## **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

Modelo asociado a las Corrientes de Fuga en Sistemas de Transporte con alimentación DC.

> Presentado ante la Ilustre Universidad Central de Venezuela para optar al Título de Magíster Scientiarum en Ingeniería Eléctrica, por el Ing. Nerio R. Ojeda M.

Caracas, noviembre de 2006

© Ojeda, Nerio 2006-11-19 Hecho el Depósito de Ley Depósito Legal lft 487200662012

# TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

# Modelo asociado a las Corrientes de Fuga en Sistemas de Transporte con alimentación DC.

Tutora Académica: Profa. Carmen Pahmer.

Presentado ante la Ilustre Universidad Central de Venezuela para optar al Título de Magíster Scientiarum en Ingeniería Eléctrica, por el Ing. Nerio R. Ojeda M.

Caracas, noviembre de 2006

## UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA FACULTAD DE INGENIERÍA COMISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

## VEREDICTO

Quienes suscriben, miembros del Jurado designado por el Consejo de la Facultad de Ingeniería para examinar el Trabajo de Grado presentado por el Ing. Nerio R. OJEDA MENDOZA Cédula de Identidad número V-6.979.457, y titulado "MODELO ASOCIADO A LAS CORRIENTES DE FUGA EN SISTEMAS DE TRANSPORTE CON ALIMENTACIÓN DC", a los fines de cumplir con el requisito legal para optar al título de MAGISTER SCIENTIARUM EN INGENIERIA ELÉCTRICA, dan fe de lo siguiente:

- Una vez leído como fue, dicho trabajo por cada uno de los miembros del jurado, el coordinador del jurado convocó para efectuar la defensa en forma pública el día miércoles 15 de noviembre de 2006, a las 03:00 p.m., en el Aula E-206 de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela.
- 2. La defensa comenzó a las 03:15 a.m. en el sitio y fecha antes señalados. El aspirante hizo un resumen oral de su Trabajo de Grado, luego de lo cual respondió satisfactoriamente las preguntas que le fueron formuladas por el Jurado, todo ello conforme a lo dispuesto en el artículo 44 del Reglamento de Estudios de Postgrado de la Universidad Central de Venezuela.
- 3. Finalizada la defensa pública, el jurado deliberó en privado y por unanimidad decidió APROBAR el Trabajo por considerar, sin hacerse solidario de las ideas expuestas por el autor, que se ajusta a lo dispuesto y exigido en el Reglamento antes citado. Para dar este veredicto, el Jurado consideró que el trabajo contribuye con un modelo matemático simple y de fácil instrumentación para la determinación de las corrientes de fuga en sistemas de tracción DC.
- 4. En fé de lo cual se levanta la presente acta, en original y tres copias, en Caracas, a los quince días del mes de noviembre de dos mil seis, dejándose constancia que conforme a la normativa jurídica vigente, actuó como coordinador del jurado, la Profesora Carmen Pahmer, tutora del trabajo.

Ing. Wilmer Malpica (M.Sc.)

Ing. Celso Fortoul (F

Ing. Carmen Pahmer S. (Ph.D.) Coordinadora

## Ojeda M., Nerio R.

Modelo asociado a las Corrientes de Fuga en Sistemas de Transporte con alimentación DC.

Tutora Académica: Profa. Carmen Pahmer. Tesis. Caracas. U.C.V. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Eléctrica. Magíster Scientiarum en Ingeniería Eléctrica. 2006. 120.

Palabras Claves: Sistemas de tracción en DC, corrientes de fuga, sistemas de transporte, riel de rodamiento.

**Resumen.** En todo sistema eléctrico existen corrientes de fuga y en particular en los sistemas de transporte masivo con alimentación DC, este hecho es reconocido por normas internacionales como la IEC 62128-2: 2003. La magnitud e importancia de las corrientes de fuga dependerán de múltiples factores, los cuales se deben analizar detalladamente para poder establecer la representación circuital en la determinación y cuantificación de las mismas. En este trabajo se plantea el estudio de las corrientes de fuga presentes en los sistemas de transporte masivo con alimentación DC, para proponer los modelos que mejor representen el comportamiento de estas corrientes en el sistema de tracción de la ciudad de Caracas. Como resultados iniciales de la investigación se pudo establecer la existencia de diversas representaciones o esquemas circuitales para cuantificar la magnitud de las corrientes. Estos modelos fueron evaluados y comparados, encontrándose que no se ajustaban al caso de estudio, por lo que se formulan expresiones analíticas a partir de los modelos de las referencias estudiadas. Para la evaluación de todas las expresiones presentadas en este trabajo se consideraron valores referenciales del sistema de tracción de la Línea 1 del Metro de Caracas, tomando diversas consideraciones y premisas establecidas a lo largo del documento.

## Dedicatoria

Este trabajo es el resultado de muchos acontecimientos que me marcaron de forma significativa, cada día que pasaba se presentaban situaciones que convertían el planteamiento inicial en un reto distinto. Hoy, una vez finalizado, se convierte en una satisfacción por todas las cosas de las cuales aprendí. La alegría de la culminación, así como el esfuerzo y tiempo invertido, lo dedicó:

A Dios. Por siempre ser luz que me guía.

A mi Mamá. Por que a pesar de mis canas, se preocupa por mí y mi futuro.

AHORA SI TERMINÉ.

A mi esposa Tamara, por ser lo que buscaba como compañera en la vida y

ser factor influyente en todo momento.

A mi futuro, mi hija Sophia. Por enseñarme a crecer y aprender.

A las luces que nos acompañaron, que a pesar del poco tiempo nos

dieron alegrías e ilusiones, y me enseñaron lo valioso de la vida.

A mi gran familia. Que siempre esta presente.

A Jean Pierre. Por que su visión, experiencia y forma de ser, dejaron huella en mí.

## Agradecimiento.

Durante el desarrollo de este trabajo fueron innumerables las personas que me tendieron la mano, para lograr culminar el mismo. De forma muy especial deseo mostrar mi agradecimiento a:

La Profa. Carmen Pahmer por absorber la responsabilidad de la guía de este trabajo, mostrando su preocupación en las distintas etapas desarrolladas y aconsejarme en las diversas partes.

Al Prof. Celso Fortoul por la inyección de dinamismo, así como sus palabras en las diversas conversaciones sostenidas, por la confianza mostrada y la mano dura oportuna.

A las personas que me acompañan en mi día a día y conocieron las dificultades presentadas, Alexander, Julio, Vanessa y en especial a Ligia, sin olvidar a Héctor y en larga distancia a Napo.

A los que me aclararon de alguna forma el rumbo, Prof. Francisco Valera, Prof. Franklin Martínez y el Br. Roger Rivero.

Al personal del Metro de Caracas en especial al Ing. Ramón Muñoz.

A las que mostraron su preocupación en culminar este trabajo en particular a la Sra. Gipsy.

Dedicatoria	i
Agradecimiento.	ü
Tabla de Contenido	iii
Indice de Figuras	v
Indice de Gráficas	vi
Indice de Tablas	vii
Introducción	1
CAPITULO I: Planteamiento del problema.	3
1.1. Problemas asociados a las corrientes de fuga	6
1.2. Problemas de corrosión asociados a las corrientes de fuga	7
1.3. Diferencia de potencial debido a las corrientes de fuga	9
1.4. Elementos del sistema de tracción.	1 /
1.4.1. Modelo del riel.	19
1.4.2. Modelos para la determinación de las corrientes de fuga	21
CAPÍTULO II: Características generales del sistema de tracción a estudiar.	23
2.1. Sistema de alimentación de los trenes.	24
2.2. Rieles.	
2.2.1. Tercer riel.	
2.2.2. Rieles de rodamiento.	
2.2.2.1. Características mecánicas y físicas de los rieles de rodamiento.	
2.2.2.1.1. Composición del acero.	
2.2.2.1.2. Resistencia a la tracción.	
2.2.2.1.3. Peso específico del acero.	
2.2.2.1.4. Coeficiente de dilatación.	
2.2.2.1.5. Módulo de elasticidad	30
2.2.2.1.6. Dureza	30
2.2.2.1.7. Textura	30
2.2.2.1.8. Forma	31
2.2.2.1.9. Tipos de riel	31
2.2.2.2. Conductor equivalente para los rieles	
2.2.2.3. Resistencia asociada a los rieles de rodamiento.	31
2.3. Durmientes de concreto.	31
2.3.1. Requerimientos generales de los durmientes	32
2.3.2. Materiales.	32
2.3.2.1. Concreto	32
2.3.2.2. Acero de refuerzo.	33
2.3.2.3. Acero para tirantes.	33
2.3.3. Resistividad asociada a los durmientes	33
2.4. Características del suelo o la tierra.	34
2.5. Resistencia de aislamiento de los rieles de rodamiento y el suelo	35
2.6. Alimentación de los motores.	35
2.7. Corriente máxima del tren.	36
2.8. Distancia entre subestaciones de tracción en la Línea 1	37
2.9. Resumen de parámetros.	38
-	

