.512

ESTRUCTURAS (%)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
ACT 1	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	99,9%
ACT 2	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%
TOTAL	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

2.6 IMPACTOS MACROECONÓMICOS DE LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA

Antes de analizar los impactos macroeconómicos de los proyectos de inversión pública se presenta la Tabla 2.11, en la cual se muestra la información de entrada y salida concerniente al procesamiento macroeconómico. Sobre la base de la información contenida en la Tabla 2.5, se construyen las cuentas de producción por proyecto y se determinan los vectores de inyección, es decir, lo requerido por cada proyecto en términos de insumos (demanda de bienes y servicios). Dicha inyección es multiplicada por los coeficientes del Modelo de Multiplicadores, y se precisa el impacto que tendría en términos macroeconómicos sobre el IM+REO y el EE. Bajo esta perspectiva, se puede afirmar que dada una matriz de multiplicadores M y un vector de inyección X , se puede obtener el impacto sobre la economía en términos macroeconómicos ($Y=M*X$) ([PYAT79, ALAR06 y VELA05], a través del uso de un Modelo de Multiplicadores basado en las MCS. Al conectarse las matrices satélites de empleo, construidas por los analistas del BCV y del MPD, se determina el impacto de la inyección de recursos vía proyectos de inversión pública sobre el PO.

Ahora bien, las tablas 2.12 a la 2.17 muestran el impacto macroeconómico generado por año (t_i para $i=1,2,\dots,10$), para cada una de las tres variables o atributos ya mencionados, con respecto al Año Base de la MCS, es decir, los impactos se expresan en términos absolutos. En particular, en la Tabla 2.17 se representa el impacto que se obtendría si se introduce la inversión acumulada de los proyectos.

Tabla 2.10
Distribución de los proyectos por sector para el período (t₁-t₁₀)

PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA PERIODO t1-t10					
SECTOR (Millones de Bs a precios constantes)	t1	t2	t3	t4	t5
PETROLERO	305.450	5.437.172	12.108.961	13.386.671	13.717.090
NO PETROLERO	1.247.254	4.873.281	5.173.780	5.952.509	5.017.973
TOTAL	1.552.703	10.310.453	17.282.741	19.339.180	18.735.063
SECTOR (Millones de Dólares con TC=2150)	t1	t2	t3	t4	t5
PETROLERO	142	2.529	5.632	6.226	6.380
NO PETROLERO	580	2.267	2.406	2.769	2.334
TOTAL	722	4.796	8.038	8.995	8.714
ESTRUCTURAS (%)	t1	t2	t3	t4	t5
PETROLERO	19,7%	52,7%	70,1%	69,2%	73,2%
NO PETROLERO	80,3%	47,3%	29,9%	30,8%	26,8%
TOTAL	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Tabla 2.10 (Cont.)
Distribución de los proyectos por sector para el período (t₁-t₁₀)

PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA PERIODO t1-t10						
SECTOR (Millones de Bs a precios constantes)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
PETROLERO	10.734.748	10.897.794	3.590.119	-	-	70.178.005
NO PETROLERO	2.014.284	1.783.060	1.462.858	1.210.970	1.086.027	29.821.995
TOTAL	12.749.032	12.680.854	5.052.978	1.210.970	1.086.027	100.000.000
SECTOR (Millones de Dólares con TC=2150)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
PETROLERO	4.993	5.069	1.670	-	-	32.641
NO PETROLERO	937	829	680	563	505	13.871
TOTAL	5.930	5.898	2.350	563	505	46.512
ESTRUCTURAS (%)	t6	t7	t8	t9	t10	TOTAL
PETROLERO	84,2%	85,9%	71,0%	0,0%	0,0%	70,2%
NO PETROLERO	15,8%	14,1%	29,0%	100,0%	100,0%	29,8%
TOTAL	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Es conveniente recalcar que estos resultados pueden ser expresados en cualquier nivel de agregación (Figura 2.5), en la presente investigación sólo se evaluará los impactos en cada una de los atributos macroeconómicos REO+IM, EE y PO.

Cabe destacar por otro lado, que la inyección se realiza por año y que el modelo no acumula o no recoge los efectos de la inyección del año anterior, es decir, los efectos generados en un año no se trasladan a los años siguientes¹⁵.

De esta manera en las columnas 2, 3 y 4 de la Tabla 2.12 se muestra el impacto en el año t_1 de cada proyecto sobre las variables REO+IM, EE y PO, respectivamente. Las tres siguientes columnas hace lo propio para el año t_2 . Las Tablas 2.13, 2.14, 2.15 y 2.16 conservan esta estructura para los años siguientes. Para leer estos impactos, se toma por ejemplo el proyecto 13 cuya inyección en t_1 es de 251.497 MM de Bs. (Tabla 2.5), y se obtiene de la Tabla 2.12 que genera un impacto absoluto de 552.419 MM de Bs. en REO+IM, 541.797 MM de Bs. en EE y hace que el PO se ubique 114.338 personas a nivel total de la economía. En forma análoga de la Tabla 2.12 se tiene que el máximo impacto absoluto en PO es de 210.066 personas ocupadas en el año 2 como impacto en el mercado laboral de la ejecución del proyecto 15 cuya inversión en t_2 es de 3.590.119 MM de Bs. (Tabla 2.5), de esta manera, se puede observar los impactos en términos macroeconómicos de cada proyecto, tanto por año como por atributo macroeconómico, también es posible recorrer el camino inverso.

Dado que los coeficientes del Modelo de Multiplicadores son fijos y el efecto del año anterior no se acumula para la inyección del año siguiente, dos montos de inversión iguales para un mismo proyecto generan impactos idénticos en variables homólogas, como se aprecia en el Proyecto 15 para los años t_3 y t_4 (Tabla 2.13). Debe resultar obvio que si un proyecto no contempla desembolsos en un determinado año no genera impacto alguno. También debe quedar claro que si un proyecto tiene un horizonte económico menor a los 10 años, el resto del tiempo las inyecciones de recursos son nulas.

Tabla 2.11
Información para el procesamiento del AME

Entradas
<ul style="list-style-type: none"> • Modelo de Multiplicadores basado en las MCS • Información de los proyectos de inversión pública
Salidas
<ul style="list-style-type: none"> • Atributos macroeconómicos preestablecidos en el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS. • Impacto macroeconómico de los proyectos de inversión pública.

¹⁵ Esto forma parte de las limitaciones del Modelo de Multiplicadores de precios fijos y que es solventado por la construcción de modelos dinámicos.

Tabla 2.12
Impactos de los proyectos de inversión en los criterios EE, IM+REO y PO para (t1-t2)

PROY	IM+REO_t1	EE_t1	PO_t1	IM+REO_t2	EE_t2	PO_t2
PROYECTOS	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)
1	-	-	-	545.636	527.310	113.441
2	-	-	-	558.772	540.120	115.580
3	-	-	-	630.736	608.233	128.086
4	-	-	-	520.034	499.383	109.434
5	507.143	489.821	107.170	508.857	491.789	107.441
6	507.349	489.973	107.206	527.648	509.667	110.557
7	-	-	-	508.963	491.452	107.469
8	555.598	538.381	115.096	520.632	503.311	109.378
9	679.370	649.773	135.368	1.012.601	959.369	189.923
10	512.924	496.458	108.085	596.523	592.429	121.320
11	533.994	515.506	111.716	621.816	599.684	126.577
12	-	-	-	-	-	-
13	552.419	541.797	114.338	532.038	518.401	111.111
14	506.891	489.532	107.130	506.976	489.629	107.143
15	-	-	-	1.157.079	1.235.941	210.066
16	-	-	-	546.688	519.378	114.107
17	509.381	491.841	107.538	545.796	525.673	113.500
18	510.292	493.437	107.669	507.330	490.036	107.200
19	-	-	-	724.016	738.790	141.505
20	-	-	-	548.726	528.395	113.979

Tabla 2.13
Impactos de los proyectos de inversión en los criterios EE, IM+REO y PO para (t3-t4)

PROY	IM+REO_t3	EE_t3	PO_t3	IM+REO_t4	EE_t4	PO_t4
PROYECTOS	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)
1	539.606	521.430	112.459	521.515	503.789	109.512
2	-	-	-	-	-	-
3	683.824	659.119	137.069	644.544	621.468	130.423
4	517.665	497.605	109.019	509.239	491.285	107.542
5	596.436	592.329	121.307	906.486	948.263	170.393
6	559.784	540.846	115.861	-	-	-
7	533.030	513.812	111.410	635.055	608.601	128.113
8	534.791	517.512	111.693	549.567	532.331	114.110
9	954.926	905.784	180.480	938.586	890.604	177.805
10	1.349.913	1.457.313	240.595	1.151.907	1.230.004	209.247
11	576.821	556.556	118.963	-	-	-
12	507.199	489.813	107.181	671.385	642.354	134.060
13	524.147	509.341	109.862	509.132	492.105	107.485
14	739.479	756.541	143.953	595.731	591.520	121.195
15	1.157.079	1.235.941	210.066	1.157.079	1.235.941	210.066
16	510.933	492.556	107.839	-	-	-
17	553.958	533.256	114.836	556.574	535.687	115.264
18	601.095	597.677	122.044	866.656	902.538	164.087
19	773.003	795.025	149.260	785.567	809.449	151.249
20	663.831	635.336	132.824	752.776	717.972	147.385

Tabla 2.14
Impactos de los proyectos de inversión en los criterios EE, IM+REO y PO para (t₅-t₆)

PROY	IM+REO_t5	EE_t5	PO_t5	IM+REO_t6	EE_t6	PO_t6
PROYECTOS	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)
1	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-	-
3	533.811	515.331	111.685	-	-	-
4	-	-	-	-	-	-
5	956.911	1.006.150	178.376	1.298.310	1.398.073	232.426
6	-	-	-	-	-	-
7	635.055	608.601	128.113	533.030	513.812	111.410
8	557.919	540.709	115.476	624.228	607.215	126.321
9	871.443	828.223	166.813	-	-	-
10	1.226.890	1.316.083	221.118	834.046	865.102	158.924
11	-	-	-	-	-	-
12	671.385	642.354	134.060	-	-	-
13	-	-	-	-	-	-
14	719.477	733.578	140.786	-	-	-
15	1.157.079	1.235.941	210.066	1.157.079	1.235.941	210.066
16	-	-	-	-	-	-
17	556.575	535.687	115.264	548.726	528.395	113.979
18	732.171	748.152	142.796	597.603	593.668	121.491
19	733.004	749.108	142.928	591.489	586.650	120.523
20	758.008	722.833	148.242	728.222	695.160	143.365

Tabla 2.15
Impactos de los proyectos de inversión en los criterios EE, IM+REO y PO para (t₇-t₈)

PROY	IM+REO_t7	EE_t7	PO_t7	IM+REO_t8	EE_t8	PO_t8
PROYECTOS	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)
1	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-	-
3	-	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-	-
5	1.775.426	1.945.798	307.961	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-
8	622.901	605.885	126.104	581.988	564.849	119.412
9	-	-	-	-	-	-
10	-	-	-	-	-	-
11	-	-	-	-	-	-
12	-	-	-	-	-	-
13	-	-	-	-	-	-
14	-	-	-	-	-	-
15	1.157.079	1.235.941	210.066	1.157.079	1.235.941	210.066
16	-	-	-	-	-	-
17	528.217	509.340	110.621	-	-	-
18	-	-	-	-	-	-
19	561.811	552.580	115.825	-	-	-
20	728.222	695.160	143.365	728.222	695.160	143.365

Tabla 2.16
Impactos de los proyectos de inversión en los criterios EE, IM+REO y PO para (t₉-t₁₀)

PROY	IM+REO_t9	EE_t9	PO_t9	IM+REO_t10	EE_t10	PO_t10
PROYECTOS	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)
1	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-	-
3	-	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-
8	534.643	517.363	111.669	511.159	493.809	107.828
9	-	-	-	-	-	-
10	-	-	-	-	-	-
11	-	-	-	-	-	-
12	-	-	-	-	-	-
13	-	-	-	-	-	-
14	-	-	-	-	-	-
15	-	-	-	-	-	-
16	-	-	-	-	-	-
17	-	-	-	-	-	-
18	-	-	-	-	-	-
19	-	-	-	-	-	-
20	728.222	695.160	143.365	728.222	695.160	143.365

En la tabla 2.17 se visualiza el impacto de cada proyecto sobre los atributos macroeconómicos si se introdujese el monto de la inversión acumulada a lo largo del horizonte temporal de cada proyecto en el Modelo de Multiplicadores, sin discriminar anualmente la inyección de recursos. Si se toma por ejemplo el proyecto 20, cuya inversión total es de 8.658.452 MM de Bs. (columna Total, Tabla 2.5) y se introduce en la economía se generaría un impacto de 2.309.490 MM en la REO+IM, 2.164.273 MM de Vd. en el EE y de 402.243 en el PO a final del año 10. En forma análoga el proyecto 15 con una inversión total de 25.130.835 MM de Bs. generaría un impacto de 5.058.332 MM de Bs. en la REO+IM, 5.714.542 MM de Vd. en el EE y de 827.793 en el PO a final del año 8.

En lo sucesivo, los análisis derivados de los impactos macroeconómicos de proyectos de inversión pública girarán alrededor de estos resultados, específicamente los ilustrados en la Tabla 2.17; debido a que se asume que la inversión acumulada por proyecto en el horizonte temporal, es lo disponible de recursos que serán asignados bajos ciertas premisas por año. Dicho de otra manera, como se asume que existe una planificación estructural y de largo plazo, es importante que los análisis sean con las inversiones acumuladas, no obstante, esto no impide que se puedan analizar los impactos de los proyectos por año, como se ha venido haciendo hasta ahora, pero la mayor concentración se ubicará en el acumulado.

Por último conviene mencionar que las inyecciones de proyectos de inversión pública se hacen vía consumo intermedio, esto es, los proyectos vienen expresados en términos de insumos y costos. Un camino alternativo consistiría en hacer las inyecciones vía producción, esto es, los proyectos vienen expresado en términos de bienes y servicios producidos. Si bien éste último caso no se abarca en esta investigación, pues conlleva una matriz de impactos diferente, ello no le resta generalidad a la metodología propuesta para el módulo de toma de decisiones.

Tabla 2.17
Impactos de los proyectos de inversión en los criterios EE, IM+REO y PO por inyección acumulada

PROY	IM+REO_TOTAL	EE_TOTAL	PO_TOTAL
PROYECTOS	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)
1	593.018	573.514	121.158
2	558.772	540.120	115.580
3	972.305	935.628	185.884
4	533.198	509.258	111.742
5	3.508.350	3.935.177	582.314
6	581.041	561.471	119.371
7	817.653	778.248	158.007
8	1.031.596	1.015.796	192.947
9	2.429.447	2.275.722	421.882
10	3.137.853	3.509.851	523.658
11	718.891	692.731	143.003
12	836.229	795.506	161.048
13	597.126	593.121	121.416
14	1.041.074	1.102.769	191.701
15	5.058.332	5.714.542	827.703
16	550.751	522.426	114.819
17	758.008	722.833	148.242
18	1.280.798	1.377.970	229.653
19	1.634.540	1.784.063	285.657
20	2.309.490	2.164.273	402.243

2.7 CARACTERIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA DE DECISIÓN

En este capítulo se han desarrollado ciertos análisis en términos macroeconómicos, elaborados a partir de un Modelo de Multiplicadores basado en las MCS y sus conexiones con proyectos de inversión pública. Según los objetivos de la investigación, el problema al que se enfrenta la unidad de decisión es obtener un ordenamiento de dichos proyectos de acuerdo con sus impactos en la economía. Es oportuno entonces ir introduciendo algunos elementos de AMC útiles para la explotación de los elementos de AME desarrollados hasta ahora.

En el campo del AMC destaca la taxonomía de las problemáticas de referencia para el apoyo a la decisión propuesta por B. Roy [ROYB85], quien identifica cuatro problemáticas multicriterio ante

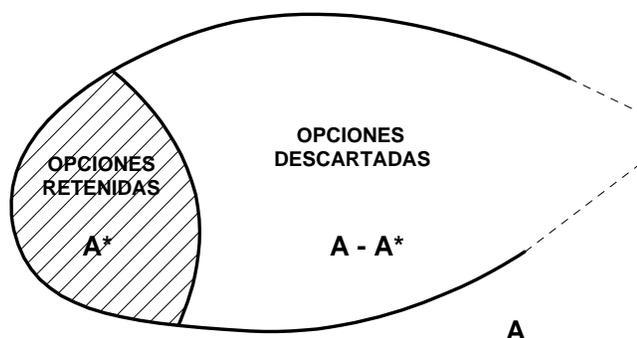
un conjunto de opciones potenciales denotado $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, según el objetivo de cada etapa del proceso de decisión que se aborda, las denomina selección (P. α), categorización (P. β), jerarquización (P. γ) y descripción (P. δ), la cuales se describen someramente a continuación.

- **Problemática de selección (P. α)**

Se trata de escoger “la mejor opción”, consiste en restringir el conjunto A a un subconjunto A^* , lo más pequeño posible, para luego seleccionar una o varias de las opciones. Una opción es descartada por la presencia de otra que resulta estrictamente preferida por la unidad de decisión, con la idea final de buscar una solución óptima, o en su defecto, una opción satisfactoria.

El conjunto retenido A^* puede no ser unitario por diversas razones, puede que sus elementos se revelen como equivalentes, sean óptimos en consideración a sistemas de valores distintos, constituyan soluciones de compromiso a las que se ha llegado en el proceso o simplemente, debido a que factores de imprecisión, incertidumbre o de indeterminación no permiten compararlos. Así, el objetivo que se persigue en esta problemática es obtener una selección o un procedimiento para seleccionar, la idea subyacente se muestra en la Figura 2.6.

Figura 2.6
Una Representación de la Problemática de Selección [ROYB85]



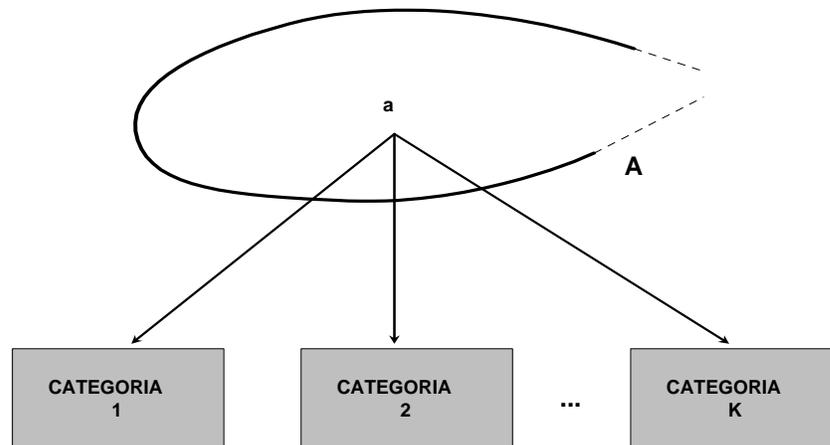
Es importante destacar que en el glosario multicriterio contenido en la [WEB203], se hace alusión a una problemática de tipo (P. ε), contenida en este ámbito, como una particularidad que propone dilucidar una decisión sobre varias acciones que debe ser tomada en un contexto de restricciones de tipo técnicas, político-administrativas, financieras o de disponibilidad de recursos en general. El resultado es la selección de un subconjunto de acciones que cumple con las restricciones impuestas y representa una solución “mejor” o “satisfactoria” en términos de alguna función de utilidad o de valor de la unidad de decisión.

- **Problemática de categorización (P. β)**

Pretende esclarecer una decisión mediante una clasificación que resulta de asignar cada acción potencial a una categoría (o clase) [WEB203]. Roy menciona que las categorías se definen *a priori* a partir de normas preestablecidas. Por otro lado, el trabajo se orienta a la evaluación de las características intrínsecas de las opciones de cara a las normas, no a comparar las opciones entre ellas. Ejemplos de esta problemática vienen dados por aquellas técnicas aplicadas al estudio de expedientes con miras a la admisión de solicitudes, al diagnóstico médico, al reconocimiento digital de imágenes, etc.

La unión de todas las clases conduce al conjunto original, no se descarta opción alguna. En este sentido, el resultado es una tipificación o procedimiento de asignación de opciones a categorías (Figura 2.7).

Figura 2.7
Una Representación de la Problemática de Categorización [ROYB85]



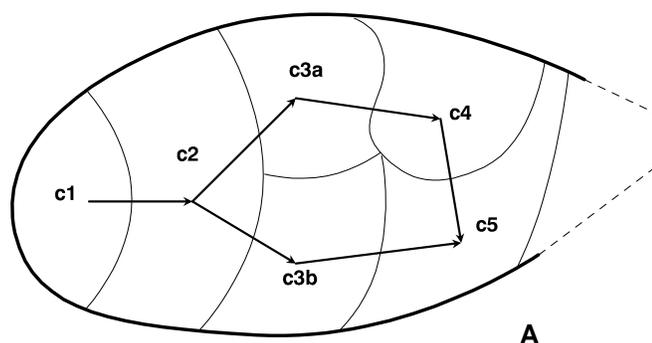
- **Problemática de jerarquización (P. γ)**

Busca aclarar una decisión mediante un arreglo de todas o parte de las opciones de A en clases de equivalencia ordenadas. Las clases c_1, c_2, \dots, c_m obtenidas no tienen que abarcar todo el conjunto de opciones potenciales, pueden conservarse solamente aquellas clases juzgadas como suficientemente satisfactorias, sin afinar el ordenamiento más allá de cierto límite. Cabe destacar, que el ordenamiento de dichas clases debe reflejar un sistema de preferencias, de forma tal que a cada acción retenida le corresponda un puesto en el orden. Dos opciones pertenecerán a la misma clase cuando los datos no permitan diferenciarlas de cara a las preferencias y, pertenecerán a clases distintas cuando generen diferencias de preferencia perceptibles.

A diferencia de la problemática (P. β), en este caso los grupos no están condicionados *a priori* por normas, ni las opciones son juzgadas por su valor de cara a norma alguna, sino que se

comparan entre sí en función de la preferencia que reflejan. Por otro lado, con relación a la problemática $P.\alpha$, ésta no busca seleccionar “la mejor opción” ni reducir las opciones potenciales a un conjunto preferente, sino a obtener algún ordenamiento como resultado. La Figura 2.8 muestra la idea subyacente.

Figura 2.8
Una Representación de la Problemática de Jerarquización [ROYB85]



- **Problemática de descripción (P.δ)**

Se trata más que de resolver un problema, de formularlo adecuadamente y con un lenguaje apropiado, por tanto, todas las situaciones de decisión contienen inmersa esta problemática. El analista está llamado a presentar una descripción sistemática y formalizada de las opciones potenciales y de sus consecuencias, o a proponer una metodología para lograrlo. De hecho, P.δ es en sí misma, una etapa previa en cualquiera de las otras tres problemáticas, su existencia autónoma deriva tan sólo de la demanda [ROYB85].

En la investigación objeto de este trabajo el analista investigador hace frente a la problemática de jerarquización, con el objetivo final lograr un ordenamiento de los proyectos de inversión pública sobre la base de sus impactos macroeconómicos. Para ello, como se ha visto hasta ahora, es preciso obtener una clara descripción de las posibles relaciones causales entre los elementos involucrados.

2.8 LA NORMALIZACIÓN Y EL PROBLEMA DE LA ESCALA

Otro elemento a considerar dentro de cualquier análisis (sea el AME o el AMC), es que las variables trabajadas en el mundo real no tienen las mismas magnitudes, es decir, están afectadas por la escala¹⁶, a esto se le adiciona el hecho de comparar “peras” con “manzanas”, la presencia de atributos medidos en términos monetarios (MM Bs.) y otros en términos no monetarios (Número de personas ocupadas), etc. Es preciso considerar todos estos elementos para plantear adecuadamente

un modelo y realizar así comparaciones entre atributos conducentes a tomar una decisión. En lo sucesivo se hará referencia a todos estos elementos como el problema de la escala.

Para resolver este problema de escala, autores como Zeleny [ZELE82] y Ramírez [RAMI04] han planeado la normalización como un mecanismo para mejorar la toma de decisión multicriterio, cuando la magnitud de los criterios es una limitante. Conviene mencionar que las medidas para normalizar los impactos macroeconómicos por criterio, sobre la base de las recomendaciones de Zeleny, no necesariamente las únicas, pero para la investigación permite hacer frente a esa contrariedad.

De acuerdo a lo expresado se sugieren las siguientes expresiones que enfrentan el problema de la escala mediante la normalización [ZELE82]:

- Cuando la evaluación x_i^* es un máximo, se toman las evaluaciones x_i^k y se divide entre éste para obtener el valor normalizado d_i^k :

$$d_i^k = x_i^k / x_i^*$$

- Cuando la evaluación x_i^* es un mínimo, se toman esta evaluación y se divide entre cada x_i^k para obtener el valor normalizado d_i^k :

$$d_i^k = x_i^* / x_i^k$$

- Cuando la evaluación x_i^* es un punto factible y se cumple que x_i^* es más preferido a los valores más pequeños x_i^k y a los valores más grandes x_i^k , el valor normalizado d_i^k es:

$$d_i^k = [1/2(x_i^k / x_i^* + x_i^* / x_i^k)]^{-1}$$

- Cuando la evaluación x_i^* se encuentra dentro de un rango $[\min x_i^*, \max x_i^*]$ el valor normalizado d_i^k es:

$$d_i^k = (x_i^k - x_{i*}) / (x_i^* - x_{i*})$$

Con la ayuda de las sugerencias anteriores, se normaliza cada uno de los impactos macroeconómicos correspondientes a los proyectos de inversión pública (Tabla 2.17), usando la expresión 1 ya descrita en esta sección, aplicada por criterio, y cuyos resultados se especifican en la Tabla 2.18.

2.9 LA CORRELACIÓN COMO UNA MEDIDA DE SOPORTE

Cuando la unidad de decisión se enfrenta a un problema multidimensional tanto en los criterios como en las opciones, puede requerir observar las relaciones entre los elementos que se están

¹⁶ Atributos expresados en las mismas unidades pero en diferentes magnitudes pueden introducir sesgos pues la diferencias de magnitudes opera como un peso indeseado.

evaluando. En este sentido, la correlación como medida de relación recíproca entre dos a más referencias, en lo atinente al caso, criterios o proyectos, puede ser una medida para generar alertas tempranas sobre posibles anomalías que pudiesen limitar el AMC, y por ende la toma de decisiones en general.

Tabla 2.18
Normalización de los impactos por criterio por inyección acumulada

PROY	IM+REO_TOTAL	EE_TOTAL	PO_TOTAL
PROYECTOS	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)
1	0,1172	0,1004	0,1464
2	0,1105	0,0945	0,1396
3	0,1922	0,1637	0,2246
4	0,1054	0,0891	0,1350
5	0,6936	0,6886	0,7035
6	0,1149	0,0983	0,1442
7	0,1616	0,1362	0,1909
8	0,2039	0,1778	0,2331
9	0,4803	0,3982	0,5097
10	0,6203	0,6142	0,6327
11	0,1421	0,1212	0,1728
12	0,1653	0,1392	0,1946
13	0,1180	0,1038	0,1467
14	0,2058	0,1930	0,2316
15	1,0000	1,0000	1,0000
16	0,1089	0,0914	0,1387
17	0,1499	0,1265	0,1791
18	0,2532	0,2411	0,2775
19	0,3231	0,3122	0,3451
20	0,4566	0,3787	0,4860

Se dispone de una medida estadística bastante conocida definida como el coeficiente de correlación $\rho(X,Y)$ que permite medir la relación entre dos variables aleatorias X y Y [GUJA97], cuyo cálculo se hace de la siguiente manera:

$$\rho(X,Y) = \frac{Co\ var\ ianza(X,Y)}{Desviación_Estándar(X).Desviación_Estándar(Y)}$$

con $-1 \leq \rho(X,Y) \leq 1$. Si $\rho(X,Y)$ es igual a 1 las variables tienen correlación lineal positiva, si es igual a 0 son linealmente independientes o no existe correlación lineal, y si es igual a -1 tienen una correlación lineal inversa.

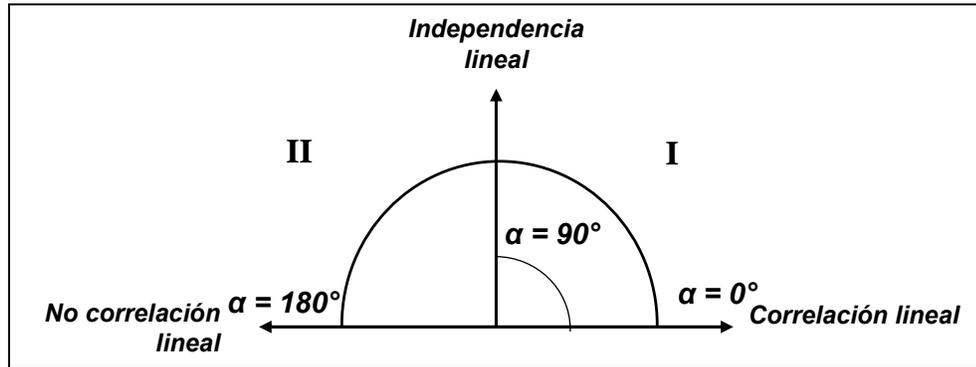
Steuer muestra otra medida de correlación, que sigue la misma lógica de la anterior, está basada en el ángulo que forman dos referencias multidimensionales (vectores de variables, objetivos, criterios o alternativas). Dicha medida, que no intenta sustituir la hallada estadísticamente, permite

representar visualmente la correlación [STEU85], por consiguiente, puede usarse como una alternativa para representar “similitudes”. El ángulo α entre dos referencias c^i y c^j viene dado por:

$$\alpha = \arccos \left(\frac{(c^i)^T \cdot c^j}{\|c^i\|_2 \|c^j\|_2} \right)$$

Dicho ángulo en grados está acotado entre $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, de allí que si α es igual a 0° existe correlación lineal y por tanto dependencia lineal, si es igual a 90° no existe correlación lineal, y si es igual 180° tienen una correlación lineal inversa, la Figura 2.9 ilustra la idea subyacente. La medida angular α es susceptible al problema de la escala, por lo que las referencias deben estar normalizadas [RAMI04].

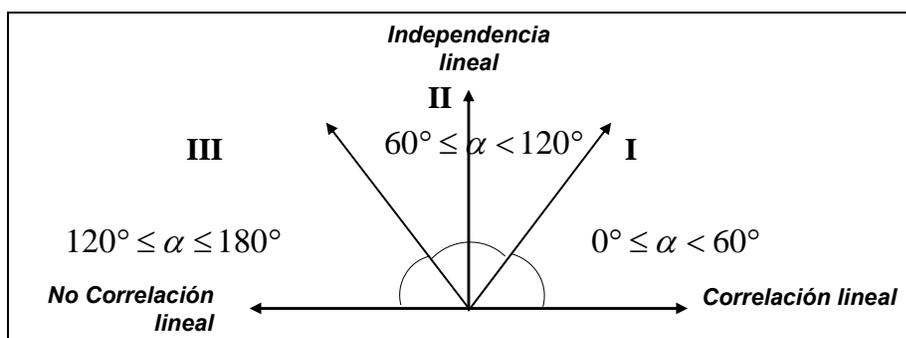
Figura 2.9
Representación de la correlación lineal angular



En la Figura 2.9 se ilustran los casos extremos del cálculo del ángulo como medida de correlación lineal, 0° , 90° y 180° ; sin embargo, este grado de relación puede relajarse para así formar algunos agrupamientos de las referencias. Por ejemplo, una división hipotética de dicha figura en arcos de 60° , puede facilitar asociaciones de aquellas referencias con alta correlación lineal positiva ($0^\circ \leq \alpha < 60^\circ$), de baja correlación lineal ($60^\circ \leq \alpha < 120^\circ$), y alta correlación lineal inversa ($120^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$). La semántica de una división tal puede interpretarse como diferentes grados de “similitud” (alta, baja y opuesta respectivamente). La Figura 2.10 representa esta idea.

Por otro lado y no menos importante, esta representación angular puede generar alertas tempranas sobre posibles anomalías en las referencias, tales como, presencia de referencias opuestas a la consecución de los objetivos, alta dependencia que puede favorecer algunas opciones, etc. Dichos alertas pueden ser útiles para realizar ciertos agrupamientos de algunas referencias o eventualmente eliminación de redundancias.

Figura 2.10
Agrupamientos basados en el ángulo como medida de correlación lineal



En el problema objeto de esta investigación, esta última medida de correlación puede ser útil para explorar las siguientes particularidades:

- **Correlación entre los criterios**

Un ángulo pequeño o cercano a 0° entre dos criterios (atributos macroeconómicos) indica una alta correlación lineal positiva entre ellos, por tanto, esto puede ser una señal de que estos dos criterios podrían sintetizarse en uno sólo¹⁷, o por otro lado, estar incurriendo en cierta redundancia (y por ende en cierto sesgo) por la inclusión de criterios muy similares. En este sentido, el objetivo de los agentes activos es tratar de disponer de atributos lo más independientes posible (ángulos cercanos a 90°), para así evitar sesgos en el apoyo a ciertos proyectos en la jerarquización final. Este efecto puede verse amplificado a la hora de asignar importancias relativas. Lo expuesto en este párrafo no debe ser tomado a raja tabla ni como una imposición, hay situaciones en las cuales una alta correlación lineal positiva entre todos o buena parte de los criterios está plenamente justificada¹⁸.

Ángulos son cercanos a 180° indican que los criterios de evaluación son opuestos (contradictorios), por consiguiente, el analista investigador debería aprovechar esta alerta temprana y examinar la presencia de posibles anomalías, ya que la mejora en algún criterio va en detrimento directo de otro, generando diferencias de desempeño posiblemente insoslayables.

Si se consideran estos elementos aplicados al problema bajo estudio, se tiene que cada proyecto tiene tres componentes que representan sus impactos en los atributos macroeconómicos. De manera recíproca, puede decirse que cada criterio puede representarse como un vector de 20

¹⁷ Bien sea sustituyéndolos por un nuevo atributo que los englobe o bien utilizando un *proxy* atributo que los represente.

¹⁸ Por ejemplo, en problemas de Ingeniería Económica se puede utilizar el Valor Presente y una relación Beneficio Costo actualizada como criterios de rentabilidad para ordenar un conjunto de proyectos. Es bien conocido que ambos criterios producen el mismo ordenamiento, sin embargo, tales criterios poseen semánticas distintas: el primero es una medida absoluta, y el segundo una medida relativa. También puede darse el caso que el conjunto de opciones induzca esta correlación y por tanto no se la pueda atribuir a los criterios.

componentes, cada una recoge el impacto del proyecto correspondiente. Dentro de este escenario se puede determinar la medida angular entre dichos atributos tomados dos a dos y se tiene:

$$\alpha_{REO+IM,EE} = \frac{180}{\pi} \arccos \left(\frac{(REO + IM)^T \cdot EE}{\|REO + IM\|_2 \|EE\|_2} \right) = 4.07^\circ$$

$$\alpha_{REO+IM,PO} = \frac{180}{\pi} \arccos \left(\frac{(REO + IM)^T \cdot PO}{\|REO + IM\|_2 \|PO\|_2} \right) = 3.27^\circ$$

$$\alpha_{EE,PO} = \frac{180}{\pi} \arccos \left(\frac{(EE)^T \cdot PO}{\|EE\|_2 \|PO\|_2} \right) = 6.80^\circ$$

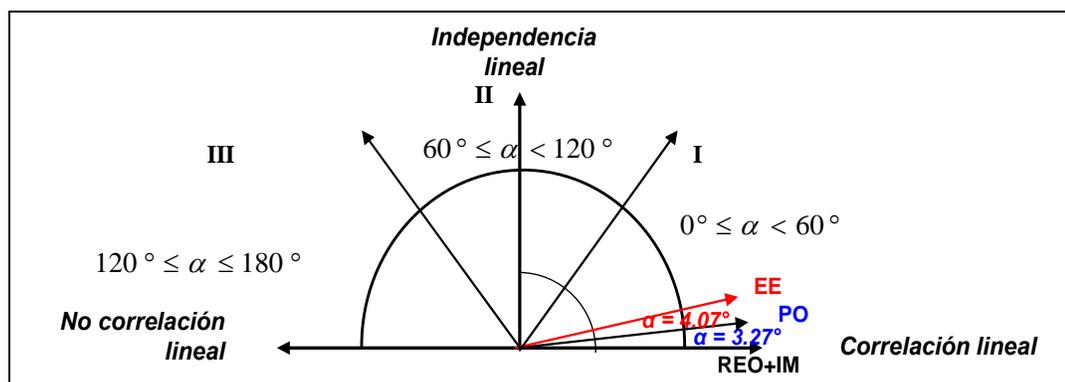
Puede decirse por la magnitud de estas medidas angulares que los criterios presentan una alta correlación lineal positiva, lo cual no debe resultar sorprendente ya que en el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS, inyecciones positivas de recursos provocan aumentos en los tres atributos macroeconómicos¹⁹. Se la ha calificado de alta debido a que estos ángulos son relativamente pequeños, más aún, podría decirse que son correlaciones balanceadas debido a que la medidas angulares son similares (véase Figura 2.11). En este caso, la alta correlación positiva no constituye alerta de anomalía alguna, y de ello son conscientes los agentes activos.

Si bien no es el caso en este trabajo ¿qué significaría un medida angular cercana a los 90 grados entre EE y PO? Primero, que los criterios ante este conjunto de proyectos son independientes, esto es, variaciones en los impactos medidos en el EE no se acompañan de cambios en el PO (y viceversa), lo cual en términos de política significaría que el excedente de explotación puede ver influenciado sin afectar el personal ocupado (y viceversa).

Los atributos macroeconómicos REO+IM y EE son las componentes del VAB (Figura 2.3) ¿Cómo podría interpretarse una medida angular cercana a los 0 grados entre VAB y PO? primero, que los criterios VAB y PO ante este conjunto de proyectos son dependientes, esto es, variaciones en los impactos medidos en el VAB se acompañan de cambios en el PO (y viceversa), lo cual en términos de política significaría por ejemplo, impactos positivos en ambos atributos a las vez. Comparaciones similares pueden establecerse en REO+IM, de existir una alta correlación entre ellos implicaría un doble impacto en el terreno laboral, puesto no solo se impacta a la economía en término de personas ocupadas sino también en lo remunerativo. En síntesis, estas medidas angulares pueden servir como *proxy* de la armonía de los impactos producidos. El lector apreciar que esta medida angular puede dar respuesta a múltiples inquietudes.

¹⁹ Correlaciones negativas implicarían impactos negativos y correlaciones nulas implicarían ningún impacto.

Figura 2.11
Agrupamientos basados en el ángulo con respecto al atributo REO+IM



- **Correlación entre los proyectos**

La medida angular descrita puede también utilizarse para comparar proyectos de acuerdo con las similitudes de sus impactos macroeconómicos²⁰. Se pueden encontrar proyectos cuyos impactos presentan una alta correlación lineal y también proyectos que generan impactos independientes²¹. Sobre la base de los resultados que ilustra la Tabla 2.18, se calcula la medida angular entre los 20 proyectos tomados de dos en dos y se obtiene la tabla 2.19. Las medidas angulares que se muestran la matriz son relativamente bajas, lo cual puede ser explicado, como se dijo al inicio de este capítulo, por tratarse de proyectos de la misma naturaleza (de infraestructura), y por ende sus productos y actividades están muy relacionados.

Podemos destacar que los proyectos de mayor semejanza según la medición angular son P7 y P12, si se revisan sus impactos normalizados en la Tabla 2.18, se observa que tan sólo difieren en la tercera cifra decimal. Por otro lado, la matriz indica que el máximo ángulo entre los proyectos es el formado por P4 y P15, lo cual se puede verificar en la Tabla 2.18, pues corresponden a los proyectos de mínimo y máximo impacto respectivamente. El lector podrá inferir fácilmente que las medidas angulares de la Tabla 2.19 pueden utilizarse para construir agrupamientos de proyectos de impactos similares y de esta manera discriminarlos en clases.

- **Correlación entre los proyectos y un proyecto “Ideal”**

Se define como proyecto “Ideal” aquel proyecto, real o ficticio, cuyas componentes son los impactos máximos que reporta cada criterio. En el caso que compete, el proyecto “Ideal” tiene por componentes el máximo impacto en la REO+IM, en el EE y en el PO; de la Tabla 2.20 se desprende que el proyecto “Ideal” tiene impactos unitarios en los atributos macroeconómicos, y

²⁰ Esta correlación puede resultar muy útil dentro de una problemática de decisión P.β.

²¹ En el caso bajo estudio no pueden presentarse correlaciones negativas por el signo de los impactos.

en este caso particular corresponde a un proyecto real, el P15, caracterizado por el vector de impactos (1, 1, 1).

Tabla 2.19
Matriz de correlación angular entre proyectos en grados

Proyectos	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20
P1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P2	0,36	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P3	1,84	2,20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P4	0,91	0,57	2,72	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P5	8,39	8,73	6,82	9,30	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P6	0,17	0,19	2,01	0,75	8,55	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P7	1,44	1,79	0,49	2,28	7,31	1,60	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P8	2,76	3,12	1,03	3,67	5,79	2,93	1,52	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P9	4,29	4,65	2,47	5,13	5,37	4,46	2,86	1,85	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P10	8,20	8,53	6,62	9,10	0,20	8,36	7,11	5,60	5,20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P11	0,72	1,08	1,12	1,61	7,78	0,89	0,73	2,07	3,57	7,58	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P12	1,53	1,88	0,42	2,37	7,24	1,69	0,09	1,45	2,77	7,04	0,82	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P13	0,72	1,00	1,52	1,56	7,75	0,85	1,29	2,28	3,98	7,56	0,68	1,37	-	-	-	-	-	-	-	-
P14	4,54	4,87	3,08	5,44	3,86	4,70	3,55	2,10	2,70	3,66	3,95	3,49	3,89	-	-	-	-	-	-	-
P15	8,90	9,24	7,32	9,81	0,51	9,06	7,81	6,30	5,82	0,71	8,29	7,74	8,26	4,37	-	-	-	-	-	-
P16	0,90	0,59	2,66	0,15	9,29	0,74	2,21	3,63	5,06	9,10	1,56	2,30	1,59	5,44	9,80	-	-	-	-	-
P17	1,12	1,47	0,78	1,96	7,56	1,28	0,32	1,79	3,18	7,37	0,42	0,41	1,05	3,77	8,07	1,89	-	-	-	-
P18	5,55	5,88	4,03	6,45	2,85	5,71	4,52	3,03	3,17	2,65	4,94	4,45	4,90	1,01	3,36	6,45	4,75	-	-	-
P19	6,51	6,84	4,96	7,41	1,89	6,67	5,45	3,95	3,82	1,69	5,90	5,39	5,86	1,97	2,40	7,41	5,70	0,96	-	-
P20	4,21	4,57	2,39	5,05	5,41	4,38	2,78	1,78	0,08	5,24	3,49	2,69	3,90	2,69	5,87	4,98	3,10	3,18	3,84	-

Tabla 2.20
Obtención de un proyecto "Ideal"

PROY	IM+REO_TOTAL	EE_TOTAL	PO_TOTAL
PROYECTOS	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)
1	0,1172	0,1004	0,1464
2	0,1105	0,0945	0,1396
3	0,1922	0,1637	0,2246
4	0,1054	0,0891	0,1350
5	0,6936	0,6886	0,7035
6	0,1149	0,0983	0,1442
7	0,1616	0,1362	0,1909
8	0,2039	0,1778	0,2331
9	0,4803	0,3982	0,5097
10	0,6203	0,6142	0,6327
11	0,1421	0,1212	0,1728
12	0,1653	0,1392	0,1946
13	0,1180	0,1038	0,1467
14	0,2058	0,1930	0,2316
15	1,0000	1,0000	1,0000
16	0,1089	0,0914	0,1387
17	0,1499	0,1265	0,1791
18	0,2532	0,2411	0,2775
19	0,3231	0,3122	0,3451
20	0,4566	0,3787	0,4860
P_ "Ideal"	1,0000	1,0000	1,0000

El proyecto “Ideal” constituye un punto de anclaje para realizar comparaciones, es decir, la medida angular de un proyecto cualquiera respecto a él constituye una medida de “calidad”²². La Tabla 2.21 muestra los ángulos de los 20 proyectos respecto al proyecto “Ideal”. A un menor valor del ángulo una mayor similitud de impactos y, recíprocamente impactos más diferenciados poseen una mayor medida angular²³. Se tiene así que P10 es el proyecto más similar al P15 y que P4 es el que presenta impactos más diferenciados respecto al “Ideal” (ver Tabla 2.18).

Tabla 2.21
Correlación angular de los proyectos con respecto al “Ideal”

Proyectos	Ángulos
P1	8,904
P2	9,238
P3	7,320
P4	9,810
P5	0,511
P6	9,065
P7	7,813
P8	6,296
P9	5,820
P10	0,707
P11	8,286
P12	7,741
P13	8,262
P14	4,371
P15	-
P16	9,805
P17	8,069
P18	3,360
P19	2,399
P20	5,866

2.10 FAMILIA COHERENTE DE CRITERIOS (FCC)

La palabra criterio hace referencia a algún elemento que sirve de base para establecer un juicio, es decir, es todo aquel atributo, objetivo o meta considerado relevante en una situación de decisión dada [CARR04]. En este sentido y según Bouyssou, los criterios son las piezas maestras de base para construir el conjunto de preferencias globales [BOUY06].

Hasta ahora se ha venido usando la palabra criterio para hacer alusión a cada atributo macroeconómico seleccionado para jerarquizar los proyectos de inversión pública. Tales criterios que fueron preestablecidos por los miembros de la unidad de decisión con base en elementos teóricos, en las experiencias personales de cada uno y por los lineamientos de política de las

²² El lector avezado deducirá fácilmente que puede existir situaciones en las cuales el proyecto “Ideal” sea malo, basta considerar una muy pobre capacidad para generar proyectos de calidad. Una técnica alterna derivada del AMC consiste en definir el proyecto “Ideal” mediante niveles de aspiración para los impactos.

instituciones a las que pertenecen. Vale la pena preguntarse, ¿Son éstos suficientes para tomar una decisión?, ¿Qué pasa si aparecen nuevos atributos?, ¿Cómo saber si los que están no son redundantes o si hay que añadir nuevos? Todas éstas son incógnitas que surgen en la mente de los agentes activos, y que pueden resumirse en la pregunta síntesis ¿están todos lo que son y son todos lo que están? En esta sección se intenta mostrar de una manera fructífera, los elementos básicos para determinar si el conjunto de los criterios seleccionados constituyen una Familia Coherente de Criterios (FCC).

Un hito fundamental del proceso de decisión lo constituye la obtención del espacio de consecuencias [KEEN76], esto es, aquel espacio donde están representados los desempeños de las opciones que interesan para elaborar una decisión determinada. En este estudio, el espacio de consecuencias está dado por los impactos macroeconómicos de los proyectos de inversión pública en términos del VAB (REO+IM, EE) y el PO; llegar a determinar las dimensiones de tal espacio no fue tarea fácil. Inicialmente, cuando se plantea un problema de decisión se ignora cuáles son las consecuencias pertinentes al trabajo emprendido; el requerimiento suele ser preciso y, sin embargo, las consecuencias constituyen un ente de fronteras difusas; se habla entonces de nube de consecuencias²⁴ [ROYB85].

En el caso que compete, el requerimiento vino dado por la frase “jerarquice estos proyectos de inversión pública por impacto macroeconómico”: ¿Cómo se realiza tal ordenamiento?, ¿Qué impactos macroeconómicos considerar?, ¿Por qué incluir este impacto y no aquél? Responder en forma inequívoca preguntas como éstas, de forma tal que las mediciones y/o estimaciones sean factibles y conservando la aprobación de los agentes activos al respecto, constituye la transición de la nube al espacio de consecuencias. Construir dicho espacio es definir “el modelo”²⁵ de decisión.

Antes de definir la coherencia de una familia de criterios es preciso abordar la definición de las relaciones binarias de preferencias que sirven de base al sistema relacional de preferencias sintético, es decir, aquel sistema que ordene los proyectos considerando todos los criterios en juego. La Tabla 2.22 indica las relaciones binarias fundamentales establecidas en [ROYB85]. Conviene resaltar que

²³ Como se verá en las recomendaciones esto podrá eventualmente ser utilizado para generar una jerarquía agregada.

²⁴ Fr. *Le nuage des conséquences*.

²⁵ *Desde el momento en que se aborda una determinada realidad, se hace inevitablemente uso de algunos conceptos preliminares. La información recibida y el análisis hacen emerger otros conceptos. Todos aparecen como materia prima de una construcción más o menos explícita y formalizada, la cual se presenta como una interfaz inevitable entre los fenómenos concretos y el razonamiento abstracto: esta construcción es precisamente el modelo* [ROYB85].

Roy incluye la incomparabilidad como una relación binaria²⁶ adicional. En este orden de ideas, Roy formaliza el concepto de criterio como

Una función de valores reales denotada por g , definida sobre un conjunto $A = \{a, b, \dots, z\}$ de posibles opciones, que asocia una calificación a cada elemento de A [ROYB93], tal que es posible establecer la siguiente proposición:

$$g(b) \geq g(a) \Rightarrow b S_g a,$$

donde S_g es la relación de no inferioridad (Tabla 2.23) particularizada para el criterio g

Tabla 2.22
Relaciones binarias fundamentales de preferencias

Relación	Definición	Propiedades
Indiferencia $a I b$	Corresponde a la existencia de razones claras que justifican una equivalencia entre a y b .	I: reflexiva y simétrica
Preferencia Estricta $a P b$	Corresponde a la existencia de razones claras que justifican una preferencia significativa de a sobre b .	P: irreflexiva y asimétrica
Preferencia Débil $a Q b$	Corresponde a la existencia de razones claras que invalidan una preferencia estricta en favor de a y a su vez insuficientes para deducir una preferencia estricta en favor de b .	Q: reflexiva, asimétrica
Incomparabilidad $a R b$	Corresponde a la ausencia de razones claras que justifiquen alguna de las tres relaciones precedentes.	R: irreflexiva y simétrica

Como se mencionó al inicio de esta sección, la definición de los criterios es un proceso constructivo en el cual se van enumerando nuevos criterios a incluir, se van descartando otros y todo queda reducido a un listado de n criterios retenidos agrupados por la familia $F = \{g_1, \dots, g_n\}$. De nuevo, la pregunta obligada para establecer una FCC es ¿son todos los elementos de F globalmente necesarios y suficientes para atender el objetivo propuesto?

Una familia de criterios será coherente si permite representar el espacio de consecuencias asociado a un problema multicriterio [PINA06]. Sea $F = \{g_1, \dots, g_n\}$ un conjunto de n criterios ($n > 1$), se dice que F es una familia coherente de criterios si y sólo si todos los actores involucrados aceptan cada uno de los elementos de F para evaluar las opciones en juego y si los elementos de F cumplen con los axiomas de exhaustividad, cohesión y no redundancia que se definen a continuación.

²⁶ La escuela tradicional de la utilidad exige la selección entre P, Q e I, para comparar dos alternativas.

- **Axioma de exhaustividad**

Todas las consecuencias pertinentes generadas por las opciones en juego deben ser tomadas en cuenta por al menos un criterio. Esto es, si se considera un espacio de consecuencias dado, todas sus dimensiones deben estar representadas por algún criterio.

- **Axioma de cohesión**

Una opción a es mejor que una opción b , si al menos alguno de los criterios evaluados arroja en a una evaluación mejor que en b , con los restantes criterios evaluando por igual tanto a como a b . Ello significa que, basta crear una opción ficticia incrementando el desempeño en una única dimensión cualquiera del espacio de consecuencias más allá del umbral de indiferencia²⁷ correspondiente, para que la opción así obtenida sea preferida a la original. O en forma equivalente, basta con disminuir el desempeño en una dimensión cualquiera del espacio de consecuencias más allá del umbral de indiferencia para que la original sea preferida a la opción así obtenida.

Tabla 2.23
Algunas relaciones de preferencias reagrupadas

Situación	Definición	Relación Binaria ²⁸
No preferencia $a \sim b$	Corresponde a la ausencia de razones claras que justifiquen la preferencia estricta o débil a favor de a , pero sin que se pueda discernir entre ambas relaciones.	$\sim: a \sim b \Leftrightarrow a I b \text{ ó } a R b$
Preferencia $a \gg b$	Corresponde a la existencia de razones claras que justifiquen una preferencia estricta o débil a favor de a , pero sin que se pueda discernir entre ambas relaciones.	$\gg: a \gg b \Leftrightarrow a P b \text{ ó } a Q b$
No inferioridad ²⁹ $a S b$	Corresponde a la existencia de razones claras que justifican bien una preferencia estricta o débil a favor de a , o bien la indiferencia entre a y b , pero sin que se pueda discernir entre las tres relaciones.	$S: a S b \Leftrightarrow a P b \text{ ó } a Q b \text{ ó } a I b$

- **Axioma de no redundancia**

La idea detrás de este axioma es evitar los criterios superfluos. Un criterio es redundante si su supresión de F no compromete la exhaustividad y la cohesión del subconjunto resultante. Esto

²⁷ Representa la mayor variación $g(a) - g(b)$ compatible con la relación de indiferencia I , es decir, es un valor que se establece para reflejar cuando la diferencia entre dos evaluaciones es significativa.

²⁸ Véase el glosario donde se muestra una definición de relación binaria.

²⁹ Roy denomina esta relación *surclassement* y es traducida al inglés como *outranking*. Para mantener la precisión semántica original el autor se inclina por relación de no inferioridad, mas algunos la denominan relación de superación.

es, habrá redundancia si el sub-espacio de consecuencias que resulta de eliminar una cualquiera de las dimensiones originales está incluido en forma estricta en el espacio original.

Como complemento necesario a los axiomas exigidos a una familia de criterios $F = \{g_1, \dots, g_n\}$ para que ésta resulte coherente, las propiedades siguientes resultan claramente deseables:

- **Comprensión**

El desempeño de cada opción evaluada en cada criterio, esto es, la consecuencia correspondiente, debe ser inteligible por cada uno de los agentes activos.

- **Adhesión**

Todos los criterios deben ser aceptados como adecuados por los integrantes de la unidad de decisión para evaluar las consecuencias. Esto es, existe un mínimo de consenso en que la forma de evaluar cada criterio es adecuada.

Estas propiedades si bien parecen obvias, no son comprobables con prueba formal alguna, sin embargo un adecuado SPD obliga a verificarlas continuamente para asegurar el adecuado desenvolvimiento del proceso de decisión.

2.10.1 VERIFICACIÓN DE LA COHERENCIA DE UNA FAMILIA DE CRITERIOS

Dando por sentado que todos los actores involucrados aceptan cada uno de los elementos de de la familia $F = \{g_1, \dots, g_n\}$ con $n > 1$, como evaluadores adecuados de las opciones en juego, los axiomas deben ser verificados para calificar a F de coherente.

- **Verificación de la exhaustividad**

Cada criterio debe cubrir un único punto de interés, por lo que la comparación entre alternativas a través de un mismo criterio deberá producir una relación de preferencia, obviando los demás criterios. Se tienen dos alternativas a y b y se evalúa el criterio g_j , si el resultado de esta evaluación induce $a I b$ (respecto al criterio g_j), cualquier otra opción c puede compararse con a o con b indistintamente, y debe producir la misma relación de indiferencia. Formalmente el axioma reza:

Si $g_j(b) = g_j(a)$, $\forall j \in F$, entonces F cumple con el axioma de exhaustividad si para cualquier opción c , se tiene que:

$$c H b \Rightarrow c H a, \forall H \in \{D \cup G\}$$

$$b H' c \Rightarrow c H' a, \forall H' \in \{D \cup G\}$$

donde D es cualquiera de las relaciones binarias definidas en la Tabla 2.22 y G corresponde a cualquier relación binaria de la Tabla 2.23.

La prueba operativa correspondiente consiste en realizar una pregunta similar a la siguiente ¿es posible que si en dos opciones a y b se verifica que $g_j(b) = g_j(a)$, $\forall j \in F$, se puedan encontrar argumentos que justifiquen el rechazo de la indiferencia $b \sim a$?

Ejemplo de verificación de exhaustividad

Suponga que la unidad de decisión se encuentra evaluando proyectos independientes de inversión pública para analizar su contribución al crecimiento económico. Para ello concentran su atención en los atributos macroeconómicos Remuneraciones al Trabajo (REO+IM), Remuneración al Capital (EE) y Personal Ocupado (PO). Se desea verificar si la familia $F = \{\text{REO+IM}, \text{EE}, \text{PO}\}$ es una familia de criterios exhaustiva. Para ello se construye una tabla de desempeño no necesariamente real³⁰ como la siguiente.

	REO+IM	EE	PO
A	X	4	10
B	Y	4	10
C	X	2	20
D	Y	2	20

Verificar la exhaustividad de F consiste en asegurarse que están todos los atributos macroeconómicos que deben estar. Para ello, suponga el caso en que $X = Y$, entonces la pregunta es si las relaciones $A \sim B$ y $C \sim D$ se sostienen. En caso afirmativo, se considera la familia de los tres atributos macroeconómicos es exhaustiva, pues no existen razones para rechazar la indiferencia. En caso contrario, si no se cumple $A \sim B$ ó $C \sim D$, debe exponerse alguna razón que justifique esa posición³¹, lo cual, generalmente conlleva a la inclusión de un nuevo criterio no contemplado hasta el momento.

La escogencia de cada par de proyectos con los que se va a plantear la relación de indiferencia puede hacerse de diversas formas, en este trabajo se opta por escoger aquellas parejas de proyectos de más alta similitud³².

- **Verificación de la cohesión**

Este axioma busca verificar la conseja universalmente aceptada de que “más es preferido a menos” para cada elemento de la familia³³ F . Se trata de garantizar la existencia de la mínima coherencia entre el papel local de un criterio cualquiera g_k , a nivel de las preferencias que le están asociadas, con el papel que le corresponde al mismo criterio g_k una vez inmerso en la

³⁰ El tipo y número de proyectos a incluir depende el buen tino del analista investigador ante la diversidad que supone tendrá el conjunto de proyectos, pues en esta etapa del proceso no necesariamente se dispone de la información real.

³¹ Se debe disponer de información adicional a la tabla de desempeños que sirva de base para tal justificación.

³² Las medidas angulares de correlación pueden revelarse muy útiles para este fin.

³³ Con las consideraciones correspondientes ante umbrales de indiferencia no nulos.

familia F a nivel de preferencias globales. Este mínimo de cohesión exigido deriva de tres consideraciones elementales:

1. Si se parte de una opción cualquiera b y se incrementa su desempeño en algún criterio g_k manteniendo intactos los restantes desempeños de b , entonces la opción b^k así obtenida es al menos tan buena como la opción inicial b .
2. Si la opción b es no inferior a otra opción a , entonces la opción b^k antes descrita es considerada no inferior a la opción a , al menos tan sólidamente como se considera a b no inferior a la opción a .
3. Si se obtiene una opción a_k disminuyendo su desempeño en el criterio g_k sin alterar ninguno de los otros desempeños de a , la no inferioridad de b^k sobre a_k luce al menos tan sustentada como se considera a b no inferior a la opción a .

Formalmente el axioma de cohesión solicita:

Si $\forall j \in F \setminus \{g_k\}, g_j(b^k) = g_j(b), g_k(b^k) \geq g_k(b)$ y $\forall j \in F \setminus \{g_k\}, g_j(a) = g_j(a_k), g_k(a) \geq g_k(a_k)$ ³⁴ y al menos una de las dos desigualdades anteriores se cumple estrictamente, entonces:

$$b P a \Rightarrow b^k P a_k$$

$$b Q a \Rightarrow b^k \gg a_k$$

$$b I a \Rightarrow b^k S a_k$$

si adicionalmente $g_k(b) = g_k(a)$ y $b^k I_k a_k, \forall H \in \{D \cup G\}$, ya mencionadas, entonces³⁵

$$b H a \Rightarrow b^k H a_k$$

$$a H b \Rightarrow a_k H b^k$$

La prueba operativa parte de la pregunta ¿es posible que dos acciones a y b en las que se verifique $b I a$, y frente a las cuales se pueden justificar el hecho de que mejorando ciertos desempeños de b manteniendo el resto fijos y/o disminuyendo ciertos desempeños de a manteniendo los otros fijos, se lleguen a caracterizar dos acciones b^* y a^* tales que b^* no parezca al menos tan bueno como a^* ?

Una variante de esta prueba original de Vanderpooten [ROYB93] consiste en preguntarse ¿es posible imaginar dos acciones a y b en las que se cumpla $g_j(b) \geq g_j(a), \forall j \in F$ y que a pesar de ello, se puedan dar argumentos que justifiquen el hecho de que b no luce al menos tan buena como a ?

³⁴ $F \setminus \{g_k\}$ denota a la familia de criterios F a la que le suprimieron el criterio g_k .

³⁵ Siendo I_k la relación binaria de indiferencia inducida por el criterio g_k .

Ejemplo de verificación de cohesión

Suponga que la unidad de decisión se encuentran evaluando proyectos independientes de inversión pública para ver su contribución al crecimiento económico. Concentran su atención en los siguientes atributos macroeconómicos Remuneraciones al trabajo (REO+IM), Remuneración al Capital (EE) y el Personal Ocupado (PO). Se desea verificar si la familia $F = \{\text{REO+IM}, \text{EE}, \text{PO}\}$ es una familia de criterios cohesiva.

	REO+IM	EE	PO
A	7	3	10
B	7	3	10

Para verificar el cumplimiento del axioma de cohesión se construyen las opciones:

	REO+IM	EE	PO
A	9(*)	3	10
B	7	3	10

(*) Se encuentra por encima del umbral de indiferencia.

perturbando algún desempeño en algún proyecto, la pregunta en este caso es si considera que el proyecto A es preferido al proyecto B. De ser negativa la respuesta (con la consideración adecuada de un eventual umbral de indiferencia), entonces no se cumple con el axioma de cohesión, se hará necesario agregar un nuevo criterio (o modificarlos) redefiniéndose así la familia F y reiniciar la verificación estudio de la coherencia desde el principio. De ser afirmativa la respuesta se procede a verificar la cohesión del atributo EE y luego la del PO por una prueba similar.

De resultar que los tres criterios cumplen con el axioma de cohesión entonces la familia $F = \{\text{REO+IM}, \text{EE}, \text{PO}\}$ es cohesiva.

- **Verificación de la no redundancia**

Un criterio g_h de la familia F será redundante si al retirarlo, F no cumple con el axioma de exhaustividad o el axioma de cohesión. Esto es, no debe existir una subfamilia $F \setminus \{g_h\}$ (siendo $F \setminus \{g_h\} = F - \{g_h\}$) conformada por $n-1$ criterios que satisfaga los dos axiomas anteriores.

Por tanto, la prueba operativa consiste en preguntarse si existe algún criterio g_h sobrante, que al ser retirado de F define una familia formada por $n-1$ criterios que cumple con el axioma de exhaustividad y con el axioma de cohesión.

Ejemplo de verificación de la no redundancia

Suponga que la unidad de decisión se encuentra evaluando los proyectos independientes de inversión pública para determinar su contribución al crecimiento económico; concentran su estudio en los siguientes atributos macroeconómicos Remuneraciones al trabajo (REO+IM), Remuneración al Capital (EE), y el Personal Ocupado (PO). Se desea verificar si la familia $F = \{\text{REO+IM}, \text{EE}, \text{PO}\}$ es una familia de criterios no redundante.

Para verificar la no redundancia de F se construye la matriz desempeño:

	REO+IM	EE	PO
A	9	3	10
B	7	3	10

Se procede entonces a realizar la prueba de no redundancia mediante la pregunta ¿al eliminar alguno de los criterios el conjunto sigue siendo exhaustivo y coherente? Por ejemplo, si se elimina el atributo REO+IM se tendría como resultado la medición de los impactos en términos de remuneración al capital y número de personas ocupadas, por tanto, dicho impacto estaría incompleto pues se excluiría esta dimensión importante del crecimiento y por ende, la familia F no sería exhaustiva. Igual razonamiento aplica para los otros dos criterios. En consecuencia la familia F es no redundante. De acuerdo a la Figura 2.4, la evaluación de las consecuencias se pudo haber expresado en un espacio de consecuencias de dimensión dos descrito por los atributos VAB y PO, ¿No hay aquí una contradicción? En lo absoluto, el VAB se agregó por coherencia conceptual con elementos teóricos de macroeconomía y es una agregación aditiva de REO+IM y EE; la decisión de mantener la desagregación se basó en que estas componentes del impacto corresponden a dos estimaciones cuya semántica individual quería ser conservada, decisión que como se revela en la importancias relativas (Capítulo 3) resultó ser acertada.

2.11 DISCUSIÓN

En este capítulo convergen un conjunto de consideraciones teóricas asociadas a la determinación y análisis de los impactos macroeconómicos de los llamados proyectos de inversión pública, en el cual el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS, desarrollado en el BCV por Velázquez [VELA06], permite obtener dichos impactos sobre un conjunto de atributos preestablecidos y comúnmente aceptados por los agentes activos que intervienen en el proceso de decisión. Dichos impactos se expresan tanto en términos monetarios vía REO+IM y EE, como en términos no monetarios vía PO, y son éstos donde reposan el objetivo de crecimiento económico.

El establecimiento de jerarquías de criterios mediante la constitución de grupos y sub-grupos de atributos macroeconómicos, coloca en manos de la unidad de decisión, por una parte, una representación holística del problema de ordenamiento de proyectos de inversión pública de acuerdo a las variables que se están evaluando y, por la otra, una representación gráfica de las relaciones de dependencia y de tributación de los atributos macroeconómicos. De igual manera, la caracterización de los proyectos de inversión abre espacios para observar múltiples aspectos inherentes a los proyectos con la posibilidad de poder incorporar nuevos criterios en futuras investigaciones o aplicaciones, procurando en lo posible que constituyan una FCC. En tal sentido, algunos ejemplos de esto último, podría ser la inclusión de la importancia de la localización del proyecto, sector al que favorece, actividad y productos relevantes, entre otros elementos innatos a los proyectos.

En este mismo orden de ideas, se introdujeron algunos elementos relativos a la normalización, que permiten atacar algunas anomalías provocadas por las diferencias de escala en que se miden los criterios, al homogeneizarlos y con ello reducir la distorsión que ello puede causar en la toma de decisiones. Por otro lado, esto apalanca la coherencia en la representación de correlación angular como medida de ilustrar visualmente las posibles similitudes entre criterios, y entre los proyectos que coadyuvan al alcance del objetivo de crecimiento planteado. Por otro lado, se observa claramente que hasta ahora sólo se ha medido el impacto macroeconómico de cada uno de los proyectos de inversión pública, sin tomar en cuenta la importancia relativa que pueden tener los atributos macroeconómicos para la unidad de decisión. En este sentido se subraya, que el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS no incorpora espacios para asignar ponderaciones a los criterios sobre los cuales recaerán las decisiones finales, para ello se debe recurrir a otros métodos (tratados en el capítulo siguiente), ya que si bien las instituciones participantes (BCV y MPD) coinciden en que los criterios retenidos son los adecuados, no necesariamente les conceden la misma importancia.

2.12 CONCLUSIÓN

Dentro de este AME, el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS ha demostrado ser un poderoso instrumento para estimar los impactos de proyectos de inversión pública sobre la producción, el ingreso y el mercado laboral, principalmente, y por otro lado, da un tratamiento homogéneo a los proyectos. El modelo no proporciona consecuencias en un único criterio macroeconómico y no se dispone ni se intenta construir un criterio sintético único que permita estimar el impacto agregado, y por ende, jerarquizar los proyectos de inversión con ese criterio.

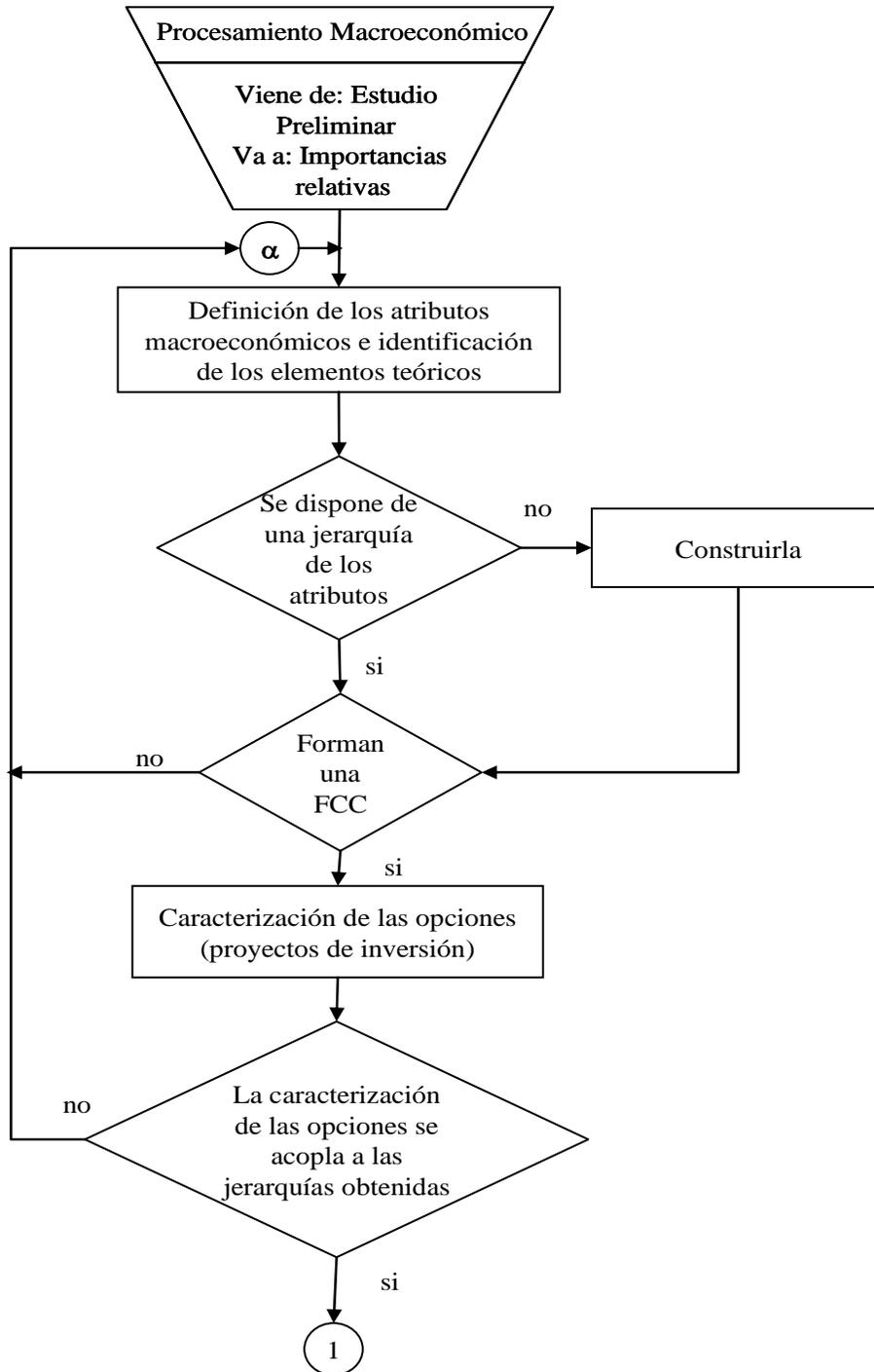
Este documento abre espacios a otros elementos asociados con técnicas de AMC, para así alcanzar los fines planteados en materia de ordenamiento de las propuestas de inversión, todo ello

circunscrito dentro la problemática de jerarquización de soporte a la toma de decisión. Otro elemento que aporta este capítulo al problema bajo estudio, es la conveniencia del diseño y construcción de una estructura jerárquica de los criterios macroeconómicos, problema que hasta ahora no había sido abordado. Sobre la base de los clasificadores CIIU y CPV, y algunas recomendaciones de los agentes activos se abordó el problema de la constitución de diferentes niveles de agregación (no necesariamente únicos), que permiten el flujo de los impactos desde el nivel más desagregado hasta criterio focal (el crecimiento económico).

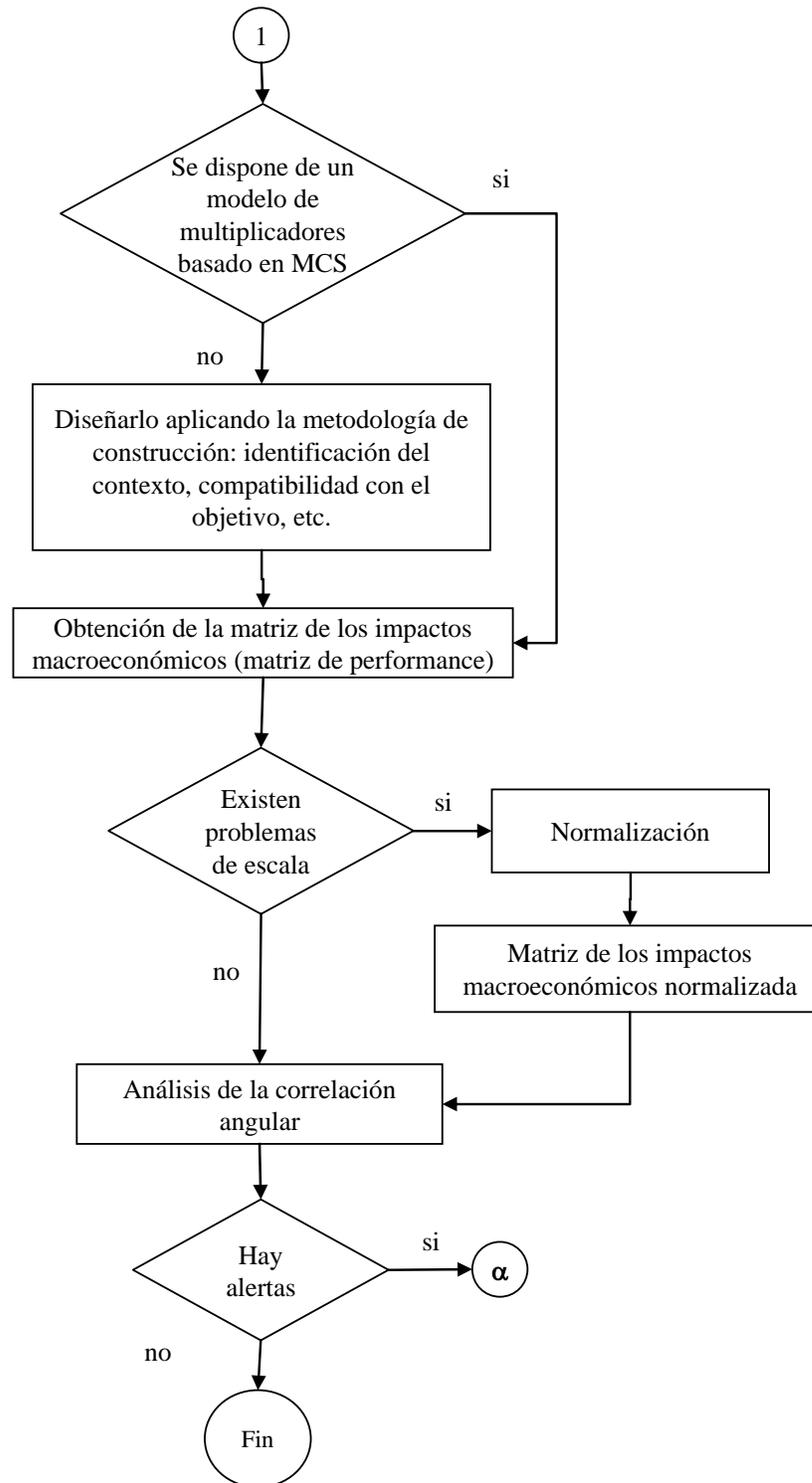
En lo referente al tratamiento de los datos, este capítulo alerta sobre la importancia de evitar sesgos derivados del problema de la escala, hecho que se solventa por medio de diferentes formas de normalizaciones planteadas. A conocimiento del autor, obviar este alerta generaría no solamente distorsiones en las decisiones finales, sino que incluso deformaría los análisis derivados de las correlaciones. También se quiere insistir que en todo proceso similar se debe tratar de conformar una FCC, para que los criterios sean comprensibles y aceptables por los agentes activos. En el caso particular de los impactos que arroja el Modelo de Multiplicadores, hubo un acuerdo unánime en cuanto a su pertinencia y conveniencia, la verificación de FCC se hizo a título ilustrativo, ya que el modelo es una forma de agregación aditiva y goza de propiedades de independencia intrínsecas.

La información facilitada en este capítulo busca incorporar los análisis de los impactos macroeconómicos de proyectos de inversión pública dentro de un contexto más general de toma de decisiones. Finalmente, dadas las distintas aristas ilustradas en el procesamiento macroeconómico, se ha generado una vía para que los agentes activos interactúen procurando consensos y con un lenguaje común para el establecimiento de ciertas líneas de política en materia de inversión pública.

2.13 DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL PROCESAMIENTO MACROECONÓMICO



Cont...



IMPORTANCIA RELATIVA DE LOS ATRIBUTOS MACROECONÓMICOS

3.1 INTRODUCCIÓN

En el plano de las políticas públicas, la unidad de decisión enfrenta un complejo proceso para llevar a cabo sus acciones y decisiones, condicionado principalmente por la presencia de múltiples criterios que articulan los objetivos en juego. Estos criterios además de ser múltiples suelen poseer importancias relativas (IR) diferentes, estimar tales importancias para cada uno de los atributos macroeconómicos que sustentan la evaluación de los impactos de los proyectos de inversión pública, es un elemento capital en esta investigación, ya que permite a los agentes activos hacer una valoración de los criterios considerados.

Saaty y Keeney concuerdan que asignar ponderaciones a los criterios para determinar una jerarquía de la importancia que les otorga la unidad de decisión, consiste en introducir valores, etiquetas o símbolos que reflejen valoraciones sobre los atributos sustentan la toma de decisiones [SAAT80 y KEEN76], tal asignación no resulta siempre una tarea fácil para la unidad de decisión ni suele venir dada por evaluaciones puramente técnicas [VINC89]. Dicho de otra manera, estas valoraciones no corresponden necesariamente a lo que en Economía se define como coeficiente técnico, participación de una variable en su agregado o un ratio que representa una fracción o la división de una variable económica sobre otra.

Antes de mostrar algunos métodos para determinar las IR de los atributos macroeconómicos, es conveniente señalar la problemática contextual a la que se expone el analista investigador para calcular y asignar dichas importancias. Se hace preciso caracterizar la situación a enfrentar: ¿el ente de decisión es un individuo o un grupo de individuos?, ¿es una institución o un grupo de instituciones?, ¿es un grupo de libre pensadores? Por otro lado ¿se les puede interrogar directamente acerca de sus preferencias sobre los atributos en juego?, ¿existe la oportunidad de llegar a acuerdos o debe considerarse cada juicio por separado?, ¿comparten todos los mismos sistemas de valores?, y aún siendo éste el caso, ¿ven el problema bajo la misma perspectiva? Una vez caracterizado el contexto que enfrenta el analista investigador, conviene erigir elementos para el entendimiento de estas complejidades para proceder con la articulación progresiva¹ de un esquema organizado de toma de decisiones [GHAR04 y ACKO72]. En este contexto, el objetivo ulterior de este capítulo es obtener las IR que reflejan las preferencias de la unidad de decisión ante los criterios en juego.

En las Secciones 3.3 y 3.4 se discuten diversos métodos para obtener las IR agregadas; los mismos se ilustran mediante ejemplos basados en el esquema jerárquico mostrado en la Figura 2.3,

¹ El lector ha debido percatarse a lo largo del desarrollo de este documento que el proceso de decisión es de naturaleza constructivista, es decir, evolutiva e incremental.

que considera 3 atributos macroeconómicos de primero nivel, a fin de mostrar detalles particulares de dichos métodos que no aparecerían si se utilizará el esquema jerárquico definitivo mostrado en la Figura 2.4. No obstante, cuando se aborda el problema del caso de estudio en la Sección 3.5, se utiliza la jerarquía definitiva².

3.2 UNA TIPOLOGÍA SITUACIONAL PARA DILUCIDAR IR DESDE LA PERSPECTIVA DEL ANALISTA INVESTIGADOR

La caracterización práctica de la unidad de decisión, a juicio del autor, conlleva a plantear dos casos específicos, con la finalidad de organizar un tanto la complejidad que encuentra el analista investigador al intentar sintetizar las preferencias en términos de IR de los atributos macroeconómicos de análisis.

- **Caso 1: Cálculo de IR con posibilidad de acuerdo en el seno de la unidad de decisión**

En este primer caso, se dispone de las preferencias de cada miembro de la unidad de decisión (individuos particulares o representantes institucionales), en general vagamente delineadas, y se desea que tales juicios, una vez procesados por el analista investigador, devengan en un conjunto cuantitativo de valores que expresen la IR de cada criterio. En este proceso se pueden utilizar dos tipos de métodos, en primer lugar, los que permiten manejar grupos para generar acuerdos y, en segundo lugar, los que permiten sintetizar tales acuerdos en términos de IR que reflejen las preferencias del colectivo.

La Figura 3.1 describe la propuesta. En una primera instancia los miembros de la unidad de decisión tienen cada uno apreciaciones o juicios (cualitativos o difusos) sobre la ponderación de cada criterio a analizar, representadas en la Figura por el arreglo K^j de dimensión m , donde m es el número de criterios y j señala a cada miembro de la unidad de decisión. Luego de utilizar algún método de manejo de grupos³ que facilite si no un juicio unánime, por lo menos un consenso entre los participantes, representado en la Figura 3.1 por el arreglo K de m componentes⁴, el cual a su vez alimentará algún método para obtener IR cuantitativas sobre los criterios retenidos. El arreglo \hat{K} contiene los valores cuantitativos correspondientes. Ante la multiplicidad de métodos (M) para asignar ponderaciones con base en los juicios de la unidad de decisión, se han seleccionado a los fines de este trabajo cuatro, básicamente a título ilustrativo. La selección definitiva debe hacerla el analista investigador evaluando la disponibilidad de

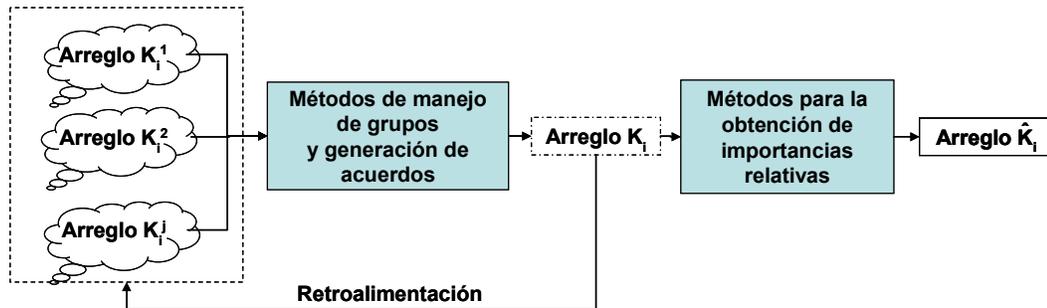
² Ambos esquemas jerárquicos resultan válidos para el caso de estudio por las propiedades matemáticas del Modelo de Multiplicadores basado en las MCS.

³ Existe toda una gama de métodos para manejo de grupos y generación de acuerdos, la finalidad acá no es detallarlos.

⁴ *Stricto sensu* puede no tratarse de un arreglo o vector en el sentido computacional del término.

información y de tiempo. Los métodos a desarrollar son Clasificación según el Orden de Importancia (CODI), Comparaciones Pareadas (COPA), el MACBETH⁵ y el Proceso Analítico Jerárquico (PAJ).

