

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

**ASCENSO DE BURBUJAS DE TAYLOR EN
MINI-CONDUCTOS VERTICALES DE SECCIÓN
NO-CIRCULAR: ESTUDIO NUMÉRICO**

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
Por el Br. Baritto L., Miguel L.
Para optar al Título
De Ingeniero Mecánico

Caracas, 2007

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

**ASCENSO DE BURBUJAS DE TAYLOR EN
MINI-CONDUCTOS VERTICALES DE SECCIÓN
NO-CIRCULAR: ESTUDIO NUMÉRICO**

TUTOR ACADÉMICO: Prof. Julio Segura

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
Por el Br. Baritto L., Miguel L.
Para optar al Título
De Ingeniero Mecánico

Caracas, 2007

Caracas, 05 de febrero de 2.007

ACTA

Los abajo firmantes, miembros del jurado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Mecánica, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por el bachiller: **Barrito Miguel**

“ASCENSO DE BURBUJAS DE TAYLOR EN MINI-CONDUCTOS VERTICALES DE SECCION NO-CIRCULAR: ESTUDIO NUMERICO”

Consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el plan de estudio conducente al Título de Ingeniero Mecánico.

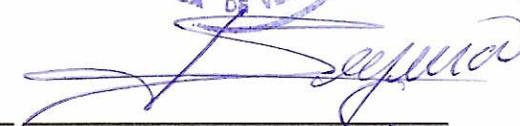


Prof. Rodolfo Berrios
Jurado





Prof. Ivan Saavedra
Jurado



Prof. Julio Segura
Tutor

“Hacia el 50^o Aniversario del 21 de noviembre de 1957, Día del Estudiante”

Los suscritos, Miembros del Jurado Examinador designado por el Consejo de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por el Bachiller MIGUEL BARITTO, titular de la Cedula de Identidad N° 17.201.477, el cual lleva por titulo:

“ASCENSO DE BURBUJAS DE TAYLOR EN MINI-CONDUCTOS VERTICALES DE SECCION NO-CIRCULAR: ESTUDIO NUMERICO”

Decidimos conferirle una:

“MENCION HONORIFICA”

En reconocimiento al esfuerzo realizado como estimulo a la actividad creativa demostrada en el transcurso de la elaboración de este Trabajo Especial de Grado, el cual constituye un aporte importante.

En fe de lo anteriormente expuesto se levanta la presente Acta en la Ciudad de Caracas, a los nueve días del mes de febrero de dos mil siete, dejando constancia que, de acuerdo a la normativa vigente, actuó como Coordinador del Jurado Examinador el Prof. Julio Segura.


Prof. Rodolfo Berrios
Jurado




Prof. Iván Saavedra
Jurado


Prof. Julio Segura
Coordinador

*A mi tía por adoptarme,
A mis padres y a mi abuela por educarme,
A mi novia por cumplirse uno de nuestros sueños*

AGRADECIMIENTOS

El autor quiere expresar su agradecimiento por la colaboración brindada para la elaboración de este trabajo a:

La Universidad Central de Venezuela, por formarme como ingeniero y facilitar las instalaciones, a través de la Escuela de Ingeniería Mecánica, para el desarrollo de este trabajo.

Prof. Julio Segura, por proponer el tema a desarrollar en este trabajo y por su dedicación en la tutoría del mismo.

M.Sc. Daniel Ribeiro de ESSS de Brasil, por su esmerada colaboración en el soporte técnico que permitió la capacitación en el uso y entendimiento del *software* de CFD empleado.

Mi gran amigo Johane Bracamonte, por dar a conocer y dar soporte en el uso del *software* empleado para realizar las mallas utilizadas en este trabajo.

Prof. Iván Saavedra, Director del IMF, por permitir el uso del *cluster* de dicho instituto para la ejecución de las simulaciones.

Ing. Alejandro Alvarado, Administrador de Redes del IMF, por soporte técnico brindado en el uso del *cluster* de dicho instituto.

Ing. Mahmoud Haoulo por logística prestada, útiles conversaciones y bibliografía suministrada, que facilitaron el desarrollo del trabajo.

Prof. Jolimar Soto, Prof. Rafael Guerra y Prof. José Luis Perera, por bibliografía prestada, y en especial a éste último por estar atento con los avances de este trabajo.

Baritto L., Miguel L.

ASCENSO DE BURBUJAS DE TAYLOR EN MINI-CONDUCTOS VERTICALES DE SECCIÓN NO-CIRCULAR: ESTUDIO NUMÉRICO

**Tutor Académico: Prof. Julio Segura. Facultad de Ingeniería. Escuela de
Ingeniería Mecánica. 2007, n° pag. 105**

Palabras Claves: flujo bifásico, burbujas de Taylor, mini-conductos, método de volúmenes finitos basados en elementos, dinámica de fluidos computacional.

Este trabajo presenta un estudio numérico del ascenso de burbujas de Taylor en mini-conductos verticales de sección transversal en forma de triángulo equilátero, cuadrado, astroide y pseudoastroide, para flujo bifásico segregado aire-agua. El modelo matemático resuelto corresponde a un modelo Euleriano-Euleriano, heterogéneo y de superficie libre, que incluye la ecuación de movimiento y la ecuación de continuidad para ambas fases, y la ecuación de conservación de fracción volumétrica para la interfase. La fuerza de tensión superficial se modeló empleando el modelo de fuerza continua en la interfase, mientras la transferencia de *momentum* a través de la interfase se modeló a partir de la fuerza de arrastre de la fase líquida sobre la fase gaseosa. La solución numérica al modelo planteado se obtuvo mediante el método de volúmenes finitos basados en elementos (EbFVM), implementado en el *software* ANSYS® CFX®-10.0. Se estudiaron secciones de 1.0 y 1.5 mm de diámetro hidráulico y los casos de conductos de sección triangular y de sección cuadrada se compararon con estudios experimentales, obteniéndose velocidades de flujo de las burbujas superiores a las reportadas en la literatura, sin embargo la tendencia de aumentar con el diámetro hidráulico del conducto y de ser mayor en conductos de sección triangular que de sección cuadrada, coincidió con la data experimental. La mayor velocidad de flujo se obtuvo en conductos de sección pseudoastroidal, seguidos por los de sección triangular, mientras que la del cuadrado fue mayor a la del astroide en conductos de 1.0 mm de diámetro hidráulico. Las burbujas de mayor velocidad de flujo tienden a ocupar menos porcentaje de la sección transversal del conducto y a tener meniscos menos planos. Para todos los casos estudiados, el campo de velocidad del líquido alrededor de la burbuja se caracteriza por una zona de recirculación corriente abajo de la cola de la misma, y por presentar la mayor magnitud hacia la zona de la esquina. La mayor diferencia de presión entre la nariz y la cola de la burbuja, se encontró en aquellos conductos donde la velocidad de flujo fue menor. El esfuerzo cortante en la esquina del conducto se distribuye similarmente en todas las geometrías, y la distancia desde la burbuja a la cual no se ve afectado por el movimiento de ésta, es independiente del diámetro hidráulico del conducto.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS	X
LISTA DE TABLAS	XIII
LISTA DE SIMBOLOS	XIV
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	
FLUJO BIFÁSICO Y BURBUJAS DE TAYLOR.....	5
Flujo bifásico.....	5
Enfoque experimental	6
Modelado	6
Modelo homogéneo.....	7
Modelo heterogéneo o de dos fluidos	7
Enfoque mecanicista	8
Patrones de flujo bifásico en conductos verticales.....	8
Flujo burbuja (bubble flow)	9
Flujo tapón (slug flow).....	9
Flujo agitado (churn flow)	9
Flujo anular (annular flow)	10
Problema de Taylor-Dumitrescu	10
Influencia de la pared en la forma de la burbuja.....	12
Características de las burbujas de Taylor. Sección transversal circular vs. sección transversal no circular	13
Influencia de las dimensiones del conducto en el ascenso de burbujas de Taylor en líquido estancado.....	13
Velocidad de flujo (drift velocity).....	14
Forma de la burbuja	15
Parámetros adimensionales relacionados al flujo de burbujas de Taylor	17

CAPÍTULO II	
MÉTODO DE VOLÚMENES FINITOS. GENERALIDADES	19
Enfoque del Método de Volúmenes Finitos.....	19
Ecuaciones de Conservación.....	20
Malla de cómputo.....	21
Mallas estructuradas vs. mallas desestructuradas	22
Discretización e integración de las ecuaciones	24
Método de volúmenes finitos basadso en elementos (EbFVM)	24
CAPÍTULO III	
MODELO MATEMÁTICO.....	29
Hipótesis simplificadoras	29
Ecuaciones fluidodinámicas.....	30
Ecuación de conservación del momentum para cada fase	30
Ecuación de conservación de la masa para ambas fases	34
Conservación del volumen y restricción de presión	35
Condiciones de borde y condiciones iniciales	36
CAPÍTULO IV	
EXPERIMENTOS NUMÉRICOS.....	38
Fluidos de trabajo y parámetros físicos.....	38
Geometrías y mallas de cálculo.....	39
Geometrías Estudiadas	39
Configuración de las mallas utilizadas.....	42
Tamaño de las mallas utilizadas.....	43
Simulaciones transitorias	48
Esquemas de interpolación y parámetros numéricos	50
Esquemas de interpolación de términos advectivos y temporales	50
Parámetros numéricos	51
Software utilizados y recurso computacional empleado.....	52

CAPÍTULO V	
ANÁLISIS DE RESULTADOS	54
Velocidad de flujo de la burbuja de Taylor.....	54
Forma de la burbuja	58
Campo de velocidad del líquido.....	68
Distribución de presión alrededor de la burbuja	72
Esfuerzo cortante en la pared del conducto.....	75
CAPÍTULO VI	
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	83
Conclusiones	83
Recomendaciones.....	86
BIBLIOGRAFÍA	89

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1- 1 Patrones de flujo bifásico en conducto verticales.....	10
Fig. 1- 2 Esquema del problema de Taylor-Dumitrescu (Clanet et al., 2004)	11
Fig. 1- 3 Zonas características de una Burbuja de Taylor (Liao y Zhao, 2003).....	16
Fig. 2- 1 Elementos y volumen de control de una malla de cómputo (ANSYS® CFX-Solver™: Theory, 2005)	22
Fig. 2- 2 Mallas de cómputo.	23
Fig. 2- 3 Sub-volúmenes de control de una malla de cálculo (Maliska, 2004).....	26
Fig. 2- 4 Coordenadas locales a un elemento (Maliska, 2004).....	27
Fig. 3- 1 Dominio de solución del modelo matemático planteado	36
Fig. 4- 1 Secciones transversales de los conductos estudiados.....	40
Fig. 4- 2 Circunferencias generatrices del pseudoastroide.....	40
Fig. 4- 3 Mallas tipo empleadas en el estudio.....	43
Fig. 4- 4 Estudio de sensibilidad de la malla de referencia en la dirección longitudinal	45
Fig. 4- 5 Estudio de sensibilidad de la malla de referencia en la dirección transversal	46
Fig. 5- 1 Velocidad de flujo de la burbuja vs. diámetro hidráulico. Conductos cuadrados y triangulares.....	55
Fig. 5- 2 Velocidad de flujo de la burbuja vs. diámetro hidráulico. Todas las geometrías estudiadas.....	56
Fig. 5- 3 Comparación entre interfases definidas a distinto valor de fracción volumétrica del aire.....	59
Fig. 5- 4 Burbuja ascendiendo en conducto de sección cuadrada de 1.5 mm de diámetro hidráulico.	60
Fig. 5- 5 Burbuja ascendiendo en conducto de sección triangular de 1.5 mm de diámetro hidráulico.	61

Fig. 5- 6 Perfil de la burbuja en el plano diagonal de un conducto de sección cuadrada	62
Fig. 5- 7 Perfil de la burbuja en el plano diagonal de un conducto de sección triangular	62
Fig. 5- 8 Perfil de la burbuja en el plano diagonal de un conducto de sección astroidal	63
Fig. 5- 9 Perfil de la burbuja en el plano diagonal de un conducto de sección pseudoastroidal.....	63
Fig. 5- 10 Burbuja ascendiendo en un conducto de sección astroidal de 1mm de diámetro hidráulico.	65
Fig. 5- 11 Burbuja ascendiendo en un conducto de sección astroidal de 1.5 mm de diámetro hidráulico.	66
Fig. 5- 12 Burbuja ascendiendo en un conducto de sección pseudoastroidal de 1.0 mm de diámetro hidráulico, con interfase definida a fracción volumétrica de gas igual a: a) 0.5. b) 0.1	67
Fig. 5- 13 Campo de velocidad del líquido en un plano diagonal de un conducto de sección cuadrada de 1.5 mm de diámetro hidráulico.	68
Fig. 5- 14 Campo de velocidad del líquido en un plano diagonal de un conducto de sección cuadrada de 1.0 mm de diámetro hidráulico.	70
Fig. 5- 15 Campo de velocidad del líquido en el plano transversal a la entrada de la zona de película uniforme.	71
Fig. 5- 16 Distribución de presión estática en el plano diagonal alrededor de una burbuja ascendiendo en un conducto triangular de 1.5 mm de diámetro hidráulico...	72
Fig. 5- 17 Distribución de presión dinámica en el plano diagonal alrededor de una burbuja ascendiendo en un conducto triangular de 1.5 mm de diámetro hidráulico...	73
Fig. 5- 18 Distribución de presión total en el plano diagonal alrededor de una burbuja ascendiendo en un conducto triangular de 1.5 mm de diámetro hidráulico.....	74
Fig. 5- 19 Distribución de esfuerzo cortante longitudinal sobre la sección media de un conducto de sección cuadrada.....	76

Fig. 5- 20 Distribución de esfuerzo cortante longitudinal sobre la sección media de un conducto de sección cuadrada.....	78
Fig. 5- 21 Distribución de esfuerzo cortante transversal sobre la esquina de un conducto de sección cuadrada.....	79
Fig. 5- 22 Distribución de esfuerzo cortante transversal sobre la esquina de un conducto de sección triangular.....	80
Fig. 5- 23 Distribución de esfuerzo cortante transversal sobre la esquina de un conducto de sección astroidal.....	81
Fig. 5- 24 Distribución de esfuerzo cortante transversal sobre la esquina de un conducto de sección pseudoastroidal	82

LISTA DE TABLAS

Tabla 2- 1 Términos a sustituir en la forma general de la ecuación conservación	21
Tabla 4- 1 Propiedades físicas de los fluidos de trabajo	38
Tabla 4- 2 Diámetro hidráulico y longitud característicade las secciones transversales estudiadas	41
Tabla 4- 4 Longitud de los ejes principales del hemiesferoide inicial y volumen de gas empleado para cada geometría estudiada.....	49
Tabla 5- 1 Velocidad de flujo de la burbuja Fr y Ca , para todos los casos estudiados	57
Tabla 5- 2 Área transversal total, área transversal de flujo y flujo másico para todos los casos estudiados	58
Tabla 5- 3 Diferencia de presión entre la cola y la nariz de la burbuja para todos los casos estudiados	75

LISTA DE SIMBOLOS

Símbolos Latinos:

A: área

B: fuerzas volumétricas

Ca : número de capilaridad

C_D : coeficiente de arrastre

C_p : calor específico a presión constante

d: mitad de la longitud de la diagonal de conductos no circulares

D: diámetro del conducto circular

Edl: número de elementos en la dirección longitudinal

Edt: número de elementos en la dirección transversal

$Eö$: número de Eötvös

Fr : número de Froude

g: aceleración de gravedad

\dot{m} : flujo másico

M : fuerzas interfaciales

\mathbf{n} : vector normal a la interfase

N: función de forma

p: presión

r: radio máximo de la burbuja; fracción volumétrica

R: radio de curvatura de la interfase

S : término fuente

t: tiempo

\mathbf{u} : vector velocidad

u: componente de la velocidad en la dirección x

v: componente de la velocidad en la dirección y

V_b : velocidad de flujo de la burbuja

w: componente de la velocidad en la dirección z

Símbolos griegos:

α : factor de relajación

δ : función delta interfacial

ϕ : propiedad de la ecuación general de conservación

Φ : disipación viscosa

γ : coordenada local al elemento

Γ : coeficiente de difusión de la ecuación general de conservación

η : coordenada local al elemento

κ : curvatura de la interfase

μ : viscosidad dinámica

ρ : densidad

σ : coeficiente de tensión superficial

ξ : coordenada local al elemento

Subíndices:

g: denota la fase gaseosa

l: denota la fase líquida

p: proyectado

pi: punto de integración

x: referente a la dirección x

y: referente a la dirección y

z: referente a la dirección z

INTRODUCCIÓN

El patrón de flujo bifásico de flujo tapón, o de burbuja de Taylor, es un tipo de flujo gas – líquido en conductos verticales, donde se observa la presencia de burbujas alargadas que ocupan casi en su totalidad la sección transversal del conducto. Este patrón de flujo se hace presente en numerosas aplicaciones de ingeniería, como lo es la producción y el transporte de crudo, en donde el flujo ocurre dentro de una tubería. Por esta razón, el aspecto fluidodinámico de este tipo de flujo, ha sido extensamente estudiado experimental, analítica y numéricamente, para el caso de conductos de sección circular, en un amplio rango de diámetros de la tubería.

Otra aplicación común del flujo de burbuja de Taylor, se encuentra en procesos que involucran transferencia de calor o transferencia de masa, donde es utilizado como elemento controlador de temperatura o como asistente de mezcla, dadas las distribuciones de velocidad y de esfuerzo cortante que se hacen presentes en la fase líquida.

Esta aplicación se ha llevado a escalas tan pequeñas (por ejemplo la refrigeración de componentes electrónicos) que no es posible el empleo de conductos de sección circular, puesto que se imposibilita la ocurrencia del flujo. Este hecho ha impulsado el estudio de flujo tapón en conductos de sección no circular, en donde se ha demostrado experimentalmente que el flujo ocurre en conductos de diámetro hidráulico en el orden de milímetros, pudiéndose catalogar como mini-conductos. Numerosos investigadores enfocan sus esfuerzos a aplicar los resultados obtenidos para estos casos, en el estudio de flujo bifásico en medios porosos, por ejemplo a nivel de yacimientos donde es frecuente encontrar flujo bifásico gas-crudo o gas-agua.

El desarrollo de mejores algoritmos de solución y de esquemas de interpolación más eficaces, aunado a los avances en materia de cómputo intensivo, ha hecho que las simulaciones numéricas enmarcadas en la dinámica de fluidos y transferencia de calor computacional (CFD&HT), y ampliamente validadas para flujo monofásico, se conviertan en una alternativa cada vez más confiable para el estudio de flujo bifásico. En este sentido, en la Unidad Docente y de Investigación de Transferencia de Calor de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la UCV, desde hace más de una década, se desarrolla una línea de investigación cuyo propósito es formular modelos matemáticos y resolverlos con el método de volúmenes finitos para aplicarlos en simulaciones numéricas del fenómeno de convección bifásica.

Para realizar un estudio de convección se requiere de un análisis del flujo en el sistema y así poder determinar la distribución de la propiedad transferida. Por esta razón, el presente trabajo tuvo como objetivo general el de realiza un estudio numérico del comportamiento fluidodinámico de una burbuja de Taylor ascendiendo en mini-conductos verticales de sección no circular, a fin de permitir a la línea de investigación antes mencionada, poder comprender mejor el fenómeno de flujo bifásico de vapor y de condensado, por ejemplo en la estructura capilar de micro-tubos de calor o en termosifones bifásicos, de igual geometría a las aquí estudiadas.

Lo anterior se logró con la consecución de los siguientes objetivos específicos:

- Revisión bibliográfica sobre los tópicos involucrados en el trabajo.
- Diseño conceptual y creación de las geometrías, mediante CAD, de los mini-conductos verticales de sección no circular.
- Generación de las mallas de cálculo para CFD&HT.

- Imposición de las condiciones de contorno y especificación de las propiedades físicas y de los parámetros numéricos.
- Ejecución de las simulaciones numéricas.
- Visualización y análisis de resultados: velocidad de flujo de la burbuja, forma de la interfase gas – líquido, distribución de velocidad del líquido alrededor de la burbuja y distribución de esfuerzo cortante en la pared de la esquina del conducto.

Las geometrías de la sección transversal de los conductos estudiadas corresponden a un cuadrado y a un triángulo equilátero, por disponerse en la literatura de data experimental, necesaria para validar los resultados; y a un astroide de cuatro puntas y a un pseudoastroide, por tratarse de estructuras capilares típicas en microtubos de calor.

El modelo matemático resuelto en este trabajo consiste en uno Euleriano-Euleriano, heterogéneo y de superficie libre, que incluye las ecuaciones de conservación de *momentum* y de conservación de la masa para cada fase, y de fracción volumétrica para la interfase; en contraposición al método de volumen de fluido (VOF), usualmente empleado en simulaciones similares, el cual permite incorporar un algoritmo de reconstrucción geométrica de la interfase al procedimiento de solución.

Las simulaciones se realizaron empleando una variante del método de volúmenes finitos tradicional, la cual aprovecha la versatilidad de las mallas desestructuradas y discretiza los gradientes de las propiedades de manera similar a como lo hace el método de elementos finitos, de allí su nombre: método de volúmenes finitos basado en elementos.

El primer capítulo de este trabajo presenta una introducción al flujo bifásico, destacando los distintos enfoques bajo los cuales puede ser estudiado. Seguidamente se plantea el problema de Taylor – Dumitrescu, punto de partida de esta investigación, y se exponen los fundamentos teóricos del flujo de burbuja de Taylor, comparándose el comportamiento del fenómeno entre conductos de diámetros hidráulicos grandes y pequeños, y entre conductos de sección circular y no circular, a partir de los modelos existentes para cada caso.

En el segundo capítulo se exponen las ideas básicas para comprender el método de volúmenes finitos y la diferencia con su variante basada en elementos. En el capítulo número tres se formula detalladamente el modelo matemático y se presentan las condiciones de contorno impuestas, necesarias para resolverlo.

El capítulo número cuatro contiene información referente a los experimentos numéricos llevados a cabo. Se inicia con la presentación de las propiedades físicas de los fluidos empleados, siguiendo con las geometrías de los conductos y mallas de cálculo, y con los valores iniciales que se asignaron a las variables, para finalizar con los esquemas de interpolación y el recurso computacional, *software* y *hardware*, utilizados.

En el quinto capítulo se presentan y analizan los resultados de los experimentos numéricos. Se reporta la velocidad de ascenso de la burbuja, la forma de la interfase y la distribución de velocidad y esfuerzo de corte en la pared, para todos los casos estudiados. El capítulo número seis muestra las conclusiones de la investigación y las recomendaciones para investigaciones futuras.

CAPÍTULO I

FLUJO BIFÁSICO Y BURBUJAS DE TAYLOR

Flujo bifásico

El flujo bifásico puede definirse como la corriente de dos sustancias distintas e inmiscibles, o de dos fases de una misma sustancia, en ambos casos al menos una fluida, y separadas por una superficie de interfase (Segura, 1998). El primer caso es denominado flujo bifásico bicomponente, mientras que el segundo es denominado flujo bifásico monocomponente. Ambas fases pueden ser continuas, o una continua y la otra dispersa.

El flujo bifásico gas-líquido ocurre con frecuencia en numerosas aplicaciones industriales, por lo que su estudio ha tenido gran auge desde la década de los años cincuenta del siglo pasado. El presente trabajo hace énfasis en este tipo de flujo bifásico.

En flujo bifásico, al igual que en flujo monofásico, es de interés práctico determinar el campo de velocidad y de presión en el sistema, pero en este caso para cada fase. El término patrón de flujo bifásico se refiere a la distribución geométrica de las fases en el conducto dentro del cual ocurre el flujo (Shoham, 1998). El comportamiento de numerosos procesos industriales depende de la configuración espacial de las fases, por lo que se hace necesario determinar, además, el campo de fracción volumétrica.

Si resolver analíticamente las ecuaciones del modelo matemático para el caso de flujo monofásico es complejo, para flujo bifásico es prácticamente imposible, ya que se agrega la dificultad de resolver las ecuaciones para cada fase, imponiendo las

correspondientes condiciones en la interfaz.. Es por ello que la determinación de los campos de propiedades en flujo bifásico ha sido abordada desde diferentes enfoques, teniendo cada uno ventajas y desventajas, dependiendo del fenómeno a estudiar. Los principales enfoques serán descritos a continuación.

Enfoque experimental

La finalidad de este enfoque es obtener una solución universal para fenómenos que, bajo condiciones diferentes, presentan similitud geométrica, cinemática, dinámica y térmica. Esto es logrado mediante la obtención de fórmulas de correlación a partir de datos experimentales.

Para que las correlaciones empíricas puedan ser empleadas universalmente, es necesario que estén fundamentadas en un análisis dimensional, de lo contrario sólo pueden ser aplicadas en el rango dentro del cual los experimentos fueron realizados. De aquí la gran desventaja del enfoque experimental, ya que el flujo bifásico es caracterizado por un gran número de variables, casi el doble que el flujo monofásico, lo que equivale a un gran número de grupos adimensionales y por ende a un gran número de experimentos a fin de cubrir un amplio rango de aplicabilidad (Shoham, 1998).