# Tabla de Contenido

CAPÍTULO III: Modelos circuitales en el estudio de las corrientes de fuga......39

3.1.	Modelo básico	. 39
3.2.	Modelo de la CAMC con dos subestaciones.	.42
3.3.	Modelo de la CAMC con dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra	.44
3.4.	Modelo Yu Goodman.	.47
3.5.	Modelo Hill-Riordan.	.51
3.5	5.1. Ecuaciones de propagación de la línea de transmisión.	.51
3.5	5.2. Teoría asociada a un conductor desnudo de retorno	. 53
	3.5.2.1. Ecuaciones de propagación John Riordan.	. 54
	3.5.2.2. Derivación de un circuito base	. 56
CAPÍTU	JLO IV: Evaluación de los modelos presentados.	. 62
4.1.	Cálculo de las corrientes de fuga utilizando el modelo básico.	. 62
4.	1.1. Cálculo de las corrientes de fuga con distancia del circuito 1 km.	. 64
4.	1.2. Cálculo de las corrientes de fuga con distancia del circuito 2.5 km	. 66
4.	1.3. Cálculo de las corrientes de fuga tomando las dos vías como retorno	. 68
4.	1.4. Cálculo de las corrientes de fuga con falla de aislamiento en la fuente.	70
4.2.	Cálculo de las corrientes de fuga utilizando el modelo de la CAMC con dos	
	subestacio nes.	.71
4.2	2.1. Cálculo de las corrientes de fuga en el modelo de la CAMC con dos	
	subestaciones, con 1 kA.	.73
4.2	2.2. Cálculo de las corrientes de fuga en el modelo de la CAMC con dos	
	subestaciones, con 9 kA.	.75
4.2	2.3. Cálculo de las corrientes de fuga en el modelo de la CAMC con dos	
	subestaciones para diferentes valores de $R_s$	.77
4.2	2.4. Cálculo de las corrientes de fuga con falla de aislamiento en el modelo	
	de la CAMC con dos subestaciones.	.79
4.3.	Cálculo de las corrientes de fuga utilizando el modelo de la CAMC con dos	
	subestaciones y el sistema de puesta a tierra.	. 80
4.3	3.1. Cálculo de las corrientes de fuga en el modelo del CAMC con dos	
	subestaciones y el sistema de puesta a tierra para diferentes valores de	
	$R_S$	. 83
4.3	3.2. Cálculo de las corrientes de fuga con falla de aislamiento en el modelo	
	de la CAMC con dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra	. 85
4.4.	Modelo Yu Goodman.	. 86
4.5.	Modelo Hill-Riordan.	.95
4.6.	Comparación y análisis de los modelos evaluados	. 98
CAPÍTI	ILO V. Modelos Propuestos	100
5.1.	Ecuaciones de pronagación	101
5.2.	Ecuaciones asociadas al modelo con una subestación de alimentación	103
5.2	2.1. Desarrollo de las expresiones de tensión v corriente	105
5.3.	Ecuaciones asociadas al modelo con dos subestaciones de alimentación	109
2.2.		/ /
Conclus	iones	114
Referen	cias	116

# Indice de Figuras

Figura 1.1. Esquema de ubicación de los rieles del sistema de tracción	. 18
Figura 2.1. Sistema combinado con motor serie.	.24
Figura 2.2. Sistema de alimentación de los rieles.	25
Figura 2.3. Detalles de las secciones de los rieles de contacto.	. 27
Figura 2.4. Forma de los rieles de tracción.	. 29
Figura 3.1. Representación circuital del modelo básico sin impedancia en el riel de contacto	40
Figura 3.2. Representación circuital del modelo básico con impedancia en el riel de contacto.	.41
Figura 3.3. Representación circuital asociada al modelo de la CAMC con dos subestaciones	43
Figura 3.4. Representación circuital asociada al modelo del CAMC con dos subestaciones y el	
sistema de puesta a tierra.	. 45
Figura 3.5. Representación circuital del medio de propagación entre los rieles de rodamiento y	
suelo	. 48
Figura 3.6. Representación circuital del medio de propagación representados entre los rieles	. 52
Figura 3.7. Representación circuital del medio de propagación entre los rieles de rodamiento y	
suelo	. 54
Figura 3.8. Representación circuital del medio de propagación.	. 54
Figura 3.9. Representación de la circulación de las corrientes en el caso de operación del	
sistema.	. 56
Figura 3.10. Representación circuital del medio de propagación representados entre los rieles de	
rodamiento y suelo	.61
Figura 4.1. Representación circuital para el cálculo de las corrientes de fuga del modelo	
básico	. 63
Figura 4.2. Representación circuital asociada al modelo de la CAMC con dos subestaciones	71
Figura 4.3. Representación circuital asociada al modelo de la CAMC con dos subestaciones y el	
sistema de puesta a tierra.	. 81
Figura 5.1 Representación circuital del sistema de tracción.	102
Figura 5.2 Representación circuital del medio de propagación representados entre los rieles de	
rodamiento y suelo	103
Figura 5.3 Representación del medio de propagación con una fuente, se detalla la circulación de	
las corrientes	105
Figura 5.4 Representación con dos medios de propagación con dos fuentes.	110

# Indice de Gráficas

Gráfica 4.1. Comportamiento de la corriente de fuga en función de la corriente del tren
Gráfica 4.2. Comportamiento de la corriente de fuga en función de la posición del tren74
Gráfica 4.3. Comportamiento de la corriente de fuga en función de la posición del tren76
Gráfica 4.4. Comportamiento de la corriente de fuga en función de la posición del tren79
Gráfica 4.5 Diferencia de potencial entre los rieles de rodamiento y suelo utilizando el modelo
Yu-Goodman
Gráfica 4.6 Corriente de fuga acumulada utilizando el modelo Yu-Goodman
Gráfica 4.7 Diferencia de potencial entre los rieles de rodamiento y suelo, con valor de $R_s$ igual
a 10 <i>R</i> <sub>0</sub>
Gráfica 4.8 Corriente de fuga acumulada utilizando el modelo Yu-Goodman, con un valor de
$R_{s}$ igual a 10 $R_{0}$
Gráfica 4.9 Diferencia de potencial entre los rieles de rodamiento y suelo, con valor de $R_s$ igual
a 0,1 <i>R</i> <sub>0</sub>
Gráfica 4.10 Corriente de fuga acumulada utilizando el modelo Yu-Goodman, con un valor de
$R_s$ igual a 0,1 $R_o$
Gráfica 4.11 Diferencia de potencial entre los rieles de rodamiento y suelo, modelo Hill-
Riordan
Gráfica 4.12 Corriente de fuga acumulada, modelo Hill-Riordan
Gráfica 5.1 Comparación entre la expresión (82) desarrollada y el modelo Hill Riordan 109
Gráfica 5.2 Tensiones entre los rieles de rodamiento y el suelo, Medio 1 y Medio 2113