Figura 3.1
Agregación de preferencias con posibilidad de acuerdo en el seno de la unidad de decisión



- **Caso 2: Agregación de IR sin posibilidad de acuerdo en el seno de la unidad de decisión**

En este segundo caso, al igual que el anterior se dispone de las preferencias de cada miembro de la unidad de decisión, en general vagamente delineadas, y se desea que tales juicios una vez procesados, devengan en un conjunto cuantitativo de valores que expresen la IR de cada criterio. En este proceso a diferencias del caso anterior, no se requiere métodos para generar consensos, si no que cada unidad de decisión por separado haga la conversión de los juicios cualitativos a valores cuantitativos, restando tan sólo su agregación para reflejar las preferencias del colectivo sobre los atributos en juego.

La Figura 3.2 ilustra la propuesta. En una primera instancia los miembros de la unidad de decisión tienen cada uno apreciaciones a veces difusas sobre la ponderación de cada criterio a analizar, representadas en la Figura por el arreglo K^j de dimensión m , donde m es el número de criterios y j señala a cada unidad de decisión. Luego se utiliza algún método de cuantificación de los juicios individuales generando así un nuevo arreglo K^{*j} de m componentes para cada participante, que alimentará algún método para agregarlos en un vector \hat{K} contenido de los valores cuantitativos del colectivo.

Entre los métodos para la agregación de IR individuales, se han seleccionado el Borda Count, el Mejor de la Mayoría (BOM⁶), el Uno por Uno (OBO⁷), y dos casos particulares del Operador Media Ponderada (OWA⁸) [YAGEXX].

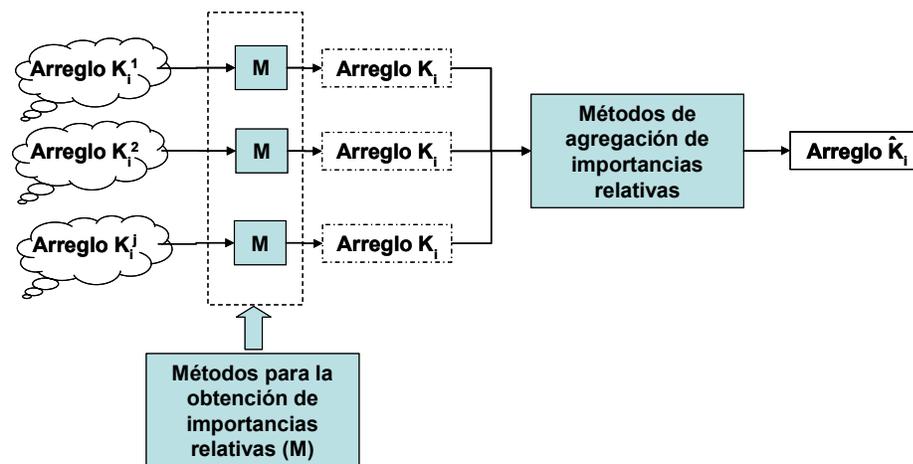
⁵ Cálculo de Atractivo basado en Técnicas de Evaluación Categórica (Ing. *Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation TecHnique*).

⁶ Ing. *Best of Majority*.

⁷ Ing. *One by One*.

Figura 3.2

Agregación de preferencias sin posibilidad de acuerdo en el seno de la unidad de decisión



3.3. CASO 1: CÁLCULO DE IR CON POSIBILIDAD DE ACUERDO EN EL SENO DE LA UNIDAD DE DECISIÓN

Acordar la importancia de los criterios macroeconómicos no es una tarea fácil; el propósito del Soporte para la Decisión (SPD) es ayudar a obtener elementos que sirvan de respuestas a las interrogantes planteadas, respuestas que sirvan para aclarar los juicios y las decisiones a tomar; en tal sentido, para determinar las IR de un conjunto de criterios el SPD brinda un valioso aporte. Las decisiones suelen estar sostenidas por la unanimidad, por el consenso, o por la regla de la mayoría en el peor de los casos, no obstante, existen situaciones donde operan tendencias contraproducentes como la inhibición, el abandono de la opinión o la imposición de autoridad que deben ser cuidadosamente moderadas por el analista investigador para no deformar el proceso [CARV99].

En esta sección tan sólo se mencionan sucintamente algunas técnicas para manejo de grupos y generación de acuerdos [CARR04* y CARV99]:

1. La Interacción Cara a Cara estimula y orienta a los miembros individuales a una opinión común.
2. La Tormenta de Ideas, aquí el moderador plantea el objetivo claramente para entender el papel que tienen los criterios sobre él, y los miembros de la unidad de decisión interactúan libremente exponiendo sus juicios a analizar.
3. La Técnica del Grupo Nominal consiste en permitir el trabajo individual (los miembros no se comunican entre sí), así no se limita el pensamiento independiente ni se busca una opinión común y, al trabajar en grupo, los discernimientos se equilibran mediante la participación.

⁸ El operador OWA será ampliamente discutido en el capítulo 6, sin embargo, en este apartado, una particularidad del método permitirá generar IR agregadas de los atributos macroeconómicos.

4. El Método Delphi sirve para buscar consensos y además es normativo, ya que los participantes son invitados a revisar sus opiniones iniciales a la luz de las opiniones de los otros (hay iteración e interacción cara a cara o anónima).
5. El Método K-J diseñado para reunir las opiniones, hechos e ideas sobre atributos desordenados y, como resultado, dichas opiniones se agrupan alrededor de cada criterio.
6. Las Reuniones Electrónicas, es una aplicación computacional similar a la Técnica del Grupo Nominal, es decir, se reúne cada participante frente a un computador y mediante algún protocolo de comunicación (por ejemplo Internet), se provee a los participantes los temas sujetos a discusión, y se comienza a escribir en su computador las opiniones y votos a favor o en contra de los planteamientos. Todos los participantes pueden observar simultáneamente los comentarios de los demás miembros.

Previamente a la exposición y discusión de los métodos para obtener IR, es importante considerar algunos aspectos relacionados con la representación escalar u ordinal de las preferencias; para ello se parte del caso monocriterio y así introducir algunos elementos teóricos y prácticos sobre el funcionamiento de las técnicas que se expondrán en lo sucesivo en el plano del AMC.

3.3.1 EXPRESIÓN ORDINAL O CARDINAL DE UNA EVALUACIÓN

Los enfoques clásicos de expresión de las preferencias están asociados al tipo de escala numérica empleado, en este sentido, se considera principalmente la expresión ordinal y la cardinal de las preferencias, incluso, evaluaciones lingüísticas de naturaleza cualitativa, independiente de su tratamiento, al ser cuantificadas derivan en alguna de estas escalas.

La orientación de la escala ordinal es calificar todas las opciones en juego y obtener un orden completo⁹ de los mismos, de esta manera se puede afirmar por ejemplo, que un objeto X es preferido a uno Y, que Y es preferido a uno Z, que Z es preferido a uno W, etc., Sin embargo, en estos ordenamientos no se pueden cuantificar la diferencia de intensidad de las preferencias producidas por dos objetos distintos, sólo asignan a cada uno un número (eventualmente derivado de un calificativo del tipo "malo", "regular", "bueno", etc.) que representa el orden relativo que ocupa, por ejemplo, X ocupa el primer lugar, Y el segundo, Z el tercero y W el cuarto, sin que la diferencia entre las posiciones tenga semántica alguna.

En el enfoque cardinal, el orden inducido por las preferencias deriva de una transformación monótona, la cual permite asociar a cada expresión de preferencia un valor real [PINA06]. Por tanto,

⁹ Puede darse el caso de la existencia de un preorden completo cuando dos o más opciones empatan en un mismo nivel.

la diferencia (o eventualmente el cociente) entre dos de esos valores reales, se puede utilizar como una medida de cuán preferida es una opción respecto a otra, es decir, la intensidad de la preferencia.

El desarrollo de los métodos para agregar IR requiere expresar las preferencias en forma ordinal o en forma cardinal, en este sentido, el adoptar una posición no sólo puede depender del método sino de lo cómodo que resulte para la unidad de decisión expresar sus valoraciones.

3.3.1.1 PASANDO DE EVALUACIONES MONOCRITERIO ORDINALES A CARDINALES

Si se dispone de una jerarquía ordinal y se requiere construir una valoración cardinal, se utiliza una función de valor [FREN88]. Dicha función es compatible con las relaciones binarias I , P y Q que se listan en la Tabla 3.1. Dada las relaciones binarias, la función de valor es en esencia una función g a valores reales¹⁰ que:

Para cualquier todo par opciones a y b , se cumple una sola de las siguientes proposiciones:

$$g(a) = g(b) \Leftrightarrow a I b$$

$$g(a) \geq g(b) \Leftrightarrow a Q b$$

$$g(a) > g(b) \Leftrightarrow a P b$$

Tabla 3.1
Relaciones binarias clásicas

Relación	Definición	Propiedades
Indiferencia $a I b$	La justificación de una equivalencia entre las opciones a y b deriva de que $g(a) = g(b)$	I : reflexiva, simétrica y transitiva
Preferencia Estricta $a P b$	La justificación de que la opción a es preferida a la b deriva de que $g(a) > g(b)$	P : irreflexiva, asimétrica y transitiva
Preferencia Débil $a Q b$	La justificación de que la opción a es preferida a la b deriva de que $g(a) \geq g(b)$	Q : reflexiva, asimétrica y transitiva

Por ejemplo, una unidad de decisión proporcionó la jerarquía de 4 proyectos (X;Y;Z;W) según generen mayores impactos en el empleo:

Opción	Orden
X	2
Y	1
Z	4
W	3

¹⁰ En ocasiones el término criterio se utiliza como sinónimo de función de valor, en cierto sentido es un abuso del lenguaje, ya que dicha función puede carecer de semántica mientras que un criterio debe forzosamente tenerla.

La función de valor puede definirse en términos relativos, $g(x)$ puede fijarse como la fracción del número total de opciones que ocupan alguna posición peor o igual a la ocupada por x . Así se llega a:

Opción	Orden	g
X	2	0,75
Y	1	1,00
Z	4	0,25
W	3	0,50

También puede definirse $g(x)$ en términos absolutos como el número de alternativas que ocupan una posición inferior o igual a la ocupada por x , de donde surge otra posible valoración cardinal:

Opción	Orden	g
A	2	3
B	1	4
C	4	1
D	3	2

En ambos casos, nótese el carácter cardinal de g , la cual, adicionalmente posee un valor cuantitativo bien definido y representan el mismo ordenamiento. En general, para la construcción de g puede utilizarse cualquier transformación afín [FREN88]. Cabe comentar que la infinidad de funciones g que pueden construirse son compatibles solamente con el orden y no representan las intensidades de las preferencias en juego¹¹.

3.3.1.2 PASANDO DE EVALUACIONES MONOCRITERIO CARDINALES A ORDINALES

Ahora el caso inverso, consistente en construir una jerarquía ordinal a partir de valores cardinales, puede resultar trivial o bien puede complicarse ligeramente, dependiendo del poder discriminante del criterio considerado, en este sentido, es importante caracterizar el criterio como estricto, cuasicriterio, precriterio o pseudocriterio [ROYB85], elemento a considerar como premisas importante en los Capítulos 5 y 6.

1) Criterio estricto

Se trata de un criterio cardinal con un poder discriminante absoluto. Se toman dos opciones a y b y sus evaluaciones $g(a)$ y $g(b)$ respecto a un criterio genérico g , si la diferencia $g(a) - g(b)$ es no nula y tal diferencia, por pequeña que sea, es suficiente para afirmar que la acción a es preferida a la acción b (con $g(a) > g(b)$) o que la acción b es preferida a la acción a (con $g(b) > g(a)$), entonces g es un criterio estricto.

¹¹ Una función de valor establece un ordenamiento (se le llama función ordinal de valor), mas no es útil en el modelado de la intensidad de preferencia. Establecer una función compatible con las intensidades de preferencia (llamada función de valor a diferencias [FREN88]), requiere información adicional como la que explota el PAJ y el método MACBETH.

Para todo par de opciones a y b , una sola de las siguientes proposiciones es verdadera:

$$g(a) = g(b) \Leftrightarrow a I b$$

$$g(a) > g(b) \Rightarrow g(a) = g(b) + \varepsilon, \text{ con } \varepsilon > 0 \Leftrightarrow a P b$$

$$g(a) < g(b) \Rightarrow g(a) = g(b) - \varepsilon, \text{ con } \varepsilon > 0 \Leftrightarrow b P a$$

Por ejemplo, una unidad de decisión proporcionó la siguiente evaluación cardinal de cuatro proyectos de inversión (X; Y; Z; W), según de los cuales reflejan el impacto que tendrían estos sobre las remuneraciones g (en millardos de Bs.)

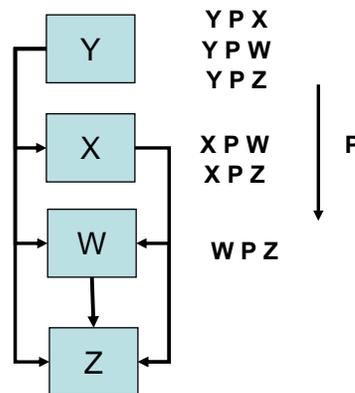
Opción	g
X	2,001
Y	2,003
Z	1,974
W	1,980

Entonces la jerarquía ordinal surge de inmediato al observar los valores del criterio g evaluado en las distintas opciones:

Opción	G	Orden
X	2,001	2
Y	2,003	1
Z	1,974	4
W	1,980	3

El conjunto de proyectos ordenados es entonces $\{Y; X; W; Z\}$, se ha definido un sistema relacional de preferencias donde se pueden leer, entre otras, las relaciones $Y P X$, $X P W$ y $W P Z$. La Figura 3.3 muestra el sistema relacional de preferencias obtenido.

Figura 3.3
Sistema relacional de preferencias inducido por un criterio estricto



Un criterio estricto se caracteriza por:

- Inducir una relación de preorden completo, es decir, todas y cada una de las opciones ocupa una posición en el ordenamiento obtenido.
- No permitir empates entre opciones a menos que la igualdad de las evaluaciones de g así lo impongan; de no ocurrir estas situaciones *ex aequo*, g induce un orden completo.
- Tener poder discriminante absoluto, por tanto, es altamente simplificador, sin embargo, puede conducir a situaciones de preferencia difíciles de sustentar.

2) Cuasicriterio

El cuasicriterio permite admitir que “pequeñas” diferencias $g(a) - g(b)$ no inducen un cambio de la relación de indiferencia $a I b$. En la práctica ello consiste en obtener un valor q , llamado umbral de indiferencia y en determinar que las opciones son equivalentes respecto al criterio g considerado, si la magnitud de la diferencia $g(a) - g(b)$ es menor que q . Este umbral puede ser constante o bien una función que depende del valor alcanzado por $g(a)$ o $g(b)$.

Si $g(a) \geq g(b)$ se puede establecer que:

$$g(a) - g(b) \leq q(g(b)) \Leftrightarrow a I b$$

$$g(a) - g(b) > q(g(b)) \Leftrightarrow a P b$$

donde $q(g(b))$ es el llamado umbral de indiferencia, que representa la mayor variación $g(a) - g(b)$ compatible con la relación de indiferencia I .

Si se retoma el ejemplo anterior y la unidad de decisión resulta ser indiferente si la diferencia de los impactos de dos proyectos no supera 5 millones de Bs., entonces $q = 0,005$.

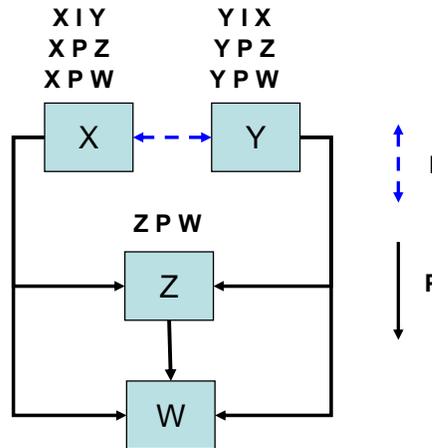
Opción	g
X	2,001
Y	2,003
Z	1,974
W	1,980

Cuando la unidad de decisión fija un umbral de indiferencia, la jerarquía ordinal surgida depende no sólo de las evaluaciones de g sobre las opciones, sino de la magnitud de tales variaciones. A partir de esa premisa, se proporciona el siguiente orden:

Opción	g	Orden
X	2,001	1
Y	2,003	1
Z	1,974	4
W	1,980	3

El conjunto de opciones ordenado es $\{X; Y; Z; W\}$, lo cual significa que se ha definido un sistema relacional de preferencias donde en particular, se tienen los pares $X I Y$, $Y P W$ y $W P Z$. Nótese que el empate en el primer lugar entre X y Y no implica $g(X) = g(Y)$. La Figura 3.4 muestra el sistema relacional de preferencias obtenido en este ejemplo.

Figura 3.4
Sistema relacional de preferencias inducido por un cuasicriterio



Un cuasicriterio se caracteriza por:

- Inducir una relación de cuasiorden completo, donde, el empate de dos opciones puede producirse por la similitud de las evaluaciones de g ; de no ocurrir estas situaciones *ex aequo*, el criterio g induce un orden completo sobre el conjunto de opciones.
- Permitir un modelado más realista de las preferencias que el criterio estricto, pues refleja una limitación típica de la percepción humana.

3) Pseudocriterio

Puede ocurrir que la diferencia $g(a) - g(b)$ sea “grande”, mayor en magnitud a un parámetro p llamado umbral de preferencia, entonces la preferencia se inclina estrictamente hacia la opción con mayor evaluación de g . Entre el umbral de indiferencia q y el umbral de preferencia p puede quedar definido un intervalo incompatible con las relaciones P e I , tal zona corresponde a la relación de preferencia débil Q , la cual se constituye, de existir, en una transición entre I y P .

Si $g(a) \geq g(b)$ se puede establecer que:

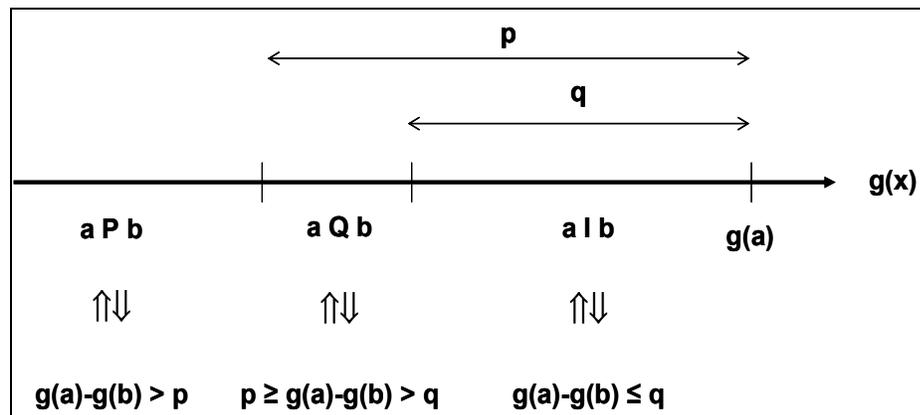
$$g(a) - g(b) > p(g(b)) \Leftrightarrow a P b$$

$$q(g(b)) < g(a) - g(b) \leq p(g(b)) \Leftrightarrow a Q b$$

$$g(a) - g(b) \leq q(g(b)) \Leftrightarrow a I b$$

El umbral $p(g(b))$ representa la menor variación $g(a) - g(b)$ compatible con la relación de preferencia estricta P . La Figura 3.5, ilustra lo expuesto.

Figura 3.5
Ilustración de los umbrales de preferencia y de las relaciones asociadas



Siguiendo el ejemplo, la unidad de decisión afirma ser indiferente si los impactos de dos proyectos en la economía no difieren en más de 5 millones de Bs., pero si es mayor a 10 millones de Bs. considera la diferencia relevante para inclinar su preferencia a favor de la mayor, entonces se fija $q = 0,005$ y $p = 0,010$. Si se tiene una evaluación cardinal como la siguiente:

Opción	g
X	2,001
Y	2,003
Z	1,974
W	1,980

una vez fijados los umbrales de preferencia e indiferencia, la jerarquía ordinal depende de la evaluación que constatada en g sobre las opciones y la magnitud de las variaciones:

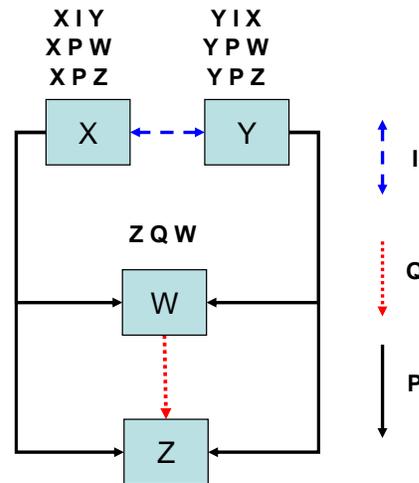
Opción	g	Orden
X	2,001	1
Y	2,003	1
Z	1,974	4
W	1,980	3

El ordenamiento es entonces $\{X; Y; W; Z\}$ pues se tiene $X I Y$, $Y P W$ y $W Q Z$. Nótese el empate entre X y Y así como la preferencia débil de W sobre Z. La Figura 3.6 muestra el sistema relacional de preferencias obtenido.

Un pseudocriterio se caracteriza entonces por:

- Inducir una relación de pseudoorden completo
- Contribuir a un modelado más realista de las preferencias debido a su poder discriminante, pues permite reflejar una transición entre la indiferencia y la preferencia estricta, típica vacilación de la naturaleza humana [KORH97].

Figura 3.6
Sistema relacional de preferencias inducido por un pseudocriterio



Un pseudocriterio g en el que $q = 0$ se denomina precriterio, en consecuencia, la relación I sólo puede establecerse entre dos opciones a y b tales que $g(a) = g(b)$.

Luego de tratar el caso monocriterio que permite exponer algunas las particularidades de la representación las preferencias en escalas ordinales o en escalas cardinales, así como la transformación de una en otra; a continuación se expondrán algunos métodos para extraer los juicios que tiene la unidad de decisión sobre los atributos macroeconómicos, en términos de IR.

3.3.2 MÉTODO DE CLASIFICACIÓN SEGÚN EL ORDEN DE IMPORTANCIA

En este método (abreviado CODI), simplemente se ordenan los criterios de mayor a menor importancia de acuerdo a lo que indique la unidad de decisión [CARV99]. Para ilustrarlo se pueden retomar los atributos seleccionados en el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS para los análisis de los impactos de los proyectos de inversión pública; se tiene entonces que los atributos a considerar son las Remuneraciones a los asalariados e ingreso mixto (REO+IM), Excedente de explotación (EE) y el Personal Ocupado (PO).

3.3.2.1 APLICACIÓN DEL CODI

Este método contempla 3 pasos:

1. Se le pide a la unidad de decisión que le asigne un orden a cada criterio, a partir de este ordenamiento se construye una función de valor $V(C)$ asignando a cada criterio un número de criterios que supere (incluyéndose a sí mismo). Esto es se le asigna el número $(N-O+1)$, donde N es el número total de criterios y O es la posición que obtuvo (véase la Tabla 3.2).

2. Para casos de empate, es importante pedirle a la unidad de decisión que realice juicios o comparaciones adicionales entre los criterios igualados y así establecer cuál es el más importante, sin que ello excluya la posibilidad de conservar el empate.
3. Se calcula la IR de cada criterio (Tabla 3.3) hallando la fracción porcentual de $V(C)$.

Tabla 3.2
Ejemplo del método CODI

Atributo macroeconómico	Orden	V(C)
C1= REO+IM	1	3
C2= EE	3	1
C3= PO	2	2

Tabla 3.3
IR por el método CODI

Atributo macroeconómico	V(C)	IR(%)
C1= REO+IM	3	50%
C2= EE	1	17%
C3= PO	2	33%
Total	6	100%

Una variante consiste en pedir directamente a la unidad de decisión la asignación de una IR [CARV99]. Esto también permite ordenar el criterio de acuerdo con su relevancia (Tabla 3.4).

Tabla 3.4
Ordenamiento según las IR

Atributo macroeconómico	IR	Orden
C1= REO+IM	50%	1
C2= EE	17%	3
C3= PO	33%	2
Total	100%	NA

El CODI es uno de los métodos clásicos para asignar IR a los criterios, sin embargo, el hecho de que la unidad de decisión le asigne una IR a un criterio tomando como referencia todos los demás al mismo tiempo, sin una secuencia de comparación, puede dificultar la tarea [BOUY06].

3.3.3 MÉTODO DE COMPARACIONES PAREADAS

Este método (abreviado COPA) es un poco más refinado que el anterior, permite generar un orden de importancia de los atributos en juego mediante la asignación de un valor relativo [CARV99], la unidad de decisión reúne e incorpora sus puntos de vista de manera constructiva, sobre la base de cuán relevante puede ser un criterio con respecto a otro [BOUY99].

3.3.3.1 APLICACIÓN DEL COPA

Este método consta de 4 pasos:

1. Se registran los criterios en las líneas horizontales y se repiten nuevamente en las líneas verticales manteniendo el mismo orden de las horizontales, creando así una matriz de comparaciones tal y como se muestra en la Tabla 3.5.
2. Se examinan dos atributos a la vez, para ello se emitirá un juicio sobre la importancia de un atributo con respecto al otro mediante el siguiente esquema: ubíquese en un elemento del triángulo superior de la matriz, si el criterio horizontal es más importante que el vertical se coloca un “1” en dicha posición, de lo contrario se coloca un “0”; complete el resto de las celdas del triángulo superior. Es claro que el triángulo inferior de la matriz se puede completar por:

$$\text{Si } C_{ij} = 1 \Rightarrow C_{ji} = 0 \text{ para } i = 1, 2, \dots, n-1 \text{ y } j = i+1, \dots, n$$

$$\text{Si } C_{ij} = 0 \Rightarrow C_{ji} = 1 \text{ para } i = 1, 2, \dots, n-1 \text{ y } j = i+1, \dots, n$$

3. Se registra la suma por filas de la matriz en la columna Total, este número indica a cuantos criterios “supera” el criterio asociado a la fila correspondiente. Si dos o más criterios arrojan un mismo total, es señal de alguna inconsistencia¹², lo cual conlleva a reevaluarlos.
4. Se jerarquiza los totales anteriores de mayor a menor, se construye una función de valor de los criterios V(C) y, finalmente se determinan las IR en términos porcentuales (Tabla 3.6).

Tabla 3.5
Matriz de decisión para el método COPA

		1	2	3		
		1	2	3	Total	Orden
1	C1	X	1	1	2	1
2	C2	0	X	0	0	3
3	C3	0	1	X	1	2

Tabla 3.6
IR por el método COPA

Atributo macroeconómico	Orden	V(C)	IR(%)
C1 (REO+IM)	1	3	50%
C3 (PO)	2	2	33%
C2 (EE)	3	1	17%
Total	NA	6	100%

¹² Se viola la transitividad de la relación de preferencia, esto es, si el símbolo “>>” significa preferido, se tiene que la inconsistencia puede aparecer si se cumplen por ejemplo las siguientes relaciones C2>>C1, C1>>C3 y C3>>C2.

Vale la pena destacar que el método COPA reduce enormemente el foco de atracción del evaluador en relación al CODI, puesto que concentra los juicios en un par de referencias a la vez, lo cual adquiere particular relevancia cuando de comparaciones holísticas se trata.

3.3.4. MÉTODO MACBETH

Los métodos anteriores permiten establecer un orden de importancia de los criterios, pero no permiten obtener la intensidad de las preferencias subyacentes en términos cardinales, esto es, dos unidades de decisión que enfrentan sendos problemas distintos pero con un mismo número de criterios, obtienen el mismo conjunto de IR. Estos problemas ocurren por no disponer de un método que afine los discernimientos de intensidad de preferencias en una escala cardinal; los métodos CODI y COPA las exploran sobre una escala ordinal y simplemente la transforman a una cardinal.

En AMC es fundamental disponer¹³ de un valor cardinal que refleje las IR sobre los atributos evaluados y su obtención no es una tarea fácil [VINC89]. En este sentido, el método MACBETH (Cálculo de Atractivo basado en Técnicas de Evaluación Categórica), proporciona este valor cardinal compatible con la intensidad de preferencia de la unidad de decisión sobre un conjunto de alternativas u opciones. El método MACBETH fue desarrollado por Carlos Bana e Costa (Universidad de Lisboa, Portugal) y Jean Claude Vansnik (Universidad de Mons-Hainaut, Bélgica), a comienzos de la década de 1990. Es un enfoque que permite hacer AMC mediante la evaluación de juicios cualitativos, basados sobre las diferencias de atractivo que existen entre los criterios, para convertirlos en valores numéricos o IR [BANA03]. Además, conserva la consistencia de los juicios cualitativos notado en el método de comparaciones pareadas [MART05].

3.3.4.1 CONSIDERACIONES PRELIMINARES

Para la ejecución del MACBETH es necesario primero realizar un ordenamiento de las referencias¹⁴ en juego, el cual puede ser obtenido con los métodos ya explicados, preferiblemente por COPA; Luego debe establecerse una separación de cada referencia i en 2 niveles $\{H_i, L_i\}$:

- El H_i corresponde a la referencia i que dispone la unidad de decisión como elemento de soporte, es decir, lo que se busca satisfacer, “lo bueno”, “lo pertinente”. En el caso que compete a la investigación, cada H_i es un elemento retenido para medir un impacto macroeconómico particular, así se tiene que $H_1 = C1 = \text{REO}+\text{IM}$, $H_2 = C2 = \text{EE}$ y $H_3 = C3 = \text{PO}$.

¹³ Se imponen dos comentarios, primero, hay situaciones donde no surge la necesidad de establecer IR, por ejemplo si se trata de agregar juicios personales sobre un conjunto de alternativas, en tal situación adapta el principio de Laplace a la situación; segundo, existen métodos como el ELECTRE IV, diseñado especialmente para no requerirlas.

¹⁴ La palabra referencia alude a un criterio o a una alternativa, pues el método permite trabajar ambos casos.

- El L_i de cada referencia i corresponde al status quo o la opción de “no hacer nada” [BANA03]. En lo referente a la determinación de IR se debe establecer para cada criterio retenido, es decir, se construye un criterio sintético de impacto nulo en el crecimiento, el llamado “neutral”. Entonces, un criterio “neutral” dentro del contexto del trabajo, sería por ejemplo, no desarrollar proyectos de inversión dejando ese dinero en reservas internacionales para adquirir activos externos. Por tanto, se introduce un criterio *dummy* (C4) definido como Activos externos (AE), el cual sirve de “neutral” para los tres atributos macroeconómicos retenidos $C4 = L_1 = L_2 = L_3$.

En resumen, se tiene entonces $H = \{C1, C2, C3\} = \{REO+IM, EE, PO\}$ y $L = \{C4\} = \{AE\}$. Puede darse el caso, en el que sea necesario establecer un criterio “neutral” para cada criterio retenido, el cual debería sintetizarse bajo una única semántica, mayores detalles [BANA03]. La separación de las referencias entre “bueno” y “neutral” contribuye significativamente a la inteligibilidad de los criterios, donde es función del analista investigador coadyuvar a fijar la semántica del criterio “neutral” para distinguir la relevancia y los “*pros*” y “*cons*” de los demás respecto a él.

Por otro lado, fijar un “neutral” evita situaciones en la cual una inapropiada acción pueda ser elegida, y adicionalmente, hace posible derivar la escala de IR impidiendo intercambios no reales [BANA03]. De igual manera y desde el punto de vista operacional, la escala que identifica la diferencia de atractivo de un criterio con respecto a otro en el método MACBETH, admite un valor de cero; el no fijar un criterio “neutral”, ocasiona que un criterio retenido tenga en la escala final una IR nula, lo cual equivale a eliminar un criterio relevante.

3.3.4.2 APLICACIÓN DEL MACBETH

El MACBETH procede mediante una secuencia de dos fases, la primera (Pasos 1 a 3) consiste en la exploración de las preferencias y su expresión cualitativa, y la segunda (Pasos 4 a 6), consiste en la explotación cuantitativa de las mismas:

1. Obtener el ordenamiento de los atributos macroeconómicos (Tabla 3.7), para ello se retoma el resultado observado en la Tabla 3.5.
2. Introducir un criterio “neutral”, en este sentido, se define un criterio cuatro $C4 = AE$ último en el ordenamiento (Tabla 3.8).
3. Emitir juicios cualitativos en base a la diferencia de atractivo entre pares de atributos macroeconómicos (Tabla 3.10), con base en la escala de categorías mostrada en la Tabla 3.9 [NERA01, BANA03 y MART05]. Para ello se construye una matriz de juicios similar a la que se usa en el método COPA, conservando el orden de los criterios de la Tabla 3.8.

Tabla 3.7
Orden obtenida en el método COPA

Criterio	Orden
C1 (REO+IM)	1
C3 (PO)	2
C2 (EE)	3

Tabla 3.8
Incorporación del “neutral” C4

Criterio	Orden
C1 (REO+IM)	1
C3 (PO)	2
C2 (EE)	3
C4 (AE)	4

Tabla 3.9
Categorías de juicios de atractivo para los atributos macroeconómicos

No existe deferencia (<i>No difference</i>)	0
Diferencia muy débil (<i>Very weak difference</i>)	1
Diferencia débil (<i>Weak difference</i>)	2
Diferencia moderada (<i>Moderate difference</i>)	3
Diferencia fuerte (<i>Strong difference</i>)	4
Diferencia muy fuerte (<i>Very strong difference</i>)	5
Diferencia extrema (<i>Extreme difference</i>)	6
Diferencia positiva (<i>Positive difference*</i>)	P

*P: existe diferencia, pero no se está seguro a que nivel.
Tomado de [BANA03] y adaptación propia

Tabla 3.10
Matriz de juicios en el método MACBETH

		1	2	3	4
		C1	C3	C2	C4
1	C1	no	<i>strong</i>	<i>strong</i>	<i>very strong</i>
2	C3		no	<i>very weak</i>	<i>moderate</i>
3	C2			no	<i>weak</i>
4	C4				no

En adelante, respetando la nomenclatura usada por Bana e Costa [BANA03] se utilizará la notación siguiente para la matriz de diferencias de atractivo: una fila se denota x y una columna se denota y , por otra parte, el número ubicado en la posición (x,y) se denota $n(x,y)$ y corresponde a la última columna de la Tabla 3.9. El resultado de la asignación de estos valores numéricos a los juicios expresados en la Tabla 3.10 se compila en la Tabla 3.11.

Tabla 3.11
Matriz de diferencias de atractivo (x,y)

		$x \rightarrow$	1	2	3	4
$y \downarrow$	$C_i \downarrow \rightarrow$	\bar{C}_1	\bar{C}_3	\bar{C}_2	\bar{C}_4	
1	C1	no	4	4	5	
2	C3		no	1	3	
3	C2			no	2	
4	C4				no	

A partir de la matriz de la Tabla 3.11 se construye una matriz de diferencias de atractivo acumuladas (Tabla 3.12), cuyas posiciones fila-columna se denotan por el par ordenado (z,w) , y el valor $n(z,w)$ se obtiene por la expresión:

$$n(z,w) = n(z,x_1) + n(x_1,x_2) + \dots + n(x_{k-1},x_k) + n(x_k,w)$$

al aplicarla en presente ejemplo se obtiene:

$$n(1,2) = n(C1,C3) = n(C1,C3) = 4;$$

$$n(1,3) = n(C1,C2) = n(C1,C3) + n(C3,C2) = 4+1 = 5;$$

$$n(1,4) = n(C1,C4) = n(C1,C3) + n(C3,C2) + n(C2,C4) = 4+1+2 = 7;$$

$$n(2,3) = n(C3,C2) = n(C3,C2) = 1;$$

$$n(2,4) = n(C3,C4) = n(C3,C2) + n(C2,C4) = 1+2 = 3;$$

$$n(3,4) = n(C2,C4) = n(C2,C4) = 2$$

Tabla 3.12
Matriz de diferencias de atractivo acumuladas (z,w)

		$z \rightarrow$	1	2	3	4
$w \downarrow$	$C_i \downarrow \rightarrow$	\bar{C}_1	\bar{C}_3	\bar{C}_2	\bar{C}_4	
1	C1	no	4	5	7	
2	C3		no	1	3	
3	C2			no	2	
4	C4				no	

4. A partir de los resultados del Paso 3, se evalúa la condición δ , la cual reza que para todos los elementos x, y, z, w con x más atractivo que y y z más atractivo que w , si la diferencia de atractivo entre x y y es mayor que la diferencia de atractivo entre z y w , entonces debe cumplirse:

$$n(x,y) \geq n(z,w) + 1 + \delta(x,y,z,w)$$

donde $\delta(x,y,z,w)$ es el número mínimo de categorías de diferencias de atractivo entre x y y , y la diferencia de atractivo entre z y w .

- 4.1 Plantear las inecuaciones requeridas por la condición δ . A partir de la Tabla 3.12 se obtiene:

1. $n(C1,C3) \geq n(C3,C2) + 1 + \delta(C1,C3,C3,C2)$
2. $n(C1,C3) \geq n(C3,C4) + 1 + \delta(C1,C3,C3,C4)$
3. $n(C1,C3) \geq n(C2,C4) + 1 + \delta(C1,C3,C2,C4)$
4. $n(C1,C2) \geq n(C1,C3) + 1 + \delta(C1,C2,C1,C3)$
5. $n(C1,C2) \geq n(C3,C2) + 1 + \delta(C1,C2,C3,C2)$
6. $n(C1,C2) \geq n(C3,C4) + 1 + \delta(C1,C2,C3,C4)$
7. $n(C1,C2) \geq n(C2,C4) + 1 + \delta(C1,C2,C2,C4)$
8. $n(C1,C4) \geq n(C1,C3) + 1 + \delta(C1,C4,C1,C3)$
9. $n(C1,C4) \geq n(C1,C2) + 1 + \delta(C1,C4,C1,C2)$
10. $n(C1,C4) \geq n(C3,C2) + 1 + \delta(C1,C4,C3,C2)$
11. $n(C1,C4) \geq n(C3,C4) + 1 + \delta(C1,C4,C3,C4)$
12. $n(C1,C4) \geq n(C2,C4) + 1 + \delta(C1,C4,C2,C4)$
13. $n(C3,C4) \geq n(C3,C2) + 1 + \delta(C3,C4,C3,C2)$
14. $n(C3,C4) \geq n(C2,C4) + 1 + \delta(C3,C4,C2,C4)$
15. $n(C2,C4) \geq n(C3,C2) + 1 + \delta(C2,C4,C3,C2)$

Nótese que las primeras tres inecuaciones muestran la diferencia de atractivo de C1 sobre C3 (4), la cual supera a las diferencias de atractivo de C3 sobre C2 (1), de C3 sobre C4 (3) y de C2 sobre C4 (2), ellas establecen:

1. $4 \geq 1 + 1 + \delta(C1,C3,C3,C2)$
2. $4 \geq 3 + 1 + \delta(C1,C3,C3,C4)$
3. $4 \geq 2 + 1 + \delta(C1,C3,C2,C4)$

- 4.2 Evaluar la condición δ , para lo cual se plantea hallar el número mínimo de categorías de diferencias de atractivo $\delta(x,y,z,w)$ que satisfacen las inecuaciones anteriores, formalmente esto se realiza mediante un programa lineal *maximin*. En el ejemplo tratado habría que resolver el siguiente problema de optimización lineal:

mín β

s.a

1. $\delta (C1,C3,C3,C2) = \text{Var}C1C3 - \text{Var}C3C2 \leq \beta$
2. $\delta (C1,C3,C3,C4) = \text{Var}C1C3 - \text{Var}C3C4 \leq \beta$
3. $\delta (C1,C3,C2,C4) = \text{Var}C1C3 - \text{Var}C2C4 \leq \beta$
4. $\delta (C1,C2,C1,C3) = \text{Var}C1C2 - \text{Var}C1C3 \leq \beta$
5. $\delta (C1,C2,C3,C2) = \text{Var}C1C2 - \text{Var}C3C2 \leq \beta$
6. $\delta (C1,C2,C3,C4) = \text{Var}C1C2 - \text{Var}C3C4 \leq \beta$
7. $\delta (C1,C2,C2,C4) = \text{Var}C1C2 - \text{Var}C2C4 \leq \beta$
8. $\delta (C1,C4,C1,C3) = \text{Var}C1C4 - \text{Var}C1C3 \leq \beta$
9. $\delta (C1,C4,C1,C2) = \text{Var}C1C4 - \text{Var}C1C2 \leq \beta$
10. $\delta (C1,C4,C3,C2) = \text{Var}C1C4 - \text{Var}C3C2 \leq \beta$
11. $\delta (C1,C4,C3,C4) = \text{Var}C1C4 - \text{Var}C3C4 \leq \beta$
12. $\delta (C1,C4,C2,C4) = \text{Var}C1C4 - \text{Var}C2C4 \leq \beta$
13. $\delta (C3,C4,C3,C2) = \text{Var}C3C4 - \text{Var}C3C2 \leq \beta$
14. $\delta (C3,C4,C2,C4) = \text{Var}C3C4 - \text{Var}C2C4 \leq \beta$
15. $\delta (C2,C4,C3,C2) = \text{Var}C2C4 - \text{Var}C3C2 \leq \beta$

Con todas las demás variables no negativas, $\text{Var}C_iC_j$ denota la diferencia de atractivo entre los criterios C_i y C_j (Tabla 3.11), por ejemplo, $\text{Var}C1C3 = 4$, $\text{Var}C1C2 = 4, \dots, \text{Var}C2C4 = 1$. El resultado es $\beta^* = 0$. En problemas pequeños esto se puede realizar por simple inspección.

4.3 Si $\beta^* = 0$ entonces la escala básica denotada por VC_i para $i = 1, \dots, n$, se lee directamente en la columna correspondiente al criterio “neutral” en la matriz de diferencias de atractivo acumulada y se procede a ejecutar el Paso 6. Como ese es el caso en el problema ejemplo, se tiene que $VC_4 = 0$, $VC_3 = \text{Var}C2C4 = 2$, $VC_3 = \text{Var}C3C4 = 3$ y $VC_1 = \text{Var}C1C4 = 7$, y se va la Paso 6. En caso de que $\beta^* > 0$ hay alguna inconsistencia que se trata de conciliar en el Paso 5.

5. Determinar la escala básica mediante un segundo problema de optimización lineal, problema cuya generalización se muestra en el Apéndice 3.1. De hallar solución a este problema, existe una escala cardinal que permite expresar la IR de cada atributo; en caso contrario las IR no pueden ser calculadas y se debe volver al Paso 1. El problema de optimización correspondiente al ejemplo es:

mín α

s.a

- i) Condiciones que expresan las diferencias de atractivo de un criterio con respecto a otro (conservadas por respeto al modelo original [BANA03], pero al revisar las restricciones iii resultan claramente redundantes).
 1. $VC1 - VC3 \geq 1$
 2. $VC1 - VC2 \geq 1$
 3. $VC1 - VC4 \geq 1$
 4. $VC3 - VC2 \geq 1$
 5. $VC3 - VC4 \geq 1$
 6. $VC2 - VC4 \geq 1$
- ii) Si existen situaciones de indiferencia se añaden restricciones del tipo $VC_i = VC_j = 0$.
- iii) Se agregan las restricciones planteadas en el Paso 4.1 sustituyendo β^* por su valor.
 7. $VC1-VC3 \geq VC3-VC2 + 1 + \beta^*$
 8. $VC1-VC3 \geq VC3-VC4 + 1 + \beta^*$
 9. $VC1-VC3 \geq VC2-VC4 + 1 + \beta^*$
 10. $VC1-VC2 \geq VC1-VC3 + 1 + \beta^*$
 11. $VC1-VC2 \geq VC3-VC2 + 1 + \beta^*$
 12. $VC1-VC2 \geq VC3-VC4 + 1 + \beta^*$
 13. $VC1-VC2 \geq VC2-VC4 + 1 + \beta^*$
 14. $VC1-VC4 \geq VC1-VC3 + 1 + \beta^*$
 15. $VC1-VC4 \geq VC1-VC2 + 1 + \beta^*$
 16. $VC1-VC4 \geq VC3-VC2 + 1 + \beta^*$
 17. $VC1-VC4 \geq VC3-VC4 + 1 + \beta^*$
 18. $VC1-VC4 \geq VC2-VC4 + 1 + \beta^*$
 19. $VC3-VC4 \geq VC3-VC2 + 1 + \beta^*$
 20. $VC3-VC4 \geq VC2-VC4 + 1 + \beta^*$
 21. $VC2-VC4 \geq VC3-VC2 + 1 + \beta^*$
- iv) Se incluyen las restricciones que acotan el límite superior de la escala básica:
 22. $VC1 \leq \alpha$
 23. $VC2 \leq \alpha$
 24. $VC3 \leq \alpha$
- v) Por definición el valor en la escala básica del criterio “neutral” es cero:
 25. $VC4 = 0$
- vi) No negatividad
 26. $VC_i \geq 0$ para $i = 1, 2, 3$ y 4
 27. $\alpha \geq 0$

Al resolver este problema se obtiene la escala básica $VC1=7$, $VC3=3$, $VC2=2$, $VC4=0$ y además $\alpha=7$. Nótese que hay perfecta coherencia en el sistema relacional expresado por la escala básica con el ordenamiento inicial propuesto¹⁵. Los autores del método sugieren que ante una incoherencia entre la escala básica y en el orden inicial de criterios, la atención debería centrarse en la revisión de los juicios emitidos en la fase exploratoria [BANA93].

6. Obtener las IR normalizadas a partir de la escala básica. Es claro que, el mayor valor obtenido en la escala básica es un valor acumulado, por lo tanto se le puede acreditar el 100% de la intensidad de preferencias y, es evidente que el menor valor correspondiente al criterio “neutral” refleja un 0%, la Tabla 3.13 muestra la escala transformada, cuyos valores intermedios se obtienen proporcionalmente. Las IR normalizadas se obtienen por prorrateo.

Estos resultados indican que REO+IM tiene una IR de 0.58, la IR del PO es 0.25, y en último lugar sigue EE con 0.17. El criterio “neutral” AE tiene una IR nula, manteniéndose la coherencia con la definición semántica que le dio origen.

Tabla 3.13
Escalas resultantes en el método MACBETH

Criterio	Escala Básica	Escala Transformada (0-100)	IR
C1 (REO+IM)	7	100,00	0,58
C3 (PO)	3	42,86	0,25
C2 (EE)	2	28,57	0,17
C4 (AE)	0	0,00	0,00

3.3.4.3 EL MÉTODO MACBETH EN EL SOFTWARE HIVIEW 3

A partir del año 2003 se dispone de un software intitulado HIVIEW 3, que contempla los desarrollos del MACBETH, el cual no sólo permite determinar IR sino que está diseñado como técnica de SPD. A título ilustrativo, se indicará cómo opera el Hiview 3, a partir del ejemplo que se ha venido tratando.

Lo primero que requiere el software son los criterios ya ordenados, más el “neutral” (Figura 3.7). En segundo lugar se realiza las comparaciones pareadas cualitativas como se ilustra en la Figura 3.8 y el software verifica su consistencia (Figura 3.9). Con ello se determinan la escala básica y la transformada que se adecuan al problema (Figuras 3.10 y 3.11), para obtener las IR se procede a la normalización.

¹⁵ Si \gg denota “más importante que”, ese sistema relacional contiene $C1 \gg C2 \gg C3 \gg C4$.

Figura 3.7
Crterios a evaluar

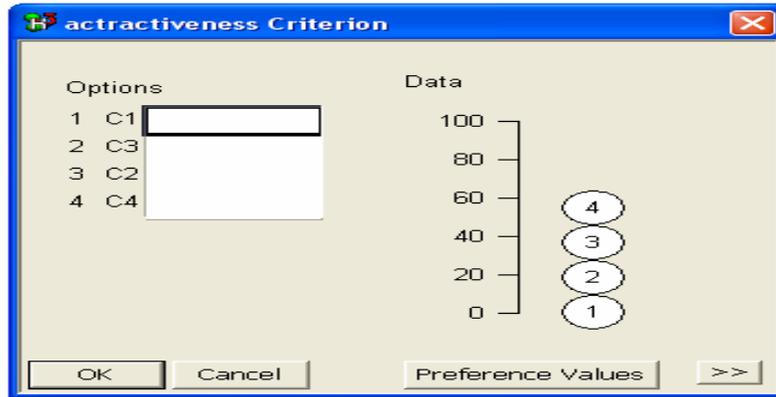


Figura 3.8
Diferencias cualitativas de atractivo

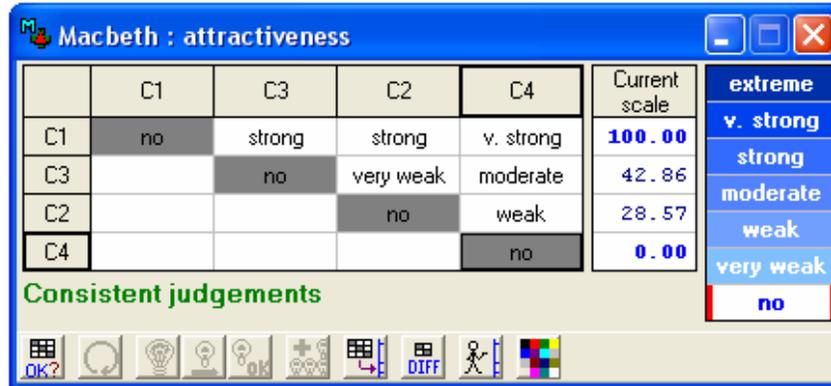


Figura 3.9
Evaluación de la consistencia

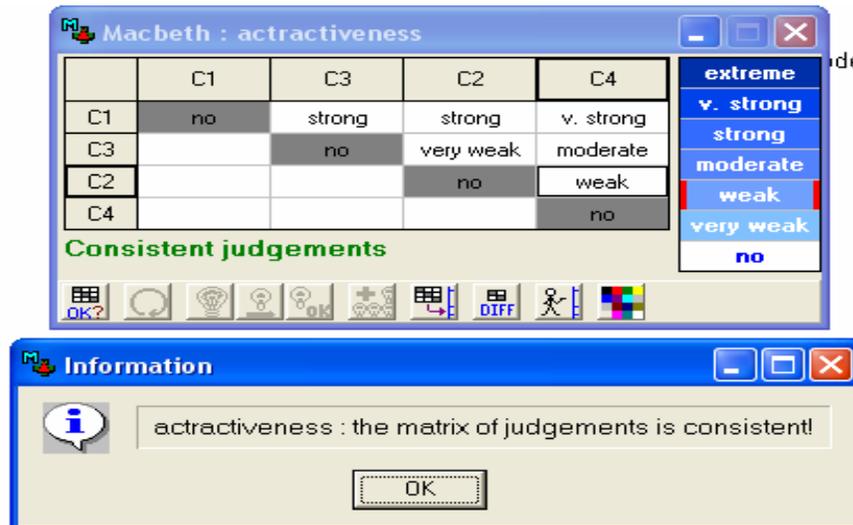


Figura 3.10
Escalas básica y transformada

Macbeth transformed	Macbeth basic
100.00	7.00
42.86	3.00
28.57	2.00
0.00	0.00

Figura 3.11
Resultados del Hiview 3.1 para el ejemplo tratado

	C1	C3	C2	C4	Current scale
C1	no	strong	strong	v. strong	100.00
C3		no	very weak	moderate	42.86
C2			no	weak	28.57
C4				no	0.00

Consistent judgements

Legend: extreme, v. strong, strong, moderate, weak, very weak, no

3.3.5 PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (PAJ)

El Proceso Analítico Jerárquico (PAJ), es una metodología de AMC desarrollada a fines de la década de 1970 por Thomas L. Saaty. Fue introducida como una herramienta para modelar y analizar problemas complejos de toma de decisiones y permite establecer un ranking de las alternativas. En este sentido, el problema definido es estructurado en una jerarquía y provee una lista exhaustiva de todos los criterios, funciones y objetivos implicados [SAAT80].

Por otro lado, según la National Economic Research Associates, el PAJ¹⁶ (*AHP en inglés*) es un método ampliamente usado para derivar las IR y las puntuaciones alcanzadas por alternativas o criterios [NERA01]. Es un método que, al igual que el MACBETH se basa en hacer comparaciones pareadas. En el PAJ se compara una referencia con respecto a otra usando la escala desarrollada por Saaty [SAAT80] que se muestra en la Tabla 3.14. Algunos autores [SOTT04, CARR04**, NERA01 y BOUY06] recomiendan el PAJ como técnica para estimar IR, en particular, debido a que propone un índice para validar la consistencia de los juicios que emite la unidad de decisión, estableciendo un rango de inconsistencia admisible que depende del orden de la matriz de juicios.

¹⁶ Véase Apéndice 3.2, donde se resumen los fundamentos del PAJ.

Tabla 3.14
Escala para las comparaciones pareadas del PAJ

VALOR DE a_{ij}	INTERPRETACION
1	Los atributos i y j tienen igual importancia
3	El atributo i es ligeramente más importante que el atributo j
5	El atributo i es más importante que el atributo j
7	El atributo i es mucho más importante que el atributo j
9	El atributo i es absolutamente más importante que el atributo j
2,4,6,8	Valores intermedios entre los anteriores.

3.3.5.1 APLICACIÓN DEL PAJ

La metodología del PAJ sigue los siguientes pasos:

1. Construir una matriz simétrica de juicios “A” para realizar las comparaciones pareadas. Cada elemento a_{ij} refleja la importancia del criterio i (C_i) respecto al criterio j (C_j), y se expresa utilizando la escala de la Tabla 3.14. Dada la simetría exigida, una vez asignado el valor a_{ij} se tiene que $a_{ji} = 1/a_{ij}$ y, es claro que debe cumplirse que $a_{ii} = 1$. El total de comparaciones requeridas a la unidad de decisión para el caso de n atributos¹⁷ es de $n(n-1)/2$. Para ejemplo planteado en la Tabla 3.7, la matriz de comparaciones por pares se muestra en la Tabla 3.15. Si se dispone de un cálculo exacto de autovalores y autovectores ir al Paso 6, si no aproximarlos mediante el Paso 2.

Tabla 3.15
Matriz de comparaciones por pares

Criterios	#	1	2	3	Mat A
C1 (REO+IM)	1	1	7	3	
C2 (EE)	2	1/7	1	1/4	
C3 (PO)	3	1/3	4	1	
n= 3	Total	1,5	12,0	4,3	

1. Normalizar la matriz A dividiendo cada elemento a_{ij} entre la suma de los elementos de la columna j , con ello se obtiene una nueva matriz llamada A_{norm} (Tabla 3.16).
2. Se calcula el promedio de los elementos de la fila i de A_{norm} , el cual se llamará w_i . Para este ejemplo: $w=[w_1=0.66 , w_2 =0.08, w_3 =0.26]$, ilustrado en la Tabla 3.17. Con estos w_i se comprueba la consistencia de la matriz de comparaciones pareadas.
4. Se calcula el autovector por Aw^T , para el ejemplo véase la Tabla 3.18.

¹⁷ Ello equivale a suponer que el evaluador es consistente al comparar criterio C_i con C_j en cualquier orden.

Tabla 3.16
Obtención de la Matriz de decisión normalizada

Criterios		#	1	2	3
n = 3	C1 (REO+IM)	1	1	7	3
	C2 (EE)	2	1/7	1	1/4
	C3 (PO)	3	1/3	4	1
	Total		1,5	12,0	4,3
Normalización		1	0,7	0,6	0,7
Anorm=(aij/Total)		2	0,1	0,1	0,1
		3	0,2	0,3	0,2

Tabla 3.17
Obtención de las IR

Normalización		#	1	2	3	Prom Fila(i)=wT
Anorm=(aij/Total)		1	0,7	0,6	0,7	0,66
		2	0,1	0,1	0,1	0,08
		3	0,2	0,3	0,2	0,26

Tabla 3.18
Cálculo del autovector

Criterios		#	1	2	3	Mat A	
n = 3	C1 (REO+IM)	1	1	7	3		
	C2 (EE)	2	1/7	1	1/4		
	C3 (PO)	3	1/3	4	1		
	Total		1,5	12,0	4,3		
Normalización		1	0,7	0,6	0,7	Prom Fila(i)=wT	
Anorm=(aij/Total)		2	0,1	0,1	0,1		0,66
		3	0,2	0,3	0,2		0,08
Autovector		1	2,0				
AwT		2	0,2				0,26
		3	0,8				

5. Se calculan los autovalores λ_i mediante:

$$\lambda_i = \frac{i\text{-ésimo elemento en } Aw^T}{i\text{-ésimo elemento en } w^T}$$

y se aproxima el autovalor máximo por

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i$$

En el ejemplo tratado se tiene

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{3} \left\{ \frac{2.0}{0.66} + \frac{0.2}{0.08} + \frac{0.8}{0.26} \right\} = 3.03$$

resultados que se observan en la Tabla 3.19.

Tabla 3.19
Cálculo de los autovalores

		1	2	3	Mat A
n = 3	Criterios				
	C1 (REO+IM)	1	7	3	
	C2 (EE)	1/7	1	1/4	
	C3 (PO)	1/3	4	1	
	Total	1,5	12,0	4,3	
Prom Fila(i)=wT					
Normalización					
Anorm=(aij/Total)					
	1	0,7	0,6	0,7	0,66
	2	0,1	0,1	0,1	0,08
	3	0,2	0,3	0,2	0,26
Autovector					
AwT					
	1	2,0			3,1
	2	0,2			3,0
	3	0,8			3,0
Autovalores lamda= AwT/wT					
lamda max					3,03

6. Se calcula el índice de consistencia (*IC*) mediante

$$IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{3.03 - 3}{2} = 0.0163$$

y se calcula la razón de consistencia (*RC*) como $RC = IC/IA$, donde *IA* representa lo que Saaty denominó índice aleatorio¹⁸ [SAAT80] cuyos valores¹⁹ aparecen en la Tabla 3.20.

Tabla 3.20
Valores del índice aleatorio (IA)

Orden de la matriz	2	3	4	5	6	7	8	9
IA	0.00	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45

Independientemente del orden de la matriz, si *RC* es menor o igual que 0.10, el grado de consistencia de los juicios emitidos resulta admisible, en caso contrario, pueden existir inconsistencias serias que originan resultados erróneos. Para el ejemplo que se viene trabajando $RC = 0.0163/0.58 = 0.0280 \leq 0.10$, por tanto las IR obtenidos resultan adecuados (Tabla 3.21), es decir, la REO+IM tiene una IR de 0.66, lo sigue el personal ocupado con 0.26, y en último lugar el EE con 0.08.

El PAJ, al igual que el MACBETH, no se limita a la determinación de IR, sino que constituyen métodos de AMC que pueden ser llevados hasta la selección u ordenamiento de alternativas.

¹⁸ IA es un valor función del orden de la matriz calculado por Saaty.

¹⁹ Siguiendo a Miller [MILL56] los valores de n están acotados a nueve.

Tabla 3.21
Resultados del PAJ

Criterios	#	1	2	3	Mat A
C1 (REO+IM)	1	1	7	3	
C2 (EE)	2	1/7	1	1/4	
C3 (PO)	3	1/3	4	1	
Total		1,5	12,0	4,3	
					Prom
					Fila(i)=wT
Normalización	1	0,7	0,6	0,7	0,66
Anorm=(aij/Total)	2	0,1	0,1	0,1	0,08
	3	0,2	0,3	0,2	0,26
					Autovalores
Autovector	1	2,0			3,1
AwT	2	0,2			3,0
	3	0,8			3,0
					lamda= AwT/wT
					lamda max
					3,03
IC= (lamda max-n)/n-1		IC	0,0163		
IA =0,58		RC=IC/IA	0,0280		
Si RC=IC/IA <0,1 los juicios emitidos son satisfactorios; RC<0,1 Satisfactorio					

# Criter.	IA
2	0
3	0,58
4	0,9
5	1,12
6	1,24
7	1,32
8	1,41
9	1,45
10	1,51

3.4 CASO 2: AGREGACIÓN DE IR SIN POSIBILIDAD DE ACUERDO EN EL SENO DE LA UNIDAD DE DECISIÓN

El acceso a la unidad de decisión por parte del analista investigador puede resultar difícil, reunir a sus miembros para que acuerden sus preferencias sobre los criterios retenidos puede serlo aún más. A esto se le adiciona el hecho, que no necesariamente comparten el mismo sistema de valores, y por tanto, pueden visualizar un problema común de distintas maneras²⁰. Es necesario entonces, pedir, interpelar o entrevistar por separado a los agentes activos para obtener sus juicios individuales sobre la importancia de los atributos que están evaluando. La imposibilidad de acordar un juicio compartido, abre la opción de procesarlos separadamente obteniéndose así las IR de cada agente, para luego, agregar tales importancias en un arreglo sintético.

Cabe señalar que para esta investigación, por razones teóricas y por consenso, los atributos macroeconómicos han sido acordados, así como, su procesamiento mediante el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS, todo lo cual arrojará al final ordenamiento sintético de los proyectos de inversión pública. No obstante, pueden aparecer nuevos actores en lo futuro que aporten otros criterios ¿Cómo abordar ese caso? Los métodos que se exponen en esta sección permiten manejar este fenómeno, sin pérdida del esfuerzo previo. El problema de determinar una jerarquía global de un panel de jueces no es nuevo, un ejemplo clásico fue propuesto por Rykken *et*

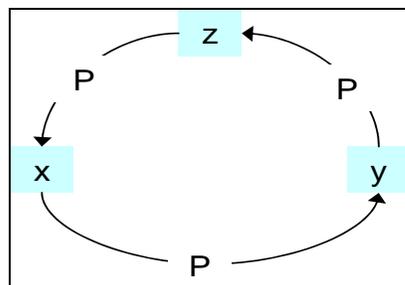
²⁰ Si bien esto luce como una dificultad adicional, puede constituirse en un *desideratum* a fin de captar la mayor diversidad de puntos de vista que sea posible.

al. [RYKK03], donde un grupo de amigos quieren ir a comer, pero cada uno tiene preferencias distintas sobre el restaurante. La idea en esta sección es pues, discutir algunos métodos para lidiar con estas dificultades y determinar ordenamientos de criterios expresados por IR, partiendo de una colección de preferencias individuales no necesariamente homogéneas ni homogeneizables.

Antes de analizar las formas de agregar las IR, y como proposición fundamental para entender el funcionamiento de estas técnicas, es necesario partir de la premisa planteado por Bouyssou sobre que no es posible encontrar un método que permite generar ordenamientos agregados a partir de un conjunto de preferencias individuales que satisfaga los axiomas del Teorema de Arrow [BOUY06 y ARRO63], que se describen a continuación:

1. Dominio Universal: cualquier preferencia individual es legítima [MASO96].
2. Orden débil: La relación de preferencia global es siempre un orden débil (una jerarquía, posiblemente con empates) [BOUY06]. En este sentido, la relación de preferencia global no puede ser cíclica²¹ (véase Figura 3.12 para el caso de 3 alternativas) y por tanto, no es posible encontrar una alternativa mejor que las demás que permita tomar la decisión.
3. Independencia de alternativas irrelevantes: Esta condición es expresada en términos de elección social, es decir, la preferencia global entre dos alternativas sólo depende de sus posiciones relativas en el ordenamiento, y no depende de las posiciones de las alternativas restantes [BOUY06]. Si alguna preferencia individual cambia sin alterar el orden relativo de dos alternativas, entonces el orden colectivo no debería cambiarlo.
4. Inexistencia de relaciones dictatoriales: Ningún criterio puede imponer la preferencia estricta, la preferencias globales dependen de más de un criterio (idealmente debería depender de todos los criterios) [BOUY06].
5. Principio de Pareto: Si hay unanimidad en considerar una alternativa mejor que otra, la preferencia social debería colocarla por delante de la peor [BOUY06 y MASO96].

Figura 3.12
Relación cíclica de las preferencias $x P y$, $y P z$, $z P x$.



Por otro lado, es bueno destacar que el teorema de imposibilidad de Arrow indica que todos estos axiomas sólo son satisfechos en procesos de agregación dictatorial, es decir, aquéllos donde la agregación social es igual al juicio previo de un individuo.

3.4.1 MÉTODO BORDA COUNT (BC)

Borda Count es un método electoral en donde cada elector proporciona un ordenamiento [WEB301], fue creado por Charles Borda en 1784 para determinar el ganador de una elección. Proporcionando a cada candidato un cierto número de puntos de acuerdo a la posición que ocupa en cada ordenamiento; aquél que posea el mayor número de puntos será el ganador [BOUY06]. Dicho método es frecuentemente descrito como un sistema basado en la pluralidad o elección por orden de mérito, y no en la regla de la mayoría, ya que el aspirante con el mayor número puntos puede ser, a su vez, el menos deseado por el colectivo [CRAV92 y WEB301]. El BC es bastante usado en la actualidad, por ejemplo para la elección de los dos miembros de la minoría étnica de la Asamblea Nacional de Eslovenia, en la selección de candidatos presidenciales en Kiribati y en la elección de miembros del Parlamento en la isla del Pacífico Sur de Nauru. Por otro lado, es también usado en la toma de decisiones en organizaciones privadas, en competencias deportivas y en el ordenamiento de listados generados por metabuscadores en la Internet [WEB302, BOUY06 y PINA06].

La agregación resultante del Borda Count no depende de un valor cardinal de las alternativas, sino de posiciones ordinales [BOUY06] y supone una agregación aditiva ponderada de las mismas; por tanto, el problema de la elección social se reduce a una agregación de preferencias individuales que representan al colectivo [RESN98]. En este sentido, cada juez organiza sus IR en orden jerárquico de acuerdo con los n criterios, luego se le asignan n puntos al que se ubica en primer lugar, $n-1$ al siguiente lugar (segundo) y así sucesivamente²² [WEB301], la adición de tales puntajes puede ser interpretado como una intensidad de preferencias, y por tanto derivar en una IR.

Este método cuando $n \geq 3$ puede llevar a la Paradoja de Condorcet²³ y no cumple con el axioma de independencia de alternativas irrelevantes de Arrow [BOUY06], esto es las posiciones relativas de dos elementos en el agregado se pueden ver afectadas por alguna preferencia individual. Aún cuando no aplica al caso en estudio, conviene señalar que la reiteración de la secuencia Borda Count – eliminación del peor puede prestarse a tácticas de manipulación y a producir empates.

²¹ Esta relación cíclica no hay transitividad colectiva ($x P y$ y $y P z \Rightarrow x P z$), es la Paradoja de Condorcet [BOUY06].

²² Borda Count permite asignar $n - 1$ puntos para el criterio ubicado en la primera posición, $n-2$ para el segundo, y así sucesivamente. Ello podría causar problemas semánticos por la aparición de una posición cero.

3.4.1.1 APLICACIÓN DEL BC

Sea la situación hipotética en la cual el Banco Central de Venezuela (BCV) y el Ministerio de Planificación y Desarrollo (MPD) establecieron conjuntamente las IR de los atributos macroeconómicos y, posteriormente se incorporan Petróleos de Venezuela (PDVSA), el Fondo de Desarrollo Nacional (FONDEN) y expertos del mundo académico (GEMA). Cada nuevo agente sintetiza la IR de los criterios por separado, más aún, PDVSA introdujo un nuevo criterio relativo a la Contaminación Ambiental (CA). La Tabla 3.22 muestra las IR aportadas por cada agente y la Tabla 3.23 proporciona los ordenamientos correspondientes. La aplicación es como sigue:

1. Asignar de los puntos correspondientes a cada posición²⁴, como lo indica la Tabla 3.24.
2. Totalizar todos los puntajes en una sola columna, y las IR no son más que la alícuota correspondiente. La Tabla 3.25 muestra tales resultados y el orden agregado de los criterios.

Tabla 3.22
IR de los atributos por unidad de decisión

Atributos \ Institución	BCV+MPD	GEMA	PDVSA	FONDEN
C1 (REO+IM)	0.58	0.2	0.30	0.49
C2 (EE)	0.17	0.2	0.35	0.32
C3 (PO)	0.25	0.6	0.20	0.19
C4 (CA)	0	0	0.15	0

Tabla 3.23
Ordenamiento de los atributos por unidad de decisión

Atributos \ Institución	BCV+MPD	GEMA	PDVSA	FONDEN
C1 (REO+IM)	1	2	2	1
C2 (EE)	3	2	1	3
C3 (PO)	2	1	3	2
C4 (CA)	4	4	4	4

Tabla 3.24
Asignación de puntos a los atributos por unidad de decisión

Atributos \ Institución	BCV+MPD	GEMA	PDVSA	FONDEN
C1 (REO+IM)	4	3	3	4
C2 (EE)	2	3	4	2
C3 (PO)	3	4	2	3
C4 (CA)	1	1	1	1

²³ Una de las propiedades que definen la racionalidad de los agentes es la transitividad, sin embargo ella, tan útil en los modelos, no necesariamente refleja la realidad [EVAN03]. Para esta investigación la ausencia de transitividad global no constituye un problema más aún, tampoco se exige la transitividad a nivel individual.

²⁴ Una variante del método, el llamado Borda Weighted, aplica de ser válido destacar el número de miembros en cada institución, consiste en multiplicar los puntos asignados por el número de personas que apoyaron cada ordenamiento.

Tabla 3.25
IR obtenidas por BC

Atributos	Puntos Totales	IR	Orden
C1 (REO+IM)	14	0,34	1
C2 (EE)	11	0,27	3
C3 (PO)	12	0,29	2
C4 (CA)	4	0,10	4

3.4.2 MÉTODO BORDA COUNT TRIMEDIA (BCT)

Es un método propuesto por Rikken *et al.*, busca determinar un ordenamiento general de un panel de jueces con diferentes preferencias para competencias internacionales de patinaje, bajo el liderazgo de la Unión Internacional de Patinaje (*ISU en inglés*). Dicho método es una variante del método Borda Count, donde se elimina los puntos más alto y el más bajo por cada criterio [RIKK03]. Por otro lado, es un método propenso a empates y más susceptible a la manipulación que el Borda Count, puesto que los valores de puntaje extremo de cada atributo son eliminados.

3.4.2.1 APLICACIÓN DEL BCT

1. Partiendo de los valores obtenidos de Tabla 3.24 se eliminan los puntajes extremos por criterio, si hay valores repetidos se elimina solo uno (Tabla 3.26).
2. Se calcula la media de los valores retenidos por criterio y se normalizan dichas medias con respecto a la mayor. Se calculan las IR por prorrateo de la suma de las medias normalizadas y se puede obtener una valoración ordinal (Tabla 3.27).

El ISU ha usado dos métodos un tanto más sofisticados, para tratar de corregir la propensión los métodos expuestos a producir empates, así como su potencial uso en tácticas de manipulación (bloqueo de juicios). En las dos secciones siguientes, se expondrán el método Mejor de la Mayoría (BOM) y el método Uno por Uno (OBO). No está demás enfatizar que, para esta investigación, los empates no constituyen un problema ya que reflejan juicios perfectamente válidos.

Tabla 3.26
Eliminación de puntajes extremos por criterio

Atributos \ Institución	BCV+MPD	GEMA	PDVSA	FONDEN
C1 (REO+IM)	X	3	X	4
C2 (EE)	2	3	X	X
C3 (PO)	3	X	2	X
C4 (CA)	X	1	1	X

Tabla 3.27
IR obtenidas por BCT

Atributos	Media	Media Normalizada	IR	Orden
C1 (REO+IM)	3,50	1,00	0,37	1
C2 (EE)	2,50	0,71	0,26	2
C3 (PO)	2,50	0,71	0,26	2
C4 (CA)	1,00	0,29	0,11	4

3.4.3 MÉTODO MEJOR DE LA MAYORÍA (BOM)

Propuesto por Rikken *et al.* para la ISU [RIKK03], se basa en la explotación de los ordenamientos individuales mediante el afinamiento sucesivo de reglas que procuran poner en evidencia las preferencias de la mayoría (regla de la mayoría), en tal sentido, el autor de este trabajo considera que más que un nuevo método es una combinación “novedosa” de varios métodos²⁵.

El método BOM parte del agrupamiento de los juicios por posición decreciente donde aparece cada criterio, para luego tratar de obtener un orden agregado mediante la ubicación de la peor posición donde lo sitúa la mayoría que le es más favorable. De persistir empates, se afina el criterio de desempate mediante el conteo de todos los juicios que concuerdan con dicha peor posición, de no lograrse un orden agregado bien definido (sin empates), se procede a contar los mismos juicios anteriores pero esta vez ponderando por su posición, de persistir algún empate se afina aún más dicho criterio, calculando las sumas de todas las posiciones correspondiente a cada atributo. Si la aplicación de alguno de los criterios mencionados conduce a un orden agregado bien definido o si se agotaron todos los afinamientos propuestos, se procede a calcular una función de valor que, mediante operaciones adecuadas de normalización arrojan las IR que representan las preferencias de la mayoría.

El BOM no está afectado por el “bloqueo de juicios”, es decir, no es un método que da espacios a tácticas de manipulación, por otro lado, satisface el axioma de independencia de los atributos irrelevantes [RIKK03]. No obstante, en él puede aparecer la Paradoja de Condorcet, puesto que no hay forma de que exista un juicio dictador que domine a los demás. Aún cuando no aplica al caso en estudio, conveniente señalar que dicha Paradoja puede ser resuelta haciendo el método interactivo e iterativo, permitiéndole a la unidad de decisión reconsiderar sus preferencias [MISK01].

²⁵ En primer lugar adapta un método de “peor caso” a las posiciones detectadas por la mayoría, de ser necesario introduce un segundo afinamiento consisten en contar los juicios coincidentes con la posición detectaba por el “peor caso”. Si se requiere, se pondera los juicios anteriores por la posición, y como último recurso, el afinamiento se reduce a una simple amplificación del promedio de todas las posiciones.

3.4.3.1 APLICACIÓN DEL BOM

1. Partiendo de la Tabla 3.23 donde aparece el ordenamiento de los criterios, se crea un vector de $n = 4$ componentes para cada criterio dado por (x_1, x_2, x_3, x_4) , donde x_i es la cantidad de veces que el criterio ha aparecido en una posición determinada. Ello se ilustra en la Tabla 3.28.

Tabla 3.28
Obtención del vector de ordenamiento

Atributos \ Posición	1°	2°	3°	4°	(x_1, x_2, x_3, x_4)
C1 (REO+IM)	2	2	0	0	(2,2,0,0)
C2 (EE)	1	1	2	0	(1,1,2,0)
C3 (PO)	1	2	1	0	(1,2,1,0)
C4 (CA)	0	0	0	4	(0,0,0,4)

2. Se define el número de juicios que representan la mayoría, en este caso 3. Para cada criterio se determina la peor posición que le es asignada (*LMR* en inglés) por esa mayoría, contada a partir de la mejor y formalmente para cada criterio C_j se tiene:

$$LMR(C_j) = \arg \min_k \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^{C_j} \geq 3 \right\}$$

De esta forma se obtiene la Tabla 3.29. Por ejemplo $LMR(C3) = 2$, puesto que es la peor posición donde la mayoría ubicó a C3; $LMR(C2) = 3$, puesto que es la peor posición donde una mayoría de 3 ubicó a C3. Con los cálculos realizados hasta ahora, si todos los *LMR* son distintos se tiene el orden buscado (a un menor *LMR* corresponde una mejor posición en el agregado) y se va al paso 6, en caso contrario, se descartan los elementos donde no hay empates. De acuerdo a la Tabla 3.29 se tiene que C3 y C4 ocupan la tercera y cuarta posición del orden agregado, pudiendo descartarse, conservando las filas correspondientes a C1 y C3. Por completitud, en lo sucesivo se obviarán los descartes sugeridos por el método.

Tabla 3.29
Obtención de *LMR*

Atributos \ Posición	1°	2°	3°	4°	<i>LMR</i>
C1 (REO+IM)	2	2	0	0	2
C2 (EE)	1	1	2	0	3
C3 (PO)	1	2	1	0	2
C4 (CA)	0	0	0	4	4

3. Se calcula el tamaño del *LMR*, denotado por *SLM*, para cada criterio, sumando el número de juicios concordantes desde la mejor posición hasta el *LMR* correspondiente (a un mayor valor de *SLM* corresponde una mejor posición en el orden agregado). Formalmente para cada C_j se tiene:

$$SLM(C_j) = \sum_{i=1}^{LMR(C_j)} x_i^{C_j}$$

Si todos los criterios retenidos por empate en el Paso 2 poseen distintos SLM, el orden agregado queda completamente definido, y se procede con el Paso 6. La Tabla 3.30 muestra el resultado del ejemplo, nótese que el $SLM(C1) = 4$, dado que cuatro juicios soportan un $LMR(C1) = 2$. Note además que el empate entre C1 y C3 desaparece, por tanto, el orden agregado está completamente definido mediante el arreglo ordenado (C1,C3,C2,C4), pero por completitud, se continúa con el desarrollo del ejemplo.

Tabla 3.30
Obtención de SLM

Atributos \ Posición	1°	2°	3°	4°	SLM
C1 (REO+IM)	2	2	0	0	4
C2 (EE)	1	1	2	0	4
C3 (PO)	1	2	1	0	3
C4 (CA)	0	0	0	4	4

- Se calcula la suma total de los juicios de la mayoría más baja (SLMR), que se obtiene como la suma de las posiciones contemplada por el LMR, ponderada por el número de juicios correspondientes (a un menor valor de SLMR corresponde una mejor posición en el orden agregado), formalmente para cada C_j se tiene:

$$SLMR(C_j) = \sum_{i=1}^{LMR(C_j)} ix_i^{C_j}$$

Si los SLMR de los criterios que permanecen empatados luego del Paso 3 son distintos, el orden agregado queda completamente definido y se procede al Paso 6. La última columna de la Tabla 3.31 muestra el cálculo de la SMLR del ejemplo tratado, más no puede ser utilizada para establecer el orden definitivo, pues este fue alcanzado en el Paso 3.

Tabla 3.31
Obtención de la SLMR

Atributos \ Posición	1°	2°	3°	4°	SLMR
C1 (REO+IM)	2	2	0	0	$2*1+2*2=6$
C2 (EE)	1	1	2	0	$1*1+1*2+2*3=9$
C3 (PO)	1	2	1	0	$1*1+2*2=5$
C4 (CA)	0	0	0	4	$4*4=16$

5. Se calcula la suma total de las posiciones obtenidas (STO) por cada criterio (a un menor valor de STO corresponde una mejor posición en el orden agregado) que formalmente para cada C_j se expresa por:

$$STO(C_j) = \sum_{i=1}^n i x_i^{C_j}$$

Con el cálculo del STO, el orden agregado queda completamente definido, persistan empates o no. La última columna de la Tabla 3.32 muestra el cálculo de la STO del ejemplo tratado, más no puede ser utilizada para establecer el orden definitivo, pues este fue alcanzado en el Paso 3. La Tabla 3.33 resume los resultados de las Tablas 3.28 a 3.32.

Tabla 3.32
Obtención de la STO

Atributos \ Posición	1°	2°	3°	4°	STO
C1 (REO+IM)	2	2	0	0	$2*1+2*2=6$
C2 (EE)	1	1	2	0	$1*1+1*2+2*3=9$
C3 (PO)	1	2	1	0	$1*1+2*2+1*3=8$
C4 (CA)	0	0	0	4	$4*4=16$

Tabla 3.33
Resumen de resultados parciales del método BOM

Atributos	(x_1, x_2, x_3, x_4)	LMR	SLM	SLMR	STO
C1 (REO+IM)	(2,2,0,0)	2	4	6	6
C2 (EE)	(1,1,2,0)	3	4	9	9
C3 (PO)	(1,2,1,0)	2	3	5	8
C4 (CA)	(0,0,0,4)	4	4	16	16

6. Con el orden agregado se construye una función de valor V definida por $V(C_j) = n + 1 -$ posición, siendo C_j un criterio y n el número total de criterios. Se procede a normalizar los valores de $V(C_j)$ con respecto al máximo, y finalmente se obtienen las IR por prorrato.

Tabla 3.34
IR obtenidas por el método BOM

Atributos	Orden agregado	V	V Normalizada	IR
C1 (REO+IM)	1	4	1,0	0,43
C2 (EE)	3	2	0,5	0,21
C3 (PO)	2	3	0,75	0,32
C4 (CA)	4	1	0,10	0,04

3.4.4 MÉTODO UNO POR UNO (OBO)

Es otro método usado por la ISU, se comenzó a aplicar en 1998 como alternativa al método BOM, para marzo de 2007 fue adoptado en las competencias de patinaje patrocinadas por Winchester Skating Club en Canadá [WEB303]. La razón principal para adoptar el método OBO, es que este podía eliminar los intercambios (*swaps*) entre criterios competidores, es decir, dos atributos pueden intercambiar posiciones relativas por la acción de un tercer criterio [RIKK03]; sin embargo se ha demostrado que tal propiedad no se sostiene siempre.

3.4.4.1 APLICACIÓN DEL OBO

1. Con base en los ordenamientos individuales de los criterios (Tabla 3.23) se procede a construir una matriz A de comparaciones pareadas entre criterios. Esta matriz cumple con la propiedad de complementariedad de posiciones simétricas siguiente $a_{ij} + a_{ji} = n$, siendo n el orden de la matriz A . En la posición a_{ij} se colocará el número de juicios que favorecen al criterio i sobre el criterio j . Por ejemplo, si se compara el criterio C2 con C3 en la Tabla 3.23, se obtiene que $a_{C2,C3} = 1$, esto es, se le asigna un punto, debido a que sólo hay un juicio que coloca al criterio C2 por encima de criterio C3; análogamente se tiene que $a_{C1,C4} = 4$, puesto que los cuatro juicios concuerdan en que C1 es preferido a C4. Por la relación de complementariedad se deduce que $a_{C3,C2} = 3$ y que $a_{C4,C1} = 0$. La Tabla 3.35 ilustra estos resultados y en su última columna se incluye el total de puntos por renglón.

Tabla 3.35
Matriz de comparaciones pareadas del OBO

Atributos	C1	C2	C3	C4	Total
C1 (REO+IM)	-	2	3	4	9
C2 (EE)	2	-	1	4	7
C3 (PO)	1	3	-	4	8
C4 (CA)	0	0	0	-	0

2. A partir de la matriz de comparaciones pareadas (Tabla 3.35), se construye la matriz de ganadores G . Esta matriz cumple con la propiedad de complementariedad de posiciones simétricas siguiente $g_{ij} + g_{ji} = 1$. Cada elemento g_{ij} del triángulo superior de G se calcula comparando a_{ij} con su simétrico a_{ji} , si $a_{ij} > a_{ji}$ entonces $g_{ij} = 1$, en caso contrario $g_{ij} = 0$. Para cargar los elementos del triángulo inferior se aplica la propiedad de complementariedad. La Tabla 3.36 muestra la matriz de ganadores G , así como una columna total que corresponde a la suma por fila. En ella se puede observar que $g_{C1,C2} = 0$ debido a que $a_{C1,C2} = a_{C2,C1} = 2$; de forma similar $g_{C1,C3} = 1$ puesto que $a_{C1,C3} = 3 > 1 = a_{C3,C1}$

En caso de empates, como se muestra en la columna Total de la Tabla 3.36 entre C1 y C3, se recurre a la Tabla 3.35 (columna Total) para eliminarlos. De esta manera, el empate mencionado se disipará en la preferencia de C1 sobre C3 dado que sus valores son 9 y 8 respectivamente. El orden agregado viene dado por el arreglo (C1;C3;C2;C4).

3. Con el orden agregado se construye una función V definida por $V(C_j) = n + 1 - \text{posición}$, siendo C_j un criterio y n el número total de criterios. Se procede a normalizar los valores de V(C_j) con respecto al máximo, y finalmente se obtienen las IR por prorrateo²⁶.