Modelado

En este enfoque se desarrolla un modelo físico-matemático a fin de describir el fenómeno de la manera más real posible. El planteamiento físico se expresa matemáticamente, obteniéndose una herramienta con propósitos de evaluar o diseñar. El modelado se apoya en experimentos para validar y mejorar los modelos planteados.

Mientras menos simplificado sea el planteamiento físico, más precisa será la descripción del fenómeno y de poder aplicarse de manera general a cualquier fenómeno, pero su implementación será también más costosa, en términos de tiempo

y esfuerzo. Bajo esta premisa, el modelado puede clasificarse bajo los siguientes enfoques principales:

Modelo homogéneo

El modelo homogéneo para flujo bifásico, considera un campo común de flujo, compartido por ambas fases. El flujo es considerado como uno pseudo-monofásico que representa un comportamiento promedio del flujo bifásico. Este planteamiento permite resolver solo un conjunto de ecuaciones, con campos de velocidad y presión compartidos, y propiedades de mezcla. Sin embargo la principal limitante de este modelo sigue siendo la imposibilidad de diferenciar los campos de propiedades de cada fase (ANSYS® CFX-Solver™: Theory, 2005).

Modelo heterogéneo o de dos fluidos

El modelo heterogéneo o de dos fluidos trata a las fases por separado, mediante la solución de las ecuaciones de conservación, para cada una de ellas, promediadas en el espacio y en el tiempo. La principal ventaja de este modelo es la posibilidad de determinar los distintos campos de propiedades para cada fluido de forma individual, teniéndose información más completa del flujo que la obtenida mediante el modelo homogéneo. La gran desventaja del modelo radica en la necesidad de contar con ecuaciones constitutivas para modelar las fuerzas interfaciales que aparecen en las ecuaciones de conservación promediadas (Larreteguy, 2006).

Enfoque mecanicista

El enfoque mecanicista parte del principio de que la forma de la interfaz depende de las fuerzas actuantes sobre ella. Este planteamiento permite simplificar las ecuaciones de conservación en base a la influencia (significativa o despreciable) que tienen las fuerzas interfaciales.

La aplicación del enfoque mecanicista ha permitido la elaboración de mapas empíricos de patrones de flujo bifásico, conocidos ciertos parámetros, tales como flujo másico y velocidad superficial de las fases. Sin embargo, dichos mapas sólo pueden utilizarse con confianza en condiciones aproximadas a aquellas bajo las cuales fueron obtenidos, limitándose la aplicación del enfoque en mayor medida, comparado con los modelos homogéneo y heterogéneo (Alarcón, 1998).

Patrones de flujo bifásico en conductos verticales

Cuando gas y líquido fluyen simultáneamente en un conducto, las dos fases pueden distribuirse en una variedad de patrones de flujo. La determinación de estos patrones es el problema principal en un análisis de flujo bifásico, y para ello se han desarrollado los distintos enfoques y modelos expuestos en la sección anterior.

Los distintos patrones de flujo bifásico han sido detallados de diversas maneras, dependiendo del autor, ya que por lo general, los patrones de flujo son determinados subjetivamente, mediante percepción visual. Una aceptable clasificación de patrones de flujo en conductos verticales fue propuesta por Hewitt y Hall-Taylor (1970) (citado en Shoam, 1998), y se presenta a continuación.

Flujo burbuja (bubble flow)

La fase gaseosa se encuentra dispersa en pequeñas burbujas discretas, en una fase líquida continua. En este patrón de flujo, la distribución de fases es aproximadamente homogénea en la sección transversal del conducto. El flujo burbuja se divide en flujo burbujeante (*bubbly flow*) y en flujo burbuja dispersa (*dispersed bubble flow*), ambos diferenciados en el mecanismo de flujo (Fig. 1- 1a).

El flujo burbujeante ocurre a flujos máxicos de líquido relativamente bajos, y se caracteriza por la existencia de resbalamiento entre las dos fases. El flujo burbuja dispersa ocurre a flujos máxicos de líquido relativamente altos, por lo que la fase líquida arrastra a las burbujas de gas, evitando deslizamiento entre fases.

Flujo tapón (slug flow)

En este patrón de flujo, la mayor parte de la fase gaseosa se concentra en una burbuja alargada, con forma de bala, denominada burbuja de Taylor, ocupando casi en su totalidad la sección transversal del conducto. El flujo consiste en burbujas de Taylor alternadas con tapones de líquido. Una película delgada fluye descendentemente entre la burbuja de Taylor y la pared del conducto, penetrando en el tapón de líquido y creando una zona de mezcla caracterizada por la presencia de pequeñas burbujas dispersas de gas (Fig. 1- 1b).

Flujo agitado (churn flow)

El flujo agitado es similar al flujo tapón, sin embargo luce más caótico. Las burbujas de Taylor comienzan a estrecharse y su forma de bala se distorsiona. La uniformidad de la fase líquida, entre burbujas de Taylor sucesivas, es alterada por una alta concentración local de gas, ocasionando que el tapón de líquido descienda. El

líquido descendente se acumula y nuevamente asciende arrastrado por el gas (Fig. 1-1c).

Flujo anular (annular flow)

La fase gaseosa fluye a gran velocidad, en la región central del conducto, pudiendo contener gotas de líquido. La fase líquida fluye a menor velocidad, en forma de película delgada, alrededor de la pared del conducto. La interfase presenta un marcado comportamiento ondulatorio, producto de los esfuerzos cortantes elevados (Fig. 1-1d).

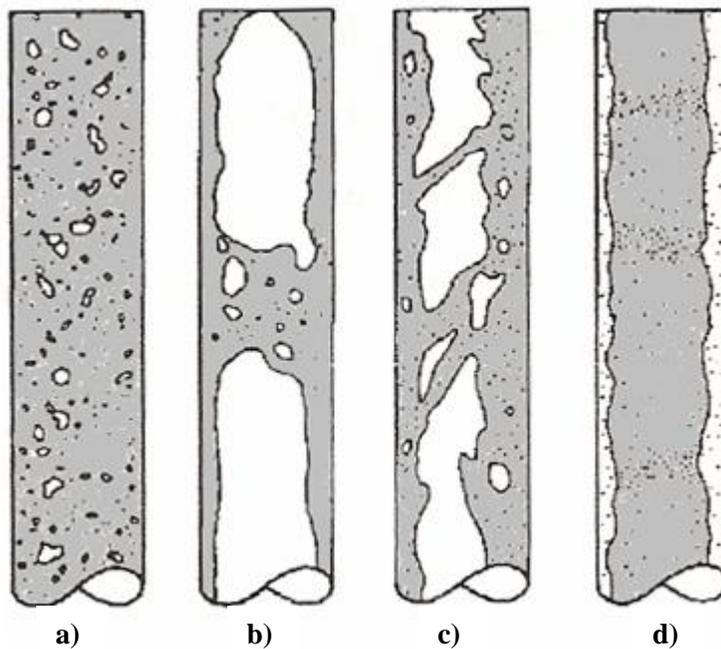


Fig. 1- 1 Patrones de flujo bifásico en conducto verticales.

a) Flujo burbuja. b) Flujo tapón.

c) Flujo agitado. d) Flujo anular (Segura, 1998)

Problema de Taylor-Dumitrescu

El patrón de flujo de burbuja de Taylor (*Taylor bubble flow ó slug flow*) es un tipo de patrón de flujo bifásico en conductos verticales, caracterizado por la

existencia de burbujas alargadas que ocupan, casi en su totalidad, la sección transversal del conducto y poseen una extensión de muchas veces el diámetro hidráulico del mismo (Liao y Zhao, 2003).

Las burbujas de Taylor-Dumitrescu deben su nombre a los trabajos publicados por Dumitrescu (1943) y por Davies y Taylor (1950). Estos estudios consideraron la propagación de largas burbujas de aire en tuberías verticales de sección circular, llenas de un líquido de baja viscosidad (Clanet *et al.*, 2004).

Considere una burbuja alargada de gas ascendiendo a velocidad constante dentro de un conducto vertical de sección transversal arbitraria, lleno de un líquido caracterizado por su densidad, viscosidad cinemática y tensión superficial (Fig. 1- 2). El problema de Taylor-Dumitrescu consiste en determinar la relación entre la velocidad de ascenso de la burbuja y la geometría de la sección transversal del conducto, conocidas las propiedades del líquido (Clanet *et al.*, 2004).

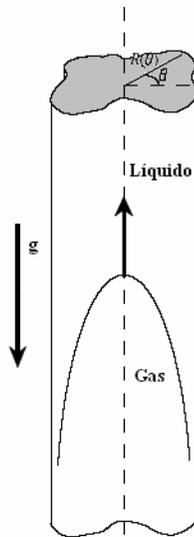


Fig. 1- 2 Esquema del problema de Taylor-Dumitrescu (Clanet et al., 2004)

Es de uso extendido en la literatura el nombre de burbuja de Taylor para referirse a este fenómeno, denominación adoptada, a partir de esta sección, en el presente trabajo.

Influencia de la pared en la forma de la burbuja

Debido a que el fenómeno de interés es flujo interno y además la superficie de la burbuja se encuentra muy próxima a la pared del conducto, es importante resaltar la influencia de esta condición en la forma de la burbuja.

Si una burbuja asciende en un medio líquido infinito, de manera que el efecto de la pared sea despreciable, y el número de Reynolds es suficientemente bajo, mantendrá una forma esférica (Clift *et al.*, 1978), definida mediante la ecuación de Young-Lapalce, expresada como:

$$p_g - p_l = \sigma \left(\frac{1}{R} \right) \quad (1.1)$$

El efecto de la pared consiste en modificar las condiciones de borde para las ecuaciones gobernantes en la fase líquida, lo que ocasiona cambios en la transferencia de *momentum* interfacial (Clift *et al.*, 1978), alejando a la burbuja de su forma esférica.

La fuerza interfacial total puede ser formulada considerando diferentes sub-fuerzas que afectan la interfaz entre ambas fases (Yeoh y Tu, 2006). Esta fuerza viene dada por:

$$F_{lg} = F_{lg}^{arrastre} + F_{lg}^{virtual} + F_{lg}^{sustentación} + F_{lg}^{lubricación} + F_{lg}^{dispersión} + \dots \quad (1.2)$$

Una descripción detallada de las fuerzas interfaciales se encuentra en Yeoh y Tu (2006) y en Ansys® CFX-Solver: Theory (2005). De particular interés es la fuerza de lubricación, la cual actúa en la dirección normal a la pared y decrece con la distancia a la misma, de manera que para el caso de la burbuja en el medio infinito, esta fuerza se anula.

Cuando el medio deja de ser infinito, porque las paredes están más cerca de la burbuja estableciendo flujo interno, la fuerza de lubricación actúa, teniendo una componente en la dirección normal a la interfaz y en el sentido líquido-gas, aumentando la presión sobre la misma en el lado de la fase líquida.

De acuerdo a la ec.1.1, al aumentar la presión del lado de la fase líquida, la diferencia de presiones a ambos lados de la interfaz disminuye, lo que corresponde a un aumento en el radio de curvatura, siempre que el coeficiente de tensión superficial se considere constante, a fin de mantener el equilibrio de fuerzas interfaciales. La burbuja pierde su forma esférica y tiende a alargarse.

Características de las burbujas de Taylor. Sección transversal circular vs. sección transversal no circular

Influencia de las dimensiones del conducto en el ascenso de burbujas de Taylor en líquido estancado

Considere una burbuja en el fondo de un conducto lleno de líquido estancado. Si la burbuja se encuentra en reposo, las fuerzas actuantes sobre ella están en equilibrio. Para que la burbuja ascienda, es necesario que aumente la fuerza de flotación, condición que se logra aumentando el volumen de la burbuja.

Estudios experimentales demuestran que en conductos circulares con diámetros menores o iguales a 2.58 mm., la burbuja llega a ocupar la totalidad de la sección transversal del conducto antes de ascender, interrumpiendo la continuidad de la fase líquida y por ende no existe fuerza de flotación. La burbuja no asciende, formándose un tapón de gas en el líquido (Bi y Zhao, 2001).

Estos mismos estudios revelan que una burbuja asciende en conductos de sección transversal en forma de triángulo equilátero, con longitud de lado tan pequeña como 1.5 mm. (equivalente a 0.866 mm. de diámetro hidráulico). Este comportamiento es atribuido al hecho de que en las esquinas de la sección transversal del conducto siempre estuvo presente la fase líquida, debido a la acción de la fuerza capilar. Como la continuidad del líquido se mantuvo, la fuerza de flotación actuó para asistir el ascenso de la burbuja (Bi y Zhao, 2001).

Velocidad de flujo (drift velocity)

Una vez que la burbuja de Taylor inicia su ascenso, llega un momento en el cual las fuerzas actuantes sobre ella se equilibran, la forma de la burbuja alcanza un estado permanente y el ascenso transcurre a una velocidad constante, llamada velocidad de flujo.

Para conductos de sección transversal circular de gran diámetro lleno de un líquido de baja viscosidad, la ecuación que rige la velocidad de flujo de la burbuja de Taylor es basada en la teoría de flujo potencial (Wallis, 1969) y viene dada por:

$$V_b = 0.35\sqrt{gD} \quad (1.3)$$

Para conductos de sección transversal circular de diámetro pequeño, la ecuación anterior no debe ser aplicada debido a que el efecto de la tensión superficial pasa a ser relativamente importante. Tung y Parlante (1976) obtuvieron la siguiente

ecuación para determinar la velocidad de flujo en conductos circulares de diámetro pequeño:

$$V_b^2 / gD = 0.272 - 0.472 \sigma / \rho_l gD^2 \quad (1.4)$$

Experimentalmente se comprobó que la ec. 1.4 no es aplicable en la determinación de la velocidad de flujo en mini conductos de sección no circular (Bi y Zhao, 2001).

Wallis (1969) determinó que para conductos de sección transversal rectangular $L_1 \times L_2$, si los efectos de la tensión superficial y de viscosidad son despreciables, la velocidad de flujo de la burbuja viene dada por:

$$Fr_{L_1} = \frac{V_b}{\sqrt{gL_1}} \sqrt{\frac{\rho_L}{\Delta\rho}} \quad (1.5)$$

con $L_2 \leq L_1$, donde Fr_{L_1} es el número de Froude basado en la longitud L_1 .

Forma de la burbuja

Independiente de la forma de la sección transversal del conducto, estudios experimentales muestran que una burbuja alargada ascendiendo verticalmente, presenta una nariz redondeada. El líquido alrededor de la burbuja desciende como una delgada película, y dependiendo del diámetro hidráulico del conducto y de las propiedades del líquido, la cola de la burbuja puede adoptar una forma cóncava o plana (Bi y Zhao, 2001), e incluso, para el caso de secciones circulares (Polonsky *et al.*, 1999), puede presentar oscilaciones altamente dependientes de la longitud de la burbuja.

Para el caso de conductos de sección circular, algunos autores dividen a la burbuja en cinco zonas a lo largo de su longitud: la zona de menisco superior, la zona de menisco inferior, la zona de película uniforme, en medio, y dos zonas de transición (una desde la zona de menisco superior a la zona de película uniforme y otra desde la zona de película uniforme a la zona de menisco inferior) (Bretherton, 1961).

En las zonas de transición el perfil de la burbuja es deformado debido a la acción de fuerzas viscosas. Estas zonas se hacen presentes en burbujas donde su poca longitud evita la suave conexión entre las zonas de los meniscos y la zona de película uniforme, por lo que su efecto disminuye al aumentar la longitud de las burbujas.

Experimentalmente, se ha demostrado que burbujas de Taylor en mini conductos con esquinas afiladas son sustancialmente más alargadas, comparadas con aquellas obtenidas en conductos de sección circular (Bi y Zhao, 2001). Por esta razón, estudios enfocados a burbujas de Taylor en mini conductos de sección no circular, no consideran las zonas de transición y dividen a la burbuja en tres zonas: la zona de menisco superior, la zona de menisco inferior, y la zona de película uniforme (Liao y Zhao, 2003) (Fig. 1- 3).

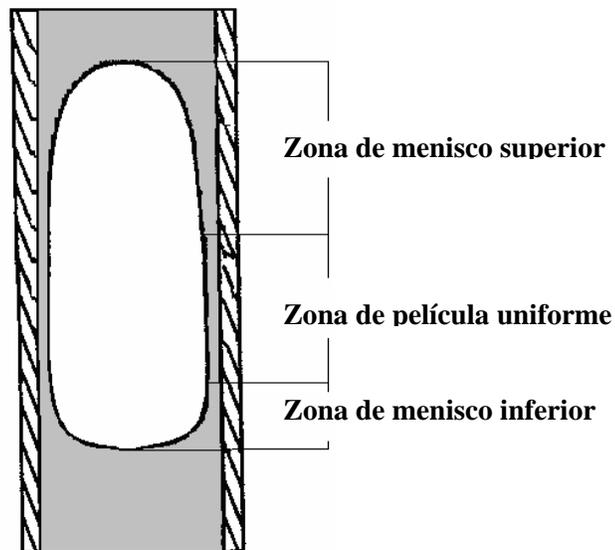


Fig. 1- 3 Zonas características de una Burbuja de Taylor (Liao y Zhao, 2003)

Parámetros adimensionales relacionados al flujo de burbujas de Taylor

Un análisis dimensional (White y Beardmore, 1962; Taha Taha y Cui, 2006) muestra que la velocidad de flujo de la burbuja y el espesor de película uniforme son funciones de la viscosidad y densidad de la fase líquida, de la diferencia de densidad y del coeficiente de tensión superficial entre las fases, y del diámetro hidráulico del conducto. Estas variables pueden agruparse en parámetros adimensionales que caracterizan a flujos de burbujas de Taylor que experimentan condiciones por completo diferentes pero presentan similitud geométrica, cinemática y dinámica.

El número de Eötvös (Eö), también conocido como número de Bond (Bo), muestra la razón de la fuerza de flotación a la fuerza de tensión superficial, y viene expresado por:

$$E\ddot{o} = \frac{g(\rho_L - \rho_G)D_h^2}{\sigma} \quad (1.6)$$

donde D_h es el diámetro hidráulico de la sección transversal del conducto.

La importancia de la viscosidad del líquido en el fenómeno puede juzgarse a partir del número de Morton (Mo). Este parámetro adimensional se expresa como:

$$Mo = \frac{g\mu_L^4(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L\sigma^3} \quad (1.7)$$

White y Beardmore (1962) expresaron la velocidad de flujo de la burbuja en términos del número de Froude (Fr), el cual depende del número de Eötvös y del número de Morton. La expresión para el número de Froude es:

$$Fr = V_b \left[\frac{\rho_L}{(\rho_L - \rho_G)gD_h^2} \right]^{1/2} \quad (1.8)$$

En conductos de sección transversal circular, los efectos de la viscosidad del líquido y de la fuerza de tensión superficial puede despreciarse siempre que se cumpla $Mo \leq 10^{-6}$ y $Eö > 100$; la tensión superficial domina al fenómeno si $Eö < 3.4$, mientras que la viscosidad es predominante cuando $Eö > 70$ y $Fr < 0.05$ (Clift *et al.*, 1978)

En conductos capilares, la fuerza de tensión superficial juega un rol importante en la forma adoptada por la burbuja. La razón de la fuerza viscosa a la fuerza de tensión superficial viene dada por el número de capilaridad (Ca), cuya expresión es:

$$Ca = \frac{\mu_L V_b}{\sigma} \quad (1.9)$$

Para Ca elevados, la burbuja de Taylor en conductos de sección cuadrada es axisimétrica, mientras que al disminuir Ca el radio de curvatura aumenta en la dirección diagonal y la burbuja deja de ser simétrica respecto a la línea central del conducto, encontrándose la transición en $Ca = 0.4$ (Thulasidas *et al.*, 1995).

CAPÍTULO II

MÉTODO DE VOLÚMENES FINITOS. GENERALIDADES

La finalidad de un estudio fluidodinámico es determinar los distintos campos de propiedades que describen al flujo de interés, mediante la solución de las ecuaciones que rigen el fenómeno. En algunos casos, bajo ciertas condiciones de flujo y para geometrías simples, es posible encontrar la solución analítica a las ecuaciones, pero en la mayoría de los casos de interés, encontrar la solución a las ecuaciones por la vía analítica puede llegar a ser complicado e incluso imposible, por lo que se requiere la aplicación de métodos numéricos para resolver las ecuaciones y obtener una solución aproximada.

Enfoque del Método de Volúmenes Finitos

Maliska (2004) señala que todo método que plantee la conservación de propiedades, a nivel de volúmenes de control, para aproximar las ecuaciones a resolver, es un método de volúmenes finitos (FVM).

El primer paso a seguir para implementar el FVM es dividir el dominio físico del fenómeno (considerado continuo en la dinámica de fluidos clásica), en volúmenes (finitos) de control, en los cuales son integradas, respecto al espacio y al tiempo, las ecuaciones de conservación. La integración en cada volumen de control produce un sistema de ecuaciones algebraicas que se resuelve mediante métodos iterativos.

La forma en que se concibe el FVM garantiza siempre la conservación de las propiedades relevantes del flujo en todo el dominio, y hace al método fácil de comprender y programar (Versteeg y Malalasekera, 1995).

Ecuaciones de Conservación

La conservación de las propiedades relevantes de un flujo dentro de un volumen de control puede ser expresada como un balance entre varios procesos que tienden a incrementarlas o disminuirlas.

Las ecuaciones de conservación se pueden escribir de forma diferencial como:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) = \nabla \cdot (\Gamma^\phi \nabla(\phi)) + S^\phi \quad (2.1)$$

donde los términos generales son sustituidos por los términos dados en la Tabla 2-1, dependiendo de la ecuación de conservación de interés.

El primer término del lado izquierdo de la ec. 2.1 representa la variación temporal de la propiedad ϕ dentro del volumen de control. El segundo término representa el balance advectivo de la propiedad ϕ . El primer término del lado derecho representa el balance difusivo, mientras que el último término representa las fuentes que incrementan o los sumideros que disminuyen a la propiedad ϕ .

Maliska (2004) define la forma conservativa, o forma divergente, de una ecuación, como aquella en la cual la ecuación diferencial, al ser integrada una vez, resulta en los flujos de la propiedad a través de la superficie de control, lo que es equivalente al balance de la propiedad dentro del volumen de control. Es por ello que la ec. 2.1 es comúnmente utilizada en la implementación del MVF.

Tabla 2- 1 Términos a sustituir en la forma general de la ecuación conservación

Ecuación de conservación	ϕ	Γ^ϕ	S^ϕ
Masa	1	0	0
Cantidad de movimiento en x	u	μ	$B_x + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{\partial p}{\partial x}$
Cantidad de movimiento en y	v	μ	$B_y + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial y}$
Cantidad de movimiento en z	w	μ	$B_z + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \frac{\partial p}{\partial z}$
Energía	T	$\frac{k}{C_p}$	$\frac{1}{C_p} \frac{Dp}{Dt} + \frac{\mu}{C_p} \Phi$

Malla de cómputo

La aplicación del FVM requiere la discretización espacial del dominio de solución en volúmenes de control finitos, usando una malla de cómputo. Sobre cada superficie de control las ecuaciones de conservación se integran respecto al espacio.

Una variante del FVM es el método de volúmenes finitos basados en elementos (EbFVM), en el que la malla está conformada por elementos que pueden tener forma de triángulos o cuadriláteros, en las mallas de superficies, y forma de tetraedros, pirámides (de base cuadrilátera), prismas (de base triangular) o hexaedros en las mallas de volumen. Por lo general, el centroide de cada volumen de control coinciden con los vértices de los elementos, ubicación de los puntos nodales o nodos, donde se computa el valor de las variables (Maliska, 2004) (Fig. 1- 1).

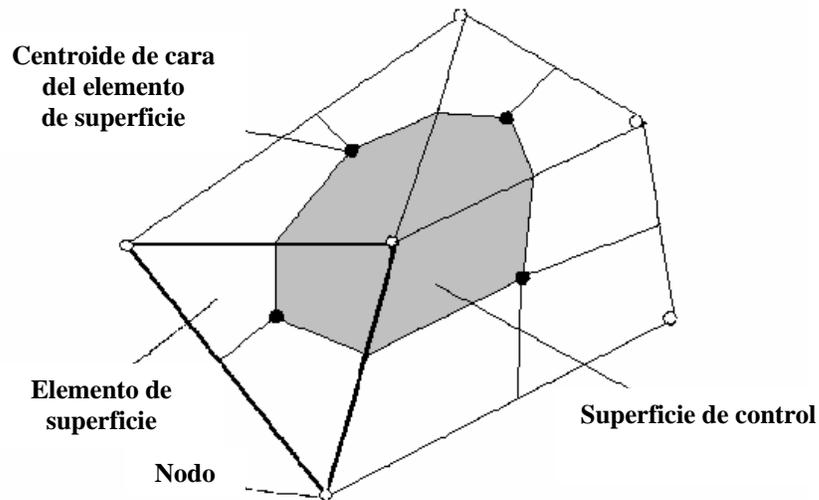


Fig. 2- 1 Elementos y volumen de control de una malla de cómputo (ANSYS® CFX-Solver™: Theory, 2005)

Mallas estructuradas vs. mallas desestructuradas

Una malla es estructurada cuando cada volumen interno tiene siempre el mismo número de vecinos (Maliska, 2004). La estructuración de la malla no solo permite un fácil ordenamiento de los elementos a la hora de la generación, sino también determina la forma de la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones algebraicas, la cual tiene implicación en el alcance de la convergencia del método y en la optimización del tiempo de cómputo.