# Indice de Tablas

Tabla 1.1 Cálculo del factor C <sub>s</sub>	12
Tabla 1.2 Cálculo de la tensión de toque utilizando la expresión (2).	13
Tabla 1.3 Tensión de toque máxima permisible U <sub>r</sub>	15
Tabla 1.4 Comparación de las tensiones de toque referidas.	16
Tabla 2.1 Dimensiones de los rieles de rodamiento	29
Tabla 2.2 Distancia entre subestaciones de tracción en la Línea 1	37
Tabla 2.3 Parámetros del sistema de tracción que serán utilizados en el capítulo IV.	38
Tabla 4.1 Resultados de los cálculos realizados con la distancia de 1km	65
Tabla 4.2 Tensión de los rieles de rodamiento con respecto al suelo	66
Tabla 4.3 Resultados de los cálculos realizados con la distancia de 2,5 km.	67
Tabla 4.4 Tensión de los rieles de rodamiento con respecto al suelo (2,5 km).	68
Tabla 4.5 Resultados de los cálculos realizados con la distancia de 2,5 km y las dos vías	69
Tabla 4.6 Tensión de los rieles de rodamiento con respecto al suelo, distancia de 2,5 km y las dos vías	69
Tabla 4.7 Resultados de los cálculos realizados con una falla de aislamiento en la fuente	70
Tabla 4.8 Tensión del riel de rodamiento con respecto al suelo con falla de aislamiento en la fuente	71
Tabla 4.9 Resultados de los cálculos realizados con una corriente de 1 kA en el modelo de la CAMC con	
dos subestaciones	74
Tabla 4.10 Determinación de las tensiones de los rieles de rodamiento con respecto al suelo con una	
corriente de 1 kA en el modelo de la CAMC con dos subestaciones	75
Tabla 4.11 Resultados de los cálculos realizados con una corriente de 9 kA en el modelo de la CAMC con	
dos subestaciones	76
Tabla 4.12 Determinación de las tensiones de los rieles de rodamiento con respecto al suelo con una	
corriente de 9 kA en el modelo de la CAMC con dos subestaciones	77
Tabla 4.13 Resultados de los cálculos realizados con varios valores de $R_S$ en el modelo de la CAMC con	
dos sub estaciones	78
Tabla 4.14 Determinación de las tensiones de los rieles de rodamiento con varios valores de R <sub>s</sub> en el	
modelo de la CAMC con dos subestaciones	78
Tabla 4.15 Resultados de los cálculos realizados con falla de aislamiento en el modelo de la CAMC con	
dos subestaciones	79
Tabla 4.16 Determinación de las tensiones de los rieles de rodamiento en el modelo de la CAMC con dos	
subestaciones	80
Tabla 4.17 Resultados de los cálculos realizados con varios valores de $R_S$ en el modelo del CAMC con	
dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra	84
Tabla 4.18 Determinación de las tensiones de los rieles de rodamiento con varios valores de $R_S$ en el	
modelo de la CAMC con dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra.	84
Tabla 4.19 Resultados de los cálculos realizados con falla de aislamiento en el modelo de la CAMC con	
dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra	85
Tabla 4.20 Determinación de las tensiones de los rieles de rodamiento en el modelo de la CAMC con dos	
subestaciones y el sistema de puesta a tierra.	85

## Introducción.

El presente trabajo es el resultado del estudio realizado de las corrientes de fuga en los sistemas de tracción con alimentación DC, con el objeto de establecer modelos que logren cuantificar las mismas. A partir de esta información se podrán obtener datos suficientes para las acciones a implementar con la finalidad de minimizar su presencia.

Para los cálculos se debe considerar la identificación y evaluación del sistema de alimentación DC típico. Y de igual forma, se debe considerar y evaluar el sistema de transporte masivo alimentado en DC.

Para cumplir con los aspectos señalados se estructuró este documento en cinco capítulos con la intención de exponer los aspectos más representativos del estudio. Siendo el primero de ellos el referencial, donde se describen las corrientes de fuga en los sistemas de tracción con alimentación en DC, así como los problemas asociados a las mismas, de igual forma se indican las diversas referencias relacionadas con el análisis de las corrientes, desde el punto de vista de los modelos, estableciendo así el estado del arte entorno a este tópico. También se presentan las diferentes expresiones utilizadas para el cálculo de las tensiones de toque, fijando como referencia de seguridad la expresión con valores más bajos, ya que esto impone una condición estricta para el análisis de las corrientes de fuga.

En el capítulo II se exponen los diversos modelos ó representaciones circuitales encontrados en el estudio de las corrientes de fuga en los sistemas de transporte. Se puede apreciar como los modelos dependen en primer lugar de cómo es alimentado el

tren (una subestación o dos), y en segundo lugar del tipo de parámetro utilizado (concentrado o distribuido). En este capítulo se plasma la información tratando en lo posible de mantener la misma nomenclatura utilizada en la referencia citada, tanto en las ecuaciones como en las figuras reproducidas.

Para poder evaluar las expresiones obtenidas se deben conocer los valores de los parámetros representativos de los elementos de un sistema de tracción real, por lo que se tomó como caso de estudio la Línea 1 de la C.A. Metro de Caracas. La información de la fuente de alimentación, los rieles que conducen la corriente eléctrica y la carga, entre otros elementos, se reportan en el capítulo III.

Con la finalidad de encontrar el modelo que mejor se ajuste al caso de estudio, se presenta en el capítulo IV los valores calculados de las corrientes de fuga y de la elevación de potencial de los rieles de rodamientos, para cada uno de los modelos presentados en el capítulo II, así como el análisis realizado.

Del estudio de resultados presentado de los diversos esquemas o representaciones evaluadas, se evidencia la necesidad de formular expresiones que se ajusten a las características del caso de estudio. Estas expresiones se exponen en el capítulo V y están asociadas a dos situaciones o aspectos, el primero cuando el tren está alimentado por una subestación de tracción, y el segundo cuando la alimentación proviene de dos subestaciones de tracción.

## CAPÍTULO I: Planteamiento del problema.

Para establecer los aspectos relacionados con las corrientes de fuga, es importante tomar en cuenta la evolución de los sistemas de transporte de tracción. Estos sistemas nacieron con el uso de una vía o carril para d transporte de material de la actividad minera en el siglo XVIII [1]. La aplicación de los rieles estuvo relacionada con el traslado de la materia prima para incrementar la elaboración de productos en la Europa de principios del siglo XIX [1], como parte del desarrollo obtenido con la Revolución Industrial.

Si se toma la definición de Ferrocarril como: "medio de transporte a gran escala en vagones con ruedas guiadas que se desplazan sobre rafles (rieles) paralelos remolcados por un vehículo motor, denominado locomotora, que genera la energía necesaria para el movimiento del conjunto" [1], se puede indicar que "el ingeniero de minas inglés Richard Trevithick, en 24 de febrero de 1804" dio origen a este medio de transporte, ya que "logró adaptar la máquina de vapor, que se utilizaba desde principios del siglo XVIII para bombear agua, para que tirara de una locomotora que hizo circular a una velocidad de 8 km/h arrastrando cinco vagones, cargados con 10 toneladas de acero y 70 hombres, sobre una vía de 15 km de la fundición de Pen-y-Darren, en el sur de Gales"[1].

"La primera vía férrea pública del mundo, la línea Stockton–Darlington, en el noreste de Inglaterra, dirigida por George Stephenson, se inauguró en 1825. Durante algunos años esta vía sólo transportó carga; en ocasiones también utilizaba caballos como fuerza motora. La primera vía férrea pública para el transporte de pasajeros y de carga que funcionaba exclusivamente con locomotoras de vapor fue la de Liverpool-Manchester, inaugurada en 1830"[1].

"En Estados Unidos el desarrollo del ferrocarril se vio espoleado por el deseo de llegar al interior del país desde las ciudades de la costa este, fundadas por los primeros colonos británicos. Tras la inauguración en 1830, en Charleston (Carolina del Sur) del primer ferrocarril de vapor para pasajeros, la construcción de vías férreas pronto avanzó hacia el oeste desde todos los rincones de la costa este"[1].

Por diversos factores los ferrocarriles pasaron de locomotoras de vapor a locomotoras con motor diesel, este cambio se inicia a mediados de la década de 1950. Pero posteriormente se implementó los trenes alimentados por energía eléctrica [1].

Lo indicado hasta los momentos está asociado a sistemas que conectaban ciudades poblados y/o países. Con respecto a las ciudades el sistema de ferrocarril fue implementado bajo la denominación de "Metro, apócope de Metropolitano, a su vez abreviatura de la expresión 'Transporte o Ferrocarril Público Metropolitano'"[1]. Este sistema nace del crecimiento de las ciudades, el cual hizo cada vez más necesario un sistema de circulación urbano para transportar a la población. El primer servicio de transporte rápido subterráneo en América, conocido como metro, se inauguró en la ciudad de Nueva York en 1904 [1].