Tabla 3.36
Matriz de ganadores

Atributos	C1	C2	C3	C4	Total
C1 (REO+IM)	-	0	1	1	2
C2 (EE)	0	-	0	1	1
C3 (PO)	0	1	-	1	2
C4 (CA)	0	0	0	-	0

Tabla 3.37
IR obtenidas por el método OBO

Atributos	Orden agregado	V	V Normalizada	IR
C1 (REO+IM)	1	4	1,0	0,43
C2 (EE)	3	2	0,5	0,21
C3 (PO)	2	3	0,75	0,32
C4 (CA)	4	1	0,10	0,04

3.4.5 MÉTODO BASADO EN EL OPERADOR MEDIA PONDERADA (OWA)

El OWA será tratado en detalle en el Capítulo 6, aquí será abordado muy someramente con el fin específico de determinar una IR agregada de los atributos macroeconómicos analizados, a partir de IR individuales. El Operador OWA, desarrollado por Yager [YAGE88], permite el modelado de ciertas preferencias humanas sobre la forma de realizar la agregación, como por ejemplo grados de compensación, desconfianza a los extremos, propensión al riesgo, cantidad de información a considerar, entre otros [YAGEXX].

Un operador OWA de dimensión n, es una función $F: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$, que tiene asociado un vector de pesos dado por

$$W = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T \quad \text{con } w_j \in [0,1] \text{ y } \sum_{i=1}^n w_i = 1, \quad (1)$$

definida por la expresión:

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j \quad (2)$$

siendo b_j el $j^{\text{ésimo}}$ valor más grande de vector a .

La característica clave de este operador es el empleo del vector B que representa el ordenamiento decreciente de las componentes de a . Por tanto, esta agregación en términos vectoriales sería:

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = WB \quad (3)$$

Otra característica fundamental del operador es que se basa en la selección de un W , lo cual, permite establecer infinitas agregaciones distintas, enfatizando el efecto de los diferentes argumentos de B de acuerdo a sus posiciones en el ordenamiento. Por ejemplo, si se sitúa la mayoría de los pesos hacia las primeras componentes de W , se hace acentúa el efecto de los puntajes más grandes de B , mientras que pesos más concentrados hacia las últimas componentes de W enfatizan el efecto de los puntajes más bajos en la agregación F . Cabe destacar que:

- La ponderación sobre una componente b_j que realiza la componente homóloga w_j , no está en lo absoluto asociada al juicio que originó el valor b_j .
- El arreglo (a_1, a_2, \dots, a_n) representa los n juicios emitidos sobre la alternativa a y OWA permite su agregación independiente de la escala en la fueron emitidos (cardinal u ordinal).

Yager resalta ciertos casos especiales de estos operadores [YAGE93], cada uno de ellos caracterizado por una estructura particular del vector de pesos W . A título ilustrativo se muestran dos casos especiales:

- El primero, correspondiente a la media aritmética, se define por

$$w_j = \frac{1}{n} \text{ para todo } j$$

y se denota como W_{AVE} . La agregación que produce viene dada por:

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_j,$$

resulta ser el promedio simple de las IR.

- El segundo, otro interesante caso, llamado agregación olímpica²⁷ [YAGEXX], consiste en definir W_{OLY} por

²⁶ No necesariamente se reproducen los resultados del método BOM como coincidentalmente ocurre aquí [RIKK03].

²⁷ Recibe este nombre por su uso para obtener agregaciones de juicios en competencias olímpicas como gimnasia y clavado. Según Rykken [RYKK03] elimina posibles sesgos causados por la mejor y la peor puntuación obtenida por un competidor. En opinión del autor de esta investigación esta agregación puede prestarse a tácticas de manipulación.

$$w_1 = w_n = 0 \text{ y } w_j = \frac{1}{n-2} \text{ para } j = 2, \dots, n-1$$

el efecto de un tal W consisten en eliminar el valor más alto y más bajo de B , la agregación resultante es el promedio del resto de los puntajes.

3.4.5.1 APLICACIÓN DEL OWA (W_{AVE})

Para ilustrar la aplicación, se hace uso del ejemplo propuesto en la Tabla 3.22.

1. Ordenar por IR decreciente los juicios sobre cada atributo macroeconómico, cada fila de la matriz mostrada en la Tabla 3.38 corresponde a un vector B . Nótese que no es posible, ni se requiere saber que agente activo originó cada IR.

Tabla 3.38
IR ordenadas

Atributos \ Posición	1°	2°	3°	4°
C1 (REO+IM)	0.58	0.49	0.30	0.2
C2 (EE)	0.35	0.30	0.2	0.17
C3 (PO)	0.6	0.25	0.20	0.19
C4 (CA)	0.15	0	0	0

3. Definir el vector de pesos W_{AVE} de componentes

$$w_j = \frac{1}{4} \text{ para } j = 1, 2, 3, 4,$$

$$\text{entonces } W_{AVE} = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right).$$

4. Obtener la función de agregación para cada atributo $F_{W_{AVE}}(a_1, a_2, \dots, a_n) = W_{AVE}B$. Por ejemplo, $F_{W_{AVE}}(C3) = (0.6+0.25+0.20+0.19)/4 = 0.15$ (Tabla 3.39).

Tabla 3.39
Función de agregación

Atributos	$F_{W_{AVE}}$
C1 (REO+IM)	0,145
C2 (EE)	0,088
C3 (PO)	0,150
C4 (CA)	0,038

4. Calcular los pesos, para lo cual se normalizan los valores de $F_{W_{AVE}}$ y la IR se obtiene por prorrato (Tabla 3.40).

Tabla 3.40
IR obtenidas por el OWA (W_{AVE})

Atributos	$F_{W_{AVE}}$	$F_{W_{AVE}}$ Normalizada	IR	Orden
C1 (REO+IM)	0,145	0,97	0,35	2
C2 (EE)	0,088	0,59	0,21	3
C3 (PO)	0,150	1,00	0,36	1
C4 (CA)	0,038	0,25	0,09	4

3.4.5.2 APLICACIÓN DEL OWA (W_{OLY})

Al igual que en caso anterior, se hace uso de la Tabla 3.22.

1. Ordenar en forma decreciente los juicios sobre cada atributo macroeconómico. Se obtiene la misma tabla de sección anterior (Tabla 3.38).
2. Definir el vector de pesos W_{OLY} de componentes

$$w_1 = w_4 = 0 \text{ y } w_j = \frac{1}{2} \text{ para } j = 2,3,$$

$$\text{entonces } W_{OLY} = \left(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0 \right).$$

3. Obtener la función de agregación para cada atributo $F_{W_{OLY}}(a_1, a_2, \dots, a_n) = W_{OLY} B$. Por ejemplo, $F_{W_{OLY}}(C3) = (0,25+0,20)/2 = 0,225$ (Tabla 3.41).
4. Calcular los IR, para lo cual se normalizan los valores de $F_{W_{OLY}}$ (Tabla 3.42).

Tabla 3.41
Función de agregación

Atributos	$F_{W_{OLY}}$
C1 (REO+IM)	0,40
C2 (EE)	0,25
C3 (PO)	0,23
C4 (CA)	0,00

Tabla 3.42
IR obtenidas por el OWA (W_{OLY})

Atributos	$F_{W_{OLY}}$	$F_{W_{OLY}}$ Normalizada	IR	Orden
C1 (REO+IM)	0,40	1,00	0,45	1
C2 (EE)	0,25	0,63	0,29	2
C3 (PO)	0,23	0,57	0,26	3
C4 (CA)	0,00	0,00	0,00	4

3.5 CASO DE ESTUDIO: DETERMINACIÓN DE LAS IR DE LOS ATRIBUTOS MACROECONÓMICOS

Los agentes activos del proceso de decisión coinciden en señalar que el estado de avance del problema bajo estudio se puede resumir sucintamente de la siguiente manera:

- 1) Se dispone de un conjunto bien definido de atributos macroeconómicos y de su esquema jerárquico.
- 2) Se dispone del Modelo de Multiplicadores basado en las MCS para estimar los impactos macroeconómicos producidos por los proyectos de inversión pública a lo largo y ancho de la estructura jerárquica obtenida.
- 3) No todos los atributos macroeconómicos de un mismo nivel jerárquico tiene la misma IR.

Esta sección se dedica a la determinación de las IR de los atributos macroeconómicos de primer nivel, bajo las siguientes condiciones:

- Es posible llegar a acuerdos (consensuales o unánimes) entre los miembros de la unidad de decisión (BCV y MPD).
- El analista investigador tiene pleno acceso a los entes de decisión.
- Los agentes activos pueden reunirse e interactuar para establecer acuerdos relativos al proceso.
- Por la complejidad dimensional y conceptual del problema real, así como por las magnitudes económicas asociadas a las inversiones involucradas, los agentes activos quieren asegurarse de la calidad de su prescripción en términos de robustez y consistencia, dada la información disponible.
- Los restantes agentes activos están contestes en que las IR tienen un rol relevante dentro del proceso de decisión, por lo que su determinación no debe ser tomada a la ligera.

Con base en las premisas anteriores, el problema bajo estudio corresponde al Caso 1 de la tipología descrita en la Sección 3.2, desarrollado en detalle en la Sección 3.3: cálculo de las IR con posibilidad de acuerdo entre los miembros de la unidad de decisión. En tal sentido, se selecciona uno de los métodos ilustrados en la Sección 3.3, a saber:

- Clasificación según el Orden de Importancia (CODI)
- Comparaciones pareadas (COPA)
- MACBETH
- Proceso Analítico Jerárquico (PAJ)

Para tal selección, el analista investigador y el facilitador en toma de decisiones propusieron 11 criterios de igual ponderación²⁸ para evaluación de los métodos:

- C1: Capacidad de explotación de la intensidades de las preferencias
- C2: Respeto al criterio de Miller²⁹ (7 ± 2)
- C3: Tiempo Requerido a la unidad de decisión para expresar sus juicios
- C4: Capacidad para poner en evidencia juicios inconsistentes
- C5: Existencia de software profesional
- C6: Sustentación teórica del modelo de decisión
- C7: Grado de divulgación
- C8: Capacidad de procesamiento de juicios cualitativos
- C9: Sustentación matemática del algoritmo
- C10: Dificultad de ser ejecutado manualmente
- C11: Inteligibilidad para los no expertos en métodos de toma de decisiones

La Tabla 3.43 muestra la evaluación cualitativa de los métodos según cada criterio. La selección de la técnica para determinar IR puede ser ejecutada por un método de inspiración electoral sencillo, como lo es el Borda Count. La Tabla 3.44 muestra los ordenamientos individuales de los métodos considerados y la Tabla 3.45 muestra el orden agregado. En consecuencia, para calcular las IR de los atributos macroeconómicos en el problema investigado se utilizará el PAJ. En este sentido, en la Tabla 3.46, se dispone el tipo de información de entrada y de salida para la ejecución del PAJ, y la generación de las IR de los atributos macroeconómicos.

La Figura 3.13, réplica de la 2.4, retoma el esquema jerárquico definitivo de los atributos macroeconómicos del problema bajo estudio. En primer nivel se ubican los impactos recogidos en el Valor Agregado Bruto (VAB) y en el Mercado Laboral. El VAB a su vez recoge los impactos de las Remuneraciones más Ingreso Mixto (REO+IM) y del Excedente de Explotación (EE), y a partir de tres atributos emanan distintos agrupamientos (Grupos del 4 al 1), ya descritos en el Capítulo 2. De igual manera la Figura 3.14 que reproduce la Figura 2.5, despliega en detalle las actividades del grupo 1 (cuyos significados se listaron en la Tabla 2.1), y recoge a su vez los agrupamientos de tales actividades en los elementos de niveles superiores (Tablas 2.2 al 2.4).

²⁸ El analista investigador y el facilitador en toma de decisiones adoptan esta ponderación igualitaria, debido a que la discusión entre los agentes activos que conlleva el caso 1, previa a la emisión de una valoración, actúa como un tamiz reductor de inconsistencias, si este no fuera el caso, a los ojos de estos agentes el criterio C4 tendría una mayor IR.

²⁹ Este criterio responde al hecho que el ser humano es capaz de manejar entre 5 y 9 elementos simultáneamente manteniendo un buen nivel de consistencias en sus juicios [MILL56].

Este proceder del analista investigador responde a dos requerimientos. El primero de tipo cognitivo, a los fines de tener junto con la visión holística del esquema jerárquico una visión analítica de las relaciones que permiten agrupar las actividades en clases. El segundo requerimiento, es de tipo práctico para mantener coherencia con el criterio de Miller (7 ± 2). No está demás, insistir en que cada uno de los atributos macroeconómicos (REO+IM, EE y PO) se expresan, a su nivel más elemental, en las 44 actividades económicas del Grupo 1, es decir, El Grupo 1 es el conjunto de entradas necesarias y suficientes para captar las consecuencias de la ejecución de cada proyecto de inversión.

Tabla 3.43
Desempeño de los métodos

Criterio\ Método	CODI	COPA	MACBETH	PAJ
C1	No	No	Si	Si
C2	No	No	Si	Si
C3	Bajo	Medio	Medio	Medio
C4	Baja	Baja	Media	Alta
C5	No	No	Si	Si
C6	Baja	Baja	Media	Media
C7	Bajo	Medio	Medio	Alto
C8	No	No	Si	Si
C9	Baja	Media	Alta	Alta
C10	Baja	Baja	Alta	Media
C11	Baja	Baja	Alta	Alta

Tabla 3.44
Ordenamiento de los métodos por criterio

Criterio\ Método	CODI	COPA	MACBETH	PAJ
C1	3	3	1	1
C2	3	3	1	1
C3	1	2	2	2
C4	3	3	2	1
C5	3	3	1	1
C6	3	3	1	1
C7	4	2	2	1
C8	3	3	1	1
C9	4	3	1	1
C10	1	1	4	3
C11	1	1	3	3

Tabla 3.45
Orden agregado de los métodos

Método	Puntos Totales	Orden
CODI	26	4
COPA	28	3
MACBETH	36	2
PAJ	39	1

Tabla 3.46
Información de entrada y salida en el método PAJ

Entradas
<ul style="list-style-type: none"> • Atributos macroeconómicos estimados por el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS. • Comparaciones pareadas entre los atributos macroeconómicos
Salidas
<ul style="list-style-type: none"> • Importancia relativa de los atributos macroeconómicos • Razón de consistencia de los juicios de la unidad de decisión

Figura 3.13
Esquema jerárquico definitivo

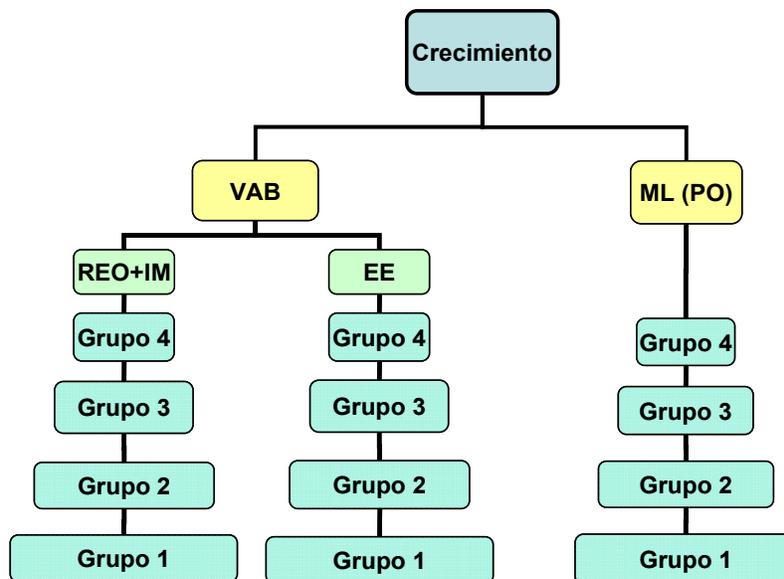
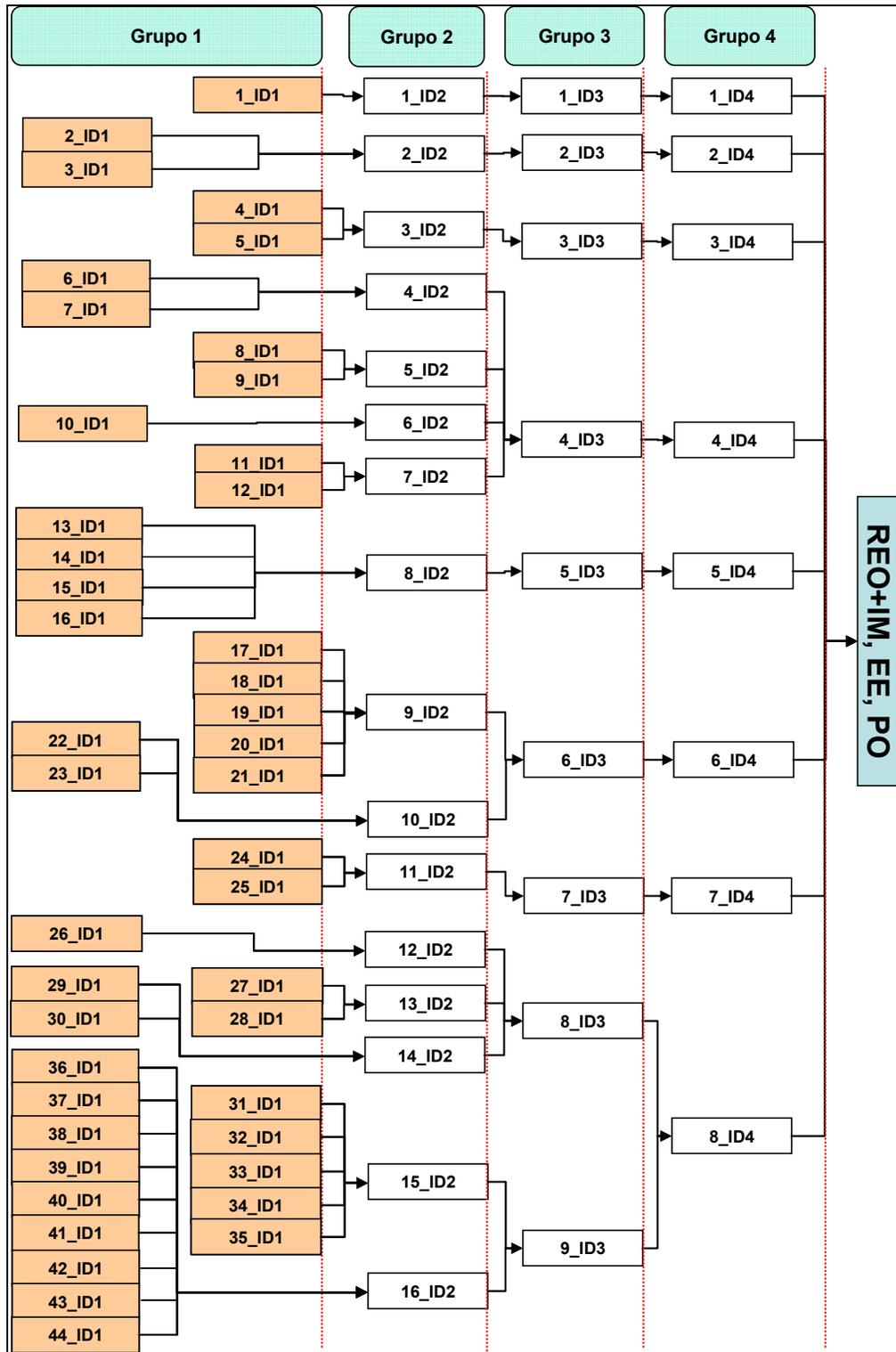


Figura 3.14
Estructura de agregación de los atributos macroeconómicos



La ejecución del PAJ para el VAB y el PO se ilustra en la Tabla 3.47, en ella se leen dos elementos esenciales: el vector de IR (0.83, 0.17) y la razón de consistencia (RC) = 0. Este resultado se interpreta como que la IR del VAB en el crecimiento, denotado como IR(VAB/Crecimiento), es del 83%, y la IR(PO/Crecimiento) es del 17% a los ojos de la unidad de decisión, y además, que está fue consistente en los juicios emitidos. La Tabla 3.48 muestra los resultados de aplicar el PAJ para los dos atributos macroeconómicos REO+IM y EE, como afluentes del VAB. En ella se leer que IR(REO+IM/VAB) = 0.875 y que IR(EE/VAB) = 0.125 a los ojos de la unidad de decisión, la cual, se mostró consistente en sus juicios (RC = 0).

La Figura 3.15 ilustra la relación entre las IR que acaban de ser explicadas sobre el esquema jerárquico definitivo, surge de inmediato la pregunta ¿cuál es la IR de un atributo macroeconómico como el EE en el crecimiento? Para el EE la IR en el crecimiento viene dada por el producto de su importancia dentro del VAB por la importancia del VAB en el crecimiento, es decir,

$$IR(EE/Crecimiento) = IR(EE/VAB) * IR(VAB/Crecimiento) = 0.125 * 0.83 = 0.10$$

en forma similar se tiene

$$IR(REO+IM/Crecimiento) = IR(REO+IM/VAB) * IR(VAB/Crecimiento) = 0.875 * 0.83 = 0.73$$

En dicha Figura 3.15 se ha representado el cálculo que viene de ser descrito. En resumen, la Tabla 3.49 ilustra la IR de los atributos macroeconómicos relevantes en el crecimiento.

Tabla 3.47
IR del VAB y del PO en el crecimiento

Atributos Macroeconómicos	Criterios	1	2	Mat A
VAB Valor Agregado Bruto	1	1	5	
PO Mercado Laboral (Personal Ocupado)	2	1/5	1	
n= 2	Total	1.20	6.00	
				Prom
				Fila=Wt=Pesos
Normalización	1	5/6	5/6	0.83
Norm=(aij/Total)	2	1/6	1/6	0.17
Autovector	1	1.7		
AwT	2	0.3		
				Autovalores
				lamda= AwT/wT
				lamda max
				2
				2
				2
IC= (lamda max-n)/(n-1)				0
IA =0		RC=IC/IA		0
Si RC=IC/IA <0,1 los juicios emitidos son satisfactorios		RC<0,1		Satisfactorio

Tabla 3.48
IR(REO+IM/VAB) e IR(EE/VAB) mediante el PAJ

Atributos Macroeconómicos		Criterios		1	2	Mat A
REO+IM	REO+Ingreso Mixto	1	1	7		
EE	Excedente de Explotación	2	1/7	1		
n= 2		Total	1.14	8.00		
						Prom
						Fila=Wt=Pesos
Normalización		1	7/8	7/8		0.875
Norm=(aij/Total)		2	1/8	1/8		0.125
Autovector		1	1.8		Autovalores	2
AwT		2	0.3		lamda= AwT/wT	2
					lamda max	2
IC= (lamda max-n)/(n-1)		IC				0
IA =0		RC=IC/IA				0
Si RC=IC/IA <0,1 los juicios emitidos son satisfactorios		RC<0,1			Satisfactorio	

Figura 3.15
Relación jerárquica de los principales atributos macroeconómicos y sus aportes

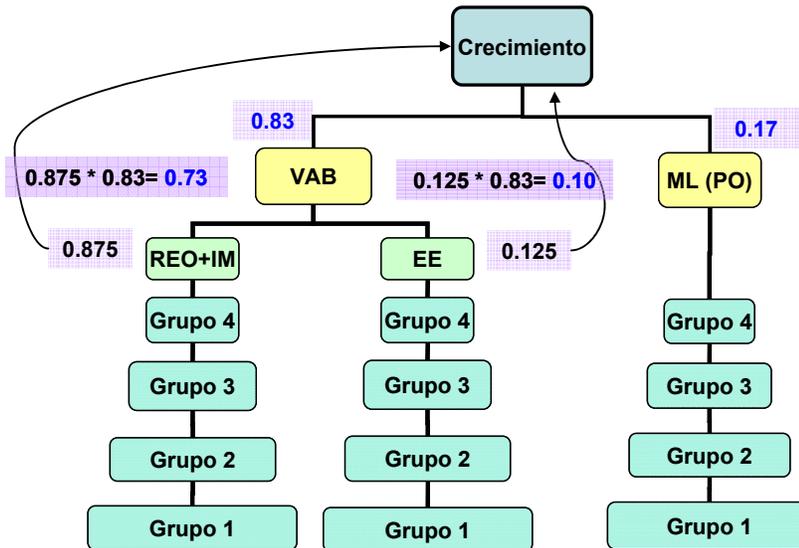


Tabla 3.49
IR de los atributos macroeconómicos relevantes en el crecimiento

Atributos macroeconómicos	IR(Cj/Crecimiento)
C1 (REO+IM)	0,73
C2 (EE)	0,10
C3 (PO)	0,17

Es perfectamente posible generalizar el cálculo anterior para la determinación de la IR de un atributo macroeconómico de cualquier nivel en cualquier otro al que confluya. Para ilustrar este hecho, se plantea calcular la IR del atributo 42_ID1 en el crecimiento vía EE³⁰. Con ese propósito se introduce la Figura 3.16 (adaptación de la 3.14) donde se ha destacado la “cuenca” que es preciso recorrer. La Figura 3.16 es una extracción de las ramas pertinentes para este cálculo. No está demás insistir en que las 44 actividades del Grupo 1 confluyen en los tres atributos macroeconómicos principales y su organización jerárquica es la misma, por ello, en las Figuras 3.14, 3.16 y 3.17 la REO+IM, el EE y el PO se muestran en una caja común; sin embargo, no existe razón alguna para que la IR de un atributo elemental como el 42_ID1 sea la misma en los tres casos.

La secuencia de cálculo es como sigue:

1. Aplicar el PAJ para determinar la IR del atributo 42_ID1 como afluente de 16_ID2, denotada $IR(42_ID1/16_ID2)$. Las Tablas 3.50, 3.51 y 3.52 muestran la matriz de comparaciones pareadas, la matriz de normalizada con el vector de IR, y la verificación de consistencia respectivamente. Para las comparaciones pareadas el analista investigador debe recordar permanentemente a la unidad de decisión, que el juicio a emitir está referido al contexto del atributo macroeconómico EE. Nótese que $n = 9$, por tanto, en estas comparaciones el riesgo de ser inconsistente fue máximo. El resultado de este paso es:

$$IR(42_ID1/16_ID2) = 0,22$$

2. Aplicar el PAJ para determinar la IR del atributo 16_ID2 (Grupo 2) como afluente de 9_ID3 (Grupo 3) vía EE. La Tabla 3.53 muestra todos los cálculos. Nótese que $n = 2$, por tanto, en estas comparaciones el riesgo de ser inconsistente es nulo. El resultado de este paso es:

$$IR(16_ID2/9_ID3) = 0.83$$

por tanto

$$IR(42_ID1/9_ID3) = IR(42_ID1/16_ID2) * IR(16_ID2/9_ID3) = 0,22 * 0.83 = 0.18$$

3. Aplicar el PAJ para determinar la IR del atributo 9_ID3 sobre 8_ID4. La Tabla 3.54 resume todos los cálculos. El resultado de este paso es:

$$IR(9_ID3/8_ID4) = 0.80$$

por tanto

$$IR(42_ID1/8_ID4) = IR(42_ID1/9_ID3) * IR(9_ID3/8_ID4) = 0.18 * 0.80 = 0.15$$

4. Aplicar el PAJ para determinar la IR del atributo 8_ID4 como afluente del EE, denotada $IR(8_ID4/EE)$. Las Tablas 3.55, 3.56 y 3.57 muestran la matriz de comparaciones pareadas, la

³⁰ Correspondiente al transporte, almacenamiento y comunicaciones que realiza el sector publico (Tabla 2.1)

matriz normalizada con el vector de IR, y la verificación de consistencia respectivamente. El resultado de este paso es:

$$IR(8_ID4/EE) = 0.03$$

por tanto

$$IR(42_ID1/EE) = IR(42_ID1/8_ID4) * IR(8_ID4/EE) = 0.15*0.03 = 0.005$$

5. La IR del atributo 42_ID1 sobre el criterio focal Crecimiento, estimado a través del EE viene dado por

$$IR(42_ID1/Crecimiento) = IR(42_ID1/EE) * IR(EE/Crecimiento) = 0.005*0.10 = 0.0005$$

dado que IR(EE/Crecimiento) fue calculado en la Tabla 3.48 e ilustrado en la Figura 3.15.

La Figura 3.18 muestra todas las importancias calculadas mediante el PAJ y resalta los valores pertinentes para el cálculo de IR (42_ID1/EE), por otra parte, la Figura 3.19 muestra las IR de todos los atributos que confluyen en el EE, un trabajo análogo debe ser realizado para los restantes atributos macroeconómicos REO+IM y PO.

La IR de un atributo C_p^j afluente de otro atributo C_q^i en una jerarquía que contiene $m+1$ niveles de atributos numerados $0, 1, 2, \dots, m$, siendo el nivel 0 el correspondiente al atributo focal, se tiene que para todo (i,j) tal que $0 \leq i < j \leq m$

$$IR(C_p^j / C_q^i) = \prod_{k=0}^{j-i-1} IR(C_p^{j-k} / C_q^{j-1-k})$$

Independientemente de que la técnica indique el cumplimiento de características deseables como la consistencia, cohesión, exhaustividad, no redundancia, en otras, nunca está demás analizar con ojo crítico la semántica de los resultados obtenidos. Por ejemplo, al atributo macroeconómico EE (Excedente de Explotación) confluyen los atributos 2_ID4 (Extracción de petróleo crudo y gas natural y actividades de servicios vinculadas, excepto las actividades de prospección), 3_ID4 (Construcción no residencial) y 7_ID4 (Generación, captación y distribución de energía eléctrica), en el contexto del atributo focal crecimiento, a juicios del autor debería cumplirse que:

$$2_ID4 \gg 3_ID4 \gg 7_ID4$$

donde \gg se lee “más importante que”. Es decir, en términos de IR debería obtenerse que:

$$IR(2_ID4/EE) > IR(3_ID4/EE) > IR(7_ID4/EE)$$

en efecto, de la Figura 3.19 se tiene

$$0,35 > 0.23 > 0.15$$

Figura 3.16
Recorrido en la jerarquía del atributo 42_ID1 hacia el crecimiento

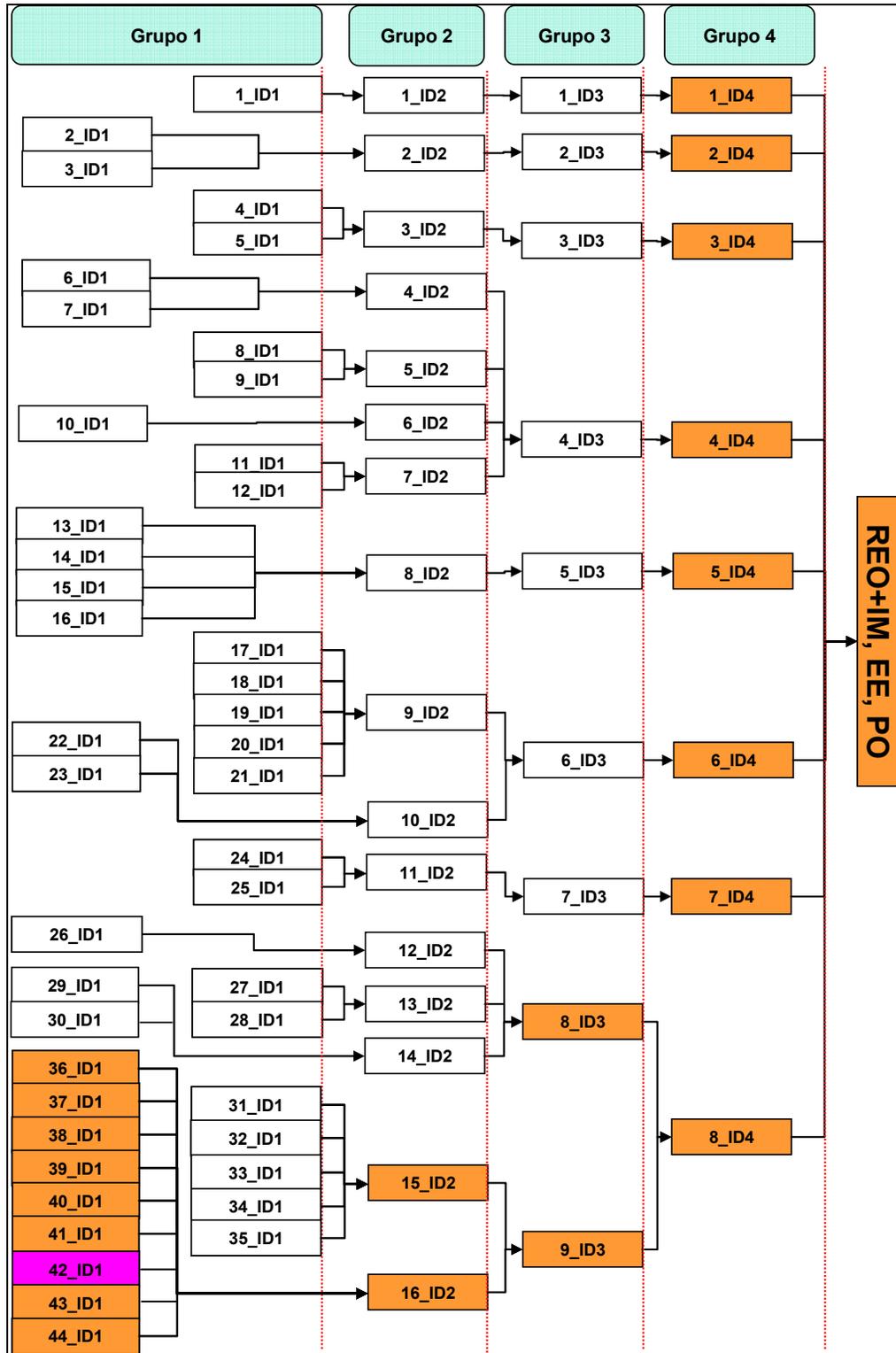


Figura 3.17

Extracción del recorrido en la jerarquía del atributo 42_ID1 hacia el crecimiento

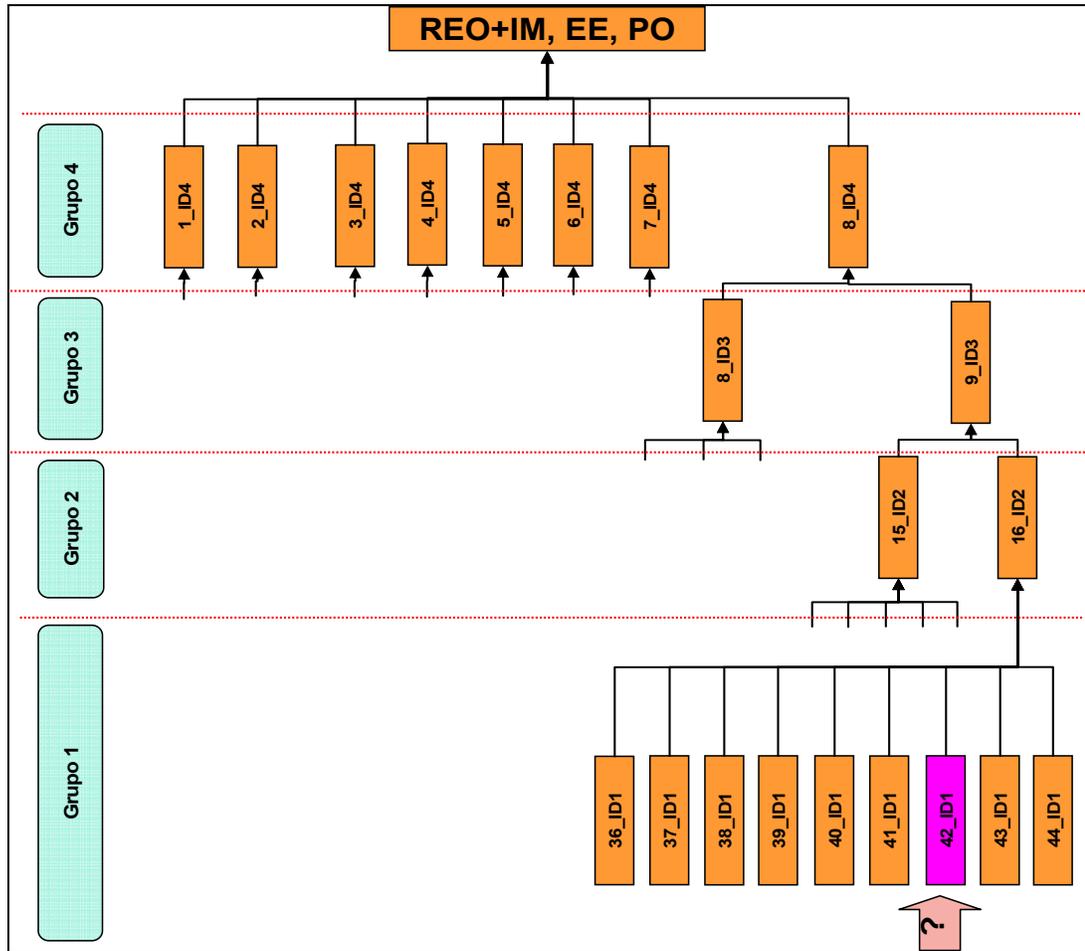


Tabla 3.50

Matriz de comparaciones pareadas para la IR(42_ID1/16_ID2)

Atributo Macro.: 16 Servicios, 16 comercio y transporte		ID	36	37	38	39	40	41	42	43	44	Mat A
36_ID1	Actividades inmobiliarias, empresariales y alquiler	36	1	2	1	1/2	1/7	1/7	1/4	1/2	1/2	
37_ID1	Hoteles y restaurantes	37	1/2	1	1/2	3	1/5	1/5	1/5	1/2	1/3	
38_ID1	NSO - Comercio	38	1	2	1	1/3	1/5	1/6	1/3	1/2	1	
39_ID1	NSO - Transporte, Almacenamiento y correos	39	2	1/3	3	1	1/4	1/5	1/3	1	2	
40_ID1	PRI - Intermediación financiera	40	7	5	5	4	1	1	1/2	3	2	
41_ID1	PUB - Intermediación financiera	41	7	5	6	5	1	1	1/2	3	2	
42_ID1	PUB - Transporte, Almacenamiento y correos	42	4	5	3	3	2	2	1	2	3	
43_ID1	SOC - Transporte, Almacenamiento y correos	43	2	2	2	1	1/3	1/3	1/2	1	1	
44_ID1	SOC (PUB + PRI) - Comercio	44	2	3	1	1/2	1/2	1/2	1/3	1	1	
n= 9	Total		26.5	25.3	22.5	18.3	5.6	5.5	4.0	12.5	12.8	

Tabla 3.51
Matriz normalizada para la IR(42_ID1/16_ID2)

Atributo Macro.: 16 Servicios, comercio y transporte		Criterios										Pesos	
16	Normalización	36	0.04	0.08	0.04	0.03	0.03	0.03	0.06	0.04	0.04	0.04	0.04
	A _{Norm} =(a _{ij} /Total)	37	0.02	0.04	0.02	0.16	0.04	0.04	0.05	0.04	0.03	0.05	0.05
		38	0.04	0.08	0.04	0.02	0.04	0.03	0.08	0.04	0.08	0.08	0.08
		39	0.08	0.01	0.13	0.05	0.04	0.04	0.08	0.08	0.16	0.16	0.16
		40	0.26	0.20	0.22	0.22	0.18	0.18	0.13	0.24	0.16	0.20	0.20
		41	0.26	0.20	0.27	0.27	0.18	0.18	0.13	0.24	0.16	0.21	0.21
		42	0.15	0.20	0.13	0.16	0.36	0.36	0.25	0.16	0.23	0.22	0.22
		43	0.08	0.08	0.09	0.05	0.06	0.06	0.13	0.08	0.08	0.08	0.08
		44	0.08	0.12	0.04	0.03	0.09	0.09	0.08	0.08	0.08	0.07	0.07

Tabla 3.52
Verificación de consistencia para la IR(42_ID1/16_ID2)

Atributo Macro.: 16 Servicios, comercio y transporte		Criterios		Autovalores	
16	Autovector	36	0.4	lamda= AwT/wT	9.71
	AwT	37	0.5		10.55
		38	0.5		9.41
		39	0.7		9.32
		40	2.0		9.96
		41	2.1		10.03
		42	2.2		9.76
		43	0.7		9.58
		44	0.7		11.13
				lamda max	9.94
IC= (lamda max-n)/(n-1)		IC	0.12		
IA =1.45		RC=IC/IA	0.08		
Si RC=IC/IA <0,1 los juicios emitidos son satisfactorios		RC<0,1	Satisfactorio		

Tabla 3.53
IR(16_ID2/9_ID3) mediante el PAJ

Atributo Macro.: 9 Servicios, comercio, transporte, electricidad, administración pública, defensa, salud y educación		ID		Mat A	
15_ID2	Administración Pública, Defensa, Educación y Salud	15	1	16	1/5
16_ID2	Servicios, comercio y transporte	16	5	16	1
n= 2		Total	6		1.20
		Pesos			
Normalización		15	0.17	16	0.17
A _{Norm} =(a _{ij} /Total)		16	0.83	16	0.83
Autovector		15	0.3	Autovalores	
AwT		16	1.7	lamda= AwT/wT	
				lamda max	
				2	
IC= (lamda max-n)/(n-1)		IC	0		
IA =0		RC=IC/IA	0		
Si RC=IC/IA <0,1 los juicios emitidos son satisfactorios		RC<0,1	Satisfactorio		

Tabla 3.54

IR(9_ID3/8_ID4) mediante el PAJ

Atributo Macro.: 8 Servicios, comercio, transporte, administración pública, defensa, salud, educación y 8 resto de actividades		ID	8	9	Mat A
8_ID3	Resto de Actividades Servicios, comercio, transporte, electricidad, administración	8	1	1/4	
9_ID3	pública, defensa, salud y educación	9	4	1	
n= 2		Total	5	1.25	
Normalización ANorm=(aij/Total)		8	0.20	0.20	0.20
		9	0.80	0.80	0.80
Autovector AwT		8	0.4		Autovalores lamda= AwT/wT lamda max
		9	1.6		2
					2
					2
IC= (lamda max-n)/(n-1);IC				0	
IA =0				0	
RC=IC/IA				0	
Si RC=IC/IA <0,1 los juicios emitidos son satisfactorios			RC<0,1	Satisfactorio	

Tabla 3.55

Matriz de comparaciones pareadas para la IR(8_ID4/EE)

Atributos Macroeconómicos: EE		ID4	1	2	3	4	5	6	7	8	Mat A
1_ID4	Agricultura, ganadería, caza y silvicultura, incluye pesca	1	1	1/7	1/4	1	1/3	1/2	1/4	1	
2_ID4	Extracción de petróleo crudo y gas natural y actividades de servicios vinculadas, excepto las actividades de prospección	2	7	1	2	3	5	6	3	9	
3_ID4	Construcción no residencial	3	4	1/2	1	3	4	5	2	7	
4_ID4	Fabricación de productos químicos, de plásticos, de prendas de vestir y de productos de la refinación del petróleo y Combustible Nuclear	4	1	1/3	1/3	1	1	3	1/3	3	
5_ID4	Fabricación de otros productos elaborados de metal, minerales no metalicos, industrias básicas hierro y acero	5	3	1/5	1/4	1	1	3	1/3	2	
6_ID4	Fabricación de maquinaria de uso general, de aparatos electricos, de equipos de transporte y resto de productos manufacturados	6	2	1/6	1/5	1/3	1/3	1	1/3	1/2	
7_ID4	Generación, captación y distribución de energía eléctrica	7	4	1/3	1/2	3	3	3	1	3	
8_ID4	Servicios, comercio, transporte, administración pública, defensa, salud, educación y resto de actividades	8	1	1/9	1/7	1/3	1/2	1/2	1/3	1	
n= 8		Total	23.0	2.8	4.7	12.7	15.2	22.0	7.6	26.5	

Tabla 3.56

Matriz normalizada para la IR(8_ID4/EE)

ID4	Atributos Macroeconómicos: EE	Criterios									Pesos
	Normalización	1	0.04	0.05	0.05	0.08	0.02	0.02	0.03	0.04	0.04
	ANorm=(aij/Total)	2	0.30	0.36	0.43	0.24	0.33	0.27	0.40	0.34	0.35
		3	0.17	0.18	0.21	0.24	0.26	0.23	0.26	0.26	0.23
		4	0.04	0.12	0.07	0.08	0.07	0.14	0.04	0.11	0.08
		5	0.13	0.07	0.05	0.08	0.07	0.14	0.04	0.08	0.08
		6	0.09	0.06	0.04	0.03	0.02	0.05	0.04	0.02	0.04
		7	0.17	0.12	0.11	0.24	0.20	0.14	0.13	0.11	0.15
		8	0.04	0.04	0.03	0.03	0.03	0.02	0.04	0.04	0.03

Tabla 3.57
Verificación de consistencia para la IR(8_ID4/EE)

ID4 Atributos Macroeconómicos: EE		Criterios		Autovalores	
	Autovector	1	0.4	lamda= AwT/wT	8.31
	AwT	2	2.8		7.93
		3	1.9		8.42
		4	0.7		8.17
		5	0.7		8.19
		6	0.4		8.25
		7	1.3		8.47
		8	0.3		8.38
				lamda max	8.26
IC= (lamda max-n)/(n-1)		IC	0.038		
IA =1,41		RC=IC/IA	0.027		
Si RC=IC/IA <0,1 los juicios emitidos son satisfactorios		RC<0,1	Satisfactorio		

Figura 3.18
IR pertinentes en el cálculo de IR(42_ID1/EE)

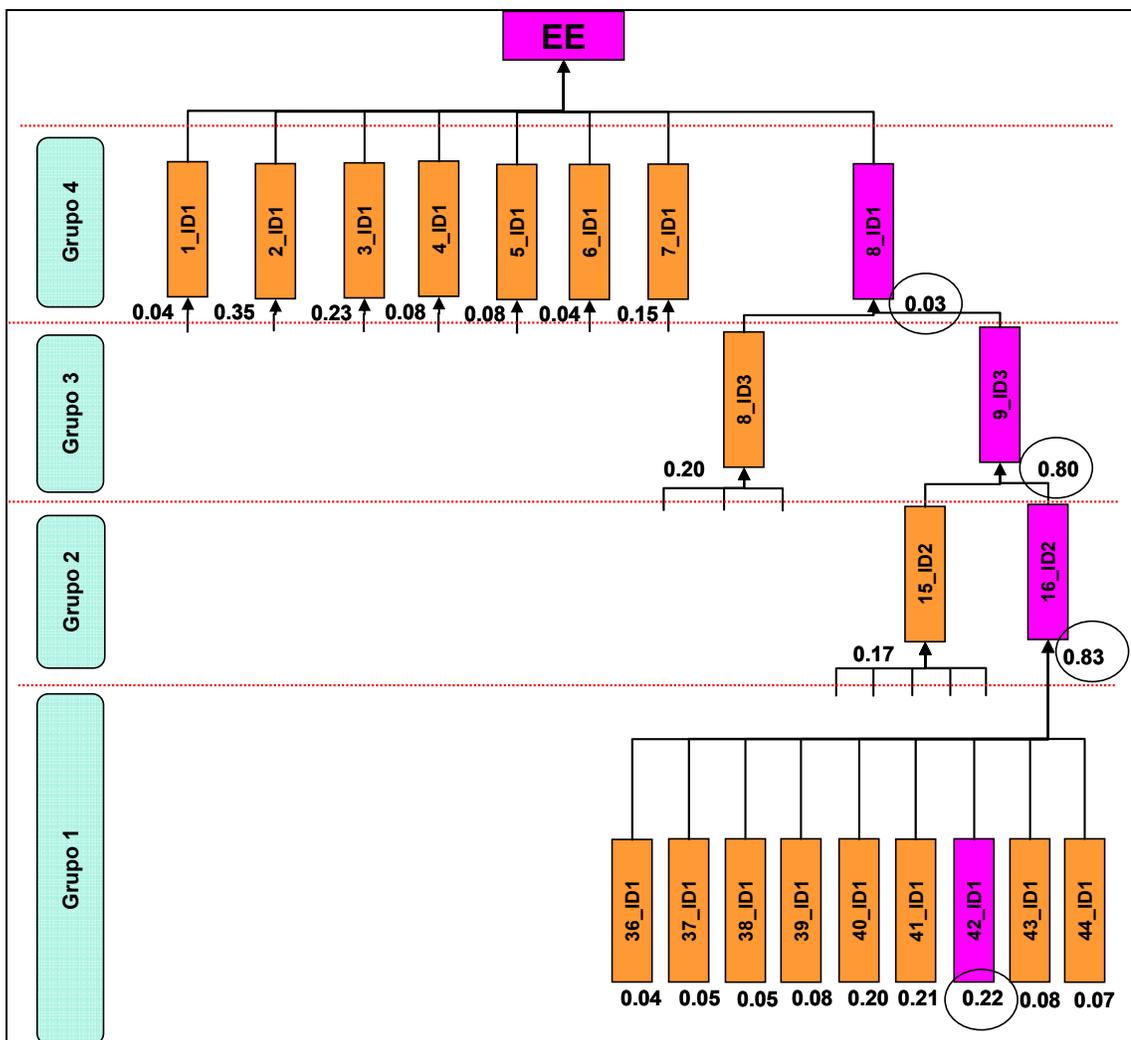
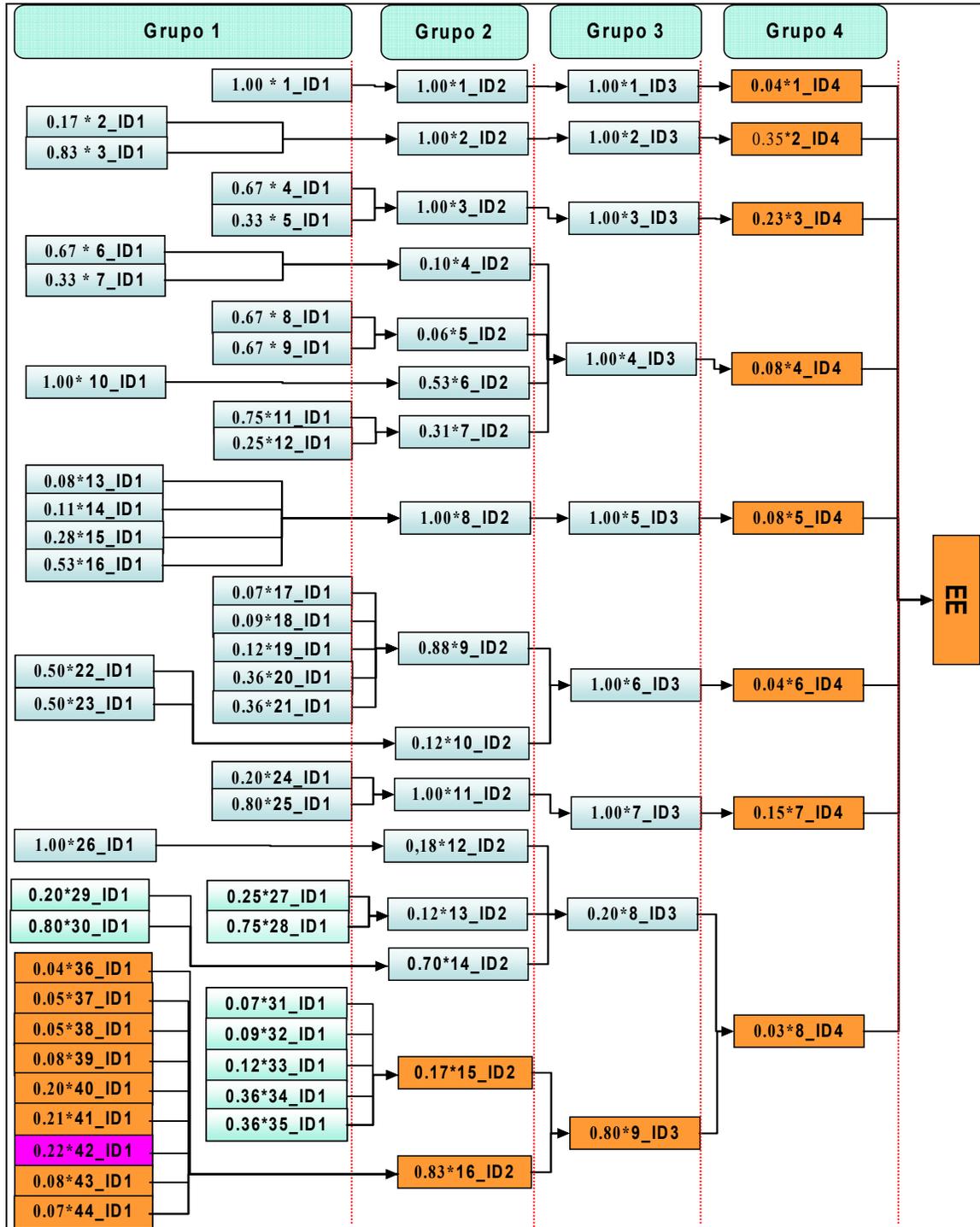


Figura 3.19

IR sobre la estructura de agregación de los atributos afluentes al EE



El arreglo de IR obtenido encuentra justificación en el contexto de país petrolero, básicamente monoprodutor. Se sabe por experiencia que la rentabilidad de este sector es alta y sin perder de vista que el objetivo es el crecimiento, se tendrá una mayor inclinación a otorgar mayor relevancia a aquellos atributos que recojan el impacto en el negocio petrolero, como es caso de 2_ID4. Por otro

lado, actividades como la construcción no residencial (3_ID4) también se ven favorecidas en términos de relevancia, pero en menor grado, por el hecho de generar directamente importantes excedentes de capital. Por último, la menor relevancia de 7_ID4 se sustenta en un efecto indirecto, como lo es la intensificación del sector eléctrico, ya que la ejecución de cualquier proyecto tiene el potencial de aumentar la demanda favoreciendo los excedentes. De acuerdo con lo expresado, una unidad de decisión ubicada en el contexto de país petrolero coincidirá con las preferencias indicadas.

3.6 CONSISTENCIA Y ROBUSTEZ DE LAS IR

A lo largo del capítulo se ha descrito una gama (no exhaustiva) de métodos para estimar las IR, con ello se ha querido evidenciar que la elección de un arreglo de IR, reflejo de las preferencias de la unidad de decisión sobre los atributos macroeconómicos evaluados, juega un papel crucial dentro del proceso de toma de decisiones, constituyéndose en un hito sobre el cual el analista investigador procurará el máximo de adhesión. Más aún, los métodos han sido expuestos siguiendo la tipología de la Sección 3.2, la cual los califica en dos grupos por razones eminentemente prácticas.

En la Sección 3.3, el lector acucioso habrá podido observar lo que se muestra en la Tabla 3.58. Allí se resumen las IR extraídos por MACBETH (Tabla 3.13) y PAJ (Tabla 3.19), a una misma unidad de decisión sobre el mismo problema. Es claro que los valores son diferentes, a pesar de que ambos métodos exigen que la unidad de decisión les suministre la misma información, lo cual se debe, a que operan a nivel procedimental con modelos distintos³¹. La pregunta obvia es ¿estás diferencias son relevantes? Esta pregunta debe ser respondida a dos niveles:

- El primero, reside en exigir consistencia al vector IR, esto es, que las IR obtenidas concuerden con el orden de preferencias asignado a los criterios. Esta corroboración se realiza *ex ante*.
- El segundo nivel reside en estimar más que una IR para cada criterio, un intervalo que le sirva de rango de variación [ROYB93], a fin de que el ordenamiento de las opciones se mantenga. Esto se denominará análisis de robustez [ZELE82]. Obviamente este análisis se realiza *ex post*.

En la Sección 3.4 se observa que si se usan dos métodos de agregación de IR como el Borda Count (Tabla 3.25) y el OBO (Tabla 3.37), se repite la situación anterior como lo muestra la Tabla 3.59. Ambos métodos requieren la misma información de las unidades de decisión, mas uno está basado en la pluralidad y el otro en la regla de la mayoría³².

³¹ El método MACBETH busca la escala básica más compacta consistente con el orden de organización de los criterios, y compatible con la intensidad de atractivo de un criterio con respecto a otro. El PAJ por su parte, simplemente calcula el autovector correspondiente al máximo autovalor de la matriz de comparaciones pareadas.

³² Esta diferencia se observa en métodos de naturaleza similar como el Borda Count y el Trimedia o el BOM y el OBO.

Tabla 3.58
IR obtenidas por los métodos MACBETH y PAJ

Atributos	MACBETH	PAJ
C1 (REO+IM)	0,58	0,66
C2 (EE)	0,17	0,08
C3 (PO)	0,25	0,26

Es válido cuestionarse sobre la relevancia de estas diferencias, caben los siguientes comentarios.

- El analista investigador puede intentar verificar la consistencia del agregado con uno o más miembros de la unidad de decisión, a fin de hacerse una idea de la fracción de consistencia. También puede correlacionar la agregación obtenida, con las IR emitidas individualmente a los fines de estimar la diversidad expresada por los miembros de la unidad de decisión, y tratar de justificarla en términos del sistema de valores de cada miembro si es que ello es posible.
- A igual que en el caso anterior, se determina mediante el análisis de robustez el rango de variación de cada IR del agregado, de forma tal que la jerarquía de las opciones se mantenga invariable. A este nivel, el analista investigador podrá determinar el porcentaje de unidades de decisión que apalanca el ordenamiento definitivo de los proyectos de inversión pública.

Tabla 3.59
IR obtenidas por los métodos Borda Count y OBO

Atributos	Borda Count	OBO
C1 (REO+IM)	0.34	0,43
C2 (EE)	0.27	0.21
C3 (PO)	0,29	0,32
C4 (CA)	0,10	0,04

Adicionalmente, la IR de un criterio es sensible a detalles técnicos como la selección de la función de valor y al esquema de normalización. En tal sentido, la Tabla 3.60 muestra la influencia dos funciones de valor distintas con un mismo esquema de normalización, mientras que la Tabla 3.61, ilustra la consecuencia de seleccionar dos esquemas distintos de normalización para una misma función de valor. En ambos casos, un mismo problema fue tratado por el mismo método (Tabla 3.36) y la misma unidad de decisión. El autor de este trabajo considera que tales variaciones serán contempladas dentro de los análisis de consistencia y robustez antes propuestos, sin embargo, que no está demás, mantener en lo posible un esquema uniforme de trabajo.

Tabla 3.60

Influencia de la función de valor en la IR (método BOM)³³

Atributos	Orden agregado	V1(Cj)	V2(Cj)	NormV1(Cj)	NormV2(Cj)	IR_V1(Cj)	IR_V2(Cj)
C1 (REO+IM)	1	4	1	1,00	1,00	0,40	0,48
C2 (EE)	3	2	1/3	0,50	0,33	0,20	0,16
C3 (PO)	2	3	1/2	0,75	0,50	0,30	0,24
C4 (CA)	4	1	1/4	0,25	0,25	0,10	0,12

Tabla 3.61

Influencia del esquema de normalización en la IR (método BOM)³⁴

Atributos	Orden agregado	V(Cj)	Norm1V(Cj)	Norm2V(Cj)	IR_Norm1V(Cj)	IR_Norm2V(Cj)
C1 (REO+IM)	1	4	1,00	1,00	0,40	0,50
C2 (EE)	3	2	0,50	0,33	0,20	0,17
C3 (PO)	2	3	0,75	0,67	0,30	0,33
C4 (CA)	4	1	0,25	0,00	0,10	0,00

3.7 CONCLUSIÓN

Hasta ahora la labor asignada al BCV en lo referente a la evaluación de los impactos sobre los atributos macroeconómicos derivados del Modelo de Multiplicadores basado en las MCS, ha consistido básicamente en su estimación y análisis. Este capítulo ha recogido un conjunto de elementos que contribuyen al modelado de las preferencias de la unidad de decisión frente a tales impactos, proveyendo diversos esquemas para determinar las IR de los atributos pertinentes a una situación de decisión dada (jerarquizar los criterios). El caso específico tratado versa sobre el ordenamiento de proyectos de inversión pública, más la propuesta no se limita a esta aplicación.

Los métodos de AMC para sintetizar las preferencias de la unidad de decisión han sido agrupados desde un punto de vista práctico, esto es, reflejando una dificultad muy común a la que se enfrenta el analista investigador, como lo es, el nivel de acceso y de interacción de los agentes activos. En este sentido, ahora se pueden recoger las preferencias del MPD y del BCV, y de igual manera, se pueden incorporar las preferencias de otras instituciones, no necesariamente alineadas con las organizaciones ya mencionadas.

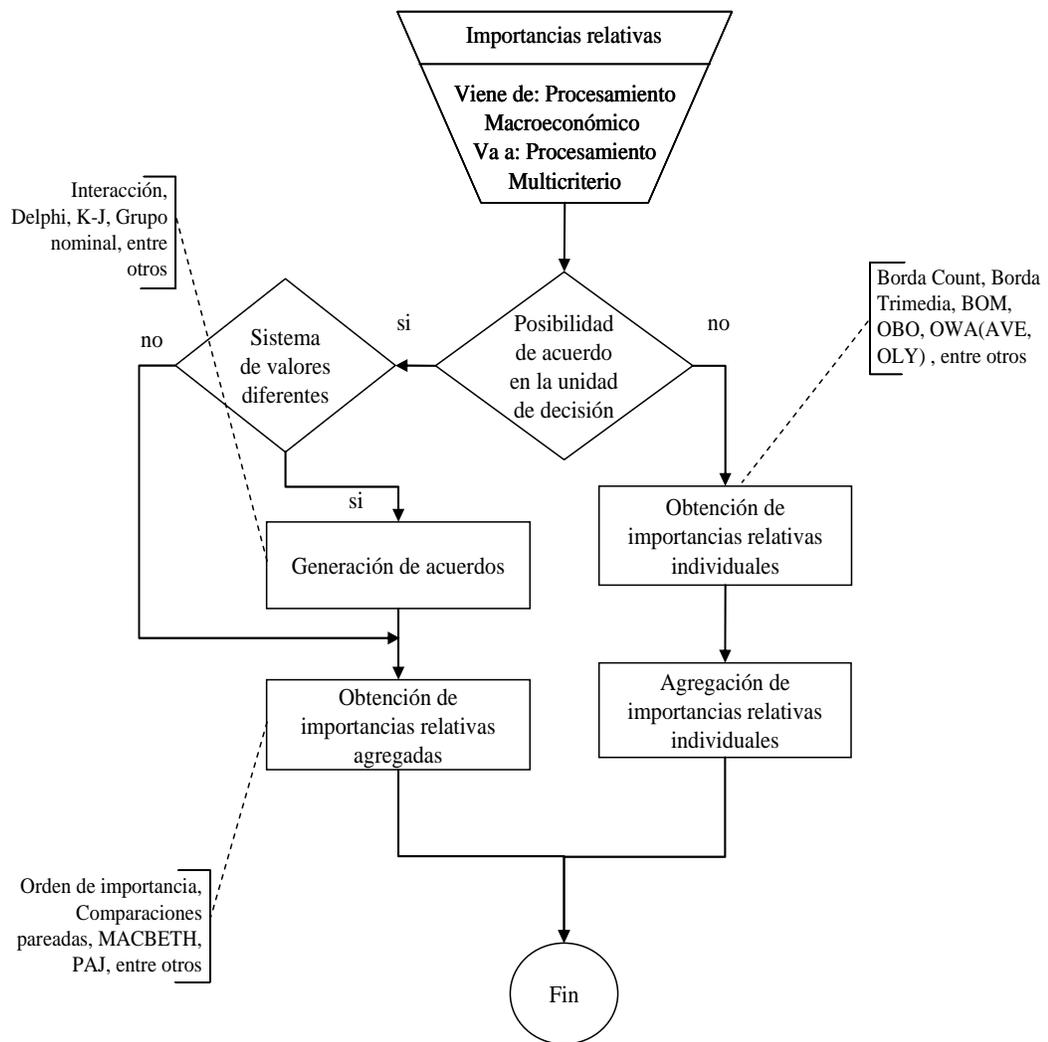
En cuanto al caso de estudio, caracterizado por la posibilidad de generar acuerdos entre los agentes activos, se utilizó como método de agregación el PAJ, básicamente por su ergonomía de

³³ V2 está definida en términos relativos Sección 3.3.1.

³⁴ Norm2V está definida sobre el recorrido (Sección 2.8).

para la unidad de decisión, porque permite monitorear la consistencia de los juicios emitidos, debido a que respeta el criterio de Miller y, no menos importante, porque su implementación computacional es relativamente sencilla (una hoja de cálculo es suficiente). Su aplicación al problema bajo estudio permitió determinar que la unidad de decisión pondera las Remuneraciones mas Ingreso Mixto (REO + IM) con un 0.73, seguido por el Personal Ocupado (PO) con un 0.17, y el resto la recoge el Excedente de Explotación (EE).

3.8 DIAGRAMA DE FLUJO PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS IR DE LOS ATRIBUTOS MACROECONÓMICOS



4.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo revisa sucintamente los elementos teóricos y operacionales que incorporan el Análisis Multicriterio (AMC) a la resolución de un problema de políticas públicas, en particular a la jerarquización en términos macroeconómicos de proyectos de inversión pública, en donde la unidad de decisión, se encuentra condicionada por la presencia de múltiples criterios que expresan los objetivos en juego. De acuerdo con lo expresado se hará alusión a lo siguiente:

1. Análisis Multicriterio y Soporte para la Decisión.
2. Algunos antecedentes de referencia.
3. Elementos de SPD abordados hasta el actual estado de avance del proceso.
4. Caracterización de un problema en el SPD.
5. Acercamientos operacionales básicos para abordar un problema multicriterio.
6. Selección de los métodos de AMC para esta investigación.

4.2. ANÁLISIS MULTICRITERIO (AMC) Y SOPORTE PARA LA DECISIÓN (SPD)

El AMC, en su acepción más amplia, es considerado como el mundo de los conceptos, las aproximaciones, los modelos y los métodos, destinado al auxilio de los agentes activos para que logren describir, evaluar, ordenar, jerarquizar, seleccionar o rechazar opciones, con base en la evaluación de sus preferencias de acuerdo con una familia de criterios¹ [BOUY06]. Hoy por hoy es frecuente utilizar el término Soporte para la Decisión (SPD²), el cual abarca las técnicas de AMC y otra serie de ramas afines, con un enfoque más modesto y más realista bajo las siguientes premisas:

- El SPD no toma decisiones por nadie.
- Ayuda a los agentes activos a entender sus opciones.
- Las salidas que produce se constituyen en entradas para que los agentes activos desarrollen una posición clara para discutir sus opiniones.
- Requiere una interpretación adecuada de las salidas, resulta útil en la medida que un agente activo se hace de argumentos durante el proceso de toma de decisiones.

En autor considera que la posición del analista investigador en el estudio que se ha emprendido debe venir dictada por el propósito mismo del SPD, el cual, como se indicó en la Sección 3.3, es

¹ El término Análisis de Decisiones Multicriterio (ADMC) difiere del AMC, ya que suele hacer referencia a técnicas basadas específicamente en la Teoría de Utilidad Multiatributo (TUMA), a lo largo de este trabajo se ha empleado el término Análisis Multicriterio en una acepción más amplia, abarcando la denominada Toma de Decisiones Multicriterio. Un glosario inicial se encontrarse en [WEB203].

² Ing. *Muticriteria Decision Aid (MCDA)*.

ayudar a obtener elementos que sirvan de respuestas a las interrogantes planteadas, respuestas que sirvan para aclarar los juicios y las decisiones a tomar³.

4.2.1 ANTECEDENTES DE REFERENCIA

En la literatura abundan aplicaciones aisladas de los métodos y técnicas de AMC en proyectos del sector público, casi todas bajo la supervisión técnica del sector académico, en instituciones como el *Institute of Decision Science* en Estados Unidos, el Programa de Desarrollo y la Oficina de Coordinación de Ayuda Humanitaria de las Naciones Unidas, los Ministerios del Interior de España y Taiwán, la *European Commission's Joint Research Centre*, el *LAMSADE* y la *Electricité de France* en Francia, la *RAND Corporation*, la *Visual Decision* localizado Québec en Canadá, entre muchas otras. De igual manera, existen investigaciones realizadas por la mayoría de las universidades europeas y de los Estados Unidos, en los departamentos de Ingeniería, de Investigación de Operaciones, en Escuelas de Negocios y Gerencia, y en Escuelas de Economía entre muchas otras. En Latinoamérica, se tienen aportes importantes llevados a cabo en la Escuela de Ingeniería de la Universidad de los Andes, en la Escuela de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, en la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia y, si se continúa indagando, la cantidad de información, instituciones e investigaciones aumenta paulatinamente; eso sin incluir su utilización en algunas empresas del sector privado, esfera que ha venido afinando su proceso de toma de decisiones a través de las técnicas de AMC.

No obstante, de acuerdo a la investigación realizada, no se han encontrado intentos de ordenar proyectos de inversión pública (ni otras políticas públicas), de acuerdo a un agregado de los distintos impactos macroeconómicos. En particular no existen decisiones que empleen un Modelo de Multiplicadores basado en las MCS integrado a técnicas de AMC; en tal sentido este trabajo procura, en síntesis, una decisión destinada a la armonización de recursos y la selección de los probables cursos de acción en tal tipo de problemas.

4.2.2 ELEMENTOS DE SPD ABORDADOS HASTA EL PRESENTE ESTADO DE AVANCE DEL PROCESO

A lo largo de este trabajo se han abordado algunos elementos de SPD requeridos por el estudio, esta sección los retoma en un sucinto resumen indicando su aplicación al caso de estudio.

³ Keeney y Raiffa hablan de propósitos como *personal conviction*, *advocacy and reconciliation*, marco esencial para el contexto organizacional del problema.

1. Caracterización de la problemática de decisión

La Sección 2.7 reporta la caracterización propuesta por Roy [ROYB85] de las problemáticas de decisión, su uso en lo que compete a este trabajo es como sigue:

- Problemática de selección (P. α): Se aplicó a la escogencia del método de determinación de importancias relativas y será aplicado al realizar la asignación de recursos a los proyectos de inversión pública (Capítulos 3, 5 y 6).
- Problemática de categorización (P. β): Si bien las técnicas que contempla no aplicaron directamente en el estudio emprendido, conceptualmente hubo de utilizar su enfoque al construir la jerarquía de atributos macroeconómicos para el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS, muy particularmente en lo referente en la descomposición de los efectos de los proyectos en los atributos macroeconómicos de base (Secciones 2.4 y 2.5).
- Problemática de jerarquización (P. γ): Constituye la problemática eje del estudio pues se busca construir una jerarquía agregada de atributos, para sintetizar en una “calidad” agregada que permita ordenar los proyectos de inversión pública y la consecuente asignación de recursos (Capítulos 5 y 6).
- Problemática de descripción (P. δ): Es la base de todas las problemáticas estudiadas y se ha aplicado sistemáticamente en cada una de las anteriores situaciones.

2. Amortiguación del problema de la escala

La Sección 2.8 trata el problema de la escala y la necesidad de normalización, no sólo desde el punto de lo engañoso que puede resultar soslayarlo para efectos comparativos, sino además por la necesaria homogenización de las unidades en que se expresan las consecuencias. En tal sentido se adopta el esquema propuesto por Zeleny [ZELE82] para normalizar los impactos macroeconómicos considerados.

3. La correlación como medida de soporte

Además de la tradicional medida de correlación estadística, la Sección 2.9 retoma la correlación angular tratada en [STEU85] como un esquema para visualizar referencias multidimensionales. Además de tratar las correlaciones entre referencias tradicionales (entre criterios o entre opciones), este trabajo propone en dicha sección un esquema novedoso al correlacionar todas las opciones con la solución ideal, que resulta particularmente útil en el caso bajo estudio, a la hora de determinar cuánto del desempeño en un criterio individual puede ser logrado al realizar el abordaje en términos holísticos. Adicionalmente, en determinados casos, la correlación y su inmediata consecuencia, la proyección vectorial, permiten obtener medidas agregadas de “calidad” compatibles con las propuestas por Brans en el módulo GAIA [BRAN86].

4. El concepto de Familia Coherente de Criterios (FCC)

Este concepto básico, introducido por Roy [ROYB85], dicta ciertas condiciones para asegurar la calidad del conjunto de criterios que servirá para evaluar las alternativas. Una FCC es en términos muy sintéticos, una caracterización operativa comprensible del espacio de consecuencias considerado, capaz de generar la adhesión de los agentes activos. En cuanto al problema bajo estudio se pudo verificar que los 3 atributos macroeconómicos adoptados REO+IM, EE y PO y evaluados mediante el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS, constituyen una FCC. Este punto es de importancia capital al momento de aplicar la metodología al caso general de jerarquización de políticas públicas, pues no todo criterio que a alguien se le pueda ocurrir tiene cabida dentro de una FCC. La utilización de este concepto se puso en relieve en la Sección 2.10.

5. Estimación de importancias relativas (IR)

La Sección 3.2 presenta una tipología original para dilucidar IR desde la perspectiva del analista investigador, la cual da cuenta de 2 posibles casos para calcular IR dependiendo de si existe o no posibilidad de acuerdo en el seno de la unidad de decisión. De ser tales acuerdos posibles se recomienda, con la debida argumentación, escoger entre los métodos de Clasificación según el Orden de Importancia, el método de Comparaciones Pareadas, el método MACBETH y el Proceso Analítico Jerárquico. En caso contrario la prescripción opta por métodos de inspiración más electoral diseñados para la agregación no necesariamente argumentada de juicios como lo son Borda Count, Mejor de la Mayoría, Uno por Uno, y dos casos particulares del Operador Media Ponderada.

Las Secciones 3.3 y 3.4 están dedicadas al desarrollo de ambos casos y de los métodos pertinentes. En particular la Sección 3.3 incluye una revisión de la clasificación de Roy [ROYB85] del tipo de criterios de acuerdo a su poder discriminante (criterio estricto, cuasicriterio, pseudocriterio y precriterio), así como una visión original de su uso para transformar juicios cardinales en ordinales. En la sección 3.5 se ilustra un esquema de selección del método a aplicar en la estimación de las IR para el caso de estudio, mientras que en la Sección 3.6 se discute el problema de la robustez y se sugieren algunas medidas remediales.

4.2.3 CARACTERIZACIÓN DEL PROBLEMA EN TÉRMINOS DE SPD

En la problemática de selección, tomar una decisión comprende la elección de “lo mejor⁴” entre “lo posible”; se puede decir que cuando existen recursos limitados “lo posible” se ubica en la región

⁴ Dependiendo del problema, “lo mejor” hace referencias a una solución óptima o una solución satisfactoria.

factible y, para seleccionar “lo mejor”, se puede definir una función de criterios que refleje las preferencias de la unidad de decisión [ROME96]. A esta función se le denomina función de utilidad o función de valor. El problema surge cuando no es una única función, ni un único criterio, lo que refleja la satisfacción de la unidad de decisión, sino un conjunto de ellos.

En el caso de la problemática de ordenamiento, se podría pensar que ordenar las soluciones por cada criterio sería una opción, pero a veces conduce a soluciones contradictorias [BOUY06], que no resuelven el problema de la unidad de decisión. Por otro lado, la unidad de decisión desea realizar el proceso considerando todos los criterios que reflejan sus preferencias, sin disponer de un reduccionismo monocriterio (una función objetivo que considere todos los atributos en juego).

En lo que concierne al SPD, el problema se caracteriza por:

1. Las alternativas a evaluar constituyen un conjunto finito.
2. La presencia de múltiples criterios de evaluación en conflicto y con IR diferentes.
3. Las alternativas son enfocadas de manera estructural (mediano y largo plazo) y no coyuntural (corto plazo); esto significa que cualquiera sea la forma de evaluación multicriterio a utilizar debe poseer cierta estabilidad en tiempo. Más aún, la evaluación multicriterio objeto de este trabajo tendrá un uso reiterado para nuevos conjuntos de criterios.

4.2.4 ACERCAMIENTOS OPERACIONALES BÁSICOS PARA UN PROBLEMA MULTICRITERIO

En este trabajo se adoptan los acercamientos operacionales básicos propuestos por Roy [ROYB85 y ROYB93], quien los resume en tres tipos⁵:

- Construcción de un criterio sintético único, corresponde al esquema tradicional empleado por la TUMA de Keeney y Raiffa [KEEN76] y algunas variantes como el enfoque de Programación meta [IGNI83] y de Programación Compromiso [STEU85 y ZELE73]. Éste enfoque permite abordar problemas continuos y discretos.
- Exploración y explotación de juicios locales por interacción, también conocidos como métodos interactivos, se caracterizan por tratar de aprehender una opción relevante mediante la interacción directa con la unidad de decisión. Entre ellos se pueden mencionar el método STEM, el método de Aubin y Naslund, el punto de mira evolutivo de Roy, el método de Steuer y Choo, entre otros [CARR96]. Se caracterizan por estar orientados a la selección, abordar problemas continuos (extensibles a casos discretos) y por ser no susceptibles de auditoría.

⁵ Una alternativa para la escogencia del acercamiento puede encontrarse en [GUIT97]

- Construcción de un sistema relacional de preferencias sintético, consiste en la explotación de las relaciones binarias de sobreclasificación, y sus representantes más destacados son la familia de métodos ELECTRE y los métodos PROMETHÉE. Aplican al caso discreto.

4.2.4.1 CONSTRUCCIÓN DE UN CRITERIO SINTÉTICO ÚNICO

Se basa en la idea de que, partiendo de un conjunto de opciones $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ y de un conjunto de criterios $F = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$, es posible construir una expresión de agregación global g función de todos los criterios involucrados, cuya forma es $g(a) = V[g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a)]$ y que conlleva a que si $g(a_i) \geq g(a_j)$, entonces la opción a_i es preferida a la opción a_j .

Este abordaje se basa en la explotación de las relaciones binarias clásicas de indiferencia (I), preferencia estricta (P) y preferencia débil (Q), mutuamente excluyentes, es decir, para cualquier par de opciones de A denotadas a_i y a_j , $i=1, 2, \dots, m$ y $j=1, 2, \dots, m$ se debe poder establecer una y sólo una de las relaciones binarias listadas en la Tabla 4.1, esto es $a_i I a_j$, o bien $a_i P a_j$: o bien $a_i Q a_j$. La construcción de un criterio sintético único que establece la presencia de una y sólo una de las relaciones binarias citadas, deriva en los siguientes comentarios:

- La función agregada g definida sobre todo A , exige que todas las opciones sean comparables. Sin embargo, es válido cuestionarse si la unidad de decisión está en capacidad de comparar todo par de elementos de A . Tal actitud, resulta similar a pretender que la naturaleza cumpla alguna propiedad sencillamente porque el modelo físico disponible la requiere. En este sentido, es importante destacar que la toma de decisiones es, ante todo, un acto humano, por tanto, la hesitación en establecer el tipo de relación binaria existente entre dos alternativas merece ser modelado, de ser ello posible. Este enfoque fuerza la humana duda a verificar a favor de alguna de las relaciones listadas en la Tabla 4.1, hecho que en la realidad no ocurre.
- Nótese la exigencia de transitividad⁶, la cual si bien es necesaria para construir la función agregada g , no encuentra respaldo en la experiencia humana, a quien le resulta difícil alcanzar tal grado de consistencia [SAAT80].
- Los funcionales agregados del tipo g poseen un poder discriminante absoluto, es decir, una pequeña variación de su valor puede generar un cambio de la relación binaria e inducir un ordenamiento, sin que ello halle justificación a los ojos de la unidad de decisión.

⁶ Sea un contraejemplo adaptado de Carrasquero *et al.*: una persona le gusta el café azucarado y plantea que es indiferente entre una taza A, que posee media cucharada de azúcar, y otra taza B que tiene un gramo más (indiferencia que bien puede surgir por lo imperceptible de la diferencia), la unidad de decisión puede ser indiferente entre la taza B y otra taza C, la cual a su vez contiene un gramo más que la B, ¿es lógico establecer $A I C$? De ser así, es posible generar un conjunto de tazas de café con un gramo adicional cada vez, hasta llegar a $Z I W$, sin que ello implique $A I W$.

- Buena parte de las formas analíticas utilizadas para la función agregada g (aditiva, multiplicativa, logarítmica, entre otras), conllevan en mayor o menor grado una lógica compensatoria⁷, la cual no siempre es adecuada para múltiples situaciones de decisión.

Tabla 4.1
Relaciones binarias empleadas por el enfoque de un criterio sintético único

Relación	Definición	Propiedades
Indiferencia $a I b$	La justificación de una equivalencia entre las opciones a y b deriva de que $g(a) = g(b)$	I : reflexiva, simétrica y transitiva
Preferencia Estricta $a P b$	La justificación de que la opción a es preferida a la b deriva de que $g(a) > g(b)$	P : irreflexiva, asimétrica y transitiva
Preferencia Débil $a Q b$	La justificación de que la opción a es preferida a la b deriva de que $g(a) \geq g(b)$	Q : reflexiva, asimétrica y transitiva

Un primer método que destaca en buscar una expresión analítica sintética es la TUMA de Keeney y Raiffa [IGNI83], de gran influencia en el área. Además de los requerimientos de comparabilidad total y transitividad de las relaciones binarias, y a las no siempre deseables propiedades del poder discriminante absoluto del criterio agregado y su compensación implícita, la TUMA exige axiomáticamente la necesidad de estudiar la independencia de las preferencias⁸ entre los distintos atributos en juego.

Esta exigencia es relativamente sencilla de satisfacer en casos de dos e incluso tres criterios, pero de cuatro criterios en adelante la situación se complica, hasta el punto que en muchas ocasiones se hace preciso suponer que tal independencia se cumple al no poder probarla. Definitivamente, estructurar y cuantificar la función de utilidad del decisor con métodos multiatributo según Ignizio, es una habilidad “asombrosa” [IGNI81].

Otro método perteneciente a este enfoque, es el de M. Zeleny [ZELE73], inicialmente aplicado al área de la Programación Matemática Multiobjetivo (PMMO), y denominado Programación

⁷ Se habla de criterios compensatorios cuando la disminución en el valor de un criterio puede ser resarcida por ganancias en otro u otros criterios; en caso contrario, se habla de criterios no compensatorios. Dependiendo de la forma de agregación pueden haber diversos grados de compensación, así por ejemplo, puede ser directa y constante, como en las formas lineales, o indirectas y variables como en las formas multiplicativas.

⁸ Un atributo X_1 es “preferencialmente” independiente de otro atributo X_2 si los valores específicos de preferencias de X_1 no dependen de los valores que tome X_2 . De la misma manera esta independencia preferencial debe cumplirse para cada subconjunto de atributos de $X = (x_1, \dots, x_n)$, ya que la independencia preferencial mutua se logra cuando la preferencia entre dos cualesquiera de sus atributos es independiente del nivel al que hallan sido fijados el resto de los mismos [PINA06].

Compromiso. Este método evade la búsqueda de una forma analítica para la construcción de la función de agregación g , mediante el axioma siguiente: “Las opciones más cercanas al ideal son preferidas a aquéllas que están más alejadas, entonces, estar tan cerca como sea posible de un ideal percibido es la expresión racional de la selección humana” [ZELE82].

Este método se instrumentaliza mediante la similitud o cercanía al ideal mediante el uso de la noción de distancia, la cual constituye una forma agregada particular g . Una generalización posible del método de Programación Compromiso se puede encontrar en [CARR00], quien basado en los trabajos de Ignizio [IGNI83] sobre Programación Meta, define el ideal meta cuyas coordenadas corresponden a niveles de aspiración fijadas por la unidad de decisión y no a un punto de anclaje fijado por las restricciones del problema de PMMO. Estos dos últimos métodos permiten construir una forma de agregación, no necesariamente compensatoria, con la ventaja práctica de que no es menester experimentar con la adecuación de una diversidad de formas analíticas.

Un método de decisión muy aplicado en la determinación de un criterio sintético único es el PAJ de T. Saaty [SAAT80], y utilizado en el capítulo 3 en la determinación de importancias relativas de los atributos macroeconómicos. El PAJ además de permitir encontrar pesos relativos, es ampliamente usado para hallar una función de agregación de criterios g sin buscar una forma analítica, aun cuando de hecho y sin hacerlo explícito, supone una forma lineal aditiva⁹ para g , en tal sentido se puede decir que es un caso lineal de la TUMA [FREN88].