La estructuración de la malla puede hacerse de manera que las aristas de sus elementos se intercepten en ángulo recto (malla ortogonal), o en ángulos diferentes a 90° . La primera opción permite utilizar funciones de interpolación sencillas para la integración de las ecuaciones de conservación (Maliska, 2004) e incluso integrarlas de forma analítica (Versteeg y Malalasekera, 1995), dada la sencillez geométrica de los volúmenes de control, pero su uso está limitado a geometrías simples. La segunda opción requiere utilizar esquemas de interpolación más complejos para la integración de las ecuaciones de conservación pero su uso, aunque aún limitado, puede ser ampliado a geometrías menos simples (Fig. 1- 2a y 2- 2b).

En el pasado, las mallas estructuradas se requerían porque debían ser escalonadas, una para el cálculo de cada componente de cantidades vectoriales (velocidades) y otra para el cálculo de cantidades escalares (presión), para evitar inconsistencias en el campo de presión (Versteeg y Malalasekera, 1995). Sin embargo, el desarrollo de nuevos esquemas de interpolación y algoritmos de solución de las ecuaciones, han permitido el uso de una única malla para el cálculo de todas las propiedades (Rincón, 1998; Maliska, 2004).

Una malla desestructurada no presenta una secuencia lógica de sus elementos, y es fácil de reconocer por la dificultad de seguir una ruta ordenada de los mismos (Maliska, 2004). Estas mallas presentan gran versatilidad a la hora de adaptarse y discretizar geometrías irregulares, pero tienen la desventaja de requerir esquemas de interpolación más complejos que los utilizados para mallas estructuradas, aumentando el tiempo de cómputo (Fig. 1- 2c).

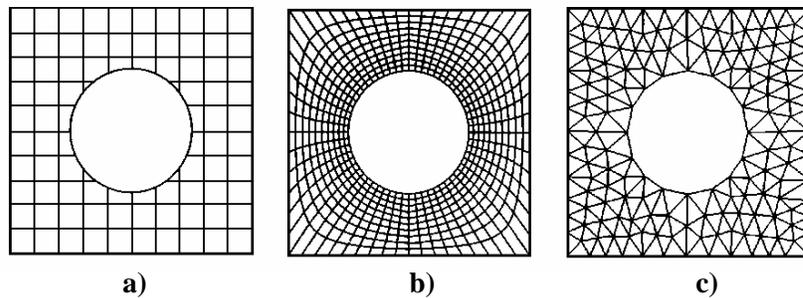


Fig. 2- 2 Mallas de cómputo.
a) Estructurada ortogonal. b) Estructurada no ortogonal.
c) Desestructurada (Maliska, 2004)

Como regla general, es recomendable utilizar mallas estructuradas siempre que la geometría de interés lo permita, y mientras más cercanas sean a las mallas ortogonales, la convergencia del método y el tiempo de cómputo serán óptimos.

Discretización e integración de las ecuaciones

Tradicionalmente, el MVF se ha implementado con el siguiente algoritmo numérico: integrar formalmente las ecuaciones de conservación, en todos los volúmenes de control en los cuales se ha discretizado el dominio; sustituir, en las ecuaciones integradas, funciones de interpolación que relacionan los valores de las propiedades en los nodos con los valores en las superficies de control, y luego resolver el sistema de ecuaciones algebraicas resultante del proceso de discretización anterior (Versteeg y Malalasekera, 1995; Rincón, 1998).

Sin embargo, el planteamiento tradicional obliga a utilizar mallas estructuradas a fin de facilitar el escalonamiento de ellas. Como ya se ha mencionado, el uso de mallas estructuradas presenta limitaciones para la discretización de geometrías complejas, por lo que se ha desarrollado una variante del MVF que aprovecha la versatilidad de las mallas desestructuradas, denominado por Maliska (2004) como método de volúmenes finitos basados en elementos (*Element-based Finite Volume Method – EbFVM*).

Método de volúmenes finitos basados en elementos (EbFVM)

En este método, los volúmenes de control se establecen alrededor de cada nodo, uniendo el centroide del elemento con el punto medio de los bordes del elemento (método de la mediatriz), o juntando las líneas perpendiculares a cada segmento de línea que une los nodos (diagramas de Voronoi). Las ecuaciones de conservación, en forma integral, son resueltas numéricamente en estos volúmenes de control, mediante el empleo de funciones de forma. Este procedimiento es análogo al empleado en el método de elementos finitos, de allí el nombre de esta variante del MVF (Rincón, 1998).

Considere la ecuación de conservación de la variable general ϕ (ec. 2.1), expresada en coordenadas cartesianas como:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\mathbf{u}_j\phi)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma^\phi \frac{\partial\phi}{\partial x_j}) + S^\phi \quad (2.2)$$

donde $j = x, y, z$, representa la dirección en la cual se toma la derivada de las funciones.

La ec. 2.2 se integra sobre un volumen de control, y el teorema de Gauss de la divergencia se aplica para convertir algunas integrales de volumen en integrales de superficie. Si el volumen de control no cambia en el tiempo, la derivada temporal puede escribirse fuera del símbolo integral, y la ecuación se expresa como:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho\phi dV + \int_S \rho\mathbf{u}_j\phi dn_j = \int_S (\Gamma^\phi \frac{\partial(\phi)}{\partial x_j}) dn_j + \int_V S^\phi dV \quad (2.3)$$

En la ec. 2.3 las integrales de superficie representan los flujos de ϕ a través del volumen de control, mientras que las integrales de volumen representan términos fuentes y sumideros. Para resolver numéricamente esta ecuación, es necesario aproximarla mediante funciones discretas.

La Fig. 1- 3 muestra los elementos necesarios para formar un volumen de control centrado en 1. La base de la metodología de discretización consiste en trabajar con los sub-volúmenes de control en lugar de hacerlo directamente con el volumen de control. Este tratamiento individual de cada elemento, permite que la malla sea desestructurada, bastando con conocer la conectividad de los elementos, práctica seguida en el método de elementos finitos (Maliska, 2004).

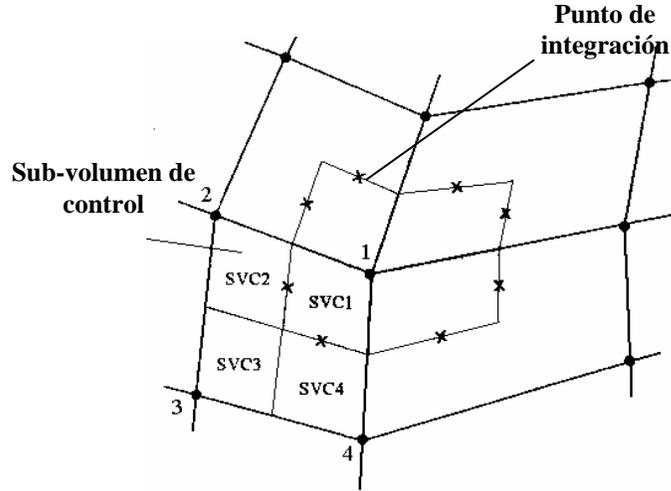


Fig. 2- 3 Sub-volumenes de control de una malla de cálculo (Maliska, 2004)

La forma discretizada de la ec. 2.3 es escrita como:

$$V(\rho^0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi \frac{\partial \rho}{\partial t}) + \sum_{pi} m_{pi} \phi_{pi} = \sum_{pi} (\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \Delta n_j)_{pi} + \bar{S}^\phi V \quad (2.4)$$

donde V es el volumen de control, el subíndice pi denota punto de integración, el superíndice 0 denota el valor de la propiedad en el instante de tiempo anterior y Δn_j es la componente en la dirección j , del vector normal a la superficie del volumen de control, apuntando hacia afuera del mismo. El flujo de masa discreto a través de una superficie del volumen de control, denotado por m_{pi} , viene dado por:

$$m_{pi} = (\rho \mathbf{u}_j \Delta n_j)_{pi} \quad (2.5)$$

Para discretizar totalmente la ecuación de conservación, es necesario aproximar las derivadas respecto al tiempo y los gradientes. El término temporal puede ser aproximado utilizando una formulación explícita o implícita (Versteeg y Malalasekera, 1995).

Para aproximar los gradientes, se utilizan las funciones de forma, que no son más que una transformación de coordenadas globales a coordenadas locales al elemento (Fig. 2- 4), lo que permite dar un tratamiento independiente a cada elemento, sin importar su forma geométrica (Maliska, 2004). La transformación de coordenadas está dada por:

$$x_j(\xi, \eta, \gamma) = \sum_{i=1}^{N_{\text{nodos}}} N_i(\xi, \eta, \gamma) x_{j_i} \quad (2.6)$$

Así, el gradiente de ϕ en la dirección j puede escribirse como:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \Big|_{p_i} = \sum_n \frac{\partial N_n}{\partial x_j} \Big|_{p_i} \phi_n \quad (2.7)$$

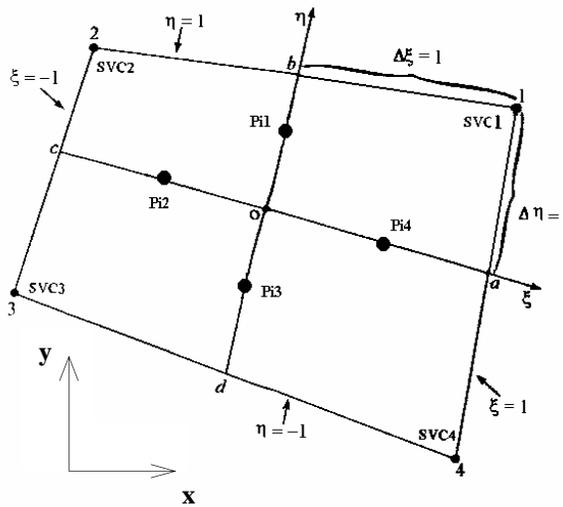


Fig. 2- 4 Coordenadas locales a un elemento (Maliska, 2004)

Las funciones de forma para cada tipo de elemento, utilizadas en el *software* CFX-10.0, pueden encontrarse en ANSYS® CFX-Solver™: Theory (2005).

Este procedimiento es repetido para todos los volúmenes de control en el dominio, resultando en un sistema de ecuaciones algebraicas que es resuelto empleando algún método iterativo.

CAPÍTULO III

MODELO MATEMÁTICO

El conjunto de ecuaciones que describen el comportamiento fluidodinámico de un fenómeno, está constituido por la ecuación de continuidad y la ecuación de *momentum*. Estas ecuaciones contienen términos que dificultan su resolución, ya sea de forma analítica o numérica, por lo que se recurre a modelos matemáticos que describen con bastante precisión al fenómeno sin la necesidad de resolver las ecuaciones de conservación en su forma rigurosa.

En el caso de flujo bifásico, la necesidad de emplear modelos matemáticos se hace imperante, al considerar la complejidad fluidodinámica de la interfase, donde la transferencia de *momentum* entre fases ocurre a escalas de longitud tan pequeñas que no puede ser descrita mediante una discretización del dominio que no dependa de excesivo requerimiento de cómputo, factor que se multiplica si se considera que a nivel de la interfase, cada fase posee su propio campo de presión y velocidad.

El comportamiento de una burbuja de Taylor ascendiendo en líquido estático, contenido en un conducto vertical, es descrito mediante el modelo matemático presentado en este capítulo.

Hipótesis simplificadoras

Para la solución al problema planteado en este trabajo, se implementó un modelo matemático tridimensional para flujo bifásico, sujeto a las siguientes suposiciones:

1. Régimen transitorio.
2. Ambas fases se consideran continuas.
3. Gas y líquido fluidos incompresibles, newtonianos y de propiedades físicas constantes.
4. Flujo laminar en ambas fases.
5. Flujo isotérmico.
6. Se desprecia la transferencia de masa entre fases.
7. Tensión superficial entre fases, constante.
8. Campo gravitatorio actúa en la dirección vertical.

Ecuaciones fluidodinámicas

El comportamiento fluidodinámico del fenómeno es descrito mediante un modelo Euleriano-Eulariano y heterogéneo, constituido por la ecuación de conservación de *momentum* y de conservación de la masa para cada fase, y de la fracción volumétrica para la interfase.

Ecuación de conservación del momentum para cada fase

La ecuación de conservación del *momentum*, para la fase líquida, se expresa matemáticamente como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(r_l \rho_l \mathbf{u}_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (r_l (\rho_l \mathbf{u}_l \otimes \mathbf{u}_l)) = -r_l \nabla p_l + \nabla \cdot (r_l \mu_l (\nabla \mathbf{u}_l + (\nabla \mathbf{u}_l)^T)) \\ + \sum_{i=1}^g (\Gamma_{li}^+ \mathbf{u}_i - \Gamma_{il}^+ \mathbf{u}_l) + \mathbf{S}_l + \mathbf{M}_l \end{aligned} \quad (3.1)$$

El término $\sum_{i=1}^g (\Gamma_{li}^+ \mathbf{u}_i - \Gamma_{il}^+ \mathbf{u}_l)$ de la ec. 3.1, representa la transferencia de *momentum* debido a la transferencia de masa interfacial. Vandu *et al.* (2005), determinaron experimentalmente que, en conductos capilares, la transferencia de

masa (oxígeno) entre la burbuja y la película uniforme de líquido que la rodea, es proporcional a la suma de la velocidad superficial del líquido y del gas. Debido a que el estudio de interés considera el líquido estático, este término puede despreciarse de esta ecuación.

El término \mathbf{S}_l de la ec. 3.1, describe fuentes de *momentum*, debido a la acción de fuerzas volumétricas externas. El ascenso de la burbuja se debe a la diferencia de densidad entre ambas fases, y es asistido por el campo gravitatorio, por lo que el efecto de la fuerza de flotabilidad es incorporado a la ec. 3.1 como un término fuente, descrito mediante el modelo de diferencia de densidad (*Density Difference Model*) (ANSYS® CFX-Solver™: Modelling, 2005), expresado matemáticamente como:

$$\mathbf{F}_l = (\rho_l - \rho_{ref})\mathbf{g} \quad (3.2)$$

donde ρ_{ref} denota una densidad de referencia, correspondiente a la densidad de la fase gaseosa, de manera de excluir la contribución de la presión hidrostática del gas, en la ecuación de *momentum*.

El efecto de la tensión superficial también es incluido en la ec. 3.1 como un término fuente, mediante el modelo de Fuerza Continua en la Superficie (*Continuum Surface Force Model (CSF)*), propuesto por Brackbill *et al.* (1992). Este modelo considera la fuerza debida a la tensión superficial, como un fuerza volumétrica, continua y con efecto tridimensional, a través de la interfase, en lugar de una condición de borde superficial.

Considerando al líquido como fase primaria, la fuerza de tensión superficial es expresada, mediante el modelo CSF, como:

$$\mathbf{F}_{lg} = \mathbf{f}_{lg} \delta_{lg} \quad (3.3)$$

donde:

$$\mathbf{f}_{lg} = -\sigma\kappa_{lg}\mathbf{n}_{lg} + \nabla_s\sigma \quad (3.4)$$

$$\delta_{lg} = |\nabla r_{lg}| \quad (3.5)$$

El vector normal \mathbf{n}_{lg} apunta de la fase primaria a la secundaria, y la curvatura de la interfase es definida como:

$$\kappa_{lg} \equiv \nabla \bullet \mathbf{n}_{lg} \quad (3.6)$$

El primer término del lado derecho de la ec. 3.4, representa la componente normal de la fuerza de tensión superficial, la cual es originada por el efecto de la curvatura. El segundo término del lado derecho representa la componente tangencial de la fuerza de tensión superficial, originada por la variación del coeficiente de tensión superficial, y conocida como efecto Marangoni.

El término δ_{lg} es llamado función delta interfacial, anulándose lejos de la interfase, y asegurando que la fuerza de tensión superficial actúe solo cerca de ésta (ANSYS[®] CFX-Solver[™]: Modelling, 2005).

En este trabajo se considera constante la tensión superficial entre fases, por lo que el efecto Marangoni no se hace presente y la fuerza de tensión superficial es modelada como:

$$\mathbf{f}_{lg} = -\sigma_{lg}\kappa_{lg}\mathbf{n}_{lg} \quad (3.7)$$

Si la presión se considera como fuerza normal por unidad de área, la expresión anterior es la ecuación de Young-Laplace.

El término M_l de la ec. 3.1, describe las fuerzas interfaciales actuantes sobre la fase líquida, debido a la fase gaseosa. El modelo de superficie libre, aplicable si ambas fases son continuas, considera solo el efecto de la fuerza de arrastre en la transferencia de *momentum* interfacial, el cual se expresa como:

$$\mathbf{M}_D = \frac{1}{2} C_D \rho_l A_p |\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_l| (\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_l) \quad (3.8)$$

donde C_D es el coeficiente de arrastre y A_p es el área proyectada por el cuerpo, en la dirección perpendicular al flujo.

Considerando la fase líquida incompresible y de propiedades constantes, la ec. 3.1 finalmente se escribe como:

$$\begin{aligned} \rho_l \frac{\partial(r_l \mathbf{u}_l)}{\partial t} + \rho_l \nabla \cdot (r_l (\mathbf{u}_l \otimes \mathbf{u}_l)) = & -r_l \nabla p_l + \mu_l \nabla \cdot (r_l (\nabla \mathbf{u}_l + (\nabla \mathbf{u}_l)^T)) \\ & + (\rho_l - \rho_g) \mathbf{g} - \sigma (\nabla \cdot \mathbf{n}_{lg}) \mathbf{n}_{lg} \delta_{lg} \\ & + \frac{1}{2} C_D \rho_l A_p |\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_l| (\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_l) \end{aligned} \quad (3.9)$$

La ecuación de *momentum* para la fase gaseosa tiene una forma análoga a la de la fase líquida, considerando que las fuerzas interfaciales y de tensión superficial poseen igual magnitud para ambas fases, pero sentido contrario.

$$\begin{aligned}
\rho_g \frac{\partial(r_g \mathbf{u}_g)}{\partial t} + \rho_g \nabla \bullet (r_g (\mathbf{u}_g \otimes \mathbf{u}_g)) &= -r_g \nabla p_g + \mu_g \nabla \bullet (r_g (\nabla \mathbf{u}_g + (\nabla \mathbf{u}_g)^T)) \\
&\quad - \sigma (\nabla \bullet \mathbf{n}_{gl}) \mathbf{n}_{gl} \delta_{gl} \\
&\quad + \frac{1}{2} C_D \rho_l A_p |\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_l| (\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_g)
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Ecuación de conservación de la masa para ambas fases

La ecuación de conservación de la masa para la fase líquida, se expresa matemáticamente como:

$$\frac{\partial(r_l \rho_l)}{\partial t} + \nabla \bullet (r_l \rho_l \mathbf{u}_l) = \sum_{i=l}^g \Gamma_{li} + \mathbf{S}_{Ml} \tag{3.11}$$

El término $\sum_{i=l}^g \Gamma_{li}$ representa la transferencia de masa de la fase gaseosa a la fase líquida. Este término puede despreciarse de la ec. 3.11 bajo el mismo planteamiento hecho en la ecuación de conservación de *momentum*.

El término \mathbf{S}_{Ml} representa fuentes de masa. La fase líquida y la fase gaseosa consideradas en este trabajo son sustancias no reaccionantes, por lo que este término es nulo.

Finalmente, considerando a la fase líquida como incompresible, la ecuación de conservación de la masa se expresa como:

$$\frac{\partial r_l}{\partial t} + \nabla \bullet (r_l \mathbf{u}_l) = 0 \tag{3.12}$$

La ecuación de conservación de la masa para la fase gaseosa tiene una forma análoga a la de la fase líquida:

$$\frac{\partial r_g}{\partial t} + \nabla \cdot (r_g \mathbf{u}_g) = 0 \quad (3.13)$$

Conservación del volumen y restricción de presión

La ecuación de conservación de *momentum* para cada fase (ec. 3.9 y ec. 3.10) y la ecuación de conservación de la masa para cada fase (ec. 3.12 y ec. 3.13) son suficiente para describir el flujo dentro de su respectiva fase, ya que la fracción volumétrica de la fase en cuestión, tendrá el valor de la unidad, por lo que no constituye una incógnita. Así, para cada fase se tienen cuatro ecuaciones: tres de conservación de *momentum* (una en cada dirección) y la ecuación de conservación de la masa, para resolver cuatro incógnitas: las tres componentes de velocidad y la presión.

Sin embargo, a nivel de la interfase, la fracción volumétrica de cada fase tiene un valor comprendido entre cero y uno, agregándose dos incógnitas, por lo que son necesarias dos ecuaciones adicionales para describir el flujo en esta región.

Una relación faltante, a nivel de la interfase, es suplida por la condición de que la fracción volumétrica total, en cada volumen de control ubicado en la interfase, debe sumar la unidad:

$$\sum_{i=l}^g r_i = 1 \quad (3.14)$$

La otra relación necesaria es constituida por la restricción de presión, que no es más que suponer que ambas fases compartan el campo de presión a nivel de la interfase (ANSYS® CFX-Solver™: Theory, 2005):

$$p_i = p \quad \text{con } i = l, g \quad (3.15)$$

Condiciones de borde y condiciones iniciales

La Fig. 3- 1 muestra, de manera general, el dominio de solución del modelo matemático anteriormente planteado, compuesto por un conducto vertical de sección transversal no circular, cerrado en el fondo y abierto en el tope.

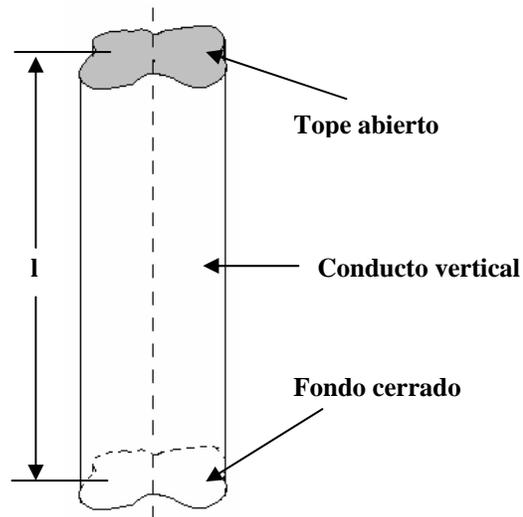


Fig. 3- 1 Dominio de solución del modelo matemático planteado

Para este dominio de solución, las condiciones de borde están dadas por:

$$\mathbf{u}_t|_{pared} = 0 \quad (3.16)$$

$$\mathbf{u}_g \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (3.17)$$

$$p_l(x, y, l) = 0 \quad (3.18)$$

La ec. 3.16 representa la condición de flujo sin deslizamiento entre la fase líquida y la superficie del conducto. La ec. 3.17 significa que no existe flujo de fase gaseosa hacia la fase líquida a través de la interfase, estableciendo la condición de flujo con superficie libre. La ec. 3.18 representa la condición de tope abierto en el conducto, por lo que la presión absoluta en el líquido es la atmosférica, resultando en una presión relativa igual a cero.

Considerando que ambas fases parten del reposo, las condiciones cinemáticas iniciales vienen dadas por:

$$\mathbf{u}_l(x, y, z, 0) = 0 \quad (3.19)$$

$$\mathbf{u}_g(x, y, z, 0) = 0 \quad (3.20)$$

Las condiciones iniciales para la fracción volumétrica de ambas fases, se expresan como:

$$r_g(x, y, z, 0) = r_{og} \quad (3.21)$$

$$r_l(x, y, z, 0) = 1 - r_{og} \quad (3.22)$$

La ec. 3.21 representa una forma inicial prescrita para la fase gaseosa, mientras que la ec. 3.22 representa la condición de conservación de la fracción volumétrica.

CAPÍTULO IV

EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

Fluidos de trabajo y parámetros físicos

En todos los experimentos numéricos se empleó agua como fase líquida, y aire como fase gaseosa, ambos a 25° C. Las propiedades físicas de los fluidos de trabajo se encuentran en la Tabla 4-1.