"Pero fue en Londres, en 1863, donde se construyó la primera línea subterránea, principal seña de identidad de este transporte"[1]. Aunque las locomotoras utilizadas inicialmente fueron de vapor, rápidamente se implementaron sistemas eléctricos [1].

A la par de los beneficios obtenidos por los sistemas de transportes alimentados en DC, se presentaban diversos problemas entre los cuales esta la corrosión, que se

manifestaban tanto en el sistema de tracción como en otro tipo de servicios cercanos que utilizaban material metálico. Entre los servicios afectados se tenían: compañías de teléfonos, empresas de suministro de agua, compañías de gas y empresas de suministro eléctrico por medio de cables subterráneos [2].

En los primeros estudios se determinó que parte de los problemas indicados se debían al paso de corrientes que no se mantenían en el circuito propuesto, sino que abandonaban dicho circuito para utilizar el suelo y/o estructuras metálicas enterradas en él como vía de retorno. Estas corrientes se denominan corrientes de fuga a tierra, las cuales se presentan con la operación normal del tren y se incrementan con el deterioro del deléctrico [3]. Las mismas estarán presentes en los sistemas de tracción alimentados en DC y que utilicen los rieles de rodamiento para la corriente de retorno, lo cual es señalado en la norma IEC (International Electrotechnical Comisión) 62128-2: 2003 [2].

La magnitud o valor de las corrientes dependerá de las características del aislamiento. Todo material aislante, ante la presencia de un campo eléctrico, puede cambiar su característica de elemento no conductor a elemento que permite la circulación de corriente [4], puede convertirse en una vía de baja impedancia a la fuente de alimentación, y en algunos casos terminar en una falla. El proceso descrito no tiene un tiempo definido debido a que está relacionado con diversas variables o factores, los cuales pueden afectar el aislamiento, por ejemplo en el caso de los sistemas de transporte, las características de operación de los trenes en el sistema es variable, ya que el número de pasajeros o usuarios no son los mismos en un intervalo de tiempo dado, la frecuencia del servicio, el arranque y frenado, la continuidad eléctrica de los

rieles, el valor de aislamiento del balasto, la humedad del suelo y las sales que contenga. Por otro lado, se debe tomar en cuenta que las condiciones ambientales, cambian día a día [5]. Aunque no es fácil determinar con exactitud como se degrada el aislamiento asociado a los rieles y equipos instalados el sistema de tracción, se pueden tomar medidas de mantenimiento para alargar la vida útil de los mismos.

A continuación se exponen los aspectos más resaltantes en torno a la presencia de las corrientes de fuga en los sistemas de transporte masivo con alimentación DC. Señalando el desarrollo de los estudios implementados desde los inicios hasta el presente.

#### **1.1.** Problemas asociados a las corrientes de fuga.

La norma IEC 62128-2: 2003 [2] indica como efectos más importantes de las corrientes de fuga los siguientes:

- Corrosión en las estructuras metálicas donde las corrientes salen o abandonan estas estructuras.
- Riesgo de sobrecalentamiento, arcos o incendio, además de daños subsecuentes a personas y equipos, no necesariamente dentro de las instalaciones del sistema de tracción.
- Influencia en los sistemas de comunicación y señalización, que no sean inmunes a dichas corrientes.
- Influencia en sistemas de protección catódica, no relacionado con el sistema de tracción.

 Influencia en sistemas de alimentación AC y DC, no afín con el sistema de tracción.

Establecer cuál sistema o equipo será afectado no es una tarea sencilla, debido a que el desplazamiento de las corrientes de fuga es muy diverso o aleatorio, y a que su retorno no es único, porque dependerá de las características del suelo y los elementos o estructuras metálicas adyacentes a los rieles. Por ello, para realizar un análisis completo del problema, se deben tomar en cuenta todos los sistemas tales como [2]: tuberías metálicas, cables con armadura o blindaje metálico, sistemas de puesta a tierra, construcciones de concreto que contengan metales, estructuras metálicas enterradas, sistemas de protección catódica, sistemas de comunicaciones, sistemas de señalizaciones, tanques y embarcaciones metálicas.

Los problemas asociados a las corrientes de fuga se pueden resumir principalmente en dos: la elevación del potencial entre dos puntos o diferencia de potencial, lo cual no sólo afecta a los equipos del sistema sino al personal; y el deterioro de los elementos metálicos, ya que pueden producir corrosión en los elementos metálicos que encuentren a su paso.

#### **1.2.** Problemas de corrosión asociados a las corrientes de fuga.

El primer éxito comercial, de las líneas o sistemas de trenes eléctricos alimentados en DC en USA, empezó en 1888 [6]. En los siguientes 10 años, miles de kilómetros de redes de trenes eléctricos fueron implementados en USA. Casi de inmediato comenzaron los problemas de corrosión, no sólo por las compañías de teléfonos, agua y gas en tuberías y cables subterráneos ubicados próximos a las líneas, sino también

por los rieles utilizados por los trenes. Aunque al principio se pensaba que el problema de corrosión estaba asociado a la composición química del suelo, pronto se descubrió que las corrientes de fuga eran la causa primaria.

En 1910 se iniciaron diferentes estudios sobre las corrientes de fuga, y transcurridos 11 años, el National Bureau of Standards (NBS) [6], recomienda tomar las siguientes medidas para minimizar la magnitud de las corrientes de fuga:

- Proveer una adecuada unión entre el mismo riel, para garantizar continuidad del circuito de retorno.
- Reducir la impedancia de los rieles de rodamiento.
- Aislar el retorno
- Utilizar un tercer conductor o riel en el sistema de tracción, (que sirva de retorno de la corriente absorbida por el tren).

Para entender las características de este problema, se debe indicar que el proceso de corrosión esta asociado a una degradación espontánea a la que un metal puede ser sometido, cuando es expuesto a un ambiente como por ejemplo el aire, el agua o el suelo [6].

"También puede definirse la corrosión como el conjunto de procesos de deterioro que sufre un material metálico bajo el efecto de las acciones físicas, químicas o electroquímicas, del medio gaseoso o líquido que lo envuelve" [7].

Este proceso de corrosión es causado principalmente por la reacción electroquímica que se presenta entre el metal y el medio circundante [6]. En los sistemas de

transporte con alimentación DC se presenta la corrosión en dos formas: la generalizada y por picadura.

En el caso de la corrosión por picadura, la misma se identifica por la formación de pequeños agujeros o cavidades en la superficie del metal [6].

Indistintamente, para todos los tipos o formas de corrosión son necesarios los cuatro requerimientos básicos:

- Un ánodo o región anódica que será la parte del material que se desgasta o corroe.
- Un cátodo o región catódica.
- Un electrolito entre el ánodo y el cátodo.
- Una vía metálica conectada entre el ánodo y el cátodo

La relación entre las corrientes de fuga y la corrosión se encuentra en los puntos de entrada y salida de estas corrientes [8][9]. Los puntos o zonas en donde sale esta corriente del sistema de tracción o instalaciones aledañas, se convierten en regiones anódicas, dando origen a la corrosión electrolítica.

## **1.3.** Diferencia de potencial debido a las corrientes de fuga.

Se citan en diversas referencias [10]-[12] que la diferencia de potencial o elevación de potencial entre dos puntos, producto del paso de las corrientes de fuga, puede generar problemas importantes, los cuales no sólo afectan a los equipos sino a las personas. El valor de tensión generado en el aislamiento en un momento es variable, dependerá de la magnitud de la corriente absorbida por el o los trenes, que a su vez se encuentra asociada con la condición de operación en ese instante. Son diversas las

situaciones que se pueden presentar, en ésta parte será de interés realizar señalamientos de la elevación de potencial de bs rieles de rodamiento con respecto al suelo.

Desde el punto de vista de seguridad de las personas, si la diferencia de potencial es superior a los criterios de seguridad establecidos, se puede estar en presencia de una condición peligrosa o mortal. Estos criterios están muy relacionados con el término tensión de toque, y se desarrolla en esta sección tomando en cuenta las distintas referencias y normativas.

La principal referencia para el análisis de las tensiones de toque y paso se encuentra en la normativa IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) Std 80 [13], con la que se pueden establecer valores límites de seguridad para las personas que laboran y/o utilizan los sistemas eléctricos en AC [13].