4.2.4.2 EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN DE JUICIOS LOCALES POR INTERACCIÓN

En este tipo de métodos no se busca hacer explícita una forma analítica de agregación para g , se basa en la idea que a partir de un conjunto de opciones $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ y de un conjunto de criterios $F = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$, es posible llegar a seleccionar una opción a través de interacción directa con la unidad de decisión. Es un proceso iterativo donde se suceden una etapa de exploración local de lo factible y una etapa de explotación de las preferencias locales expresadas por la unidad de decisión. Ésta, mediante un protocolo de interacción, es expuesta al desempeño de un conjunto de opciones (etapa de exploración) del cual selecciona un subconjunto que se considera localmente preferido. Mediante un mecanismo de cálculo se construyen nuevos conjuntos de opciones que presentan desempeños adecuados, generalmente cada vez más “cercanos” a la opinión anterior (etapa de explotación), que se presentan a la unidad de decisión.

⁹ Una prueba matemática de ello la suministra S. French en [FREN88].

Este proceso interactivo, cargado de una buena dosis de ensayo-error, continúa hasta que, llegado el momento oportuno, la unidad de decisión considera suficiente la exploración realizada¹⁰ y hace su escogencia final.

Estos métodos no garantizan generalmente convergencia alguna en el sentido algorítmico, al respecto Vincke señala que “exigir la convergencia matemática a estos métodos es contraria al principio en que se basan. Pasar varias veces por la misma solución en el transcurso del proceso no constituye verdaderamente un lazo¹¹ pues, entre las diferentes etapas, la unidad de decisión, que en este proceso es un aprendiz, habrá acumulado una serie de informaciones que pueden modificar su punto de vista. El fin al método lo pone la unidad de decisión al encontrar una solución de compromiso satisfactoria o cuando estime que está lo suficientemente informada” [VINC89]. Dos comentarios derivan sobre este tipo de acercamiento y el problema foco de este trabajo:

- Se busca la selección de un elemento de A , por lo cual difícilmente aplica en forma directa a una situación de ordenamiento de alternativas, y en el caso de debate proyectos de inversión pública.
- Por su propia naturaleza, estos métodos no son susceptibles de auditoría, entendiendo el término como la posibilidad de que un tercer actor, generalmente independiente, pueda hacer seguimiento posterior al proceso de decisión desarrollado y, de una tal revisión, encontrar una justificación racional a cada uno de los hitos que condujeron a la decisión final.

En este proceso de exploración y explotación de juicios locales por interacción, el analista investigador tiene la finalidad de entender como la unidad de decisión evalúa el problema para poder modelar sus preferencias, este último hace énfasis en la comprensión y aceptación de los juicios, con el objetivo de hacer el proceso lo más transparente posible. Esta afirmación es aún más válida cuando de evaluar proyectos de inversión pública se trata. La Figura 4.1 ilustra el proceso descrito, los cuales requieren apoyo con software especializado.

4.2.4.3 CONSTRUCCIÓN DE UN SISTEMA RELACIONAL DE PREFERENCIAS SINTÉTICO

Este enfoque tampoco busca hacer explícita una forma analítica de agregación para g , sino establecer un sistema relacional de preferencias que considere los criterios en juego y adecuado a la racionalidad limitada del ser humano. Para ello se aplican un conjunto de reglas y se establece un

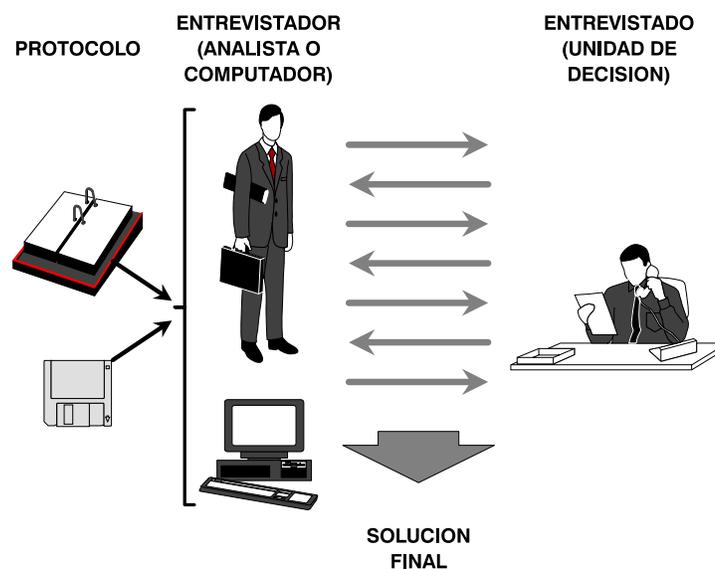
¹⁰ A este proceso de convencimiento lo llama Vincke “convergencia psicológica”.

¹¹ En el sentido computacional del término.

sistema relacional¹², que partiendo de un conjunto de opciones $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ y de un conjunto de criterios $F = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ permite atacar y resolver alguna de las situaciones siguientes:

- Concentrar en una clase las opciones consideradas como las mejores (problemática P. α).
- Agrupar en clases normativamente preestablecidas las opciones consideradas similares, (problemática P. β).
- Agrupar en clases las opciones consideradas similares para producir algún ordenamiento entre ellas (problemática P. γ).

Figura 4.1
Esquema operacional típico de un acercamiento interactivo



Las relaciones binarias mostradas en la Tabla 4.1, no se consideran suficientes para una representación realista de las preferencias en juego debido a la limitada comparabilidad humana, por ello son ampliadas permitiendo la incomparabilidad, en tal sentido, la Tabla 4.2 resume las cuatro relaciones fundamentales de preferencia que se emplean en este enfoque, la cuales fueron tratadas en el capítulo 2 para destacar algunos elementos que permiten constatar una FCC. Algunos comentarios sobre este tipo de acercamiento:

- En primer lugar, al permitir la incomparabilidad, la adopción de alguna de las relaciones binarias listadas en la Tabla 4.1 no se ve forzada.
- Por no ser necesaria la construcción de una expresión analítica de la función de agregación g , no se precisa exigir la transitividad de ninguna de las relaciones binarias, como bien se aprecia en la columna de propiedades de la Tabla 4.2.

¹² Se entiende por tal a un grafo cuyo nodos son las opciones y cuyos arcos representan relaciones binarias, usualmente

- Nótese que la escogencia de la relación binaria entre dos opciones depende de una regla, la cual deberá ser modelada. En este proceso de formulación de las reglas, la introducción de umbrales de preferencia permite el modelado de una transición suave de las preferencias en caso de ser necesario, modulando así el poder discriminante de los criterios en juego.
- La compensación entre criterios es inherente a la construcción de una función agregada de los criterios en juego [PERE01], por tanto, en este acercamiento no se plantea en ningún momento.

Tabla 4.2
Relaciones fundamentales empleadas por el enfoque del sistema de preferencias

Relación	Definición	Propiedades
Indiferencia $a I b$	Corresponde a la existencia de razones claras que justifican una equivalencia entre a y b .	I : reflexiva y simétrica
Preferencia Estricta $a P b$	Corresponde a la existencia de razones claras que justifican una preferencia significativa de a sobre b .	P : irreflexiva y asimétrica
Preferencia Débil $a Q b$	Corresponde a la existencia de razones claras que invalidan una preferencia estricta en favor de a y a su vez insuficientes para deducir una preferencia estricta en favor de b .	Q : reflexiva, asimétrica
Incomparabilidad $a R b$	Corresponde a la ausencia de razones claras que justifiquen alguna de las tres relaciones precedentes.	R : irreflexiva y simétrica

Entre las metodologías para el manejo de problemas multicriterio para un conjunto finito de alternativas, que no requieren de una función agregada monocriterio, sino establecer un sistema relacional de preferencias, destacan los métodos basados en relaciones binarias de sobreclasificación, también llamadas relaciones de superación (Ing. *Outranking* y Fr. *Surclassement*). Estos métodos de origen europeo [BROY85], se caracterizan por permitir la incorporación de umbrales para decidir sobre la preferencia o no entre dos alternativas respecto a un criterio, por lo que no suelen exigir la transitividad de las relaciones que manejan, y a pesar de ello, producen cierta forma de orden jerárquico¹³. Los más conocidos son los métodos tipo ELECTRE¹⁴ [BROY68 y BROY85], y PROMETHÉE [BRAN86 y BRAN03]), siendo este último el de creación más reciente. Estos métodos realizan agrupaciones de la relaciones binarias fundamentales listadas en la Tabla 4.2, con fines operacionales, muy particularmente apoyándose en la relación de no inferioridad denotada por S , mencionada en el capítulo 2 que será considerada más adelante.

aparecen diversos tipos de arcos, cada uno representando una determinada relación.

¹³ En sentido estricto una jerarquía decreciente de cinco alternativas A, B, C, D y E implica que un elemento que ocupa una posición anterior supera en al menos un criterio a otro que ocupa una posición posterior. En términos macroeconómicos cabe preguntarse si la magnitud de la diferencia señalada es lo suficientemente significativa.

¹⁴ ELECTRE (Frances. *Elimination et Choix Traduisant la Réalité*)

4.3 SELECCIÓN DE LOS MÉTODOS DE AMC PARA ESTA INVESTIGACIÓN

4.3.1 SELECCIÓN DEL ACERCAMIENTO OPERACIONAL BÁSICO

De acuerdo con lo expuesto en la Sección 4.2.4, se ha evitado seleccionar métodos de agregación de criterios que soslayan la comparabilidad limitada del ser humano, como lo son aquellos basados solamente en las relaciones binarias clásicas (preferencias estricta o débil e indiferencia), por su incapacidad en el modelado de la incomparabilidad¹⁵. Tal forma de proceder, equivale a exigir al ser humano un poder discriminante absoluto, en consecuencia, la utilización de la TUMA queda descartada; ya que no es posible construir un agregado multiatributo que modele dicha incomparabilidad. A lo anterior se añade la exigencia de transitividad a tales relaciones binarias.

Métodos afines a la TUMA, como los enfoques Compromiso y Meta, el PAJ y el MACBETH, entre otros, podrían eventualmente adaptarse a los fines de la agregación multicriterio, más tal adaptación escapa al alcance de esta investigación. No obstante, algunos métodos de ponderación y agregación de juicios como los mencionados en el Capítulo 3 (Sección 3.4), que conceptualmente clasifican en este grupo, pueden revelarse útiles a la hora de evitar situaciones potencialmente conflictivas. Entre ellos sobresale el operador OWA, por su capacidad de suministrar un coeficiente de “calidad” agregada, además que permite un modelado de grano fino de la forma de agregación (grados de compensación, propensión al riesgo, control de opiniones extremas, entre otras). Finalmente, como se mencionó en la Sección 4.2.4.2, los métodos de exploración y explotación de juicios locales por interacción no aplican al caso que compete.

4.3.2 TIPOLOGÍA DE LA SITUACIÓN DE DECISIÓN

Al caracterizar el problema bajo estudio dentro del AMC (Sección 4.2.3) se determinó que:

- Las alternativas a evaluar constituyen un conjunto finito.
- Los criterios de evaluación son múltiples, suelen estar en conflicto y poseen IR diferentes.
- Las alternativas son enfocadas de manera estructural (mediano y largo plazo) y no coyuntural (corto plazo); esto significa que cualquiera sea la forma de evaluación multicriterio a utilizar debe poseer cierta estabilidad en el tiempo. Más aún, el tipo de evaluación multicriterio objeto de este trabajo tendrá un uso reiterado para nuevos conjuntos de criterios y/o problemas.
- Se trata de un problema de planificación, que se particulariza por la centralización de la decisión¹⁶, bien sea a nivel municipal, estatal, regional, nacional u organizacional, público o

¹⁵ Asimilándola forzosamente a la indiferencia.

¹⁶ Se recuerda que la decisión consiste en producir un ordenamiento agregado de los proyectos de inversión pública y, eventualmente, proponer un esquema de asignación de recursos.

privado, micro o macroeconómico. Dicha centralización no hace referencia en ningún momento a la generación descendente (*top down*) de políticas públicas.

El transcurrir de la investigación permite indicar que el desarrollo del proceso de decisión se ha dado bajo las siguientes condiciones (Sección 3.5):

- Es posible llegar a acuerdos en el seno de la unidad de decisión (BCV y MPD).
- El analista investigador tiene pleno acceso a los entes de decisión.
- Los agentes activos pueden interactuar para discutir y establecer acuerdos relativos al proceso.
- Por la complejidad dimensional y conceptual del problema real, así como por las magnitudes de recursos asociadas a la inversión, es preciso asegurarse de la calidad de la prescripción en términos de robustez y consistencia, dada la información disponible.

pero esta caracterización del proceso no aplica al caso general que pretende abarcar la metodología propuesta en esta investigación. Puede que se de una o más de las siguientes situaciones:

- Los miembros de la unidad de decisión no pueden reunirse e interactuar para discutir y establecer acuerdos a nivel inter-institucional.
- No es posible llegar a acuerdos entre los agentes activos a nivel inter-institucional, por desavenencias naturales, conflictos de poder u otras causas.
- Ocurre la incorporación tardía de una o varias unidades de decisión al proceso, esto es, los agentes activos originales han podido alcanzar la decisión final y, por decisión exógena, se deben considerar *ex post* los juicios de la o las unidades entrantes.
- El analista investigador no tiene acceso a los entes de decisión en forma grupal, pudiendo eventualmente tenerlo en forma parcial o individual.

Por lo expuesto, para el caso general de toma de decisiones con participación de diversas instituciones, el autor plantea dos situaciones diferenciadas:

1. Se puede llegar o no a acuerdos inter-institucionales desde el inicio mismo del proceso.
2. Se dispone o no de la asesoría de un analista investigador conocedor de las técnicas de AMC¹⁷.

las cuales conducen a plantear la doble dicotomía situacional mostrada en la Figura 4.2, de donde:

- Sinérgica: corresponde a una situación ideal, en la cual, se generan acuerdos inter-institucionales (y muy posiblemente intra-institucionales) con el debido soporte metodológico de un analista investigador. Se caracteriza por la cooperación constructiva motivada por el logro y dirigida por la satisfacción de participar en un trabajo de calidad; es posible lograr consensos y hasta

decisiones unánimes. Los conflictos de poder, el afán de figurar y, cualquier otra manifestación de liderazgo mal entendido, quedan relegados a un plano posterior. La actividad del analista investigador, además del tradicional SPD, es mantener, de ser necesario, la conexión con la realidad, pues esta situación es campo fértil para perderse en utopías.

- **Terapéutica:** corresponde a una situación en la cual, no es posible generar acuerdos inter-institucionales pero se pueden lograr consensos intra-institucionales contando con la asesoría de un analista investigador. Se caracteriza por la tolerancia entre instituciones que no se traduce fácilmente en cooperación entre ellas, la motivación básica es cumplir con la tarea asignada, y está dirigida a dejar constancia de la participación de cada institución, o en el mejor de los casos, a que su punto de vista prevalezca. Elementos conflictivos pasan a jugar un rol notorio de realizarse reuniones conjuntas. El soporte del analista investigador reside en explotar la coherencia interna y en armonizar la externa, poniendo en evidencia la riqueza de la diversidad.
- **Empática:** corresponde a una situación cargada de buenas intenciones, un tanto ingenua, desprovista del soporte de AMC requerido. Las decisiones que surjan suelen ser argumentables, pero difícilmente auditables, no obstante, los acuerdos inter e intra-institucionales son perfectamente alcanzables. En esta situación, suele prevalecer la duda de si el proceso seguido fue el idóneo, y en consecuencia, la adhesión a la decisión final puede verse minada. La cooperación se hace palpable pero existe la sensación colectiva de que el proceso carece de liderazgo metodológico (DPO¹⁸). La presencia de individuos ubicados en diferentes niveles del organigrama puede tener un efecto inhibitor en los subalternos, así como se pueden hacer sentir las personalidades fuertes y/o dominantes; por otro lado, pueden aparecer solidaridades automáticas, tácticas de manipulación, entre otros elementos de distorsión. Hay que reconocer que la motivación dominante es el logro de un resultado de calidad.
- **Entrópica:** corresponde a una situación “sin norte ni brújula”, que condensa las fallas y los defectos de las tres anteriores: es no cooperativa, no constructiva, y carece de métodos que orienten la decisión. Los consensos no son alcanzables y el potencial de conflicto se incrementa. Las decisiones que aparecen como “racionales” se logran por votación (mayoría simple o calificada), que conlleva la reducción del conflicto mas no su desaparición.

¹⁷ Eventualmente, éste puede ser algún miembro de la unidad de decisión, más la experiencia indica, por una parte, que ello puede generar roces no deseados, y por la otra, que un tal analista se encuentra frente a su problema en la misma posición que un médico ante sus problemas de salud[ROYB85].

¹⁸ Dirección, Protección y Orden.

Figura 4.2
Doble dicotomía situacional propuesta para la toma de decisiones

		ACUERDO	
		SI	NO
ASESORÍA	SI	SINÉRGICA	TERAPÉUTICA
	NO	EMPÁTICA	ENTRÓPICA

4.3.3 SELECCIÓN DE LOS MÉTODOS DE AMC QUE APLICAN AL ESTUDIO

De acuerdo a lo planteado en la Sección 4.3.1 los métodos con potencial a ser aplicados en esta investigación son los de sobreclasificación (outranking), en particular los métodos PROMETHÉE. Éstos aventajan a los métodos tipo ELECTRE en que permiten obtener un coeficiente asociado a cada proyecto, el cual de alguna manera mide su “calidad” agregada respecto a todos los demás. Dicha “calidad” podrá ser utilizada en el proceso de asignación de recursos¹⁹.

No obstante, la aplicación de los métodos PROMETHÉE puede resultar difícil dependiendo de la tipología mostrada en la Figura 4.2. En particular, si se precisa agregar juicios, puede resultar contraproducente hacer estimaciones sobre su calidad en términos de precisión y tipo de transición para seleccionar los tipos de criterios generalizados para cada juicio, para salvar estas dificultades se puede utilizar el operador OWA (a pesar de ser una agregación mediante un criterio sintético único), pues tiene la capacidad de combinar juicios y permitir modular ciertas sutilezas del proceso.

Adecuando a lo tratado en la Sección 4.3.2, se puede construir la Figura 4.3, la cual resume la recomendación emanada de esta investigación sobre el método de AMC a utilizar, plasmada en la doble dicotomía situacional propuesta. De dicha figura se desprende que:

- La situación sinérgica brinda las condiciones para aplicar los métodos PROMETHÉE a nivel inter-institucional, y si fuere necesario, también a nivel intra-institucional²⁰. También es posible combinar parejas de métodos del tipo PROMETHÉE-OWA, OWA-OWA, entre otras.
- La situación terapéutica brinda las condiciones para aplicar PROMETHÉE a nivel intra-institucional y, posteriormente proceder con OWA para la agregación inter-institucional.

¹⁹ De no requerirse soporte en el problema de asignación, los métodos tipo ELECTRE son perfectamente aplicables.

²⁰ Al realizar esta recomendación el autor supone que a nivel interno, se mantienen las posibilidades de acuerdo y de asesoría. Si este no fuera el caso, el operador OWA se erige como una alternativa válida.

- En la situación empática, pueden ser empleados métodos como los ilustrados en el Capítulo 3 para determinar IR con posibilidad de acuerdo: Clasificación según el Orden de Importancia (CODI), Comparaciones Pareadas (COPA), MACBETH y Proceso Analítico Jerárquico (PAJ).
- En la situación entrópica, a falta de acuerdo y ausencia de asesoría se impone la votación como una alternativa viable o algún método de inspiración electoral.

Figura 4.2
Métodos de AMC recomendados

		ACUERDO	
		SI	NO
ASESORÍA	SI	PROMETHEE (INTRA E INTER)	PROMETHEE (INTRA) OWA (INTER)
	NO	CODI, COPA, MACBETH o PAJ	VOTACIÓN

4.4 DISCUSIÓN

A lo largo de este capítulo se han incorporado algunos elementos adicionales de SPD conjuntamente con un resumen de conceptos ya tratados en este documento, a los fines de disponer de una muy breve síntesis utilitaria a manera de marco teórico. En dicho marco, destaca la transición de la problemática de decisión al acercamiento operacional, con particular énfasis en el señalamiento de las características que permiten o inhiben su aplicación al problema bajo estudio. Fue necesario aportar a este marco teórico una tipología inédita de la situación de decisión acorde a los elementos encontrados a lo largo de la investigación, que reflejara las particularidades inherentes a la planificación y selección²¹ centralizadas de propuestas de políticas públicas.

Las situaciones referidas se caracterizan por la participación institucional (más allá de lo individual) y por la necesidad de un adecuado SPD para su cabal aprovechamiento. La recomendación de cada método de AMC se vació sobre la tipología propuesta, en función de su potencialidad para lidiar con las debilidades y aprovechar las fortalezas de cada compartimiento de dicha tipología. Un rasgo particular de dicha clasificación consiste en que la misma se basa en dos

²¹ La asignación de recursos limitados a proyectos constituye de facto una selección; aquellos proyectos que no reciben recursos son descartados, en tanto que, los que se benefician de la asignación son seleccionados.

condicionantes reales: la posibilidad de acuerdos entre los miembros de la unidad de decisión y en la disponibilidad de un analista investigador que preste su asesoría.

Un uso *ex post* del AMC poco mencionado en la literatura y aún menos explorado en la práctica, que en opinión del autor merecería la pena considerar a futuro, consiste en el seguimiento de las consecuencias de la decisión mediante técnicas de AMC armonizadas con mediciones consistentes con el AME. Este enfoque evaluativo permite aprehender experiencias sobre la ejecución real de una política pública e incorporar una dosis mayor de realismo al proceso de planificación de escritorio.

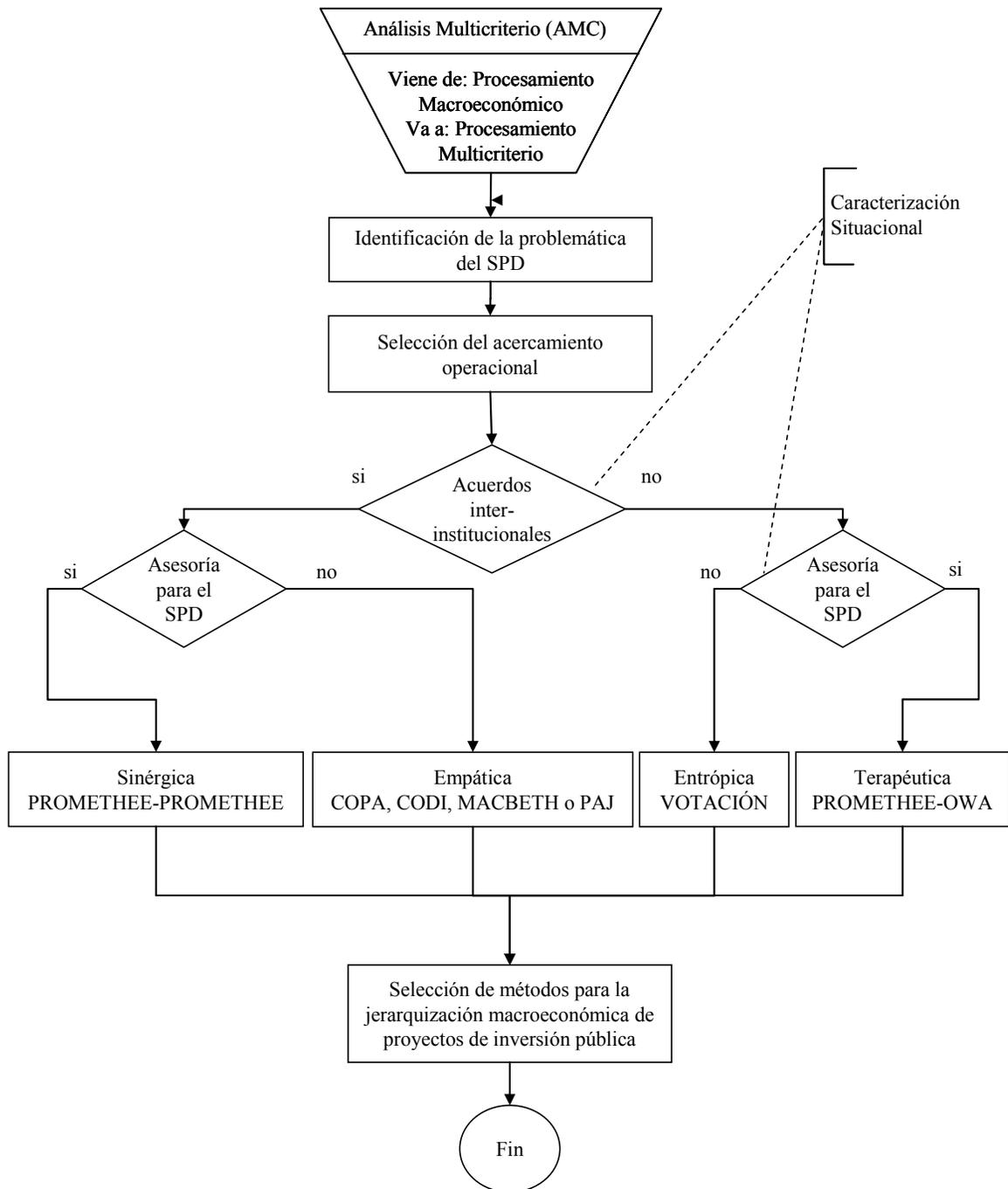
4.5 CONCLUSIÓN

De acuerdo a las problemáticas de decisión propuestas por Roy [ROYB85], el ordenamiento de políticas públicas se ubica en la Problemática de Jerarquización ($P.\gamma$), en tanto que, la asignación de recursos corresponde a un problema cubierto por la Problemática de Selección ($P.\alpha$). En lo referente al acercamiento operacional adecuado al problema bajo estudio, éste corresponde claramente a la construcción de un sistema relacional de preferencias sintético, sin embargo, si la coyuntura situacional lo amerita, es posible acudir a la utilización de un operador difuso que permita establecer la columna vertebral de dicho sistema relacional, sin que por ello se base en la explotación de las relaciones binarias de sobreclasificación. Más aún, de no haber otra opción disponible por imperativos situacionales, el acercamiento por la vía electoral surge como un posible recurso.

Los métodos específicos seleccionados para ejercer el SPD son los PROMETHÉE y el operador OWA, se ha logrado establecer para cada método un compartimiento situacional donde su adecuación se revela más fructífera, en tal sentido se puede afirmar que:

- Los métodos PROMETHÉE forman parte de la prescripción en aquellas situaciones donde se cuenta con la asesoría de un analista investigador.
- El operador OWA es útil si no hay posibilidad de acuerdo inter-institucional por razones que escapan al analista investigador, aun cuando el acuerdo inter-institucional pueda existir.
- La aplicación secuencial del par PROMETHÉE-OWA es recomendable en situaciones que requieren cierta “terapia” grupal intra-institucional para la posterior agregación global.
- Finalmente, la aplicación intra e inter-institucional de los PROMETHÉE sólo es recomendable cuando es posible el acuerdo y se dispone del adecuado soporte.

4.6 DIAGRAMA DE APLICACIÓN DEL AMC



**ANÁLISIS MULTICRITERIO, UN ENFOQUE DE LOS MÉTODOS DE
SOBRECLASIFICACIÓN (PROMETHÉE)**

5.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo introduce los métodos PROMETHÉE¹, basados en las relaciones binarias de sobreclasificación, a fin de generar una jerarquía en términos macroeconómicos de proyectos de inversión pública, punto focal de la investigación. En este sentido, se desarrollará lo siguiente:

1. Visión general de los métodos PROMETHÉE.
2. Modelado de la información con PROMETHÉE.
3. Los ordenamientos generados por PROMETHÉE I y PROMETHÉE II, respectivamente.
4. El Análisis Geométrico para la ayuda interactiva (plano GAIA).
5. Uso de los métodos PROMETHÉE para resolver el problema bajo estudio.

5.2 VISIÓN GENERAL DE LOS MÉTODOS PROMETHÉE

5.2.1 DEFINICIONES PRELIMINARES

Para abordar el tratamiento de los métodos PROMETHÉE, se hace preciso retomar algunos conceptos asociados a los métodos de sobreclasificación:

- **Sistema relacional de preferencias:** Se entiende por tal a un grafo cuyo nodos son las opciones y cuyos arcos representan relaciones binarias, usualmente aparecen diversos tipos de arcos, cada uno representando una determinada relación.
- **Relaciones binarias fundamentales:** De las relaciones binarias que permiten comparar dos opciones destacan la Indiferencia (I), la Preferencia débil (Q) y la Preferencia estricta (P). Los métodos de sobreclasificación, a los que pertenecen los métodos PROMETHÉE incluyen la Incomparabilidad (R) dentro de esas relaciones fundamentales (Tabla 2.22), la cual corresponde a la ausencia de razones claras para justificar alguna de las tres relaciones precedentes.
- **Relaciones binarias reagrupadas:** La escuela formada por Roy define, a partir de las relaciones binarias fundamentales un conjunto de relaciones reagrupadas (Tabla 2.23). Entre ellas destaca la relación de *no inferioridad*² denotada como S , tal que dadas dos opciones a y b

$$a S b \Leftrightarrow a P b \text{ ó } a Q b \text{ ó } a I b$$

- **Estructura de preorden:** Dado un conjunto alternativas $A = \{a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n\}$ y una relación binaria \gg , se dice que \gg provee a A de una estructura de orden completo si

$$\forall i, j \text{ con } i=1, 2, \dots, n \text{ y } j=1, 2, \dots, n \text{ } a_i \gg a_j \text{ o bien } a_j \gg a_i, \forall a_i, a_j \in A$$

¹ PROMETHÉE (Ing. *Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations*)

² También llamada de *sobreclasificación, superación* o *outranking* del inglés.

Si \gg es reflexiva, se habla de preorden completo, si además \gg no aplica a todo elemento de A , se habla de preorden parcial o incompleto.

- **Relación de dominancia:** para aquellas opciones a y b donde aplique, se denota por Δ_S la relación de dominancia respecto a S definida como:

$$a \Delta_S b \Leftrightarrow a P b \text{ ó } a Q b \text{ ó } a I b$$

Si Δ_S se puede aplicar sobre todas las opciones en juego se obtiene un preorden completo. Si existe un para de opciones a y b donde Δ_S no aplique se tiene forzosamente que $a R b$. De ser este último el caso se obtiene un preorden parcial o incompleto.

- **Criterio:** Formalmente Roy (Secciones 2.10 y 3.3.1) lo define como una función g a valores reales que para todo par de opciones a y b permite establecer una sola de las proposiciones:

$$g(a) = g(b) \Leftrightarrow a I b$$

$$g(a) \geq g(b) \Leftrightarrow a Q b$$

$$g(a) > g(b) \Leftrightarrow a P b$$

o en forma equivalente la veracidad de $g(a) \geq g(b) \Leftrightarrow a S b$

- **Umbrales de preferencia:** Un primer tipo de umbral de preferencia lo constituye el umbral de inferencia denotado por q , el cual permite admitir que “pequeñas” diferencias $g(a) - g(b)$ no inducen un cambio de la relación de indiferencia $a I b$. Este umbral puede ser constante o una función que depende del valor alcanzado por $g(a)$ o $g(b)$. Si $g(a) \geq g(b)$ se puede establecer que:

$$g(a) - g(b) \leq q(g(b)) \Leftrightarrow a I b$$

$$g(a) - g(b) > q(g(b)) \Leftrightarrow a P b \text{ ó } a Q b$$

donde $q(g(b))$ representa la mayor variación de $g(a) - g(b)$ compatible con la indiferencia I .

Un segundo tipo de umbral es de preferencia p , con el cual se modela la idea de que si la diferencia $g(a) - g(b)$ es “grande”, mayor que p , entonces la preferencia se inclina estrictamente hacia la opción con mayor evaluación de g . Esto es, si $g(a) > g(b)$ se puede establecer:

$$g(a) - g(b) > p(g(b)) \Leftrightarrow a P b$$

$p(g(b))$ puede ser un valor constante y representa la menor variación $g(a) - g(b)$ compatible con la relación de preferencia estricta P .

Entre q y p puede quedar definido un intervalo incompatible con las relaciones P e I , tal zona corresponde a la relación de preferencia débil Q , la cual se constituye, de existir, en una transición entre I y P . De nuevo, si $g(a) > g(b)$ se puede establecer que:

$$q(g(b)) < g(a) - g(b) \leq p(g(b)) \Leftrightarrow a Q b$$

- **Pseudocriterio:** Un criterio que contempla umbrales de indiferencia q y de preferencia p , así como una transición no nula entre ellos, se denomina pseudocriterio. Un pseudocriterio, en consecuencia, es capaz de modelar las relaciones binarias I , Q y P , por tanto, puede modelar la relación binaria S .

Un pseudocriterio donde $p = q$ se denomina cuasicriterio, un cuasicriterio no modela la relación Q . Un pseudocriterio g en el que $q = 0$ se denomina precriterio, en consecuencia, la relación I sólo puede establecerse entre dos opciones a y b tales que $g(a) = g(b)$. Un pseudocriterio desprovisto de q y p ($p = q = 0$) es un criterio estricto o verdadero criterio. Este sólo puede modelar la relación de P y la relación I , siendo ésta posible solamente cuando se producen desempeños iguales.

5.2.2. RELACIONES DE SUPERACIÓN

Los métodos PROMETHÉE, como cualquier otro método *outranking*, se basan en la explotación de las relaciones de dominancia (Δ_S) para crear algún tipo de ordenamiento, es decir, poniendo en evidencia el máximo de pares $a \Delta_S b$ y reduciendo al mínimo el número de pares $a R b$. La relación de dominancia respecto de S es pues el *quid* de la cuestión, de allí la justificación de esta sección. En este sentido, al comparar una alternativa a con una alternativa b a través del cristal de los criterios en juego, se puede afirmar que $a S b$ (esto se lee, *a supera a b*, *a sobreclasifica a b*, o bien, *a es no inferior a b*) si se verifican dos circunstancias:

- Existen suficientes motivos que apoyen tal relación.
- No existen suficientes opiniones en contrario a la relación planteada.

Por motivos a favor se entiende la cantidad de criterios favorables a la relación $a S b$ (o bien, la cantidad de pesos de dichos criterios), es lo que se entiende en estos métodos *outranking* por concordancia. En forma similar, las opiniones contrarias a la relación $a S b$ se puede medir en términos de la cantidad de criterios desfavorables a la misma (o en términos de sus pesos); es la llamada discordancia o no concordancia. Es por ello que el autor de este trabajo considera que estos métodos tienen una connotación electoral, ya que, los criterios participan en forma directa, por conteo o por ponderación, en ubicar una opción en una determinada posición de la jerarquía. En general, dadas dos alternativas cualesquiera a y b es posible encontrar una de las situaciones:

$a S b$ ó $b S a$

$a S b$ y $b S a$, lo que implica que $a I b$

$a R b$ no se verifica ninguna de las situaciones anteriores y a y b resultan incomparables.

Las relaciones de superación no son necesariamente transitivas, esto hace que este método sea simultáneamente práctico y ambiguo, a semejanza de la multitud de casos que se encuentran en la vida cotidiana y que caracteriza la duda humana [WEB203 y ROYB85]. Formalmente la relación reagrupada S se define por:

$$a S b \Leftrightarrow a P b \text{ ó } a Q b \text{ ó } a I b$$

Estas relaciones reagrupadas se caracterizan porque en principio, no se puede discernir cuál de las relaciones que le sirven de soporte aplica, es decir, en el caso de la relación S no se plantea determinar si la relación P , Q ó I es la que rige. El enunciado “la alternativa a es al menos tan buena como la alternativa b ” [BOUY06] adquiere pleno significado en esta definición formal de S .

5.2.3 LOS MÉTODOS PROMETHÉE

Los métodos PROMETHÉE constituyen uno de los desarrollos más recientes en la categoría de métodos basados sobre relaciones binarias de superación; incorporan conceptos y parámetros que poseen una interpretación física o económica fácilmente comprensible por los agentes activos. Los PROMETHÉE se enmarcan cómodamente en la problemática de jerarquización ($P.\gamma$), la cual busca esclarecer una decisión mediante un ordenamiento parcial o completo de las acciones, conforme a las preferencias de la unidad de decisión [WEB203 y ROYB85], mas ello no excluye su utilización en la problemática de selección $P.\alpha$ (sección 2.7).

Según la revisión hecha por el autor hasta ahora, entre las instituciones que han aplicado los métodos PROMETHÉE se pueden citar:

- *United Nations Development Program: An Integrated Multi-Criteria System to Assess Sustainable Energy Options: An Application of the PROMETHÉE Method.*
- *European Commission: Nuclear waste management. An applications of the multicriteria PROMETHÉE methods.*
- *High Council of Informatics, Iran: Formulating national information technology strategies: A preference ranking model using PROMETHÉE method.*
- *Ministry of Interior, Taiwan: Application of the PROMETHÉE technique to determine depression outlet location and flow direction in DEM.*
- *Ministry of Interior, Spain: Economic Evaluation of the Spanish port System Using the PROMETHÉE Multicriteria Decision Method.*
- *Quebec Airport Authority: New Quebec Airport Site Selection.*

Para aplicar los métodos PROMETHÉE es necesario disponer, en primer lugar, del conjunto de alternativas y los criterios a considerar, en segundo lugar de una matriz de desempeño contentiva de las evaluaciones de las alternativas según cada criterio y, en tercer lugar, de un vector de importancias relativas (IR) de los criterios. Para el problema de ordenamiento Brans proporciona dos instrumentos para resolverlo, el método PROMETHÉE I que arroja un preorden parcial y el PROMETHÉE II con el cual se obtiene un preorden total [BRAN03 y ALBA04].

5.2.4 EL PROBLEMA MULTICRITERIO

Se considera el siguiente problema multicriterio:

$$\text{máx} \{g_1(a), g_2(a), \dots, g_j(a), \dots, g_k(a) \mid a \in A \quad (1)$$

donde A es un conjunto de n alternativas $A = \{a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n\}$ y $F = \{g_1, g_2, \dots, g_j, \dots, g_k\}$ es una familia de k criterios de evaluación. Algunos criterios pueden ser maximizados y otros minimizados. La expectativa de la unidad de decisión dentro de la problemática $P. \alpha$ es identificar una alternativa óptima, o en su defecto satisfactoria, para todos los criterios involucrados. No todos los problemas pueden ser modelados como se ha expuesto, en particular, aquéllos ubicados de la problemática $P. \gamma$ requieren un tratamiento diferenciado. La información básica en un problema multicriterio del tipo descrito se estructura en una matriz de desempeño como la representada en la Tabla 5.1. La solución de este problema multicriterio no sólo depende de la información contenida en la matriz de desempeño sino de las aspiraciones de la unidad de decisión, por tanto, la mejor solución dependerá de las preferencias sobre los criterios y de la mente del ente de decisión [BRAN03].

Para determinar si una alternativa a es mejor que otra b , se utiliza la relación de dominancia Δ_s , esto es $a \Delta_s b$, se cumple si el desempeño de a es al menos es tan bueno como el de b en todos criterios. Por otro lado, si una alternativa x es mejor que una alternativa y en un criterio g_i y, por su parte y es mejor que x con respecto a un criterio g_j , se plantea la incomparabilidad $x R y$, siendo entonces imposible decidir cuál es la mejor.

Para resolver esta situación se requiere tener información adicional, ésta puede ser:

- Un criterio sintético único, es decir, una función de agregación de todos los criterios que conduzca a un problema monocriterio para el cual pueda existir una solución óptima, con sus respectivos coeficientes y/o tasas de intercambio.

- Las preferencias asociadas a cada pareja de alternativas por cada criterio, con las IR^3 requeridas y los respectivos umbrales de preferencia. En consecuencia, se puede construir un sistema relacional de preferencias.

Tabla 5.1
Matriz de desempeño para los métodos PROMETHÉE

$A \setminus F$	g_1	g_2	...	g_j	...	g_k
a_1	$g_1(a_1)$	$g_2(a_1)$...	$g_j(a_1)$...	$g_k(a_1)$
a_2	$g_1(a_2)$	$g_2(a_2)$...	$g_j(a_2)$...	$g_k(a_2)$
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\ddots	\vdots
a_i	$g_1(a_i)$	$g_2(a_i)$...	$g_j(a_i)$...	$g_k(a_i)$
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\ddots	\vdots
a_n	$g_1(a_n)$	$g_2(a_n)$...	$g_j(a_n)$...	$g_k(a_n)$

El propósito de todos los métodos multicriterio es enriquecer la relación de dominancia y reducir el número de incomparabilidades [BOUY06]. Cuando se logra construir una función de agregación, el problema se reduce a uno monocriterio y puede determinarse eventualmente una solución óptima; éste caso puede resultar poco representativo por depender de una cantidad generalmente grande de fuertes supuestos. Por otro lado, “los seres humanos no tomamos nuestras decisiones teniendo en nuestra mente una función de utilidad, esto transforma completamente la estructura de los problemas de decisión” [BRAN03]. Para incorporar algo de la naturaleza humana a la toma de decisiones, Roy propuso las relaciones de superación e incomparabilidad y el concepto de umbral de preferencia, como elementos de modelado que enriquecen la relación de dominancia tradicional.

5.3 MODELADO DE LA INFORMACIÓN CON PROMETHÉE

Los métodos PROMETHÉE fueron diseñados para tratar problemas multicriterio, expresados a través de una matriz de desempeño, la información adicional requerida debe ser particularmente comprensible para todos los agentes activos [BRAN03 y BRAN84], ésta puede agruparse en dos tipos:

- Información inter-criterios.
- Información intra-criterios.

³ PROMETHÉE no ofrece una guía para determinar IR, asume que la unidad de decisión es capaz de asignar IR a todos los criterios [BART05], para cubrir este aspecto en el capítulo 3 se abordaron algunas técnicas.

5.3.1 INFORMACIÓN INTER-CRITERIOS

Ésta viene representada por el arreglo $W = \{w_j, j = 1, 2, \dots, k\}$, que representa las IR de los diferentes criterios a ser evaluados (Tabla 5.2), deben ser independientes de las unidades en que se evalúan los criterios y están llamados a cumplir:

$$\sum_{j=1}^k w_j = 1, w_j \geq 0 \text{ para } j=1, 2, \dots, k \quad (2)$$

Los métodos PROMETHÉE requieren ser alimentados con el arreglo W , siendo su obtención responsabilidad de analista investigador en estrecha relación con la unidad de decisión. En la sección 3.6 se hizo mención a algunos elementos que pueden causar variaciones en W , de allí la importancia de disponer de elementos que ayuden a estudiar su robustez; PROMETHÉE mediante su *addendum* llamado plano GAIA provee herramientas para ello.

Tabla 5.2
Importancias relativas

F	g_1	g_2	...	g_j	...	g_k
W	w_1	w_2	...	w_j	...	w_k

5.3.2 INFORMACIÓN INTRA-CRITERIO

Los métodos PROMETHÉE realizan las comparaciones pareadas de las alternativas para cada criterio. Con base en la diferencia de desempeño ante un criterio particular de dos alternativas, modelan la intensidad de preferencia para ese criterio según la significancia de la diferencia calculada [CAST04 y BRAN03]. Esto significa suponer que para cada criterio g_j la unidad de decisión tiene en mente una función de preferencia de la siguiente forma:

$$P_j(a, b) = f_j [d_j(a, b)] \quad \forall a, b \in A \quad (3)$$

donde

$$d_j(a, b) = g_j(a) - g_j(b) \quad (4)$$

y como las preferencias pueden expresarse con números reales normalizados, se establece

$$0 \leq P_j(a, b) \leq 1 \quad (5)$$

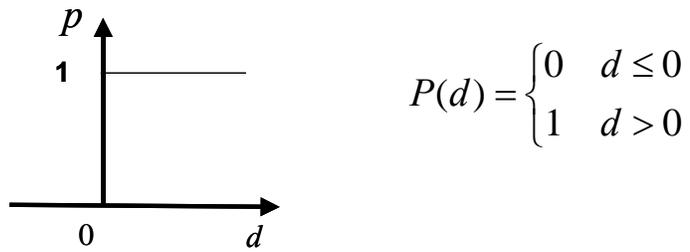
De acuerdo con Gento, el valor que arroja $P_j(a, b)$ puede interpretarse fácilmente mediante las siguientes relaciones [GENT05]:

$$P_j(a, b) = 0 \text{ si } d_j(a, b) \leq 0 \quad \text{modela la Indiferencia}$$

Figura 5.2
Criterios generalizados

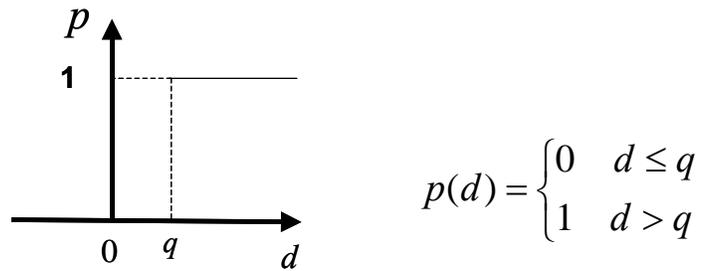
Tipo I: Criterio usual o normal

No usa parámetros



Tipo II: Criterio en forma de U

Parámetro a fijar q



Tipo III: Criterio en forma de V

Parámetro a fijar p

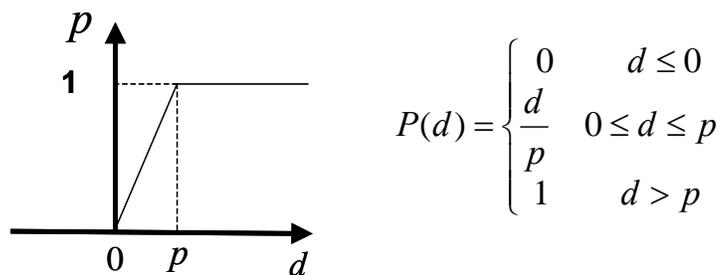
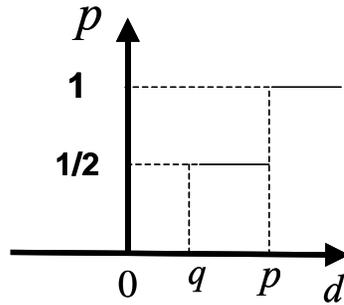


Figura 5.2 (Cont.)
Criterios generalizados

Tipo IV: Criterio de nivel

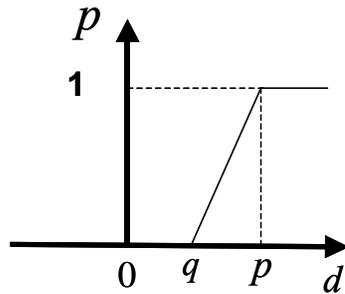
Parámetro a fijar q y p



$$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ 1/2 & q < d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$$

Tipo V: Criterio en forma de V con indiferencia

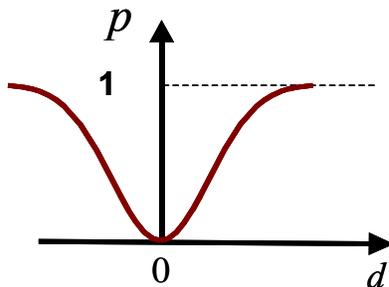
Parámetro a fijar q y p



$$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ \frac{d-q}{p-q} & q < d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$$

Tipo VI: Criterio Gaussiano

Parámetro a fijar σ



$$p(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{d^2}{2\sigma^2}} & d > 0 \end{cases}$$

Tabla 5.3
Cuadro resumen de los criterios generalizados de Brans

Tipo	Nombre común	Parámetros a fijar	Clase de criterios	Comentarios
I	Usual o Normal	Ninguno	Criterio estricto	Muy pocas veces usado, aplica a criterios precisos y de consecuencias muy importantes o bruscas
II	En forma de U	q	Cuasicriterio	Para criterios cualitativos de naturaleza difusa o poco precisos
III	En forma de V	p	Pre criterio	Para criterios cuantitativos provistos de cierta precisión y de consecuencias linealmente graduales
IV	De nivel	Q, p	Pseudocriterio	Para criterios cualitativos de naturaleza difusa o poco precisos
V	Lineal	q, p	Pseudocriterio	Para criterios cuantitativos provistos de cierta precisión y de consecuencias linealmente graduales
VI	Gaussiano	σ	Pre criterio	Pocas veces usado, aplica para criterios cuantitativos provistos de cierta precisión y de consecuencias no linealmente graduales

5.3.3 GRADOS DE PREFERENCIA Y SU AGREGACIÓN

Los métodos PROMETHÉE parten de la determinación del grado de preferencia de una alternativa respecto a otra, el cual deriva a su vez, de la agregación ponderada de las preferencias obtenidas mediante las comparaciones pareadas que realizan los criterios generalizados; con ello se obtiene lo que Brans denomina índice de preferencia agregado asociado a cada par de alternativas.

Con los índices de preferencia agregados promedio de una alternativa a respecto a las restantes, los métodos PROMETHÉE generan una medida cuantitativa del aval que da soporte a la preferencia de a respecto a todas las demás; es una suerte de “crédito” a favor de a . En forma similar, promediando las intensidades de preferencia de las alternativas restantes respecto a a , se obtiene una medida cuantitativa del aval de la preferencia ejercida sobre a ; es un “débito” en contra de a . Son los llamados flujos de superación (*outranking flows*).

5.3.3.1 INDICES DE PREFERENCIA AGREGADA

Dado el conjunto de n alternativas $A = \{a, b, \dots, s\}$ y sean a y b pertenecientes a A $a \neq b$, los índices de preferencia agregada se calculan por:

$$\pi(a,b) = \sum_{j=1}^k P_j(a,b)w_j$$

$$\pi(b,a) = \sum_{j=1}^k P_j(b,a)w_j$$

(8)

donde k representa el número de criterios.

Según Brans $\pi(a,b)$ expresa el grado al cual a es preferido a b en todos los criterios, y $\pi(b,a)$ el grado a la cual b es preferido a a . Habrá criterios para los cuales a es preferido a b y para otros b es preferido a a , por consiguiente, $\pi(a,b)$ y $\pi(b,a)$ son no negativos y mantienen las siguientes propiedades para todo $(a,b) \in A$ [BRAN84 y BRAN03]:

$$\pi(a,a) = 0$$

$$0 \leq \pi(a,b) \leq 1$$

$$0 \leq \pi(b,a) \leq 1$$

$$0 \leq \pi(a,b) + \pi(b,a) \leq 1$$

(9)

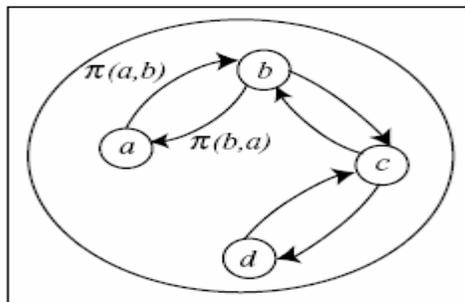
es claro que

$\pi(a,b) \approx 0$ implica una preferencia global débil de a sobre b

$\pi(a,b) \approx 1$ implica una preferencia global estricta de a sobre b

La Figura 5.3 ilustra mediante nodos cada elemento de A y la representación mediante arcos de algunos índices de preferencia agregada.

Figura 5.3
Gráfico de la jerarquización estimada [BRAN03]



5.3.3.2 FLUJOS DE SUPERACIÓN

Cada alternativa a es enfrentada con las $(n-1)$ alternativas restantes del conjunto A , y para cada par (a,b) se obtiene $\pi(a,b)$, esto es, su índice de preferencia agregada. A continuación se aborda el tratamiento a efectuarse sobre estos índices y sus significados.

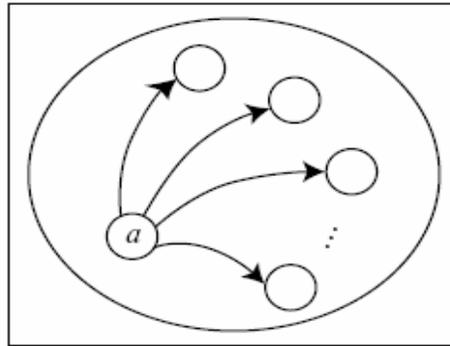
- **El flujo de superación positivo o de salida**

Denotado por $\phi^+(a)$ se define como:

$$\phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{\substack{x \in A \\ x \neq a}} \pi(a, x) \quad (10)$$

y no es más que promedio de los índices de preferencia agregada que favorecen a a . Este flujo positivo expresa una medida del “crédito” de que goza a respecto a las alternativas restantes, es decir, $\phi^+(a)$ mide la aceptación de la proposición a es no inferior al resto (o de que a está mejor ubicada con relación a las demás). El flujo positivo $\phi^+(a)$ provee a A de una estructura de preorden total, en consecuencia el mayor $\phi^+(a)$ corresponde a la mejor alternativa. La Figura 5.4 ilustra lo expuesto, nótese el significado del sentido de los arcos.

Figura 5.4
Flujo de superación positivo [BRAN03]



- **El flujo de superación negativo o de entrada**

Denotado $\phi^-(a)$ se define como:

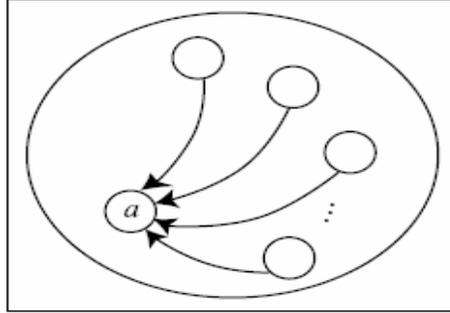
$$\phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{\substack{x \in A \\ x \neq a}} \pi(x, a) \quad (11)$$

y no es más que promedio de los índices de preferencia agregada que no apoyan a a . Este flujo negativo expresa una medida del “débito” atribuido a a por efecto las alternativas restantes, es decir, $\phi^-(a)$ mide la aceptación de la proposición a es inferior al resto (o de que a está peor ubicada con relación a las demás). El flujo negativo $\phi^-(a)$ provee a A de una estructura de preorden total⁴, en consecuencia, cuanto mayor sea $\phi^-(a)$ peor es la a , o en forma equivalente,

⁴ Este preorden derivado de $\phi^-(a)$ es, por lo general, distinto al provisto por $\phi^+(a)$.

cuanto menor sea $\phi^-(a)$ mejor será la alternativa a La Figura 5.5 ilustra lo expuesto, nótese el significado del sentido de los arcos.

Figura 5.5
Flujo de superación negativo [BRAN03]



Es importante destacar que los criterios ejercen un poder de votación ponderado para determinar cuando una alternativa es mejor que otra, es decir, los criterios son los que discriminan las alternativas en mejores o peores. Ahora bien, usando los flujos de superación, se procederá a definir algún tipo de orden sobre A con el método PROMETHÉE I [BART05].

5.3.4 UNA JERARQUIZACIÓN PARCIAL MEDIANTE PROMETHÉE I

En el método PROMETHÉE I se utiliza dos relaciones binarias⁵, la de dominancia (Δ_{S^I}) y la de Incomparabilidad (R^I), para construir un preorden parcial sobre A . La relación de dominancia Δ_{S^I} se construye⁶ sobre la Preferencia (P^I) y la Indiferencia (I^I) a partir de los flujos de superación positivos y negativos. Los flujos de superación no producen ordenamientos iguales, por ello, en los casos contradictorios se acude a la relación R^I mediante las siguientes reglas [BRAN03]:

$$\begin{aligned}
 a P^I b \quad & \text{si} \quad \begin{cases} \phi^+(a) > \phi^+(b) \text{ y } \phi^-(a) < \phi^-(b) \text{ ó} \\ \phi^+(a) = \phi^+(b) \text{ y } \phi^-(a) < \phi^-(b) \text{ ó} \\ \phi^+(a) > \phi^+(b) \text{ y } \phi^-(a) = \phi^-(b) \end{cases} \\
 a I^I b \quad & \text{si} \quad \phi^+(a) = \phi^+(b) \text{ y } \phi^-(a) = \phi^-(b) \quad (12) \\
 a R^I b \quad & \text{si} \quad \begin{cases} \phi^+(a) > \phi^+(b) \text{ y } \phi^-(a) > \phi^-(b) \text{ ó} \\ \phi^+(a) < \phi^+(b) \text{ y } \phi^-(a) < \phi^-(b) \end{cases}
 \end{aligned}$$

⁵ Con superíndice I se hace referencia a PROMETHÉE I.

⁶ $a \Delta_{S^I} b \Leftrightarrow a P^I b \text{ ó } a I^I b$

La coherencia de ambos flujos de superación es lo que permite el establecimiento de las relaciones binarias P^I e I^I entre dos alternativas a y b y, por ende, la veracidad de la proposición $a \Delta_{S^I} b$. En términos del ordenamiento buscado a ocupa una mejor posición que b . En aquellas alternativas donde ambos flujos de superación se revelan incoherentes, el modelado se establece mediante la proposición $a R^I b$.

Matemáticamente mediante (12) se realiza la intersección del preorden total derivado de $\phi^+(a)$ con el preorden total derivado de $\phi^-(a)$, la cual, posee por lo general la estructura de preorden parcial⁷. En términos prácticos esto significa que el ordenamiento buscado no está completamente definido; el método PROMETHÉE II aborda este problema.

5.3.5 UNA JERARQUIZACIÓN COMPLETA MEDIANTE PROMETHÉE II

La idea detrás de PROMETHÉE II es erradicar toda incomparabilidad a los fines de generar una estructura de preorden completo sobre A , para ello se define el flujo de superación neto por:

$$\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a) \quad (13)$$

el cual constituye el “saldo” entre los “créditos” y “débitos” calculados mediante los flujos positivos y negativos respectivamente. Las siguiente propiedades se cumplen:

$$\begin{aligned} -1 \leq \phi(a) \leq 1 \\ \sum_{x \in A} \phi(x) = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

En el método PROMETHÉE II se utiliza la relación binaria de dominancia⁸ ($\Delta_{S^{II}}$) para construir tal orden basado en la Preferencia (P^{II}) y la Indiferencia⁹ (I^{II}). De esta forma, para cualquier par de alternativas a y b se establece que:

$$\begin{aligned} a P^{II} b \text{ si } \phi(a) > \phi(b) \\ a I^{II} b \text{ si } \phi(a) = \phi(b) \end{aligned} \quad (15)$$

Sin duda que el enfocar la atención solamente sobre los flujos netos significa una pérdida de información, después de todo se trata de un reduccionismo monocriterio, pero por otro lado, este reduccionismo provee de una medida de la “calidad” global de cada alternativa. Es por ello, que no conviene proceder directamente con la ejecución de PROMETHÉE II sin pasar por PROMETHÉE I,

⁷ Tal preorden parcial se constituye en un preorden total sólo en la ausencia de incomparabilidades.

⁸ Con superíndice II se hace referencia a PROMETHÉE II.

⁹ $a \Delta_{S^{II}} b \Leftrightarrow a P^{II} b \text{ ó } a I^{II} b$

sino que, por el contrario, se privilegie el preorden parcial que arroja este último y se aproveche el resultado del primero sólo para eliminar las incomparabilidades. En otras palabras, la regla para decidir el ordenamiento definitivo es tipo lexicográfico.

5.3.6 PERFIL DE UNA ALTERNATIVA

Como su nombre lo indica, el perfil de una alternativa es una representación gráfica del desempeño de una alternativa sobre cada uno de los criterios, expresada en términos de preferencia neta promedio. Por preferencia neta se designa a la diferencia de las preferencias favorables menos las desfavorables. Recordando que:

$$\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a)$$

y sustituyendo los flujos positivos y negativos por sus expresiones correspondientes, se llega a

$$\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^k \sum_{\substack{x \in A \\ x \neq a}} [P_j(a, x) - P_j(x, a)] w_j \quad (16)$$

si se introduce

$$\phi_j(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{\substack{x \in A \\ x \neq a}} [P_j(a, x) - P_j(x, a)] \quad (17)$$

el flujo neto puede expresarse por:

$$\phi(a) = \sum_{j=1}^k \phi_j(a) w_j \quad (18)$$

La expresión (17) define el flujo neto del criterio g_j en la alternativa a , denotado $\phi_j(a)$, el cual, representa el promedio de las preferencias netas de una alternativa a sobre el criterio g_j . El conjunto de valores $\phi_j(a)$ para $j=1, 2, \dots, k$ constituye el perfil de la alternativa a como se muestra en la Figura¹⁰ 5.6, y permite una visión transversal (desagregada por criterio) de la “calidad” de a ; ello puede resultar un instrumento útil para afinar la apreciación del problema.

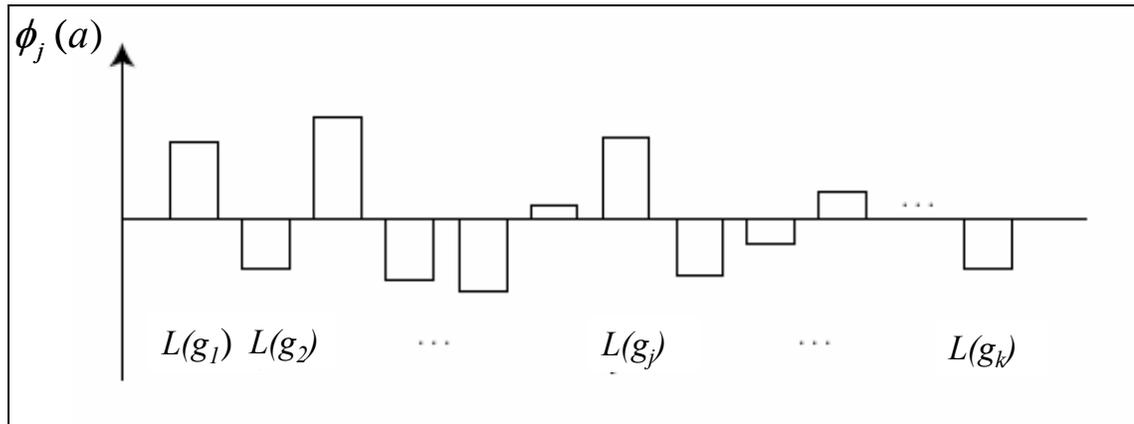
Si $\Phi(a)$ designa al vector perfil $(\phi_1(a), \phi_2(a), \dots, \phi_k(a))^T$, entonces la expresión (18) puede escribirse:

$$\phi(a) = \Phi(a) \circ W \quad (19)$$

¹⁰ En dicha figura $L(g_j)$ designa a la etiqueta por la cual se conoce el g_j

es decir, el flujo neto $\phi(a)$ no es otra cosa que el producto escalar del vector perfil por el vector de pesos W . Nótese (17) que $\phi_j(a)$ es independiente de W . Estas dos propiedades serán extensivamente utilizadas en el plano GAIA [BRAN03].

Figura 5.6
Perfil de una alternativa [BRAN03]



5.4 GAIA¹¹ ANÁLISIS GEOMÉTRICO PARA AYUDA INTERACTIVA

Para el análisis de problemas multicriterio es particularmente importante poner en evidencia la naturaleza de los criterios, éstos pueden expresar preferencias similares o no, pueden ser independientes o no, pueden estar en conflicto o no. Esta información no resulta obvia a partir de datos básicos. Algo análogo puede decirse de las alternativas, en particular, sus desempeños pueden ser globalmente similares, o serlo solamente respecto a una parcialidad de criterios, más aún, pueden diluir o resolver los conflictos inter-criterios. Es de interés disponer de un eje de decisión¹² orientado, el cual, permita señalar las mejores alternativas de acuerdo con las ponderaciones asignadas a cada criterio [ESCRI99], y eventualmente, hallar un ordenamiento

5.4.1 CARACTERÍSTICAS DEL PLANO GAIA

Para describir el módulo GAIA, se parte de la matriz M (de n por k), cuyos elementos adimensionales son los flujos netos de los criterios individuales para cada alternativa (Tabla 5.4). La información incluida en la matriz M es más elaborada que la suministrada por la matriz de desempeño (Tabla 5.1), ya que toma en cuenta las preferencias en términos de flujos netos, de hecho, cada fila de M es el perfil de la alternativa correspondiente.

¹¹ GAIA (Ing. *Geometrical Analysis for Interactive Assistance*).

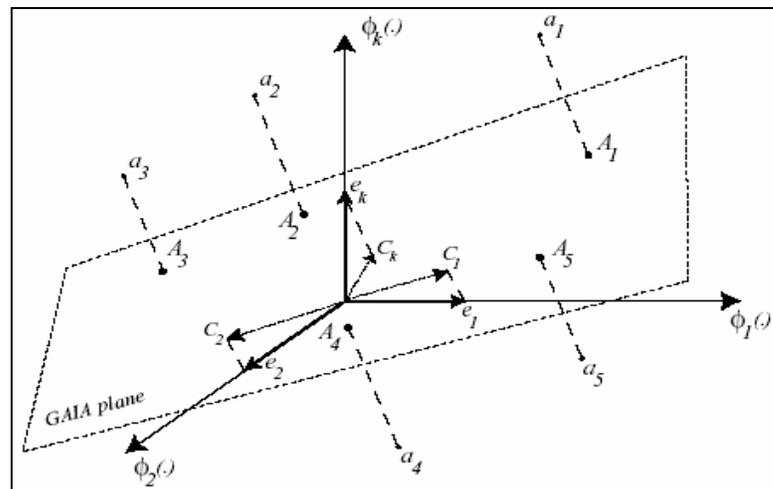
¹² Es la proyección de W sobre un plano donde se representa las alternativas y los criterios.

Tabla 5.4
Matriz M de los flujos netos

$A \setminus \phi$	ϕ_1	ϕ_2	...	ϕ_j	...	ϕ_k
a_1	$\phi_1(a_1)$	$\phi_2(a_1)$...	$\phi_j(a_1)$...	$\phi_k(a_1)$
a_2	$\phi_1(a_2)$	$\phi_2(a_2)$...	$\phi_j(a_2)$...	$\phi_k(a_2)$
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\ddots	\vdots
a_i	$\phi_1(a_i)$	$\phi_2(a_i)$...	$\phi_j(a_i)$...	$\phi_k(a_i)$
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\ddots	\vdots
a_n	$\phi_1(a_n)$	$\phi_2(a_n)$...	$\phi_j(a_n)$...	$\phi_k(a_n)$

Por otro lado, el conjunto de las n alternativas puede ser representado como una nube centrada en el origen de n puntos en un espacio de dimensión k . No obstante, como el número de criterios es usualmente mayor que dos, es imposible tener una representación exacta de la posición relativa de los puntos respecto a los criterios, por consiguiente, se procede a proyectar información del espacio k -dimensional sobre el plano, con la pérdida que esto conlleva. En dicho plano, llamado plano GAIA (Figura 5.7), se representa no sólo las alternativas, sino también las proyecciones de los vectores unitarios asociados a los criterios, así como también el eje de decisión.

Figura 5.7
Plano GAIA [BRAN03]



El plano GAIA es aquel que permite preservar la información después de la proyección, mediante la técnica de análisis de componentes principales [BRAN03]. De acuerdo con la pérdida información que ocurre después de la proyección, el plano GAIA es un metamodelo, para el cual, el

parámetro δ mide la fracción de información preservada en la proyección¹³. A un mayor valor de δ , la información proporcionada por el plano GAIA es confiable y permite una mejor visualización de la estructura del problema [BRAN03].

5.4.2 SALIDA GRÁFICA DEL PLANO GAIA

Sean $(A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n)$ las proyecciones de los n puntos que representan las alternativas y sean $(C_1, C_2, \dots, C_j, \dots, C_k)$ las proyecciones de los k vectores unitarios de los ejes de coordenadas de \mathcal{R}^k del espacio de criterio (Figura 5.8), las siguientes propiedades se mantienen con un δ lo suficientemente alto que arroje una proyección adecuada:

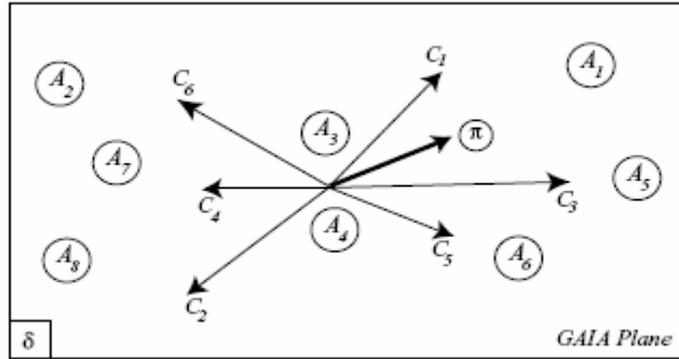
- Entre más largo es el eje de un criterio en el plano GAIA, el criterio correspondiente es más discriminatorio.
- Los criterios que expresan preferencias similares son representados por aquellos ejes orientados aproximadamente en la misma dirección.
- Los criterios que expresan preferencias en conflicto están orientados en direcciones opuestas.
- Los criterios que no están relacionados unos con otros aparecen dispuestos en la proyección en ejes ortogonales.
- Las alternativas similares son representadas por puntos cercanos.
- Las alternativas que son buenas en un criterio particular son representadas por puntos localizados en la dirección del eje del criterio correspondiente.

Con el esquema de interpretación expuesto en mente, al observar la Figura 5.8, se pueden extraer las observaciones siguientes:

- Los criterios C_1 y C_3 expresan preferencias similares y las alternativas A_1 y A_5 tienen buenos desempeños en estos criterios.
- Los criterios C_6 y C_4 expresan también preferencias similares y las alternativas A_2 , A_7 y A_8 tienen buenos desempeños en esos criterios.
- Los criterios C_2 y C_5 son más bien independientes.
- Los criterios C_1 y C_3 están en fuerte conflicto con los criterios C_4 y C_2 .
- Las alternativas A_1 , A_5 y A_6 tienen buen desempeño sobre los criterios C_1 , C_3 y C_5 .
- Las alternativas A_2 , A_7 y A_8 tienen buen desempeño en los criterios C_6 , C_4 y C_2 .
- Las alternativas A_3 y A_4 no son ni buenas ni malas en todos los criterios.

¹³ Valores deseables de δ son los que superan el 60%.

Figura 5.8
Proyección en el plano GAIA [BRAN03]



Aunque el plano GAIA incluye sólo un porcentaje δ del total de información, esto proporciona una fuerte herramienta de visualización gráfica para analizar un problema multicriterio. El poder de discriminación de los criterios, los aspectos conflictivos, así como también la “calidad” de cada alternativa sobre los diferentes criterios son visualizados en forma particularmente clara en el plano GAIA [BRAN03 y CAST04].

5.4.3 PALANCA DE DECISIÓN Y EJE DE DECISIÓN

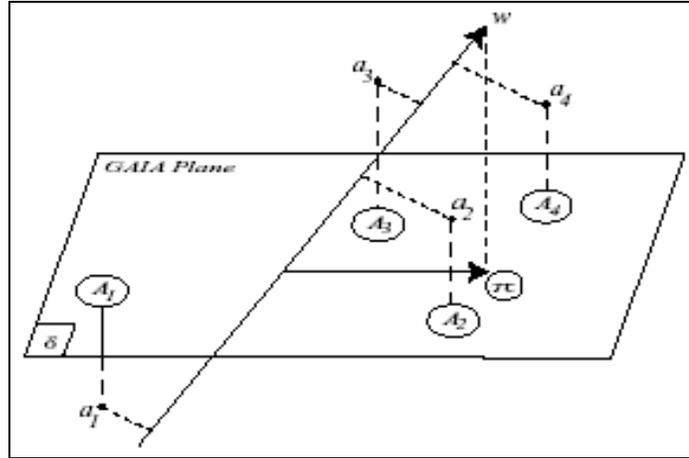
Para visualizar el impacto de los pesos en el plano GAIA, se modificará a conveniencia el vector W . De acuerdo con la ecuación (19), el flujo neto de una alternativa a_i denotado $\phi(a_i)$ es el producto escalar entre el vector de pesos W y el vector perfil de una alternativa $\Phi(a_i)$, por tanto, $\phi(a_i)$ es la proyección¹⁴ del vector perfil sobre W . Por consiguiente, las posiciones relativas de la proyección de todas las alternativas sobre W proporciona el orden de PROMETHÉE II. Claramente el vector W juega un papel crucial, éste se proyecta en el plano GAIA (Figura 5.9) y se obtiene el vector π , es el llamado el eje de decisión PROMETHÉE [BRAN03] y [CAST04].

En la Figura 5.9, el orden PROMETHÉE es $a_4 \succ a_3 \succ a_2 \succ a_1$. Una visión real de este orden es dado en el plano GAIA a pesar de algunas inconsistencias que pueden ocurrir en la proyección. Si todos los pesos se concentran sobre un criterio, es claro que el eje de decisión PROMETHÉE coincidiría con el eje de ese criterio en el plano GAIA. Si π es grande, el eje de decisión PROMETHÉE tiene un fuerte poder discriminante y la unidad de decisión es invitada a seleccionar las alternativas en esta dirección tan lejos como sea posible, en cambio, si π es pequeño, el eje de

¹⁴ Debido a que W es un vector unitario.

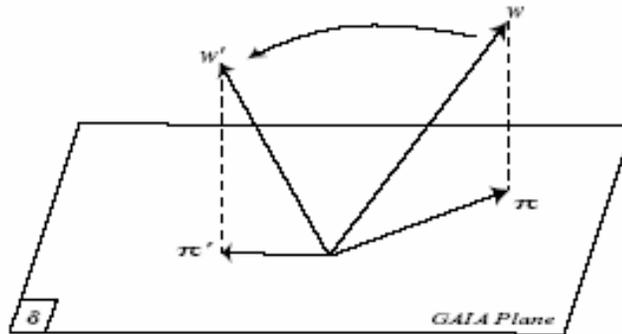
decisión PROMETHÉE no tiene un fuerte poder de decisión. Esto es, el poder discriminante de π depende de su norma, la cual a su vez, depende de la similitud de los pesos [BRAN03] y [CAST04].

Figura 5.9
Eje de decisión [BRAN03]



Una modificación de los pesos, mantiene inalteradas las posiciones de las alternativas proyectadas y de los ejes de los criterios. El vector de pesos aparece como una palanca decisión (*decision stick*) que puede ser movida en favor de un criterio particular (Figura 5.10). Por lo tanto, la palanca de decisión resulta una herramienta muy útil para visualizar el análisis de sensibilidad¹⁵.

Figura 5.10
Palanca de decisión PROMETHÉE [BRAN03]



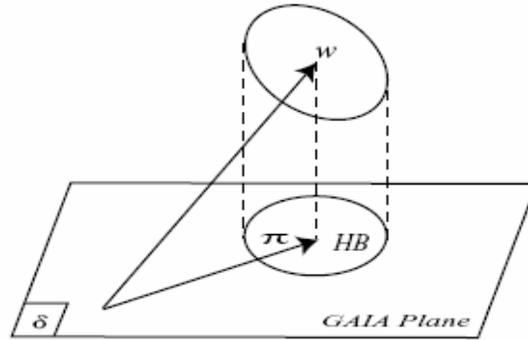
La unidad de decisión tiene usualmente en mente algún orden de magnitud de las IR, tal que diluya sus dudas y le provea de algunos intervalos que incluyan sus valores correctos. Sean los intervalos:

$$w_j^- \leq w_j \leq w_j^+, j = 1, \dots, k \quad (20)$$

¹⁵ Elementos atinentes al análisis de sensibilidad y robustez de los pesos no serán profundizados en esta investigación, sin embargo, en [SALT00] se dispone una visión general sobre algunos métodos para realizar estos análisis.

que contienen el conjunto de todos los valores a considerar para el vector de pesos. El mismo limita un hipervolumen en \mathfrak{R}^k que se proyecta sobre el plano GAIA como un área, que representa lo que Brans denomina Cerebro Humano (HB), como se aprecia en la Figura 5.11.

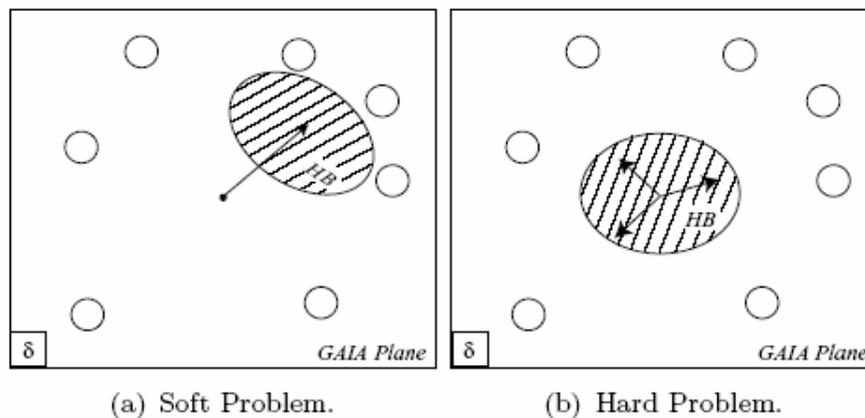
Figura 5.11
Representación del Cerebro Humano en el GAIA [BRAN03]



Pueden ocurrir dos posibles situaciones:

- El área HB no incluye el origen del plano GAIA. En este caso al modificarse los pesos, π sigue orientado en la misma dirección y las alternativas localizadas en ella resultan buenas. El problema es fácil de resolver, por lo que se dice que es un problema suave (*soft problem*).
- Si HB incluye el origen, π puede tomar alguna orientación en plano GAIA al modificarse los pesos. En este caso, aparecen soluciones de compromiso en todas las direcciones y resulta difícil tomar una decisión final. La unidad de decisión enfrenta un problema fuerte (*hard problem*).

Figura 5.12
Problema fuerte y suave [BRAN03]



Los problemas fuertes no suelen aparecer con frecuencia en la práctica, los suaves tampoco, en general las aplicaciones reales conducen a situaciones intermedias.

5.4.4 EL SOFTWARE *DECISION LAB*

Es un software que permite la implementación de los métodos PROMETHÉE y GAIA, desarrollado por la compañía *Visual Decision* en cooperación con otros autores, principalmente J.P Brans y B. Mareschal, en ambiente de Windows para manejar un problema multicriterio [BRAN03].

Toda la información relacionada con los métodos PROMETHÉE (matriz de desempeño, función de preferencias, pesos, etc.) puede ser fácilmente introducida por el usuario. El cálculo de los métodos PROMETHÉE y el análisis del GAIA ocurren en tiempo real y las modificaciones se reflejan inmediatamente en la salida. Los ordenamientos PROMETHÉE, los perfiles de las alternativas y el GAIA se muestran separados en las salidas y pueden ser fácilmente comparados. También dispone de herramientas y de salidas interactivas para facilitar análisis de sensibilidad robustez. Además, es posible calcular los intervalos de estabilidad de los pesos para criterios individuales o categorías de criterios¹⁶.

5.5 CASO DE ESTUDIO: JERARQUIZACIÓN MACROECONÓMICA DE PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA

Un breve esquema para ilustrar la información de entrada y salida de la ejecución de los métodos PROMETHÉE, en el contexto de la jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública, se encuentra en la Tabla 5.5. En este sentido, se parte de la matriz de los impactos de los proyectos sobre los atributos macroeconómicos, dicha información proviene del Capítulo 2.

Tabla 5.5
Información básica para la ejecución de los métodos PROMETHÉE

Entradas
<ul style="list-style-type: none"> • Impactos macroeconómicos normalizados de los proyectos de inversión pública. • Importancias relativas de los atributos macroeconómicos retenidos. • Tipos de criterios generalizados.
Salidas
<ul style="list-style-type: none"> • Ordenamiento de los proyectos de inversión pública • Intervalos robustos de pesos.

Particular mención merecen el concepto de criterios generalizados (Figura 5.2 y Tabla 5.3), introducidos en los métodos PROMETHÉE para caracterizar los atributos macroeconómicos. El autor de este trabajo considera que la riqueza de estos métodos reside en el modelado de las

¹⁶ Información adicional sobre *Decision Lab* puede obtenerse en: www.idm-belgium.com y www.visualdecision.com

preferencias mediante tales criterios generalizados, pues permiten al analista investigador, a través de los parámetros requeridos, incluir umbrales de preferencias¹⁷, cuando éstos existen.

El objetivo del presente estudio es la jerarquización macroeconómica de los proyectos de inversión pública en términos de sus impactos macroeconómicos al final de sus horizontes temporales (10 años), por ello, la data con la que se alimentará la matriz de desempeño es la mostrada en la Tabla 2.7, que contempla la inyección acumulada. Cabe señalar que si el requerimiento hubiese sido la jerarquización anual o por lapsos mayores, esto es perfectamente realizable; y con ello, se pondría en evidencia la evolución temporal de los ordenamientos.

En términos operativos, los métodos PROMETHÉE se desarrollarán en una hoja de cálculo (enfoque “caja blanca”), y los resultados obtenidos se contrastarán contra los que arroje el Decision Lab 2000 (“caja negra”), finalmente, se utilizará el plano GAIA para efectos de visualización de la robustez.

5.6 APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS PROMETHÉE, ENFOQUE CAJA BLANCA

5.6.1 EJECUCIÓN PASO A PASO

1. Se introduce la matriz de desempeño (Tabla 5.1) y se especifican los 3 atributos macroeconómicos (C1 = REO+IM, C2 = EE y C3 = PO), así como los valores de IR correspondientes. Se especifica también la dirección de mejora de cada atributo, esto es si cada atributo debe minimizarse o maximizarse (1 ó 2) y el tipo de criterio generalizado para cada atributo. Todo ello se aprecia en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6
Especificación de los criterios

NUM_C	CRITERIOS	DESCRIPCIÓN	Max=2/ Min=1	PESOS (importancia)	Criterio Generalizado
1	C1	REO+IM	2	0,73	1 Criterio usual o normal
2	C2	EE	2	0,1	1 Criterio usual o normal
3	C3	PO	2	0,17	1 Criterio usual o normal

La Tabla 5.7 corresponde a la entrada de las especificaciones de los proyectos de inversión, en términos de su numeración, identificación y descripción. Por otro lado, la Tabla 5.8 muestra la

¹⁷ De acuerdo con los comentarios especificados en la Tabla 4.3 y dada la naturaleza de los impactos macroeconómicos estimados a partir de la data descriptiva de los proyectos, en la aplicación real debería utilizarse el criterio generalizado tipo V, Sin embargo, el volumen de información del área de AMC introducido a los agentes activos ha sido elevado, por lo que, sin pérdida de generalidad, se obvió la estimación de tales umbrales, optando por el uso del criterio generalizado tipo I (usual o normal) en todos los criterios para este ejemplo. No obstante, el lector debe tener presente que en un problema real conviene incorporar tal tipo de información.

introducción de la matriz de desempeño, especificando los elementos expuestos, la cual, permite observar el impacto macroeconómico normalizado de cada uno de los proyectos de inversión pública en cada atributo (Tabla 2.18). Dependiendo del tipo de criterio, se introducen los parámetros correspondientes (p , q y σ).

Tabla 5.7
Especificación de los proyectos de inversión pública

NUM_A	ALTERNATIVAS/ACIONES	DESCRIPCIÓN
1	A1	Proyec 1
2	A2	Proyec 2
3	A3	Proyec 3
4	A4	Proyec 4
5	A5	Proyec 5
6	A6	Proyec 6
7	A7	Proyec 7
8	A8	Proyec 8
9	A9	Proyec 9
10	A10	Proyec 10
11	A11	Proyec 11
12	A12	Proyec 12
13	A13	Proyec 13
14	A14	Proyec 14
15	A15	Proyec 15
16	A16	Proyec 16
17	A17	Proyec 17
18	A18	Proyec 18
19	A19	Proyec 19
20	A20	Proyec 20

2. Para cada proyecto se calcula la matriz de diferencias de impactos respecto a los demás proyectos según cada atributo. La Tabla 5.9 muestra tal matriz para el proyecto 1 respecto a los restantes, mientras que la Tabla 5.10 hace lo propio fijando el proyecto 2.
3. Se construye la matriz de preferencias de cada proyecto respecto a todos los demás, para lo cual, se evalúa cada elemento de la matriz de diferencias en el criterio generalizado correspondiente a cada atributo. La Tabla 5.11 muestra la matriz de preferencias del proyecto 1 respecto a los restantes, mientras que la Tabla 5.12 hace lo análogo fijando el proyecto 2.
4. Se construye la matriz de preferencias ponderadas considerando las IR de cada atributo. La columna suma introduce el índice de preferencia agregada para cada par de proyectos. La Tabla 5.13 muestra la matriz de preferencias ponderada y el índice de preferencia agregada del proyecto 1, mientras que la Tabla 5.14 hace lo análogo para el proyecto 2.