Tabla 4- 1 Propiedades físicas de los fluidos de trabajo

Densidad del líquido	997 kg/m^3
Densidad del gas	1.185 kg/m^3
Viscosidad dinámica del líquido	889.9x10 ⁻⁶ $Pa.s$
Viscosidad dinámica del gas	183.1x10 ⁻⁷ $Pa.s$
Tensión superficial líquido-gas	0.0718 N/m

La presión de referencia para el sistema se estableció en 1 atmósfera y el valor de la aceleración de gravedad se consideró constante e igual a 9.81 m/s^2 , actuando en la dirección vertical.

Debido a que la transferencia de *momentum* a través de la interfase, se modeló considerando la fuerza de arrastre que ejerce la fase líquida sobre la gaseosa, un coeficiente de arrastre fue requerido para la determinación de dicha fuerza. Este coeficiente es fuertemente dependiente de la geometría del cuerpo sumergido, en este caso, de la burbuja de Taylor.

Kamaranov y Nikolov (1992), determinaron que una esfera liviana, ascendiendo por flotabilidad, presenta un valor medio de $C_D = 0.95$, sin embargo, para el caso de una burbuja de Taylor, es de esperarse un coeficiente de arrastre mucho menor, por tratarse de un cuerpo más esbelto que una esfera.

En el presente trabajo se consideró a la burbuja de Taylor como un cuerpo elipsoidal, obteniéndose un valor aproximado para el coeficiente de arrastre, dependiente de la relación longitud y eje perpendicular a la dirección del flujo (L/d), y del régimen del flujo (White, 2004).

Taha Taha y Cui (2006), reportaron que una burbuja de aire, ascendiendo en líquido estático ($\rho = 971 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 0.971 \text{ Pa.s}$ y $\sigma = 0.0222 \text{ N/m}$) dentro de un conducto de sección cuadrada de 2 mm de diámetro hidráulico, presenta una relación L/d entre 3.6 y 5.7 mm para $0.001 < Ca < 1.35$. Considerando que el coeficiente de arrastre para un elipsoide sumergido en flujo laminar, no varía significativamente para valores de L/d entre 2 ($C_D = 0.27$) y 8 ($C_D = 0.20$) (White, 2004), se seleccionó el valor de $C_D = 0.25$ ($L/d = 4$) para todos los experimentos realizados.

Geometrías y mallas de cálculo

Geometrías Estudiadas

En este trabajo se realizó un estudio del ascenso de una burbuja de Taylor en mini-conductos verticales de sección transversal en forma de triángulo equilátero, cuadrado, pseudoastroide y astroide de cuatro puntas. Los experimentos numéricos llevados a cabo con las secciones triangulares y cuadradas, tuvieron la finalidad de validar las simulaciones con los datos experimentales reportados por Bi y Zhao (2001).

La geometría de cada sección transversal se definió en función de una longitud característica (S), siendo ésta la longitud del lado para el triángulo y para el cuadrado, y la longitud de la diagonal para el astroide y para el pseudoastroide (Fig. 4- 1).

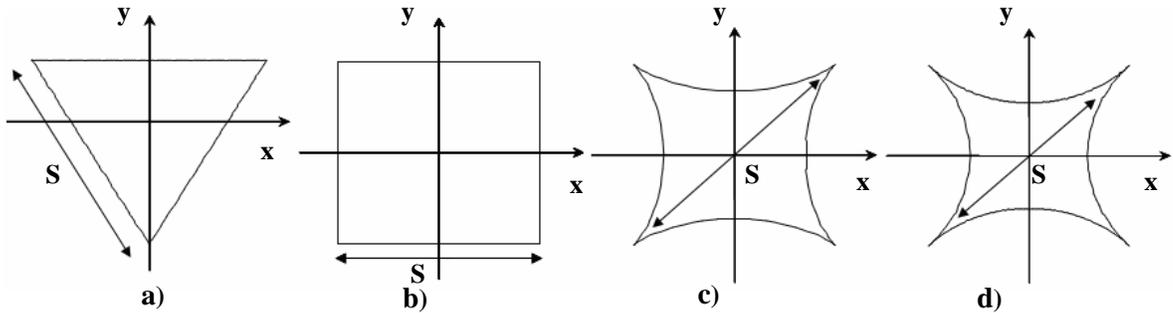


Fig. 4- 1 Secciones transversales de los conductos estudiados.
a) Triangular. b) Cuadrada.
c) Astroidal. d) Pseudoastroidal

El pseudoastroide se definió como la curva cerrada obtenida a partir de cuatro circunferencias dispuestas como se indica en la Fig. 4- 2.

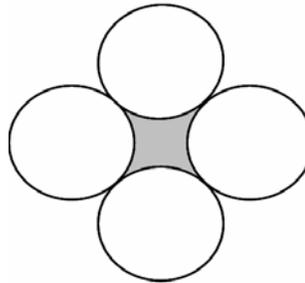


Fig. 4- 2 Circunferencias generatrices del pseudoastroide

La magnitud de la longitud característica de cada geometría, fue seleccionada de tal manera de mantener constante el diámetro hidráulico, variando la forma de la sección transversal, a fin de poder realizar comparaciones directas entre diferentes geometrías.

La Tabla 4-2 muestra el diámetro hidráulico, y la longitud característica correspondiente, de las secciones transversales de los mini-conductos verticales que fueron sujetos a este estudio.

Tabla 4- 2 Diámetro hidráulico y longitud característica de las secciones transversales estudiadas

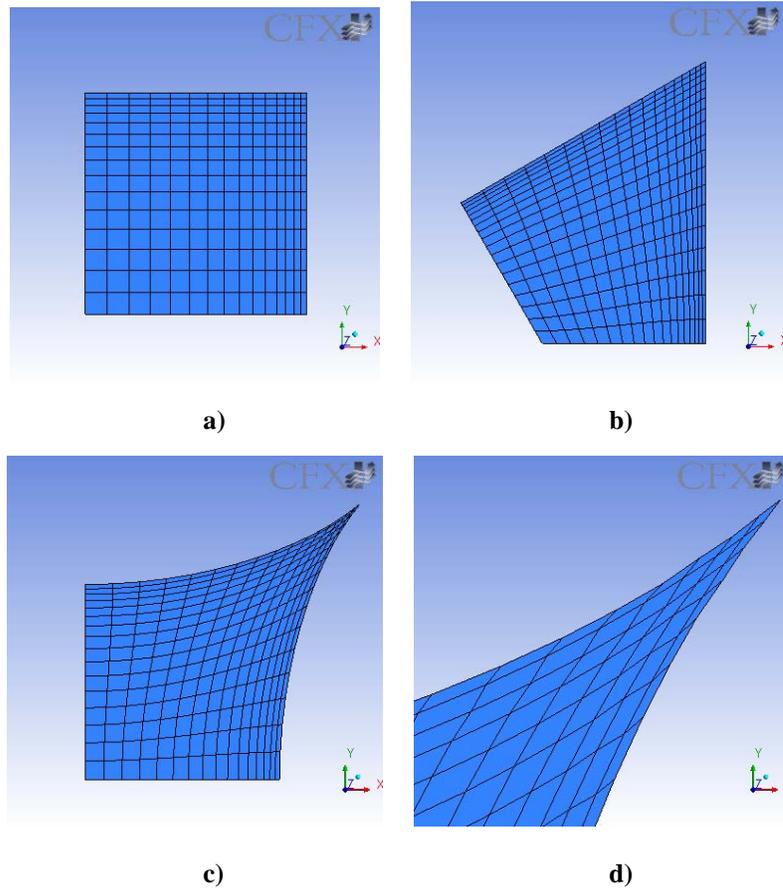
D_h (mm)	Longitud Característica (mm)			
	Triángulo	Cuadrado	Astroide	Pseudoastroide
1.000	1.733	1.000	1.676	7.320
1.500	2.599	1.500	2.520	10.98

Aprovechando la simetría geométrica y fluidodinámica del fenómeno, el dominio de solución fue limitado a una cuarta parte del conducto, para los casos de sección cuadrada, astroidal y pseudoastroidal; y a una tercera parte en el caso de sección triangular. Esta condición de simetría permite disminuir el tiempo de cómputo y aumenta la precisión, ya que el número de elementos que pueden distribuirse en toda la geometría, se distribuyen únicamente en una parte.

Para definir por completo a las geometrías estudiadas, es necesario indicar la longitud de los conductos. Bugg *et al.* (1998) realizaron simulaciones numéricas de burbujas de Taylor ascendiendo en conductos de sección circular, y determinaron que una longitud del conducto igual a ocho veces el diámetro hidráulico del mismo, es suficiente para que la burbuja alcance la velocidad de flujo. En ese sentido, en el presente trabajo se empleó conductos de 30 mm de longitud, 10 mm más que ocho veces el mayor diámetro hidráulico estudiado, demostrando ser suficiente para realizar el estudio de interés.

Configuración de las mallas utilizadas

A pesar que el EbFVM permite emplear mallas desestructuradas, las ventajas que presentan las mallas estructuradas, en cuanto a economía de tiempo de cómputo, llevó a su uso en la discretización de los conductos para todas las secciones transversales estudiadas, dada la relativa simplicidad de las geometrías de interés. En todas las geometrías de estudio, los elementos de las mallas fueron hexaédricos, obteniéndose además, mallas ortogonales para el caso de secciones cuadradas (Fig. 4-3)



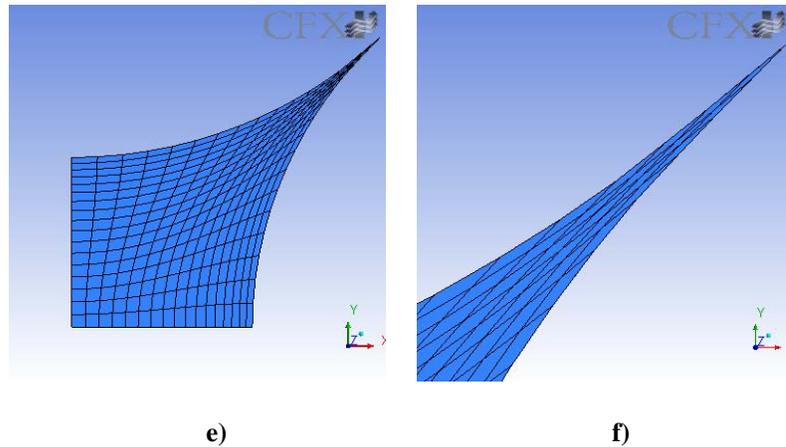


Fig. 4- 3 Mallas tipo empleadas en el estudio.
a) Sección cuadrada. b) Sección triangular. c) Sección astroidal.
d) Detalle sección astroidal. e) Sección pseudoastroidal.
f) Detalle sección pseudoastroidal

Tamaño de las mallas utilizadas

Para la asignación del número de elementos que poseen cada malla, se tomó como referencia la malla empleada para la geometría de sección cuadrada de 1 mm de diámetro hidráulico. Las mallas empleadas para las demás geometrías de diámetro hidráulico similar, fueron realizadas con aproximadamente el mismo tamaño de elementos que la malla de referencia.

Al aumentar el diámetro hidráulico de las secciones, el número de elementos aumenta, en la dirección transversal (Ed_t), en igual proporción que aumenta la longitud característica de la respectiva sección, de manera de conservar aproximadamente el tamaño de elemento empleado en la malla de referencia. El número de elementos en la dirección longitudinal (Ed_l), se mantuvo constante por tratarse de conductos de igual longitud.

Simulaciones preliminares fueron realizadas con la geometría de referencia, variando el número de elementos hasta lograr convergencia del método e independencia de los resultados con respecto a la malla. La variable empleada para el

estudio de sensibilidad fue la velocidad de flujo de la burbuja, simulándose el fenómeno con un paso de tiempo de 5×10^{-4} s.

Por tratarse de un dominio de solución tridimensional, el estudio de sensibilidad de malla fue realizado en la dirección transversal y en la dirección longitudinal. En primer lugar, partiendo de una malla inicial para la geometría de referencia, se aumentó el número de elementos en la dirección longitudinal, hasta lograr la independencia en esa dirección. Posteriormente, se aumentó el número de elementos en la dirección transversal hasta asegurarse también la independencia en esa dirección.

En la Fig. 4- 4 se muestra la relación entre la velocidad de flujo de la burbuja y el número de elementos, variando estos últimos en la dirección longitudinal. Puede observar que la velocidad de flujo de la burbuja disminuye al aumentar el número de elementos en la dirección longitudinal, sin embargo la diferencia entre la velocidad de flujo obtenida empleando la Malla 2 y la obtenida a partir de la Malla 3 es relativamente pequeña tomando en cuenta la diferencia entre el número de elementos en ambas mallas (30000 elementos aproximadamente). Emplear una malla más fina que la Malla 3 mejoraría muy poco el resultado en comparación al esfuerzo computacional necesario para realizar el procesamiento, por lo que se seleccionó 776 divisiones en la dirección longitudinal para las mallas empleadas en todos los casos de estudio.

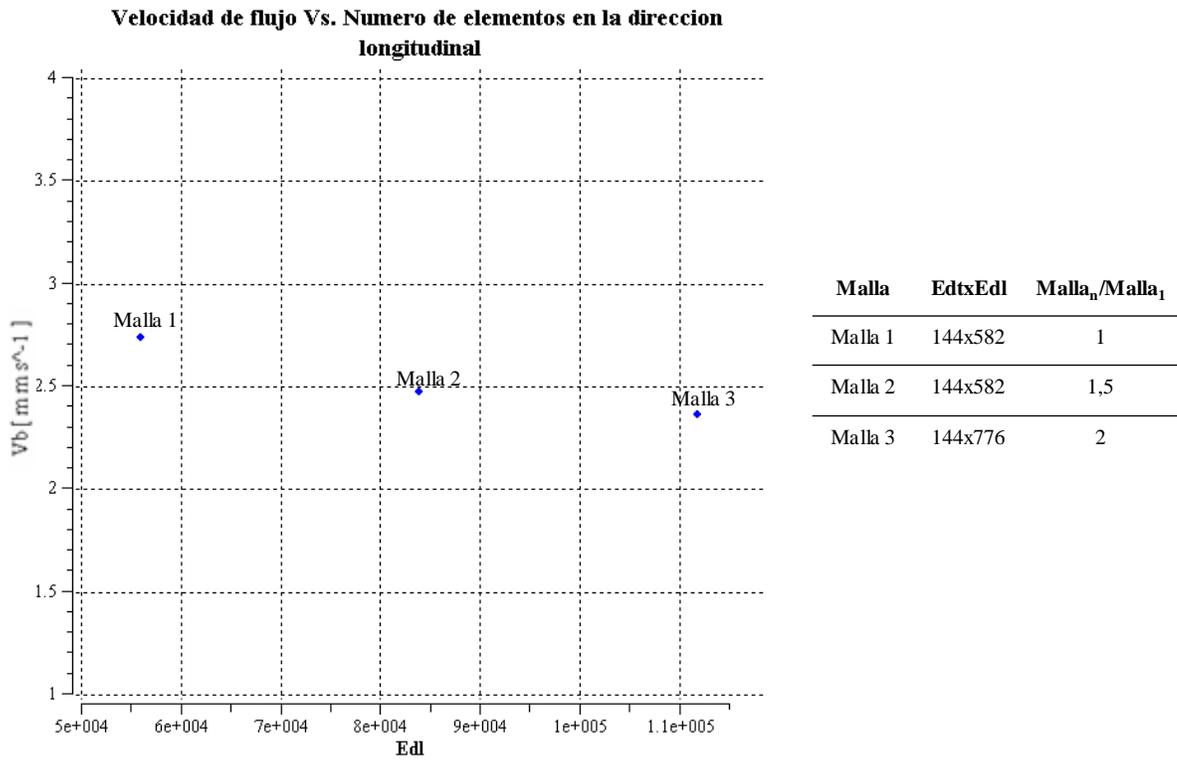


Fig. 4- 4 Estudio de sensibilidad de la malla de referencia en la dirección longitudinal

En la Fig. 4- 5 se observa el estudio de sensibilidad de malla en la dirección transversal, partiéndose de la Malla 3 y aumentándose el número de elementos en la dirección transversal, por un factor de 1.5. La diferencia entre los resultados obtenidos con la Malla 3a y con la Malla 3b es pequeña, considerando la gran diferencia entre el número de elementos de ambas mallas (140000 elementos aproximadamente).

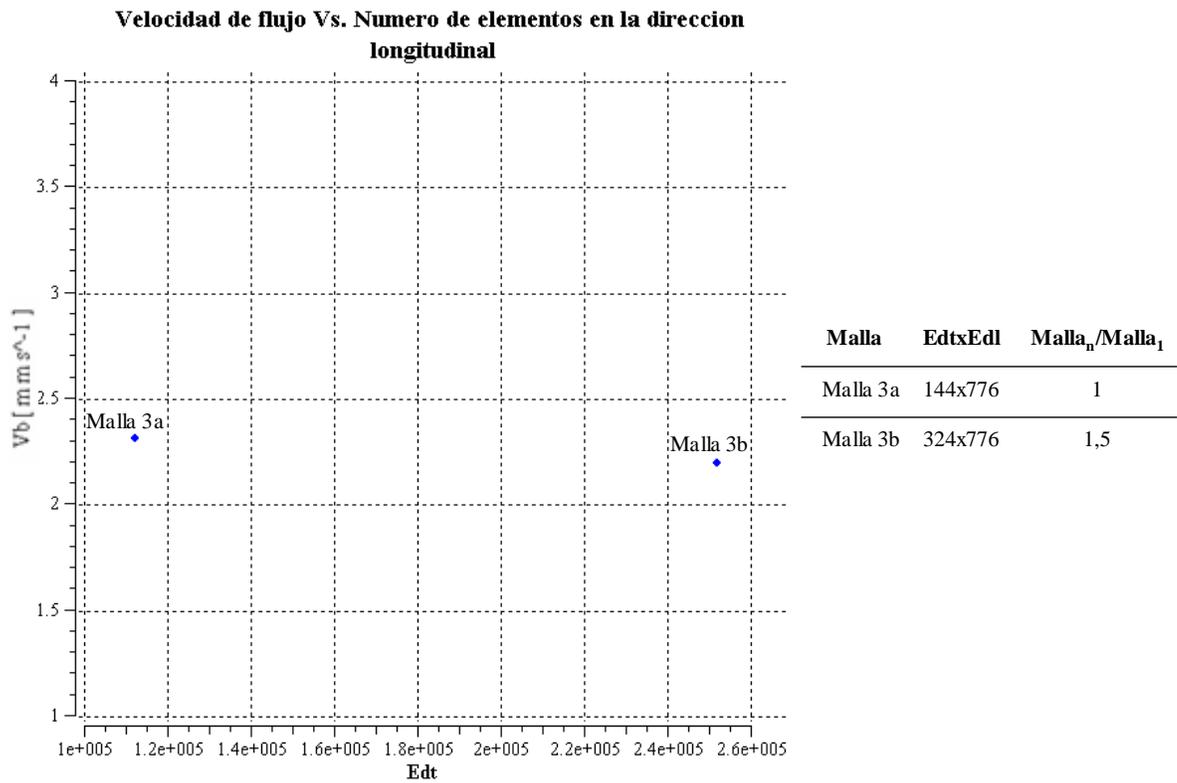


Fig. 4- 5 Estudio de sensibilidad de la malla de referencia en la dirección transversal

A partir del estudio de sensibilidad realizado, se seleccionó una malla con 144 divisiones en la dirección transversal y 776 divisiones en la dirección longitudinal, como malla de referencia, (sección cuadrada de 1 mm de diámetro hidráulico). Los tamaños de las mallas empleadas para los demás casos, calculados a partir de la malla de referencia, se muestran en la Tabla 4-3.

Tabla 4- 3 Estadísticas de las mallas empleadas en los experimentos numéricos

Geometría	D_h (mm)	EdtxEdl	Tamaño Edt (mm)		Tamaño promedio Edt (mm)	Tamaño Edl (mm)		Tamaño promedio Edl (mm)	Ángulo diédrico		Número de elementos
			Mín.	Máy.		Mín.	Máy.		Mín.	Máy.	
Triangular	1.0	256x776	0.0522	0.0821	0.0572	0.0116	0.0474	0.0390	60.000°	120.027°	198656
	1.5	324x776	0.0133	0.1140	0.0750	0.0133	0.0658	0.0390	60.000°	120.027°	251424
Cuadrada	1.0	144x776	0.0205	0.0578	0.0401	0.0205	0.0578	0.0387	90.000°	90.000°	111744
	1.5	225x776	0.0119	0.0742	0.0605	0.0199	0.0742	0.0535	90.000°	90.000°	174600
Astroidal	1.0	196x776	0.0128	0.0652	0.0475	0.0128	0.0435	0.0396	6.811°	173.180°	152096
	1.5	256x776	0.0146	0.0896	0.0639	0.0146	0.0597	0.0456	13.847°	168.423°	198656
Pseudoastroidal	1.0	196x776	0.0709	0.2530	0.1890	0.0387	0.1330	0.1080	10.016°	169.97°	152096
	1.5	256x776	0.0784	0.3250	0.0238	0.0386	0.1710	0.1340	5.840°	174.16°	198656

Simulaciones transitorias

La velocidad de flujo de la burbuja y la forma permanente de la misma, en todos los casos de estudio, fueron obtenidas a partir de simulaciones transitorias. Por esta razón fue necesario establecer valores iniciales para la velocidad del líquido y del gas y para la distribución de fracción volumétrica. El módulo de procesamiento (*solver*) del *software* empleado, requiere además, un valor inicial de presión en el dominio de solución.

Debido a que el estudio llevado a cabo corresponde al ascenso de una burbuja en líquido estancado, la velocidad de la fase líquida, en todo el dominio, fue inicializada con velocidad nula. De igual manera, se consideró a la burbuja partiendo del reposo, por lo que su velocidad inicial fue cero.

La distribución de fracción volumétrica se inicializó a partir de una forma predeterminada de la burbuja. Para todas las simulaciones, se partió de una forma esferoidal, centrada a 2 mm del fondo del conducto. Algunos autores (Taha Taha y Cui, 2006; Bugg *et al.*, 1998; Tomiyama *et al.* 1996) que trabajaron con simulaciones numéricas similares, han reportado que la forma final de la burbuja es independiente de la forma inicial. En este trabajo se asignó una forma inicial tendiente a la final esperada, a fin de disminuir el tiempo de convergencia hacia esta última.

La forma inicial de la burbuja se define a partir de las longitudes de los ejes principales del esferoide, las cuales son dependientes del volumen asignado a la burbuja. White y Beardmore (1962) indicaron que la velocidad de flujo de la burbuja es independiente de su longitud, lo que significa que es independiente del volumen de la misma.

El volumen de gas empleado en cada simulación, fue seleccionado de tal manera que las dimensiones de los ejes principales del plano de sección de la forma

inicial de la burbuja, fuesen proporcionales a la menor dimensión de la sección transversal del conducto, resultando en una forma inicial dada por la siguiente expresión:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (4.3.1)$$

donde los valores de a y b se muestran en la Tabla 4-4 de acuerdo a la geometría y dimensiones de la sección de interés, al igual que el volumen de gas empleado en cada caso de estudio.

Tabla 4- 4 Longitud de los ejes principales del hemiesferoide inicial y volumen de gas empleado para cada geometría estudiada

Geometría	D_h (mm)	a (mm)	b (mm)	Volumen de gas (mm³)
Triángulo	1.000	0.400	2.000	1.340
	1.500	0.650	2.000	3.538
Cuadrado	1.000	0.400	2.000	1.340
	1.500	0.650	2.000	3.538
Astroide	1.000	0.300	2.000	0.754
	1.500	0.500	2.000	2.094
Pseudoastroide	1.000	1.400	2.000	16.412
	1.500	2.100	2.000	36.926

La distribución inicial de presión en el dominio, se estableció hidrostática en el líquido y constante en el gas, con un valor igual a la presión del líquido a la profundidad de la nariz de la burbuja en el tiempo inicial.

Las simulaciones iniciaron en un tiempo $t = 0$, avanzaron en el tiempo con un paso constante de 5×10^{-4} s, y se detuvieron cuando la burbuja alcanzó la velocidad de

flujo, es decir, cuando su velocidad de ascenso se hizo constante. El tiempo de fenómeno simulado varió entre 0.5 y 0.7 segundos.

Esquemas de interpolación y parámetros numéricos

Esquemas de interpolación de términos advectivos y temporales

Los esquemas utilizados para la interpolación de los términos advectivos y temporales condicionan en gran medida la precisión, la propiedad de conservación y de transporte, y la convergencia del método numérico, así como también el tiempo de cómputo empleado para su ejecución, por lo que estos parámetros fueron determinantes en la selección de dichos esquemas.

Los términos advectivos presentes en todas las ecuaciones, fueron interpolados mediante el esquema de Alta Resolución (*High Resolution scheme*). El valor de la variable es interpolada entre nodos de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\phi_{pi} = \phi_{ca} + \beta \nabla \phi \cdot \nabla r \quad (4.1)$$

El segundo término del lado derecho de la ec. 4.1, es llamado corrección de advección numérica, y se interpreta como un flujo que disminuye la tendencia a la difusión numérica, propia del esquema Corriente Arriba (*Upwind scheme*). El valor de β es elegido tan cerca como sea posible a 1, sin violar los principios de convergencia incondicional (ANSYS® CFX-Solver™: Theory, 2005).