En un sistema de transporte masivo, se plantea como límite de seguridad para las personas, tanto personal que labora en el mismo como usuarios del sistema, que la tensión de toque no exceda un valor de diseño, el cual debe tomar en cuenta la corriente máxima permitida por las personas, así como la resistencia del cuerpo y la resistencia del punto donde sale o entre dicha corriente al cuerpo humano [14]. Aunque el planteamiento o criterio de tensión de toque establecido en la norma IEEE Std 80 esta relacionado con el análisis de elevaciones de potenciales en condición de falla en sistemas de alta tensión (subestaciones), las mismas expresiones de tensión se han empleado en los sistemas de tracción.

Como tensión de toque o contacto se puede definir el valor de tensión a la cual se puede ver sometida una persona por contacto con cualquier parte metálica de una

instalación que normalmente no está bajo tensión. Para la determinación de la tensión de toque se utilizan las expresiones (1) y (2) tomadas de la normativa IEEE Std 80, en las cuales se considera que el peso de las personas es de 50 kg y se presenta a continuación.

Cuando se plantea la expresión (1) se debe establecer el tiempo de duración del paso de la corriente por el cuerpo, además de tener información de la resistividad del terreno o suelo.

$$E_{toq\_IEEE\_80} = (1000 + 1,5 \,\mathbf{r}) \frac{0,116}{\sqrt{t_s}}$$
(1)

Donde:

 $E_{toq\_IEEE\_80} =$  Tensión de toque en [V].

r = Resistividad del suelo en [ $\Omega$ .m].

 $t_s$  = Tiempo de duración de la corriente a través del cuerpo humano en [s].

En el caso de las subestaciones eléctricas con piedra picada la normativa IEEE Std 80 [13] indica la expresión (2), donde se considera las características principales de la capa de la piedra picada en el termino  $C_s$ . Esta expresión se puede utilizar como referencia en los tramos del sistema de tracción con piedra picada o balasto.

$$E_{toq_{IEEE_{80_{PC}}}} = (1000 + 1,5C_{s}r_{s})\frac{0,116}{\sqrt{t_{s}}}$$
(2)

Donde:

 $E_{toq_{IEEE}_{80}}$  = Tensión de toque considerando piedra picada en [V]

 $\mathbf{r}_s$  = Resistividad de la capa superficial en [ $\Omega$ .m]

- $t_s$  = Tiempo de duración de la corriente a través del cuerpo humano en [s]
- $C_s$  = Factor de reducción para los valores nominales de la resistividad de la capa superficial.

El factor  $C_s$  considera el espesor de la capa superficial de piedra picada, así como la relación entre los valores de resistividad asociados. Este factor se puede determinar de la expresión (3) [13].

$$C_{s} = 1 - \left(\frac{0,09 \cdot \left(1 - \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}_{s}}\right)}{2 \cdot h_{s} + 0,09}\right)$$
(3)

Donde el valor de  $h_s$  esta relacionado con el espesor de la capa de piedra picada. Debido a la influencia significativa de  $C_s$  en el valor de la tensión de toque, es importante observar el comportamiento de este término y cuyos valores resultantes de evaluar la expresión (3) se presentan en la tabla 1.1.

r	$\boldsymbol{r}_{s}$	$h_s$	$C_s$	
[Ω.m]	[Ω.m]	[m]		
20	2000	0,05	0,531	
20 2000		0,1	0,6927	
20 2000		0,3	0,8709	
200	2000	0,05	0,5736	
200	2000	0,1	0,7207	
200	2000	0,3	0,8826	

Tabla 1.1 Cálculo del factor  $C_s$ .

Para bs dos casos de resistividad del suelo mostrados en la tabla 1.1 (20  $\Omega$ .m y 200  $\Omega$ .m) se observa que el valor de  $C_s$  cambia significativamente con el espesor de la capa de piedra picada, siendo  $C_s = 1$  el valor ideal. En la tabla 1.1 se destaca que los valores máximos de  $C_s$  se obtienen cuando el espesor de la capa superficial es mayor (valores de  $h_s$  iguales a 0,3 m).

La influencia del factor  $C_s$  en la expresión (2) de tensión de toque con piedra picada puede ser observada en la tabla 1.2, la cual presenta el resultado del cálculo realizado de la tensión de toque cuando el tiempo de falla  $t_s$  es de 3 s, tomando en cuenta los datos de la tabla 1.1.

r	$r_s$	$h_s$	$C_s$	$E_{toq}$ _IEEE _ $80_{PC}$
$[\Omega.m]$	[Ω.m]	[III]		[V]
20	2000	0,05	0,5310	173,66
20	2000	0,1	0,6927	206,15
20	2000	0,3	0,8709	241,95
200	2000	0,05	0,5736	182,21
200	2000	0,1	0,7207	211,77
200	2000	0,3	0,8826	244,30

Tabla 1.2 Cálculo de la tensión de toque utilizando la expresión (2).

El trabajo de Pham, Thomas y Stinger [14] presenta una ecuación similar a la expresión (1), la diferencia se encuentra en el valor relacionado con el peso de las personas, siendo presentada la expresión (4) para la determinación de la tensión de toque en sistemas de tracción con alimentación DC.

$$E_{toq_PTS} = (1000 + 1.5 \,\mathbf{r}) \frac{0.348}{\sqrt{t_s}} \tag{4}$$

Por otro lado, los procedimientos indicados en la normativa IEEE Std 80 [13] podrían ser inaceptables en las subestaciones de tracción de los sistemas de transporte férreo en sistemas superficiales, donde puede haber la presencia de niños [15]. Por lo que Staminir Jacimovic [15] señala que se deben tomar en cuenta las características de las personas para establecer nuevas expresiones y poder determinar los valores límites de las tensiones de toque. Entre las expresiones presentadas en su artículo se tiene la ecuación (5), planteada para sistemas de tracción alimentado en AC.

$$E_{toq_SJ} = (1000 + 1.5 \,\mathbf{r}) \frac{0.122}{t_s^{0.56}} \tag{5}$$

Otra referencia que se puede utilizar para la determinación de las tensiones de toque en los sistemas de tracción es la norma IEC 62128-1: 2003 [16], la cual presenta la siguiente expresión de cálculo:

$$U_t = U_{c1} + R_A I_{c1} 10^{-3}$$
(6)

Donde:

- $U_t$  = Tensión de toque en [V] para valores de 0,02 s = t = 0,5 s.
- $I_{cl}$  = Es la magnitud de la corriente en [mA], la cual corresponde a la curva c<sub>1</sub> establecida en la norma IEC 60479-1.
- $R_A$  = Es el valor de resistencia de 1000 ? asociado a un calzado viejo y húmedo.
- $U_{cl}$  = Es el valor de tensión DC accesible en [V] y corresponde a  $I_{cl}$ .

De la evaluación de la expresión (6) se pueden establecer los valores tensión de toque máximos permisible en sistemas de tracción con alimentación DC tomando en cuenta el tiempo de duración de la falla, estos valores se reportan en la referencia [16] y se reproducen en la tabla 1.3. La utilización de la norma IEC 62128-1: 2003 [16] presenta como principal ventaja los siguientes aspectos: no se necesita calcular o estimar los valores de resistividad del suelo y presenta valores de tensión mas bajos que los reportados por las expresiones (1), (4) y (5), como se puede detallar en la tabla 1.4.

Tabla 1.3 Tensión de toque máxima permisible  $U_r$ 

t	$U_t$	
[s]	[V]	
0,02	940	
0,05	770	
0,1	660	
0,2	535	
0,3	480	
0,4	435	
0,5	395	

En la tabla 1.4 se evalúan las ecuaciones (1), (4) y (5) y se compara con los valores de la norma IEC 62128-1: 2003 (mostrados en tabla 1.3). Se tomó como resistividad del terreno el valor de 2000  $\Omega$ .m, variando el tiempo que una persona puede estar expuesta.

Antes de establecer un límite o valor crítico se debe señalar que las expresiones (1) y (5) están asociadas a sistemas eléctricos con características alternas [13][15], siendo

válidas para los efectos de este trabajo la expresión (4) presentada por Pham, Thomas y Stinger [14] y los valores de la tabla 1.3 de la norma IEC 62128-1: 2003 [16].