Tabla 5.8
Matriz de desempeño

CRITERIOS ALTERNATIVAS		3	CRITERIOS		
		20	1	2	3
		NUMERO			
		2 CRITERIOS	C1	C2	C3
		5 Impor. Relat. (IR)	0,73	0,1	0,17
		6 CRIT_GEN	1	1	1
		4 MAX O MIN	2	2	2
1	A1	Proyec 1	0,1172	0,1004	0,1464
2	A2	Proyec 2	0,1105	0,0945	0,1396
3	A3	Proyec 3	0,1922	0,1637	0,2246
4	A4	Proyec 4	0,1054	0,0891	0,1350
5	A5	Proyec 5	0,6936	0,6886	0,7035
6	A6	Proyec 6	0,1149	0,0983	0,1442
7	A7	Proyec 7	0,1616	0,1362	0,1909
8	A8	Proyec 8	0,2039	0,1778	0,2331
9	A9	Proyec 9	0,4803	0,3982	0,5097
10	A10	Proyec 10	0,6203	0,6142	0,6327
11	A11	Proyec 11	0,1421	0,1212	0,1728
12	A12	Proyec 12	0,1653	0,1392	0,1946
13	A13	Proyec 13	0,1180	0,1038	0,1467
14	A14	Proyec 14	0,2058	0,1930	0,2316
15	A15	Proyec 15	1,0000	1,0000	1,0000
16	A16	Proyec 16	0,1089	0,0914	0,1387
17	A17	Proyec 17	0,1499	0,1265	0,1791
18	A18	Proyec 18	0,2532	0,2411	0,2775
19	A19	Proyec 19	0,3231	0,3122	0,3451
20	A20	Proyec 20	0,4566	0,3787	0,4860
		Promedio	0,2861	0,2634	0,3116
		D Estándar	0,2438	0,2451	0,2363
	Pseudocriterios	p			
		q			
		sigma			
		Pesos Norm	0,73	0,1	0,17

Tabla 5.9
Matriz de diferencias del proyecto 1

Alternat. (a)	Alternat. (b)	Matrix de Distancias (d,(ab))	CRITERIOS		
			1	2	3
1	2	d(1,2)	0.0068	0.0058	0.0067
1	3	d(1,3)	(0.0750)	(0.0634)	(0.0782)
1	4	d(1,4)	0.0118	0.0112	0.0114
1	5	d(1,5)	(0.5763)	(0.5883)	(0.5572)
1	6	d(1,6)	0.0024	0.0021	0.0022
1	7	d(1,7)	(0.0444)	(0.0358)	(0.0445)
1	8	d(1,8)	(0.0867)	(0.0774)	(0.0867)
1	9	d(1,9)	(0.3631)	(0.2979)	(0.3633)
1	10	d(1,10)	(0.5031)	(0.5138)	(0.4863)
1	11	d(1,11)	(0.0249)	(0.0209)	(0.0264)
1	12	d(1,12)	(0.0481)	(0.0388)	(0.0482)
1	13	d(1,13)	(0.0008)	(0.0034)	(0.0003)
1	14	d(1,14)	(0.0886)	(0.0926)	(0.0852)
1	15	d(1,15)	(0.8828)	(0.8996)	(0.8536)
1	16	d(1,16)	0.0084	0.0089	0.0077
1	17	d(1,17)	(0.0326)	(0.0261)	(0.0327)
1	18	d(1,18)	(0.1360)	(0.1408)	(0.1311)
1	19	d(1,19)	(0.2059)	(0.2118)	(0.1987)
1	20	d(1,20)	(0.3393)	(0.2784)	(0.3396)

Tabla 5.10
Matriz de diferencias del proyecto 2

Alternat. (a)	Alternat. (b)	Matrix de Distancias (d(ab))	CRITERIOS		
			1	2	3
2	1	d(2,1)	(0.007)	(0.006)	(0.007)
2	3	d(2,3)	(0.082)	(0.069)	(0.085)
2	4	d(2,4)	0.005	0.005	0.005
2	5	d(2,5)	(0.583)	(0.594)	(0.564)
2	6	d(2,6)	(0.004)	(0.004)	(0.005)
2	7	d(2,7)	(0.051)	(0.042)	(0.051)
2	8	d(2,8)	(0.093)	(0.083)	(0.093)
2	9	d(2,9)	(0.370)	(0.304)	(0.370)
2	10	d(2,10)	(0.510)	(0.520)	(0.493)
2	11	d(2,11)	(0.032)	(0.027)	(0.033)
2	12	d(2,12)	(0.055)	(0.045)	(0.055)
2	13	d(2,13)	(0.008)	(0.009)	(0.007)
2	14	d(2,14)	(0.095)	(0.098)	(0.092)
2	15	d(2,15)	(0.890)	(0.905)	(0.860)
2	16	d(2,16)	0.002	0.003	0.001
2	17	d(2,17)	(0.039)	(0.032)	(0.039)
2	18	d(2,18)	(0.143)	(0.147)	(0.138)
2	19	d(2,19)	(0.213)	(0.218)	(0.205)
2	20	d(2,20)	(0.346)	(0.284)	(0.346)

Tabla 5.11
Matriz de preferencias para el proyecto 1

Alternat. (a)	Alternat. (b)	Matrix P(d(a,b))	CRITERIOS		
			1	2	3
1	2	P(d(1,2))	1.000	1.000	1.000
1	3	P(d(1,3))	-	-	-
1	4	P(d(1,4))	1.000	1.000	1.000
1	5	P(d(1,5))	-	-	-
1	6	P(d(1,6))	1.000	1.000	1.000
1	7	P(d(1,7))	-	-	-
1	8	P(d(1,8))	-	-	-
1	9	P(d(1,9))	-	-	-
1	10	P(d(1,10))	-	-	-
1	11	P(d(1,11))	-	-	-
1	12	P(d(1,12))	-	-	-
1	13	P(d(1,13))	-	-	-
1	14	P(d(1,14))	-	-	-
1	15	P(d(1,15))	-	-	-
1	16	P(d(1,16))	1.000	1.000	1.000
1	17	P(d(1,17))	-	-	-
1	18	P(d(1,18))	-	-	-
1	19	P(d(1,19))	-	-	-
1	20	P(d(1,20))	-	-	-

Tabla 5.12
Matriz de preferencias para el proyecto 2

Alternat. (a)	Alternat. (b)	Matrix P(d(a,b))	CRITERIOS		
			1	2	3
2	1	P(d(2,1))	-	-	-
2	3	P(d(2,3))	-	-	-
2	4	P(d(2,4))	1.000	1.000	1.000
2	5	P(d(2,5))	-	-	-
2	6	P(d(2,6))	-	-	-
2	7	P(d(2,7))	-	-	-
2	8	P(d(2,8))	-	-	-
2	9	P(d(2,9))	-	-	-
2	10	P(d(2,10))	-	-	-
2	11	P(d(2,11))	-	-	-
2	12	P(d(2,12))	-	-	-
2	13	P(d(2,13))	-	-	-
2	14	P(d(2,14))	-	-	-
2	15	P(d(2,15))	-	-	-
2	16	P(d(2,16))	1.000	1.000	1.000
2	17	P(d(2,17))	-	-	-
2	18	P(d(2,18))	-	-	-
2	19	P(d(2,19))	-	-	-
2	20	P(d(2,20))	-	-	-

Tabla 5.13
Matriz de preferencias ponderadas e índices de preferencias agregada para el proyecto 1

Alternat. (a)	Alternat. (b)	Matrix P(d)*wj	CRITERIOS			suma
			1	2	3	
1	2	P(d(1,2))*wj	0,7300	0,1000	0,1700	1,0000
1	3	P(d(1,3))*wj	-	-	-	-
1	4	P(d(1,4))*wj	0,7300	0,1000	0,1700	1,0000
1	5	P(d(1,5))*wj	-	-	-	-
1	6	P(d(1,6))*wj	0,7300	0,1000	0,1700	1,0000
1	7	P(d(1,7))*wj	-	-	-	-
1	8	P(d(1,8))*wj	-	-	-	-
1	9	P(d(1,9))*wj	-	-	-	-
1	10	P(d(1,10))*wj	-	-	-	-
1	11	P(d(1,11))*wj	-	-	-	-
1	12	P(d(1,12))*wj	-	-	-	-
1	13	P(d(1,13))*wj	-	-	-	-
1	14	P(d(1,14))*wj	-	-	-	-
1	15	P(d(1,15))*wj	-	-	-	-
1	16	P(d(1,16))*wj	0,7300	0,1000	0,1700	1,0000
1	17	P(d(1,17))*wj	-	-	-	-
1	18	P(d(1,18))*wj	-	-	-	-
1	19	P(d(1,19))*wj	-	-	-	-
1	20	P(d(1,20))*wj	-	-	-	-

Tabla 5.14

Matriz de preferencias ponderadas e índices de preferencias agregada para el proyecto 2

Alternat. (a)	Alternat. (b)	Matrix $P(d)*w_j$	CRITERIOS			suma
			1	2	3	
2	1	$P(d(2,1))*w_j$	-	-	-	-
2	3	$P(d(2,3))*w_j$	-	-	-	-
2	4	$P(d(2,4))*w_j$	0,7300	0,1000	0,1700	1,0000
2	5	$P(d(2,5))*w_j$	-	-	-	-
2	6	$P(d(2,6))*w_j$	-	-	-	-
2	7	$P(d(2,7))*w_j$	-	-	-	-
2	8	$P(d(2,8))*w_j$	-	-	-	-
2	9	$P(d(2,9))*w_j$	-	-	-	-
2	10	$P(d(2,10))*w_j$	-	-	-	-
2	11	$P(d(2,11))*w_j$	-	-	-	-
2	12	$P(d(2,12))*w_j$	-	-	-	-
2	13	$P(d(2,13))*w_j$	-	-	-	-
2	14	$P(d(2,14))*w_j$	-	-	-	-
2	15	$P(d(2,15))*w_j$	-	-	-	-
2	16	$P(d(2,16))*w_j$	0,7300	0,1000	0,1700	1,0000
2	17	$P(d(2,17))*w_j$	-	-	-	-
2	18	$P(d(2,18))*w_j$	-	-	-	-
2	19	$P(d(2,19))*w_j$	-	-	-	-
2	20	$P(d(2,20))*w_j$	-	-	-	-

5. Cada fila de la matriz mostrada en la Tabla 5.15 corresponde a los índices de preferencias agregada, esto es, la primera fila es igual a la columna suma de la Tabla 5.13 transpuesta, la segunda fila es la columna suma de la Tabla 5.14 transpuesta, y así sucesivamente. El promedio por fila arroja el flujo de superación positivo de cada proyecto, mientras que el promedio por columna equivale al flujo negativo. Las dos últimas columnas de la Tabla 5.15 señalan los preordenes inducidos¹⁸ sobre los proyectos por los flujos positivos y negativos respectivamente. Nótese que, en este caso particular los preordenes coinciden, es decir, no aparecen incomparabilidades, por lo tanto, se tratan de preordenes completos. Por completitud se procederá a realizar los cálculos del método PROMETHÉE II, pero es claro, que en este caso no es necesario.
6. PROMETHÉE II comienza calculando los flujos netos, en tal sentido, la Tabla 5.16 resume los flujos netos positivos y negativos de cada proyecto e incorpora los flujos netos, así como el preorden total completo obtenido. La Tabla 5.17 muestra los proyectos ordenados en forma decreciente en términos de sus impactos.

¹⁸ El phi-posit es un indicativo de cómo se ve un proyecto respecto a los demás, es decir, es un índice que ilustra la no superación de un proyecto en comparación con los otros proyectos, por tanto entre más grande es el flujo neto positivo mejor posicionado estará el proyecto. El phi-negat indica como ven los demás proyectos a uno en particular, es decir, ilustra la no inferioridad de los demás proyectos respecto al que se está comparando, por tanto el valor más pequeño posicionará mejor a dicho proyecto.

Tabla 5.15
Matriz resumen de los índices de preferencias agregada y flujos de superación

INDICES DE PREFERENCIA Y FLUJOS PROMETHEE I			1	2	3	4	5	6
			A1	A2	A3	A4	A5	A6
1	A1	Proyec 1	-	1,0000	-	1,0000	-	1,0000
2	A2	Proyec 2	-	-	-	1,0000	-	-
3	A3	Proyec 3	1,0000	1,0000	-	1,0000	-	1,0000
4	A4	Proyec 4	-	-	-	-	-	-
5	A5	Proyec 5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	-	1,0000
6	A6	Proyec 6	-	1,0000	-	1,0000	-	-
7	A7	Proyec 7	1,0000	1,0000	-	1,0000	-	1,0000
8	A8	Proyec 8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	-	1,0000
9	A9	Proyec 9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	-	1,0000
10	A10	Proyec 10	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	-	1,0000
11	A11	Proyec 11	1,0000	1,0000	-	1,0000	-	1,0000
12	A12	Proyec 12	1,0000	1,0000	-	1,0000	-	1,0000
13	A13	Proyec 13	1,0000	1,0000	-	1,0000	-	1,0000
14	A14	Proyec 14	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	-	1,0000
15	A15	Proyec 15	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
16	A16	Proyec 16	-	-	-	1,0000	-	-
17	A17	Proyec 17	1,0000	1,0000	-	1,0000	-	1,0000
18	A18	Proyec 18	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	-	1,0000
19	A19	Proyec 19	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	-	1,0000
20	A20	Proyec 20	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	-	1,0000
PHI-NEGAG			0,7895	0,8947	0,4737	1,0000	0,0526	0,8421
ORDEN			16	18	10	20	2	17

Tabla 5.15 (Cont.)

Matriz resumen de los índices de preferencias agregada y flujos de superación

INDICES DE PREFERENCIA Y FLUJOS PROMETHEE I			7	8	9	10	11	12
			A7	A8	A9	A10	A11	A12
1	A1	Proyec 1	-	-	-	-	-	-
2	A2	Proyec 2	-	-	-	-	-	-
3	A3	Proyec 3	1,0000	-	-	-	1,0000	1,0000
4	A4	Proyec 4	-	-	-	-	-	-
5	A5	Proyec 5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
6	A6	Proyec 6	-	-	-	-	-	-
7	A7	Proyec 7	-	-	-	-	1,0000	-
8	A8	Proyec 8	1,0000	-	-	-	1,0000	1,0000
9	A9	Proyec 9	1,0000	1,0000	-	-	1,0000	1,0000
10	A10	Proyec 10	1,0000	1,0000	1,0000	-	1,0000	1,0000
11	A11	Proyec 11	-	-	-	-	-	-
12	A12	Proyec 12	1,0000	-	-	-	1,0000	-
13	A13	Proyec 13	-	-	-	-	-	-
14	A14	Proyec 14	1,0000	0,8300	-	-	1,0000	1,0000
15	A15	Proyec 15	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
16	A16	Proyec 16	-	-	-	-	-	-
17	A17	Proyec 17	-	-	-	-	1,0000	-
18	A18	Proyec 18	1,0000	1,0000	-	-	1,0000	1,0000
19	A19	Proyec 19	1,0000	1,0000	-	-	1,0000	1,0000
20	A20	Proyec 20	1,0000	1,0000	-	-	1,0000	1,0000
PHI-NEGAG			0,5789	0,4121	0,1579	0,1053	0,6842	0,5263
ORDEN			12	9	4	3	14	11

Tabla 5.15 (Cont.)

Matriz resumen de los índices de preferencias agregada y flujos de superación

INDICES DE PREFERENCIA Y FLUJOS PROMETHEE I			13	14	15	16	17	18
			A13	A14	A15	A16	A17	A18
1	A1	Proyec 1	-	-	-	1,0000	-	-
2	A2	Proyec 2	-	-	-	1,0000	-	-
3	A3	Proyec 3	1,0000	-	-	1,0000	1,0000	-
4	A4	Proyec 4	-	-	-	-	-	-
5	A5	Proyec 5	1,0000	1,0000	-	1,0000	1,0000	1,0000
6	A6	Proyec 6	-	-	-	1,0000	-	-
7	A7	Proyec 7	1,0000	-	-	1,0000	1,0000	-
8	A8	Proyec 8	1,0000	0,1700	-	1,0000	1,0000	-
9	A9	Proyec 9	1,0000	1,0000	-	1,0000	1,0000	1,0000
10	A10	Proyec 10	1,0000	1,0000	-	1,0000	1,0000	1,0000
11	A11	Proyec 11	1,0000	-	-	1,0000	-	-
12	A12	Proyec 12	1,0000	-	-	1,0000	1,0000	-
13	A13	Proyec 13	-	-	-	1,0000	-	-
14	A14	Proyec 14	1,0000	-	-	1,0000	1,0000	-
15	A15	Proyec 15	1,0000	1,0000	-	1,0000	1,0000	1,0000
16	A16	Proyec 16	-	-	-	-	-	-
17	A17	Proyec 17	1,0000	-	-	1,0000	-	-
18	A18	Proyec 18	1,0000	1,0000	-	1,0000	1,0000	-
19	A19	Proyec 19	1,0000	1,0000	-	1,0000	1,0000	1,0000
20	A20	Proyec 20	1,0000	1,0000	-	1,0000	1,0000	1,0000
PHI-NEGAG			0,7368	0,3774	-	0,9474	0,6316	0,3158
ORDEN			15	8	1	19	13	7

Tabla 5.15 (Cont.)

Matriz resumen de los índices de preferencias agregada y flujos de superación

INDICES DE PREFERENCIA Y FLUJOS PROMETHEE I			19	20	PHI-POSIT	ORDEN_POS	ORDEN_NEG
			A19	A20			
1	A1	Proyec 1	-	-	0,2105	16	16
2	A2	Proyec 2	-	-	0,1053	18	18
3	A3	Proyec 3	-	-	0,5263	10	10
4	A4	Proyec 4	-	-	-	20	20
5	A5	Proyec 5	1,0000	1,0000	0,9474	2	2
6	A6	Proyec 6	-	-	0,1579	17	17
7	A7	Proyec 7	-	-	0,4211	12	12
8	A8	Proyec 8	-	-	0,5879	9	9
9	A9	Proyec 9	1,0000	1,0000	0,8421	4	4
10	A10	Proyec 10	1,0000	1,0000	0,8947	3	3
11	A11	Proyec 11	-	-	0,3158	14	14
12	A12	Proyec 12	-	-	0,4737	11	11
13	A13	Proyec 13	-	-	0,2632	15	15
14	A14	Proyec 14	-	-	0,6226	8	8
15	A15	Proyec 15	1,0000	1,0000	1,0000	1	1
16	A16	Proyec 16	-	-	0,0526	19	19
17	A17	Proyec 17	-	-	0,3684	13	13
18	A18	Proyec 18	-	-	0,6842	7	7
19	A19	Proyec 19	-	-	0,7368	6	6
20	A20	Proyec 20	1,0000	-	0,7895	5	5
PHI-NEGAG			0,2632	0,2105			
ORDEN			6	5			

Tabla 5.16
Flujos netos y preorden completo por PROMETHÉE II

ORDENAMIENTO TOTAL. PROMETHÉE II					
Proyectos		PHI-POSIT	PHI-NEGAG	DIF	ORDEN
A1	Proyec 1	0,2105	0,7895	-0,5789	16
A2	Proyec 2	0,1053	0,8947	-0,7895	18
A3	Proyec 3	0,5263	0,4737	0,0526	10
A4	Proyec 4	0,0000	1,0000	-1,0000	20
A5	Proyec 5	0,9474	0,0526	0,8947	2
A6	Proyec 6	0,1579	0,8421	-0,6842	17
A7	Proyec 7	0,4211	0,5789	-0,1579	12
A8	Proyec 8	0,5879	0,4121	0,1758	9
A9	Proyec 9	0,8421	0,1579	0,6842	4
A10	Proyec 10	0,8947	0,1053	0,7895	3
A11	Proyec 11	0,3158	0,6842	-0,3684	14
A12	Proyec 12	0,4737	0,5263	-0,0526	11
A13	Proyec 13	0,2632	0,7368	-0,4737	15
A14	Proyec 14	0,6226	0,3774	0,2453	8
A15	Proyec 15	1,0000	0,0000	1,0000	1
A16	Proyec 16	0,0526	0,9474	-0,8947	19
A17	Proyec 17	0,3684	0,6316	-0,2632	13
A18	Proyec 18	0,6842	0,3158	0,3684	7
A19	Proyec 19	0,7368	0,2632	0,4737	6
A20	Proyec 20	0,7895	0,2105	0,5789	5

Tabla 5.17
Jerarquización de los proyectos mediante los métodos PROMETHÉE

Posición	Proyecto
1	Proyec 15
2	Proyec 5
3	Proyec 10
4	Proyec 9
5	Proyec 20
6	Proyec 19
7	Proyec 18
8	Proyec 8
9	Proyec 14
10	Proyec 3
11	Proyec 12
12	Proyec 7
13	Proyec 17
14	Proyec 11
15	Proyec 13
16	Proyec 1
17	Proyec 6
18	Proyec 2
19	Proyec 16
20	Proyec 4

5.6.2 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

A la luz de estos resultados, el analista investigador debe plantearse la revisión de los fundamentos del proceso de decisión. El autor de esta investigación, reflexionando sobre este punto se pregunta acerca de la influencia del monto de la inversión total por proyecto en el ordenamiento obtenido, es decir, se plantea si un proyecto de 10 MM Bs. tendrá un mayor impacto sobre los atributos macroeconómicos que uno de 1 MM de Bs. La linealidad del modelo de multiplicadores basado en las MCS sustenta este cuestionamiento.

En este sentido, se construye la Tabla 5.18, la cual, muestra la inversión total por proyecto y, con base en esta información se crea la jerarquización de dichos proyectos (Tabla 5.19). En efecto, este último orden obtenido coincide con el que arroja PROMETHÉE. Esto pone en evidencia que la sospecha tiene razón de ser. Caben dos comentarios:

- Si no se produjera la coincidencia de estos ordenamientos, dada la linealidad del modelo, cabría suponer que no hay exhaustividad en los criterios retenidos. Como este no es el caso, estos resultados son completamente racionales.
- A los fines de medir el impacto de cada proyecto en los atributos retenidos, mediante el modelo de multiplicadores, el impacto del monto total de la inversión (en términos absolutos) es un descriptor apropiado. Ahora bien, a los fines de determinar un ordenamiento agregado de los proyectos, ¿Es el impacto en términos absolutos un buen descriptor de las consecuencias? El autor afirma que no, aquí se revela como superior, un análisis de eficiencia macroeconómica del tipo beneficio costo (en términos relativos¹⁹) [NERA01], donde los beneficios son los impactos macroeconómicos y los costos vienen dados por los montos totales de inversión por cada proyecto.

La Tabla 5.20 muestra los impactos de los proyectos en términos de eficiencia macroeconómica, mientras que la Tabla 5.21 hace lo propio en términos normalizados. Con base en esta nueva forma de medir las consecuencias, la ejecución de los métodos PROMETHÉE permite obtener los flujos de superación correspondientes y el preorden completo buscado (Tabla 5.22). La Tabla 5.23 ilustra la nueva jerarquía agregada de los proyectos. Nótese que tales resultados son distintos a los obtenidos anteriormente (Tabla 5.17), en tal sentido, se puede decir que los impactos han sido independizados del monto total de la inversión.

¹⁹ En términos del concepto de FCC (Capítulo 2), si bien, se verificaron los axiomas que la definen, los agentes activos subestimaron la adhesión como característica deseable de una FCC. De hecho cuando el analista investigador plantea la medición de los atributos en términos relativos, los restantes agentes activos lo consideraron obvio.

Tabla 5.18
Inversión total por proyecto

Proyectos	INV TOTAL
1	500.548
2	301.570
3	2.492.979
4	37.696
5	16.572.632
6	324.924
7	1.492.772
8	2.791.676
9	9.234.639
10	14.526.944
11	1.135.636
12	1.581.996
13	498.347
14	2.949.600
15	25.130.835
16	62.827
17	1.206.280
18	4.273.231
19	6.226.416
20	8.658.452
TOTAL	100.000.000

Tabla 5.19
Jerarquización de los proyectos por monto de inversión total

Posición	Proyecto
1	Proyec 15
2	Proyec 5
3	Proyec 10
4	Proyec 9
5	Proyec 20
6	Proyec 19
7	Proyec 18
8	Proyec 8
9	Proyec 14
10	Proyec 3
11	Proyec 12
12	Proyec 7
13	Proyec 17
14	Proyec 11
15	Proyec 13
16	Proyec 1
17	Proyec 6
18	Proyec 2
19	Proyec 16
20	Proyec 4

Tabla 5.20
Impactos de los proyectos en términos de eficiencia macroeconómica

PROY	IM+REO_TOTAL	EE_TOTAL	PO_TOTAL
PROYECTOS	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)
1	1,1847	1,1458	0,2421
2	1,8529	1,7910	0,3833
3	0,3900	0,3753	0,0746
4	14,1446	13,5095	2,9643
5	0,2117	0,2375	0,0351
6	1,7882	1,7280	0,3674
7	0,5477	0,5213	0,1058
8	0,3695	0,3639	0,0691
9	0,2631	0,2464	0,0457
10	0,2160	0,2416	0,0360
11	0,6330	0,6100	0,1259
12	0,5286	0,5028	0,1018
13	1,1982	1,1902	0,2436
14	0,3530	0,3739	0,0650
15	0,2013	0,2274	0,0329
16	8,7661	8,3153	1,8275
17	0,6284	0,5992	0,1229
18	0,2997	0,3225	0,0537
19	0,2625	0,2865	0,0459
20	0,2667	0,2500	0,0465

Tabla 5.21
Impactos normalizados de los proyectos en términos de eficiencia macroeconómica

PROY	IM+REO_TOTAL	EE_TOTAL	PO_TOTAL
PROYECTOS	Remuneraciones a los asalariados más Ingreso Mixto (REO+IM)	Excedente de explotación (EE)	Personal Ocupado (PO)
1	0,0838	0,0848	0,0817
2	0,1310	0,1326	0,1293
3	0,0276	0,0278	0,0252
4	1,0000	1,0000	1,0000
5	0,0150	0,0176	0,0119
6	0,1264	0,1279	0,1239
7	0,0387	0,0386	0,0357
8	0,0261	0,0269	0,0233
9	0,0186	0,0182	0,0154
10	0,0153	0,0179	0,0122
11	0,0448	0,0452	0,0425
12	0,0374	0,0372	0,0343
13	0,0847	0,0881	0,0822
14	0,0250	0,0277	0,0219
15	0,0142	0,0168	0,0111
16	0,6198	0,6155	0,6165
17	0,0444	0,0444	0,0415
18	0,0212	0,0239	0,0181
19	0,0186	0,0212	0,0155
20	0,0189	0,0185	0,0157

Tabla 5.22
Flujos netos y ordenamiento por eficiencia por PROMETHÉE II

ORDENAMIENTO TOTAL. PROMETHÉE II					
Proyectos		PHI-POSIT	PHI-NEGAG	DIF	ORDEN
A1	Proyec 1	0,7368	0,2632	0,4737	6
A2	Proyec 2	0,8947	0,1053	0,7895	3
A3	Proyec 3	0,4737	0,5263	-0,0526	11
A4	Proyec 4	1,0000	0,0000	1,0000	1
A5	Proyec 5	0,0526	0,9474	-0,8947	19
A6	Proyec 6	0,8421	0,1579	0,6842	4
A7	Proyec 7	0,5789	0,4211	0,1579	9
A8	Proyec 8	0,4158	0,5842	-0,1684	12
A9	Proyec 9	0,1563	0,8037	-0,6474	17
A10	Proyec 10	0,1053	0,8947	-0,7895	18
A11	Proyec 11	0,6842	0,3158	0,3684	7
A12	Proyec 12	0,5263	0,4737	0,0526	10
A13	Proyec 13	0,7895	0,2105	0,5789	5
A14	Proyec 14	0,3737	0,6263	-0,2526	13
A15	Proyec 15	0,0000	1,0000	-1,0000	20
A16	Proyec 16	0,9474	0,0526	0,8947	2
A17	Proyec 17	0,6316	0,3684	0,2632	8
A18	Proyec 18	0,3158	0,6842	-0,3684	14
A19	Proyec 19	0,1774	0,7826	-0,6053	16
A20	Proyec 20	0,2579	0,7421	-0,4842	15

Tabla 5.23
Jerarquización de los proyectos en términos de eficiencia macroeconómica por PROMETHÉE

Posición	Proyecto
1	Proyec 4
2	Proyec 16
3	Proyec 2
4	Proyec 6
5	Proyec 13
6	Proyec 1
7	Proyec 11
8	Proyec 17
9	Proyec 7
10	Proyec 12
11	Proyec 3
12	Proyec 8
13	Proyec 14
14	Proyec 18
15	Proyec 20
16	Proyec 19
17	Proyec 9
18	Proyec 10
19	Proyec 5
20	Proyec 15

5.6.3 EJECUCIÓN POR *DECISIÓN LAB 2000* DE PROMETHÉE, ENFOQUE CAJA NEGRA

A continuación se ilustran los resultados obtenidos usando el software *Decision Lab 2000*, aplicado al caso bajo estudio usando la Tabla 5.21, esto es, en los impactos expresados en términos de eficiencia macroeconómica. Más adelante se considerará un análisis del plano GAIA.

En la Figura 5.13 se muestra los requerimientos de entrada del software, nótese que son iguales a los utilizados en el enfoque caja blanca: matriz de desempeño, pesos, dirección de mejora de los atributos, criterios generalizados y sus respectivos parámetros. La Figura 5.14 ilustra el preorden parcial de los proyectos obtenido, adicionalmente muestra los flujos de superación calculado. En este caso, al no presentarse la incomparabilidad, el preorden determinado resulta ser completo y coincide con el mostrado en la Figura 5.15, resultado de aplicar el método PROMETHÉE II. En esta última figura, cada proyecto lleva anexo su correspondiente flujo neto.

Las Figuras 5.16 a 5.18 muestran las salidas gráficas en el plano GAIA de los proyectos, los atributos macroeconómicos y el eje de decisión. Dos comentarios iniciales:

- Lo primero que se debe hacer es observar el valor Δ (esquina inferior izquierda). Este proporciona una medida de calidad de la representación, es decir, la cantidad de información preservada en la proyección²⁰. En el caso que compete, el Δ preserva un 99,99% de la información, por tanto, realizar análisis en el plano GAIA es prácticamente lo mismo que hacerlo en el espacio de atributos macroeconómicos tridimensional.
- Lo segundo se debe hacerse, es observar la longitud del eje de decisión (denotado π en la figura). Como ya fue discutido, este representa la proyección del vector de pesos de los atributos retenidos. La longitud de esa proyección aleja su extremo del origen (no se trata de un *hard problem*), por tanto, el eje de decisión puede ser utilizado para los análisis consecuentes.

Una vez comprobado el valor Δ y la longitud de π se puede proceder a explotar las potencialidades del plano GAIA:

- Nótese, que π se ubica entre las proyecciones de los ejes de coordenadas correspondiente a REO+IM y PO, lo cual, es consistente con la distribución de los pesos.
- Los criterios REO+IM y PO expresan preferencias similares, mientras que la casi ortogonalidad entre REO+IM y EE indica que los impactos que recogen son más bien independientes.

²⁰ En este sentido, la ayuda del software establece que un delta mayor a 70% es adecuado, y por debajo de éste los resultados de manejarse con cautela.

- Los proyectos se disponen a lo largo del eje horizontal en el siguiente orden: 4, 16, 2, 6, 13, 1, 11, 17, 7, 12, 3, 8, 14, 18, 20, 19, 9, 10, 5, 15. Por la dirección de pi se infiere que tal orden es por calidad agregada decreciente, siendo buenos los 10 primeros y los 10 últimos malos. Esto se debe a que los proyectos se califican de buenos si tienen una proyección positiva sobre el eje decisión, mientras que los llamados malos no producen tal proyección.

Figura 5.13
Pantalla de entrada al *Decision Lab 2000*

Properties		REO+IM	EE	PO
Criterion	Action	Category		
Item	EE			
Name	EE			
Short Name	EE			
Description				
Enabled	True			
Unit				
Decimals	4			
Category	(None)			
Threshold Unit	Absolute			
Min/Max	Maximize			
Absolute Weight	0.1000			
Preference Func	Usual			
Scale	(Numerical)			
Indiference Thres	-			
Preference Thres	-			
Gaussian Thresh	-			
Min/Max	Maximize	Maximize	Maximize	Maximize
Weight		0.7300	0.1000	0.1700
Preference Function		Usual	Usual	Usual
Indiference Threshold		-	-	-
Preference Threshold		-	-	-
Gaussian Threshold		-	-	-
Threshold Unit		Absolute	Absolute	Absolute
Average Performance		0.1206	0.1215	0.1179
Standard Dev.		0.2462	0.2454	0.2467
Unit				
Project 1		0.0838	0.0848	0.0817
Project 2		0.1310	0.1326	0.1293
Project 3		0.0276	0.0278	0.0252
Project 4		1.0000	1.0000	1.0000
Project 5		0.0150	0.0176	0.0119
Project 6		0.1264	0.1279	0.1239
Project 7		0.0387	0.0386	0.0357
Project 8		0.0261	0.0269	0.0233
Project 9		0.0186	0.0182	0.0154
Project 10		0.0153	0.0179	0.0122
Project 11		0.0448	0.0452	0.0425
Project 12		0.0374	0.0372	0.0343
Project 13		0.0847	0.0881	0.0822
Project 14		0.0250	0.0277	0.0219
Project 15		0.0142	0.0168	0.0111
Project 16		0.6198	0.6155	0.6165
Project 17		0.0444	0.0444	0.0415
Project 18		0.0212	0.0239	0.0181
Project 19		0.0186	0.0212	0.0155
Project 20		0.0189	0.0185	0.0157

Figura 5.14
Visualización de los ordenamientos por PROMETHÉE I con *Decision Lab 2000*

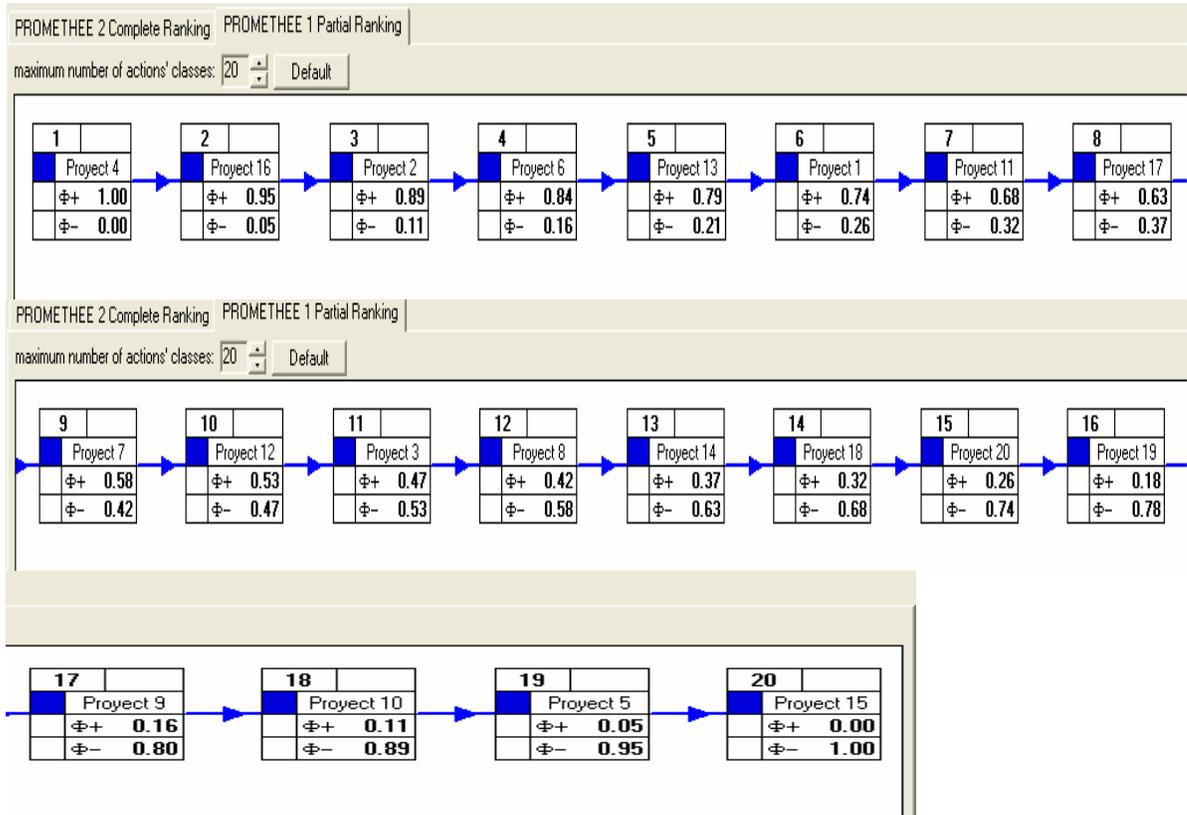


Figura 5.15
Visualización de los ordenamientos por PROMETHÉE II con *Decision Lab 2000*

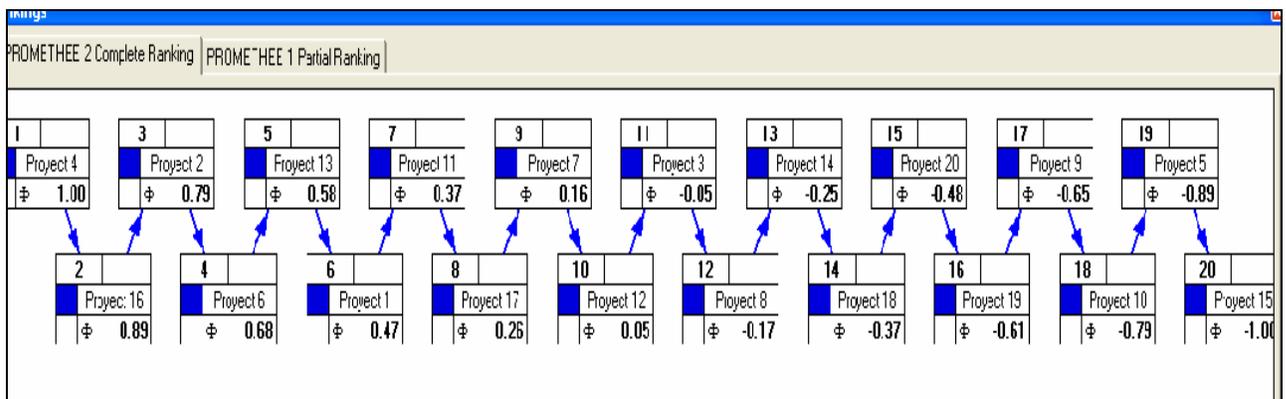


Figura 5.16
Visualización del plano GAIA

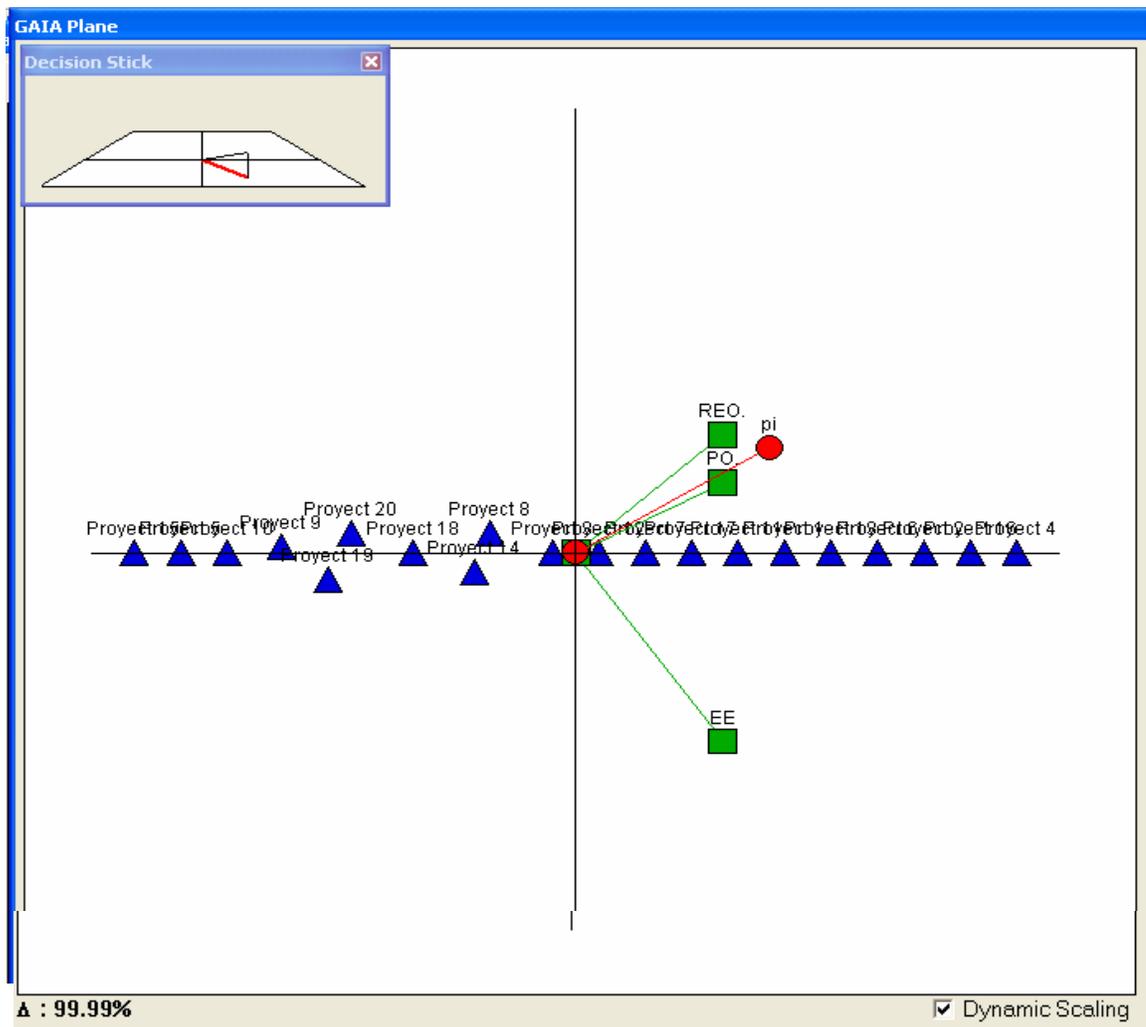


Figura 5.17
Visualización del plano GAIA, parte derecha de la Figura 5.16

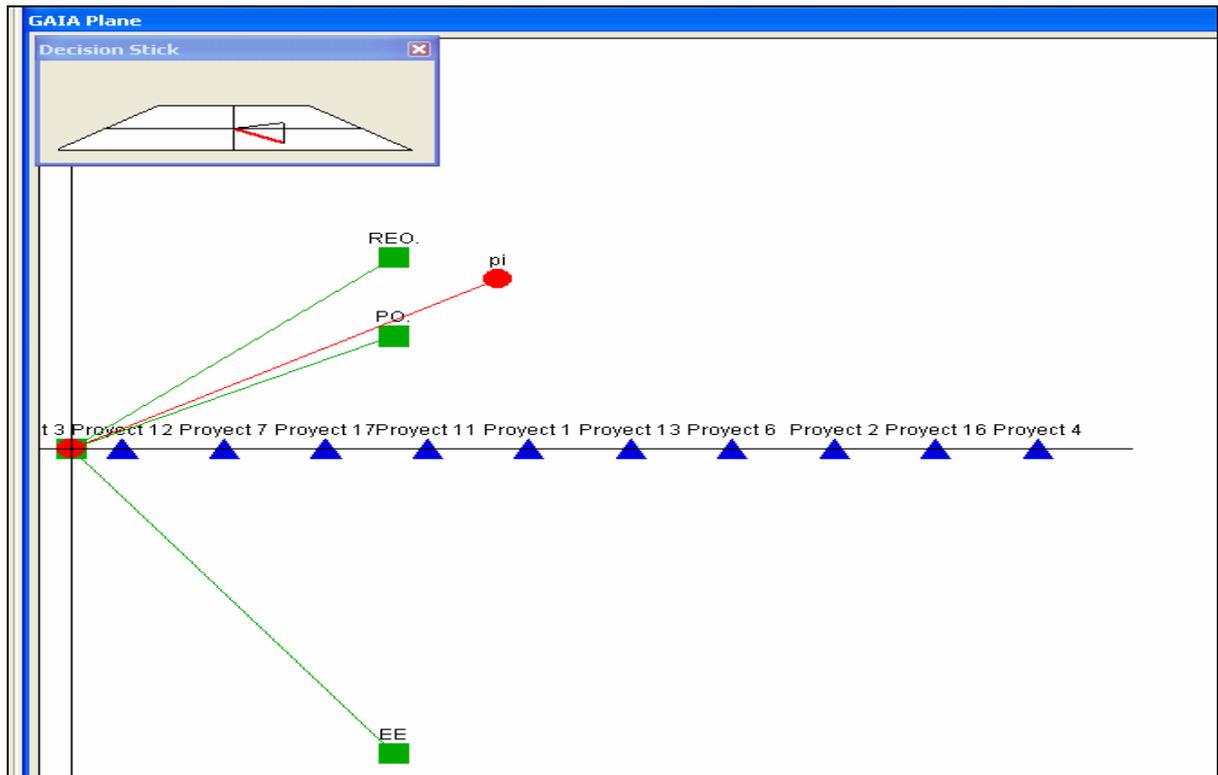
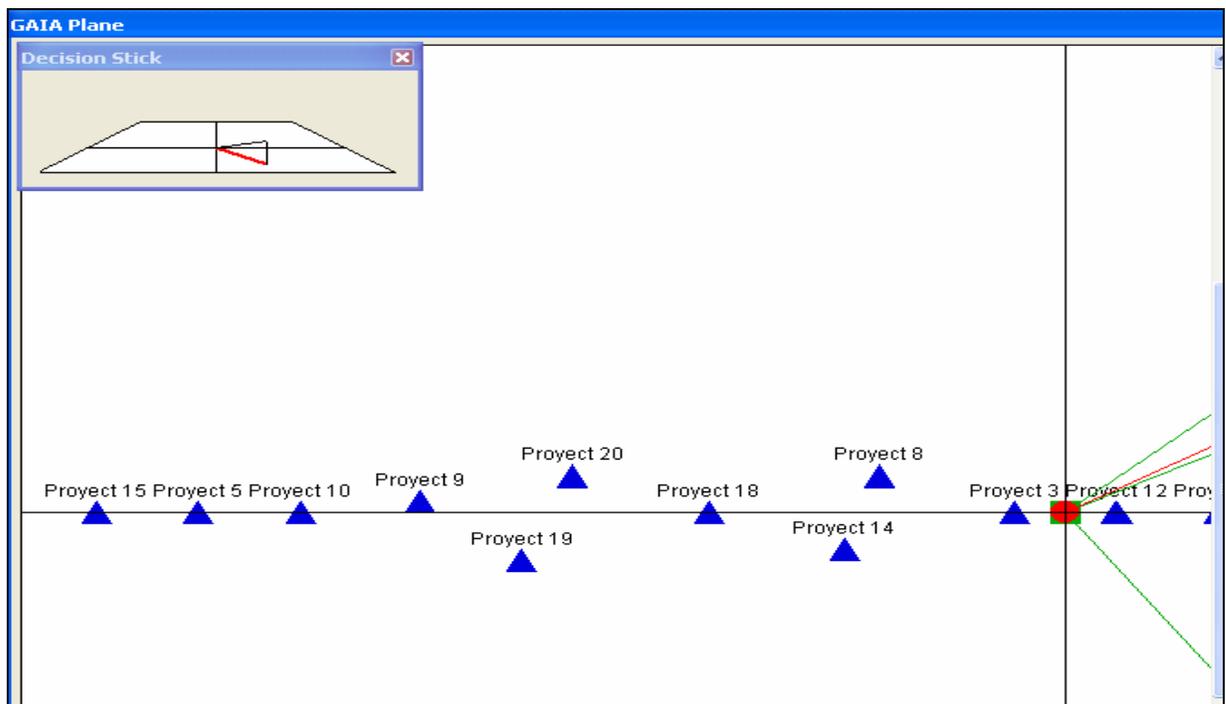
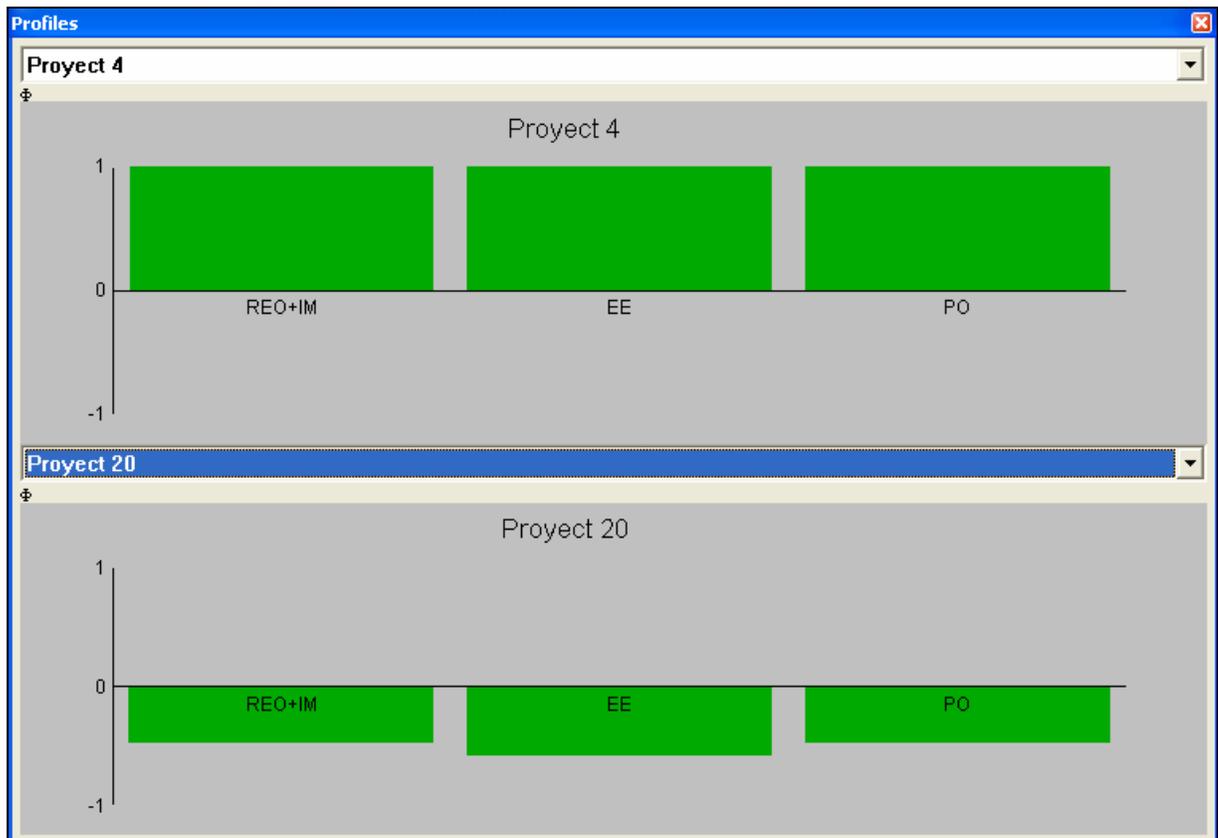


Figura 5.18
Visualización del plano GAIA, parte izquierda de la Figura 5.16



Otro elemento que proporciona el software es una representación del perfil de cada alternativa (la Figura 5.19 muestra dos perfiles ejemplo), el cual indica, su calidad sobre cada atributo macroeconómico.

Figura 5.19
Visualización de los perfiles de las alternativas con *Decision Lab 2000*



Un elemento importante a considerar en el modelado multicriterio concierne la robustez de las IR, esto es, estimar el rango de variación del peso de cada criterio retenido. El Decision Lab 2000 proporciona un análisis de sensibilidad para estos pesos variando uno a la vez [SALT00]. Se entiende por robustez en el caso de ordenamiento, el rango de variación de las IR, en el cual, permanece inalterado el ordenamiento original. La Figura 5.20 indica este análisis para el problema bajo estudio, la última columna contiene los rangos de variación para cada atributo macroeconómico. Nótese, que los atributos REO+IM y PO pueden cada uno concentrar toda la importancia si que ello altere el ordenamiento, mientras que el peso del EE, no puede exceder del 50% del total.

Figura 5.20
Intervalos de robustez de los pesos con *Decision Lab 2000*

	Weight	Interval		% Weight	% Interval	
		Min	Max		Min	Max
REO+IM	0.7300	0.0000	Infinity	73.00%	0.00%	100.00%
EE	0.1000	0.0000	0.9000	10.00%	0.00%	50.00%
PO	0.1700	0.0000	Infinity	17.00%	0.00%	100.00%

5.7 EL PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE RECURSOS CON COEFICIENTES MULTICRITERIO

Una extensión interesante que plantea Brans es la posibilidad de realizar análisis multicriterio bajo restricciones, en procesos de planificación principalmente [BRAN03]. Estos consisten en utilizar los flujos netos de PROMETHÉE II, que identifican la “calidad” agregada de las alternativas como coeficientes de costos en un problema de programación matemática, para la asignación de recursos a proyectos de inversión pública. El planteamiento de Brans es posible suponiendo que:

- Hay un horizonte temporal fijo donde los montos de inversión no cambian.
- La familia de criterios, así como, el conjunto de proyectos de inversión bajo análisis permanecen inalterados, esto es, no se eliminan ni se incorporan proyecto o atributo alguno.
- El horizonte temporal, es tal que, los flujos netos se consideran constantes.

Sucintamente se puede afirmar que, el problema de asignación al que se hace referencia consisten en seleccionar un subconjunto del conjunto de proyectos que resulte factible en términos de las restricciones y óptimo en términos de “calidad” agregada global, es decir, de la aprobación representada por la suma de los flujos netos.

Esta técnica se agrupa en el método PROMETHÉE V [BRAN03] y considera lo siguiente:

Sea $\{a_i, i=1,2,\dots,n\}$ el conjunto de alternativas posibles, a cada una se le asocia una variable booleana del tipo

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{si } a_i \text{ es seleccionada} \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad (21)$$

entonces el método PROMETHÉE V se puede constituir en dos pasos:

1. Se obtienen los flujos netos $\{\phi(a_i), i = 1, 2, \dots, n\}$ por PROMETHÉE II
2. Se resuelve el siguiente programa lineal $\{0,1\}$:

$$\text{máx} \sum_{i=1}^n \phi(a_i) x_i \quad (22)$$

s.a

$$\sum_{i=1}^n \lambda_{p,i} x_i \begin{cases} \geq \\ = \\ \leq \end{cases} \beta_p \text{ para } p=1, 2, \dots, P \quad (23)$$

$$x_i \in \{0,1\} \text{ para } i=1, 2, \dots, n \quad (24)$$

donde P es el horizonte temporal considerado, $\lambda_{p,i}$ es un coeficiente tecnológico²¹ y β_p representa el valor límite del lado derecho de las restricciones.

Al especialista de Investigación de Operaciones le parecerá perogrullesco, más no así, para el lector formado en otras áreas; no se debe caer en la tentación de seleccionar los proyectos que van a ser ejecutados con base al ordenamiento obtenido al ejecutar el método PROMETHÉE II.

La robustez de los resultados del programa de optimización planteado está condicionada por la cantidad y calidad de la información disponible, por la capacidad de crecimiento de la economía y, obviamente por la calidad del proceso de decisión que condujo a la determinación de los flujos netos. Este último punto viene a corroborar que el proceso de toma de decisión no puede ser tomado a la ligera.

Esta investigación ha dado por sentado, en forma tácita, que los proyectos considerados son independientes, es decir, que la ejecución de uno no interfiere en ningún aspecto con la de otro u otros. Este no tiene por que ser el caso, a tal efecto, se incluye el apéndice 5.1 que contiene la clasificación tomada de [TORR99]. Del programa de optimización propuesto, la formulación de las restricciones merece especial atención, por ello, se incluye el apéndice 5.2 donde se suministran algunas sugerencias al respecto tomadas de [TORR99].

²¹ Las restricciones (23) pueden incluir consideraciones presupuestarias, de rentabilidad, de inversión, de capacidad instalada, de mercadeo, etc.

Volviendo al caso de estudio, en el cual los proyectos son independientes, considerando que los recursos sobrantes de un periodo pueden invertirse en el siguiente, se trabaja en bolívares constantes y que hay dos tipos de recursos humanos limitados, la asignación de recursos puede formularse por:

$$\text{máx} \sum_{i=1}^{20} \phi(a_i)x_i$$

s.a

$$\sum_{i=1}^{20} \text{costos}_{p,i} x_i \leq \text{monto}_p - \text{sobra}_p + \text{sobra}_{p-1} \text{ para } p=1,2,\dots,10$$

$$\text{sobra}_0 = 0$$

$$\sum_{i=1}^{20} \text{HH}_{p,i}^1 x_i \leq \text{RRHH}_p^1 \text{ para } p=1,2,\dots,10 \text{ (primer tipo de RRHH limitado)}$$

$$\sum_{i=1}^{20} \text{HH}_{p,i}^2 x_i \leq \text{RRHH}_p^2 \text{ para } p=1,2,\dots,10 \text{ (segundo tipo de RRHH limitado)}$$

$$x_i \in \{0,1\} \text{ para } i=1,2,\dots,20$$

nótese que $\lambda_{p,i}$ representa costos, hora hombre u otro coeficiente requerido por la restricción.

Conviene destacar que este modelo supone una cierta dosis de centralización en la planificación, y además, que la aprobación modelada en la función objetivo por el analista investigador no tiene que circunscribirse al ámbito puramente macroeconómico²². El autor quiere destacar que existe una gran variedad de modelos asociados a problemas de presupuesto de capital y de planificación a largo plazo, pero la intención no es de mostrar un recetario de modelos asociados a proyectos de inversión pública, sino abrir espacios de discusión sobre las vías para lograr un mejor aprovechamiento de recursos disponibles.

5.8 DISCUSIÓN

Es conveniente recalcar, que la selección de los criterios generalizados requeridos por PROMETHÉE merece particular atención. La misma debe focalizarse en aspectos como: la precisión de la data (para estimar q), la formar de variar las preferencias sobre las ventajas de una alternativa respecto a otra (cambio abrupto, lineal o no lineal) y, la naturaleza misma de los criterios (cuantitativa o cualitativa), todo ello bajo la égida de la interpretación de las disciplinas participantes (interpretación económica, sociológica, ambiental, entre otras).

²² Se recuerda al lector que la incorporación de criterios de otra naturaleza es una posibilidad abierta dentro de la metodología propuesta, la cual se basa en una racionalidad sistémica.

Respecto al modelo de asignación de recursos, el autor considera conveniente estudiar el modelado de restricciones inherentes a las características propias de una economía:

- Su capacidad para absorber montos elevados de inversión, la existencia de cuellos de botella que pueden obstaculizar el crecimiento, y el fomento y/o profundización de la diversificación económica. Dichas restricciones han sido conceptualmente estudiadas por algunas teorías del crecimiento económico de tipo estructuralista, para mayor información se puede consultar a [JONE88, ROME02 y HARB98], donde se menciona el papel de la inversión en el crecimiento.
- Considerar los impactos en términos absolutos en la construcción de la función objetivo, puede acompañarse de algunas restricciones de eficiencia mínima, de forma tal, de orientar la asignación de recursos hacia proyectos de buena “calidad” en términos relativos. En sentido inverso, si se considera los impactos en términos relativos en la función objetivo, se pueden incorporar restricciones de calidad de los proyectos en términos absolutos.

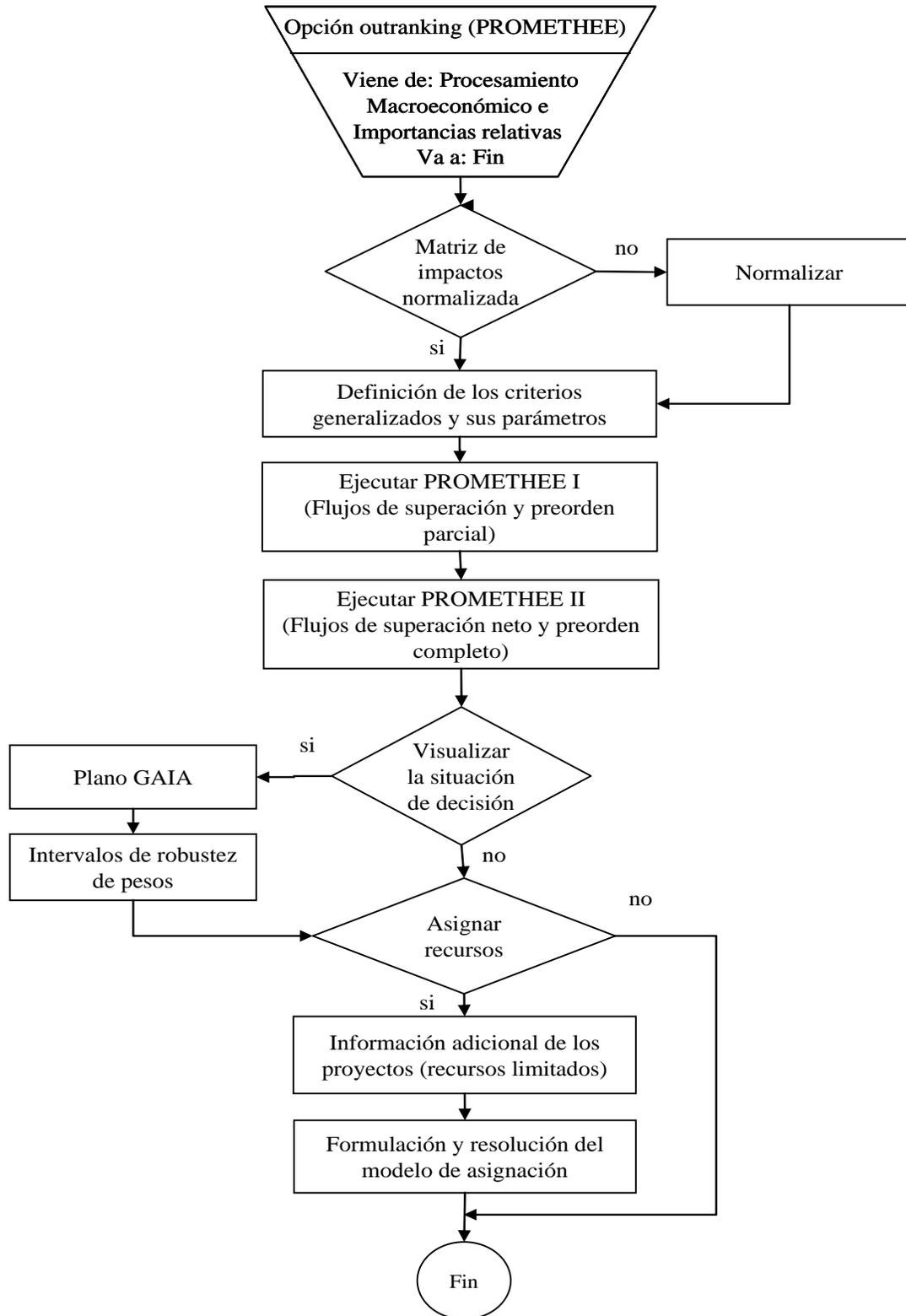
5.9 CONCLUSIÓN

En este capítulo referente al Análisis Multicriterio (AMC), se muestra a los métodos PROMETHÉE como una poderosa herramienta para resolver la problemática $P.\gamma$ de soporte a la toma de decisión. También se muestra la utilización de los resultados de PROMETHÉE para atacar y resolver el problema de asignar a los proyectos de inversión pública los recursos limitados; en tal sentido, se aborda la problemática de selección $P.\alpha$.

Finalmente la utilización del plano GAIA permite representar en forma gráfica el problema multicriterio, aportando así una nueva perspectiva para el análisis multicriterio. Por otra parte, este capítulo ha servido de conexión entre el problema macroeconómico derivado del Modelo de Multiplicadores basado en las MCS con las técnicas del AMC, del ámbito de la Investigación de Operaciones, extendiendo así el alcance de esta disciplina.

Queda demostrado que las técnicas de AMC, además de incluir las preferencias de los hacedores de política para resolver un problema multicriterio de ordenamiento de proyectos de inversión, facilita el abordaje de un problema de selección, que conjuga la búsqueda de las mejores opciones en condiciones de escasez de acuerdo a los criterios evaluados, proveyendo de mayores elementos para asignar los recursos y, ampliando con ello el campo de aplicación del modelo de multiplicadores basado en las MCS. Más aún, permitiendo la armonización de los resultados de dicho modelo con aportes de otras áreas distintas del conocimiento.

5.10 DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL PROCESAMIENTO MULTICRITERIO USANDO LOS MÉTODOS PROMETHÉE



6.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo introduce los métodos difusos basados en el operador OWA, a fin de lograr una jerarquización agregada de los proyectos de inversión pública de acuerdo con sus impactos en términos de eficiencia macroeconómica. Haciendo particular énfasis en los detalles relativos al modelado, en este capítulo se desarrollará lo siguiente:

1. Una visión general del operador media ponderada ordenada (OWA).
2. Formulación matemática del operador OWA y sus medidas de caracterización.
3. Los cuantificadores lingüísticos.
4. La inclusión de las importancias relativas (IR).
5. Aplicación del operador OWA en la jerarquización macroeconómica de los proyectos de inversión pública.
6. Uso de operador OWA para formular un problema de asignación de recursos.

La inquietud de obtener jerarquías agregadas a partir de jerarquías individuales dentro de la presente investigación, deriva de una realidad práctica, la cual se puede generar básicamente por dos vías. La primera, ocurre cuando a un proceso de decisión que se encuentra en un adelantado estado de avance se deban incorporar nuevas unidades de decisión. La segunda, tratada en la Sección 4.3.2, corresponde a lo que allí se etiquetó por terapéutica, esto es, cuando por razones insoslayables se deban combinar juicios emitidos independientemente.

6.2 CONSIDERACIONES PRELIMINARES

En el marco del problema bajo estudio y según el desarrollo contenido en el Capítulo 4, el acercamiento operacional adecuado consiste en la construcción de un sistema relacional de preferencias, más aún, los métodos PROMETHÉE resultaron favorecidos por el análisis de darse las condiciones apropiadas. Sin embargo, existen situaciones contextuales de decisión cuyas condiciones los tornan poco adecuados, en particular para la agregación de juicios como se discutió en la Sección 4.3.3.

En consideración a lo expuesto, el estudio sugiere la pertinencia de aplicar el operador OWA a tales situaciones; si bien el OWA clasifica dentro de otro acercamiento operacional (criterio sintético único), ofrece ventajas que se revelan particularmente útiles a la hora de combinar juicios. Adicionalmente, el operador OWA arroja valoraciones de la “calidad” agregada de las opciones que permiten construir un preorden completo, esto es, se constituye en un criterio estricto, valoraciones que por cierto, pueden utilizarse en el modelo de asignación de recursos.

6.3 EL OPERADOR MEDIA PONDERADA ORDENADA (OWA)

El operador OWA¹ permite calcular promedios e integrándole a la lógica difusa² [FULL96 y YAGE94], introduce la posibilidad de producir una jerarquía agregada a partir de jerarquías individuales que reflejan juicios [FULL96 y BURG06]. Dichas jerarquías individuales pueden estar expresadas en valores ordinales o cardinales, debiéndose tomar las debidas precauciones de la interpretación de los resultados que se desprendan de estudios estadísticos según el caso [YAGE95]. Una precaución adicional que aplica a todos los métodos de agregación del AMC, ya tratada en la Sección 2.8, consiste en la eliminación de problema de la escala.

6.3.1 FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL OPERADOR OWA

Un operador OWA de dimensión n , es una función $F : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$, que tiene asociado un vector de pesos dado por

$$W = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T \quad (1)$$

con $w_i \in [0,1]$ y $\sum_{i=1}^n w_i = 1$

definido por la siguiente expresión

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j \quad (2)$$

siendo n la dimensión del espacio de criterios, a el arreglo n -dimensional de juicios dado por $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ y el arreglo B un reordenamiento de a definido por b_j para $j = 1, 2, \dots, n$ el $j^{\text{ésimo}}$ valor más grande de a .

La característica clave de este operador es el empleo del vector $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ que representa el ordenamiento decreciente de las componentes de a . En términos de producto escalar de vectores

$$F(a) = F(a_1, a_2, \dots, a_n) = W \circ B \quad (3)$$

Es básico retener que un elemento w_i de W pondera al elemento homólogo b_i de B , como se desprende de (2) y (3), lo cual significa que tal ponderación se ejerce sobre el valor del desempeño de a que ocupa la posición i en B . Así se tiene que w_1 es el peso asociado a b_1 , el mejor desempeño de a , w_2 es el peso asociado a b_2 , el segundo mejor desempeño de a , y así sucesivamente. Por ello

¹ El operador OWA fue tratado someramente en el Capítulo 3, a fin de agregar IR de los atributos macroeconómicos, en aquellos casos donde no resulta posible lograr acuerdos en el seno de la unidad de decisión.

² Se dice que esta integrado a lógica difusa y en particular a los conjuntos difusos, porque permite transformar juicios expresados en términos cualitativos a valoraciones cuantitativas, lo cual corresponde al modelaje operativo de pensamientos o calificativos vagamente definidos.

debe resultar claro que W es un vector de pesos asociado a posiciones, no debe ser confundido nunca con el arreglo de IR de los criterios.

Otra característica fundamental del operador es que se basa en la selección de W , la cual puede generar infinitas agregaciones $F(a)$ distintas para una alternativa a . Por ejemplo, si la mayor proporción de los pesos se concentran hacia las primeras componentes de W , se acentúa el efecto en el agregado $F(a)$ de los mejores desempeños de a ubicados en las primeras posiciones del arreglo B ; pesos más concentrados hacia las últimas componentes de W enfatizan el efecto sobre el agregado de los peores desempeños de a , ubicados en la últimas posiciones de B .

No está demás destacar que:

- La ponderación sobre una componente b_j que realiza la componente homóloga w_j , no está en lo absoluto asociada al juicio o criterio que originó el valor b_j .
- El arreglo (a_1, a_2, \dots, a_n) representa los n juicios emitidos sobre la alternativa a , o lo que es lo mismo, los n desempeños de a . El operador OWA permite su agregación independientemente de que tales juicios se emitan en una escala cardinal o en una ordinal.
- La agregación $F(a)$ es de tipo “convexo” en términos de B , esto es, arroja un valor entre b_1 y b_n . Lo cual no significa que sea un operador lineal en término de los vectores de desempeños.

Yager resalta ciertos casos especiales de estos operadores, cada uno de ellos caracterizado por una forma particular del vector de pesos W [YAGE93]:

1. Máximo: Para este caso $W^* = (1, 0, \dots, 0)^T$ y $F^*(a_1, a_2, \dots, a_n) = \max\{a_1, a_2, \dots, a_n\} = b_1$
2. Mínimo: Para este caso $W_* = (0, 0, \dots, 1)^T$ y $F_*(a_1, a_2, \dots, a_n) = \min\{a_1, a_2, \dots, a_n\} = b_n$
3. Promedio: Para este caso $W_{AVE} = (\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n})^T$ y $F_{AVE}(a_1, a_2, \dots, a_n) = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$
4. Posición: Para este caso se determina un W_k , tal que $w_k = 1$ y $w_j = 0$ para $j \neq k$ entonces $W_k = (0, 0, \dots, 1, \dots, 0)^T$ y $F_k(a_1, a_2, \dots, a_n) = b_k$. Nótese que $F^*(a)$ y $F_*(a)$ son dos casos particulares de agregación por posición.
5. Olímpico: Se obtiene al hacer $w_1 = w_n = 0$ y $w_j = \frac{1}{n-2}$ para $1 < j < n$. En este caso se ha eliminado el valor más alto y el más bajo:

$$W_{OLY} = (0, \frac{1}{n-2}, \dots, \frac{1}{n-2}, 0)^T \text{ y } F_{OLY}(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=2}^{n-1} w_j b_j$$

6. Ventana: Para este caso W_{WIN} toma la siguiente forma

$$w_i = \begin{cases} 0 & \text{si } i < k \\ \frac{1}{m} & \text{si } k \leq i < k + m \\ 0 & \text{si } i \geq k + m \end{cases}$$

donde $k > 1$ y $m \leq n-2$. k es la posición del primer valor no nulo y m el número de posiciones consecutivas no nulas

$$W_{WIN} = (0, \dots, 0, \frac{1}{m}, \frac{1}{m}, \dots, \frac{1}{m}, 0, \dots, 0)^T \text{ y } F_{WIN}(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=k}^{k+m-1} w_j b_j$$

Claro está que W_k (para $m=1$) y W_{OLY} (para $k=2$ y $m = n-2$) son casos particulares de W_{WIN}

7. Mediana: También es un caso particular de W_{WIN} , para ello:

Si n es impar $W_{MED} = W_{WIN}$ haciendo $k = (n+1)/2$ y $m = 1$

Si n es par $W_{MED} = W_{WIN}$ haciendo $k = n/2$ y $m = 2$

6.3.2 MEDIDAS DE CARACTERIZACIÓN DEL OPERADOR OWA

Para todo vector W se pueden evaluar las siguientes medidas:

1. La medida ORNESS(W) definida por:

$$\text{ORNESS}(W) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (n-j)w_j \quad (4)$$

donde $\text{ORNESS}(W) \in [0,1]$ y n es el número de criterios. Nótese que $\text{ORNESS}(W^*) = 1$, $\text{ORNESS}(W_{AVE}) = 0.5$ y $\text{ORNESS}(W_*) = 0$. Esta medida indica la tendencia del operador a apoyar los valores más altos o los más bajos de los desempeños de a . Valores de $\text{ORNESS}(W)$ cercanos a 1 indican que W acentúa los mejores desempeños, valores de $\text{ORNESS}(W)$ alrededor de 0,5 indican que W no inclina la agregación hacia los desempeños extremos y, finalmente, valores de $\text{ORNESS}(W)$ cercanos a 0 señalan que W tiende a acentuar el efecto de los peores desempeños. Entonces se puede afirmar que el $\text{ORNESS}(W)$ es en cierta forma una medida de cómo se distribuyen las magnitudes de los pesos en W hacia las posiciones iniciales, hacia las finales, o de manera más o menos uniforme. $\text{ORNESS}(W)$ representa en definitiva una medida de la disjuntividad³ del agregado $F(a)$. Para cualquier W simétrico ($w_j = w_{n+1-j}$) se tiene que $\text{ORNESS}(W) = \text{ORNESS}(W_{AVE}) = 0.5$

³ Esta propiedad señala el grado en que la agregación resultante se asemeja a conectar los criterios mediante el operador lógico OR, esto es, la agregación $F(a)$ tendrá un valor bajo si los desempeños son todos bajos.

2. La medida $ANDNESS(W)$ es el complemento a 1 de $ORNESS(W)$:

$$ANDNESS(W) = 1 - ORNESS(W) \quad (5)$$

En forma similar al $ORNESS(W)$, pero en sentido inverso, esta medida indica la tendencia del operador a apoyar los valores más altos o los más bajos de los desempeños de a . Valores de $ANDNESS(W)$ cercanos a 1, indican que W acentúa los peores desempeños, valores de $ANDNESS(W)$ alrededor de 0,5 indican que W no inclina la balanza hacia los desempeños extremos y valores de $ANDNESS(W)$ cercanos a 0 señalan que W tiende a acentuar el efecto de los mejores desempeños. $ANDNESS(W)$ representa una medida de la conjuntividad⁴ de $F(a)$. Para todo W simétrico se tiene que $ANDNESS(W) = ANDNESS(W_{AVE}) = ORNESS(W) = 0.5$ independientemente de la uniformidad de sus componentes.

3. La medida $DISP(W)$ dada por:

$$DISP(W) = - \sum_{j=1}^n w_j \ln(w_j)$$

donde $0 \leq DISP(W) \leq \ln(n)$. Nótese que $DISP(W^*) = DISP(W_*) = 0$ y $DISP(W_{AVE}) = \ln(n)$. $DISP(W)$ es una medida de entropía de la información reflejada por un W de los desempeños de los distintos criterios, en el sentido de que mide la dispersión de las fuentes de información consideradas por el agregado $F(a)$ y la uniformidad del aporte de los desempeños. A dicha medida, también denominada entropía de Shannon [MALC06], se le introduce un factor de normalización clásico en el manejo de las entropías, a fin de poder realizar comparaciones. En tal sentido sugiere la expresión:

$$DISP(W) = - \frac{1}{\ln(n)} \sum_{j=1}^n w_j \ln(w_j) \quad (6)$$

por tanto, al normalizar se tiene que $DISP(W^*) = DISP(W_*) = 0$ y $DISP(W_{AVE}) = 1$.

Por ejemplo, si $W = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25)$ entonces $DISP(W) = 1$, nótese que este W toma en cuenta todos los desempeños con igual ponderación; si $W = (0.20, 0.30, 0.30, 0.20)$ entonces fácilmente se tiene $DISP(W) = 1.36/1.39 = 0.98$, finalmente, si $W = (0.10, 0.40, 0.40, 0.10)$ entonces se tiene $DISP(W) = 0.86$. Con estos tres ejemplos se muestran sendos juegos de pesos que toman en cuenta todos los desempeños variando, en forma cada vez más pronunciada, las ponderaciones (respecto al W promedio). Para cualquier W simétrico se tiene que $DISP(W)$ corresponde a un máximo.

⁴ Esta propiedad señala el grado en que la agregación resultante se asemeja a conectar los criterios mediante el operador lógico AND, es decir, la agregación $F(a)$ tendrá un valor alto si los desempeños son todos altos.

6.3.3 ALGUNAS CONSIDERACIONES INICIALES PARA EL MODELADO

La idea de fondo de este capítulo es modelar una forma de agregación $F(a)$ utilizando el operador OWA. De acuerdo con (3), una vez evaluados los desempeños tan sólo falta escoger el vector W adecuado para así obtener el valor agregado de $F(a)$. La pregunta obvia es ¿las medidas de caracterización expuestas en la sección anterior pueden ser utilizadas para caracterizar el W buscado, considerando algunas preferencias de la unidad de decisión? Es decir, conociendo algunas preferencias de la unidad de decisión ¿se pueden estimar niveles para las medidas de caracterización que reduzcan el espacio de búsqueda de W ?

La compensación de una agregación como $F(a)$ viene dada por su capacidad de mantener su valor ante cambios simultáneos que conllevan el aumento de uno cualquiera (o cualesquiera) desempeños y disminución de otro (u otros). En el caso de OWA, es claro que esta capacidad de compensación⁵ se ve afectada por el vector W que se seleccione. Por ejemplo, si $w_j = 0$ para algún j , W produce un agregado no compensatorio puesto que b_j puede variar sin que ello modifique ningún b_i con $i \neq j$, aún cuando mantenga el valor de $F(a)$; más aún, W_k , W^* o W_* son inmunes a cambios en cualquier desempeño de peso nulo. Otro ejemplo lo constituye W_{AVE} , el cual permite la compensación en los términos más absolutos, puesto que un aumento en b_j para cualquier j puede compensarse por una disminución igual en b_i con $i \neq j$.

Por otro lado, la actitud respecto al riesgo se puede constatar observando la distribución de las proporciones en el vector de pesos W a través del $ORNESS(W)$. Valores de $ORNESS(W) \approx 1$ acentúan el efecto de los mejores desempeños reflejando una actitud optimista. Un razonamiento similar conduce a afirmar que medidas de $ORNESS(W) \approx 0$ reflejan una actitud pesimista. La actitud optimista reside en el supuesto de que lo bueno va a ocurrir, eso conlleva a estar dispuesto a asumir riesgos, a ser propensos a tomarlos. Por un razonamiento análogo, se tiene que la actitud pesimista refleja una aversión al riesgo. Valores de $ORNESS(W) \approx 0.5$ representan una actitud que no califica como optimista ni pesimista, está más bien vinculada a la neutralidad ante el riesgo.

La Figura 6.1 fue construida para ilustrar lo expuesto, para ello se combinan 4 juicios mediante los vectores de pesos W_1 , W_{AVE} y W_2 , dados por:

$$W_1 = (0.40, 0.30, 0.20, 0.10) \quad ORNESS(W_1) = 0.67$$

$$W_{AVE} = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25) \quad ORNESS(W_{AVE}) = 0.5$$

$$W_2 = (0.10, 0.20, 0.30, 0.40) \quad ORNESS(W_2) = 0.33$$

⁵ Este concepto puede prestarse a confusión puesto que un W de OWA es concomitante a las posiciones de los desempeños ordenados, en tal sentido, una compensación entre tales posiciones es lo que realmente puede ocurrir.

en la parte izquierda de dicha figura se representa los vectores de pesos mencionados y en la parte derecha la fracción de pesos acumulada en cada posición⁶. Nótese, que W_{AVE} arroja un acumulado W_{AVE_Acum} linealmente creciente, que W_1 proporciona un W_1_Acum de aspecto cóncavo y W_2 produce W_2_Acum de aspecto convexo; Lo cual no es sorprendente, pues las curvas de la izquierda representan las pendientes de las respectivas acumuladas de la parte derecha. Un acumulado de pesos cóncavo como W_1_Acum indica que la mayor fracción de pesos recae en las posiciones de mejor desempeño ($ORNESS > 0.5$), reflejando una actitud optimista. Aplicando un razonamiento similar, un acumulado convexo como W_2_Acum es indicio de pesimismo y un acumulado lineal lo es de neutralidad (W_{AVE_Acum}).

Obviamente, existen vectores de pesos cuya curvatura no indican actitudes tan claramente definidas, como el vector

$$W_3 = (0.10, 0.40, 0.40, 0.10) \quad ORNESS(W_3) = 0.5$$

cuya representación se muestra en la Figura 6.2.

La medida $DISP(W)$ por su parte caracteriza al vector W en términos de la dispersión de la información que aprovecha de los distintos desempeños en juego, así como de la intensidad de ese aprovechamiento. La prescripción de un $DISP(W)$ alto se opone a vectores W con componentes nulas y/o a variaciones extremas de pesos. Tal prescripción invita a un aprovechamiento relativamente equilibrado de la diversidad representada por los criterios. Por el contrario, la prescripción de un $DISP(W)$ bajo desaconseja el uso de pesos similares. Dicha prescripción aconseja la captura del aporte de criterios particulares. Es claro que, valores medios de $DISP(W)$ inclina la selección de W hacia un compromiso entre las dos situaciones extremas anteriores.

La Tabla 6.1 resume los niveles (alto, medio y bajo) de las medidas $ORNESS(W)$, $ANDNESS(W)$ y $DISP(W)$ en función de la compensación y de la actitud ante el riesgo. Esta tabla inédita permite al analista investigador hacer una caracterización de grano grueso de tales medidas, en función de lo que observe en la unidad de decisión, lo cual si bien no le lleva a precisar W , por lo menos lo caracteriza y le permite reducir su espacio de búsqueda.