Este esquema fue elegido por tener precisión de segundo orden, y por no tener los problemas de difusión numérica, inherentes al esquema Corriente Arriba, y de propiedades de transporte, propios del esquema Diferencia Central (*Central Difference scheme*).

Todos los términos temporales fueron interpolados mediante el esquema regresivo de Euler de Segundo Orden (*Second Order Backward Euler scheme*), por tratarse de un esquema totalmente implícito, conservativo en el tiempo, numéricamente robusto y tener precisión de segundo orden.

El esquema empleado interpola los términos temporales de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{3}{2} \phi - 2\phi^0 + \frac{1}{2} \phi^{00} \right) \quad (4.2)$$

Parámetros numéricos

El método empleado avanza la solución del sistema de ecuaciones en el tiempo, luego de alcanzar la convergencia en cada paso de tiempo. El criterio de convergencia para la ecuación de conservación de corrección de presión, y para la ecuación de conservación de *momentum* para ambas fases, fue fijado en una diferencia en el promedio basado en la raíz cuadrada (RMS) menor o igual a 1×10^{-4} , con respecto a la iteración anterior; mientras que para la ecuación de conservación de fracción volumétrica, fue fijado en una diferencia de RMS menor o igual a 1×10^{-3} , con respecto a la iteración anterior. Si ambos criterios de convergencia no se satisfacen luego de 50 lazos iterativos, la solución avanza un paso de tiempo.

Es de esperarse la presencia de marcados gradientes de velocidad del líquido, y de fracción volumétrica a nivel de la interfase, por lo que se empleó un factor de relajación (α) para disminuir el cambio de las variables en cada iteración, y así mejorar la convergencia, sacrificando rapidez en la misma. La relajación de las variables se logra a partir de la siguiente expresión:

$$\phi_{\text{Nodo}} = \phi_{\text{Nodo,anterior}} + \alpha \Delta \phi_{\text{Nodo}} \quad (4.3)$$

En el presente trabajo se empleó un factor de relajación, para todas las variables, de 0.75, lográndose un equilibrio entre estabilidad numérica, y tiempo necesario para alcanzar la convergencia.

A fin de evitar errores de *overflow* y de disminuir el tiempo de cómputo, se fijó un mínimo valor para la fracción volumétrica, tanto del líquido como del gas, en 10^{-10} .

Software utilizados y recurso computacional empleado

Todas las mallas fueron realizadas empleando el *software* $\text{GID}^{\text{®}}$ -8.0, desarrollado por *International Center for Numerical Methods in Engineering*, haciendo uso de una licencia libre, válida por un mes, disponible en la página Web de dicho *software*. $\text{GID}^{\text{®}}$ -8.0, cuenta además con un módulo CAD, con el cual se elaboraron las geometrías sujetas a estudio.

Las etapas de preprocesamiento, procesamiento y postprocesamiento, fueron realizadas empleando el *software* $\text{CFX}^{\text{®}}$ -10.0, desarrollado por $\text{ANSYS}^{\text{®}}$, el cual implementa el EbFVM. Este *software* propietario, con licencia de uso para procesamiento secuencial y paralelo con dos particiones, es compartido entre la Escuela de Ingeniería Mecánica de la UCV y el Instituto de Mecánica de Fluidos.

La definición física del problema y de los fluidos de trabajo, y la imposición de condiciones de borde y de los parámetros numéricos empleados en las simulaciones, se llevó a cabo mediante el módulo $\text{CFX-Pre}^{\text{™}}$. El sistema de ecuaciones algebraicas fue resuelto empleando el módulo $\text{CFX-Solver}^{\text{™}}$, el cual cuenta con un algoritmo de solución acoplado, implementando el método de solución por multibloques (*Multigrid*) ($\text{ANSYS}^{\text{®}}$ $\text{CFX-Solver}^{\text{™}}$: Theory, 2005; Maliska,

2004). Los resultados, cualitativos y cuantitativos, se visualizaron por medio del modulo CFX-Post™.

Las simulaciones preliminares, hechas con la finalidad de seleccionar los parámetros físicos y numéricos empleados en las simulaciones finales, fueron realizadas en la infraestructura de la sala de tesis de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la UCV, que cuenta con un *cluster* de 6 CPUs Intel® Pentium™ 4 de 1.7 GHz, con sistema operativo Linux, distribución Red Hat, conectadas en una red interna, a una velocidad de 100 Mb/s.

Las simulaciones finales fueron realizadas en el *cluster* del Instituto de Mecánica de Fluidos el cual cuenta con una arquitectura homogénea conformada por 2 nodos maestros y ocho nodos esclavos, cada uno con dos procesadores AMD® Opteron® CPU 2 GHz (modelo 246 de 64 bits), 12 GB de memoria RAM y tarjeta de red de 2Gb/s, funcionando con sistema operativo Linux, distribución SuSE. Estas simulaciones se llevaron a cabo con procesamiento en paralelo, usando dos nodos y MPI como protocolo de comunicación entre ellos.

Cabe señalar que las simulaciones preliminares, empleando procesamiento secuencial tuvieron una duración, cada una, de aproximadamente tres semanas, mientras que las realizadas empleando procesamiento en paralelo duraron cerca de cinco días de cómputo ininterrumpido, cada una.

CAPÍTULO V

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Velocidad de flujo de la burbuja de Taylor

Las velocidades de flujo de la burbuja de Taylor en conductos de sección cuadrada y triangular, obtenidas en este estudio, son comparadas con los datos experimentalmente reportados por Bi y Zhao (2001) y con las obtenidas mediante simulaciones numéricas por Liao y Zhao (2003). En la Fig. 5- 1 se observa que, aunque las velocidades de flujo obtenidas en este trabajo son mayores que las reportadas a partir de datos experimentales, éstas presentan una tendencia de aumentar con el diámetro hidráulico del conducto, al igual que la data reportada. También es consecuente con los datos experimentales, el hecho de que la velocidad de flujo de la burbuja es mayor en conductos de sección triangular que en conductos de sección cuadrada con igual diámetro hidráulico. De manera cualitativa, las velocidades de flujo en conductos triangulares y cuadrados obtenidas en este trabajo presentan comportamiento semejante al de la data experimental.

La discrepancia entre los valores de las velocidades de flujo calculadas y las reportadas experimentalmente, puede deberse al uso del modelo de superficie libre para considerar la transferencia de *momentum* a través de la interfase gas – líquido, en donde el coeficiente de arrastre sobre la burbuja debe ser conocido.

En este trabajo se consideró a la burbuja de Taylor de forma esferoidal, para la cual el coeficiente de arrastre es bajo incluso en régimen laminar; sin embargo, la burbuja tiende a tomar la forma de la sección transversal del conducto, originándose una suerte de aristas a lo largo de la burbuja, lo que aumenta la resistencia al flujo e

incrementa el coeficiente de arrastre, resultando en una velocidad de flujo menor. Por esta razón era de esperar que la velocidad de flujo calculada a partir de este modelo fuera superior a la experimental, para todos los casos estudiados.

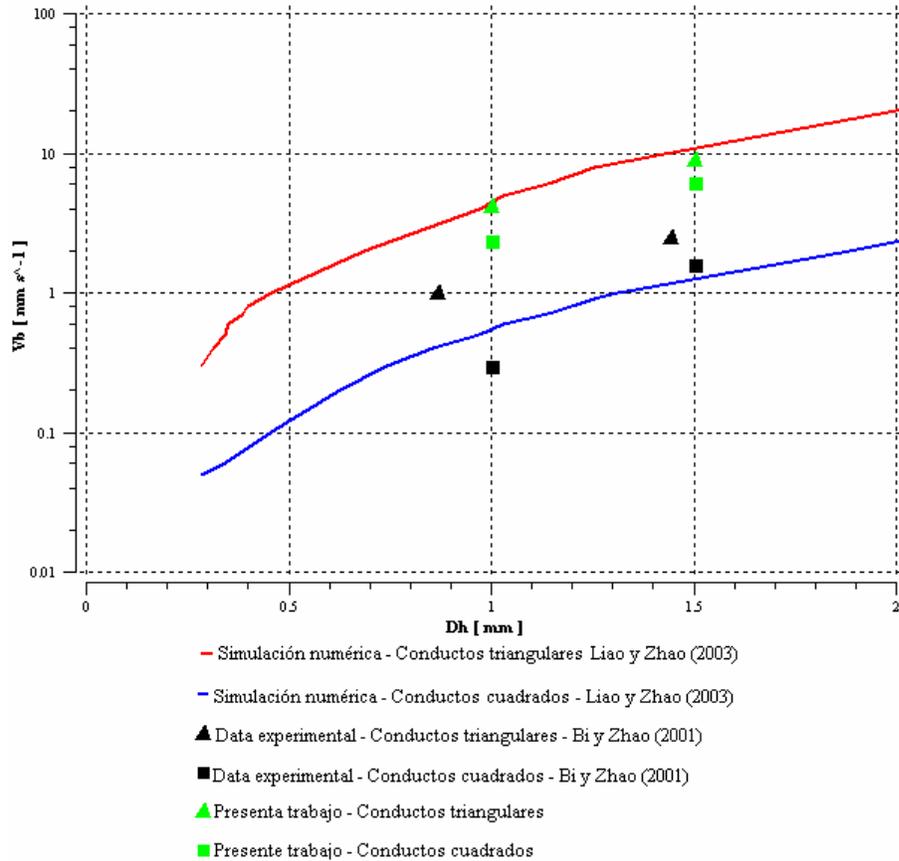


Fig. 5- 1 Velocidad de flujo de la burbuja vs. diámetro hidráulico. Conductos cuadrados y triangulares

Por otro lado, la Fig. 5- 1 muestra que el modelo tridimensional empleado en este trabajo prácticamente concuerda con el modelo unidimensional de Liao y Zhao (2003) en el caso de conductos de sección triangular, siendo el primero ligeramente mejor en la predicción de la velocidad de flujo; sin embargo existe una notable diferencia entre ambos modelos en el caso de conductos de sección cuadrada.

La Fig. 5- 2 muestra la velocidad de flujo de la burbuja en función del diámetro hidráulico del conducto, para todas las geometrías estudiadas. La influencia del tamaño del conducto se observa al notar el aumento de la velocidad de flujo con el diámetro hidráulico, comportamiento independiente de la geometría estudiada. Este hecho se explica a partir del número de Eötvös, parámetro adimensional que muestra la relación entre fuerzas de empuje y fuerza de tensión superficial, actuantes sobre la burbuja. Al aumentar el tamaño de la sección del conducto, la fuerza de empuje aumenta en mayor medida que la fuerza de tensión superficial, lográndose una velocidad de flujo mayor. De lo contrario, si el diámetro hidráulico disminuye, la fuerza de tensión superficial actúa significativamente en contraposición a la fuerza de empuje, reduciendo así la velocidad de flujo de la burbuja. En este trabajo se cumple que $E\ddot{o} = 0.136$ para conductos de $Dh = 1.0$ mm, y $E\ddot{o} = 0.306$ para conductos de $Dh = 1.5$ mm, corroborando el razonamiento anterior.

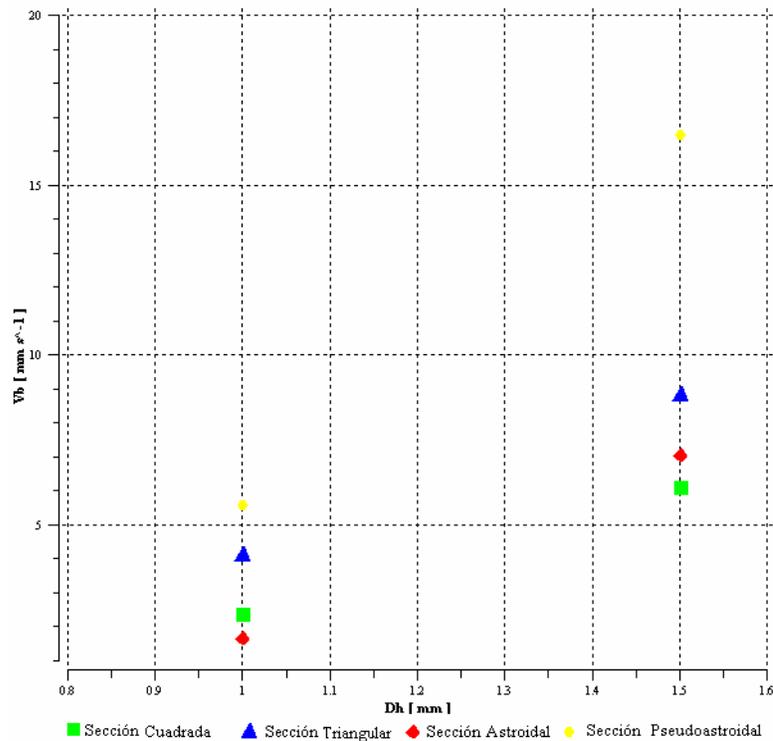


Fig. 5- 2 Velocidad de flujo de la burbuja vs. diámetro hidráulico. Todas las geometrías estudiadas

En la Tabla 5-1 se reporta la velocidad de flujo de la burbuja para cada caso de estudio, en su forma dimensional y adimensional, mediante el número de Froude. Conjuntamente se reporta el número de capilaridad, el cual demuestra, por presentar valores bajos en todas las geometrías, que en el fenómeno es significativa la fuerza de tensión superficial.

Tabla 5- 1 Velocidad de flujo de la burbuja Fr y Ca , para todos los casos estudiados

Geometría	Dh (mm)	V_b (mm/s)	Fr	Ca
Cuadrada	1.0	2.083	0.665	2.582×10^{-5}
	1.5	6.667	1.420	8.263×10^{-5}
Triangular	1.0	4.167	1.331	5.165×10^{-5}
	1.5	8.542	1.819	10.587×10^{-5}
Astroidal	1.0	1.677	0.535	2.079×10^{-5}
	1.5	7.917	1.686	9.812×10^{-5}
Pseudoastroidal	1.0	5.611	1.793	6.954×10^{-5}
	1.5	16.549	3.524	20.511×10^{-5}

La Tabla 5-2 muestra el área de flujo en la zona de película uniforme, el área total de la sección transversal del conducto y la tasa de flujo másico promedio en la zona de película uniforme, para cada caso estudiado. El efecto de la geometría del conducto en la velocidad de flujo se hace evidente al comparar estos valores.

Tabla 5- 2 Área transversal total, área transversal de flujo y flujo másico para todos los casos estudiados

Geometría	D_h (mm)	A_{Total} de la sección (m^2)	A de flujo (m^2)	\dot{m} (kg / s)
Cuadrado	1.0	2.500×10^{-7}	4.944×10^{-8}	1.103×10^{-6}
	1.5	5.625×10^{-7}	9.687×10^{-8}	2.611×10^{-6}
Triángulo	1.0	4.334×10^{-7}	1.244×10^{-7}	2.495×10^{-6}
	1.5	9.755×10^{-7}	1.882×10^{-7}	6.065×10^{-6}
Astroide	1.0	2.070×10^{-7}	5.452×10^{-8}	1.070×10^{-6}
	1.5	4.683×10^{-7}	1.994×10^{-7}	6.404×10^{-6}
Pseudoastroide	1.0	2.892×10^{-6}	5.650×10^{-7}	1.583×10^{-5}
	1.5	6.484×10^{-6}	1.510×10^{-6}	8.378×10^{-5}

Como se observa en la tabla anterior, el área de flujo mayor corresponde a la sección pseudoastroidal de 1.5 mm de diámetro hidráulico, siendo este caso el que presenta mayor velocidad de flujo. Para igualar el diámetro hidráulico de las demás geometrías, la sección pseudoastroidal requiere un área mucho mayor, resultando en esquinas más alargadas capaces de contener mayor cantidad de líquido, por lo que la tasa de flujo de líquido descendente es mayor en esta geometría, obteniéndose una mayor velocidad de flujo de la burbuja.

Forma de la burbuja

La forma de la interfase de la burbuja de Taylor puede observarse a partir de una isosuperficie definida a un valor constante de fracción volumétrica de gas. En la interfase gas-líquido la fracción volumétrica de ambos fluidos es 0.5, sin embargo, debido a que en este trabajo no se empleó algún procedimiento de reconstrucción de la interfase, se hace presente un campo de fracción volumétrica de aire alrededor de la burbuja, dificultando la percepción de la interfase.

La situación anterior se ilustra en la Fig. 5- 3, donde se muestra la interfase de una burbuja ascendiendo en un conducto de sección cuadrada de 1.5 mm de diámetro hidráulico, definida a partir de tres valores de fracción volumétrica de aire: 0.1, 0.5 y 0.9. Se observa que a una fracción volumétrica de aire baja, la interfase tiende a encerrar mayor volumen de aire, y a medida que la fracción volumétrica se acerca a uno, este volumen encerrado disminuye. También es de notar una diferencia sustancial en el radio de curvatura de la nariz, principalmente, siendo mayor a menor fracción volumétrica de aire.

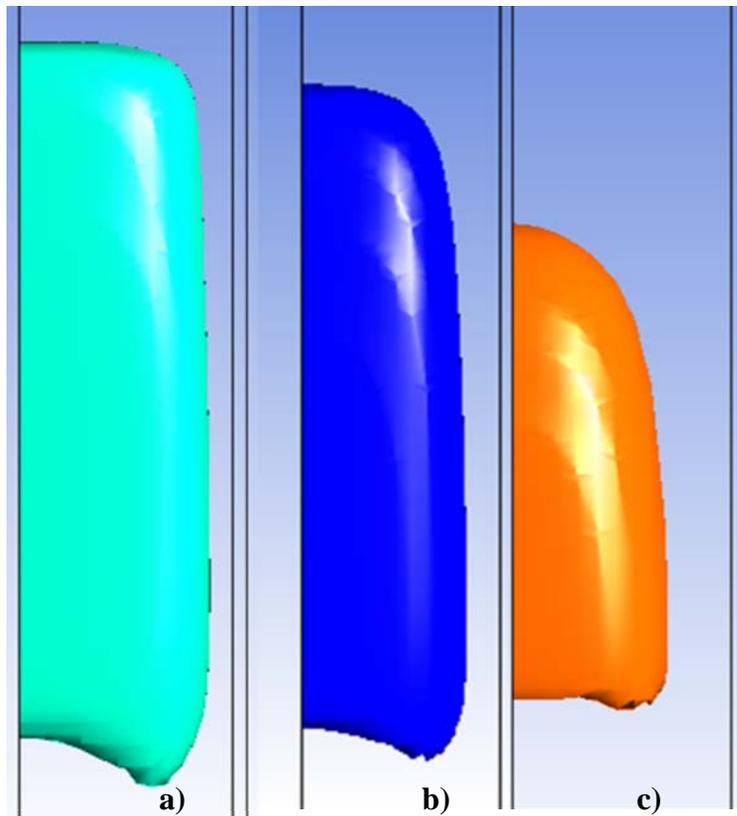


Fig. 5- 3 Comparación entre interfases definidas a distinto valor de fracción volumétrica del aire. a) 0.1. b) 0.5. c) 0.9

De acuerdo al resultado anterior, para determinar la forma de la burbuja fue necesario establecer un criterio de selección del valor de fracción volumétrica de aire a partir del cual se define la isosuperficie. El criterio seguido fue seleccionar la interfase cuya forma coincidiera en mayor medida con la obtenida experimentalmente

por Bi y Zhao (2001), pudiéndose observar en la Fig. 5- 4, que corresponde a la definida, para el caso aquí analizado, a partir de 0.5. En todas las figuras de este capítulo, salvo se indique lo contrario, la forma de la burbuja mostrada responde a una isosuperficie a 0.5 de fracción volumétrica de aire.

La Fig. 5- 4a muestra imágenes de una burbuja de Taylor ascendiendo en un conducto de sección cuadrada de 1.5 mm de diámetro hidráulico (Bi y Zhao, 2001), mientras que en Fig. 5- 4b se compara la forma real de la burbuja con la obtenida en este trabajo. Es de notar la similitud entre la burbuja simulada y la burbuja real, sobre todo en el menisco superior. En apariencia, el espesor de película uniforme es mayor en la burbuja simulada, sin embargo este resultado es de esperarse ya que es implicación directa de la sobrestimación de la velocidad de flujo, comportamiento que será explicado posteriormente en esta sección.

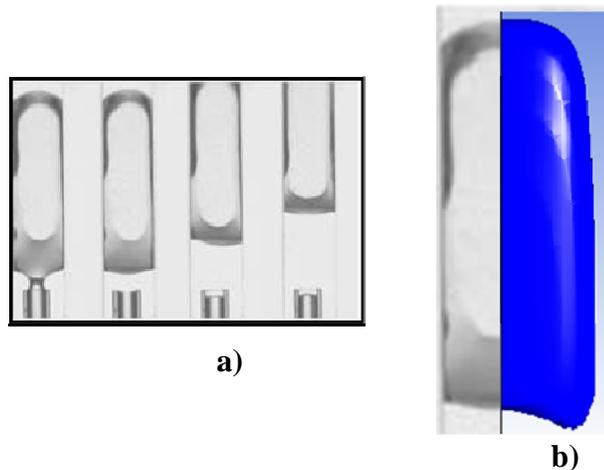


Fig. 5- 4 Burbuja ascendiendo en conducto de sección cuadrada de 1.5 mm de diámetro hidráulico.

a) Experimentos de Bi y Zhao (2001). b) Comparación con burbuja simulada en este trabajo

Una de las ventajas de modelar al fenómeno en tres dimensiones, se demuestra en la posibilidad de observar desde diferentes perspectivas, la forma que toma la burbuja de Taylor. La Fig. 5- 5 muestra una perspectiva, una vista lateral y una vista superior, de una burbuja de Taylor ascendiendo en un conducto de sección triangular

de 1.5 mm de diámetro hidráulico. Esta figura comprueba que la burbuja tiende a adoptar la forma de la sección transversal del conducto (Fig. 5- 5c), lo que a su vez origina la presencia de “aristas” a lo largo de la misma (Fig. 5- 5a).

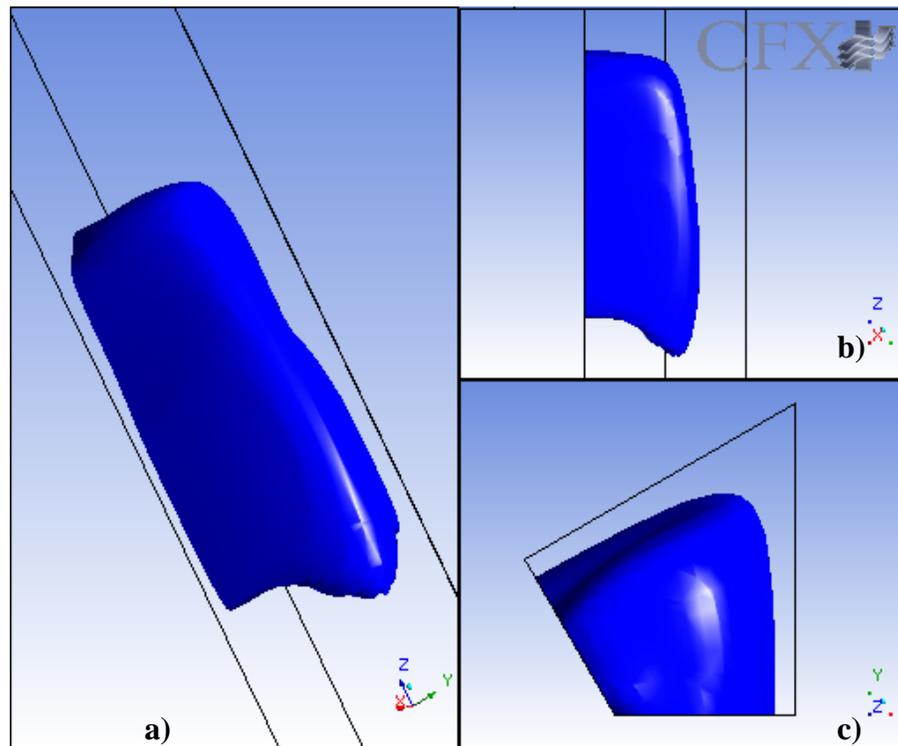


Fig. 5- 5 Burbuja ascendiendo en conducto de sección triangular de 1.5 mm de diámetro hidráulico.

a) Perspectiva. b) Vista lateral. c) Vista superior

De la Fig. 5- 6 a la Fig. 5- 9 se muestra el perfil adimensional de la burbuja de Taylor, en el plano diagonal para cada geometría estudiada. El perfil de la burbuja para una geometría dada y para distintos diámetros hidráulicos es graficado en conjunto a fin de observar la influencia de las dimensiones del conducto en la forma de la interfase de la burbuja. En el eje de las abscisas se representa la relación entre el radio máximo de la burbuja y la mitad de la diagonal de la sección. En el eje de las ordenadas se representa la relación entre la coordenada z, medida desde la cola de la burbuja, y la longitud de la misma.