Tiempo	r	$E_{toq\_IEEE\_80}$ [V]	$E_{toq\_PTS}$ [V]	$E_{toq\_SJ}$ [V]	$U_t$ [V]
0,1	2000	1467	4402	1772	660
0,2	2000	1038	3113	1201	535
0,3	2000	847	2541	958	480
0,4	2000	734	2201	815	435
0,5	2000	656	1969	719	395

Tabla 1.4 Comparación de las tensiones de toque referidas.

En los sistemas de tracción, la consideración de la tensión de toque se plantea bajo dos escenarios: la ocurrencia de una falla a tierra que energice la estructura metálica de los elementos del sistema y la elevación del potencial de los rieles de rodamiento debido a las corrientes de fuga. En cualquiera de los escenarios planteados se debe fijar como valor de la tensión de toque el de menor magnitud. En la evaluación realizada y cuyos resultados se muestran en la tabla 1.4, para los distintos valores de tiempos considerados, los valores menores están asociados a la norma IEC 62128-1: 2003, y desde el punto de vista de seguridad son los que se deben adoptar. En este trabajo se tomará el valor de 395 V como base de comparación en los cálculos que se presentarán en el capítulo IV.

Pilo, L. Rouco, A. Fernández, A. Hernández y V. Sierra señalan que cuando un sistema ferroviario es extenso en la cantidad de vías relacionadas, el análisis de las tensiones de toque y de paso es complicado [17]. Los autores señalan que se debe

establecer un procedimiento para la determinación de estas tensiones, tomando en cuenta las tensiones generadas en los distintos puntos del sistema.

## 1.4. Elementos del sistema de tracción.

Para establecer los elementos de los circuitos y/o modelos asociados al análisis de las corrientes de fuga, se deben tomar en cuenta tres elementos principales, ellos son de tracción: la fuente, la carga y los conductores (rieles) relacionados con el caso a estudiar.

Como caso de estudio se tomará como referencia el sistema de transporte con alimentación DC existente en Caracas, administrado por la empresa C.A. Metro de Caracas. Este sistema de transporte consta de un sistema de alimentación eléctrico en DC para el sistema de tracción proveniente de subestaciones Transfo-Rectificadoras ó subestaciones de tracción, las cuales cuentan con puentes de Graëtz como elementos característicos [18][21][22].

Con respecto a la alimentación de los trenes, se destaca que la misma se realiza por los rieles y estos serán los componentes a estudiar en este trabajo, para lo cual se deben tomar en cuenta los siguientes señalamientos, ya que serán las premisas a utilizar [18]-[22]:

- La alimentación de los trenes se realiza por la vía férrea, la cual consta de dos tipos de rieles: el riel de contacto o también conocido como tercer riel y los rieles de rodamiento (los mismos se ilustran en la figura 1.1).
- El tercer riel es el elemento a través del cual circula la corriente necesaria para el movimiento de los trenes a lo largo de la línea. La captación de energía de los

trenes se realiza por medio de un contacto que desliza sobre el tercer riel llamado zapata colectora.

- El tercer riel se encuentra ubicado paralelo a los rieles de rodamiento y constituye el polo positivo del sistema de tracción.
- Los rieles de rodamiento tienen como función principal la de soporte y guía de los trenes, y como función secundaria la de elemento de retorno hacia las subestaciones de tracción, al terminal o polo negativo de la etapa de rectificación del sistema de tracción. La corriente de retorno circula a través de los rieles de rodamiento sin conectar al sistema de puesta a tierra, o lo que es lo mismo con negativo flotante. El sistema con negativo flotante consiste en colocar aislamiento entre los rieles de rodamiento y tierra a lo largo de toda la línea, con esto se logra que la corriente de retorno circule en mayor proporción por los rieles de rodamiento. El elemento aislador principal en las vías es el durmiente de concreto el cual se ilustra en la figura 1.1.



Figura 1.1. Esquema de ubicación de los rieles del sistema de tracción.

## 1.4.1. Modelo del riel.

Para los cálculos de los valores de caída de tensión, protecciones, valores límites de seguridad y corriente de fuga, se debe conocer la impedancia que tienen los rieles para diversas condiciones de funcionamiento del sistema.

Uno de los primeros trabajos asociado a la impedancia del riel fue presentado por H. M. Trueblood y G Wascheck [24] en el año de 1934, en el cual se presentaban los resultados experimentales realizados entre 1929 y 1930. Entre los aspectos que se destacan en dicho trabajo se encuentra la aproximación realizada para el análisis de los rieles, esta aproximación está relacionada con sustituir la forma del riel por un conductor cilíndrico de área equivalente. De igual forma se indican los resultados obtenidos cuando se tomaron en cuenta aspectos como: la impedancia de las uniones, los efectos de la temperatura, así como las propiedades químicas, eléctricas y mecánicas de los rieles.

J.C. Brown, J. Allan y B. Mellitt [25] muestran cálculos y mediciones de la impedancia de los rieles, valores que se toman en cuenta para el cálculo de corrientes de cortocircuitos remotos en este tipo de sistema [26], y proponen tomar en cuenta el efecto piel para el análisis de falla en el sistema de tracción. Entre las características de los rieles que se resaltan se encuentran: la cuantificación de la resistencia interna del riel (tomando en cuenta la aproximación de H. M. Trueblood y G. Wascheck), el efecto piel en la impedancia y la determinación de la inductancia externa. También se muestran los valores de los parámetros resistivos e inductivos en corriente continua para materiales ferromagnéticos con características de permeabilidad relativa distintas. En este trabajo sólo se considera la impedancia serie de los rieles.

R.J. Hill y D.C. Carpenter [27] analizan de forma más detallada las características magnéticas de los rieles tomando en cuenta: las dimensiones físicas de los rieles, la permeabilidad y la conductividad eléctrica. Además, plantean la dependencia de la resistencia y la inductancia propia del riel para frecuencias del sistema de alimentación y audio frecuencia (12 Hz -30 kHz), este análisis es planteado por tres técnicas, una de ellas está relacionada con la aproximación del riel a un conductor sólido de sección circular, otra de las técnicas presentadas es la utilización del Método de los Elementos Finitos para la determinación de estos parámetros eléctricos. Al igual que en los trabajos anteriores sólo se presentan los parámetros serie que están relacionados con los rieles.

Para el año de 1992, R.J. Hill, S. Brillante, C.R. De Souza y P.J. Leonard [28] presentan modelos para determinar los valores de los elementos de tracción, y hacen énfasis en el efecto que tienen en las propiedades del material ante variaciones de la frecuencia, valores de corriente y contenido de humedad, así como, la consideración de las características de los suelos.

El modelo para identificar las impedancias y admitancias distribuidas en rieles de tracción y líneas de alimentación de los sistemas de tracción es presentado por R.J. Hill, S. Brillante, y P.J. Leonard [29], para ello se toma como premisa que los rieles de tracción pueden ser representados como un circuito eléctrico con parámetros distribuidos equivalentes a una línea de transmisión con múltiples conductores. Este trabajo aplica el Método de los Elementos Finitos, para la determinación de la impedancia serie del sistema [30].

También se han desarrollado métodos numéricos basados en técnicas de subdivisión de conductores para evaluar la impedancia serie de los rieles en el caso de un sistema de transporte rápido [31][32].

#### **1.4.2.** Modelos para la determinación de las corrientes de fuga.

Por muchos años se ha tratado de cuantificar las corrientes de fuga en los sistemas de tracción las cuales dependen de diversos factores, algunos ya mencionados en este capítulo, y en la realización de este trabajo se encontraron diversas representaciones o modelos. El modelo más sencillo para la determinación de las corrientes de fuga en un sistema de tracción alimentado en DC es presentado en el trabajo de grado realizado por Oscar Jaimes para la C.A. Metro de Caracas [22], que es muy parecido al utilizado por Pham, Thomas y Stinger [14], teniendo como principal característica la utilización de un circuito eléctrico con una fuente de alimentación DC, los conductores asociados a los rieles y una carga para realizar el cálculo, adicionalmente se toma en cuenta la resistencia del aislamiento de los rieles de rodamiento a tierra.

Modelos similares se han utilizado para estimar o ilustrar el valor de la corriente de fuga en [18]-[23], estos han sido manejados por la C.A. Metro de Caracas, donde la principal característica es la utilización de dos fuentes DC para la alimentación de la carga.