Por ejemplo, si el analista investigador detecta que la unidad de decisión es adversa al riesgo y tiende a establecer formas de agregación altamente compensatorias, entonces tomará la información sombreada de la tabla:

⁶ Claro está que cada curva de la parte izquierda de la figura debe estar constituida por cuatro puntos, su conexión mediante segmentos de recta no solo mejora la visualización, sino que corresponde a un caso donde intervienen infinitos criterios (aproximación al continuo). En forma similar, las curvas de la parte derecha deben ser todas escalonadas, pero por las mismas razones, se optó por la representación aproximada a lo continuo.

- La columna compensación indica que W cumple $ORNESS(W) \approx ANDNESS(W) \approx$ Nivel Medio y $DISP(W) \approx$ Nivel Alto, es decir sus componentes deben ser un tanto simétricas y similares.
- La columna riesgo indica $ORNESS(W) \approx$ Nivel Bajo, $ANDNESS(W) \approx$ Nivel Alto y $DISP(W) \approx$ Nivel Bajo, es decir las componentes de W deben aumentar hacia el final⁷.
- Nótese que en este caso el parámetro $DISP(W)$ no arroja información consistente. El analista investigador tiene que determinar un W que represente un compromiso entre el esquema de pesos W_{A1} ilustrado en la parte A de la Figura 6.3 con alguno de los esquemas de pesos W_{B1} ó W_{B2} ó W_{B3} ó W_{B4} representados en la parte B. El espacio de búsqueda de W ha sido reducido.

Figura 6.1

Interpretación de la actitud al riesgo contenida un W dado

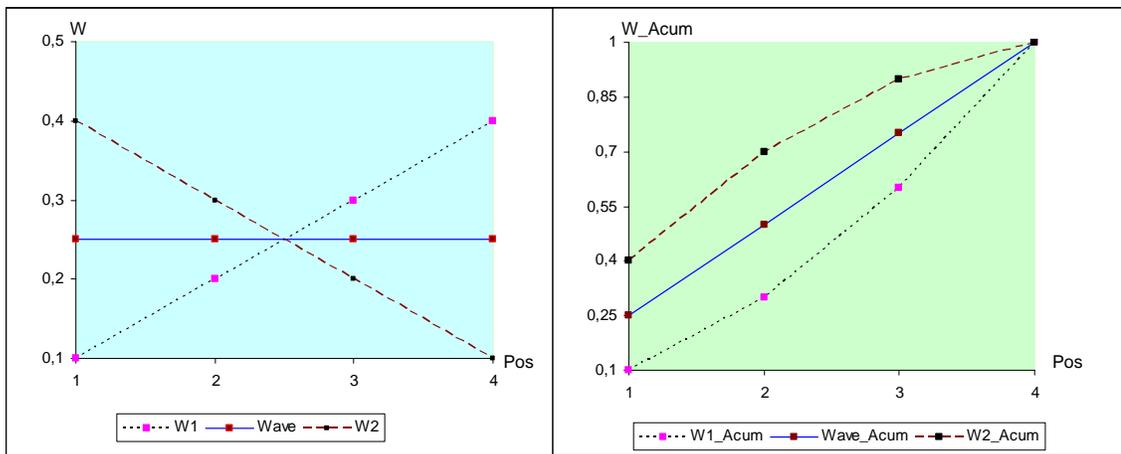
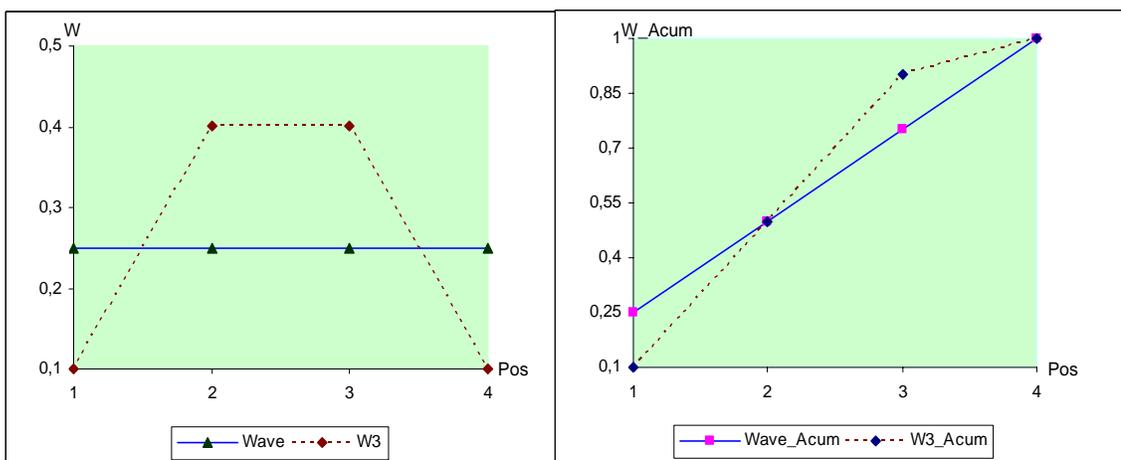


Figura 6.2

Indefinición de la actitud al riesgo contenida un W dado

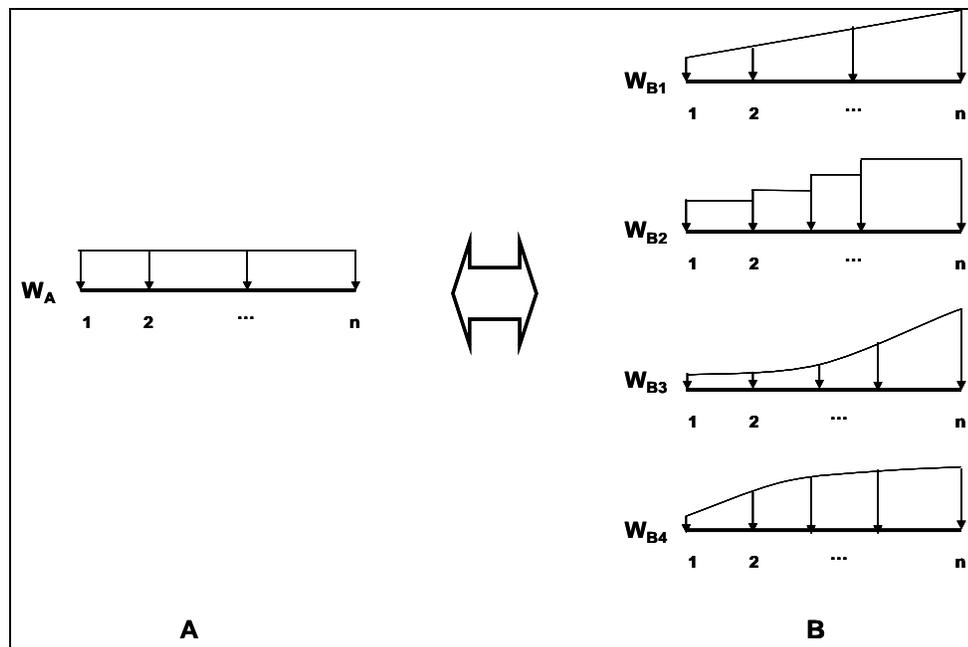


⁷ Esta afirmación se traduce por $w_i \leq w_{i+1}$ para $i = 1, 2, \dots, n-1$ y $w_i \neq w_{i+1}$ para algún i , en términos de tendencia hay un crecimiento neto de los pesos hacia las posiciones finales.

Tabla 6.1
Caracterización de pesos OWA por actitud a la compensación y al riesgo

		COMPENSACION	RIESGO
ORNESS	Nivel Alto	Baja o Nula	Propenso
	Nivel Medio	Alta	Neutral
	Nivel Bajo	Baja o Nula	Adverso
ANDNESS	Nivel Alto	Baja o Nula	Adverso
	Nivel Medio	Alta	Neutral
	Nivel Bajo	Baja o Nula	Propenso
DISP	Nivel Alto	Alta	Neutral
	Nivel Medio	Media	Propenso o Adverso (Intermedio)
	Nivel Bajo	Baja o Nula	Propenso o Adverso

Figura 6.3
Compromiso entre esquemas de W del ejemplo tratado



6.4 CUANTIFICADORES LINGÜÍSTICOS Y EL OPERADOR OWA

6.4.1 CONSIDERACIONES PRELIMINARES

Como se habrá deducido en la sección anterior, escoger el vector de pesos W que permita tener una agregación $F(a)$ compatible con la actitud de la unidad de decisión al riesgo o a la compensación tiene su dificultad. Zadeh y Yager han trabajado en determinar formas de agregación guiadas por cuantificadores lingüísticos que intentan traducir dichas actitudes en un valor

cuantitativo que permite obtener W [YAGE88 y BURG06]. En [BURG06] se menciona que el proceso de agregación guiado por cuantificadores lingüísticos, permite determinar la proporción de criterios que ha de satisfacerse para obtener una solución acorde a las preferencias de la unidad de decisión. Como dichas preferencias son difusas⁸, éstas pueden ir desde crear condiciones para “satisfacer todos los criterios” hasta “satisfacer al menos unos de ellos”. Un aporte importante de Yager consiste en conectar tales cuantificadores con el operador OWA [YAGE99].

Zadeh alude a dos tipos de cuantificadores, los absolutos y los relativos. Los primeros, representan cantidades absolutas, como “cercano a 2” o “más que 5”, consisten en especificar un número determinado de elementos; a estos cuantificadores se les considera como subconjuntos difusos de números reales no negativos. Los segundos representan proporciones e inducen a elementos lingüísticos como “muchos”, “pocos”, “algunos”, etc., los cuales pueden ser representados en el intervalo $[0, 1]$. En tal sentido, si se define Q como un conjunto difuso asociado a un cuantificador lingüístico relativo, sea la proporción $r \in [0,1]$, entonces $Q(r)$ indica el grado de pertenencia de la proporción r compatible con el conjunto Q [BURG06].

Para los cuantificadores relativos Yager[YAGE03] distingue dos categorías para establecer el grado de pertenencia de una proporción. La primera es un cuantificador monótono creciente regular (RIM⁹) que expresa conceptos como “todos”, “muchos” o “al menos un α ” (α representa una fracción). La segunda categoría es el cuantificador monótono decreciente regular (RDM¹⁰), para expresar conceptos como “a lo sumo 1”, “pocos”, “a lo sumo un α ”.

Yager concentra su atención en el tipo RIM para conectarlos al operador OWA y con ello ajustar el vector de pesos y, por ende, la función de agregación que cuantifique actitudes de la unidad de decisión. En el caso que compete al SPD, en [YAGE03] se menciona que los cuantificadores RIM resultan ser los más adecuados, porque tienden a resaltar criterios satisfechos (generalmente maximizados).

De manera más formal un cuantificador relativo

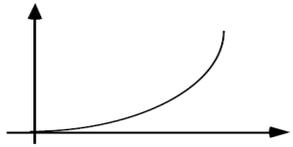
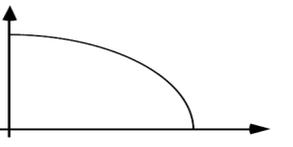
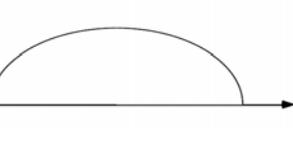
$$Q : [0,1] \rightarrow [0,1] \quad (7)$$

satisface alguna de las siguientes propiedades:

⁸ Calificativos como alto, joven, flaco, azul, bueno, etc., pueden ser percibidos en formas diferentes según el modelo mental del evaluador, y por tanto pueden ser aplicados de diferente manera. Tales calificativos se les denomina difusos y para efectos del modelado deben ser debidamente cuantificados.

⁹ RIM (Ing. *Regular Increasing Monotone*).

¹⁰ RDM (Ing. *Regular Decreasing Monotone*).

<p>8a) Es una función regular monótona no decreciente si: $Q(0) = 0, Q(1) = 1$, si $r_1 > r_2$ entonces $Q(r_1) \geq Q(r_2)$</p>	
<p>8b) Es una función regular monótona no creciente si: $Q(0) = 1, Q(1) = 0$ si $r_1 > r_2$ entonces $Q(r_1) \leq Q(r_2)$</p>	
<p>8c) Es una función unimodal si: $Q(0) = Q(1) = 0$, y $Q(r) = 1$ para $a \leq r \leq b$, si $r_2 \leq r_1 \leq a$ entonces $Q(r_1) \geq Q(r_2)$, si $r_2 \geq r_1 \geq b$ entonces $Q(r_2) \geq Q(r_1)$</p>	

Los cuantificadores RIM deben cumplir (7) y (8a), así como también:

$$\forall a, b \text{ si } a > b \text{ entonces } Q(a) > Q(b) \quad (9)$$

de donde resulta claro que un cuantificador RIM es una función monótona creciente.

6.4.2 RELACIÓN ENTRE LOS CUANTIFICADORES LINGÜÍSTICOS Y EL OWA

Dado que los cuantificadores lingüísticos pueden representar preferencias expresadas por la unidad de decisión, Yager los relaciona con el operador OWA para disponer de una transición a lo cuantitativo, es decir a los pesos W . Para ello supone un conjunto de criterios $F = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$, una alternativa a cualquiera que al ser evaluada por un criterio g_i arroja un valor $g_i(a) \in [0, 1]$, el cual indica el grado de satisfacción individual que se alcanza en a . Para conocer el grado de satisfacción global utiliza las siguientes reglas de decisión $D(a)$ propuestas por Bellman y Zadeh [FULL96]:

- La alternativa a satisface “a todos los criterios” si se usa la regla:

$$D(a) = \min \{g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a)\}$$

lo cual significa que a debe satisfacer simultáneamente a todos los g_i para $i=1, 2, \dots, n$. Esto corresponde a la decisión difusa que se obtiene mediante el operador conjuntivo AND.

- La alternativa a satisface “al menos un criterio” si se usa la regla:

$$D(a) = \max \{g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a)\}$$

lo cual significa que a debe satisfacer algún g_i para $i=1, 2, \dots, n$. Esto corresponde a la decisión difusa que se obtiene mediante el operador disjuntivo OR.

Para evaluar la satisfacción global de los criterios en una opción a con reglas intermedias se calculan los pesos OWA por medio del cuantificador lingüístico RIM propuesto por Yager [BURG06] como sigue:

$$w_j = Q\left(\frac{j}{n}\right) - Q\left(\frac{j-1}{n}\right) \quad (10)$$

donde j es la posición y n es el número de posiciones (o criterios).

El cálculo de W mediante (10) garantiza las propiedades exigidas a los pesos, por tanto, la función de agregación $F(a)$ depende del cuantificador lingüístico usando:

$$F(a) = \sum_{j=1}^n w_j \cdot b_j \quad (11)$$

Para calcular $ORNESS(W)$ en función del cuantificador lingüístico Q , Yager señala que:

$$ORNESS(Q) = \int_0^1 Q(r) dr \quad (12)$$

que equivale al área bajo la curva del cuantificador tipo RIM correspondiente a la familia:

$$Q_\alpha(r) = r^\alpha; \alpha \geq 0 \quad (13)$$

donde $\alpha \in [0, \infty]$ y r representa cada una de las fracciones que se muestran en (10). Escogiendo (13) y calculando (12) se obtiene:

$$ORNESS(Q) = \frac{1}{1+\alpha} \quad (14)$$

Nótese que $\alpha = 0$ corresponde al cuantificador “al menos un criterio” y por tanto a W^* , $\alpha \rightarrow \infty$ corresponde al cuantificador “a todos los criterios” y por ende a W_* , y el cuantificador “al menos k % de los criterios” corresponde W_k . Mientras que $\alpha = 1$ corresponde al cuantificador “algunos criterios” y por tanto a W_{AVE} y, $\alpha = 2$ que corresponde a “la mayoría de los criterios”, y así sucesivamente¹¹ [YAGEXX]. Al disponer los pesos asociados a un cuantificador RIM, las medidas que caracterizan el operador OWA, descritas en la Sección 6.3.2 se calculan allí se indica.

6.4.3 ALGUNAS CONSIDERACIONES PARA EL MODELADO

Para el analista investigador, el parámetro α resulta útil para el modelado cuantitativo con miras a obtener un vector de pesos (10) que le conduzca a una agregación adecuada (11). Algunos cuantificadores particulares y sus α correspondientes se resumen en la Tabla 6.2. Dicha tabla, así

como la Tabla 6.3 y la Figura 6.4, constituyen un valioso elemento de ayuda al SPD a la hora de determinar el vector de pesos W . Por ejemplo:

- Si se desea construir una jerarquía agregada basada en desempeños particularmente originales, de la Tabla 6.2 se infiere que el cuantificador lingüístico adecuado es “al menos un criterio” lo cual lleva a escoger $\alpha \approx 0$, por consiguiente, de la Tabla 6.3 y/o Figura 6.4, se tiene una actitud propensa al riesgo y opuesta a la compensación¹².
- Si se desea construir una jerarquía agregada más o menos conservadora¹³, de la Tabla 6.2 se tiene que el cuantificador lingüístico adecuado viene dado por “todos los criterios”, lo cual lleva a escoger α muy alto y, de la Tabla 6.3 y/o Figura 6.4 se extrae una actitud de aversión al riesgo y no compensatoria.

Nótese que el analista investigador puede abordar la selección de α partiendo de la actitud de la unidad de decisión frente a la compensación y al riesgo, como se describió en la sección anterior.

Tabla 6.2
Algunos cuantificadores lingüísticos

α	Cuantificador Lingüístico	ORNESS(α)
0	Al menos un criterio	1
1	Algunos criterios	1/2
2	La mayoría de los criterios	1/3
∞	Todos los criterios	0

Tabla 6.3
Caracterización de α por actitud a la compensación y al riesgo

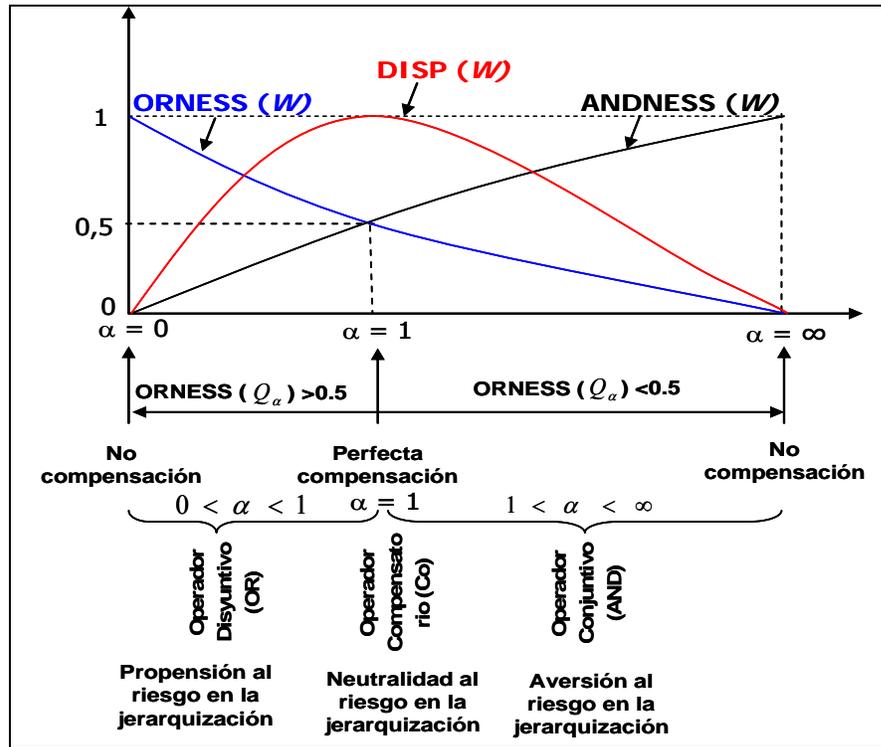
α	Compensación	Riesgo
0	Nula	Propenso
\updownarrow	\updownarrow	\updownarrow
1	Máxima	Neutral
\updownarrow	\updownarrow	\updownarrow
∞	Nula	Adverso

¹¹ Para la interpretación correcta de estos cuantificadores el autor recomienda asociar los W correspondientes con el arreglo ordenado de desempeños B .

¹² Esto se compadece con la frase del inglés: *To bet against the odds*.

¹³ En el sentido de reducir situaciones en las que una alternativa a reciba una mejor calificación agregada que otra b , siendo el peor desempeño de a peor que el peor desempeño b .

Figura 6.4
Caracterización general del operador OWA y los cuantificadores lingüísticos



6.5 INCLUSIÓN DE IR

Yager también propuso un procedimiento con cuantificadores RIM (13) para evaluar la satisfacción global, pero considerando que cada criterio tiene asociado una IR particular [YAGE96]. De acuerdo con ello el vector de pesos asociado al operador OWA, se calcula usando una extensión del cuantificador lingüístico Q mediante la siguiente expresión:

$$w_j(a) = Q \left(\frac{\sum_{k=1}^j u_k}{T} \right) - Q \left(\frac{\sum_{k=1}^{j-1} u_k}{T} \right) \quad (15)$$

siendo

$$\sum_{k=1}^j u_k$$

el acumulado de las IR de los criterios generadores de los desempeños ubicados en las primeras j posiciones del vector (3) B , y donde T es un factor de normalización dado por:

$$T = \sum_{k=1}^n u_k \quad (16)$$

Si se define r_j por la expresión

$$r_j = \frac{\sum_{k=1}^j u_k}{T} \quad (17)$$

es claro que $0 \leq r_j \leq 1$. Si todas las IR son iguales a 1, entonces, para n criterios se tiene $r_0 = 0$, $r_1 = 1/n, \dots, r_h = h/n, \dots, r_n = 1$; con lo cual se reproduce el cálculo de w_j según (10). En otras palabras (15) es una expresión más general para el cálculo de los pesos OWA que (10).

Nótese que (15) también indica que cada vector de pesos $W(a)$ depende de la alternativa a , lo cual se debe a que son calculados con distintos juegos de la fracción r , los cuales pueden variar de una alternativa a otra¹⁴. Para un problema con n criterios, cada uno con una IR distinta, se tienen a lo sumo $n \times n!$ fracciones posibles del tipo r_j .

Finalmente la función de agregación se expresa de la siguiente forma:

$$F(a) = \sum_{j=1}^n w_j(a) b_j \quad (18)$$

si se utiliza un cuantificador RIM correspondiente a la familia:

$$Q_\alpha(r) = r^\alpha; \alpha \geq 0 \quad (19)$$

entonces

$$\text{ORNESS}(Q) = \frac{1}{1+\alpha} \quad (20)$$

$$\text{ANDNESS}(Q) = \frac{\alpha}{1+\alpha} \quad (21)$$

6.5.1 OTRAS CONSIDERACIONES SOBRE LAS MEDIDAS DE CARACTERIZACIÓN

Esta sección contempla algunos elementos adicionales sobre las medidas de caracterización ORNESS y DISP e introduce una caracterización de la compensación mediante el TRADEOFF; además provee al analista investigador de otras interrelaciones para procurar un modelado adecuado.

6.5.1.1 EL ORNESS

La tendencia del operador OWA a acentuar valores de desempeños altos o bajos, o a establecer una distribución más o menos uniforme¹⁵ de los w_j para el cálculo de F , es recogida por la medida de caracterización ORNESS(W). De la expresión (4) resulta claro que el número de componentes n

¹⁴ En el caso de IR iguales los pesos calculados mediante (10) utilizan el mismo juego de r para todas las alternativas.

¹⁵ Cuidando excepciones engañosas como que cualquier W simétrico produce $\text{ORNESS}(W) = \text{ORNESS}(W_{AVE}) = 0.5$.

también la afecta. En tal sentido, Torra [TORR01] enfatiza que de un mismo cuantificador lingüístico Q se pueden extraer todos los W que se deseen, incluso con dimensiones diferentes, por consiguiente, no hay razones para que arrojen el mismo valor de $ORNESS(W)$. Surge la pregunta ¿bajo qué condiciones $ORNESS(W)$ calculado según (4) puede asimilarse a $ORNESS(Q)$ (12)?

Torra afirma que a medida que se incrementa la dimensión de W (n grande), se cumple que $ORNESS(W) \approx ORNESS(Q)$. Para probarlo se basa en la reescritura de la expresión (4):

$$ORNESS(W) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{n-j}{n-1}\right)w_j = \frac{n-1}{n-1}w_1 + \frac{n-2}{n-1}w_2 + \dots + \frac{n-n}{n-1}w_n$$

$$ORNESS(W) = \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{1}{n-1}\right)Q\left(\frac{j}{n}\right) \quad (22)$$

donde Q es el cuantificador que origina los pesos permitiendo definir el conjunto de nodos dado por:

$$\left\{ \left(\frac{j}{n}, \sum_{j \leq i} w_i\right) \text{ para } j = 1, \dots, n \right\} \quad (23)$$

ahora bien, para valores lo suficientemente grandes de n , de (22) se obtiene:

$$ORNESS(Q) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{n}\right)Q\left(\frac{j}{n}\right) \quad (24)$$

La expresión (24) puede ser fácilmente generalizada al caso continuo por medio de una integral, que no es más que $ORNESS(Q)$ evaluada según (12). Dado que Torra desarrolla su investigación en otro contexto, la adecuación de sus resultados al problema estudiado requiere algunos comentarios:

- Si se considera que todos los criterios tienen la misma importancia, el cálculo de $ORNESS(W)$ mediante la ecuación (4) arroja siempre el mismo valor que el $ORNESS(Q)$ calculado con la ecuación (12); en particular si se utiliza el cuantificador tipo RIM expresado en la ecuación (13) el $ORNESS(Q)$ calculado mediante (14) coincide perfectamente. En tal sentido, para este caso la exactitud del cálculo no depende de n como lo afirma Torra. Si la abscisa de cada nodo de cuadratura se genera al azar usando una distribución uniforme (como en [TORR01]), no debe sorprender que al aumentar n se cumpla $ORNESS(W) \approx ORNESS(Q)$.
- Cuando se incluye el efecto de IR distintas, el aumentar n no necesariamente acerca $ORNESS(W)$ a $ORNESS(Q)$. Basta con que una IR sea “grande” con relación a las demás para que un aumento de n se revele inútil.
- El autor considera que fracciones r_j (17) más o menos igualmente espaciadas, sin necesidad de ser numerosas, aportan mayor exactitud, y por tanto $ORNESS(W) \approx ORNESS(Q)$. Para emitir esta opinión se basa en que la aplicación de un método de integración numérica para calcular

ORNESS(W)¹⁶ adolece de fallas por todos conocidas que le impiden aproximar adecuadamente a ORNESS(Q), como ocurre cuando las IR son de tal naturaleza que las fracciones r_j se agrupan a los extremos o al centro del intervalo $[0,1]$. El aumento de n puede no tener sentido:

- Existen razones prácticas en el campo de la toma de decisiones multicriterio [MILL56] que impiden aumentar arbitrariamente n .
- El número de fracciones r_j está matemáticamente acotado por el valor $n \times n!$ y en los problemas reales no todas aparecen.

Si bien los resultados de [TORR01] no se revelan muy útiles al problema bajo estudio, es conveniente reivindicar el método utilizado para explorar en algún futuro trabajo lo sugerido por el autor. Esto es, para un conjunto de valores α preestablecidos se pueden generar un número n de fracciones r_j aleatoriamente ($n = 2, 4, 8, \dots$) empleando una distribución uniforme, una distribución sesgada a los extremos y una distribución sesgada al centro sobre el intervalo $[0, 1]$, y calcular los W y sus ORNESS correspondientes para compararlos con el ORNESS(Q) obtenido a partir de α .

El analista investigador debe estar consciente de que la utilización de los cuantificadores RIM para el cálculo de los pesos OWA, no necesariamente produce aproximaciones lo bastante precisas de ORNESS(W); ello depende, entre otras cosas, de la diversidad de juicios y/o desempeños, de la cantidad y/o diversidad de opciones y, sobre todo, de la heterogeneidad de las IR. Los cuantificadores RIM proporcionan directamente los vectores de pesos asociados al parámetro α . En [MALC06] se coloca en evidencia que la evaluación de ORNESS y ANDNESS debe ir acompañada de otras medidas de caracterización como la compensación (TRADEOFF) y la entropía de Shannon (DISP) para evitar conclusiones erróneas.

6.5.1.2 LA ACTITUD HACIA LA COMPENSACIÓN Y AL RIESGO

Malczewski [MALC06] menciona el TRADEOFF como una medida adicional para caracterizar el operador OWA, afirma que es un indicador que da cuenta del grado en el cual un desempeño bajo sobre un criterio puede ser compensado por un desempeño alto en otro. En el caso continuo (n “grande”) o ante igualdad de IR¹⁷, la medida ORNESS(W) u ORNESS(Q), permiten el modelado de la actitud de la unidad de decisión ante la compensación (Figura 6.4). El problema se hace complejo cuando la dimensión n es un número “pequeño” y las IR son distintas, por ello se plantea el uso de la medida TRADEOFF(W) [SDSS02, MALC06 y YALC02] para evaluar la compensación mediante:

¹⁶ De hecho la expresión (4), como se ilustrará más adelante, constituye una aproximación al área bajo la curva que bajo ciertas condiciones resulta exacta.

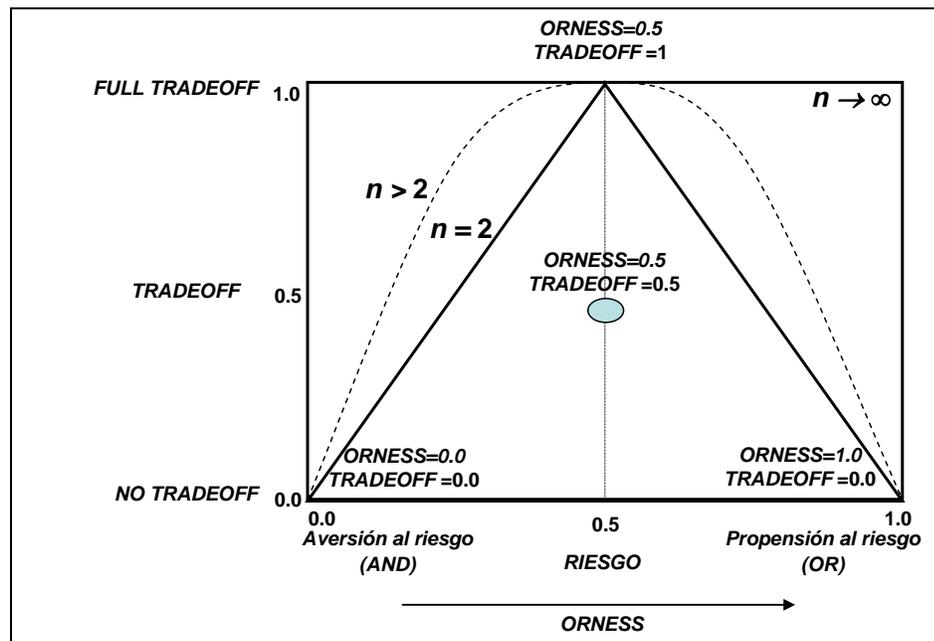
¹⁷ Con las salvedades comentadas en la sección anterior.

$$\text{TRADEOFF}(W) = 1 - \sqrt{\frac{n \sum_{j=1}^n (w_j - 1/n)^2}{n-1}} \quad (25)$$

la cual toma valores entre 0 (no compensación) y 1 (compensación perfecta). Una mirada a (25) permite apreciar que la sumatoria incluida en el subradical, no es otra cosa que la suma de los cuadrados de las diferencias de las componentes homólogas del vector W respecto W_{AVE} , por tanto, es una medida de similitud entre ambos.

Utilizando $\text{TRADEOFF}(W)$ relacionado con $\text{ORNESS}(W)$ se puede representar la conducta de la unidad de decisión en términos de compensación y riesgo. Considerando IR iguales, la Figura 6.5 muestra tal relación para los dos casos extremos $n = 2$ y $n \rightarrow \infty$, que corresponden al triángulo y al cuadrado respectivamente, aumentos graduales de n se representan mediante cambios graduales de la forma triangular a la cuadrada, de forma tal que para un nivel dado de ORNESS, el TRADEOFF correspondiente al mayor valor de n sea mayor que el TRADEOFF del menor.

Figura 6.5
Tendencia de la unidad decisión en términos de TRADEOFF y ORNESS



En el caso de IR distintas se puede emprender una representación similar donde eventualmente se observaran deformaciones del triángulo isósceles de la Figura 6.5 (sesgos hacia la derecha o hacia la izquierda), así como valores máximos de $\text{TRADEOFF}(W)$ estrictamente menores que 1. El analista investigador tiene en el $\text{TRADEOFF}(W)$ un aliado para medir la compensación y la propensión al riesgo, considerando juicios no necesariamente igualmente importantes.

6.5.1.3 LA ENTROPIA DE INFORMACIÓN

Como se introdujo en la Sección 6.3.2 la medida de entropía de Shannon dada por (26)

$$\text{DISP}(W) = -\frac{1}{\ln(n)} \sum_{j=1}^n w_j \ln(w_j) \quad (26)$$

caracteriza a un vector W en términos de su dispersión, a mayor similitud de pesos mayor dispersión. De hecho en el caso de igualdad de IR W_{AVE} produce el máximo de entropía.

$\text{DISP}(W)$ puede interpretarse como el grado en que el operador OWA usa la información aportada por los n criterios en juego; a mayor dispersión de W , mayor es la información capturada por la agregación [MALC06]. O'Hagan (1990) citado en [MALC06 y MAJL01] propone relacionar $\text{DISP}(W)$ y $\text{ORNESS}(W)$ para obtener los pesos resolviendo el siguiente problema de optimización:

$$\max \text{DISP}(W)$$

s.a

$$\text{ORNESS}(W) = \text{Or}(W)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$0 \leq w_j \leq 1 \text{ para } j = 1, 2, \dots, n$$

cuya solución arroja el juego de pesos que produce la máxima entropía para un nivel de ORNESS dado por $\text{Or}(W)$. El juego de pesos que produce el máximo $\text{DISP}(W)$ es el mismo que arroja el máximo de $\text{TRADEOFF}(W)$, independientemente de las IR involucradas.

Desde el punto de vista del analista investigador esta medida puede resultar particularmente útil en el caso señalado en la Figura 4.2 con la denominación TERAPÉUTICA, valores muy bajos de $\text{DISP}(W)$ en la agregación inter-institucional de juicios podría significar que se ignore el juicio de alguna organización participante.

6.6 CASO DE ESTUDIO: JERARQUIZACIÓN MACROECONÓMICA DE PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA

El problema particular bajo estudio, tal como se ha insistido a lo largo de este documento, se desarrolló bajo un contexto sinérgico (Figura 4.2 y 4.3), no obstante, el propósito del planteamiento es proponer una metodología de alcance más general y más flexible. De allí la necesidad de incorporar el método OWA que permite la agregación de juicios, no necesariamente originados por la misma familia de criterios. El autor sugiere dividir en dos etapas la aplicación del OWA, cuyos esquemas de entrada-salida se ilustran en las Tablas 6.4 y 6.5, respectivamente.

Tabla 6.4
Información básica para ejecutar la etapa 1 del operador OWA

Entradas
<ul style="list-style-type: none"> • Eficiencia normalizada de los impactos macroeconómicos de los proyectos de inversión pública. • Importancia relativa de los atributos macroeconómicos. • Conjunto de valores de α seleccionados dentro de su rango de variación total
Salidas
<ul style="list-style-type: none"> • Ordenamiento agregado de los proyectos de inversión pública. • Valor de la agregación $F(a)$ para cada proyecto.

Tabla 6.5
Información básica para ejecutar la etapa 2 del operador OWA

Entradas
<ul style="list-style-type: none"> • Eficiencia normalizada de los impactos macroeconómicos de los proyectos de inversión pública. • Importancia relativa de los atributos macroeconómicos. • Conjunto de valores de α seleccionados dentro de un rango reducido
Salidas
<ul style="list-style-type: none"> • Ordenamiento agregado de los proyectos de inversión pública. • Valor de la agregación $F(a)$ para cada proyecto.

- Etapa 1: consiste en explorar en forma discreta el rango total de variación del coeficiente α (de 0 a ∞), uno a la vez, a fin de estimar la sensibilidad de los ordenamientos obtenidos a tales variaciones. Si tales ordenamientos resultaren razonadamente robustos el problema está resuelto, en caso contrario, el analista investigador (o quien haga sus veces) precede a interpretar los resultados y a recabar información adicional (por ejemplo mediante la interacción) que le permita reducir el intervalo de búsqueda, y se procede con la Etapa 2.
- Etapa 2: consiste en explorar en forma discreta un rango reducido de α , uno a la vez, compatible con algún cuantificador lingüístico (o con ciertas actitudes ante la compensación y el riesgo). Si los ordenamientos obtenidos resultaren razonablemente robustos el problema está resuelto, en caso contrario, se busca información adicional que permita reducir el rango de variación y se procede a repetir esta etapa.

No está demás mencionar que si el analista investigador, o quien haga sus veces, se ha hecho de elementos que le permitan establecer el cuantificador lingüístico apropiado, o las actitudes frente a la compensación y al riesgo prevalecientes son conocidas con alguna certeza, se puede omitir la ejecución de la Etapa 1.

6.6.1 EJECUCIÓN PASO A PASO

6.6.1.1 CONSIDERANDO IGUALDAD DE IR

Este ejemplo se introduce con fines ilustrativos y para lograr la completitud temática, pues el caso de estudio contempla IR distintas.

1. Se introduce la matriz de desempeños en términos de eficiencia normalizada de los impactos macroeconómicos de los proyectos de inversión pública, proveniente de la Tabla 5.21, además se incluye la información mostrada en la Tabla 6.5 consistente en los 3 atributos macroeconómicos (C1 = REO+IM, C2 = EE y C3 = PO), sus IR y sus direcciones de mejoramiento. Además se requiere identificar dichos proyectos con la información que se muestra en la Tabla 6.6. La Tabla 6.7 resume toda la data de entrada.

Conviene anotar que el operador OWA puede ejecutarse bien sea usando información de los impactos en forma cardinal u ordinal, por ejemplo la información de la Tabla 6.7 puede expresarse como lo especifica la Tabla 6.8, considerando que C1, C2 y C3 son criterios estrictos (Sección 3.3.1). En el caso que compete, se utiliza la información cardinal.

Tabla 6.5
Especificación de los criterios

NUM_C	CRITERIOS	DESCRIPCIÓN	Max=2/ Min=1	PESOS (importancia)
1	C1	REO+IM	2	0.33
2	C2	EE	2	0.33
3	C3	PO	2	0.33

Tabla 6.6
Especificación de las alternativas (proyectos de inversión pública)

NUM_A	ALTERNATIVAS	DESCRIPCIÓN
1	A1	Proyec 1
2	A2	Proyec 2
3	A3	Proyec 3
4	A4	Proyec 4
5	A5	Proyec 5
6	A6	Proyec 6
7	A7	Proyec 7
8	A8	Proyec 8
9	A9	Proyec 9
10	A10	Proyec 10
11	A11	Proyec 11
12	A12	Proyec 12
13	A13	Proyec 13
14	A14	Proyec 14
15	A15	Proyec 15
16	A16	Proyec 16
17	A17	Proyec 17
18	A18	Proyec 18
19	A19	Proyec 19
20	A20	Proyec 20

Tabla 6.7
Matriz de evaluación multicriterio normalizada

CRITERIOS		3	CRITERIOS		
ALTERNATIVAS		20	1	2	3
		NUMERO	C1	C2	C3
		PESOS	1/3	1/3	1/3
		CRIT_GEN	1	1	1
		MAX O MIN	2	2	2
1	A1	Proyec 1	0.0838	0.0848	0.0817
2	A2	Proyec 2	0.1310	0.1326	0.1293
3	A3	Proyec 3	0.0276	0.0278	0.0252
4	A4	Proyec 4	1.0000	1.0000	1.0000
5	A5	Proyec 5	0.0150	0.0176	0.0119
6	A6	Proyec 6	0.1264	0.1279	0.1239
7	A7	Proyec 7	0.0387	0.0386	0.0357
8	A8	Proyec 8	0.0261	0.0269	0.0233
9	A9	Proyec 9	0.0186	0.0182	0.0154
10	A10	Proyec 10	0.0153	0.0179	0.0122
11	A11	Proyec 11	0.0448	0.0452	0.0425
12	A12	Proyec 12	0.0374	0.0372	0.0343
13	A13	Proyec 13	0.0847	0.0881	0.0822
14	A14	Proyec 14	0.0250	0.0277	0.0219
15	A15	Proyec 15	0.0142	0.0168	0.0111
16	A16	Proyec 16	0.6198	0.6155	0.6165
17	A17	Proyec 17	0.0444	0.0444	0.0415
18	A18	Proyec 18	0.0212	0.0239	0.0181
19	A19	Proyec 19	0.0186	0.0212	0.0155
20	A20	Proyec 20	0.0189	0.0185	0.0157

Tabla 6.8
Escala ordinal por criterio (Matriz A)

PROYECTOS	C1	C2	C3
Proyec 1	6	6	6
Proyec 2	3	3	3
Proyec 3	11	11	11
Proyec 4	1	1	1
Proyec 5	19	19	19
Proyec 6	4	4	4
Proyec 7	9	9	9
Proyec 8	12	13	12
Proyec 9	16	17	17
Proyec 10	18	18	18
Proyec 11	7	7	7
Proyec 12	10	10	10
Proyec 13	5	5	5
Proyec 14	13	12	13
Proyec 15	20	20	20
Proyec 16	2	2	2
Proyec 17	8	8	8
Proyec 18	14	14	14
Proyec 19	16	15	16
Proyec 20	15	16	15

- Para cada proyecto se construye el vector B , para lo cual se ordenan las consecuencias de cada proyecto en los tres atributos macroeconómicos en forma descendente (Tabla 6.9).

Tabla 6.9
Ordenamiento de los impactos por proyecto

PROYECTOS		POSICION		
		1°	2°	3°
Proyec 1	1	0,0848	0,0838	0,0817
Proyec 2	2	0,1326	0,1310	0,1293
Proyec 3	3	0,0278	0,0276	0,0252
Proyec 4	4	1,0000	1,0000	1,0000
Proyec 5	5	0,0176	0,0150	0,0119
Proyec 6	6	0,1279	0,1264	0,1239
Proyec 7	7	0,0387	0,0386	0,0357
Proyec 8	8	0,0269	0,0261	0,0233
Proyec 9	9	0,0186	0,0182	0,0154
Proyec 10	10	0,0179	0,0153	0,0122
Proyec 11	11	0,0452	0,0448	0,0425
Proyec 12	12	0,0374	0,0372	0,0343
Proyec 13	13	0,0881	0,0847	0,0822
Proyec 14	14	0,0277	0,0250	0,0219
Proyec 15	15	0,0168	0,0142	0,0111
Proyec 16	16	0,6198	0,6165	0,6155
Proyec 17	17	0,0444	0,0444	0,0415
Proyec 18	18	0,0239	0,0212	0,0181
Proyec 19	19	0,0212	0,0186	0,0155
Proyec 20	20	0,0189	0,0185	0,0157

- Se precisa el valor α de cálculo, en este caso de ejemplo $\alpha = 0.5$.
- Si las IR son todas iguales se procede a ejecutar el Paso 4A (este es el caso que compete a esta ejecución), en caso contrario, se ejecuta el Paso 4B.

4A. Calcular el vector de pesos W aplicando la ecuación (10).

$$w_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^{0.5} - \left(\frac{1-1}{3}\right)^{0.5} = 0.5774$$

$$w_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{0.5} - \left(\frac{2-1}{3}\right)^{0.5} = 0.2391$$

$$w_3 = \left(\frac{3}{3}\right)^{0.5} - \left(\frac{3-1}{3}\right)^{0.5} = 0.1835$$

- Para cada proyecto se calcula la agregación correspondiente aplicando la ecuación (11). Por ejemplo, para el proyecto 1 se obtiene:

$$F(1) = 0.0848 w_1 + 0.0838 w_2 + 0.0817 w_3 = 0.0848 \cdot \frac{1}{3} + 0.0838 \cdot \frac{1}{3} + 0.0817 \cdot \frac{1}{3} = 0.084$$

Una vez obtenido el vector de agregación evaluando (10) en todos los proyectos se procede a generar el ordenamiento que éste induce, como se resume en la Tabla 6.10.

Tabla 6.10
Agregación y ordenamiento para los proyectos con $\alpha = 0.5$

Proyectos	F	Orden
1	0.0840	6
2	0.1316	3
3	0.0273	11
4	1.0000	1
5	0.0159	19
6	0.1268	4
7	0.0381	9
8	0.0260	12
9	0.0179	17
10	0.0162	18
11	0.0446	7
12	0.0368	10
13	0.0862	5
14	0.0260	13
15	0.0151	20
16	0.6182	2
17	0.0439	8
18	0.0222	14
19	0.0195	15
20	0.0182	16

6. Calcular las medidas de caracterización del OWA dada la distribución de pesos W usando (4), (5), (6) y (25).

$$ORNESS(W) = \frac{1}{3-1} \left[(3-1)w_1 + (3-2)w_2 + (3-3)w_3 \right] = 0.6969$$

$$ANDNESS(W) = 1 - ORNESS(W) = 0.3031$$

$$DISP(W) = -\frac{1}{\ln(3)} \left[w_1 \ln(w_1) + w_2 \ln(w_2) + w_3 \ln(w_3) \right] = 0.8833$$

$$TRADEOFF(W) = 1 - \sqrt{\frac{3 \left[(w_1 - 1/3)^2 + (w_2 - 1/3)^2 + (w_3 - 1/3)^2 \right]}{3-1}} = 0.6308$$

La repetición del proceso descrito para distintos valores de α arroja los pesos W que se muestran en la Tabla 6.11, las medidas de caracterización que aparecen en la Tabla 6.12 y que se ilustran en la Figura 6.6 y, finalmente, los diferentes vectores de agregación y sus correspondientes ordenamientos se ubican en las Tabla 6.13 y 6.14, respectivamente.

Tabla 6.11
Pesos por posición correspondientes a distintos valores de α

Pesos	ALPHA					
	0	0,5	1	2	2,5	∞
W1	1,0000	0,5774	0,3333	0,1111	0,0642	0,0000
W2	0,0000	0,2391	0,3333	0,3333	0,2987	0,0000
W3	0,0000	0,1835	0,3333	0,5556	0,6371	1,0000

Tabla 6.12
Medidas de caracterización correspondiente a distintos valores de α

Parámetros	ALPHA					
	0	0,5	1	2	2,5	∞
ORNESS	1,0000	0,6969	0,5000	0,2778	0,2135	0,0000
ANDNESS	0,0000	0,3031	0,5000	0,7222	0,7865	1,0000
DISP	0,0000	0,8833	1,0000	0,8528	0,7503	0,0000
TRADEOFF	0,0000	0,6308	1,0000	0,6151	0,5011	0,0000

Figura 6.6
Comportamiento de las medidas de caracterización en términos de α

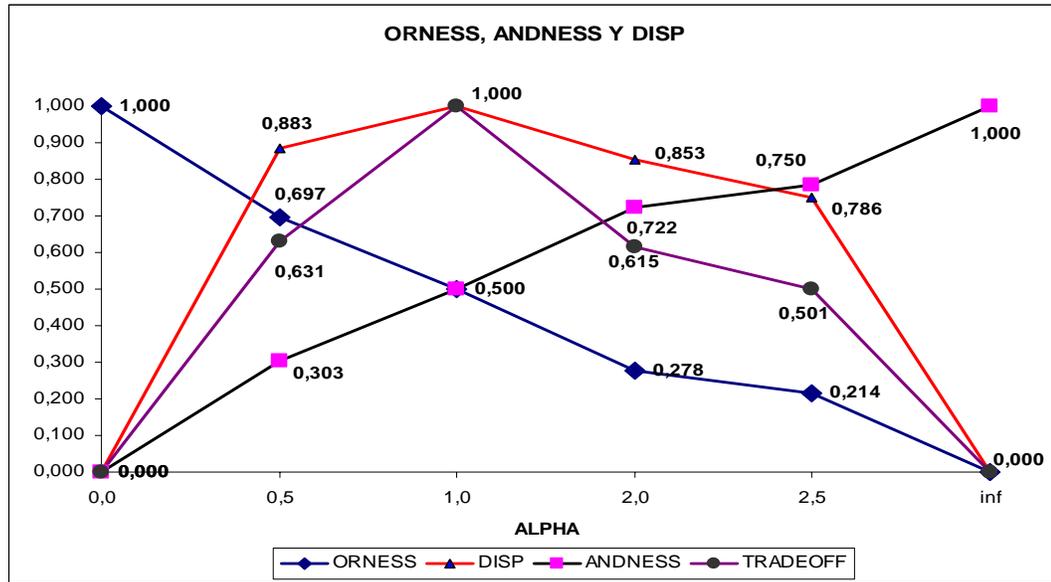


Tabla 6.13
Vectores de agregación correspondientes a distintos valores de α

Proyectos	ALPHA					
	0	0,5	1	2	2,5	∞
1	0,0848	0,0840	0,0834	0,0827	0,0825	0,0817
2	0,1326	0,1316	0,1310	0,1302	0,1300	0,1293
3	0,0278	0,0273	0,0269	0,0263	0,0261	0,0252
4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
5	0,0176	0,0159	0,0148	0,0136	0,0132	0,0119
6	0,1279	0,1268	0,1261	0,1252	0,1249	0,1239
7	0,0387	0,0381	0,0377	0,0370	0,0368	0,0357
8	0,0269	0,0260	0,0254	0,0246	0,0244	0,0233
9	0,0186	0,0179	0,0174	0,0167	0,0164	0,0154
10	0,0179	0,0162	0,0151	0,0139	0,0135	0,0122
11	0,0452	0,0446	0,0442	0,0436	0,0434	0,0425
12	0,0374	0,0368	0,0363	0,0356	0,0354	0,0343
13	0,0881	0,0862	0,0850	0,0837	0,0833	0,0822
14	0,0277	0,0260	0,0249	0,0236	0,0232	0,0219
15	0,0168	0,0151	0,0140	0,0128	0,0124	0,0111
16	0,6198	0,6182	0,6173	0,6163	0,6161	0,6155
17	0,0444	0,0439	0,0434	0,0428	0,0426	0,0415
18	0,0239	0,0222	0,0211	0,0198	0,0194	0,0181
19	0,0212	0,0195	0,0184	0,0172	0,0168	0,0155
20	0,0189	0,0182	0,0177	0,0170	0,0167	0,0157

Tabla 6.14
Ordenamientos de los proyectos correspondientes a distintos valores de α

Proyectos	ALPHA					
	0	0.5	1	2	2.5	∞
1	6	6	6	6	6	6
2	3	3	3	3	3	3
3	11	11	11	11	11	11
4	1	1	1	1	1	1
5	19	19	19	19	19	19
6	4	4	4	4	4	4
7	9	9	9	9	9	9
8	13	12	12	12	12	12
9	17	17	17	17	17	17
10	18	18	18	18	18	18
11	7	7	7	7	7	7
12	10	10	10	10	10	10
13	5	5	5	5	5	5
14	12	13	13	13	13	13
15	20	20	20	20	20	20
16	2	2	2	2	2	2
17	8	8	8	8	8	8
18	14	14	14	14	14	14
19	15	15	15	15	15	16
20	16	16	16	16	16	15

6.6.1.2 CONSIDERANDO DISTINTAS IR

Este ejemplo corresponde al caso de estudio, el cual contempla IR distintas para cada criterio retenido. En tal sentido, las expresiones (4), (5) (6) y (25) se deben considerar los w_j calculados como las diferencias de evaluación del cuantificador RIM en cada par ordenado r_j y r_{j-1} . Las fracciones r_j a tomar en cuenta son las que resultaren distintas al evaluar (17) en todas las alternativas.

1. Se introduce la matriz de desempeños en términos de eficiencia normalizada de los impactos macroeconómicos de los proyectos de inversión pública, proveniente de la Tabla 5.21. También se incluye la información mostrada en Tabla 6.15 (C1 = REO+IM, C2 = EE y C3 = PO), sus IR y sus direcciones de mejoramiento. Además se requiere identificar dichos proyectos con la información que se muestra en la Tabla 6.6. La Tabla 6.16 resume toda la data de entrada. En el caso que compete, se utiliza la información cardinal.

Tabla 6.15
Especificación de los criterios

NUM_C	CRITERIOS	DESCRIPCIÓN	Max=2/ Min=1	PESOS (importancia)
1	C1	REO+IM	2	0,73
2	C2	EE	2	0,1
3	C3	PO	2	0,17

Tabla 6.16
Matriz de evaluación multicriterio normalizada

CRITERIOS ALTERNATIVAS	3		CRITERIOS		
	20		1	2	3
	NUMERO		1	2	3
2	CRITERIOS		C1	C2	C3
5	Import. Relat (IR)		0,73	0,1	0,17
6	CRIT_GEN		1	1	1
4	MAX O MIN		2	2	2
1	A1	Proyec 1	0,0838	0,0848	0,0817
2	A2	Proyec 2	0,1310	0,1326	0,1293
3	A3	Proyec 3	0,0276	0,0278	0,0252
4	A4	Proyec 4	1,0000	1,0000	1,0000
5	A5	Proyec 5	0,0150	0,0176	0,0119
6	A6	Proyec 6	0,1264	0,1279	0,1239
7	A7	Proyec 7	0,0387	0,0386	0,0357
8	A8	Proyec 8	0,0261	0,0269	0,0233
9	A9	Proyec 9	0,0186	0,0182	0,0154
10	A10	Proyec 10	0,0153	0,0179	0,0122
11	A11	Proyec 11	0,0448	0,0452	0,0425
12	A12	Proyec 12	0,0374	0,0372	0,0343
13	A13	Proyec 13	0,0847	0,0881	0,0822
14	A14	Proyec 14	0,0250	0,0277	0,0219
15	A15	Proyec 15	0,0142	0,0168	0,0111
16	A16	Proyec 16	0,6198	0,6155	0,6165
17	A17	Proyec 17	0,0444	0,0444	0,0415
18	A18	Proyec 18	0,0212	0,0239	0,0181
19	A19	Proyec 19	0,0186	0,0212	0,0155
20	A20	Proyec 20	0,0189	0,0185	0,0157

2. Para cada proyecto se construye el vector fila *B*, ordenando los desempeños en forma descendente y cuidando conservar el criterio que originó cada desempeño (Tabla 6.17) a fin de incorporar las importancias respectivas (Tabla 6.18).

Tabla 6.17
Ordenamiento de los impactos asociados a cada atributo por proyecto

Proyectos	1°		2°		3°	
	Ci	Impactoi	Ci	Impactoi	Ci	Impactoi
1	C2	0,0848	C1	0,0838	C3	0,0817
2	C2	0,1326	C1	0,131	C3	0,1293
3	C2	0,0278	C1	0,0276	C3	0,0252
4	C1	1	C2	1	C3	1
5	C2	0,0176	C1	0,015	C3	0,0119
6	C2	0,1279	C1	0,1264	C3	0,1239
7	C1	0,0387	C2	0,0386	C3	0,0357
8	C2	0,0269	C1	0,0261	C3	0,0233
9	C1	0,0186	C2	0,0182	C3	0,0154
10	C2	0,0179	C1	0,0153	C3	0,0122
11	C2	0,0452	C1	0,0448	C3	0,0425
12	C1	0,0374	C2	0,0372	C3	0,0343
13	C2	0,0881	C1	0,0847	C3	0,0822
14	C2	0,0277	C1	0,025	C3	0,0219
15	C2	0,0168	C1	0,0142	C3	0,0111
16	C1	0,6198	C3	0,6165	C2	0,6155
17	C1	0,0444	C2	0,0444	C3	0,0415
18	C2	0,0239	C1	0,0212	C3	0,0181
19	C2	0,0212	C1	0,0186	C3	0,0155
20	C1	0,0189	C2	0,0185	C3	0,0157

Tabla 6.18
IR ordenadas de acuerdo al orden de los impactos de cada proyecto

Proyectos	1°		2°		3°	
	IRi	Impactoi	IRi	Impactoi	IRi	Impactoi
1	0.1	0,0848	0.73	0,0838	0.17	0,0817
2	0.1	0,1326	0.73	0,131	0.17	0,1293
3	0.1	0,0278	0.73	0,0276	0.17	0,0252
4	0.73	1	0.1	1	0.17	1
5	0.1	0,0176	0.73	0,015	0.17	0,0119
6	0.1	0,1279	0.73	0,1264	0.17	0,1239
7	0.73	0,0387	0.1	0,0386	0.17	0,0357
8	0.1	0,0269	0.73	0,0261	0.17	0,0233
9	0.73	0,0186	0.1	0,0182	0.17	0,0154
10	0.1	0,0179	0.73	0,0153	0.17	0,0122
11	0.1	0,0452	0.73	0,0448	0.17	0,0425
12	0.73	0,0374	0.1	0,0372	0.17	0,0343
13	0.1	0,0881	0.73	0,0847	0.17	0,0822
14	0.1	0,0277	0.73	0,025	0.17	0,0219
15	0.1	0,0168	0.73	0,0142	0.17	0,0111
16	0.73	0,6198	0.17	0,6165	0.1	0,6155
17	0.73	0,0444	0.1	0,0444	0.17	0,0415
18	0.1	0,0239	0.73	0,0212	0.17	0,0181
19	0.1	0,0212	0.73	0,0186	0.17	0,0155
20	0.73	0,0189	0.1	0,0185	0.17	0,0157

3. Se precisa el valor α de cálculo, en este caso $\alpha=0.5$.
4. Si las IR son todas iguales se procede a ejecutar el Paso 4A, en caso contrario, se ejecuta el Paso 4B (este es el caso que compete esta ejecución).
 - 4B. Calcular el vector de pesos W para cada proyecto aplicando la ecuación (15) y la agregación (18) correspondiente.

$$w_1(1) = \left(\frac{0.1}{1} \right)^{0.5} = 0.3162$$

$$w_2(1) = \left(\frac{0.1+0.73}{1} \right)^{0.5} - w_1(1) = 0.5948$$

$$w_3(1) = \left(\frac{0.1+0.73+0.17}{1} \right)^{0.5} - w_2(1) = 0.0890$$

5. Para cada proyecto se calcula la agregación correspondiente aplicando la ecuación (18). Por ejemplo, para el proyecto 1 se obtiene:

$$F(1) = 0.0848 w_1(1) + 0.0838 w_2(1) + 0.0817 w_3(1) = 0.0839$$

Una vez obtenidos los vectores de pesos y el vector de agregación evaluando (15) y (16) en todas las alternativas, se procede a generar el ordenamiento como se resume en la Tabla 6.19.

Tabla 6.19
Agregación y ordenamiento para los proyectos con $\alpha = 0.5$

Proyectos	w1	w2	w3	F	Orden
1	0.3162	0.5948	0.0890	0.0839	6
2	0.3162	0.5948	0.0890	0.1314	3
3	0.3162	0.5948	0.0890	0.0274	11
4	0.8544	0.0566	0.0890	1.0000	1
5	0.3162	0.5948	0.0890	0.0155	19
6	0.3162	0.5948	0.0890	0.1267	4
7	0.8544	0.0566	0.0890	0.0384	9
8	0.3162	0.5948	0.0890	0.0261	12
9	0.8544	0.0566	0.0890	0.0183	17
10	0.3162	0.5948	0.0890	0.0158	18
11	0.3162	0.5948	0.0890	0.0447	7
12	0.8544	0.0566	0.0890	0.0371	10
13	0.3162	0.5948	0.0890	0.0856	5
14	0.3162	0.5948	0.0890	0.0256	13
15	0.3162	0.5948	0.0890	0.0147	20
16	0.8544	0.0943	0.0513	0.6193	2
17	0.8544	0.0566	0.0890	0.0441	8
18	0.3162	0.5948	0.0890	0.0218	14
19	0.3162	0.5948	0.0890	0.0191	15
20	0.8544	0.0566	0.0890	0.0186	16

6. Calcular las medidas de caracterización del OWA dada la distribución de pesos W usando (22), (25) y (26), para ello se utiliza los w_i pertinentes¹⁸ para un α determinado.

La Tabla 6.22 muestra el cálculo de w_i ¹⁹ y de las medidas de caracterización para $\alpha = 0.5$.

Tabla 6.22
Cálculo de los w_i usados en DISP(Q) para $\alpha = 0.5$

ri	Q[ri]	wi
0.10	0.3162	0.3162
0.73	0.8544	0.5382
0.83	0.9110	0.0566
0.90	0.9487	0.0376
1.00	1.0000	0.0513

$$ORNESS(W) = \frac{1}{r_5 - r_1} [(r_5 - r_1)w_1 + (r_5 - r_2)w_2 + (r_5 - r_3)w_3 + (r_5 - r_4)w_4 + (r_5 - r_5)w_5] =$$

$$\frac{1}{1 - 0.1} [(1 - 0.1)0.3162 + (1 - 0.73)0.5382 + (1 - 0.83)0.0566 + (1 - 0.9)0.0376 + (1 - 1)0.0513] = 0.49$$

$$ANDNESS(W) = 1 - ORNESS(W) = 0.51$$

$$DISP(W) = -\frac{1}{\ln(5)} \left[w_1 \ln(w_1) + w_2 \ln(w_2) + w_3 \ln(w_3) + w_4 \ln(w_4) + w_5 \ln(w_5) \right] =$$

$$[0.32 \ln(0.32) + 0.54 \ln(0.54) + 0.06 \ln(0.06) + 0.04 \ln(0.04) + 0.05 \ln(0.05)] / 1.61 = 0.706$$

$$TRADEOFF(W) = 1 - \sqrt{\frac{r_5 [(w_1 - r_1 / r_5)^2 + (w_2 - r_1 / r_5)^2 + (w_3 - r_1 / r_5)^2 + (w_4 - r_1 / r_5)^2 + (w_5 - r_1 / r_5)^2]}{r_5 - r_1}} =$$

¹⁸ El total de $3 \times 3! = 18$ valores de r_i , se redujo a un conjunto de 5 valores, bien sea por repetición o porque los desempeños en términos de eficiencia no permitieron su aparición.

$$1 - \sqrt{\frac{1.0[(0.316-0.1/1)^2 + (0.538-0.1/1)^2 + (0.057-0.1/1)^2 + (0.038-0.1/1)^2 + (0.051-0.1/1)^2]}{1.0-0.1}} = 0.48$$

La repetición del proceso descrito para distintos valores de α se muestra en la Tabla 6.23, las medidas de caracterización aparecen en la Tabla 6.24 y se ilustran en la Figura 6.7. Cabe destacar que se agregó $\alpha = 3.88$ para ilustrar el punto donde se alcanza la máxima compensación (TRADEOFF(W)) y la máxima entropía (DISP(W)). Las Tablas 6.20 y 6.21 muestran respectivamente los diferentes vectores de agregación y sus correspondientes ordenamientos.

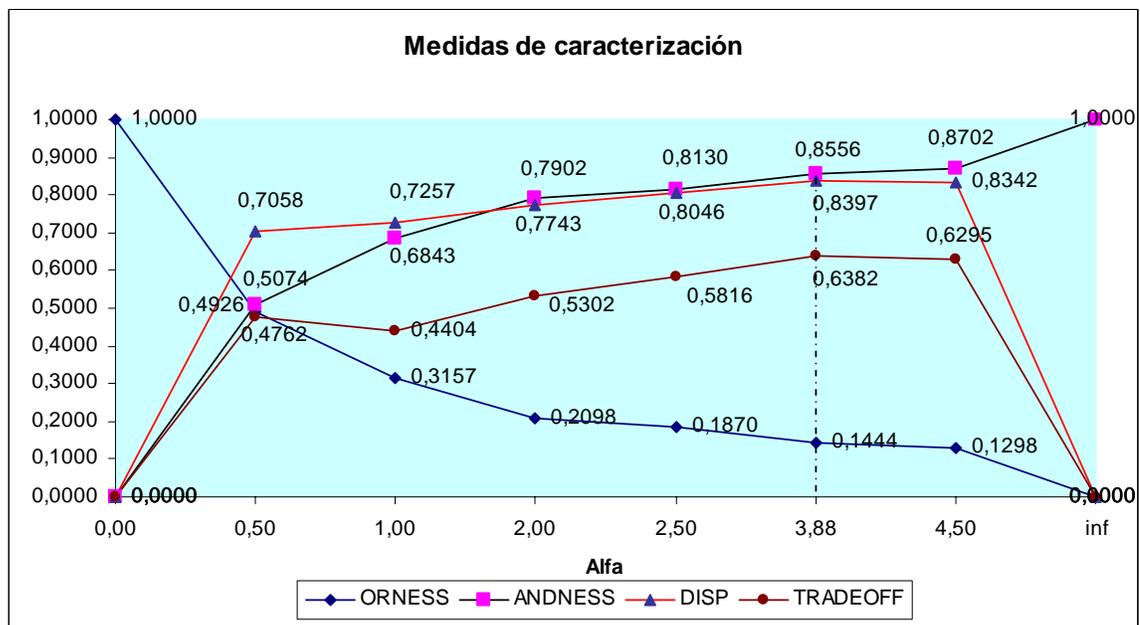
Tabla 6.23
Pesos por posición correspondientes a distintos valores de α

ri	wi(alfa=0)	wi(alfa=0,5)	wi(alfa=1)	wi(alfa=2)	wi(alfa=2,5)	wi(alfa=3,88)	wi(alfa=4,5)	wi(alfa=100)
0,10	1,0000	0,3162	0,1000	0,0100	0,0032	0,0001	0,0000	0,0000
0,73	0,0000	0,5382	0,6300	0,5229	0,4521	0,2948	0,2426	0,0000
0,83	0,0000	0,0566	0,1000	0,1560	0,1723	0,1904	0,1897	0,0000
0,90	0,0000	0,0376	0,0700	0,1211	0,1408	0,1791	0,1901	0,0000
1,00	0,0000	0,0513	0,1000	0,1900	0,2316	0,3356	0,3776	1,0000

Tabla 6.12
Medidas de caracterización correspondiente a distintos valores de α

Parámetros	wi(alfa=0)	wi(alfa=0,5)	wi(alfa=1)	wi(alfa=2)	wi(alfa=2,5)	wi(alfa=3,88)	wi(alfa=4,5)	wi(alfa=100)
ORNESS	1,0000	0,4926	0,3157	0,2098	0,1870	0,1444	0,1298	0,0000
ANDNESS	0,0000	0,5074	0,6843	0,7902	0,8130	0,8556	0,8702	1,0000
DISP	0,0000	0,7058	0,7257	0,7743	0,8046	0,8397	0,8342	0,0000
TRADEOFF	0,0000	0,4762	0,4404	0,5302	0,5816	0,6382	0,6295	0,0000

Figura 6.7
Comportamiento de las medidas de caracterización en términos de α



¹⁹ En la ejecución con IR iguales los pesos corresponden a los de cada proyecto, no ocurre así en el caso de IR distintas.

Tabla 6.20
Vectores de agregación correspondientes a distintos valores de α

Proyectos	ALPHA							
	0	0,5	1	2	2,5	3,88	4,5	∞
1	0,0848	0,0839	0,0835	0,0832	0,0830	0,0827	0,0826	0,0817
2	0,1326	0,1314	0,1309	0,1305	0,1304	0,1301	0,1300	0,1293
3	0,0278	0,0274	0,0272	0,0269	0,0267	0,0264	0,0262	0,0252
4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
5	0,0176	0,0155	0,0147	0,0141	0,0139	0,0134	0,0132	0,0119
6	0,1279	0,1267	0,1261	0,1256	0,1255	0,1251	0,1250	0,1239
7	0,0387	0,0384	0,0382	0,0378	0,0376	0,0371	0,0370	0,0357
8	0,0269	0,0261	0,0257	0,0252	0,0251	0,0247	0,0245	0,0233
9	0,0186	0,0183	0,0180	0,0175	0,0173	0,0169	0,0167	0,0154
10	0,0179	0,0158	0,0150	0,0144	0,0142	0,0137	0,0135	0,0122
11	0,0452	0,0447	0,0444	0,0441	0,0439	0,0436	0,0435	0,0425
12	0,0374	0,0371	0,0369	0,0364	0,0362	0,0358	0,0356	0,0343
13	0,0881	0,0856	0,0846	0,0840	0,0838	0,0834	0,0833	0,0822
14	0,0277	0,0256	0,0247	0,0241	0,0239	0,0234	0,0232	0,0219
15	0,0168	0,0147	0,0139	0,0133	0,0131	0,0126	0,0124	0,0111
16	0,6198	0,6193	0,6188	0,6181	0,6178	0,6171	0,6169	0,6155
17	0,0444	0,0441	0,0439	0,0435	0,0433	0,0429	0,0428	0,0415
18	0,0239	0,0218	0,0209	0,0203	0,0201	0,0196	0,0194	0,0181
19	0,0212	0,0191	0,0183	0,0177	0,0175	0,0170	0,0168	0,0155
20	0,0189	0,0186	0,0183	0,0178	0,0176	0,0172	0,0170	0,0157

Tabla 6.21
Ordenamientos de los proyectos correspondientes a distintos valores de α

Proyectos	ALPHA							
	0	0,5	1	2	2,5	3,88	4,5	∞
1	6	6	6	6	6	6	6	6
2	3	3	3	3	3	3	3	3
3	11	11	11	11	11	11	11	11
4	1	1	1	1	1	1	1	1
5	19	19	19	19	19	19	19	19
6	4	4	4	4	4	4	4	4
7	9	9	9	9	9	9	9	9
8	13	12	12	12	12	12	12	12
9	17	17	17	17	17	17	17	17
10	18	18	18	18	18	18	18	18
11	7	7	7	7	7	7	7	7
12	10	10	10	10	10	10	10	10
13	5	5	5	5	5	5	5	5
14	12	13	13	13	13	13	13	13
15	20	20	20	20	20	20	20	20
16	2	2	2	2	2	2	2	2
17	8	8	8	8	8	8	8	8
18	14	14	14	14	14	14	14	14
19	15	15	15	16	16	16	16	16
20	16	16	16	15	15	15	15	15

6.6.1.3 ALGUNOS COMENTARIOS SOBRE LAS EJECUCIONES REALIZADAS

Para el caso de estudio, la ejecución paso a paso que corresponde es la realizada en la Sección 6.6.1.2 considerando IR distintas. La ejecución realizada en la Sección 6.6.1.1, donde se considera igualdad de IR, se introduce con fines ilustrativos y de completitud, a pesar de que es un caso particular del anterior. De tales ejecuciones se puede extraer algunos comentarios:

1. En el caso de igualdad de IR:
 - Los ordenamientos resultantes de los proyectos son robustos ante cualquier variación del parámetro α (Tabla 6.14). Mas ello no quiere decir que la agregación F de cada proyecto lo sea (Tabla 6.13).
 - La invariabilidad de los ordenamientos ante cualquier variación del parámetro α , es un indicio de que los proyectos presentan eficiencias bien diferenciadas, lo cual mantiene estables los ordenamientos ante grados de compensación distintos. De no ser así, el operador OWA, por ser un criterio sintético estricto podría generar ordenamientos más diversos.
 - La invariabilidad de los ordenamientos con respecto a α es una información *ex post*, lo cual no va en detrimento del uso del operador OWA. El autor desea aprovechar esta oportunidad para introducir como función de “calidad” agregada aplicable en tales casos, una derivación de la correlación angular (Sección 2.9). En tal sentido, la Tabla 6.25 muestra la correlación angular respecto al proyecto ideal (PI_d), la norma de cada proyecto, su proyección sobre PI_d y el ordenamiento resultante de esta proyección. Nótese, que tal ordenamiento coincide con los mostrados en la Tabla 6.21, por consiguiente, Pr(P_j/PI_d) podría ser utilizada como una medida de “calidad” agregada para la asignación de recursos.
 - En la Figura 6.6 se puede observar que la máxima entropía DISP concuerda con la máxima compensación TRADEOFF en $\alpha = 1$, que corresponde a pesos uniformemente distribuidos.

Tabla 6.23
Correlación angular en radianes de los proyectos respecto al “Ideal”

Proyectos	Angulos	$\ P_j\ $	Pr(P _j /PI _d)	Orden
P1	0.0157	0.1445	0.1445	6
P2	0.0102	0.2268	0.2268	3
P3	0.0444	0.0465	0.0465	11
P4	0.0000	1.7321	1.7321	1
P5	0.1568	0.0260	0.0256	19
P6	0.0130	0.2184	0.2184	4
P7	0.0369	0.0653	0.0653	9
P8	0.0608	0.0442	0.0441	12
P9	0.0817	0.0303	0.0302	17
P10	0.1537	0.0265	0.0262	18
P11	0.0267	0.0765	0.0764	7
P12	0.0384	0.0629	0.0629	10
P13	0.0285	0.1473	0.1472	5
P14	0.0942	0.0432	0.0430	13
P15	0.1649	0.0247	0.0243	20
P16	0.0029	1.0691	1.0691	2
P17	0.0318	0.0752	0.0752	8
P18	0.1109	0.0367	0.0365	14
P19	0.1265	0.0322	0.0319	15
P20	0.0805	0.0307	0.0306	16

2. En el caso bajo estudio de IR distintas:

- Surgen tres ordenamientos ligeramente diferentes de los proyectos, uno para $0 \leq \alpha < 0.24$, otro para $0.24 \leq \alpha < 1.04$ y un tercero para $\alpha \geq 1.04$ (Tablas 6.24 y 6.25). Es tarea del analista investigador, en primer lugar, determinar si tales ordenamientos son realmente²⁰ “distintos” y, en caso de serlo, determinar el ordenamiento más compatible con las actitudes hacia la compensación y el riesgo de la unidad de decisión. Más aún, debe precisar un valor de α^* a fin de utilizar la agregación correspondiente en el posterior proceso de asignación de recursos.
- La invariabilidad de los ordenamientos en ciertos rangos del parámetro α , se explica porque los proyectos presentan eficiencias bien diferenciadas en cada uno de ellos, lo cual los mantiene estables en determinados niveles de compensación. Las IR diferenciadas ejercen su influencia introduciendo ordenamientos no detectables en el caso anterior, con igualdad de IR. De no ser así, el operador OWA generaría una mayor diversidad de ordenamientos.
- En la Figura 6.7 se puede observar que la máxima entropía también concuerda con la máxima compensación para $\alpha = 3.88$. Tal resultado, en relación a la ejecución anterior, permite inferir que las IR diferenciadas traslada a $\alpha = 3.88$ lo antes observado para $\alpha = 1$; por tanto, este punto corresponde al vector W más parecido al W_{AVE} . Ello puede ser corroborado en la Tabla 6.26 donde se muestra la correlación angular de distintos vectores W con W_{AVE} .

Tabla 6.24
Vectores de agregación correspondientes a distintos valores de α

Proyectos	ALPHA					
	0	0.24	1	1.04	2	∞
1	0.0848	0.0843	0.0835	0.0835	0.0832	0.0817
2	0.1326	0.1318	0.1309	0.1308	0.1305	0.1293
3	0.0278	0.0276	0.0272	0.0272	0.0269	0.0252
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
5	0.0176	0.0164	0.0147	0.0147	0.0141	0.0119
6	0.1279	0.1272	0.1261	0.1261	0.1256	0.1239
7	0.0387	0.0386	0.0382	0.0382	0.0378	0.0357
8	0.0269	0.0264	0.0257	0.0257	0.0252	0.0233
9	0.0186	0.0184	0.0180	0.0180	0.0175	0.0154
10	0.0179	0.0167	0.0150	0.0150	0.0144	0.0122
11	0.0452	0.0449	0.0444	0.0444	0.0441	0.0425
12	0.0374	0.0373	0.0369	0.0368	0.0364	0.0343
13	0.0881	0.0865	0.0846	0.0846	0.0840	0.0822
14	0.0277	0.0264	0.0247	0.0247	0.0241	0.0219
15	0.0168	0.0156	0.0139	0.0139	0.0133	0.0111
16	0.6198	0.6195	0.6188	0.6188	0.6181	0.6155
17	0.0444	0.0443	0.0439	0.0439	0.0435	0.0415
18	0.0239	0.0226	0.0209	0.0209	0.0203	0.0181
19	0.0212	0.0200	0.0183	0.0183	0.0177	0.0155
20	0.0189	0.0187	0.0183	0.0183	0.0178	0.0157

²⁰ Existen medidas estadísticas como la correlación de Spearman y el test de Kendall que permite determinar la similitud entre ordenamientos que pudiesen acelerar la determinación de la agregación final.

Tabla 6.25

Ordenamientos de los proyectos correspondientes a distintos valores de α

Proyectos	ALPHA					
	0	0.24	1	1.04	2	∞
1	6	6	6	6	6	6
2	3	3	3	3	3	3
3	11	11	11	11	11	11
4	1	1	1	1	1	1
5	19	19	19	19	19	19
6	4	4	4	4	4	4
7	9	9	9	9	9	9
8	13	12	12	12	12	12
9	17	17	17	17	17	17
10	18	18	18	18	18	18
11	7	7	7	7	7	7
12	10	10	10	10	10	10
13	5	5	5	5	5	5
14	12	13	13	13	13	13
15	20	20	20	20	20	20
16	2	2	2	2	2	2
17	8	8	8	8	8	8
18	14	14	14	14	14	14
19	15	15	15	16	16	16
20	16	16	16	15	15	15

Tabla 6.26

Similitud de pesos con respecto W_{AVE} .

ri	wi(alfa=0)	wi(alfa=0,5)	wi(alfa=1)	wi(alfa=2)	wi(alfa=2,5)	wi(alfa=3,88)	wi(alfa=4,5)	wi(alfa=100)	W Uniforme
0,1000	1,0000	0,3162	0,1000	0,0100	0,0032	0,0001	0,0000	0,0000	0,2000
0,7300	0,0000	0,5382	0,6300	0,5229	0,4521	0,2948	0,2426	0,0000	0,2000
0,8300	0,0000	0,0566	0,1000	0,1560	0,1723	0,1904	0,1897	0,0000	0,2000
0,9000	0,0000	0,0376	0,0700	0,1211	0,1408	0,1791	0,1901	0,0000	0,2000
1,0000	0,0000	0,0513	0,1000	0,1900	0,2316	0,3356	0,3776	1,0000	0,2000
Corr Angular	63,435	44,775	47,112	40,763	36,258	30,216	31,231	63,434	
Orden	7	5	6	4	3	1	2	7	

6.7 INCLUSIÓN DE IR EN AUSENCIA DE CUANTIFICADORES LINGÜÍSTICOS

6.7.1 RETOMANDO EL PROBLEMA DE ORNESS(W) VS ORNESS(Q)

De acuerdo con lo tratado en la Sección 6.5.1.1, aún si se dispone de un cuantificador lingüístico Q capaz de reflejar los deseos de la unidad de decisión, la caracterización en términos de ORNESS de un vector W cualquiera que considere IR no arroja necesariamente el mismo valor, es decir, que $ORNESS(W)$ difiere significativamente de $ORNESS(Q)$. Es el típico problema de aproximar el continuo por vía discreta.

En la Tabla 6.27 se resumen los valores de ORNESS calculados para un cuantificador tipo RIM con distintos valores de α (14), provenientes de la ejecución realizada para el caso bajo estudio en la Sección 6.6.1.2. Para el cálculo de $ORNESS(W)$ se utilizó la expresión (4) propuesta por Yager, nótese las diferencias que arrojan ambas formas del cálculo.

La Figura 6.8 muestra sombreada la zona que utiliza la ecuación (4) para el cálculo de $ORNESS(W)$, la cual no es más que el área bajo la distribución acumulada de pesos, que al ser dividida entre el recorrido total produce la medida buscada. La recta representa al cuantificador $Q(r) = r$ y de acuerdo con (14) permite calcular $ORNESS(Q)$. Nótese que aún en este caso lineal ($\alpha = 1$) hay, por influencia de las IR, una sección “vasta” de la función donde no aparece ningún nodo de cuadratura, debido a ello surge la diferencia mostrada.

Tal como se sugirió en la Sección 6.5.1.1, un posible abordaje que no conlleva aumentar el número de nodos de cuadratura ni adoptar el $ORNESS(Q)$ como el $ORNESS(W)$, consiste en aproximar el área bajo la curva mediante integración numérica. Un esquema sencillo es la regla trapezoidal, en la cual se aproxima el cuantificador $Q(r)$ mediante una función lineal por trozos. Al proceder de esta manera, se tiene que:

$$ORNESS(T(W)) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (r_j - r_{j-1}) [w_{Acum}(r_{j-1}) + w_{Acum}(r_j)] \quad (27)$$

con $r_0 = 0$, $w_{Acum}(r_0) = 0$, $r_n = 1$ y $w_{Acum}(r_n) = 1$

La Tabla 6.28 muestra el cálculo que viene de ser propuesto conjuntamente con los resultados de la tabla anterior, en forma similar la Figura 6.9 ilustra la variación en función de α de las medidas de $ORNESS$ mencionadas. El error producido por (27) puede ser por exceso o por defecto dependiendo de la convexidad de $Q(r)$. Esto se puede constatar en la Figura 6.9 en el cruce de las curvas $ORNESS(Q)$ y $ORNESS(T(W))$. Obviamente, es posible ensayar otros esquemas de integración numérica, pero se ha seleccionado la regla trapezoidal por su simplicidad.