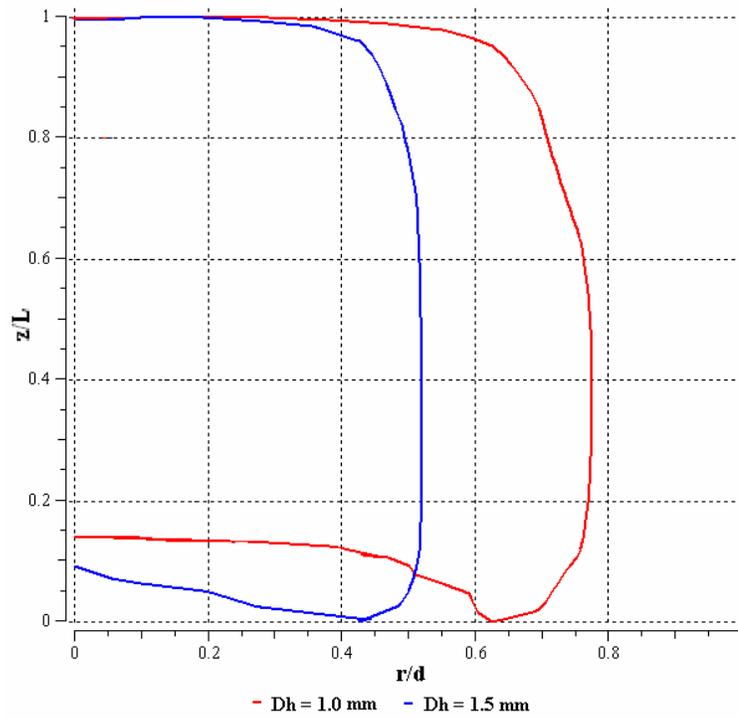


Fig. 5- 6 Perfil de la burbuja en el plano diagonal de un conducto de sección cuadrada

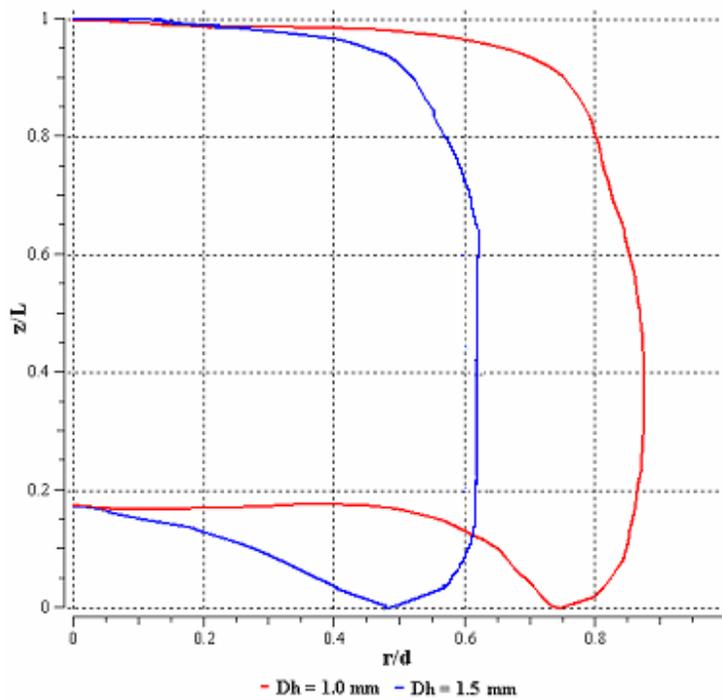


Fig. 5- 7 Perfil de la burbuja en el plano diagonal de un conducto de sección triangular

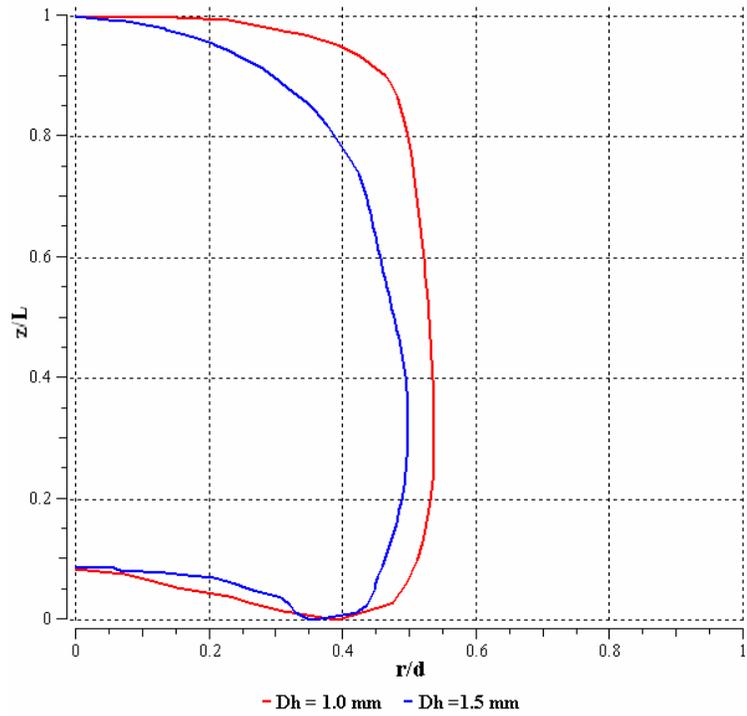


Fig. 5- 8 Perfil de la burbuja en el plano diagonal de un conducto de sección astroidal

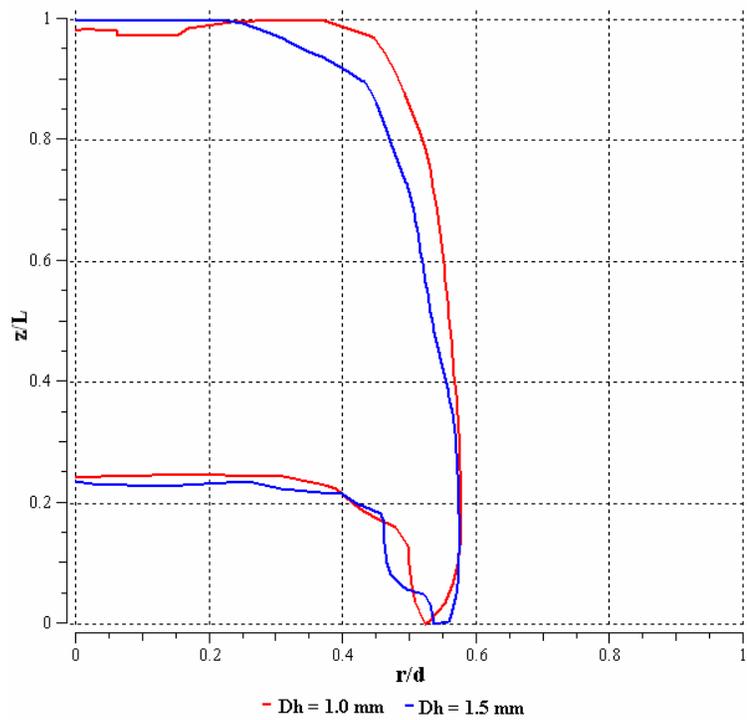


Fig. 5- 9 Perfil de la burbuja en el plano diagonal de un conducto de sección pseudoastroidal

En las figuras anteriores se observa que las burbujas que ascienden en un conducto de diámetro hidráulico igual a 1.0 mm, ocupan mayor porcentaje de la sección transversal que aquellas que ascienden en un conducto de 1.5 mm. Este resultado se encuentra en concordancia con la tendencia mostrada por la velocidad de flujo en función del diámetro hidráulico, ya que precisamente la mayor velocidad se hace presente en conductos de mayor diámetro hidráulico, donde un mayor porcentaje de la sección transversal ocupada por el líquido se traduce en una mayor tasa de flujo de líquido descendente, necesaria para mantener la continuidad del flujo y reponer el espacio dejado por la burbuja en su ascenso.

También es de notar que las burbujas que ascienden a menor velocidad de flujo presentan una nariz y un fondo más plano que aquellas que lo hacen a mayor velocidad. Este comportamiento se explica a partir del número de capilaridad (Tabla 5-1), el cual muestra la relación entre las fuerzas viscosas y la fuerza de tensión superficial actuantes sobre la burbuja. Una velocidad de flujo menor implica un número de capilaridad bajo, es decir las fuerzas viscosas sobre la interfase de la burbuja disminuyen, resultando en meniscos planos.

El estudio de la variación de la forma de la sección transversal de la burbuja muestra la existencia de tres zonas bien diferenciadas, que corresponden a las zonas características de la burbuja de Taylor en conductos de sección no circular (Liao y Zhao, 2003). La Fig. 5- 10 muestra distintos cortes transversales de una burbuja ascendiendo en un conducto de sección astroidal de 1 mm de diámetro hidráulico.

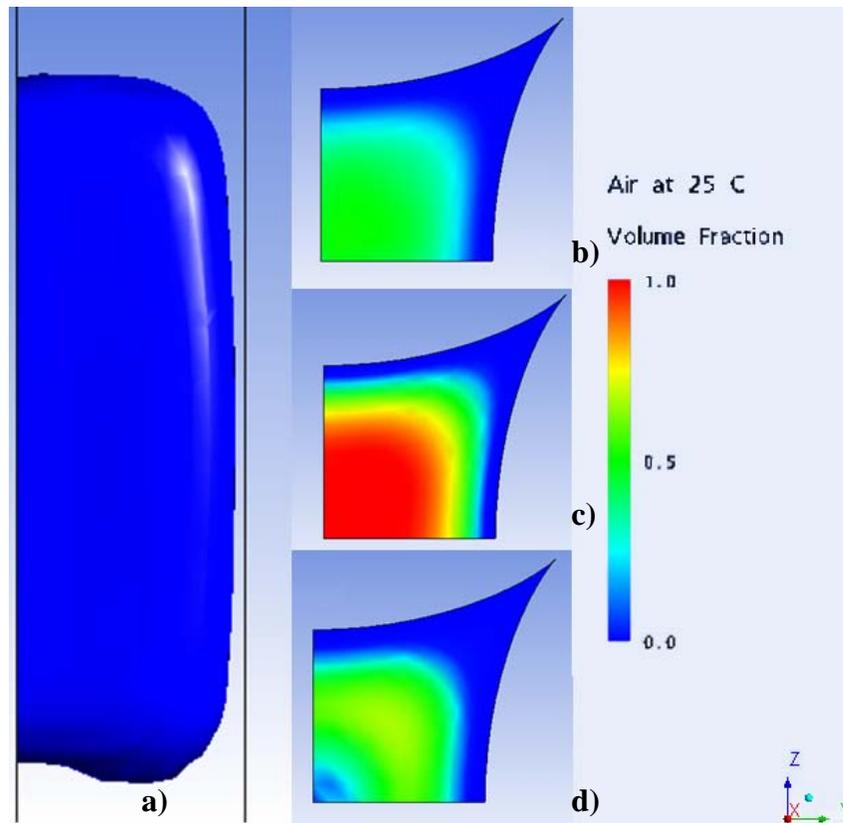


Fig. 5- 10 Burbuja ascendiendo en un conducto de sección astroidal de 1mm de diámetro hidráulico.

a) Vista lateral. b) Zona de menisco superior. c) Zona de película uniforme. d) Zona de menisco inferior

Se puede observar que la nariz tiende a ser más circular que el resto del cuerpo de la burbuja (Fig. 5- 10b), correspondiendo a la zona de menisco superior; en la parte central de la burbuja, la película de líquido descendente alcanza su mínimo valor y se mantiene constante a lo largo de la longitud de la burbuja (Fig. 5- 10c), lo que corresponde a la zona de película uniforme; finalmente se observa una región donde el espesor de película decrece y se hace visible la concavidad en el fondo de la burbuja (Fig. 5- 10d), correspondiente a la zona de menisco inferior.

En la Fig. 5- 11 se muestra una imagen similar a la anterior, pero para una burbuja ascendiendo en un conducto de sección astroidal de 1.5 mm de diámetro hidráulico. Es evidente la existencia de las zonas características, sin embargo es de

notar que la zona de menisco superior presenta una forma sumamente redondeada (Fig. 5- 11b), siendo más evidente que en el caso anterior, además el espesor de película uniforme es mayor y el fondo de la burbuja presenta mayor concavidad.

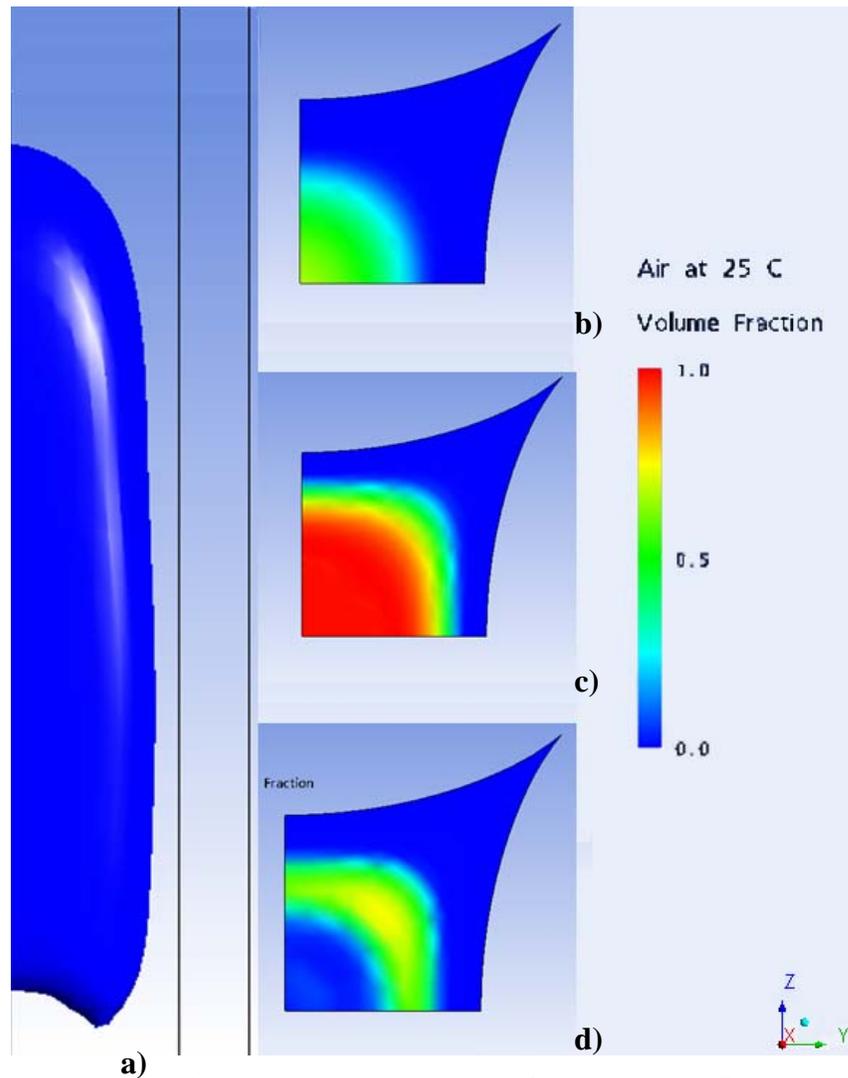


Fig. 5- 11 Burbuja ascendiendo en un conducto de sección astroidal de 1.5 mm de diámetro hidráulico.

a) Vista lateral. b) Zona de menisco superior. c) Zona de película uniforme. d) Zona de menisco inferior

Estos resultados son acorde a lo esperado, puesto que, como se mencionó anteriormente, al ser la velocidad de flujo mayor, ($Dh = 1.5$ mm), las fuerzas viscosas actúan en mayor medida sobre la interfase, originándose una nariz más

redondeada y menos plana; el espesor de película aumenta permitiendo mayor tasa de flujo de líquido descendente, y el fondo se torna más cóncavo.

La Fig. 5- 12a muestra una perspectiva de una burbuja ascendiendo en un conducto de sección pseudoastroidal de 1.0 mm de diámetro hidráulico, observándose una vez más que la burbuja tiende a adoptar la forma del conducto. Sin embargo, al visualizar una isosuperficie a 0.1 de fracción volumétrica del aire (Fig. 5- 12b), se observa la presencia de una estela que se desprende de la cola de la burbuja.

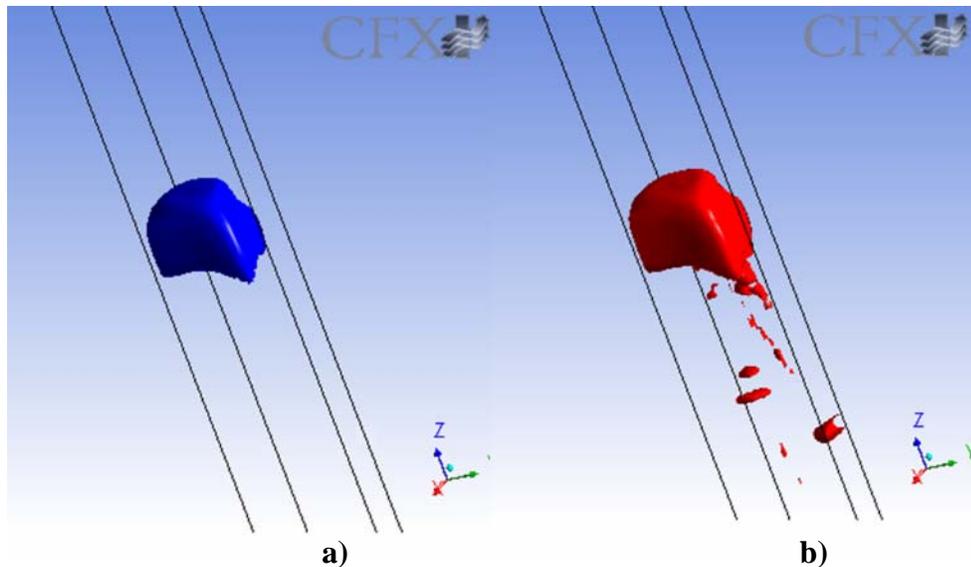


Fig. 5- 12 Burbuja ascendiendo en un conducto de sección pseudoastroidal de 1.0 mm de diámetro hidráulico, con interfase definida a fracción volumétrica de gas igual a: a) 0.5. b) 0.1

La presencia de esta estela hace suponer que las fuerzas viscosas actuantes sobre la interfase de la burbuja superan a la fuerza de tensión superficial, responsable de mantener unida a la burbuja, por lo que existe desprendimiento en la cola de la misma. Este hecho puede ser corroborado a partir del número de capilaridad, el cual resulta elevado en este caso, de donde se infiere la predominancia de la viscosidad sobre la tensión superficial. Igual comportamiento es observado en conductos de igual geometría pero de 1.5 mm de diámetro hidráulico, resultando satisfactorio,

puesto que al aumentar la velocidad de flujo, las fuerzas viscosas sobre la interfase se incrementan.

El resultado anterior demuestra que el modelo empleado permite describir la ruptura de una burbuja y, aunque no precisa en la distribución de las burbujas resultantes, brinda un estimado del comportamiento global de las mismas.

Campo de velocidad del líquido

La Fig. 5- 13 muestra una vista en el plano diagonal del campo de velocidad del líquido alrededor de una burbuja ascendiendo en un conducto de sección cuadrada de 1.5 mm de diámetro hidráulico.

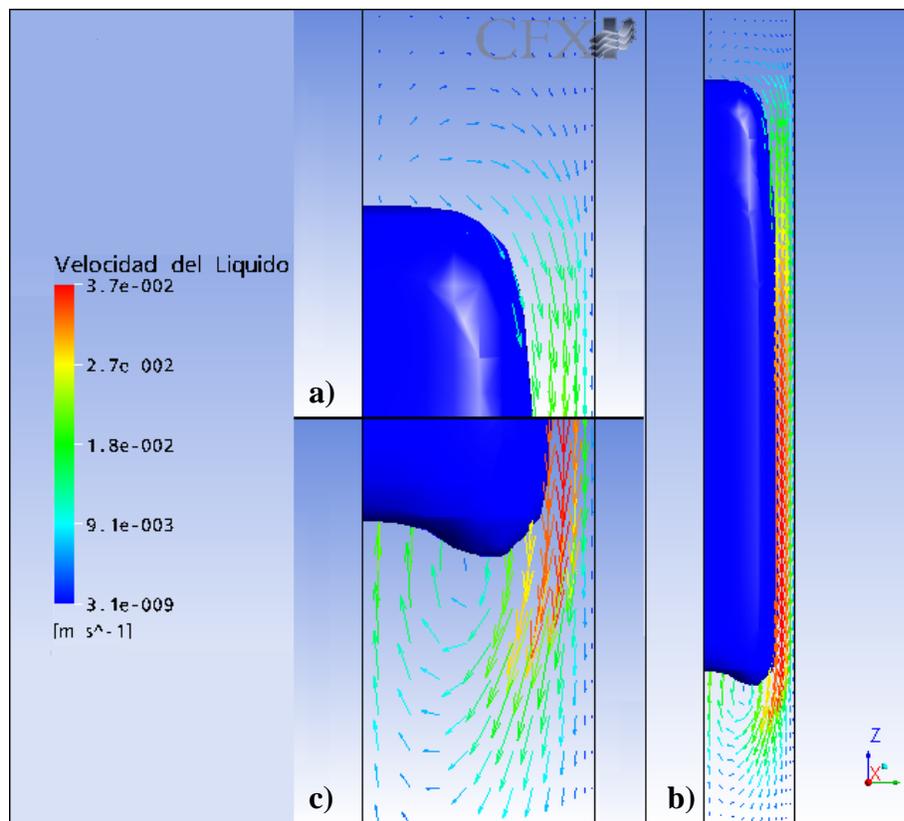


Fig. 5- 13 Campo de velocidad del líquido en un plano diagonal de un conducto de sección cuadrada de 1.5 mm de diámetro hidráulico. a) Zona de menisco superior. b) Vista lateral. c) Zona de menisco inferior

En la Fig. 5- 13a se observa el efecto de pistón que tiene la nariz de la burbuja sobre el líquido corriente arriba. Esta figura muestra que el líquido es empujado por la nariz de la burbuja y desplazado hacia el canal formado entre el cuerpo de la burbuja y la pared del conducto. Este efecto de pistón se desvanece rápidamente, y la velocidad del líquido deja de verse afectada a una distancia, en este caso, de cerca del 14 por ciento de la longitud de la burbuja, lo que representa 0.5 veces el diámetro hidráulico del conducto. Un comportamiento similar fue reportado por van Hout *et al.* (2002) a partir de estudios experimentales, pero en conductos circulares de diámetros no tan pequeños.

La magnitud de la velocidad del líquido desplazado es relativamente baja en la zona más elevada de la nariz, prácticamente igualando la velocidad de flujo de la burbuja; sin embargo la magnitud de la velocidad aumenta a medida que el líquido entra a la zona de película, obedeciendo a una reducción en el área de flujo.

Como puede observarse en la Fig. 5- 13b, el líquido descendente se acelera a medida que se adentra en la zona de película, hasta alcanzar una velocidad terminal. En ese momento el esfuerzo cortante en la pared se iguala con el peso del líquido en la película, ésta se equilibra y por consiguiente su espesor se hace constante, alcanzándose la zona de película uniforme.

En la Fig. 5- 13c se observan los vectores velocidad del líquido a la salida de la zona de menisco inferior, teniendo una velocidad promedio de aproximadamente 4 veces la velocidad de flujo de la burbuja. Esta relación de velocidades es necesaria para que el líquido descendente pueda llenar el espacio dejado por la burbuja en su ascenso, y mantener la continuidad en el flujo. Al ser dicha relación de velocidades elevada, el líquido sale de la zona de menisco inferior tomando un efecto *jet* lo que ocasiona una zona de recirculación, de apariencia toroidal, justo debajo de la burbuja,

donde el líquido asciende e impacta contra la parte más baja de la cola de la burbuja, ocasionando la concavidad observada en la figura.

La Fig. 5- 14, muestra una imagen similar a la anterior pero para un conducto de 1.0 mm de diámetro hidráulico e igual geometría. La principal diferencia entre este caso y el anterior radica en el hecho de que la velocidad promedio del líquido a la salida de la zona de menisco inferior, es aproximadamente 3 veces la velocidad de flujo de la burbuja, resultando esta relación menor que en conductos cuadrados de 1.5 mm de diámetro hidráulico; la zona de recirculación también se hace presente pero el líquido ascendente impacta a la burbuja a menor velocidad por lo que el fondo de la misma tiende a ser más plano que en el caso anterior.