Los modelos mencionados están caracterizados por utilizar parámetros concentrados, es decir, no existe variación temporal de las variables de tensión y corriente en estos circuitos, adicionalmente por los elementos utilizados no se toma en cuenta el comportamiento transitorio en estos circuitos. En 1998, J.G. Yu y C.J. Goodman [11][12] consideran el análisis de las corrientes de fuga utilizando el modelo de líneas de transmisión aplicada a un solo conductor, realizando el estudio en sistemas de tracción con alimentación DC.

Previamente, para el año de 1989, R.J. Hill, D.C. Carpenter y T. Tasar [33] habían indicado que las tensiones y las corrientes a lo largo de un par de conductores balanceados, los cuales representan los rieles de rodamiento, pueden ser determinadas por el análisis de líneas de transmisión en términos de funciones exponenciales, trigonométricas e hiperbólicas. Para la determinación de las corrientes de fuga, este trabajo se apoya en el análisis realizado por Riordan en 1932 [34]. Ambas referencias aplican la representación propuesta para sistemas de tracción con alimentación AC.

Los circuitos y modelos referidos en esta parte serán detallados en el próximo capítulo.

## CAPÍTULO II: Características generales del sistema de tracción a estudiar.

Como es señalado en la norma IEC 62128-2 [2], para el análisis de las corrientes de fuga en un sistema de transporte o tracción se deben considerar el sistema de alimentación, el circuito de retorno y el sistema de puesta a tierra. Además, el estudio debe incluir aspectos tales como: distancias entre subestaciones, ubicación relativa entre subestaciones y rieles de rodamiento, unión del circuito de retorno, aislamientos de otras estructuras y tierra.

En líneas generales, la energía eléctrica utilizada para el sistema de tracción es obtenida por un sistema de alimentación en alta tensión, según la referencia IEC 62236-1 [35]. Los puntos de conexión son conocidos como subestaciones, las cuales presentan las siguientes funciones: protección, adaptación del nivel de tensión utilizando transformadores, y rectificación en el caso de alimentación DC. La potencia obtenida de las subestaciones es transmitida por los rieles al vehículo de tracción o tren, pasando a denominarse en algunas referencias como circuito de tracción [35].

En el vehículo de tracción, la potencia es regulada y entregada a los motores para controlar el movimiento del tren. Esto se logra utilizando un chopper como se observa en la figura 2.1 tomada de la norma IEC 61377-2 [36] donde se muestra el sistema combinado de chopper, motor y sistema de control.



Figura 2.1. Sistema combinado con motor serie.

En este capítulo se detallarán los aspectos más importantes de los elementos del sistema de tracción, los cuales servirán como base para evaluar las expresiones presentadas en el capítulo III.

Se debe recordar que el caso de interés esta relacionado con las instalaciones de la C.A. Metro de Caracas, de los diversos sistemas o partes de la red de esta empresa se tomará la información asociada a la Línea 1. La Línea 1 tiene una longitud aproximada de 21 km, que para el caso estudiado se tomará desde los elementos asociados a la estación Propatria y los elementos asociados a la estación Palo Verde, esta línea la conforman 22 estaciones de pasajeros y 14 subestaciones de tracción [18] - [23].

#### 2.1. Sistema de alimentación de los trenes.

El sistema de alimentación DC utilizado por los trenes proviene de subestaciones Transfo-Rectificadoras ó subestaciones de tracción, encargadas de establecer el nivel de tensión de 750 V en condiciones de operación nominal y de 850 V en vacío sin trenes [18]-[22]. Por lo cual, se puede clasificar en la categoría de baja tensión (desde 600 V a 1400 V) según la norma IEC 62236-1 [35]. Estas subestaciones son
alimentadas por medio de subestaciones de transformación desde un sistema en alta tensión de 69 kV perteneciente a la C. A. La Electricidad de Caracas [18]-[22]. Un esquema del sistema de alimentación se ilustra en la figura 3.2 [18]-[22].



Figura 2.2. Sistema de alimentación de los rieles.

La subestación de tracción está compuesta por una primera etapa de transformación y una segunda de rectificación. La primera parte está encargada de reducir la tensión de 30 kV a 630 V, y el transformador de esta etapa tiene dos secundarios, uno en delta y el otro en estrella [18]-[22].

La etapa de rectificación se realiza por medio de dos puentes de Graëtz trifásicos conectados en paralelo a través de una bobina de interfase, a la salida del rectificador se obtiene una señal de doce (12) pulsos [18][21][22]. Los elementos principales del puente son diodos de silicio [22].

Como se muestran en la figura 2.2 una subestación de tracción tiene dos grupos transfo-rectificación, los cuales en condiciones normales están conectados al sistema. La potencia nominal de la etapa de rectificación dependerá de la estación de tracción, el sistema puede presentar grupos de 3,5 MW o de 4,0 MW

### 2.2. Rieles.

Debido a que la alimentación de los trenes se realiza por la vía férrea, desde el punto de vista del circuito eléctrico, los rieles pasan a ser considerados conductores de la corriente eléctrica hacia el tren. El sistema de tracción consta de dos tipos de rieles: el riel de contacto o también conocido como tercer riel y los rieles de rodamiento.

#### 2.2.1. Tercer riel.

El tercer riel es el elemento por el cual circula la corriente absorbida por el o los trenes para el movimiento a lo largo de la línea. Este riel está dividido en secciones de vías y cada una de ellas está alimentada en sus extremos por dos subestaciones de tracción, como se señala en la figura 2.3.



Figura 2.3. Detalles de las secciones de los rieles de contacto.

El tercer riel está asociado al polo positivo del sistema de tracción. Este se encuentra ubicado a un lado de los rieles de rodamiento, colocados sobre aisladores y protegido por una capota protectora, cuya finalidad es la de evitar un contacto directo de personas con el riel [21].

Los rieles de contacto en la Línea 1 poseen una resistencia eléctrica de 6.8 n $\Omega$ /km [21]. Como se indicó en el capítulo II el valor de resistencia del aislamiento entre el tercer riel y el suelo no es considerado en los modelos, según señalamientos en los estudios realizados en la Línea 1 indicados en [5] y [23] este valor es superior al aislamiento entre riel de rodamiento y suelo.

# 2.2.2. Rieles de rodamiento.

Como se indicó en el capítulo I, los rieles de rodamiento tienen como función principal la de soporte y guía de los trenes, y como función secundaria la de conductores de retorno hacía las subestaciones de tracción. Los rieles de rodamiento están asociados al polo negativo del sistema de tracción al terminal o polo negativo de la etapa de rectificación del sistema de tracción.

Por especificación, los rieles de rodamiento, de cualquier tipo que se utilice, deben cumplir con las siguientes funciones [37]:

- Resistir directamente los esfuerzos que reciba del material rodante y los transmitirá a los durmientes.
- Ser el elemento de la estructura de la vía que realizará el guiado del material rodante.
- Debe conducir la corriente de retorno hasta los cuartos de transformación.
- Servir como elemento conductor de las corrientes necesarias para la señalización

Estos rieles están aislados del sistema de puesta a tierra, o lo que es lo mismo con negativo flotante, lo cual se logra con los soportes o durmientes y el balasto o piedra picada según los tramos. La intención de esta medida es asegurar que la corriente absorbida por los trenes retorne por estos rieles, y así evitar o minimizar las corrientes de fuga.

En las especificaciones de las vías férreas del Metro de Caracas [37] se señalan que los rieles se consideran de acero, para conformar las vías que soportan y guían al tren. Para toda la línea, los rieles serán de tipo UIC 54 (Union Internationale des Chemins de Fer) y de matiz duro 90A. Las dimensiones comerciales de los rieles de rodamiento se presentan en la tabla 2.1, cuya representación gráfica para las dimensiones de las piezas se encuentra en la figura 2.4. [38].

Tabla 2.1 Dimensiones de los rieles de rodamiento.

Tipo de riel	Peso	Ancho superior A	Altura <b>H</b>	Ancho inferior <b>B</b>	Espesor S
	(kg/m)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
UIC 60	60,34	74,30	172,00	150,00	16,50
UIC 54	54,43	72,20	159,00	140,00	16,00



Figura 2.4. Forma de los rieles de tracción.

### 2.2.2.1. Características mecánicas y físicas de los rieles de rodamiento.

Aunque para las referencias estudiadas el parámetro que es más representativo es el valor de resistencia eléctrica, se considera importante reseñar un poco más los rieles a utilizar, indicando por ejemplo las características mecánicas y físicas de los mismos, las cuales fueron tomadas de las especificaciones de las vías férreas de la C.A. Metro de Caracas [37].