Tabla 6.27
ORNESS(Q) y ORNESS(W) por Yager

Parámetros	wi(alfa=0)	wi(alfa=0,5)	wi(alfa=1)	wi(alfa=2)	wi(alfa=2,5)	wi(alfa=3,88)	wi(alfa=4,5)	wi(alfa=100)
ORNESS(Q)	1.0000	0.6667	0.5000	0.3333	0.2857	0.2049	0.1818	0.0000
ORNESSY(W)	1.0000	0.4926	0.3157	0.2098	0.1870	0.1444	0.1298	0.0000

Tabla 6.28
ORNESS(Q) y ORNESS(W) por Yager y por regla trapezoidal

Parámetros	wi(alfa=0)	wi(alfa=0,5)	wi(alfa=1)	wi(alfa=2)	wi(alfa=2,5)	wi(alfa=3,88)	wi(alfa=4,5)	wi(alfa=100)
ORNESS(Q)	1.0000	0.6667	0.5000	0.3333	0.2857	0.2049	0.1818	0.0000
ORNESSY(W)	1.0000	0.4926	0.3157	0.2098	0.1870	0.1444	0.1298	0.0000
ORNESS(T(W))	1.0000	0.6354	0.5000	0.3756	0.3360	0.2554	0.2282	0.0000

Figura 6.8
ORNESS(Q) y ORNESS(W) por Yager

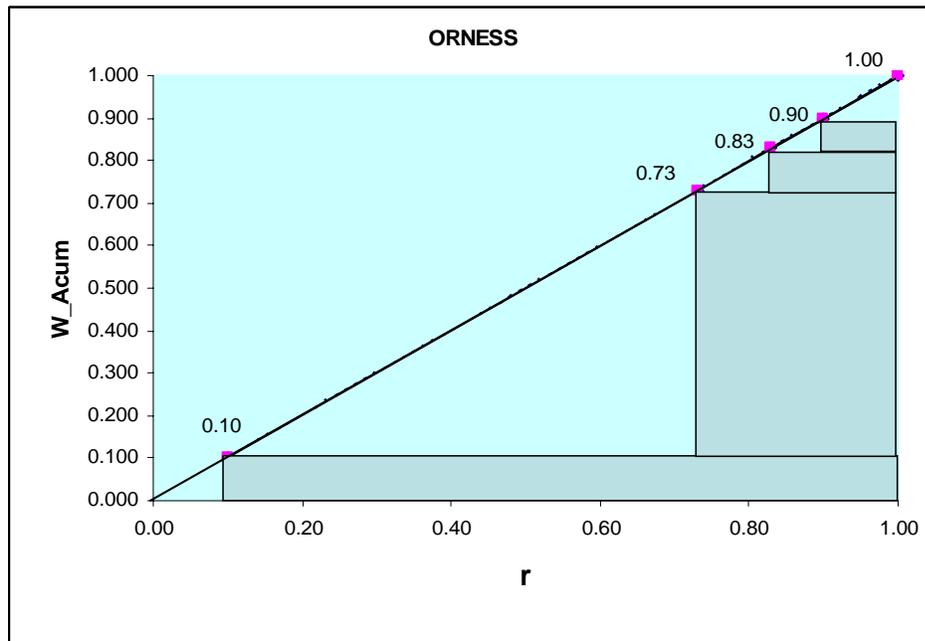
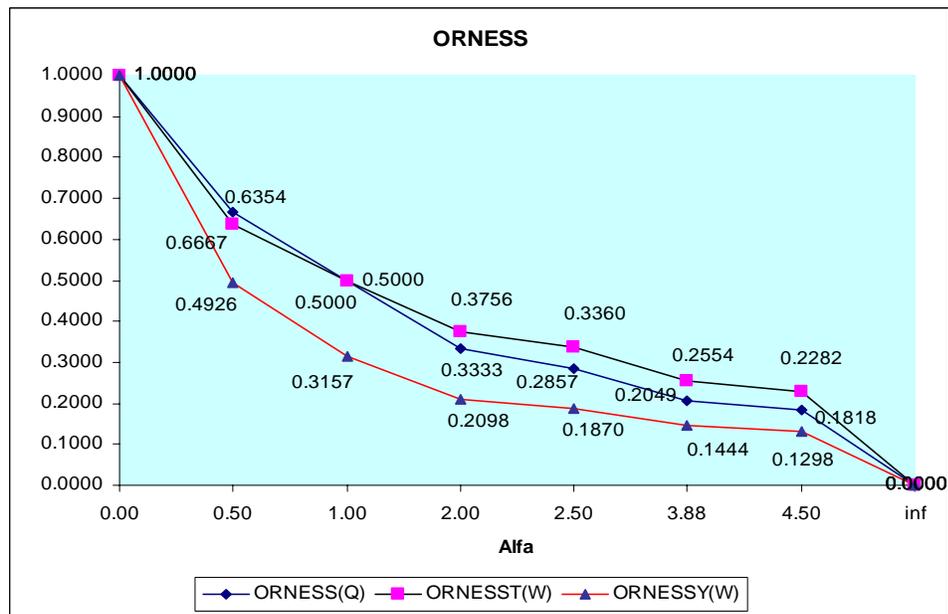


Figura 6.9
ORNESS(Q) y ORNESS(W) por Yager y por la regla trapezoidal



6.7.2 UN CASO NO TRATADO EN LA LITERATURA

Existen casos reales en los que es necesario introducir IR, al mismo tiempo que no se dispone de un cuantificador lingüístico que permita atacar el problema como lo sugiere Yager. Por ejemplo, al tratar de lograr un juicio consensual basado en la opinión de expertos se puede considerar que sus años de experiencia en el área son un *proxy*-atributo adecuado de la IR de sus juicios; además, para

acelerar el logro del consenso se considera necesario eliminar los juicios extremos. La situación descrita conduce a un problema que apela al uso de W_{OLY} al mismo tiempo que contempla IR diferenciadas. La investigación desarrollada por el autor no encontró respuesta bibliográfica a esta situación, por tanto sugiere adecuar la propuesta de Yager, pero en lugar de utilizar cuantificador Q alguno, empleando la función de pesos acumulada (W_Acum) como sucedáneo.

Para ilustrar lo planteado, se hará alusión a los siguientes tres casos que expresan vectores de pesos diferenciados W_{OLY} , W_1 y W_2 dados por:

Caso 1: $W_{OLY} = (0.0, 0.20, 0.30, 0.0)$

Caso 2: $W_1 = (0.10, 0.20, 0.30, 0.40)$

Caso 3: $W_2 = (0.40, 0.30, 0.20, 0.10)$

En los de tres casos se dispone de las IR asociadas al conjunto de juicios $J = (J_1, J_2, J_3, J_4)$, dadas por $IR = (0.2, 0.1, 0.4, 0.3)$ y de los siguientes desempeños dados por dos alternativas y sus respectivos arreglos B :

$A_1 = (4, 5, 6, 3) \Rightarrow B_{A_1} = (6, 5, 4, 3)$

$A_2 = (7, 1, 4, 10) \Rightarrow B_{A_2} = (10, 7, 4, 1)$

- Caso 1: $W_{OLY} = (0.0, 0.20, 0.30, 0.0)$

La función acumulada de W_{OLY} que describe la regla de decisión de agregación “desconfianza en los extremos” se visualiza en la Figura 6.10. En ella se determinarán los nuevos pesos con IR mediante las fracciones r_j . Por otro lado, dado el orden de los desempeños por alternativa se determinan los r_j pertinentes a través de las IR acumuladas como sigue:

$B_{A_1} = (6, 5, 4, 3) \Rightarrow J_{A_1} = (J_3, J_2, J_1, J_4) \Rightarrow r_{A_1} = (0.4, 0.5, 0.7, 1)$

$B_{A_2} = (10, 7, 4, 1) \Rightarrow J_{A_2} = (J_4, J_1, J_3, J_2) \Rightarrow r_{A_2} = (0.3, 0.5, 0.9, 1)$

Se determinan los nuevos pesos sobre la curva W_Acum por interpolación lineal como se describe a continuación:

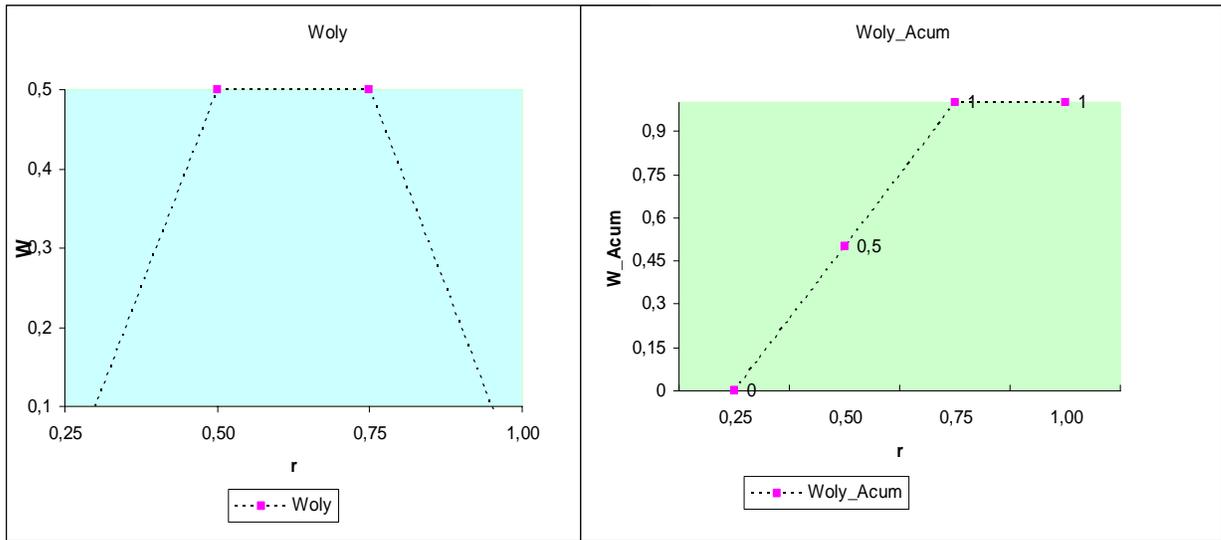
$$W_Acum_{A_1} = \left(\frac{0.5}{0.5-0.25} = \frac{Y}{0.4-0.25}, 0.5, \frac{1-0.5}{0.75-0.5} = \frac{Y-0.5}{0.7-0.5}, 1 \right) = (0.3, 0.5, 0.9, 1)$$

$$W_Acum_{A_2} = \left(\frac{0.5}{0.5-0.25} = \frac{Y}{0.3-0.25}, 0.5, 1, 1 \right) = (0.1, 0.5, 1, 1)$$

$W_{A_1} = (0.3, 0.2, 0.4, 0.1)$

$W_{A_2} = (0.1, 0.4, 0.5, 0.0)$

Figura 6.10
Representación del vector de pesos y su acumulado para el Caso 1



El valor de la función de agregación se obtiene por: $F(A_i) = B_{A_i} * W_{A_i}$ para $i = 1, 2$ y las medidas de caracterización se calculan usando el conjunto de r_j pertinente según (22), (25) y (27)

$$r = (0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 0.9, 1)$$

$$W_Acum = (0.1, 0.3, 0.5, 0.9, 1.0, 1.0)$$

$$W = (0.1, 0.2, 0.2, 0.4, 0.1, 0.0)$$

$$ORNESST(W) = \frac{1}{2} (0.3 * 0.1 + 0.1 * (0.1 + 0.3) + 0.1 * (0.3 + 0.5) + 0.2 * (0.5 + 0.9) + 0.2 * (0.9 + 1) + 0.1 * (1 + 1))$$

$$= 0.61$$

$$ANDNESS(W) = 1 - ORNESST(W) = 0.39$$

$$DISP(W) = \frac{0.1 * \ln(0.1) + 2 * 0.2 * \ln(0.2) + 0.4 * \ln(0.4) + 0.1 * \ln(0.1)}{\ln(6)} = 0.82$$

$$TRADEOFF(W) = 1 - \sqrt{\frac{[(0.1 - 0.3)^2 + 2 * (0.2 - 0.3)^2 + (0.4 - 0.3)^2 + (0.1 - 0.3)^2 + (0.0 - 0.3)^2]}{1.0 - 0.3}} = 0.51$$

El lector podrá apreciar que se logró el objetivo propuesto de realizar la agregación incluyendo IR y obtener las medidas de caracterización que permiten afirmar que la agregación resultante refleja cierta propensión al riesgo, una compensación intermedia y un alto aprovechamiento de la información contenida en los juicios. Todo ello sin disponer de cuantificador lingüístico alguno.

- Caso 2: $W_1 = (0.10, 0.20, 0.30, 0.40)$

Se obtienen los nuevos pesos a partir de la curva los W_Acum (Figura 6.11) mediante:

$$W_Acum_{A1} = \left(\frac{0.3 - 0.1}{0.5 - 0.25} = \frac{Y - 0.1}{0.4 - 0.25}, 0.3, \frac{0.6 - 0.3}{0.75 - 0.5} = \frac{Y - 0.3}{0.7 - 0.5}, 1 \right) = (0.22, 0.3, 0.54, 1)$$

$$W_Acum_{A2} = \left(\frac{0.3-0.1}{0.5-0.25} = \frac{Y-0.1}{0.3-0.25}, 0.3, \frac{1-0.6}{1-0.75} = \frac{Y-0.6}{0.9-0.75}, 1 \right) = (0.14, 0.3, 0.84, 1)$$

$$W_{A1} = (0.22, 0.08, 0.24, 0.46)$$

$$W_{A2} = (0.14, 0.16, 0.54, 0.16)$$

La función de agregación correspondiente es $F(A_i) = B_{A_i} * W_{A_i}$ para $i = 1, 2$. Por otra parte, las medidas de caracterización de la distribución de pesos W para los r_i retenidos.

$$r = (0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 0.9, 1)$$

$$W_Acum = (0.14, 0.22, 0.3, 0.54, 0.84, 1)$$

$$W = (0.14, 0.08, 0.08, 0.24, 0.3, 0.16)$$

$$\begin{aligned} \text{ORNESST}(W) &= \frac{1}{2} (0.3 * 0.14 + 0.1 * (0.14 + 0.22) + 0.1 * (0.22 + 0.3) + 0.2 * (0.3 + 0.54) + 0.2 * (0.54 + 0.84) + 0.1 * (0.84 + 1)) \\ &= 0.38 \end{aligned}$$

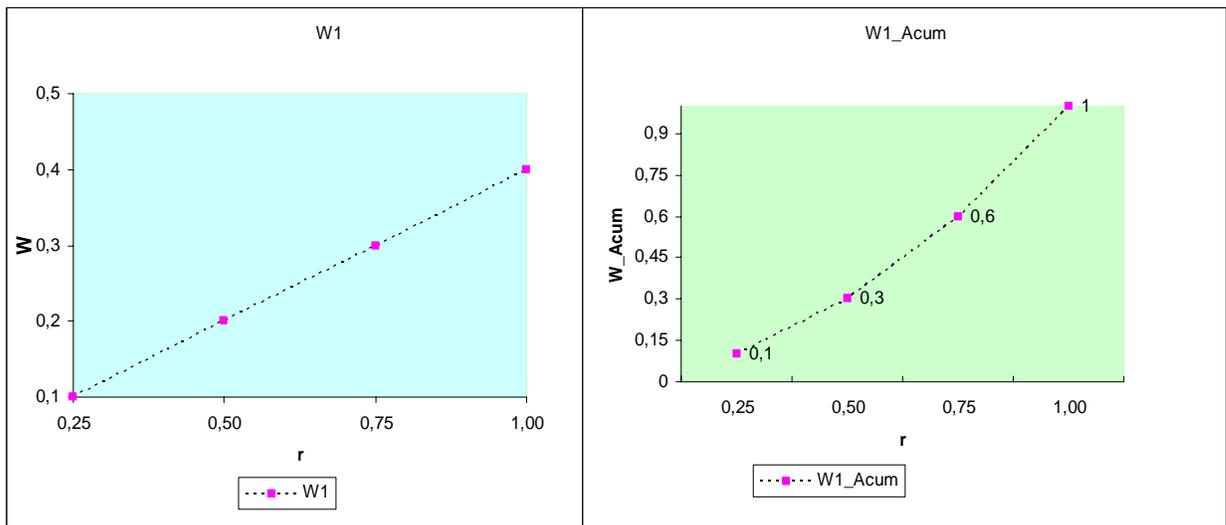
$$\text{ANDNESS}(W) = 1 - \text{ORNESST}(W) = 0.62$$

$$\text{DISP}(W) = \frac{0.14 * \ln(0.14) + 2 * 0.08 * \ln(0.08) + 0.24 * \ln(0.24) + 0.3 * \ln(0.3) + 0.16 * \ln(0.16)}{\ln(6)} = 0.94$$

$$\text{TRADEOFF}(W) = 1 - \sqrt{\frac{[(0.14-0.3)^2 + 2 * (0.08-0.3)^2 + (0.24-0.3)^2 + (0.3-0.3)^2 + (0.16-0.3)^2]}{1.0-0.3}} = 0.54$$

El lector podrá apreciar que la agregación resultante refleja cierta aversión al riesgo, una compensación intermedia y un alto aprovechamiento de la información contenida en los juicios; todo ello sin disponer de cuantificador lingüístico alguno.

Figura 6.11
Representación del vector de pesos y su acumulado para el Caso 2



- Caso 3: $W_2 = (0.40, 0.30, 0.20, 0.10)$

Se obtienen los nuevos pesos a partir de la curva los W_Acum (Figura 6.12) mediante:

$$W_Acum_{A1} = \left(\frac{0.7-0.4}{0.5-0.25} = \frac{Y-0.4}{0.4-0.25}, 0.7, \frac{0.9-0.7}{0.75-0.5} = \frac{Y-0.7}{0.7-0.5}, 1 \right) = (0.58, 0.7, 0.86, 1)$$

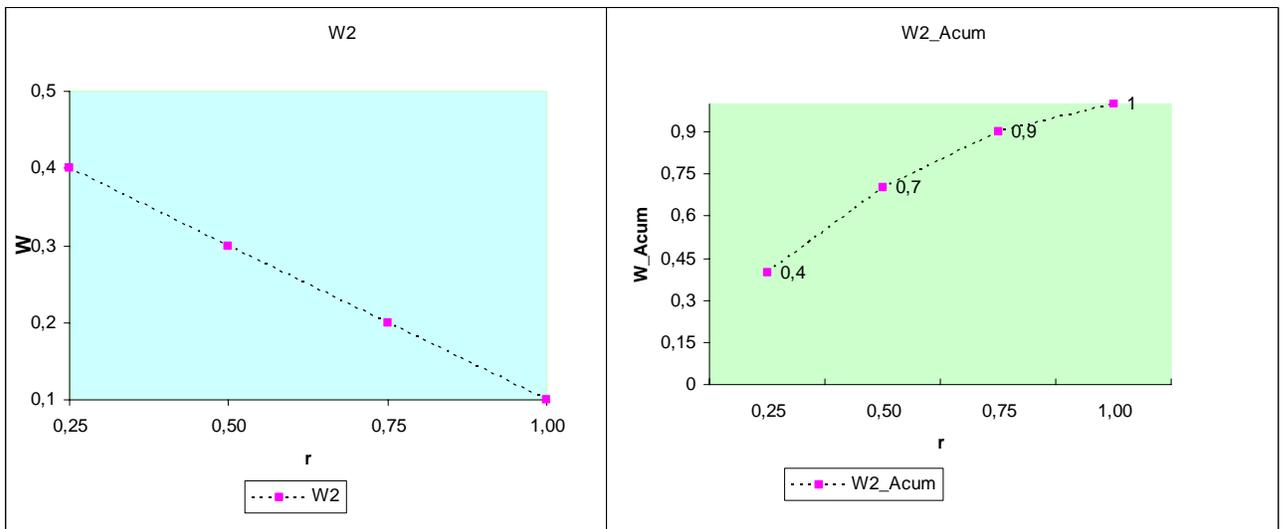
$$W_Acum_{A2} = \left(\frac{0.7-0.4}{0.5-0.25} = \frac{Y-0.4}{0.3-0.25}, 0.7, \frac{1-0.9}{1-0.75} = \frac{Y-0.9}{0.9-0.75}, 1 \right) = (0.46, 0.7, 0.96, 1)$$

$$W_{A1} = (0.58, 0.12, 0.16, 0.14)$$

$$W_{A2} = (0.46, 0.24, 0.26, 0.04)$$

Figura 6.12

Representación del vector de pesos y su acumulado para el Caso 3



El valor de la función de agregación para las alternativas es $F(A_i) = B_{A_i} * W_{A_i}$ para $i = 1, 2$ y las medidas de caracterización son

$$r = (0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 0.9, 1)$$

$$W_Acum = (0.46, 0.58, 0.7, 0.86, 0.96, 1)$$

$$W = (0.46, 0.12, 0.12, 0.16, 0.10, 0.04)$$

$$ORNESST(W) =$$

$$\frac{1}{2} (0.3*0.46 + 0.1*(0.46+0.58) + 0.1*(0.58+0.7) + 0.2*(0.7+0.86) + 0.2*(0.86+0.96) + 0.1*(0.96+1)) = 0.62$$

$$ANDNESS(W) = 1 - ORNESST(W) = 0.38$$

$$DISP(W) = \frac{0.46*\ln(0.46) + 2*0.12*\ln(0.12) + 0.16*\ln(0.16) + 0.1*\ln(0.1) + 0.04*\ln(0.04)}{\ln(6)} = 0.85$$

$$TRADEOFF(W) = 1 - \sqrt{\frac{[(0.46-0.3)^2 + 2*(0.12-0.3)^2 + (0.16-0.3)^2 + (0.1-0.3)^2 + (0.04-0.3)^2]}{1.0-0.3}} = 0.44$$

El lector podrá apreciar que la agregación resultante refleja cierta propensión al riesgo, una compensación menor que media y un uso satisfactorio de las fuentes de información. Ello sin pasar ningún cuantificador lingüístico.

6.8 EL PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE RECURSOS CON COEFICIENTES MULTICRITERIO

En forma similar a lo expresado en la Sección 5.7, la función de agregación F del operador OWA constituye una medida de “calidad” agregada de los proyectos. El autor, siguiendo a Brans [BRAN03] sugiere que se les puede utilizar como coeficientes de costos en un problema de asignación óptima de recursos.

Dicho planteamiento es posible bajo los supuestos de un horizonte temporal determinado, los montos de inversión total no cambian y el conjunto de proyectos de inversión bajo análisis permaneces inalterados. En tal sentido, el problema de asignación consiste en seleccionar un subconjunto del conjunto de proyectos que resulte factible en términos de las restricciones y óptimo en términos de “calidad” agregada global. Adaptando la propuesta de asignación de recursos realizada por Brans se considera lo siguiente:

Sea $\{a_i, i=1,2,\dots,n\}$ el conjunto de alternativas posibles, a cada una se le asocia una variable booleana del tipo

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{si } a_i \text{ es seleccionada} \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad (28)$$

entonces la asignación de recursos consta de dos pasos:

1. Se obtienen los coeficientes de agregación $\{F(a_i), i=1,2,\dots,n\}$ por OWA
2. Se resuelve el siguiente programa lineal $\{0,1\}$:

$$\text{máx} \sum_{i=1}^n F(a_i)x_i \quad (29)$$

s.a

$$\sum_{i=1}^n \lambda_{p,i}x_i \begin{cases} \geq \\ = \\ \leq \end{cases} \beta_p \text{ para } p=1,2,\dots,P \quad (30)$$

$$x_i \in \{0,1\} \text{ para } i=1,2,\dots,n \quad (31)$$

donde P es el horizonte temporal considerado, $\lambda_{p,i}$ es un coeficiente tecnológico²¹ y β_p representa el valor límite del lado derecho de las restricciones.

La robustez de los resultados del programa de optimización planteado está condicionada por la cantidad y calidad de la información disponible, por la capacidad de crecimiento de la economía y, obviamente por la calidad del proceso de decisión que condujo a la agregación. Un aporte adicional, un tanto indirecto y parcial proveniente del OWA consiste en que la asignación de recursos resultante refleja la actitud de la unidad de decisión en lo referentes a compensación y a riesgo.

Volviendo al caso de estudio, en el cual los proyectos son independientes, considerando que los recursos sobrantes de un periodo se pueden invertir en el siguiente, que se trabaja en bolívares constantes y que hay dos tipos de recursos humanos limitados, la asignación de recursos puede formularse de la manera que sigue:

$$\text{máx} \sum_{i=1}^n F(a_i)x_i$$

s.a

$$\sum_{i=1}^{20} \text{costos}_{p,i} x_i \leq \text{monto}_p - \text{sobra}_p + \text{sobra}_{p-1} \text{ para } p=1,2,\dots,10$$

$$\text{sobra}_0 = 0$$

$$\sum_{i=1}^{20} \text{HH}_{p,i}^1 x_i \leq \text{RRHH}_p^1 \text{ para } p=1,2,\dots,10 \text{ (primer tipo de RRHH limitado)}$$

$$\sum_{i=1}^{20} \text{HH}_{p,i}^2 x_i \leq \text{RRHH}_p^2 \text{ para } p=1,2,\dots,10 \text{ (segundo tipo de RRHH limitado)}$$

$$x_i \in \{0,1\} \text{ para } i=1,2,\dots,20$$

nótese que $\lambda_{p,i}$ puede representar costos, horas hombres o cualquier otro coeficiente requerido por el tipo de restricción.

Al igual que el modelo planteado en el capítulo anterior, se supone una planificación centralizada, y que la aprobación modelada en la función objetivo por el analista investigador, además del ámbito macroeconómico, puede incluir consideraciones presupuestarias, de rentabilidad, de inversión, de capacidad instalada, de mercadeo, entre otras.

²¹ Las restricciones (30) pueden incluir consideraciones presupuestarias, de rentabilidad, de inversión, de capacidad instalada, de mercadeo, etc.

6.9 DISCUSIÓN

En la Sección 3.5 se establecieron las premisas para atacar el tipo de problema bajo estudio, en particular, el deseo de los agentes activos de asegurarse de la calidad de su prescripción. En tal sentido, cualquiera de los métodos de agregación utilizados en el Capítulo 3 para determinar IR, si bien podrían aplicarse en la agregación de juicios, no reflejarían una actitud consistente con la procura de tal calidad, así como tampoco un SPD actualizado y acorde al estado del arte. Ello justifica en primera instancia la utilización del operador OWA.

Adicionalmente, la integración del operador OWA en el marco difuso y la definición de sus medidas de caracterización, le otorgan la capacidad del modelado de actitudes ante la compensación y el riesgo, de la que adolecen los restantes métodos. Más aún, la caracterización entrópica de los pesos coadyuva al control de la diversidad de juicios aprehendidos.

En la Sección 4.3.3 se recomendó el uso del operador OWA para la agregación inter-institucional de juicios (situación contextual TERAPEÚTICA), mientras que en el presente capítulo, se le utilizó para ilustrar la agregación intra-institucional de juicios (situación contextual SINÉRGICA). Ello no conlleva a contradicción alguna, simplemente la situación bajo estudio cae en esta segunda categoría y se quería mostrar una aplicación de la primera lo más real posible.

La utilización del operador OWA para generar los coeficientes de la función objetivo en el modelo de asignación de recursos es inédita al conocimiento del autor. Sin embargo, ello exige, de usarse el cuantificador lingüístico tipo RIM, un afinamiento de parámetro de control, que puede ser más minucioso que el afinamiento requerido para la determinación de la simple jerarquía ordinal agregada²². Respecto al modelado de las restricciones caben las mismas observaciones inherentes a las características propias de una economía mencionadas de la Sección 5.8, a saber:

- Su capacidad para absorber montos elevados de inversión, la existencia de cuellos de botella que pueden obstaculizar el crecimiento, y el fomento y/o profundización de la diversificación.
- Considerar los impactos en términos absolutos en la construcción de la función objetivo, puede acompañarse de algunas restricciones de eficiencia mínima, de forma tal, de orientar la asignación de recursos hacia proyectos de buena “calidad” en términos relativos. En sentido inverso, si se considera los impactos en términos relativos en la función objetivo, se pueden incorporar restricciones de calidad de los proyectos en términos absolutos.

²² Eventualmente podrían promediarse las agregaciones $F(a)$ consistentes con las jerarquías agregadas retenidas, o bien, utilizar aquella que maximice la entropía en esa zona.

6.10 CONCLUSIÓN

El operador OWA permite determinar un preorden completo de proyectos de inversión pública mediante la construcción de un criterio sintético único, cuya función de agregación se genera a partir de jerarquías individuales. El uso de pesos asociados a posiciones de mérito incorpora un elemento de no linealidad a la agregación y modelan, en cierta forma, las preferencias de los agentes activos hacia el riesgo y la compensación.

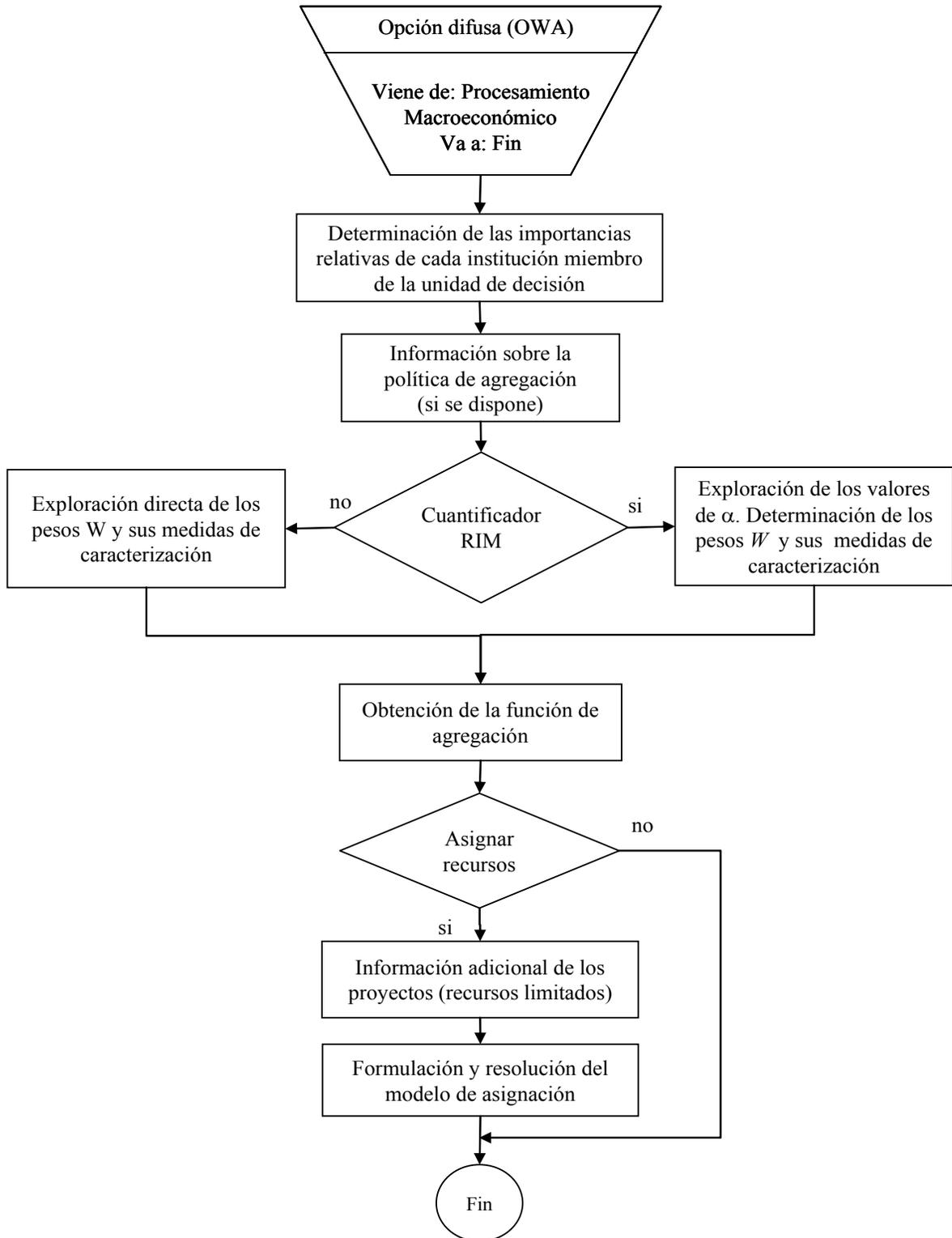
El uso de cuantificadores lingüísticos permiten adicionalmente el modelado de la proporción de criterios que ha de satisfacerse para obtener una solución de acuerdo con los requerimientos planteados.

En relación a la operatividad del OWA, no es condición necesaria disponer de los valores cardinales de los atributos, ya que el operador OWA puede hacer uso de escalas ordinales. En el caso que compete puede haber una reducción importante de la cantidad de información de emplearse la escala ordinal, por lo que se resulta aconsejable la utilización de una escala cardinal siempre que sea posible.

Como un aporte adicional, en éste capítulo se incluyó una forma de utilizar el operador OWA sin el uso de cuantificadores lingüísticos y considerando IR; tema que a conocimiento del autor no aparece reportado en la literatura. Otro aporte encontrado en la investigación, surgió de la búsqueda de una mayor concordancia entre la disjuntividad calculada a partir de un vector de pesos y la calculada a partir de un cuantificador lingüístico, para el caso que contempla IR diferenciadas; lo cual, sugiere que las diferencias observadas entre ambas medidas no deriva del número de criterios, sino más bien, de la dispersión de las IR de los mismos.

En definitiva, en este capítulo referente al AMC, se muestra al operador OWA como una poderosa herramienta para resolver la problemática $P.\gamma$; también se muestra la utilización de sus resultados para abordar el problema de asignar recursos a los proyectos de inversión pública ($P.\alpha$).

6.11 DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL PROCESAMIENTO MULTICRITERIO USANDO EL OPERADOR OWA



**METODOLOGÍA PARA LA JERARQUIZACIÓN MACROECONÓMICA DE
PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA**

7.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo sintetiza la metodología propuesta orientada a jerarquizar proyectos de inversión pública de acuerdos a sus impactos macroeconómicos, la cual, integra un módulo de Análisis Macroeconómico (AME) con módulo de Análisis Multicriterio (AMC) y está caracterizada principalmente por múltiples alternativas, múltiples criterios y múltiples unidades de decisión. En tal sentido, en él se pondrá en evidencia lo siguiente:

1. Un lineamiento metodológico general para describir *grosso modo* la propuesta metodológica.
2. Un lineamiento metodológico detallado que hace alusión a las distintas fases de la metodología, en términos más descriptivos.
3. Los diagramas de flujo que ilustran en términos de procesos las fases de la metodología.
4. Una breve generalización de la metodología propuesta al caso de jerarquización de políticas públicas.

7.2 JERARQUIZACIÓN MACROECONÓMICA DE PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA: LINEAMIENTO METODOLÓGICO GENERAL

Si bien la metodología propuesta no tiene que circunscribirse a la sola consideración de los impactos macroeconómicos, sino que puede incorporar impactos de otra naturaleza (de tipo inflacionario, de desarrollo humano, de desarrollo comunitario, de tipo ambiental, entre otros), esta sección se dedica exclusivamente al caso macroeconómico bajo estudio. En tal sentido, la “calidad” agregada que contempla representa una combinación de impactos macroeconómicos, dando así cumplimiento a la propuesta original del Trabajo Especial de Grado¹. La senda metodológica propuesta para el estudio (Figura 7.1 que proviene del Capítulo 1), puede ser descrita como sigue:

1. El énfasis inicial se dirige a la explotación de la información de los proyectos de inversión pública, la definición de los atributos macroeconómicos y las condiciones de aplicación del Modelo de Multiplicadores para obtener los impactos requeridos (Etapa 1, Figura 7.1).

Usualmente los criterios involucrados no resultan igualmente importantes a los ojos de la unidad de decisión, por tanto, la investigación apunta a la determinación de las importancias relativas de los mismos, de forma tal que reflejen y sintetizen las preferencias de la unidad de decisión sobre cada uno de los atributos macroeconómicos (Capítulo 3).

2. Al no disponer de un reduccionismo monocriterio, ni pretender construirlo por la razones especificadas en el Capítulo 4, se plantean dos técnicas de Análisis Multicriterio (AMC), la primera es la opción *outranking* y la segunda una opción difusa (Etapa 2, Figura 7.1):

¹ La generalización a otros ámbitos de políticas públicas será tratado en la sección 7.5.

- La opción *outranking* se fundamenta en la explotación de las relaciones binarias de sobreclasificación mediante los métodos PROMETHÉE. Con ellos se determina una “calidad” agregada de proyectos que conduce a una jerarquía, también agregada, de los proyectos involucrados., arrojando un coeficiente asociado a cada alternativa que mide la aprobación que le otorgan los criterios respecto a las restantes opciones. Siguiendo a Brans [BRAN03] dicho coeficiente puede ser utilizado para la asignación de recursos mediante programación matemática (Capítulo 5).
- La segunda técnica se inspira en la lógica difusa y utiliza el Operador Media Ponderada Ordenada (OWA) como enfoque no relacional para generar jerarquías agregadas a partir de jerarquías individuales por criterios La investigación realizada permite al autor de este trabajo proponer que la ponderación que arroja OWA sea utilizada en un modelo de programación matemática para la asignación de recursos (Capítulo 6).

La metodología propuesta se divide en 4 fases que cubren las etapas indicadas en la Figura 7.1, a saber:

Fase 1: Estudio Preliminar (P.δ)

- 1.1 Planteamiento del problema.
- 1.2 Boceto de los criterios de evaluación.
- 1.3 Definición de la metodología de trabajo.
- 1.4 Contexto del problema: alcances, limitaciones y estabilidad.

Fase 2: Análisis Macroeconómico, un enfoque del Modelo de Multiplicadores basado en las MCS

- 2.1 Definición de los atributos macroeconómicos e identificación de los elementos teóricos.
- 2.2. Caracterización operativa de los proyectos de inversión.
- 2.3 El modelo de evaluación: el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS.
- 2.4 Obtención de los impactos macroeconómicos de los proyectos.
- 2.5 Análisis de correlación angular.

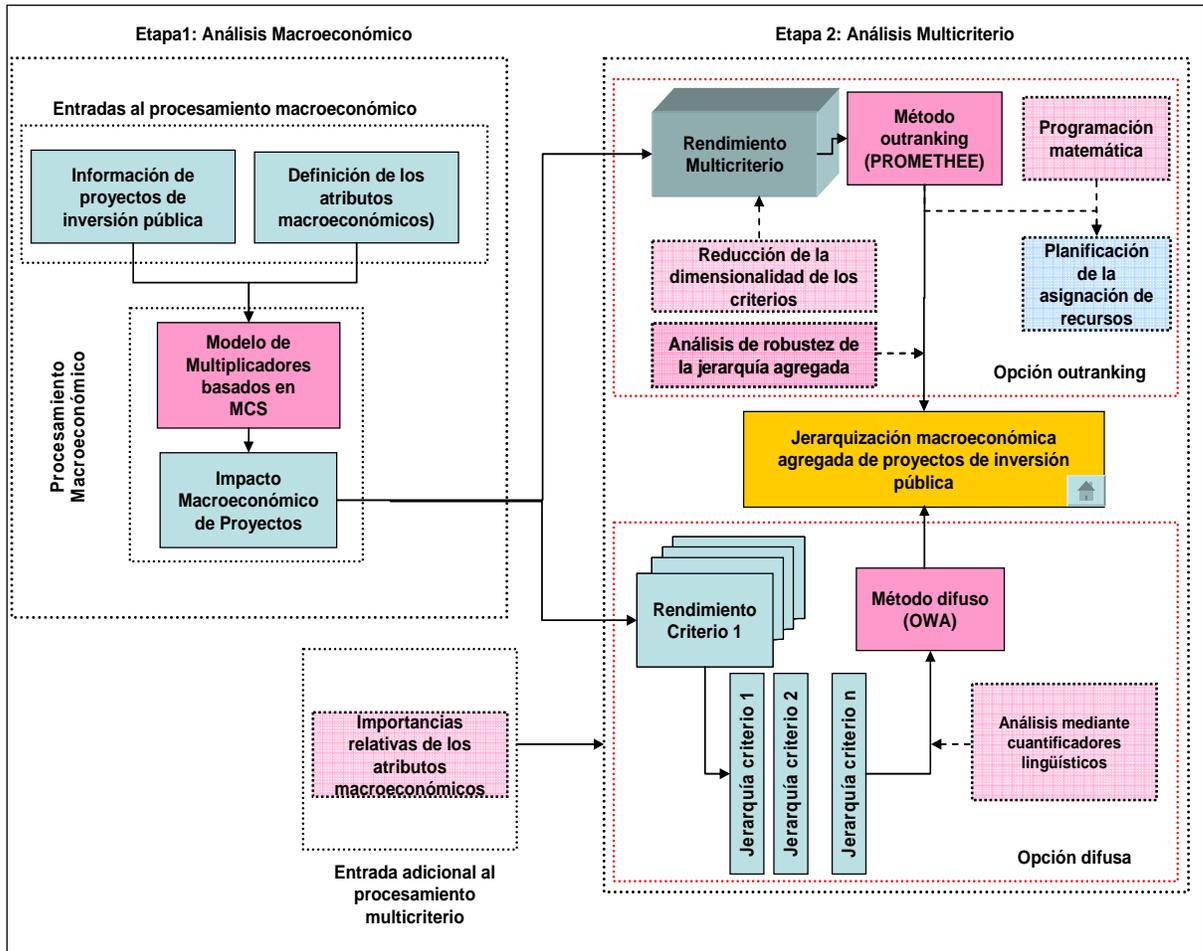
Fase 3: Importancias relativas de los atributos macroeconómicos

- 3.1 Caracterización de la unidad de decisión en función de la posibilidad de crear acuerdos entre sus miembros.
 - Posibilidad de acuerdo entre los agentes activos.
 - Generación de acuerdos.
 - Obtención de importancias relativas agregadas.

- Imposibilidad de acuerdo entre los agentes activos.
- Obtención de importancias relativas individuales.
- Agregación de importancias relativas individuales.

Figura 7.1

Esquema inicialmente propuesto para la jerarquización de proyectos de inversión pública



Fase 4: Selección de elementos de AMC atinentes al estudio

- 4.1 Identificación de la problemática para el SPD y selección del acercamiento operacional.
- 4.2 Ubicación dentro de la tipología de la situación de decisión.
- 4.3 Selección de los métodos de AMC.

Fase 4A: Utilización de los métodos PROMETHÉE (Opción *Outranking*)

- 4A.1 Definición del criterio generalizado para cada atributo macroeconómico.
- 4A.2 Ejecución de PROMETHÉE I.
- 4A.3 Ejecución de PROMETHÉE II.
- 4A.4 Visualización de la decisión.
- 4A.5 Asignación de recursos.

Fase 4B: Utilización del operador OWA (Opción Difusa)

- 4B.1 Determinación de las importancias relativas pertinentes.
- 4B.2 Explotación de la política de agregación.
- 4B.3 Obtención de los pesos OWA.
 - Cálculos de los pesos aplicando un cuantificador lingüístico tipo RIM.
 - Cálculos directos de los pesos.
- 4B.4 Obtención de la función de agregación.
- 4B.5 Asignación de recursos.

7.3 JERARQUIZACIÓN MACROECONÓMICA DE PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA: LINEAMIENTO METODOLÓGICO DETALLADO

Esta sección describe más en detalle las fases enumeradas en la anterior, sin pretender sustituir los desarrollos realizados en cada capítulo de este documento.

7.3.1 FASE 1. ESTUDIO PRELIMINAR

El estudio preliminar tal y como se ha enfocado en este trabajo, corresponde a una primera aproximación a lo que Roy [ROYB85] denominó problemática P.δ (Capítulo 1).

7.3.1.1 Planteamiento del problema

A lo largo de la investigación realizada destaca el hecho que la formulación del problema es un elemento clave: el estudio preliminar provee al analista de una visión diagnóstica y general del tipo de problema a abordar. A nivel de proyecto el énfasis de la investigación recayó sobre los aspectos técnicos del proceso, soslayando aspectos que en la práctica han resultado ser determinantes, como los agentes involucrados. Los agentes activos² deben ser claramente identificados: unidad de decisión, solicitante, analista-investigador y facilitador, entre otros. También deben identificarse las interrelaciones personales e institucionales existentes, sus sistemas de valores y eventuales conflictos, su potencial para proveer toda información requerida, etc. Es preciso identificar también a los agentes pasivos³ cuyas preferencias no pueden ser ignoradas. En síntesis, debe hacerse un arqueo de lo que se tiene, de lo que se busca, de las posibles limitaciones que se pueden presentar a lo largo del camino, y con quien se cuenta para recorrerlo.

² Son aquellos que intervienen en forma directa en el proceso de decisión, por tanto lo condicionan.

³ Son aquellos individuos, colectivos o instituciones que no intervienen directamente en el proceso de decisión, pero sobre los cuales recaerá una o más consecuencias de la decisión final.

7.3.1.2 Boceto de los criterios de evaluación

Al realizar el estudio preliminar, éste debe contener un conjunto inicial de criterios de evaluación, capturados en sesiones de discusión o entrevistas realizadas por separado, generalmente recopilados en una minuta. Resulta ingenuo pensar que en un problema real de complejidad respetable, se logre en un par de sesiones o rondas de entrevistas, establecer inequívoca y permanentemente los objetivos a retener, más aún, resulta ilusorio pretender agruparlos en una jerarquía arborescente del tipo objetivo focal, objetivos de primer nivel, objetivos de segundo nivel, etc., en poco tiempo. El *quid* del éxito del proceso que se emprende radica en la adecuada selección y definición de los criterios de juicio. Errar en ello garantiza el fracaso. No es extraño encontrarse minutas sucesivas donde aparecen y reaparecen criterios, se separan o se juntan, se redefinen mediante atributos indirectos, etc. Tales minutas servirán de punto de partida de la fase siguiente.

7.3.1.3 Definición de la metodología de trabajo

El analista deberá proponer las reglas de juego que aplicarán en el proceso de decisión, así como establecer los hitos que deben ser alcanzados en cada fase, y las técnicas grupales y de investigación documental que permitan el avance hacia la decisión final. En tal sentido, la responsabilidad de la planificación y del posterior control sobre el desarrollo del proceso de decisión recae sobre los hombros del analista, basta guardar la consideración y adecuada valoración del tiempo de los agentes activos para justificar el cuidado requerido. Por lo general los agentes activos de un proceso de decisión están impulsados por una fuerte motivación al logro: nada más frustrante que una sesión de trabajo estéril. Puede parecer perogrullesco, pero el éxito de una sesión de trabajo puede residir en el orden de la agenda del día, por tanto, en la procura de la obtención de algún resultado conviene ordenar los ítems por varianza de opinión creciente.

Puede ocurrir que en la literatura especializada existan situaciones similares, o técnicas susceptibles de ser aplicadas al problema bajo estudio, y que ello permita avanzar de un hito del proceso de decisión al siguiente, sin embargo, tales elementos técnicos específicos pueden escapar al nivel de conocimiento del analista, es sólo a través de la interacción entre agentes activos que surge este tipo de información. Por último, en ocasiones es preciso volver sobre lo andado y redefinir algún resultado previo como consecuencia de algún aprendizaje posterior, esto no constituye un lazo, sino una revisión que se puede revelar necesaria.

Lo expuesto no es excluyente de las consideraciones logísticas y administrativas rutinarias en este tipo de proceso: los recursos (humanos, temporales, documentales, tecnológicos y financieros), las reuniones, los espacios de discusión, y el cronograma tentativo de trabajo.

7.3.1.4 Contexto del problema: alcances, limitaciones y estabilidad

En todo proceso de decisión hay un recurso limitado que se activa como restricción: el tiempo. Se busca establecer lo que se ha de hacer en un lapso determinado, es decir, se establecen metas factibles, considerando todos los recursos involucrados. En el establecimiento de dichas metas, denominadas alcances, intervienen la experiencia y el realismo que debe poseer todo analista investigador. En las etapas siguientes, conducir el proceso hasta llegar a alcanzarlas es una de sus responsabilidades esenciales. Por el otro extremo, suelen aparecer requerimientos no expresados en la demanda inicial, que si bien merecen cierto grado de atención y consideración, no deben desviar el proceso fuera de su cauce más allá de lo conveniente. De hecho, estos requerimientos adicionales pueden constituirse en minutas iniciales de futuros procesos. El analista investigador debe considerarlos y darle su justa valoración, cuidando no irrespetar las iniciativas que surjan y retomar el cauce preestablecido. Para ello, puede recordar que el proceso en marcha tiene un alcance definido y por ende tiene limitaciones.

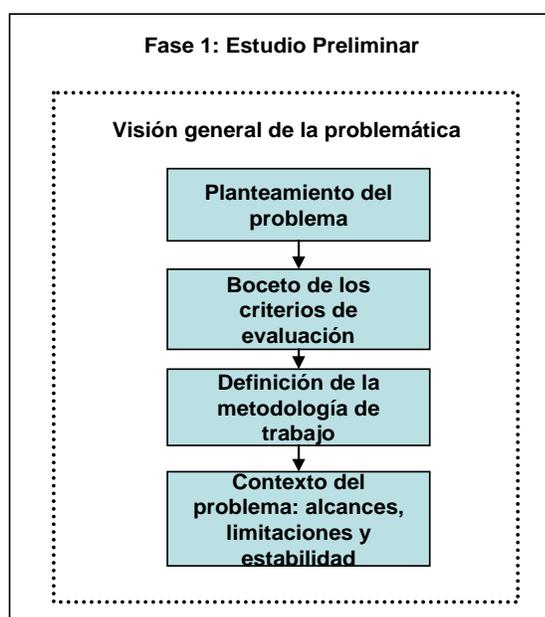
El proceso de decisión posee un contexto externo y uno interno. El primero, mucho más conocido, coincide con lo estudiado en la Teoría General de Sistema [VONB04] y su influencia suele representarse mediante el término variables exógenas (no controlables), el segundo contexto, se refiere a la red de relaciones, conflictos y compromisos que pueden existir entre los agentes activos y, a la posible rotación de los representantes institucionales que pueden alterar tales redes. Ningún agente activo tiene injerencia en las variables exógenas, no obstante, el analista debe cuidar que la influencia de las redes internas mencionadas no sesguen el proceso. Si surge una rotación de algún agente activo, el estado de avance del proceso y los diferentes hitos que lo marcan, están sometidos a revisión si se desea contar con el aporte del nuevo agente. Por analogía, el autor se atreve a afirmar que el analista investigador es en cuanto al desarrollo de proceso, lo que la unidad de decisión es a su resultado.

Esta sección ha sido dedicada básicamente al aspecto conductual, más ello no excluye la consideración sistemática de las condicionantes tecnológicas, de recursos, de información, de capacidad instalada, de capital financiero y humano, entre otras, que se erigen no sólo como restricciones reales sino como un permanente llamado a poner los pies de sobre la tierra. La figura 7.2 ilustra gráficamente la Fase 1, recién expuesta y constituye la primera modificación que se revela necesaria de esquema inicialmente propuesto (Figura 7.1).

7.3.2 FASE 2. ANÁLISIS MACROECONÓMICO: UN ENFOQUE DEL MODELO DE MULTIPLICADORES BASADO EN LAS MCS

En esta fase se proporcionan todos los elementos teóricos y prácticos sobre los cuales reposarán los análisis de los resultados de la medición de los impactos macroeconómicos de los proyectos de inversión pública, además puede decirse que la Fase 2 enmarca la visión macroeconómica necesaria para ser conectada con la visión multicriterio destinada a jerarquizarlos. Esta investigación está básicamente enmarcada dentro de la problemática de jerarquización ($P.\gamma$) y, al asignar recursos incursiona dentro del terreno de la problemática de selección ($P.\alpha$).

Figura 7.2
Esquema del estudio preliminar



7.3.2.1 Definición de los atributos macroeconómicos e identificación de los elementos teóricos

Los agentes activos definen el objetivo focal y los del nivel inmediatamente subyacente, es decir, los atributos macroeconómicos pertinentes y la forma de evaluarlos. Hecho esto, se identifican los elementos teóricos del modelo a emplear, en este caso los que definen el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS. La conexión entre los proyectos de inversión pública y los atributos macroeconómicos debe resultar clara. En el caso de estudio, tal conexión se realiza mediante la construcción de una jerarquía que conecte los atributos macroeconómicos de primer nivel con los del nivel más desagregado (actividades económicas). Ello proporciona una invaluable visión holística a los agentes activos, que propicia el entendimiento y la comunicación.

Si bien esta investigación se ha basado en los impactos macroeconómicos obtenidos por el Modelo de Multiplicadores, cuyas características de linealidad y perfecta aditividad no requieren de mayores verificaciones, no pretende limitar su alcance a este tipo de casos. Es posible añadir otro tipo de criterios por deseo expreso de algún agente activo. Ello puede conducir fácilmente a la pérdida de las propiedades matemáticas ya mencionadas. Si éste fuera el caso, es preciso verificar que el modelado obtenido de las preferencias es adecuado y el concepto de Familia Coherente de Criterios (FCC) se erige como un instrumento para hacerlo.

7.3.2.2 Caracterización operativa de los proyectos de inversión pública

La caracterización de la opciones busca la explotación de toda la información inherente y disponible de los proyectos de inversión, es decir, mostrar explícitamente la valoración (moneda, valor real o nominal) de dichos proyectos, el horizonte temporal, las actividades y productos vinculados, las regiones y localidades donde se generan los impactos, las fuentes de información donde se estiman algunas variables relacionadas, los entes de ejecución, las relaciones de dependencia o independencia entre proyectos, algunos componentes de sus estructuras de costos, insumos y materia prima, los recursos a usar (humanos, financieros y tecnológicos), estimaciones de los aportes a la economía, y de igual manera, explicitar el sector al que pertenecen. Con tal información se caracterizan los proyectos de inversión en términos de los atributos más desagregados, es decir, de las actividades económicas pertinentes⁴.

7.3.2.3 El modelo de evaluación: el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS

Un aporte de esta investigación consiste en demostrar la factibilidad de que el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS pueda ser utilizado en una aplicación novedosa: la medición de los impactos macroeconómicos de los proyectos de inversión pública⁵. La experiencia indica que se debe construir un Modelo de Multiplicadores basado en las MCS, en caso de no disponerse de uno, el cual dependerá de los objetivos planteados, de los escenarios y del ámbito de la economía que se quiere caracterizar (infraestructura, construcción, agrícola, manufactura, etc.).

⁴ Ese fue el camino seguido en esta investigación, el autor se pregunta si es posible solicitar a los proponentes de proyectos la información requerida en términos de esta caracterización, y si las estimaciones suministradas por los proponentes fueron elaboradas con hipótesis semejantes o compatibles (tasas de crecimiento, mercado a satisfacer, valoración, etc.).

⁵ El Modelo de Multiplicadores basado en las MCS ha sido utilizado por el BCV para medir los impactos de reducción de la alícuota del IVA, incrementos de los precios de la gasolina, impactos de aumentos del salario mínimo, en otros elementos de política económica [VELA06*]. A nivel internacional destacan aplicaciones para medir el impacto del gasto público, incrementos de las exportaciones, así como la evaluación de escenarios para alcanzar ciertos objetivos de política relacionados con aumentar el empleo, direccionamiento de la inversión y crear condiciones favorables para el crecimiento del Producto interno bruto (PIB) [VELA05 y ALAR05].

La construcción de este modelo depende de la retroalimentación entre los agentes activos, del requerimiento y los objetivos sobre la problemática a evaluar. Dados estos elementos, se deben caracterizar las actividades y productos más relacionados con los proyectos y en el caso de existir otras mediciones provenientes de otras fuentes de información, deben mostrarse los elementos teóricos que las sustentan y de la metodología usada si se requieren estimar algunas variables. Es necesario reiterar que las fuentes de información para el desarrollo del modelo y así como las fuentes de carácter externo, deben estar referenciadas para así dar soporte al diseño y la metodología de construcción del modelo y el desarrollo de los análisis. Este paso proporciona a la unidad de decisión el marco teórico sobre el cual reposaran sus conclusiones, las posibles ventajas y desventajas, limitaciones y alcances.

7.3.2.4 Obtención de los impactos macroeconómicos de los proyectos

Las consecuencias reflejan los resultados que generan los proyectos de inversión pública en los atributos macroeconómicos retenidos, usando como esquema de evaluación el Modelo de Multiplicadores basado en las MCS. Aquí debe destacarse por una parte, que los impactos no se ubican en una sola dimensión, y por el otro, que los agentes activos deben adherirse a la manera como se expresan dichos impactos (por ejemplo, no es lo mismo estimar los impactos en términos absolutos que los impactos por unidad monetaria invertida). No está demás reiterar para evitar inconsistencias en la evaluación de los resultados, que la forma de medir los impactos debe ser clara y entendible por los agentes activos, por ello, la metodología de construcción del modelo debe ser transparente (no es igual obtener impactos de proyectos individuales que de agregaciones de proyectos, como tampoco lo es inversión anual a inversión acumulada).

Cualquiera sea el análisis emprendido, éste suele estar condicionado por el hecho que las consecuencias no se presentan en magnitudes homogéneas (están afectadas por la escala), a este problema se le adiciona el hecho de que con frecuencia es preciso comparar atributos expresados en términos monetarios y otros no (comparar “peras” con “manzanas”). Todos estos elementos son necesarios de considerar para no distorsionar las salidas del modelo, y poder así realizar comparaciones útiles para la toma de decisiones. De acuerdo con lo expresado, La normalización cumple entonces la función de reducir las posibles distorsiones en la toma de decisiones derivadas de la heterogeneidad en naturaleza o en magnitud de los atributos en juego.

7.3.2.5 Análisis de correlación angular

Cuando los agentes activos enfrentan un problema multidimensional, requieren observar posibles relaciones entre los elementos de juicio considerados y las opciones que están siendo evaluadas. En este sentido, la correlación angular entre dos atributos macroeconómicos puede constituirse en una medida de similitud de fácil representación visual, que sirve de alertas tempranas sobre posibles anomalías que pudiesen afectar el análisis multicriterio, y por ende, la toma de decisiones. Un tratamiento análogo puede ser realizado en los proyectos de inversión.

Si todo avanza conforme a lo deseado puede procederse con la siguiente fase, utilizando la jerarquía de atributos macroeconómicos y la correspondiente matriz de los impactos normalizados. En caso contrario, el procesamiento que involucra la Fase 2 está completamente sujeto a revisión. La Figura 7.3 muestra la evolución de la propuesta de análisis macroeconómico desde el planteamiento inicial mostrado en la Figura 7.1 hasta el planteamiento definitivo.

7.3.3 FASE 3. IMPORTANCIAS RELATIVAS DE LOS ATRIBUTOS MACROECONÓMICOS

En esta fase se exploran las preferencias de la unidad de decisión respecto a los atributos macroeconómicos retenidos, los cuales suelen tener importancias relativas diferentes. Aquí se hace alusión a algunos métodos para determinar dichas importancias desde la perspectiva del analista investigador, también se señalan una serie de aspectos a cuidar en el proceso de extracción de las preferencias.

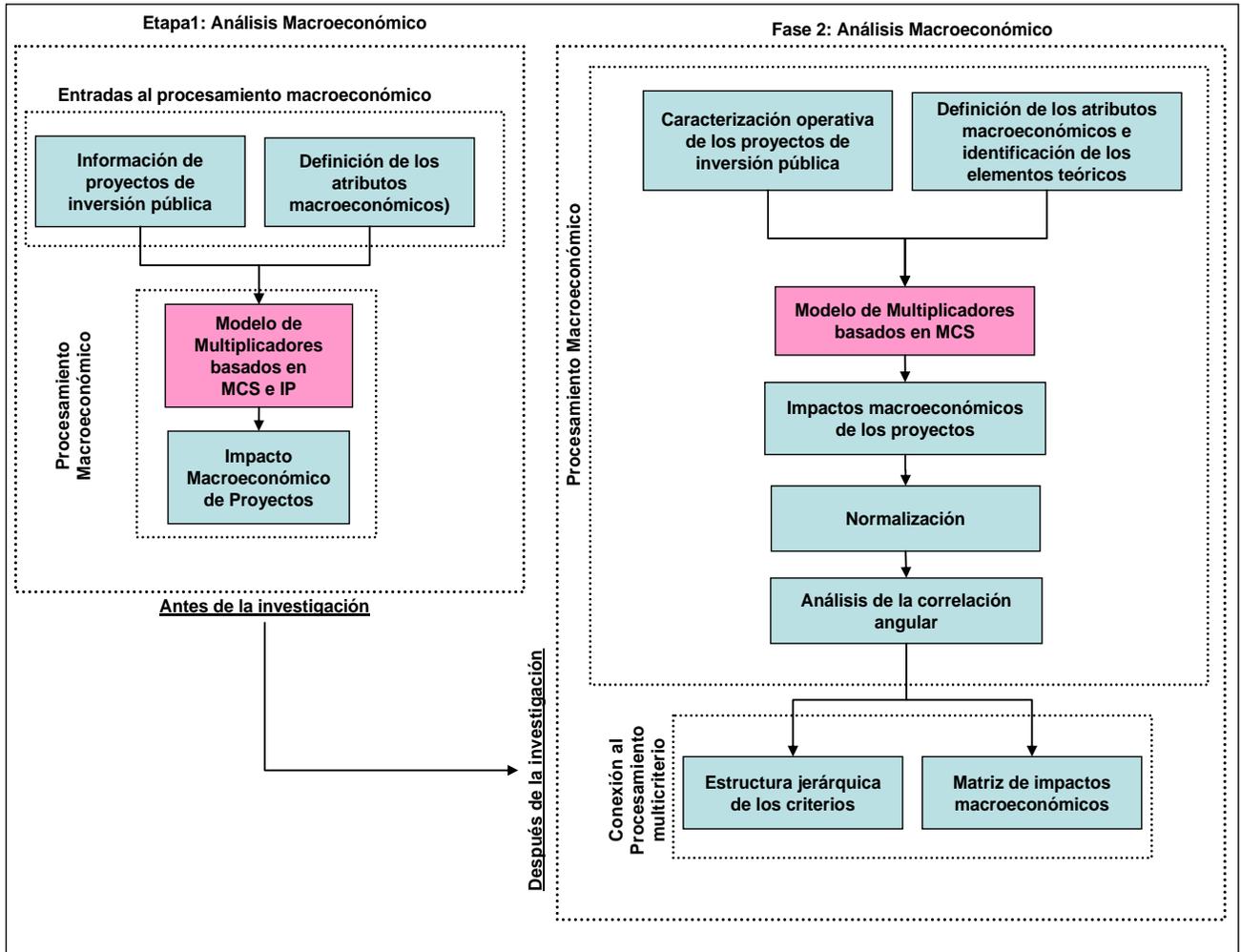
El analista enfrenta preguntas como ¿el ente de decisión es un individuo o un grupo de individuos?, ¿es una institución o un grupo de instituciones?, ¿o es un grupo de libre pensadores?, por otro lado, ¿se tiene acceso a interrogarlos directamente acerca de sus preferencias sobre los atributos?, ¿existe la oportunidad de reunirlos a todos o sólo hay acceso a cada uno por separado?, ¿comparten los mismos sistemas de valores?, y aún siendo éste el caso, ¿ven el problema bajo la misma perspectiva? Como se observa, el desarrollo de esta fase reposará básicamente sobre los hombros del analista investigador.

7.3.3.1 Caracterización de la unidad de decisión en función de la posibilidad de crear acuerdos entre sus miembros

Dependiendo de esa posibilidad de crear acuerdos surgen dos vertientes de abordaje del problema, en la primera se dispone de las preferencias de cada miembro de la unidad de decisión y se procura detectar e identificar los consensos y disensos que hayan, a fin de maximizar los

primeros. La segunda vertiente conlleva el mantener la separación de preferencias existentes y manejarse bajo esas circunstancias. Es de destacar que, de fallar la primera vía, la segunda puede ser una medida remedial.

Figura 7.3
Evolución del esquema para el análisis macroeconómico



7.3.3.2 Posibilidad de acuerdo entre los agentes activos

En esta etapa se pueden utilizar secuencialmente dos tipos de métodos dependiendo si los agentes comparten o no una misma visión del problema.

- **Generación de acuerdos:** necesaria para generar valores (generalmente cuantitativos) que expresan las importancias relativas a partir de juicios vagamente delineados. Aquí aplican métodos de manejo de grupos diseñados para tal fin como Interacción, Tormenta de Ideas, técnica del Grupo Nominal, método Delphi, método K-J, Reuniones Electrónicas, entre otros.

- **Obtención de importancias relativas agregadas:** consiste en alimentar algún método *ad hoc* con los juicios consensuados. El método correspondiente podría seleccionarse entre Clasificación según el Orden de Importancia, Comparaciones Pareadas, MACBETH, Proceso Analítico Jerárquico (PAJ), etc. Para el caso que compete se recomienda el PAJ como método para determinar pesos, por proponer un índice de consistencia para validar los juicios que emite la unidad de decisión, estableciendo un rango donde éstos son satisfactorios.

7.3.3.3 Imposibilidad de acuerdo entre los agentes activos

En esta etapa se pueden utilizar dos tipos de métodos, el primero para obtener pesos individuales y el segundo para agregarlos. La búsqueda de consensos no se plantea.

- a. **Obtención de importancias relativas individuales:** cada miembro de la unidad por separado realiza la conversión de sus juicios cualitativos a importancias relativas, para ello, puede acudir a algunos de los métodos mencionadas en la Sección 7.3.3.1. Si la unidad de decisión tiene n miembros, se obtienen n arreglos de pesos.
- b. **Agregación de importancias relativas individuales:** busca sintetizar en un único arreglo agregado los arreglos de importancias relativas obtenidos en el literal anterior. Para ello, existen métodos como Borda Count, Borda Trimedia, Mejor de la Mayoría, Uno por Uno, Operador Media Ponderada (OWA), entre otros.

Si todo avanza conforme a lo deseado puede procederse con la siguiente fase. La Figura 7.4 muestra la evolución de la propuesta hasta su concreción a la que se refiere esta Fase.

7.3.4 FASE 4: SELECCIÓN DE ELEMENTOS DE AMC ATINENTES AL ESTUDIO

Esta fase pone en relevancia aquellos elementos teóricos y operacionales del AMC vinculados directamente al problema de jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública.

7.3.4.1 Identificación de la problemática para el SPD y selección del acercamiento operacional

Consiste en determinar la o las problemáticas de decisión descritas en la Sección 2.7 que enmarcan el problema. En caso que compete, el ordenamiento de proyectos de inversión se ubica en la problemática de jerarquización ($P.\gamma$), en tanto que, la asignación de recursos es cubierta por la problemática de selección ($P.\alpha$).

En cuanto al acercamiento operacional, se trata de escoger los lineamientos que permitan concretar el tipo de agregación a utilizar. Las opciones que aplican al caso bajo estudio son la

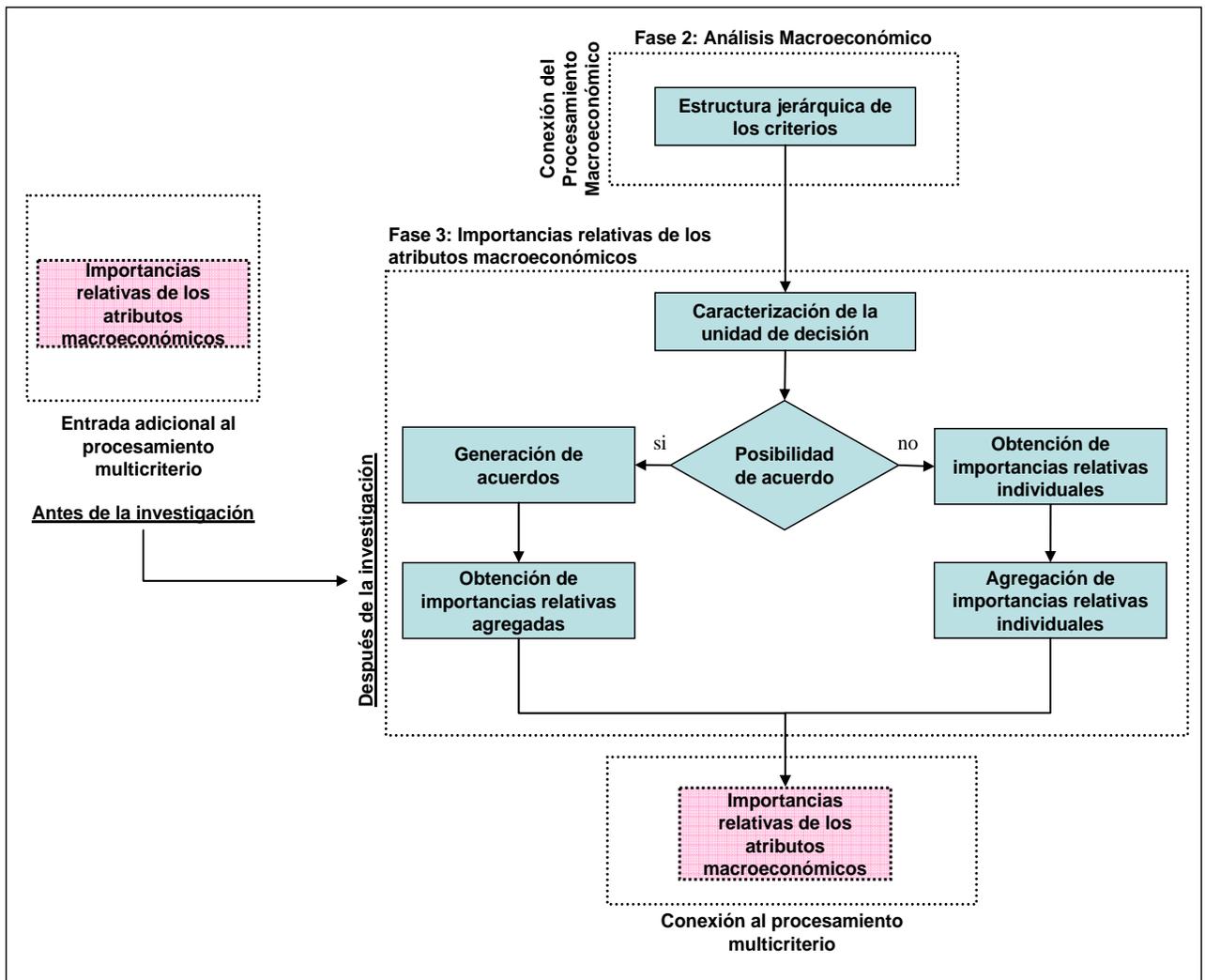
construcción de un criterio sintético único y la construcción un sistema relacional de preferencias, la investigación privilegia la segunda siempre que sea posible.

7.3.4.2 Ubicación dentro de la tipología de la situación de decisión

Considerando la posibilidad o no de acuerdos inter-institucionales y la disponibilidad o no de asesoría para el SPD, el analista investigador ubicará la situación reinante en una de las 4 opciones: sinérgica, terapéutica, empática o entrópica.

Figura 7.4

Evolución del esquema para estimar importancias relativas de los atributos macroeconómicos



7.3.4.3 Selección de los métodos de AMC

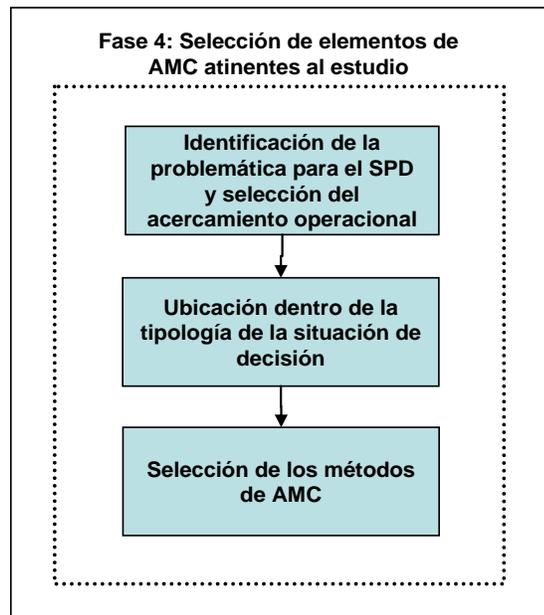
De acuerdo con los resultados de esta investigación, los métodos de AMC que aplican al problema bajo estudio son PROMETHÉE y OWA. Ahora bien, su mejor aprovechamiento depende

de su adecuación a la situación de decisión reinante, por ello, la recomendación va en el sentido siguiente:

- En la situación sinérgica, aplicar los métodos PROMETHÉE a nivel inter-institucional y a nivel intra-institucional.
- En la situación terapéutica, aplicar los métodos PROMETHÉE a nivel intra-institucional y proceder con el operador OWA para la agregación inter-institucional.
- En la situación empática, aplicar métodos como Clasificación según el Orden de Importancia, Comparaciones Pareadas, MACBETH o Proceso Analítico Jerárquico a ambos niveles.
- En la situación entrópica se impone la votación como la alternativa viable.

Se procede con la fase que corresponda (opción *outranking* u opción difusa), utilizando el arreglo de importancias relativas agregadas como insumo del Procesamiento Multicriterio. La Figura 7.4 muestra un esquema para la selección del método de AMC al que se refiere esta Fase.

Figura 7.4
Selección de elementos de AMC atinentes al estudio



7.3.5 FASE 4A. UTILIZACIÓN DE LOS MÉTODOS PROMETHÉE (OPCIÓN *OUTRANKING*)

Para aplicar los métodos PROMETHÉE es preciso disponer de una FCC, sus importancias relativas y la matriz de desempeño normalizada.

7.3.5.1 Definición del criterio generalizado para cada atributo macroeconómico

Para ello se procede a:

1. Determinar la forma de expresar el atributo seleccionando entre cualitativo y cuantitativo.
2. Estimar los umbrales de preferencia de cada uno de los criterios donde apliquen.
3. Determinar el tipo de transición entre la no preferencia y la preferencia estricta escogiendo entre transición brusca y gradual, para esta última, se puede seleccionar entre una transición proporcional o no lineal.

Todo ello conduce a seleccionar el tipo de criterio generalizado. No está demás insistir en que la determinación de esta información intra-criterio debe realizarse de forma tal, que tanto su origen y como sus consecuencias, resulten clara para todos los agentes activos.

7.3.5.2 Ejecución del método PROMETHÉE I

Se determinan los flujos de superación positivos y negativos mediante el método PROMETHÉE

I. Estos conducen a un preorden parcial (eventualmente completo) de los proyectos.

7.3.5.3 Ejecución del método PROMETHÉE II

Se calcula el flujo neto de cada alternativa mediante el método PROMETHÉE II. Ello conduce a un preorden completo de los proyectos de inversión pública. Llegado a este punto el problema de ordenamiento está resuelto.

7.3.5.4 Visualización de la situación de decisión

De disponer el software *Decisión Lab 2000*, se puede visualizar la situación de decisión haciendo uso del plano GAIA. Ello permite en buena parte de los casos, realizar análisis de estabilidad de las importancias relativas de los atributos macroeconómicos.

7.3.5.5 Asignación de recursos

Empleando el flujo neto de cada proyecto como su coeficiente de “calidad” agregada, en caso de recursos limitados, se procede a formular y resolver un modelo de optimización matemática binario para seleccionar del conjunto de proyectos original, aquel subconjunto factible que resulte óptimo. Es claro que debe disponerse de la información adicional requerida para la formulación del modelo.

7.3.6 FASE 4B. UTILIZACIÓN DEL OPERADOR OWA (OPCIÓN DIFUSA)

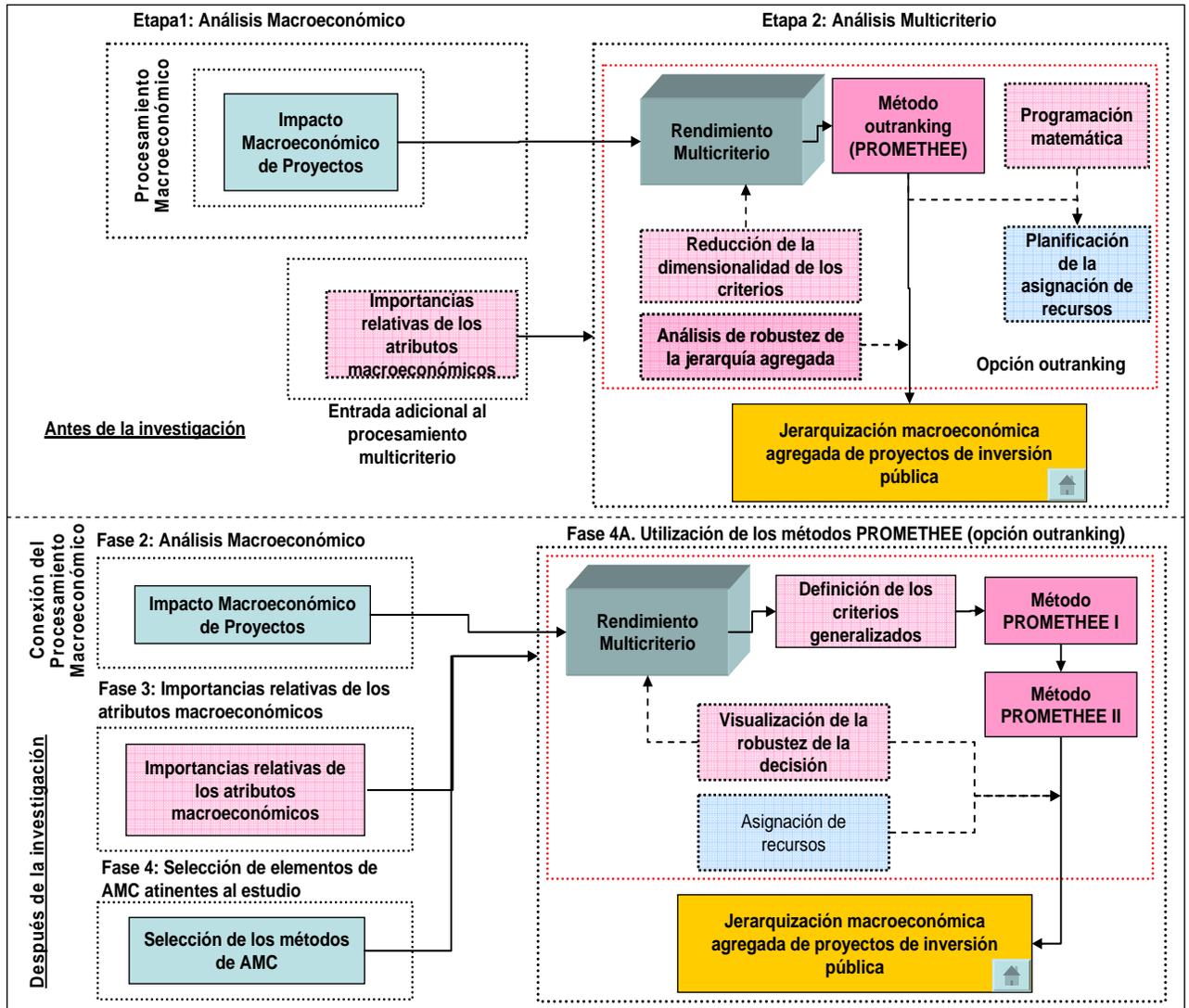
Para aplicar el operador OWA, es necesario disponer de las jerarquías de los juicios individuales (bien sea en escalas ordinales o cardinales), en el caso que compete tales ordenamientos vienen

dados por los impactos macroeconómicos agregados eventualmente emanados de cada institución participante.

7.3.6.1 Determinación de las importancias relativas pertinentes

La metodología requiere de las importancias relativas de los juicios individuales a agregar mediante el operador OWA, en el entendido de que cada individuo es una institución miembro de la unidad de decisión (sección 4.3.3), se requiere por tanto determinar si los juicios individuales son o no igualmente importantes. De no resultar iguales, se puede aplicar cualquiera de los métodos descritos en el Capítulo 3 para determinar las importancias correspondientes.

Figura 7.5
Esquema de utilización de los métodos PROMETHÉE



7.3.6.2 Explotación de la política de agregación

Puede darse el caso en el cual exista desconfianza en los juicios extremos, o bien se desee capturar la mayor diversidad posible, o bien se desee ser cauto u osado en la selección, etc. Si estas políticas de agregación vienen preestablecidas el modelado debe contemplarlas, reflejándola en el vector de pesos correspondiente.

7.3.6.3 Obtención de los pesos OWA

Dependiendo de 7.8.1 y de 7.8.2, la situación se bifurca en:

1. Cálculos de los pesos aplicando un cuantificador lingüístico tipo RIM

Se realiza la exploración mediante el parámetro de control α hasta que se logre la convergencia a un juego de pesos que produzca una jerarquía robusta, o que satisfaga la política de agregación preestablecida. En este proceso las medidas de caracterización de los pesos W , juegan un papel secundario, pues el protagonismo recae sobre el valor semántico del parámetro de control del cuantificador.

2. Cálculos directos de los pesos

En esta situación el analista investigador debe apoyarse en la compatibilidad de las medidas de caracterización con la política de agregación o con la robustez de la jerarquía obtenida, al no disponer de cuantificadores lingüísticos, debe abundar en detalles relativos a la semántica de tales medidas. Términos como pesimismo, optimismo, propensión o aversión al riesgo, grado de compensación y explotación de la diversidad suelen esgrimirse para justificar la prescripción de los pesos retenidos.

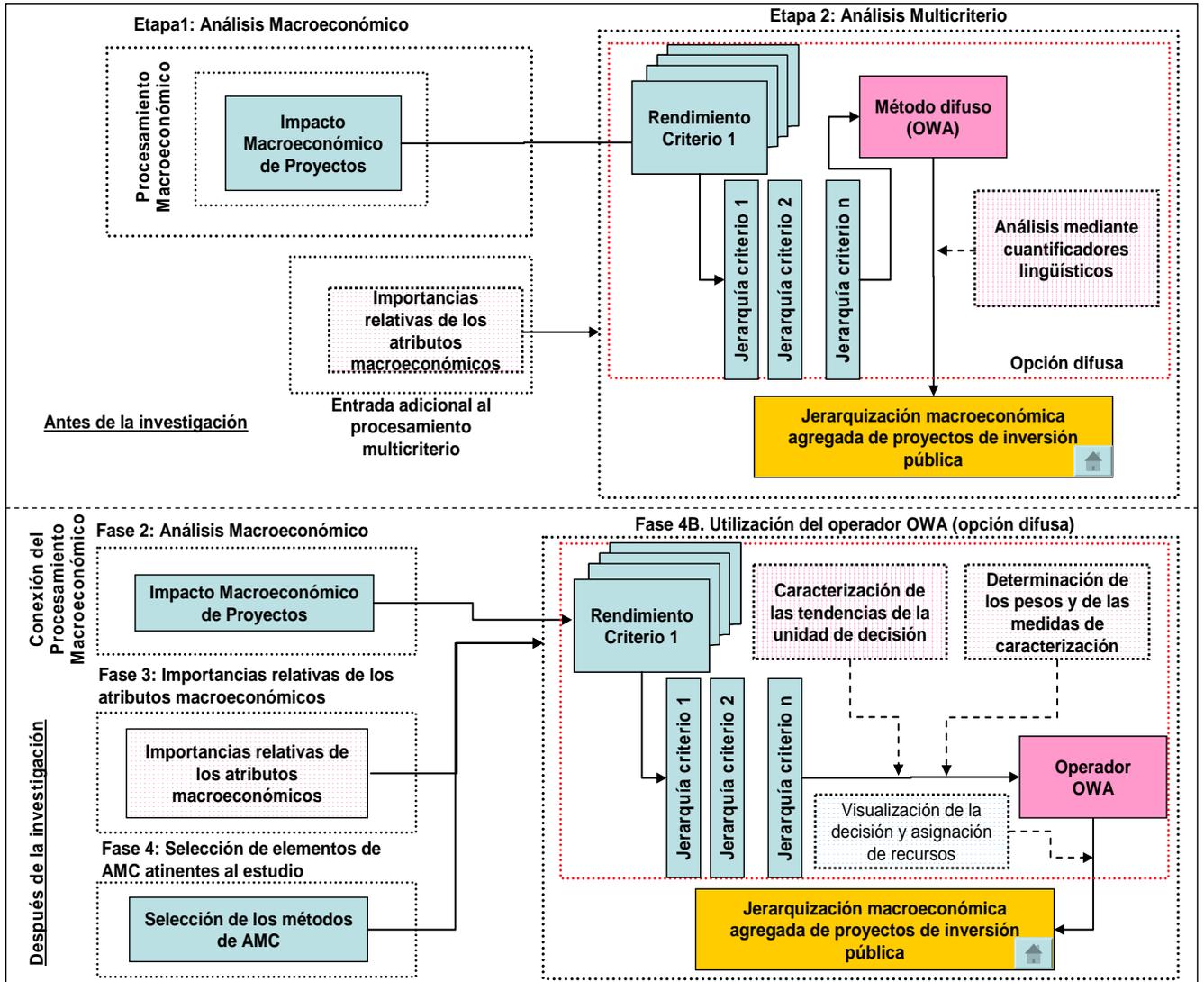
7.3.6.4 Obtención de la función de agregación

Una vez definidos los pesos W y las importancias relativas de cada institución participante, se procede a calcular la función de agregación de la cual deriva la jerarquía agregada y los coeficientes para programar la asignación de recursos.

7.3.6.5 Asignación de recursos

Empleando el valor de la función de agregación para cada proyecto como su coeficiente de “calidad” agregada, en caso de recursos escasos, se procede a formular y solucionar un modelo de optimización matemática para seleccionar del conjunto de proyectos original aquel subconjunto factible que resulte óptimo. Conviene recalcar, que debe disponerse de toda la información adicional requerida para la formulación del modelo.