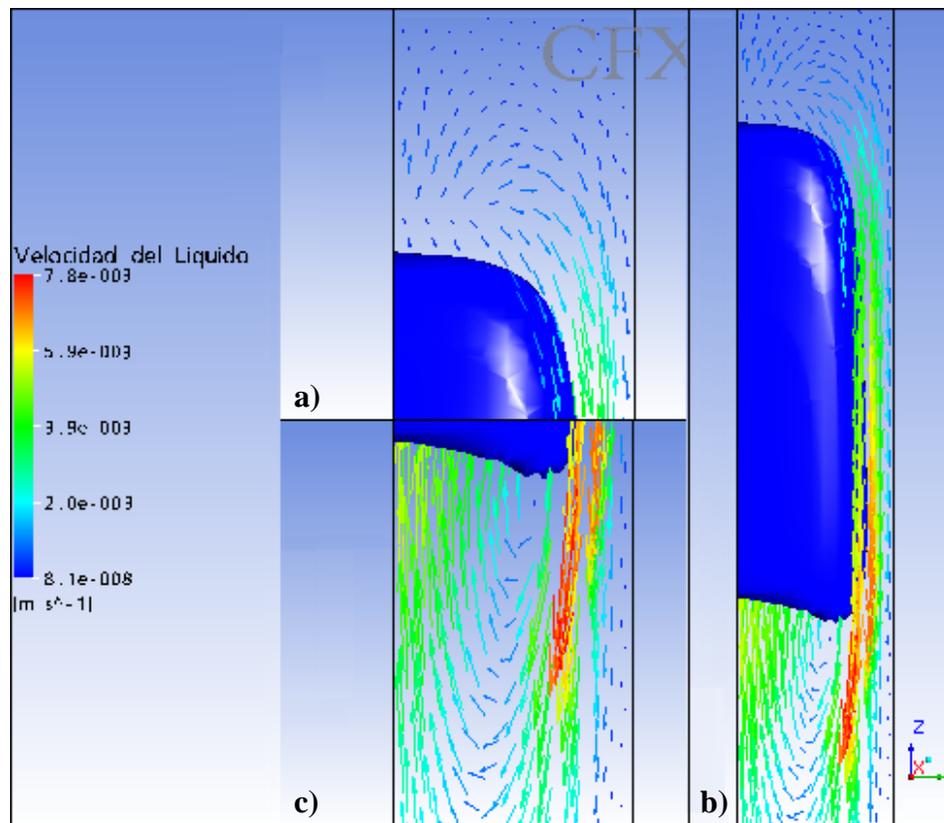


Fig. 5- 14 Campo de velocidad del líquido en un plano diagonal de un conducto de sección cuadrada de 1.0 mm de diámetro hidráulico. a) Zona de menisco superior. b) Vista lateral. c) Zona de menisco inferior

La descripción del campo de velocidad del líquido alrededor de la burbuja, para las demás geometrías, es similar al anterior, teniendo el mismo comportamiento incluso en la dirección transversal, como se muestra en la Fig. 5- 15, donde se compara la distribución de velocidad del líquido en el plano transversal a la entrada de la zona de película uniforme para conductos de 1.5 mm de diámetro hidráulico. En esta figura se observa que la dirección del flujo va desde la interfase hacia la esquina del conducto, obteniéndose la mayor velocidad en una zona intermedia.

La presencia de la mayor velocidad de flujo, aunado a una mayor área, demuestra que en la esquina del conducto, independientemente de la geometría, se concentra el mayor porcentaje de flujo másico, haciendo prácticamente despreciable a la película que desciende por los lados. Esto concuerda, cualitativamente, con los resultados experimentales reportados por Kolb y Cerro (1993), quienes afirman que en conductos cuadrados llenos de líquido estático, el flujo másico en las cuatro esquinas excede el 95 por ciento del total del flujo en la sección.

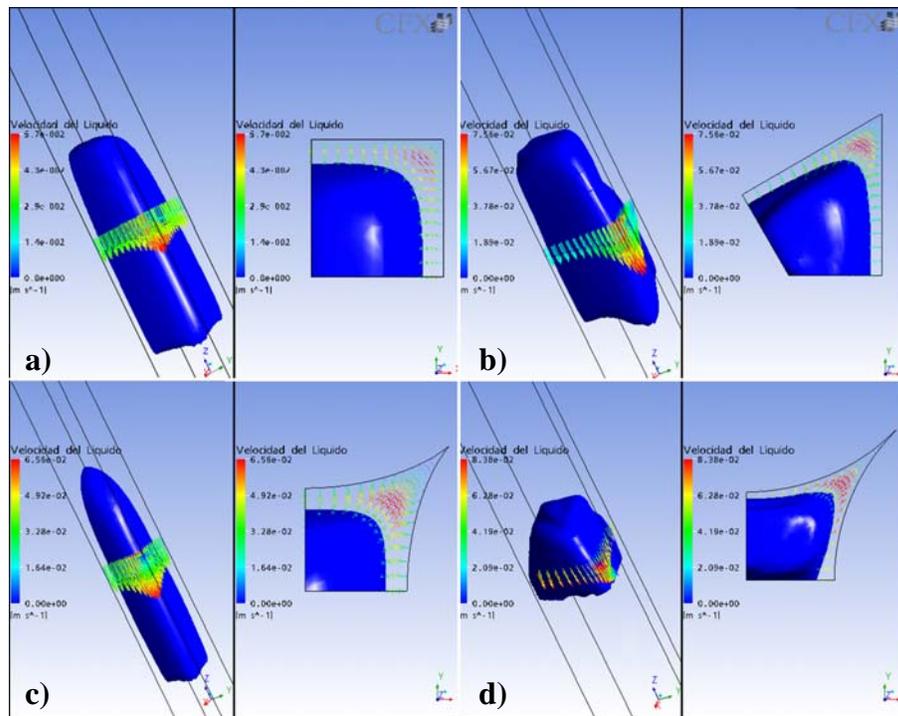


Fig. 5- 15 Campo de velocidad del líquido en el plano transversal a la entrada de la zona de película uniforme. a) Sección cuadrada. b) Sección triangular. c) Sección astroidal. d) Sección pseudoastroidal

Distribución de presión alrededor de la burbuja

De la Fig. 5- 16 a la Fig. 5- 18, se muestra la distribución de presión alrededor de una burbuja ascendiendo en un conducto de sección transversal triangular de 1.5 mm de diámetro hidráulico. En la Fig. 5- 16 se observa la distribución de presión estática alrededor de la burbuja, notándose que es constante y de mayor valor corriente arriba de la nariz, decrece a lo largo de la zona de película, manteniéndose constante aguas abajo de la misma. La región de menor presión se localiza en la concavidad de la burbuja, comenzada a notarse justo a la salida del canal de flujo, hacia el lado de la burbuja. Esta baja presión obedece al vacío ocasionado por la burbuja en su ascenso y explica la zona de recirculación corriente debajo de la misma.

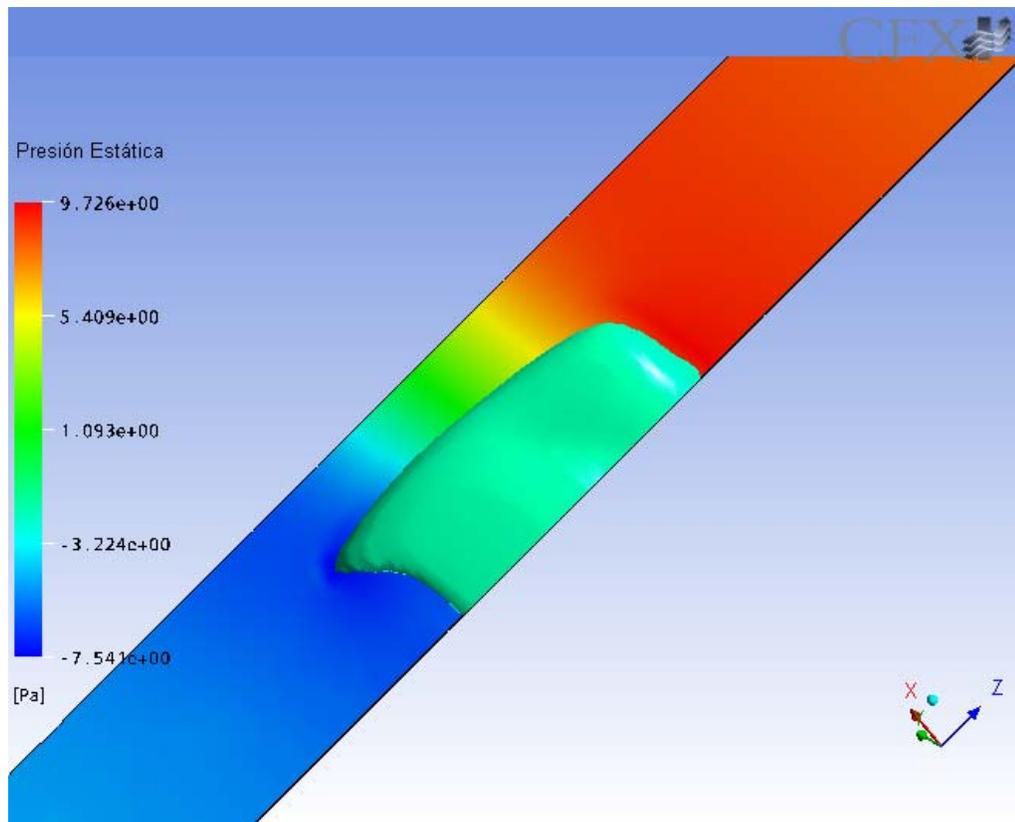


Fig. 5- 16 Distribución de presión estática en el plano diagonal alrededor de una burbuja ascendiendo en un conducto triangular de 1.5 mm de diámetro hidráulico

La Fig. 5- 17 muestra la distribución de presión dinámica alrededor de la burbuja. A medida que el líquido es desplazado hacia la zona de película, aumenta la presión dinámica, puesto que la velocidad deja de ser cero; a lo largo de esta zona, el líquido se acelera, ocasionando un aumento en la presión dinámica, hasta alcanzar su máxima velocidad, región coincidente con la zona de máxima presión. Al salir de la zona de menisco inferior el líquido se desacelera, disminuyendo la presión dinámica, hasta que el líquido corriente debajo de la burbuja alcance nuevamente el reposo.

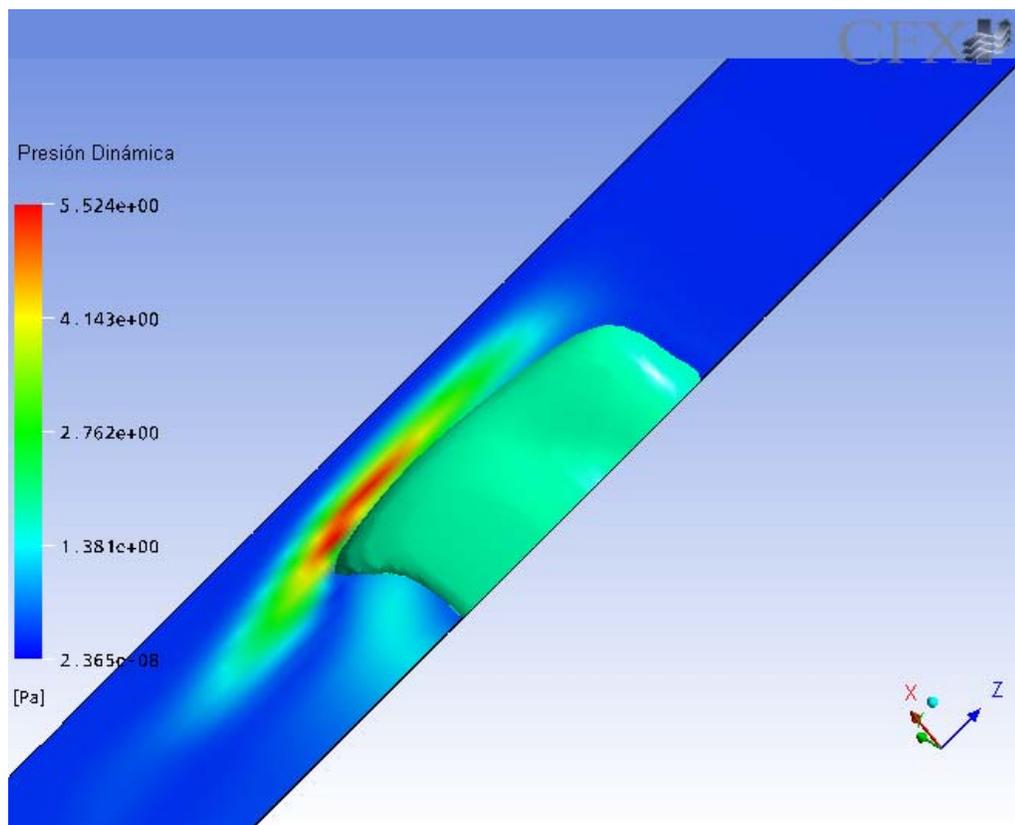


Fig. 5- 17 Distribución de presión dinámica en el plano diagonal alrededor de una burbuja ascendiendo en un conducto triangular de 1.5 mm de diámetro hidráulico

Es de notar una zona de presión intermedia en la concavidad de la burbuja. El aumento de presión en esta zona responde al movimiento del líquido dentro de la zona de recirculación.

En la Fig. 5- 18 se representa la suma de la presión estática y de la presión dinámica, que representa la presión total si se considera despreciable a la presión hidroestática. Se puede observar que aunque la disminución de la presión estática trató de compensarse con el aumento de la presión dinámica, la igualdad de presión entre la nariz y la cola de la burbuja no se alcanzó; esto se debe a la pérdida de presión por fricción, siendo esta mayor hacia la pared del conducto que hacia la superficie de la interfase. Este resultado obedece al hecho de que la velocidad relativa entre la pared y la película de líquido es mayor a la velocidad relativa entre la burbuja y esa última, ocasionando un mayor gradiente de velocidad hacia la pared, y por ende mayor pérdida de presión.

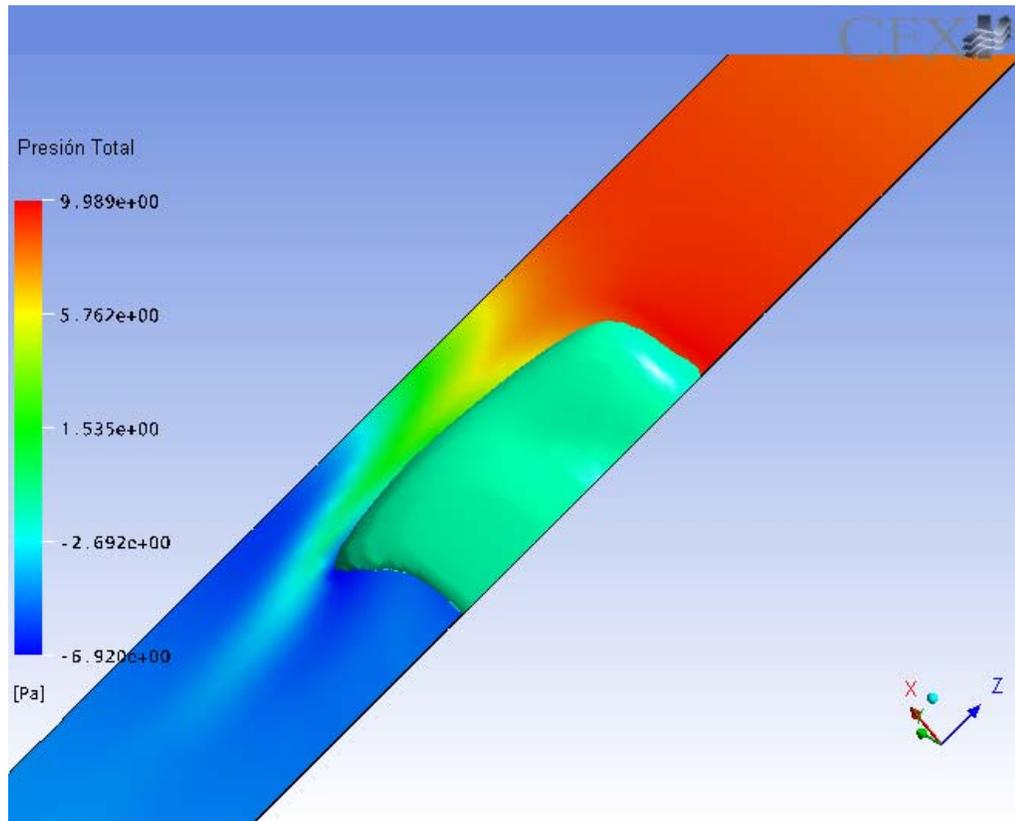


Fig. 5- 18 Distribución de presión total en el plano diagonal alrededor de una burbuja ascendiendo en un conducto triangular de 1.5 mm de diámetro hidráulico

La distribución de presión en las demás geometrías estudiadas es similar al anteriormente descrito, independiente del diámetro hidráulico del conducto. La

diferencia radica en el valor de la pérdida de presión, presentándose estos resultados en la Tabla 5-3.

Tabla 5- 3 Diferencia de presión entre la cola y la nariz de la burbuja para todos los casos estudiados

Geometría	Dh (mm)	Δp Nariz-Cola (Pa)
Cuadrada	1.0	25.980
	1.5	16.986
Triangular	1.0	14.715
	1.5	14.325
Astroidal	1.0	18.002
	1.5	14.800
Pseudoastroidal	1.0	12.050
	1.5	10.663

Se observa que, para una geometría dada, la mayor diferencia de presión entre la nariz y la cola de la burbuja se hace presente en conductos de menor diámetro hidráulico; y comparando la geometría de la sección transversal del conducto, la mayor diferencia de presión se encuentra en aquellos conductos donde la velocidad de ascenso de la burbuja es menor. Este comportamiento puede deberse al hecho de que en aquellos conductos donde la velocidad de flujo es menor, el porcentaje de la sección transversal ocupado por la burbuja es mayor, disminuyendo el diámetro hidráulico de esa sección. La pérdida de presión en flujo laminar aumenta con el inverso del diámetro hidráulico, por lo que resulta aceptable la hipótesis planteada.

Esfuerzo cortante en la pared del conducto

El esfuerzo cortante en la pared se relaciona con el coeficiente global de transferencia de masa (Incropera y Witt, 1999), por lo que conocer su distribución permite optimizar los mecanismos de mezcla en capilares. En la Fig. 5- 19 se muestra la distribución de esfuerzo cortante longitudinal en la pared, en la esquina de un

conducto de sección cuadrada, en función de la relación de la coordenada z , medida desde la cola de la burbuja, y la longitud de la misma.

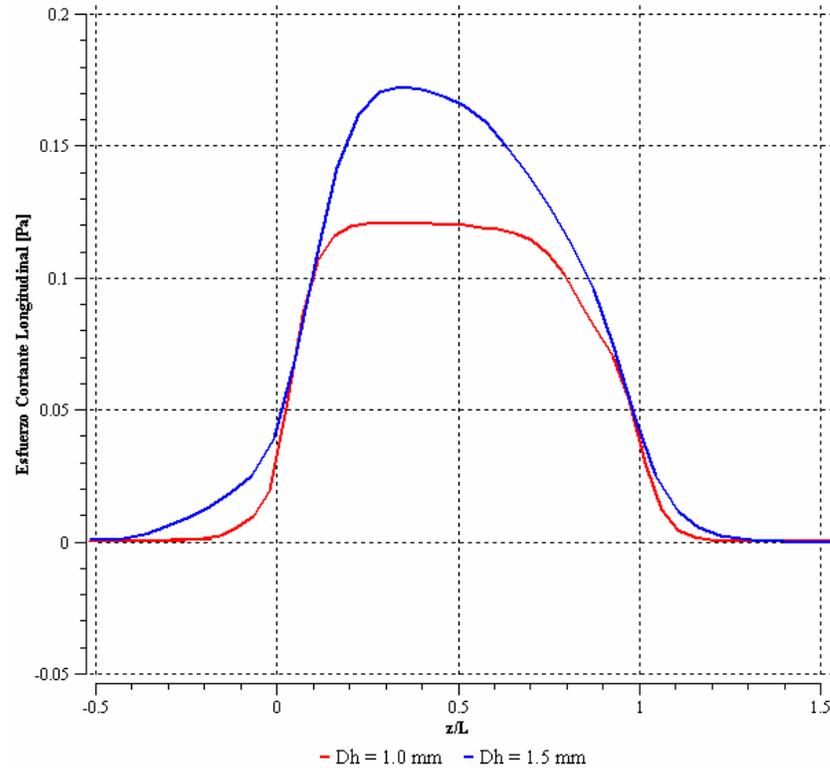


Fig. 5- 19 Distribución de esfuerzo cortante longitudinal sobre la sección media de un conducto de sección cuadrada

En la figura anterior se observa que el esfuerzo cortante longitudinal en la esquina es cero hasta una distancia de aproximadamente 1.2 veces la longitud de la burbuja por encima de la nariz de ésta, y luego su magnitud aumenta, siempre con signo positivo, a medida que el líquido es desplazado hacia la zona de película, alcanzando su máximo valor aproximadamente al 20 por ciento de la longitud de la burbuja. El signo positivo del esfuerzo cortante significa flujo en dirección descendente, siendo concordante con la dirección de la velocidad del líquido en la zona de película.

Luego de alcanzar su máximo valor, el esfuerzo cortante disminuye rápidamente a medida que el líquido sale de la zona de menisco inferior, y se hace

cero a una distancia relativamente corta, aguas abajo de la burbuja. Como el esfuerzo cortante mantiene su signo positivo, incluso luego de salir de la zona de película, se demuestra que la velocidad del líquido no cambia de sentido, es decir, la zona de recirculación no alcanza la esquina del conducto.

El comportamiento de la distribución de esfuerzo cortante en la esquina es independiente del diámetro hidráulico del conducto, diferenciándose solo en la magnitud, la cual es mayor en conductos de 1.5 mm de diámetro hidráulico, por ser estos los casos donde se presenta mayor velocidad de flujo.

La Fig. 5- 20 muestra una gráfica similar a la anterior, pero en la sección media del lado del conducto, demostrándose que el comportamiento de la distribución de esfuerzo es similar al de la esquina del conducto, pero el esfuerzo es de mayor magnitud por presentarse un mayor gradiente de velocidad entre la superficie de la burbuja y la pared del lado del conducto, que entre la burbuja y la esquina del mismo. El cambio de signo del esfuerzo cortante a la salida de la zona de película, presente en el conducto de $Dh = 1.5$ mm, evidencia un cambio en la dirección del flujo, producto de la zona de recirculación. También se observa que la distancia, sobre la nariz y debajo de la cola, afectada por el movimiento de la burbuja es prácticamente igual que la del caso anterior.

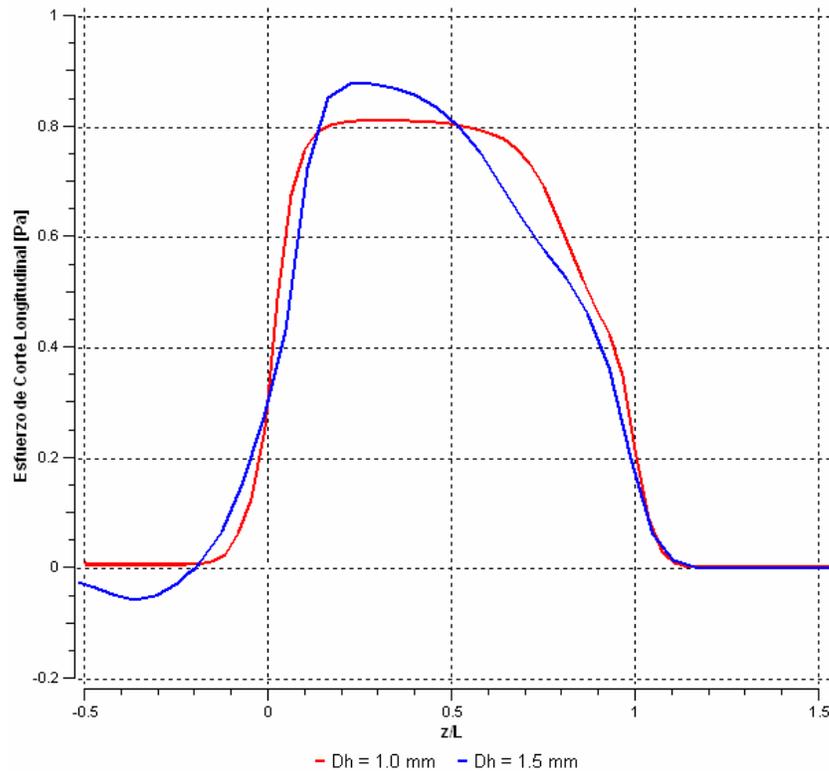


Fig. 5- 20 Distribución de esfuerzo cortante longitudinal sobre la sección media de un conducto de sección cuadrada

La distribución de esfuerzo cortante longitudinal es similar en todos los casos estudiados, variando sólo en la distancia, corriente arriba y corriente abajo de la burbuja, afectada por el movimiento de la misma, coincidiendo ambos comportamientos con los encontrados en el caso de esfuerzo cortante transversal, resultados reportados a continuación.

En la Fig. 5- 21 se muestra la distribución de esfuerzo cortante transversal en la pared, en la esquina del conducto de sección cuadrada, observándose que la distribución de esfuerzo cortante presenta igual perfil para ambos diámetro hidráulicos estudiados, siendo de mayor magnitud en el caso de 1.5 mm, por ser el de mayor velocidad de flujo de la burbuja.

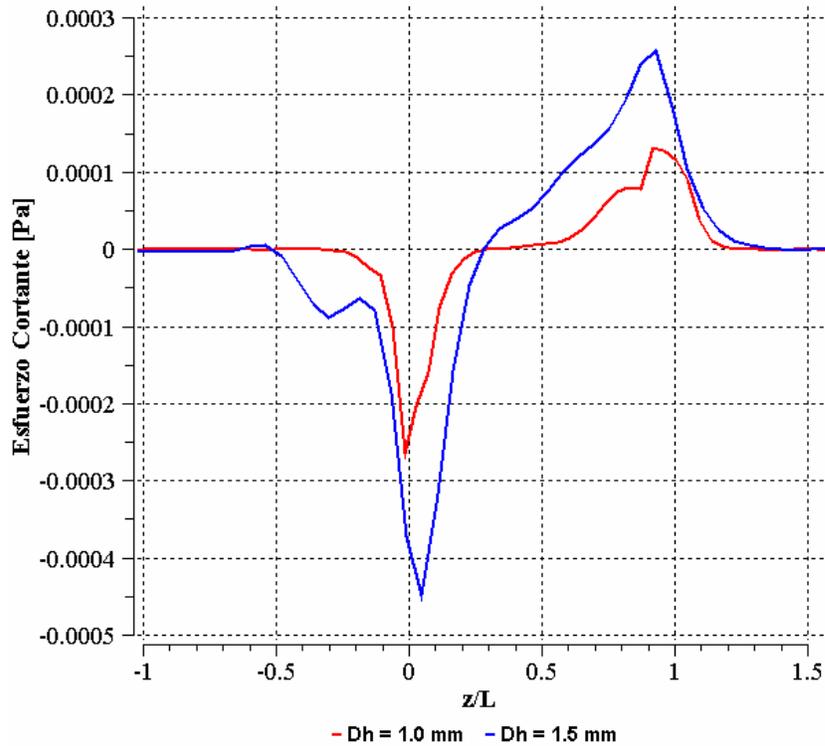


Fig. 5- 21 Distribución de esfuerzo cortante transversal sobre la esquina de un conducto de sección cuadrada

En la figura anterior se observa que la magnitud del esfuerzo cortante es cero hasta una distancia de aproximadamente 1.2 veces la longitud de la burbuja por encima de la nariz de ésta, coincidiendo con aquella para esfuerzo cortante longitudinal, y luego aumenta su valor producto del efecto pistón que ejerce la burbuja. A medida que el líquido es desplazado alrededor de la nariz de la burbuja, éste experimenta el mayor esfuerzo cortante positivo, justo antes de entrar a la zona de película. El signo positivo del esfuerzo de corte significa flujo de líquido alejándose de la burbuja. El esfuerzo de corte disminuye rápidamente en la zona central de la burbuja, siendo una región cercana a cero esfuerzo de corte. En la zona de menisco inferior, a la salida de la zona de película, el esfuerzo cortante cambia de signo, debido a que el líquido se acerca a la burbuja a fin de ocupar el vacío dejado por ésta en su ascenso. Justo después de la cola de la burbuja, la magnitud del esfuerzo se hace cero rápidamente y se mantiene constante, donde el movimiento de

la burbuja no afecta el líquido debajo de ella, a una distancia similar a la encontrada para esfuerzo longitudinal.

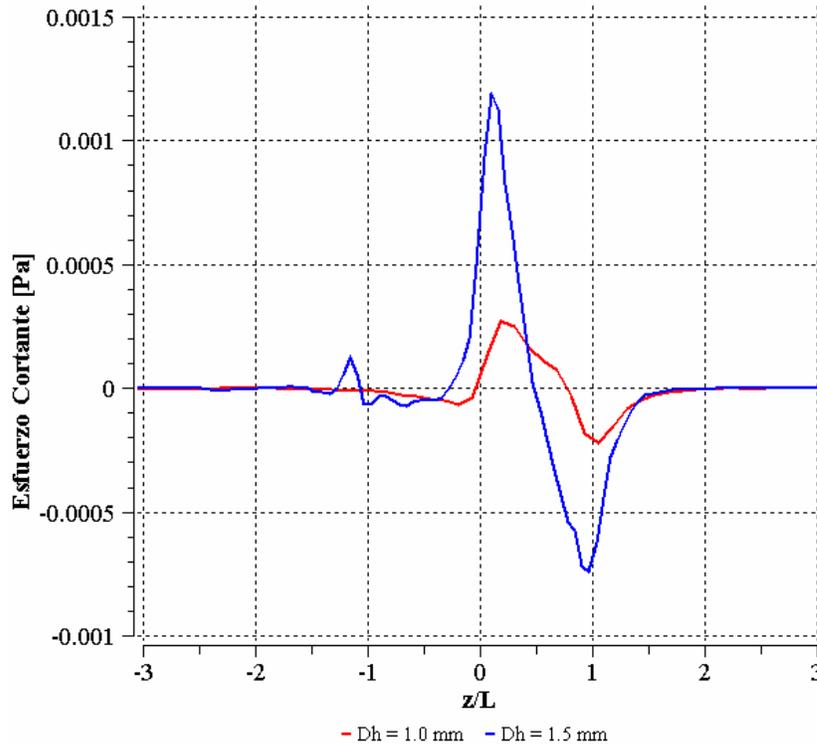


Fig. 5- 22 Distribución de esfuerzo cortante transversal sobre la esquina de un conducto de sección triangular

En conductos de sección triangular (Fig. 5- 22), sección astroidal (Fig. 5- 23) y sección pseudoastroidal (Fig. 5- 24), el perfil de esfuerzo cortante transversal es ligeramente diferente al de conductos de sección cuadrada, manteniéndose la tendencia de ser mayor en los conductos de 1.5 mm de diámetro hidráulico, por presentar mayor velocidad de flujo de la burbuja. Para las tres geometrías mencionadas el efecto del movimiento de la burbuja alcanza una mayor distancia, en relación a la longitud de la burbuja, en conductos pseudoastroidales, seguido por los astroidales y los triangulares, respectivamente; sin embargo esta distancia es independiente del diámetro hidráulico del conducto.

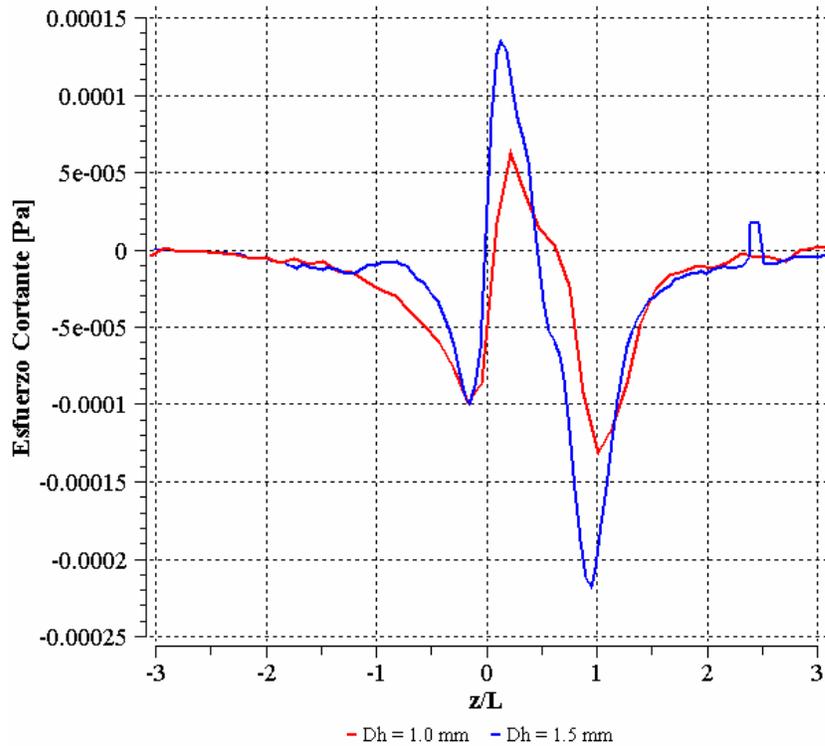


Fig. 5- 23 Distribución de esfuerzo cortante transversal sobre la esquina de un conducto de sección astroidal

En los casos de conductos de sección triangular (Fig. 5- 22) y de sección astroidal (Fig. 5- 23), la magnitud del esfuerzo cortante transversal en la esquina disminuye rápidamente a cero corriente debajo de la burbuja, sin embargo en conductos de sección pseudoastroidal, se hacen presentes fluctuaciones en el esfuerzo cortante, a una distancia por debajo de la cola de hasta ocho veces la longitud de la burbuja (Fig. 5- 24). Este comportamiento se debe a la presencia de pequeñas burbujas que se desprenden de la cola de la burbuja, que afectan al campo de velocidad en la sección transversal del conducto, haciéndose más notorio en el caso de 1.5 mm, donde el desprendimiento de burbujas es mayor.

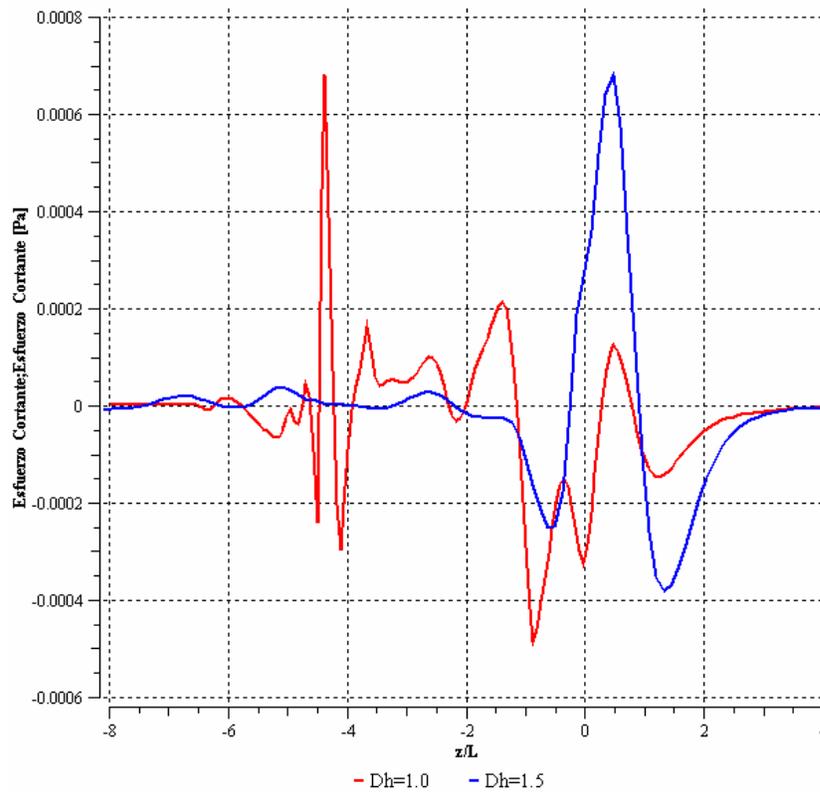


Fig. 5- 24 Distribución de esfuerzo cortante transversal sobre la esquina de un conducto de sección pseudoastroidal

Estos resultados dan la posibilidad de entender la transferencia de masa, radial y longitudinal, en microconductos de sección no circular; más aún, el conocimiento de la longitud no afectada por el movimiento de la burbuja permite diseñar un mallado grueso en esas regiones y concentrar mayor número de elementos hacia la zona donde se encuentre el gas, para simulaciones permanentes con coordenadas fijas a la burbuja, reduciendo cálculos innecesarios y ahorrando tiempo de cómputo. El procedimiento diseño de este mallado toma provecho de que, aún cuando dichas distancias varían con la geometría, permanecen casi constantes al variar el diámetro hidráulico del conducto.

CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

El comportamiento fluidodinámico de una burbuja ascendiendo en un conducto vertical de sección cuadrada, triangular, astroidal y pseudoastroidal de diámetro hidráulico igual a 1.0 y 1.5 mm, fue simulado numéricamente empleando un modelo Euleriano-Euleriano, heterogéneo y de superficie libre. De los resultados obtenidos se desprenden las siguientes conclusiones:

- El modelo matemático empleado describe adecuadamente el comportamiento fluidodinámico del ascenso de burbujas de Taylor en microconductos de sección transversal no circular.
- Mediante un modelo Euleriano-Euleriano de superficie libre es posible estudiar el comportamiento global de grupos de pequeñas burbujas, así como también del rompimiento de grandes de ellas.
- El método de volúmenes finitos basado en elementos permite resolver el modelo matemático planteado, obteniéndose resultados con el grado de precisión deseado. Sin embargo la complejidad del fenómeno hace que se requiera un tiempo de cómputo elevado.
- El comportamiento de la velocidad de flujo de la burbuja, obtenido en este trabajo, concuerda cualitativamente con el observado experimentalmente, sobreestimándolo de manera cuantitativa.

- La velocidad de flujo de la burbuja se incrementa al aumentar el diámetro hidráulico del conducto, independientemente de la geometría de la sección transversal del mismo.
- En conductos de sección pseudoastroidal, la velocidad de flujo es mayor en relación a las demás geometrías estudiadas, para todos los diámetros hidráulicos estudiados.
- En conductos de diámetro hidráulico igual a 1.0 mm, la velocidad de flujo de la burbuja es menor en conductos de sección astroidal, seguida por la sección cuadrada; mientras que en los de 1.5 mm resulta lo contrario.
- En conductos de igual diámetro hidráulico, el efecto de la tensión superficial disminuye al aumentar el área transversal de los mismos, haciéndose significativa la influencia de las fuerzas viscosas.
- La forma de la interfase gas-líquido depende del valor de fracción volumétrica de gas que se seleccione para definirla, empleando el método de solución utilizado en este trabajo.
- La forma de la interfase gas – líquido obtenida en este trabajo es comparable con los resultados experimentales.
- A medida que se incrementa el diámetro hidráulico del conducto, los meniscos de la burbuja se tornan aplanados y el espesor de película uniforme disminuye. En contraposición, si el diámetro hidráulico disminuye, la nariz se alarga y la cola adopta cierta concavidad. Este comportamiento es independiente de la geometría de la sección transversal del conducto.

- El campo de velocidad de líquido alrededor de la burbuja presenta un comportamiento similar en todas las geometrías, caracterizado por la presencia de una zona de recirculación a la salida de la zona de menisco inferior.
- Independientemente de la geometría del conducto, el flujo másico de líquido en una sección transversal dentro de la zona de película, se concentra hacia la esquina, pudiéndose despreciar el efecto de la película delgada que se forma en los lados del conducto.
- La mayor diferencia de presión entre la nariz y la cola de la burbuja se hace presente en conductos de 1.0 mm de diámetro hidráulico, y en la sección cuadrada si se comparan las geometrías; mientras que la menor diferencia de presión corresponde a la sección pseudoastroidal.
- El comportamiento de la distribución de esfuerzo cortante longitudinal y transversal, es similar tanto en la esquina del conducto como en la sección media del lado del mismo, variando solo en el esfuerzo máximo, el cual resulta mayor en la sección media del lado.
- El máximo esfuerzo cortante, longitudinal y transversal, en la pared, tanto en la esquina como en la sección media del conducto, aumenta al aumentar el diámetro hidráulico del mismo, y es mayor en la sección triangular.
- La distancia en la cual el esfuerzo cortante en el líquido no se ve afectado por el movimiento de la burbuja, coincide en el caso de esfuerzo longitudinal y de esfuerzo transversal, tanto corriente arriba como corriente abajo de la burbuja.
- La influencia del movimiento de la burbuja en el esfuerzo cortante en la esquina del conducto, desaparece a una distancia menor, en relación a la longitud de la burbuja y a partir de la nariz de la misma, en conductos de sección cuadrada,

seguidos por los de sección triangular, astroidal y pseudoastroidal, respectivamente; siendo esta distancia independiente del diámetro hidráulico del conducto.

– La longitud por debajo de la cola de la burbuja, en la cual la zona de recirculación afecta el esfuerzo cortante en la esquina del conducto, es mayor que la longitud por encima de la nariz afectada por el efecto de pistón, y guarda igual relación, respecto a la geometría, que esta última, siendo además independiente de las dimensiones del conducto.

– En conductos de sección pseudoastroidal de 1.5 mm de diámetro hidráulico se genera mayor esfuerzo cortante transversal hacia la esquina, siendo distinto de cero a una mayor distancia corriente arriba y corriente debajo de la burbuja, pudiendo brindar, en aplicaciones que requieran mezcla en capilares, una mayor zona de transferencia de masa, lo que permite disminuir la longitud del conducto, en relación a sus contrapartes aquí estudiados.

Recomendaciones

– Empezar estudios experimentales del fenómeno estudiado a fin de poder recolectar data más confiable que permita verificar, con menos incertidumbre, si las simulaciones llevadas a cabo arrojan resultados acordes a la realidad.

– Estudiar analítica, experimental o numéricamente, el coeficiente de arrastre mantenido sobre una burbuja ascendiendo en microconductos de sección transversal igual a las aquí estudiadas.

– Desarrollar un algoritmo que permita realizar un mallado grueso hacia las zonas donde el movimiento de la burbuja no afecte al líquido y concentre elementos hacia la zona donde se encuentre la burbuja, a fin de realizar simulaciones permanentes con economía en tiempo de cómputo.

- Incorporar al modelo los efectos de transferencia de calor y transferencia de masa, permitiendo llevar a cabo simulaciones de flujo bifásico de una sustancia pura y su vapor, a fin de estudiar aplicaciones concretas.
- Dar al estudio un enfoque adimensional, a fin de poder extender los resultados a casos generales de ascenso de burbujas en microconductos verticales de sección no circular.
- Emplear otros modelos de transferencia de *momentum* a través de la interfase que no requieran conocer de antemano condiciones del flujo.
- Incorporar al método de solución empleado, un algoritmo de reconstrucción geométrica de la interfase, a fin de obtener una ubicación mas precisa de la misma.
- Emplear otros esquemas de interpolación para los términos advectivos, de orden superior al usado en este trabajo, a fin de disminuir la difusión numérica de la fracción volumétrica, y de esta manera obtener una ubicación más precisa de la interfase.
- Crear un laboratorio de simulación numérica en la EIM, donde se resuelvan, no solo problemas en el área de energética, sino también en las demás disciplinas propias de la ingeniería mecánica. Dicho laboratorio debería estar separado físicamente de la sala de tesis de la misma escuela, a fin evitar que se afecten las actividades de alguna de las partes.
- Acoplar el laboratorio de simulación numérica de la EIM al *cluster* del IMF, así como también a otros centros de cómputo intensivo, dentro y fuera del país, con la intención de poder procesar, en tiempos de cómputo aceptables, simulaciones que se acerquen más a la realidad y a las necesidades de la ingeniería.

- Desarrollar *software* de simulación propios y mejorar su rendimiento a partir del estudio de *software* de código abierto ya consolidados.
- Incluir en el plan de estudios de los cursos de pre-grado de la EIM, mayor participación de los métodos numéricos en la solución de problemas inherentes a las materias dictadas.

BIBLIOGRAFÍA

ANSYS® CFX-Solver. (2005). Release 10.0: Theory.

ANSYS® CFX-Solver. (2005). Release 10.0: Modeling.

Bi, Q.C. y Zhao, T.S. (2001). Taylor bubbles in miniaturized circular and noncircular channels. *International Journal of Multiphase Flow*, (27), 561-570

Brackbill, J. U., Kothe, D. B. y Zemach, C. (1992). A Continuum Method for Modeling Surface Tension. *Journal of Computational Physics*, (100), 335-354

Bretherton, F.P. (1961). The motion of long bubbles in tubes. *Journal of Fluid Mechanics*, (10), 166-188

Bugg, J. D., Mack, K. y Rezkallah, K. S. (1998). A numerical model of Taylor bubbles rising through stagnant liquids in vertical tubes. *International Journal of Multiphase Flow*, XXIV (2), 271-281

Clanet, C., Héraud, P. y Searby, G. (2004). On the motions of bubbles in vertical tubes of arbitrary cross-sections: some complements to the Dumitrescu-Taylor problem. *Journal of Fluid Mechanics*, (519), 359-376

Clift, R., Grace, J.R. y Weber, M.E. (1978). *Bubbles, Drops and Particles*, New York. Academic Press

Davies, R. M. y Taylor G. I. (1950). The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes". *Proc. R. Soc. Londres*, (200), 375-390

Dumitrescu, D. T. (1943). Strömung an einer luftblase im senkrechten rohr. Z. Angew. Mathematical Mechanics, (23), 139-149

Hout van, R., Gulitski, A., Barnea, L. Y Shemer, L. (2001). Experimental investigation of the velocity field induced by a Taylor bubble rising in stagnant water. International Journal of Multiphase Flow, (28), 579-596

Incropera, F. y DeWitt, D. (1999). Fundamentos de transferencia de calor, México: Prentice Hall. 888 p.

Kolb, W.B. y Cerro, R.L. (1993). Film flow in the space between a circular bubble and a square tube. Journal of Colloid Interface Science, (159), 302-311

Larreteguy, A. (2006, 20 al 24 de marzo). Modeling and simulation of multicomponent flows: a bird's eye view of a very complex research field. Ponencia presentada en el VII Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. (pp. CI-77 – CI-90). Isla de Margarita: Sociedad Venezolana de Métodos Numéricos en Ingeniería

Liao, Q. y Zhao, T.S. (2003). Modeling of Taylor bubble rising in a vertical mini noncircular channel filled with a stagnant liquid. International Journal of Multiphase Flow, (29), 411-434

Maliska, C. (2004). Transferencia de Calor e Mecánica dos Fluidos Computacional, 2da ed. Florianópolis, Brasil: Livros Técnicos e Científicos Editora. 453 p.

Polonsky, S., Barnea, D. y Shemer L. (1999). Averaged and time-dependent characteristics of the motion of an elongated bubble in a vertical pipe. International Journal of Multiphase Flow, (25), 795-812

Rincón, J. (1998, 17 al 20 de marzo). Avances y tendencias de los métodos numéricos en la dinámica de fluidos. Ponencia presentada en el IV Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. (pp. CI-9 – CI-18). Ciudad Guayana: Sociedad Venezolana de Métodos Numéricos en Ingeniería

Segura, J. (1998). Modelo de simulación para flujo bifásico en mechas de tubos de calor. Tesis M.Sc. Termoenergética. Inédito. Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad Central de Venezuela, Caracas

Taha Taha y Cui, Z.F. (2006). CFD modelling of slug flow inside square capillaries. *Chemical Engineering Science*, (61), 665-675

Thulasidas, T. C., Abraham, M. A. y Cerro, R. L. (1995). Bubble-train flow in capillaries of circular and square cross section. *Chemical Engineering Science*, (50), 183-199

Tomiyama, A., Sou, A. y Sakaguchi, T. (1996). Numerical simulation of a Taylor bubble in a stagnant liquid inside a vertical pipe. *JSME International Journal, Serie B*, XXXIV (3), 517-524

Tung, K. W. y Parlange, J. Y.(1976). Note on the motion of long bubbles in closed tube influence of Surface Tension. *Acta Mechanica*, (24), 313-317

Universidad Central de Venezuela. Facultad de Ingeniería. Comisión de Bibliotecas (2005). Instructivo para la presentación de tesis de pregrado, postgrado, doctorado y trabajos de ascenso. Caracas

Universidad de los Andes. Facultad de Ingeniería, Escuela de Mecánica. (1998). Flujo de dos fases. Mérida: Alarcón, G.

University of Tulsa. Department of Petroleum Engineering. (1998). Two-phase flow modeling. Tulsa: Shoam, O.

Vandu, C. O., Liu, H., y Krishna, R. (2005). Mass transfer from Taylor bubbles rising in single capillaries. *Chemical Engineering Science*, (60), 6430-6437

Versteeg, H. K. y Malalasekera, W. (1995). *An introduction to computational fluids dynamics. The finite volume method*, England: Longman Scientific & Technical. 257 p.

Wallis, G.B. (1969). *One dimensional two-phase flow*, New York: McGraw-Hill

White, E.T. y Beardmore, R.H. (1962). The velocity of rise of single cylindrical air bubbles through liquids contained in vertical tubes. *Chemical Engineering Science*, (17), 351-361

Yeoh, G.H. y Tu, J.Y. (2006). Numerical modeling of bubbly flows with and without heat and mass transfer". *Applied Mathematical Modeling*, (30) 1067-1095.