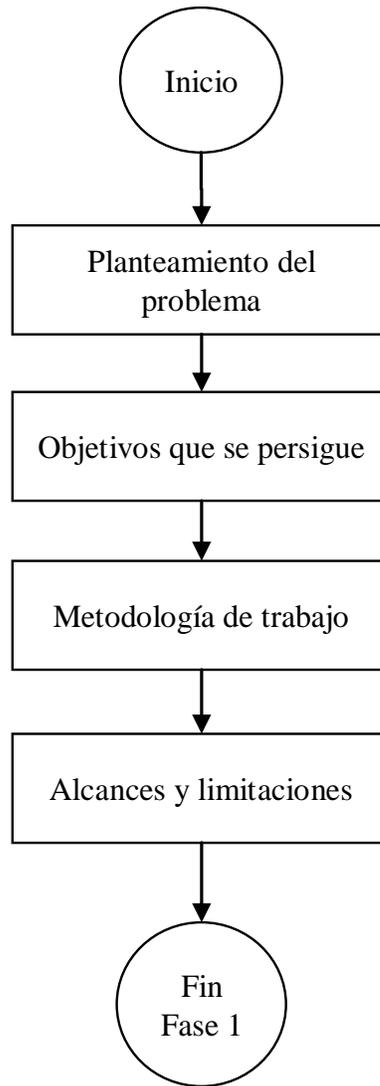
Figura 7.5
Esquema de utilización del operador OWA



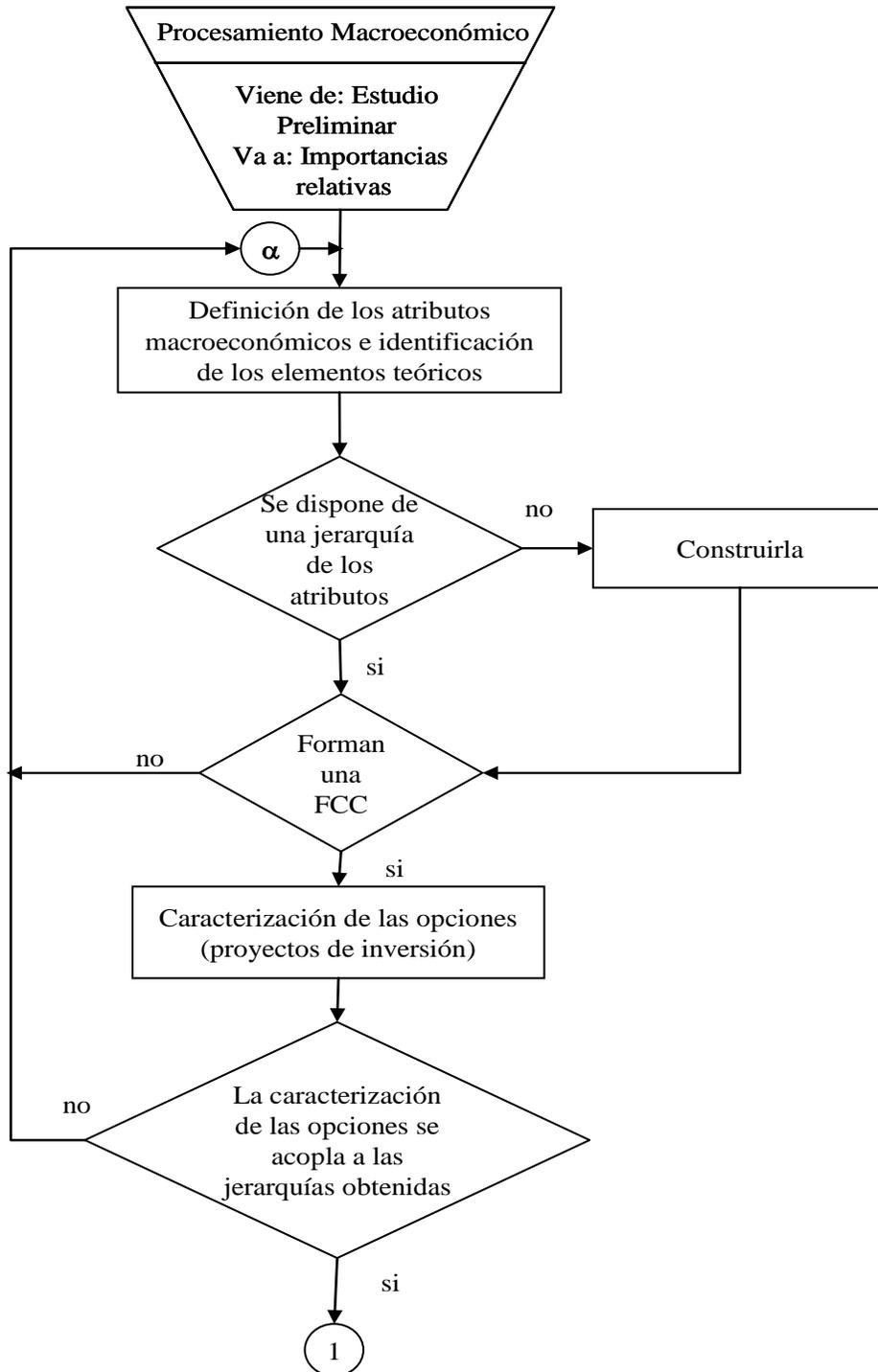
7.4 JERARQUIZACIÓN MACROECONÓMICA DE PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA: DIAGRAMAS DE FLUJO

Esta sección describe esquemáticamente y a manera de resumen sinóptico, las fases desarrolladas en la sección precedente, sin pretender con ello sustituir el detallado realizado. El lenguaje utilizado corresponde a la conocida la técnica de los diagramas de flujo, tan útil para describir procesos secuenciales.

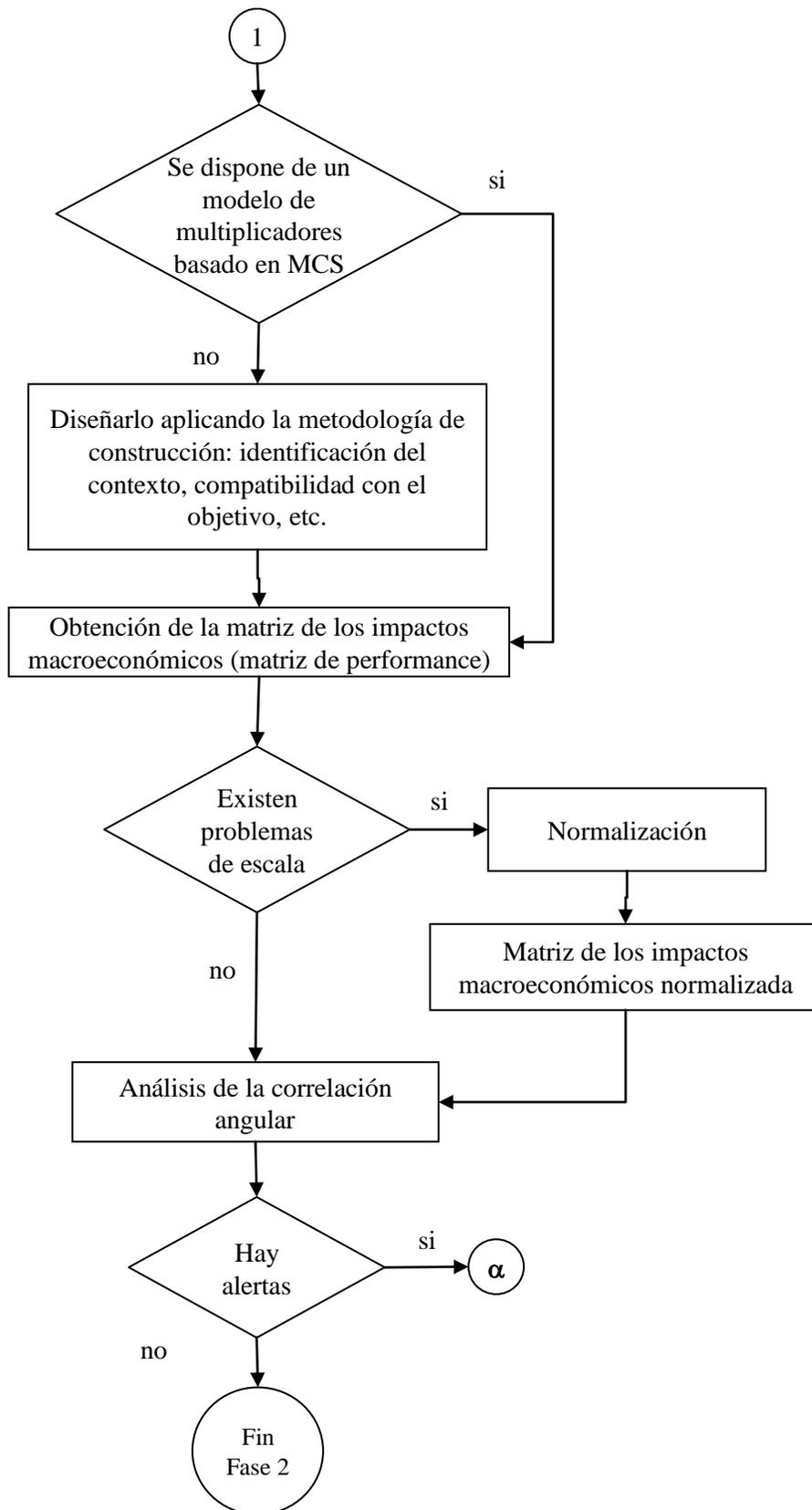
7.4.1 FASE 1. ESTUDIO PRELIMINAR



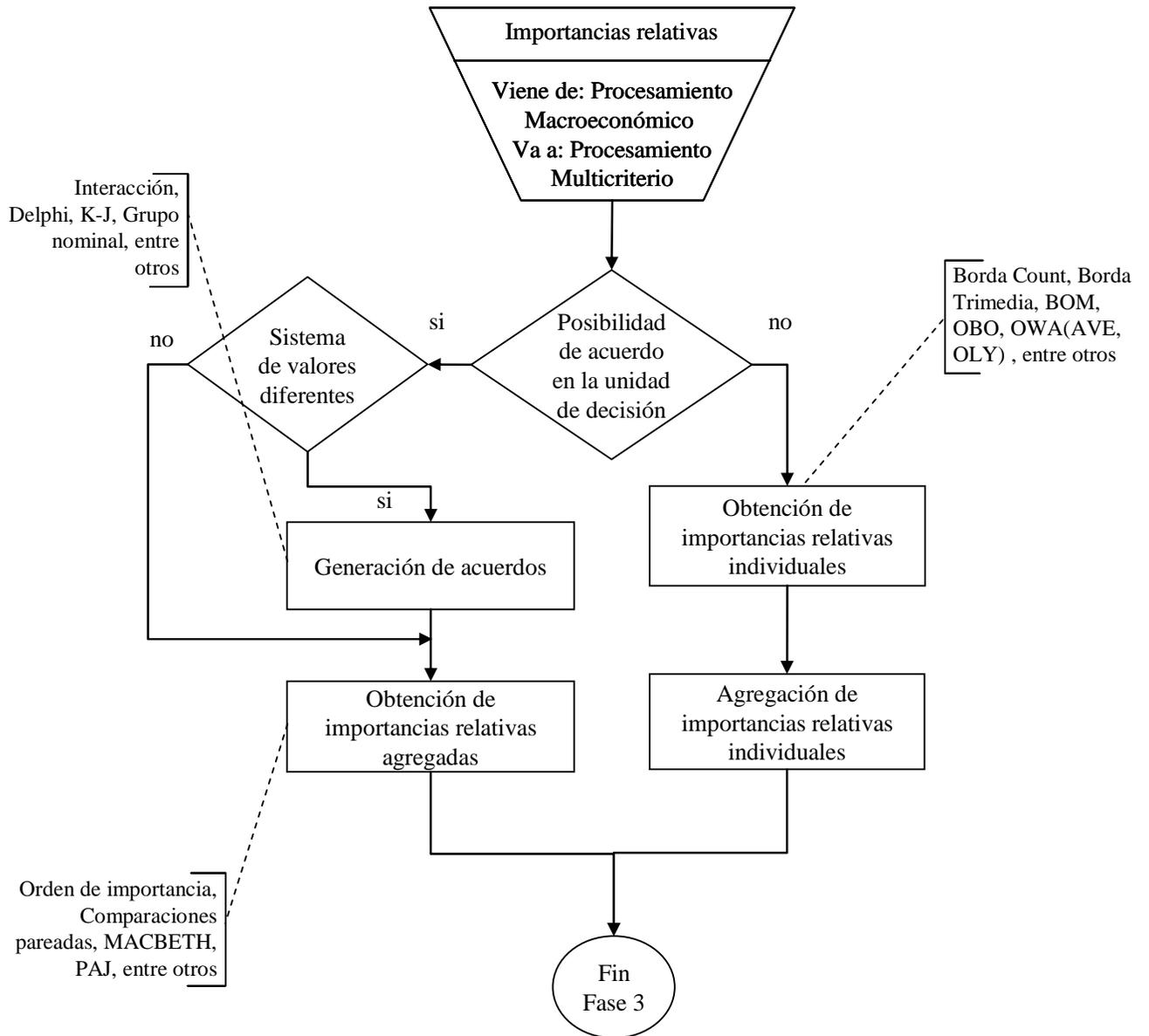
7.4.2 FASE 2. ANÁLISIS MACROECONÓMICO: UN ENFOQUE DEL MODELO DE MULTIPLICADORES BASADO EN LAS MCS



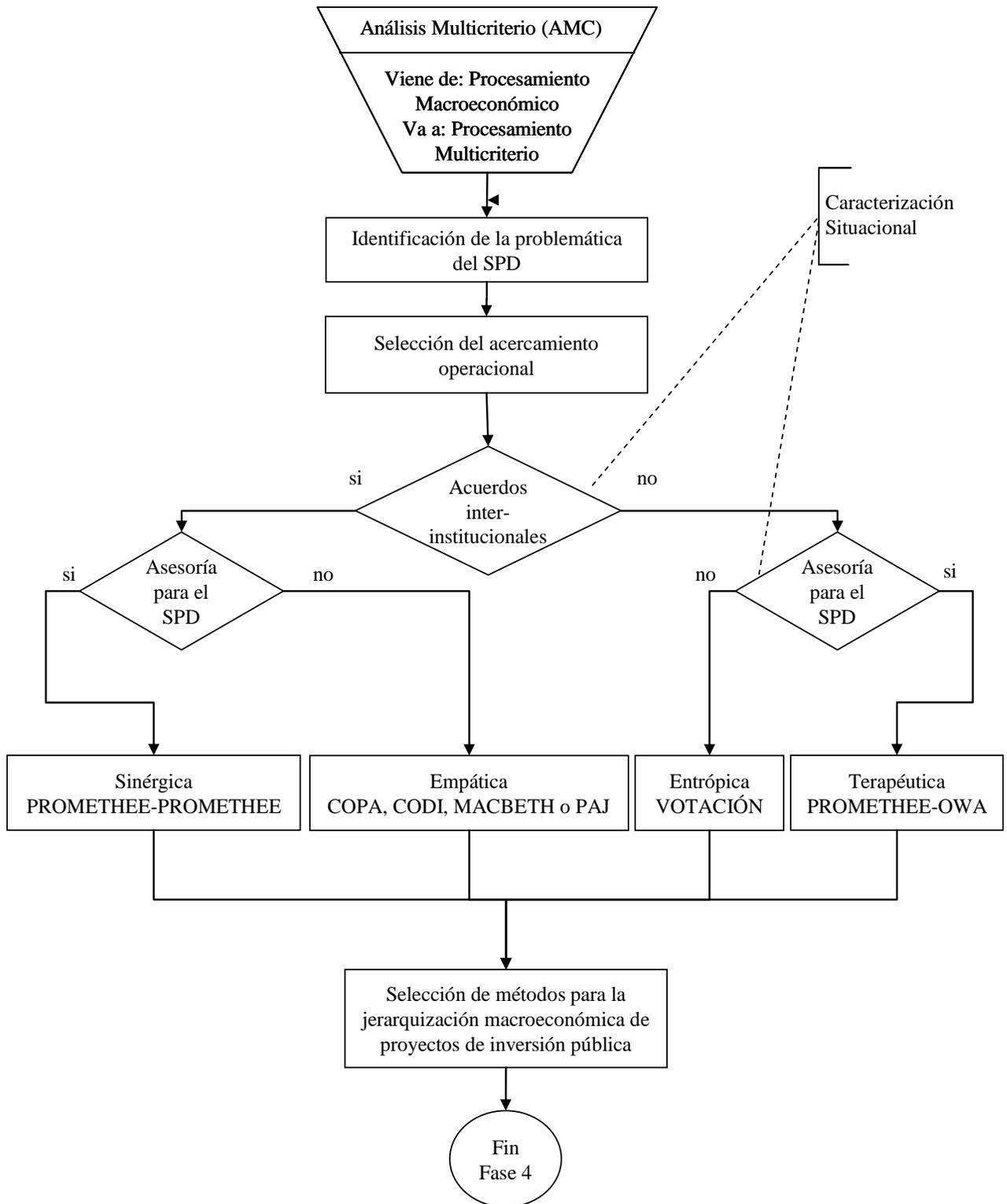
Cont...



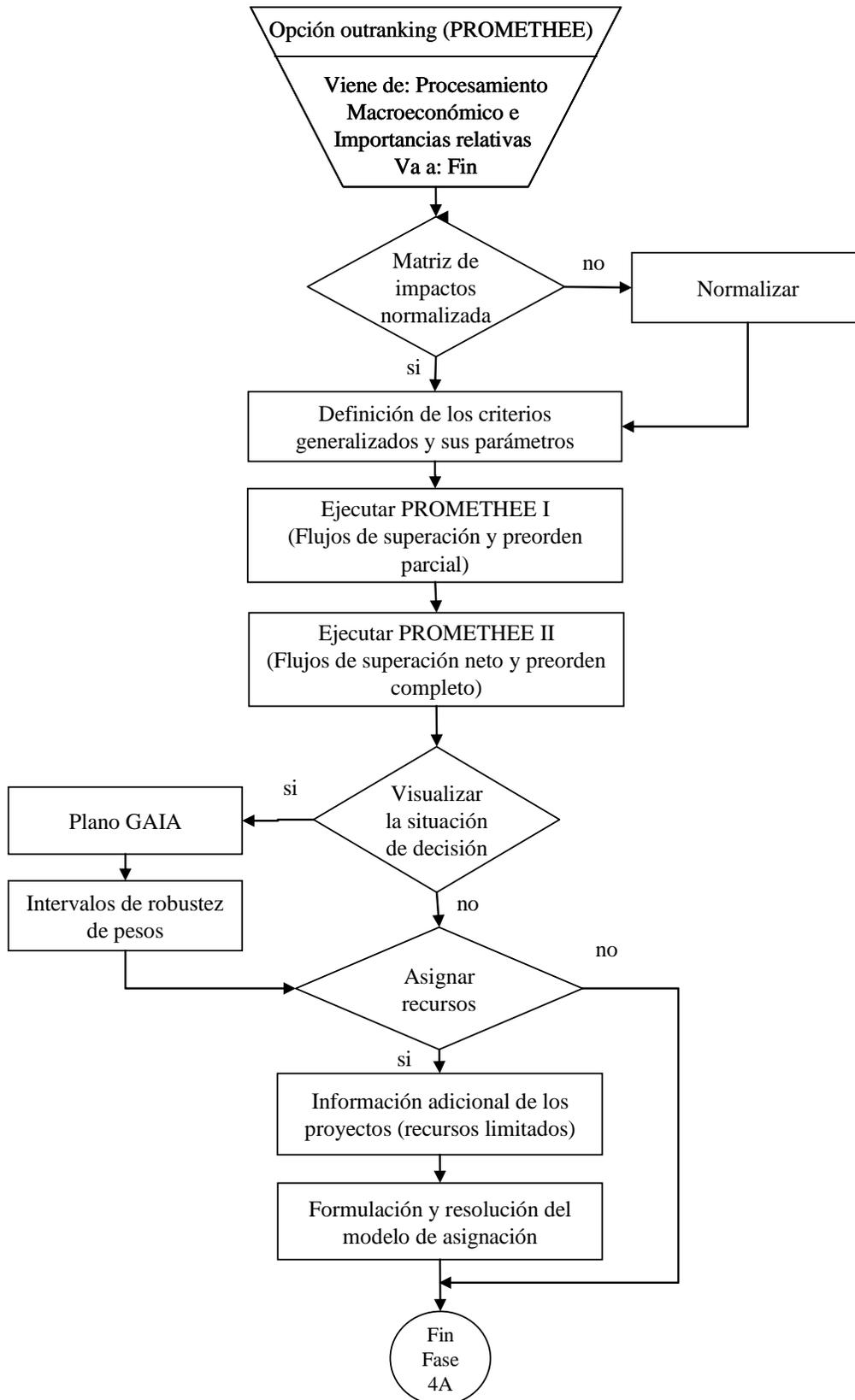
7.4.3 FASE 3. IMPORTANCIAS RELATIVAS DE LOS ATRIBUTOS MACROECONÓMICOS



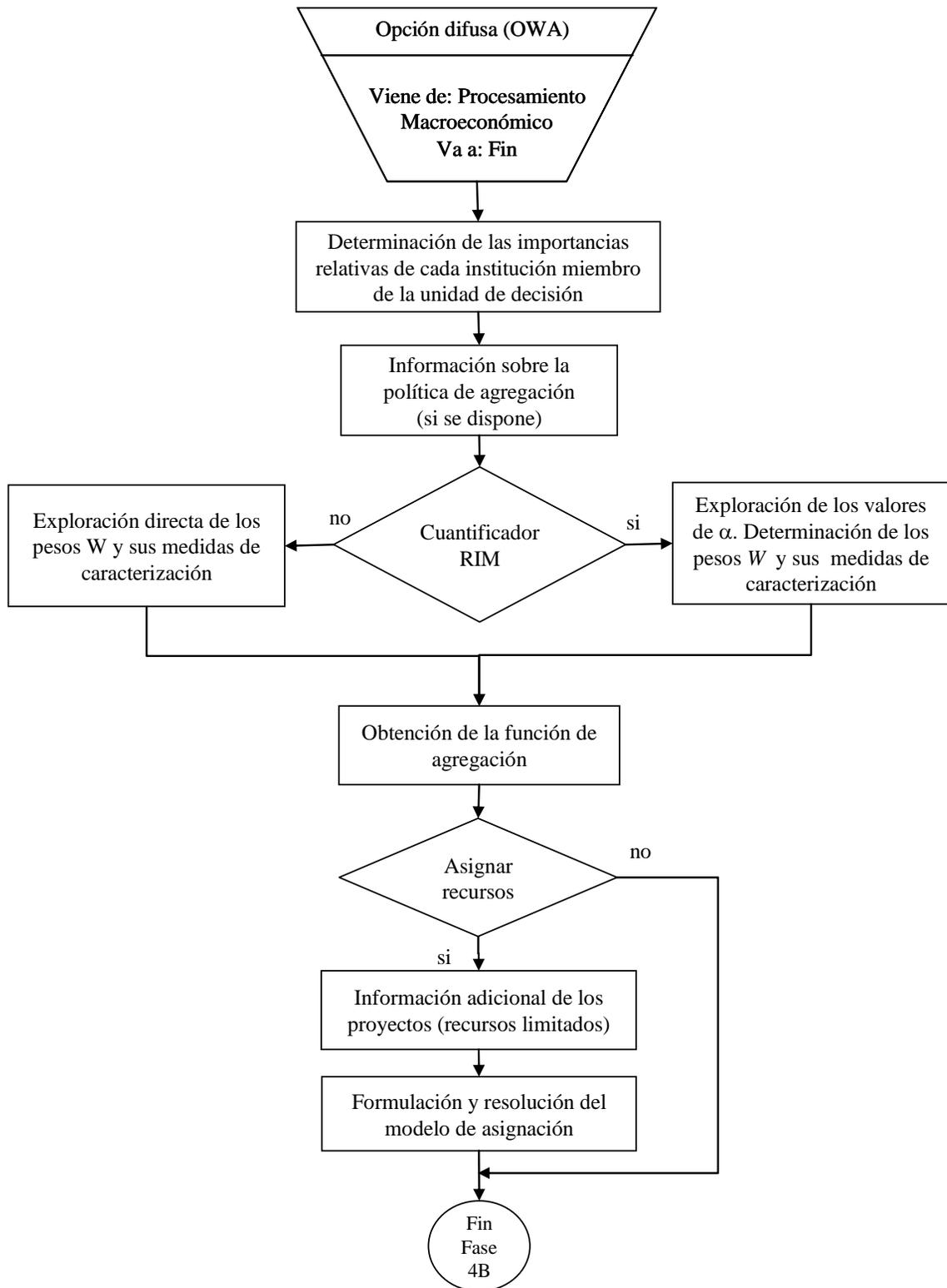
7.4.4 FASE 4: SELECCIÓN DE ELEMENTOS DE AMC ATINENTES AL ESTUDIO



7.4.4.1 FASE 4A. UTILIZACIÓN DE LOS MÉTODOS PROMETHEE (OPCIÓN OUTRANKING)



7.4.4.2 FASE 4B. UTILIZACIÓN DEL OPERADOR OWA (OPCIÓN DIFUSA)



7.5 GENERALIZACIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA AL CASO DE JERARQUIZACIÓN DE POLÍTICAS PÚBLICAS

Como el lector habrá podido apreciar a través del desarrollo del presente trabajo, la metodología propuesta no tiene que circunscribirse al caso de jerarquizar proyectos de inversión pública, sino que puede ser extendida a un tipo más general de problema como lo es la jerarquización de políticas públicas, como por ejemplo, planes de desarrollo social, expansión de vías de comunicación, líneas estratégicas de coordinación macroeconómica inter-institucional, planes de seguridad pública, proyectos de desarrollo educativo, de seguridad alimentaria, de gasto en salud pública, entre otras. A continuación un esquema enumerativo de abordaje para este tipo de problemas, inspirado en el caso bajo estudio.

Fase 1: Estudio Preliminar (P.δ)

- 1.1 Planteamiento del problema.
- 1.2 Boceto de los criterios de evaluación.
- 1.3 Definición de la metodología de trabajo.
- 1.4 Contexto del problema: alcances, limitaciones y estabilidad.

Fase 2: Análisis de impactos mediante algún modelo existente o uno *ad hoc*

- 2.1 Definición de los atributos e identificación de los elementos teóricos.
- 2.2. Caracterización operativa de las políticas públicas.
- 2.3 Adopción o diseño del modelo de evaluación.
- 2.4 Obtención de los impactos de las políticas.
- 2.5 Análisis de correlación para identificar posibles oposiciones y eventuales sinergias.

Fase 3: Importancias relativas de los atributos

- 3.1 Caracterización de la unidad de decisión en función de la posibilidad de crear acuerdos entre sus miembros.
 - Posibilidad de acuerdo entre los agentes activos.
 - Generación de acuerdos.
 - Obtención de importancias relativas agregadas.
 - Imposibilidad de acuerdo entre los agentes activos.
 - Obtención de importancias relativas individuales.
 - Agregación de importancias relativas individuales.

Fase 4: Selección de elementos de AMC atinentes al estudio

- 4.1 Identificación de la problemática para el SPD y selección del acercamiento operacional.
- 4.2 Ubicación dentro de la tipología de la situación de decisión.
- 4.3 Selección de los métodos de AMC.

Fase 4A: Utilización de los métodos PROMETHÉE (Opción *Outranking*)

- 4A.1 Definición del criterio generalizado para cada atributo macroeconómico.
- 4A.2 Ejecución de PROMETHÉE I.
- 4A.3 Ejecución de PROMETHÉE II.
- 4A.4 Visualización de la decisión.
- 4A.5 Eventual asignación de recursos.

Fase 4B: Utilización del operador OWA (Opción Difusa)

- 4B.1 Determinación de las importancias relativas pertinentes.
- 4B.2 Explotación de la política de agregación.
- 4B.3 Obtención de los pesos OWA.
 - Cálculos de los pesos aplicando un cuantificador lingüístico tipo RIM.
 - Cálculos directos de los pesos.
- 4B.4 Obtención de la función de agregación.
- 4B.5 Eventual asignación de recursos.

7.6 CONCLUSIÓN

La metodología propuesta integró el Análisis Macroeconómico (AME) con dos técnicas de Análisis Multicriterio (AMC) para satisfacer los objetivos de jerarquizar y seleccionar proyectos de inversión pública. En tal sentido, cumplió cabalmente con los objetivos generales y específicos propuestos en el Proyecto de Trabajo Especial de Grado.

Esta metodología fue generalizada más allá del campo de los proyectos de inversión, al ordenamiento y selección de políticas públicas, al menos a nivel enumerativo. No pretende erigirse en una panacea, más es lo suficientemente robusta y flexible como para podérsela aplicar adecuadamente a una variedad de problemas más general. Por su robustez abre posibilidades de ser aplicada en otros ámbitos del sector público, espacios que a conocimiento del autor, no han sido formalmente tratados bajo este enfoque ni abordados con estas técnicas. Su flexibilidad se revela en el manejo de detalles prácticos como el hacer factible la incorporación de nuevos evaluadores institucionales, de otros criterios y agentes activos, entre otros elementos que surgen en el ejercicio de la planificación.

CONCLUSIONES

La propuesta metodológica integró el Análisis Macroeconómico (AME) con dos técnicas de Análisis Multicriterio (AMC) para satisfacer los objetivos de jerarquizar y seleccionar proyectos de inversión pública, dicho de otra manera, afilió una visión del mundo de la Economía con una visión moderna de la Investigación de Operaciones (IO). Como resultado, permitió ampliar el campo de acción y aplicación del AMC (y en consecuencia el de la IO), a la vez que aportó al AME (y en consecuencia a la Macroeconomía) un esquema alternativo de pensamiento para la agregación de criterios macroeconómicos. El aporte básico, en términos de conocimiento al servicio de un analista investigador u otro agente activo, consiste en la recopilación orgánica y en la interpretación coherente y articulada de argumentos conductuales y técnicos para soportar, abogar, divulgar, y sustentar procesos de toma de decisiones. En tal sentido, cumplió cabalmente con los objetivos generales y específicos propuestos en el Proyecto de Trabajo Especial de Grado.

El modelo evaluador provisto por el AME, el denominado Modelo de Multiplicadores basado en las MCS, demostró una vez más ser un poderoso instrumento para estimar y analizar los impactos desagregados en múltiples atributos macroeconómicos, proporcionando un tratamiento homogéneo a los proyectos. Por otro lado, la incorporación de dos sendas metodológicas de AMC (los métodos PROMETHEE y el operador OWA), de tendencia actual, permitió alcanzar los objetivos de jerarquización de proyectos y de asignación de recursos planteados sobre la base de los resultados derivados del modelo evaluador. Todo ello dentro de un marco metodológico armonizado por el Soporte para la Decisión (SPD), que trascendiendo lo puramente técnico, se revela útil y necesario para coadyuvar al desarrollo del tipo de proceso enfrentado, caracterizado por una unidad de decisión cuyos miembros son representantes institucionales con diversidad de misiones, enfoques, perspectivas e intereses.

Esta metodología fue generalizada a nivel de las conclusiones, más allá del campo de los proyectos de inversión, al ordenamiento y selección de políticas públicas, sin por ello pretenda en forma alguna erigirse en una panacea, por tanto, estima que es lo suficientemente robusta y flexible como para podérsela aplicar adecuadamente a una variedad más general de problemas. Por su robustez abre la posibilidades en otros ámbitos del sector público en particular, responsable de su implementación a muy diversos niveles como la planificación (nacional, regional, estatal y municipal), espacios que a conocimiento del autor, no han sido formalmente tratados bajo este enfoque ni abordados con estas técnicas. Su flexibilidad se revela en el manejo de detalles prácticos como el hacer factible la incorporación de nuevos evaluadores institucionales, de otros criterios y

agentes activos, entre otros elementos que surgen en el ejercicio de la planificación, con ello pretende subsanar algunas incómodas consecuencias de una planificación a veces mal planificada.

En una perspectiva más concreta, los resultados obtenidos que se evidencian a lo largo de la investigación pueden agruparse en dos vertientes de aplicación e innovación, una radica en lo metodológico y la otra en lo esencialmente técnico.

1. Desde el punto de vista metodológico:

1.1 Como lo muestra el Capítulo 2, se procura en lo posible, la conformación de una Familia Coherente de Criterios, cuya verificación es baluarte para justificar el proceso de decisión, por cuanto coadyuva a garantizar la comprensión y aceptación de la evaluación emprendida por parte de los agentes activos y la justificación y/o auditoria ante terceros.

1.2 En el Capítulo 3 se propuso una tipología original que permite seleccionar al analista investigador algún método adecuado para cuantificar las preferencias en términos de importancias relativas inter-criterios, sintetizando así las preferencias de la unidad de decisión. Tal tipología agrupa dos conjuntos de métodos procurando solventar la dificultad que representa la posibilidad o no de alcanzar acuerdos entre los miembros de la unidad de decisión. Este enfoque no aborda el tradicional esquema de manejo y eliminación de conflictos, sino que sugiere reglas para lidiar con lo inevitable del caso.

1.3 El Capítulo 4 aporta una segunda tipología coyuntural original para recomendar las técnicas adecuadas para el acercamiento operacional al problema, dependiendo de la doble dicotomía que resulta de yuxtaponer a la posibilidad o no de acuerdo entre los miembros de la unidad de decisión, a la disponibilidad o no de la adecuada asesoría en el área del SPD. Con base en ello se identifican y caracterizan cuatro coyunturas básicas, de acuerdo con las cuales se sugiere abordar el problema de agregación mediante técnicas de cierta sofisticación como PROMETHEE y OWA, o bien mediante métodos más sencillos de agregación que incluyen algunos de agregación de juicios de cierta inspiración electoral. Esta tipología coyuntural impregna a la metodología con cierta robustez por ser comprehensiva, integral, dinámica y evolutiva.

1.4 Los Capítulos 5 y 6 describen más allá de lo puramente monográfico, los métodos PROMETHÉE y OWA, respectivamente. Los aspectos semánticos de las técnicas son interpretados desde la perspectiva de un analista investigador inmerso en el caso de estudio. Esta interpretación original es considerada un modesto aporte, básicamente porque el autor hubiese estado muy complacido de contar con ella como insumo de este trabajo y no como resultado del mismo.

- 1.5 El Capítulo 7 resume el aporte metodológico de la investigación y proporciona las líneas de navegación seguidas para resolver el problema de jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión públicos, además describe la generalización del esquema propuesto a caso de políticas públicas.
2. Desde el punto de vista técnico:
- 2.1 Aplica y combina herramientas propias de IO al problema de la decisión como un todo, algunas derivadas de Estadística (Capítulo 2), de Toma de Decisiones Multiobjetivo y Multicriterio (Capítulos 2, 3, 4, 5 y 6), Programación Lineal y No Lineal (Capítulos 2, 5 y 6), Análisis de Sensibilidad (Capítulos 2 y 5), Análisis y Diseño de Sistemas (Capítulos 1 a 7), entre otras.
- 2.2 Aplica distintas formas de normalización para evitar sesgos derivados del problema de la escala en el procesamiento de la información básica (Capítulos 2, 3, 5 y 6), así como algunas medidas de correlación y de proyección angular para representar la “similitud” entre referencias (Capítulos 2, 5 y 6). Enfoque geométrico que fue revalidado *ex post* al disponer de la visualización de la decisión en el plano GAIA (Capítulo 5).
- 2.3 El analista investigador se hace de diversas herramientas para estimar importancias relativas (Capítulo 3), donde se evidencia la utilidad de estructurar jerárquicamente los criterios.
- 2.5 Se da cuenta del operador OWA desde un uso mecanicista (Capítulo 3) hasta una interpretación de su semántica en términos de la agregación de juicios (Capítulo 6). En este caso particular se propusieron dos aportes inéditos. El primer aporte es relativo a la aproximación de la disjunción estimada a partir del vector de pesos con la calculada a partir un cuantificador lingüístico tipo RIM. El segundo, para hacer frente a políticas de agregación preestablecidas considerando el efecto de importancias relativas diferenciadas sin disponer de cuantificadores lingüísticos.

Finalmente cabe destacar que dentro del AMC no hay métodos óptimos para la resolución de un problema multicriterio, sino métodos más o menos ergonómicos, más o menos adecuados dada cierta disponibilidad de información y de tiempo. Lo que no se desea con este trabajo es contribuir al sesgo instrumental, en tal sentido, como acotó Herbert Simon [SIMO57] “no hay soluciones óptimas sino satisfactorias”, las soluciones óptimas sólo existen en los modelos matemáticos; si un enfoque monocriterio se revela satisfactorio, bienvenido sea. En este orden de ideas, la investigación creó condiciones para que los agentes activos aprehendiesen y aprendiesen un lenguaje común de IO útil ante la inmanencia del cambio, todo ello en la procura de establecer líneas de acción y de decisión que inspiren adhesión, en particular en el campo de políticas públicas.

RECOMENDACIONES

- Divulgar, discutir y aplicar la propuesta metodológica en otros ámbitos de la planificación nacional para justificar la pertinencia del manejo de la misma y evitar la permanente pérdida de oportunidades por no disponer de elementos de AMC que organicen, armonicen y justifiquen sistemáticamente el proceso de toma de decisiones, en este primer acercamiento, la metodología específicamente introduce un módulo de SPD orientado a la jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública.
- Ensayar integrando otros evaluadores, criterios y agentes activos para verificar en la práctica el carácter general que se ha tratado de imprimir a dicha metodología.
- Profundizar en los estudios de análisis de sensibilidad, no contemplados en esta investigación, que son requeridos para elevar la consistencia de las técnicas propuestas para determinar importancias relativas, y con ello obtener jerarquías agregadas más robustas y coeficientes de costos más sólidos para la asignación de recursos.
- Adecuar la información requerida de los proyectos y mejorar sus estimaciones de los mismos para obtener caracterizaciones más robustas, tratar de diseñar clasificaciones en distintos niveles de ejecución e impacto, a nivel microeconómico, meso y macroeconómico. Por otro lado, de dicha información obtener desempeños en criterios financieros, sociales y humanos, y posibles desagregaciones en proyectos estratégicos (largo plazo), tácticos (mediano plazo) y coyunturales (corto plazo), donde la metodología propuesta hace factible su implementación y adecuación.

Esta metodología no busca la centralización de políticas públicas, sino que apunta hacia una mayor coordinación de la planificación, al nivel de centralización que se desee, donde confluyan esfuerzos, acciones y decisiones en la procura de plantear y alcanzar objetivos comunes. En consecuencia, la propuesta incentiva la planificación orgánica¹, de estímulo a la diversidad y al aprovechamiento de las ventajas comparativas y competitivas que un ámbito geoeconómico presenta. Para ello, se sugiere un proceso de retroalimentación y de seguimiento continuo, que fortalezca la planificación estructurante de sinergias, al mismo tiempo que renueve las fuentes de información que la sostienen para mejorar paulatinamente el proceso de decisión y, por ende, el de planificación.

¹ A diferencia de la mecánica de naturaleza sistemática, la planificación orgánica reviste un significado sistémico, según el cual cada elemento basa su esencia en integración al sistema al que pertenece.

Agregación

Consiste en la aplicación de procedimientos matemáticos para sintetizar los valores obtenidos por cada alternativa respecto a todos los criterios considerados en el análisis. Los valores obtenidos pueden referirse tanto a las puntuaciones de las alternativas respecto de algún criterio, como a la utilidad que reporta el puntaje obtenido en dicho criterio. Los mecanismos más conocidos de agregación son los que se obtienen de la ponderación lineal, o multiplicativa, en tanto que en las metodologías del tipo ELECTRE o PROMETHEE las formas de agregación están dadas por la lógica de las relaciones de superación. Cabe destacar que en dichos métodos también se procede a una agregación de los varios preordenes obtenidos mediante la obtención del llamado orden mediano. (<http://www.unesco.org.uy/red-m/glosariom.htm>).

Análisis de Sensibilidad

Se refiere a las diversas técnicas empleadas para vincular los parámetros y datos iniciales de un modelo con los resultados o soluciones del mismo. La vinculación puede consistir en i) los rangos posibles de variación de datos iniciales o parámetros que no afectan a los resultados; iii) el cálculo de una medida global de "robustez" de una solución sin referencias directas a cambios en los parámetros o datos iniciales. (R. Vestchera citado en el glosario multicriterio de www.unesco.org.uy).

Conjuntos Difusos

Un conjunto difuso es básicamente una generalización lógica que extiende categorías convencionales como si/no, verdadero/falso, negro/blanco, pertenece/no pertenece, etc, permitiendo el manejo de valores intermedios. En este sentido, existe una fuerte relación entre la lógica Booleana y la teoría de conjuntos, y a su vez entre la lógica difusa y la teoría de conjuntos difusos [LAZA98]. En [CARL02], se muestra que dentro de la teoría de conjuntos clásica, un subconjunto A del conjunto X puede definirse por una función característica X_A , que consiste en un mapeo de los elementos X hacia los elementos del conjunto $\{0,1\}$ mediante:

$$X_A : X \rightarrow \{0,1\}$$

Así el par ordenado $(x,0)$ denota que x no pertenece a X mientras que el par $(x,1)$ indica que x pertenece a X. Claro está, que en la teoría clásica de conjuntos una tal notación resulta poca practica, pero permite introducir el concepto de función de pertenencia.

Un conjunto difuso A incluido en un conjunto X se define mediante la función de pertenencia:

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1]$$

de forma tal que, el par $(x,0)$ representa que x no pertenece a X , el par $(x,1)$ indica x pertenece a X y el par $(x, \mu_{A(x)})$ señala que x pertenece a X con un grado de pertenencia dado por el valor $\mu_{A(x)}$. En esto reside la capacidad de los conjuntos difusos para representar una gama más amplia de situaciones que aparecen en el modelado.

Criterio

Formalmente Roy (Secciones 2.10 y 3.3.1) lo define como una función g a valores reales que para todo par de opciones a y b permite establecer una sola de las proposiciones:

$$g(a) = g(b) \Leftrightarrow aIb$$

$$g(a) \geq g(b) \Leftrightarrow aQb$$

$$g(a) > g(b) \Leftrightarrow aPb$$

en forma equivalente la veracidad de $g(a) \geq g(b) \Leftrightarrow aSb$

Estructura de preorden

Dado un conjunto alternativas $A = \{a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n\}$ y una relación binaria \gg , se dice que \gg provee a A de una estructura de orden completo si

$$\forall i, j \text{ con } i=1,2,\dots,n \text{ y } j=1,2,\dots,n \ a_i \gg a_j \text{ o bien } a_j \gg a_i, \ \forall a_i, a_j \in A$$

Si \gg es reflexiva, se habla de preorden completo, si además \gg no aplica a todo elemento de A , se habla de preorden parcial o incompleto.

Excedente de Explotación (EE)

Mide el excedente o el déficit generado de la producción sin tener en cuenta los intereses, las rentas o los gastos análogos a pagar por los activos financieros o los activos tangibles no producidos recibidos en préstamo o arrendados por la empresa, ni los intereses, las rentas o los ingresos análogos a cobrar por los activos financieros o los activos tangibles no producidos que son propiedad de la empresa. El saldo contable recibe el nombre de excedente de explotación, excepto en el caso de las empresas no constituidas en sociedad propiedad de los hogares, en las que el propietario(s) o los miembros del mismo hogar aportan mano de obra no remunerada de una clase similar a la que podrían aportar trabajadores remunerados. En este último caso, el saldo contable recibe el nombre de Ingreso Mixto (IM), ya que contiene implícitamente un elemento de remuneración del trabajo realizado por el propietario o por otros miembros del hogar que no puede identificarse por separado del rendimiento obtenido por el propietario como empresario [FMIO93].

Métodos Compensatorios y No Compensatorios

Estos métodos se diferencian sobre la base de si las ventajas de un determinado atributo o criterio pueden ser intercambiadas por las desventajas de otro atributo, o si este intercambio no es posible.

En este sentido, una estrategia de elección es compensatoria si los intercambios de logros entre atributos (trade-offs) están permitidos. La estrategia será No Compensatoria si no están autorizadas dichas compensaciones. (<http://www.unesco.org.uy/red-m/glosariom.htm>).

Personal Ocupado (PO)

Incluyen la cantidad de personas que son asalariados, los que trabajan por cuenta propia, los que son empresarios, empleadores y patronos, y los correspondientes a trabajadores familiares no remunerados.

Pseudocriterio

Un criterio que contempla umbrales de indiferencia q y de preferencia p , así como una transición no nula entre ellos, se denomina pseudocriterio. Un pseudocriterio, en consecuencia, es capaz de modelar las relaciones binarias I , Q y P , por tanto, puede modelar la relación binaria S . Un pseudocriterio donde $p = q$ se denomina cuasicriterio, un cuasicriterio no modela la relación Q . Un pseudocriterio g en el que $q = 0$ se denomina precriterio, en consecuencia, la relación I sólo puede establecerse entre dos opciones a y b tales que $g(a) = g(b)$. Un pseudocriterio desprovisto de q y p ($p = q = 0$) es un criterio estricto o verdadero criterio. Este sólo puede modelar la relación de P y la relación I , siendo ésta posible solamente cuando se producen desempeños iguales.

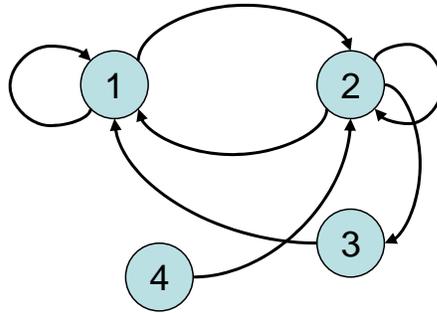
Remuneraciones a los asalariados (REO)

Comprende: (1) remuneraciones en dinero; todas aquellas asignaciones que reciben los trabajadores, tales como sueldos y salarios, horas extras, vacaciones, bonificaciones por productividad, asignaciones complementarias pagadas regularmente, entre otros; (2) remuneraciones en especie; referidas a bienes y servicios, asignaciones no necesarias para el trabajo, que la empresa proporciona a sus trabajadores, no ligados a ninguna situación social o personal del trabajador y que éste puede utilizar discrecionalmente en su tiempo libre, para satisfacer sus necesidades y deseos así como los de terceros y (3) contribuciones sociales efectivas e imputadas, tales como el valor de los aportes o contribuciones patronales a los sistemas de seguridad social, según la normativa legal, así como a los empleados, por concepto de beneficios contractuales [FMIO93].

Relación Binaria

Se denomina una relación binaria \mathfrak{R} en un conjunto A a una relación de A en A , es decir, un subconjunto del producto cartesiano $A \times A$ [FORT05]. De forma análoga se definen las relaciones n -arias como los subconjuntos del productos cartesiano $A \times \dots \times A = A^n$. Por ejemplo dado $A = \{1,2,3,4\}$ la relación $\mathfrak{R} = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (4,2)\}$ se puede representar mediante un grafo dirigido como el que se muestra en la Figura 2.12.

Grafo dirigido de la relación \mathfrak{R}



El primer elemento que destaca es la relación Identidad, ubicada sobre el conjunto A denotada por I es la relación $aIb \Leftrightarrow a = b$. Por otro lado, una relación binaria $\mathfrak{R} \subseteq A \times A$ se dice que es:

- Reflexiva: si para cada $a \in A, a\mathfrak{R}a$
- Simétrica: si para cada $a, b \in A, a\mathfrak{R}b \Rightarrow b\mathfrak{R}a$
- Antisimétrica: si para cada $a, b \in A, a\mathfrak{R}b$ y $b\mathfrak{R}a \Rightarrow a = b$
- Transitiva: si para cada $a, b, c \in A, a\mathfrak{R}b$ y $b\mathfrak{R}c \Rightarrow a\mathfrak{R}c$

Relaciones binarias fundamentales

De las relaciones binarias que permiten comparar dos opciones destacan la Indiferencia (I), la Preferencia débil (Q) y la Preferencia estricta (P). Los métodos de sobreclasificación, a los que pertenecen los métodos PROMETHÉE incluyen la Incomparabilidad (R) dentro de esas relaciones fundamentales (Tabla 2.22), la cual corresponde a la ausencia de razones claras para justificar alguna de las tres relaciones precedentes.

Relaciones binarias reagrupadas

La escuela formada por Roy define, a partir de las relaciones binarias fundamentales un conjunto de relaciones reagrupadas (Tabla 2.23). Entre ellas destaca la relación de *no inferioridad*¹ denotada como S , tal que dadas dos opciones a y b $aSb \Leftrightarrow aPb$ ó aQb ó aIb

Relación de dominancia

Para aquellas opciones a y b donde aplique, se denota por Δ_S la relación de dominancia respecto a S definida como $a\Delta_S b \Leftrightarrow aPb$ ó aQb ó aIb

Si Δ_S se puede aplicar sobre todas las opciones en juego se obtiene un preorden completo. Si existe un par de opciones a y b donde Δ_S no aplique se tiene forzosamente que aRb . De ser este último el caso se obtiene un preorden parcial o incompleto.

¹ También llamada de *sobreclasificación*, *superación* o *outranking* del inglés.

Sistema relacional de preferencias

Se entiende por tal a un grafo cuyo nodos son las opciones y cuyos arcos representan relaciones binarias, usualmente aparecen diversos tipos de arcos, cada uno representando una determinada relación.

Umbrales de preferencia

Un primer tipo de umbral de preferencia lo constituye el umbral de indiferencia denotado por q , el cual permite admitir que “pequeñas” diferencias $g(a) - g(b)$ no inducen un cambio de la relación de indiferencia $a I b$. Este umbral puede ser constante o una función que depende del valor alcanzado por $g(a)$ o $g(b)$. Si $g(a) \geq g(b)$ se puede establecer que:

$$g(a) - g(b) \leq q(g(b)) \Leftrightarrow a I b$$

$$g(a) - g(b) > q(g(b)) \Leftrightarrow a P b \text{ ó } a Q b$$

donde $q(g(b))$ representa la mayor variación de $g(a) - g(b)$ compatible con la indiferencia I .

Un segundo tipo de umbral es de preferencia p , con el cual se modela la idea de que si la diferencia $g(a) - g(b)$ es “grande”, mayor que p , entonces la preferencia se inclina estrictamente hacia la opción con mayor evaluación de g . Esto es, si $g(a) > g(b)$ se puede establecer:

$$g(a) - g(b) > p(g(b)) \Leftrightarrow a P b$$

$p(g(b))$ puede ser un valor constante y representa la menor variación $g(a) - g(b)$ compatible con la relación de preferencia estricta P .

Entre q y p puede quedar definido un intervalo incompatible con las relaciones P e I , tal zona corresponde a la relación de preferencia débil Q , la cual se constituye, de existir, en una transición entre I y P . De nuevo, si $g(a) > g(b)$ se puede establecer que:

$$q(g(b)) < g(a) - g(b) \leq p(g(b)) \Leftrightarrow a Q b$$

Valor Agregado Bruto (VAB)

Valor que añade una unidad económica productiva, pública o privada, en su producción de bienes y servicios. Equivale al valor de los bienes y servicios producidos menos los respectivos costos intermedios (de materias primas, materiales, suministros y servicios utilizados) [WEB202] y [FMIO93].

- [ACKO72] **Ackoff, R** (1972). *On Purposeful Systems*. Aldine-Atherton, Chicago.
- [ALAR05] **Alarcón, J.** (2005). *Social Accounting Matrix-Based Modelling, Wellbeing And Environment Extensions: Applications using the SAMs for Ecuador 1975 and Bolivia 1989*. ISS/MASAD Website.
- [ALBA04] **Albadvi, A.** (2004). *Formulating National Information Technology Strategies: A Preference Ranking Model using PROMETHEE method*. European Journal of Operational Research, 153, pp. 290-296.
- [AMAY95] **Amaya, A.** (1995). Modelo Insumo-Producto de Leontief. Trabajo Especial de Grado, licenciatura en Matemática, Universidad de los Andes, Mérida.
- [ARRO63] **Arrow, K** (1963). *Social Choice and Individual Values*. Wiley, New Cork, 2nd Edition.
- [BANA03] **Bana e Costa, C., De Corte, O., Vansnick, J.** (1993). *Sur la quantification des jugements de valeurs: L'approche MACBETH*. Université de Paris-Dauphine, LAMSADE, Cahier 117.
- [BANA93] **Bana e Costa, C., Vansnick, J.** (2003). *MACBETH*. Department of Operational Research. London School of Economics.
- [BOUY06] **Bouyssou, D., Marchant, T. et al.** (2006). *Evaluation and Decision Models with Multiple Criteria*. Operational Research and Management Sciences. Springer's International Series. New York.
- [BRAN03] **Brans, J.P., Mareschal, B.** (2003). *PROMETHEE Methods*. Centrum voor Statistiek en Operationeel Onderzoek, Vrije Universiteit Brussel. Belgium.
- [BRAN84] **Brans, J.P., Mareschal, B.** (1984). *PROMETHEE: A New Family of Outranking Methods in Multicriteria Analysis*. Operational Research, pp. 477-490.
- [BRAN86] **Brans, J.P., Vincke, Ph., Mareschal, B.** (1986). *How to Select and How to Rank Projects: the PROMETHEE method*. European Journal of Operational Research, 24, pp. 228-238.
- [BRAN92] **Brans, J.P., Mareschal B.** (1992). *How to Discriminate Hard and Soft Multicriteria Problems in the Discrete Case (The PROMETHEE VI procedure)*. Internal Report CSOOTW/257, Universidad Libre de Bruselas.
- [BURG06] **Burgos, S.** (2006). *Group Decision Making With Incomplete Fuzzy Preference Relations*. Memoria de Tesis para optar al grado de Doctor en Informática. Universidad de Granada.
- [CANO03] **Canós, L., Liern, V.** (2003). La Agregación de Información para la Toma de Decisiones en la Empresa. XIV Jornada de ASEPUMA y II Encuentro Internacional.
- [CAÑO02] **Caño-Guiral, M.** (2002). Insumo Producto en el SCN 1993. Banco Central de Uruguay.
- [CARL02] **Carlsson, C. Fuller, R.** (2002). *Fuzzy Reasoning in Decision Making and Optimization*. Physica –Verlag.
- [CARR96] **Carrasquero, N.** (1996). Un Método Interactivo para Aislar y Explorar un Conjunto de Soluciones de Compromiso. Trabajo de Ascenso a la categoría de Profesor Asociado, UCV, Caracas, mayo-1996.
- [CARR00] **Carrasquero, N.** (2000). Una Revisión a la Técnica de la Programación Lineal Meta. Reporte Técnico N. 029401, Caracas, octubre-2000.
- [CARR04] **Carrasquero, N., Najul, M., Sánchez R.** (2004). Enfoque Multicriterio para la Evaluación de la Calidad del Agua. Revista de la Facultad de Ingeniería de la UCV., Vol 19, N°3.
- [CARR04*] **Carrasquero, N.** (2004). Seminario Agua Potable versus Agua Segura. Facultad de Ingeniería de la UCVenezuela, Caracas.

- [CARV99] **Carvajal, O.** (1999). Metodología para la Determinación de Objetivos en Problemas de Investigación de Operaciones. Tesis de Maestría en Investigación de Operaciones, Universidad Central de Venezuela, Caracas.
- [CAST04] **Castillo, J., Arevalo, M., Castro, M.** (2004). *Economic Evaluations of the Spanish Port System Using The Promethee Multicriteria Decision Method*. Serie Economía E2004/84.
- [CHIA87] **Chiang, A.** (1987). Métodos Fundamentales de Economía Matemática. Mc Graw-Hill. México.
- [CLEM89] **Clemente, L., Puente A.,** (1989). La Matriz de Insumo-Producto para Venezuela (1981-1984) un Instrumento de Política Económica. Revista BCV (abril-mayo-junio). Caracas.
- [CRAV92] **Craven, J.** (1992). *Social Choice. A Framework for Collective Decisions and Individual Judgments*. Cambridge University Press.
- [DOMI06] **Domingo, C., Ramírez, V., Velásquez, A., Zavarce, H.** (2006). Uso de Información Empresarial en Planificación Económica. Banco Central de Venezuela, Caracas.
- [DUAR04] **Duarte, B.** (2004). *Developing a Projects Evaluation System based on Multiple Attribute Value Theory*. Portugal.
- [EVAN03] **Evans, J.** (2003). *Voters and Voting: An Introduction*. GBR: Sage Publications Ltd, Londres.
- [ESCR99] **Escribano, M., Fernández, G.** (1999). PROMETHEE como Técnica de Toma de Decisiones Multicriterio. Actas VII Jornadas ASEPUMA. Págs. 232-242.
- [FISH67] **Fishburn, P.** (1967). *Methods of Estimating Additive Utilities*. Management Sciences, 13, 435-453.
- [FISH70] **Fishburn, P.** (1970). *Utility Theory for Decision Making*. Wiley and Sons, New York.
- [FMIO93] **FMI. OCDE. Naciones Unidas.** (1993). Sistema de Cuentas Nacionales 1993. Publicaciones Naciones Unidas. Nueva York.
- [FORT05] **Fortes, I. Medina, J.** (2005). Relaciones Binarias. Página Web: www.ieev.uma.es/matdisc/a-relacbin.pdf Departamento de Matemática Aplicada.
- [FREN88] **French, S.** (1988). *Decision Theory-An Introduction to the Mathematics of Rationality, Mathematics and Its Applications*.
- [FULL96] **Fullér, R.** (1996). *OWA Operators in Decisions Making*. www.abo.fi/~rfuller/rem961.pdf
- [GENT05] **Gento1, A., Redondo, A.** (2005). Comparación del Método ELECTRE III y PROMETHEE II: Aplicación al Caso de un Automóvil. IX Congreso de Ingeniería de Organización Gijón, 8 y 9 de septiembre de 2005.
- [GHAR04] **Gharajedaghi, J.** (2004). *A Holistic Language of Interaction and Design. Seeing through Chaos and Understanding Complexities*. www.acasa.upenn.edu/JGsystems.pdf
- [GUIT97] **Guitouni, A., Martel, J.** (1997). *Tentative Guidelines to Help Choosing an Appropriate MCDA Method*. European Journal of Operational Research. Canada.
- [GUJA97] **Gujarati, D.** (1997). *Econometría Básica*. Tercera edición. Colombia.
- [HARB98] **Harberger, A.** (1998). Una Visión del Proceso de Crecimiento. Revisa BCV. Vol. XII N°2.
- [HERN04] **Hernández, E.** (2004). Un Modelo Insumo-Producto (MIP) como Instrumento de Análisis Económico (Año 1997 Caso Venezuela). Serie de Documentos de Trabajo BCV, número 69.

- [HERN06] **Hernández, E.** (2006). Contabilidad Macroeconómica, Instrumento de Crecimiento. Diez años, diez artículos, Edición Especial conmemorativa BCVOZ Económico. Banco Central de Venezuela.
- [HIVI03] **Hiview 3.1** (2003). *Start Guide Catalyze*. United Kingdom. www.catalyze.co.uk
- [IGNI81] **Ignizio, J.** (1981). *The Determination of a Subset of Efficient Solutions Via Goal Programming*, Computer & Operations Research, Vol 8, N° 1, pp. 9-16.
- [IGNI83] **Ignizio, J.** (1983). *Generalized Goal Programming. An overview*, Computer & Operations Research, Vol 10, N° 4, pp. 277-289.
- [JONE88] **Jones, H.** (1988). Introducción a las Teorías Modernas del Crecimiento Económico. Segunda Edición, Edit. Antoni Bosh, España
- [KAUF49] **Kaufman, E.L., Lord, M.W., Reese, T.W., Volkmann, J.** (1949). *The Discrimination of Visual Number*. American Journal of Psychology 62: 498-525.
- [KEEN76] **Keeney, R.L., Raiffa, H.** (1976). *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-Offs*, Wiley, New York. Reprinted, Cambridge University Press, 1993.
- [KOHL01] **Kohli, M.** (2001). *The Leontief-BLS Partnership: A New Framework for Measurement*. Monthly Labor Review June 2001. Labor Statistics, New York.
- [KORH97] **Korhonen, P., Larichev, O., Moshkovich, H., Mechitov, A., Wallenius, J.** (1997). *Choice Behavior in a Computer-Aided Multiattribute Decision Task*, Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, v.6,1. pp. 233-246.
- [LAGU03] **Laguna, C.** (2003). El Modelo de Insumo Producto. Aplicación Básica y Extensiones. Instituto Politécnico Nacional. Centro de Investigaciones Socioeconómicas. Universidad Tecnológica de México.
- [LAPC02] **Ley de la Administración Pública Central.** Publicada en la Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela N° 37.362 de fecha 08 de enero de 2.002.
- [LAZA98] **Lazarevic, S., Ajito, A.** (1998). *Hybrid Fuzzy-Linear Programming Approach for Multi Criteria Decision Making Problems*. Department of Computer Science, Oklahoma, State University (Tulsa).
- [LBCV01] **Ley del Banco Central de Venezuela.** Publicada en la Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela N° 37.296 de fecha 03 de octubre de 2001.
- [LUC57] **Luce, R., Raiffa, H.** (1957). *Games and Decisions*. Wiley and Sons, New York.
- [MAJL01] **Majlender, P.** (2001). *OWA Operator with Maximal Entropy*. Turku Center for Computer Science, Finland.
- [MALC06] **Malczewski, J.** (2006). *Integrating Multicriteria Analysis and Geographic Information Systems: The Ordered Weighted Average (OWA) Approach*. International Journal Environmental Technology Management. Vol 6. No. 1/2.
- [MART05] **Martínez, L.** (2005). Presentación sobre Determinación de Objetivos. Maestría de Investigación de Operaciones. Universidad Central de Venezuela
- [MASK01] **Maskin, E.** (2001). *Is Majority Rule the Best Election Method?* Paper N° 11. www.sss.ias.edu/publications/papers/papereleven.pdf
- [MASO96] **Masó, J.** (1996). La Teoría de la Elección Social: Métodos de Votación no Manipulables. Departamento de Economía e Historia Económica y CODE. Universidad Autónoma de Barcelona.

- [MILL56] **Miller, G.** (1956). *The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits in our Capacity for Processing Information*, Psychological Review, Vol. 63.
- [NERA01] **National Economic Research Associates.** (2001). *DTLR Multicriteria Analysis Manual*. London School of Economics. London.
- [PINA06] **Pinal, K.** (2006). Metodología para Selección de Técnicas Multicriterio en la Evaluación de Proyectos. Propuesta de Tesis en la Maestría de Investigación de Operaciones. Universidad Central de Venezuela, Caracas.
- [PYAT79] **Pyatt, G., Round, J.** (1979). *Accounting and Fixed Price Multipliers in Social Accounting Matrix Framework*. The Economic Journal Vol 89. Nro. 356.
- [PYAT88] **Pyatt, G.** (1988). *A SAM Approach to Modeling*. Journal of Policy Modelling, 10(3).
- [RAIF78] **Raiffa, H.** (1978) Análisis de la Decisión Empresarial, Fondo Educativo Interamericano, S.A., Bilbao, 1.978.
- [RAMI04] **Ramírez, M., Hernández, J., Ferri, C.** (2004). Introducción a la Minería de Datos. Prentice Hall. Madrid.
- [RESN98] **Resnik, M.** (1998). Elecciones. Una introducción a la teoría de decisión. Serie CLADEMA Filosofía, Editorial GEDISA, Barcelona, España.
- [ROLA95] **Roland-Holst, D., Sancho, F.** (1995). *Modeling Prices in a Sam Structural*. The Review of Economics and Statistics. Vol. 77, No. 2, pp.361-371.
- [ROME96] **Romero, C.** (1996). Análisis de las Decisiones Multicriterio. Primera edición. Madrid.
- [ROME88] **Romer, D.** (2002). Macroeconomía Avanzada. Segunda Edición. Mc Graw Hill. Madrid.
- [ROYB68] **Roy, B.** (1968). *Classement et Choix en Présence de Points de Vue Multiples: La Méthode ELECTRE*. Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationnelle, 8:57-75.
- [ROYB85] **Roy, B.** (1985). *Méthodologie Multicritère d'Aide à la Décision*. Economica, Paris.
- [ROYB93] **Roy, B., Bouyssou, D.** (1993). *Aide Multicritère à la Décision: Méthodes et Cas*. Economica. Paris.
- [RYKK03] **Rykken, E., Carroll, M., Sorensen, J.** (2003). *The Canadians Should Have Won!?* Skating-full. www.maa.org
- [SAAT80] **Saaty, Th.** (1980). *The Analytic Hierarchy Process*. Mc Graw Hill. United States of America.
- [SALT00] **Saltelli, A. et al.** (2000). *Sensitivity Analysis*. John Wiley & Sons. United States.
- [SCHU05] **Schuschny, R.** (2005). Tópicos sobre el Modelo Insumo-Producto: Teoría y Aplicaciones, Santiago de Chile.
- [SDSS02] **Fondazione Enrico Mattei** (2002). *DSS4 Decision Methods. Software Developed with Financial Contribution from the EU Projects*. www.feem.it/mulino y www.netsymod.eu.
- [SEQU06] **Sequera, T.** (2006). Sumario de la Economía Venezolana de Arturo Uslar Pietri. Cuarta Edición. Banco Central de Venezuela, Caracas.
- [SIMO57] **Simon, H.** (1957) *Administrative Behavior*. Macmillan, Second edition, New York, <http://dieoff.com/page163.htm>
- [SONI00] **Sonis, M.Y., Hewings, G.** (2000). *Introduction to Input-output Structural Q-Analysis*. REAL 00-T-140 . Web page: www.uiuc.edu/unit/real.

- [SOTT04] **Sottolano, J., Najul, M., Carrasquero, N., Sánchez R.** (2004). Enfoque para la Evaluación de la Calidad del Agua Potable. Revista de la Facultad de Ingeniería de la UCV., Vol 19, N°3.
- [STEU85] **Steuer, R.** (1985). *Multiple Criteria Optimization. Theory, Computation and Applications.* John Wiley & Sons, United States.
- [TORR01] **Torra, V.** (2001). *Empirical Analysis to Determine Weighted OWA Orness.* Instituto de Investigación en Inteligencia Artificial-CSIC, Cataluña, España.
- [TORR99] **Torres, M.** (1999). Análisis Económico de Decisiones, un Enfoque Conceptual. Colección Ingeniería de Gestión. N. Carrasquero y M. Torres, eds, Facultad de Ingeniería, UCV, Caracas.
- [VELA05] **Velázquez, A.** (2005). *Sam Based in Fixed Price Multiplier Equilibrium Model for Venezuela 1997 (With Sam Building Methodology).* In Partial Fulfillment of the Requirements for Obtaining the Diploma in Modeling And Accounting For Sustainable Development. Institute of Social Studies, Central Bank of Venezuela, Caracas.
- [VELA06**] **Velázquez, A., Hernández, E.** (2006). Caracterización de los Proyectos Estructurantes de Inversión Pública 2005-2007. Notas Metodológicas, Banco Central de Venezuela, agosto 2006.
- [VELA06*] **Velázquez, A.** (2006). Segundo Seminario de Matrices de Contabilidad Social y Matrices Insumo Producto. Banco Central de Venezuela, junio 2006.
- [VELA06] **Velázquez, A.** (2006). Notas técnicas: Proyectos Estructurantes de Inversión Pública. Convenio de Cooperación, Ministerio de Planificación y Desarrollo y Banco Central de Venezuela.
- [VINC89] **Vincke, Ph.** (1989). *L'Aide Multicritère á la Décision.* Ellipses, Paris.
- [VONN47] **Von Neumann, J., Morgenstern, O.** (1947). *Theory of Games and Economic Behavior.* Princeton University Press, Princeton.
- [YAGE88] **Yager, R.** (1988). *On Ordered Weighted Averaging Aggregation Operators in Multicriteria Decision Making.* IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 18:1.
- [YAGE93] **Yager, R.** (1999). *Family of OWA Operators.* Fuzzy Sets and Systems, 59.
- [YAGE94] **Yager, R., Filey, D.** (1994). *Essential Modeling Control.* John Wiley & Sons.
- [YAGE95] **Yager, R. et al.** (1995). *Fuzzy Aggregations of Numerical Preferences.* International Journal of Intelligent Systems. <http://ces.univ-paris1.fr/membre/Grabisch/articles/handbook.pdf>
- [YAGE96] **Yager, R.** (1996). *Quantifier Guided Aggregations using OWA Operators.* International Journal of Intelligent Systems, 11.
- [YAGE99] **Yager, R., Kelman, A.** (1999). *An Extension of the Analytical Hierarchy Process using OWA Operators.* Journal of Intelligent and Fuzzy Systems. Volume 7, Number 4. pag 401-417.
- [YAGEXX] **Yager, R.** (XXXX). *A Hierarchical Framework for Constructing Intelligent Systems Metrics.* New Rochelle. National Institute of Standards & Technology. ISSU 970, pages 423-430
- [YAGE03] **Yager, R.** (2003). *Induced Aggregation Operators.* Fuzzy Sets and Systems, 137.
- [YALC02] **Yalcin, G.** (2002). *Multiple Criteria Analysis for Flood Vulnerable Areas.* Middle East Technical University, Ankara, Turkey.

-
- [YOUR79] **Yourdon, E.** (1979). *Modern Structured Analysis*. Yourdon Press Computing Series, Prentice Hall.
- [ZADE83] **Zadeh, L.** (1983). *A Computational Approach to Fuzzy Quantifiers in Natural Languages*. Computer and Mathematics with Applications. 9.
- [ZELE73] **Zeleny, M.** (1973). *Compromise Programming*. Multiple Criteria Decision Making, J. Cochrane y M. Zeleny, eds, University of South Carolina Press. Columbia.
- [ZELE82] **Zeleny, M.** (1982). *Multiple Criteria Decision Making*. Mc Graw Hill, United States of America.
- [WEB201] **Página web:** Ap: Clasificación de Actividades Econ. y Prod. del SCN de Venezuela www.bcv.org.ve/cuadros/series/ctasnac9702b97/ctasnac9702b97.asp?id=338.
- [WEB202] **Página web:** ABC Económico. www.bcv.org.ve/c1/abceconomico.asp#V
- [WEB203] **Página web:** Un Glosario Multicriterio. www.unesco.org.uy/red-m/glosariom.htm
- [WEB301] **Página web:** www.en.wikipedia.org/wiki/Borda_count
- [WEB302] **Página web:** Alteco Consultores. Calidad, Organización y Recursos Humanos www.aiteco.com/tgn.htm
- [WEB303] **Página web:** Skate Canada (www.skatecanada.ca) and the Skate Canada Eastern Ontario Section (www.skate-eos.on.ca).
- [WEB304] **Página web:** www.answers.com/topic/the-magical-number-seven-plus-or-minus-two

Sea X un conjunto finito de elementos:

a. Se tiene información ordinal, cuando estos elementos son ordenados de acuerdo a su atractivo en forma descendente. En este caso, es posible asociar cada elemento x de X , un número $v(x)$ que satisfaga las siguientes condiciones:

- Cond1) $\forall(x, y) \in X : [x \text{ es más atractivo que } y \Leftrightarrow v(x) > v(y)]$
- Cond2) $\forall(x, y) \in X : [x \text{ es tan atractivo como } y \Leftrightarrow v(x) = v(y)]$

Si se denota por P la relación binaria definida sobre X como:

$$[\forall(x, y) \in X : xPy \Leftrightarrow x \text{ es más atractivo que } y],$$

se puede probar que P determina una información ordinal sí y sólo sí P es negativamente transitiva y asimétrica, e I es transitiva, siendo I la relación binaria reflexiva definida en X como

$$[\forall(x, y) \in X : xIy \Leftrightarrow xPy \text{ y } yPx]$$

b. Se tiene información cardinal (considerando el atractivo de los elementos de X) cuando:

- Se tiene información ordinal (considerando su atractivo)
- $\forall(x, y), (z, w) \in P$, se tiene un número estrictamente positivo que puede escribirse como $R[(x, y)/(z, w)]$, que representa la relación de diferencia de atractivo entre x y y por un lado, y por el otro z y w . Cada R satisface las siguientes condiciones:

$$\forall(u, w), (w, x), (s, t) \in P : R[(u, w)/(s, t)] + R[(w, x)/(s, t)] = R[(u, x)/(s, t)]$$

$$\forall(u, w), (x, y), (s, t) \in P : R[(u, w)/(s, t)] * R[(s, t)/(x, y)] = R[(u, w)/(x, y)]$$

Cuando se tiene información disponible, es posible asociar un número $v(x)$ para cada elemento de X satisfaciendo las siguientes condiciones cardinales:

- Cond1) $\forall(x, y) \in X : [xPx \Leftrightarrow v(x) > v(y)]$
- Cond2) $\forall(x, y) \in X : [xIx \Leftrightarrow v(x) = v(y)]$
- Cond3) $\forall(x, y), (z, w) \in P : R[(x, y)/(z, w)] = [v(x) - v(y)]/[v(z) - v(w)]$

Un camino para proporcionar información cardinal (considerando el atractivo de un conjunto finito de elementos de X) consiste en colocar los elementos de X sobre un eje vertical tal que:

- $\forall(x, y) \in X : xPy \Leftrightarrow x$ está posicionado sobre y en el eje vertical
- $\forall(x, y), (z, w) \in P, R[(x, y)/(z, w)] = d(x, y)/d(z, w)$ donde $\forall(s, t) \in X$, $d(s, t)$ es el cálculo, en alguna unidad, de la distancia que separa los elementos s y t sobre el eje vertical

Para usar el modelo de agregación aditiva MACBETH, en la representación preferencias mediante información cardinal, se requiere extraer de la unidad decisión información sobre el atractivo de los elementos de X . Ésta aporta, además de la información ordinal, juicios cualitativos

sobre el atractivo entre dos referencias (Tabla 3.9) al realizar las comparaciones pareadas requeridas. Mediante manipulaciones adecuadas como la conversión de tales juicios a valores numéricos y su posterior acumulación, siempre respetando las condiciones citadas, el método MACBETH logra construir un modelo que, basado en las diferencias de atractivo y en las relaciones de compatibilidad requeridas, extrae la información cardinal conforme a las preferencias en juego (Sección 3.3.4). De esta manera se trata de determinar una escala básica planteando y resolviendo el siguiente modelo de programación lineal:

$$\text{mín } v(x^+)$$

s.a:

$$\forall (x, y) \in X : xPy \Rightarrow v(x) \geq v(y) + 1$$

$$\forall (x, y) \in X : xIy \Rightarrow v(x) = v(y)$$

$\forall (x, y), (z, w) \in P$ si la diferencia de atractivo entre x e y es mayor que la diferencia de atractivo entre z y w , entonces: $v(x) - v(y) > v(z) - v(w) + 1 + \delta(x, y, z, w)$

donde:

x^+ es un elemento de X , tal que: $\forall x \in X : x^+ (P \cup I)x$

x^- es un elemento de X , tal que: $\forall x \in X : x(P \cup I)x^-$

$\delta(x, y, z, w)$ es el mínimo número de categorías de diferencia de atractivo entre x, y y la diferencia de atractivo entre z, w .

Al resolver este problema se obtiene una escala básica que se puede transformar adecuadamente, que representa un ordenamiento cardinal, en el cual un valor mide el atractivo de una referencia respecto al resto [BANA03].

Sea una matriz consistente en la cual las comparaciones están basadas sobre cálculos exactos, donde las IR w_1, \dots, w_n son conocidos. Si a_{ij} representa la fortaleza del criterio C_i sobre el criterio C_j , se puede formar la matriz A como:

$$a_{ij} = \frac{w_i}{w_j} \text{ para } i, j=1, \dots, n \quad (1)$$

y se cumple

$$a_{ij} a_{jk} = \frac{w_i}{w_j} \cdot \frac{w_j}{w_k} = \frac{w_i}{w_k} = a_{ik}$$

por construcción, la matriz A es recíproca, esto es,

$$a_{ji} = \frac{w_j}{w_i} = \frac{1}{\frac{w_i}{w_j}} = \frac{1}{a_{ij}} \quad (2)$$

De (1) se obtiene:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} w_j \frac{1}{w_i} = n \text{ para } i=1, \dots, n \quad (3)$$

por consiguiente,

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} w_j = n w_i \text{ para } i=1, \dots, n \quad (4)$$

y en forma matricial equivale a

$$Aw = nw \quad (5)$$

expresión que la ser desplegada deviene en:

$$\begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \frac{w_3}{w_1} & \frac{w_3}{w_2} & \dots & \frac{w_3}{w_n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

es claro que w es el autovector de A correspondiente al autovalor n .

Si la matriz A se rellena con valores a_{ij} suministrados por la unidad de decisión, es de esperarse una desviación de los valores $a_{ij} = w_i / w_j$ antes mencionados y, en consecuencia la ecuación (5) no es necesariamente válida. Por ello se reescribe como:

$$Aw = \lambda w \quad (7)$$

la condición $a_{ij} = 1$ para todo i se sostiene, y por tanto

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = n \quad (8)$$

si la ecuación (5) es válida, todos los autovalores son 0 excepto uno (que vale n), por tanto en el caso consistente, n es el autovalor más grande de A . Combinando estos resultados con el hecho que la diagonal principal de A está dada por valores unitarios y además es consistente, entonces pequeñas variaciones del a_{ij} mantienen el máximo autovalor λ_{\max} , cercano a n y los restantes autovalores cercanos a 0. En consecuencia, de la matriz de comparaciones pareadas derivadas de juicios subjetivos, se puede encontrar un vector w que satisface

$$Aw = \lambda_{\max} w \text{ donde } \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

pequeñas variaciones de los a_{ij} implican pequeñas variaciones del λ_{\max} . Estas últimas pueden monitorearse mediante el Índice de consistencia (IC) dado por

$$IC = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$$

Saaty construyó el Índice aleatorio de consistencia (IA), para así determinar la Razón de Consistencia dada por $RC = IC/IA$, y sostiene que, si $RC \leq 0.1$ las inconsistencias detectadas son admisibles [SAAT80].

George Miller constató que el ser humano adulto tiene una limitada capacidad de percepción para procesar información, la cual está asociada a la memoria de corto plazo [WEB304]. En este sentido, su capacidad de discriminación en un número pequeño categorías es mucho mayor que cuando el número es elevado [KAUF49], y dicha distinción está ubicada alrededor de 7 elementos [MILL56]. Existen muchas razones para elegir el número 9 como límite superior en una escala jerárquica, sin embargo, lo importante es que las distinciones cualitativas sean significativas, de igual orden de magnitud y tengan un elemento de precisión cercano a la propiedad usada para hacer comparaciones. Por otra parte, la habilidad para hacer dichas distinciones es bien representada por cinco atributos: igual, débil, fuerte, muy fuerte y absoluto, y se pueden hacer arreglos entre atributos adyacentes cuando sea necesario establecer mayor precisión [SAAT80]. Miller no proporciona un número específico, tan solo afirma que está alrededor de 7. Ed Yourdon en sus trabajos relacionados con la Ingeniería del Software manifiesta que el número de subrutinas en un programa principal debería estar entre 5 y 9 [YOUR79].

Saaty utiliza el criterio de Miller en dos sentidos: para controlar el número de referencias a comparar y para la construcción de su escala de emisión de juicios. El primero es claro, basta observar que originalmente construyó su índice aleatorio hasta un máximo de 10 elementos y tan solo por exigencias operacionales los extendió hasta 15, no sin advertir del riesgo en el que se puede incurrir.

En lo referente a la escala Saaty revela que un conjunto de 9 valores, que pueden ser consecutivos, es suficiente para establecer una discriminación importante de elementos ante la percepción humana. Refuerza lo planteado mediante el diseño de un método práctico para evaluar ítems que permiten clasificar estímulos dentro de una tricotomía de regiones: rechazo, indiferencia y aceptación, y para una mayor finura, cada una de las anteriores se puede subdividir también dentro de una tricotomía de bajo, medio y alto, indicando 9 tonos de distinciones significativas. Más de nueve distinciones pueden dificultar la distinción entre estímulos [SAAT80]. Según lo descrito por Saaty y Miller, el límite de ítems en una comparación simultánea sugiere que sea $7+2$, y si todos son ligeramente diferentes entre sí, se necesitan 9 puntos para hacer estas diferencias distinguibles [MILL56 y SAAT80].

La clasificación de proyectos tomada de [TORR99] se ilustra en la Figura 5.21 a lo siguiente:

1. Proyectos independientes

Se dice que hay independencia entre proyectos cuando el desarrollo de uno no afecta la aceptación, el rechazo o el funcionamiento de otro. En este sentido, no debe existir interferencia entre ellos, el flujo de fondos de los proyectos no se afecta por las decisiones, y el financiamiento de la firma no es afectado por las decisiones de inversión.

2. Proyectos dependientes

Se dice que hay dependencia entre proyectos cuando el desarrollo de uno afecta la aceptación, el rechazo o el funcionamiento de otro. Entre ellos se tienen:

2.1 Proyectos mutuamente excluyentes

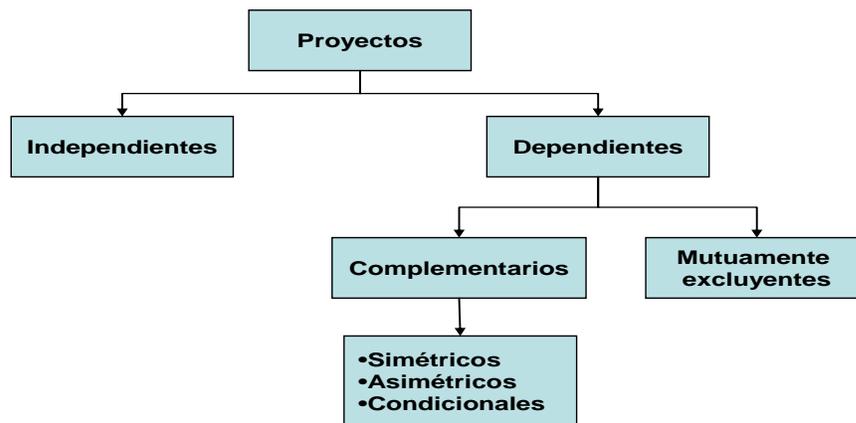
Esto ocurre cuando se tiene que elegir en uno o un grupo de proyectos propuestos, sea por razones tecnológicas o económicas. Por tanto, los proyectos son intercambiables entre si.

2.2 Proyectos complementarios

Esto sucede cuando se dos proyectos pueden ejecutarse juntos, ellos comparten actividades, recursos, etc. Esta clase de proyectos pueden ser:

- Simétricos: si cada proyecto complementa al otro perfectamente, comparte las mismas actividades, terrenos, tecnología, etc.
- Asimétricos: cuando un proyecto complementa a otro pero la relación inversa no ocurre.
- Condicionales: son aquellos cuya selección esta supeditada a la aprobación de otro(s).

Clasificación de proyectos [TORR99]



Las siguientes sugerencias tomadas de [TORR99] coadyuvan a la formulación de las restricciones en el problema de asignación de recursos.

1. Restricciones financieras donde del lado izquierdo se disponen los costos asociados a los proyectos y en el lado derecho los recursos disponibles:

$$\sum_{i=1}^n \text{costos}_{p,i} x_i \leq \text{monto}_p \quad \text{para } p=1,2,\dots,P$$

Si los recursos del período anterior son transferibles al siguiente puede formularse por:

$$\sum_{i=1}^n \text{costos}_{p,i} x_i \leq \text{monto}_p - \text{sobra}_p + \text{sobra}_{p-1} \quad \text{donde } \text{sobra}_0 = 0 \text{ y } p=1,2,\dots,P$$

2. Restricciones de recursos humanos (RRHH) para cada tipo de RRHH (T es la cantidad de tipos) para desarrollar los proyectos:

$$\sum_{i=1}^n \text{HH}_{p,i}^t x_i \leq \text{RRHH}_p^t \quad \text{para } p=1,2,\dots,P \text{ y para } t=1,2,\dots,T$$

3. Restricciones el tipo de proyecto:

$$\sum_{i=1}^k x_i \leq 1$$

donde k es el número de proyectos mutuamente excluyentes. Esta restricción hace que a lo sumo se elija un proyecto.

$$x_c - x_d \leq 0$$

siendo c y d proyectos condicionales. Esta restricción fuerza a que la aceptación de uno esté supeditada a la aprobación de otros.

$$x_e + x_f + x_{ef} \leq 1$$

para e , d y ef proyectos complementarios. Obliga al desarrollo de uno sólo de los tres proyectos involucrados.

4. Restricciones para proyectos preseleccionados:

$$\sum_{i=1}^k x_i = 1$$

donde k es el número de proyectos del cual se quiere forzar la elección de uno.

5. Restricciones de integralidad¹:

$$x_i \in \{0,1\} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n$$

¹ Esto corresponde a formular el programa de optimización entera, en ocasiones para evadir la complejidad por la numerosidad se sustituye por $x_i \in [0, 1]$ relajándose la restricción de integralidad.