#### 2.2.2.1.1. Composición del acero.

La composición química del acero para los rieles de matiz duro (90 A), es la indicada en la Norma UIC-860-0, en la cual se fijan los porcentajes en el contenido de C, Mn, Si, P y S.

### 2.2.2.1.2. Resistencia a la tracción.

Los rieles de matiz duro (90 A) tienen una resistencia mínima a la tracción de 8800 kg/cm<sup>2</sup> (880 N/mm<sup>2</sup>) y el alargamiento después de la ruptura será 10% de 5 veces el diámetro de la probeta.

### 2.2.2.1.3. Peso específico del acero.

El peso específico medio para los diferentes aceros debe ser aproximadamente igual a  $7,85 \text{ T/m}^3$ .

#### 2.2.2.1.4. Coeficiente de dilatación.

El coeficiente de dilatación es de 0,0105 mm por grados centígrados.

#### 2.2.2.1.5. Módulo de elasticidad.

El módulo de elasticidad será de 2.000.000 kg/cm<sup>2</sup>.

#### 2.2.2.1.6. Dureza.

Los aceros de matiz duro (90 A) tienen los valores de dureza Brinell comprendidos entre 270 y 300 u Brinell (Valores promedios y no límites).

### 2.2.2.1.7. Textura.

La macroestructura debe ser de grano homogéneo, fino, uniforme, sin fisuras y sin presentar ningún tipo de segregación.

#### 2.2.2.1.8. Forma.

Todos los rieles tienen una forma Vignole.

#### 2.2.2.1.9. Tipos de riel.

En las vías principales y en las vías de servicio se utiliza el riel tipo UIC-54 cuya características se muestran en la tabla 2.1.

#### 2.2.2.2. Conductor equivalente para los rieles.

Una de las principales dificultades para el desarrollo analítico es la forma del riel. Para tratar de solucionar esto se propone utilizar un conductor cilíndrico con área equivalente [24][25][30], cuyo radio será de 47,8 mm.

### 2.2.2.3. Resistencia asociada a los rieles de rodamiento.

El valor de la resistencia de los rieles de rodamiento será de 16,4 m $\Omega$ /km por vía (o dos rieles de rodamiento en paralelo) [23]. Si los rieles de rodamiento de las dos vías son utilizados, el valor de resistencia del circuito de retorno será de 8,9 m $\Omega$ /km [5].

# 2.3. Durmientes de concreto.

Los durmientes para las fijaciones de los rieles y del riel de contacto tendrán las siguientes funciones [37]:

- Soportar el riel fijando y asegurando su posición en cuanto a su distancia al eje de la vía, además de su inclinación y nivelación.
- Resistir las cargas verticales, longitudinales y transversales procedentes del riel y transmitirlas a través de su superficie de apoyo.

- Alcanzar y mantener la estabilidad de la vía en el plano horizontal y vertical frente a los esfuerzos estáticos y dinámicos producidos por las cargas rodantes, así como los esfuerzos que se presenten por variaciones de temperatura.
- Proporcionar sujeción al riel de contacto.

### 2.3.1. Requerimientos generales de los durmientes.

Los durmientes de concreto a considerar tendrán una longitud comprendida entre un mínimo de 2200 mm y un máximo de 2600 mm [37]. La altura estará comprendida entre un mínimo de 180 mm y un máximo de 240 mm y el ancho entre un mínimo de 250 mm y un máximo de 350 mm.

Los durmientes de concreto serán de tipo biblock, los cuales tienen embutidos pernos de anclaje para las fijaciones de los rieles de rodamiento y para el riel de contacto. Los pernos para las fijaciones del riel de contacto están ubicados de un solo lado del durmiente.

# 2.3.2. Materiales.

Los durmientes de concreto están constituidos por los siguientes materiales:

### 2.3.2.1.Concreto.

El concreto para los durmientes tendrá una resistencia mínima a la compresión de 350 kg/cm<sup>2</sup>. Los materiales componentes del concreto serán principalmente los siguientes: cemento Pórtland, agregado grueso (piedra picada), agregado fino (arenas) y agua.

#### 2.3.2.2. Acero de refuerzo.

El acero de refuerzo para los durmientes de concreto tendrá una resistencia mínima a la tracción de 4200 kg/cm<sup>2</sup>, una resistencia a la flexión de 2400 kg/cm<sup>2</sup>, un porcentaje de alargamiento mínimo a la ruptura de 25%.

### 2.3.2.3. Acero para tirantes.

El acero para tirantes en los durmientes biblock tendrá una resistencia mínima a la tracción de  $6800 \text{ kg/cm}^2$  y una resistencia mínima a la flexión de  $4000 \text{ kg/cm}^2$ .

### 2.3.3. Resistividad asociada a los durmientes.

Como se ha indicado, los durmientes tienen como una de sus funciones la de soporte de los rieles. Con estas características, y tomando en cuenta que los rieles de tracción sirven también con complemento del circuito de alimentación de los trenes, los durmientes no deben, en teoría, ser utilizados para conducir corriente. En otras palabras, deben presentar un nivel de aislamiento alto. Sin embargo, en la práctica este aislamiento no es perfecto, presentándose una corriente que es dirigida al suelo (esto debido a la elevación de potencial de los rieles de rodamiento cuando es alimentado el tren), convirtiéndose este medio en conductor de una parte de la corriente que sale de la subestación de tracción [39].

Esto no es una condición nueva en los sistemas de transporte, para el control de las corrientes de fuga se han propuesto los siguientes principios:

- a. Incrementar la continuidad de los rieles de retorno.
- b. Incrementar la resistencia de la vía de fuga a tierra.

- c. Incrementar la resistencia entre la tierra o suelo y las estructuras metálicas enterradas.
- d. Incrementar la resistencia de las estructuras metálicas enterradas.

El valor de la corriente estará asociado al parámetro resistividad en condiciones de humedad, la resistividad del concreto puede variar entre  $10^3$  y  $10^5$   $\Omega$ .cm, valor relativamente bajo si se toma en cuenta que en condiciones secas puede alcanzar valores de  $10^8 \Omega$ .cm.

### 2.4. Características del suelo o la tierra.

En el instante que la corriente logra ser inyectada a la tierra se debe considerar las características de conducción de la misma. Uno de los valores asociados es el de la resistividad del suelo, la cual es un parámetro variable a lo largo del sistema de tracción. Considerar la resistividad es tomar en cuenta la conductividad del suelo, que es el inverso de la resistividad.

Para el caso de estudio, los valores de resistividad pueden oscilar entre 10 y 400  $\Omega$ .m, esta referencia nos indica dos aspectos importantes: el primero esta asociado a la facilidad de conducir la corriente eléctrica y el segundo a la alta probabilidad de iniciarse el proceso de corrosión [37].

La conducción eléctrica de los suelos es sumamente compleja y se ve afectada por elementos como: el tipo de suelo, el contenido de humedad, la temperatura y la compactación [13].

El contenido de humedad es el factor determinante en el valor de la resistividad [7][13]. El valor de resistividad es inversamente proporcional al porcentaje de

humedad que contiene el suelo [7][13]. Este aspecto es importante ya que el sistema bajo estudio se encuentra en suelos con alto contenido de humedad, por dos razones: la primera es que las instalaciones de la C.A. Metro de Caracas se encuentran en una profundidad de más de 10 m en casi todas las estaciones de pasajeros; y la segunda, la trayectoria de las líneas del sistema se encuentran paralelas a las trayectorias de los principales ríos que se encuentran en la ciudad de Caracas. Estos aspectos, establecen un bajo nivel freático en la trayectoria del sistema o en otras palabras los valores de resistividad menores a 400  $\Omega$ .m.

#### 2.5. Resistencia de aislamiento de los rieles de rodamiento y el suelo.

El valor de la resistencia de aislamiento de rieles de rodamiento dependerá de los elementos que unen a los rieles con los durmientes y estos al suelo o soporte. El valor de 150  $\Omega$ /km es reportado en [5] y [23].

#### 2.6. Alimentación de los motores.

Se ha indicado que la alimentación de los trenes se realiza utilizando subestaciones de tracción, pero por diversos problemas indicados en [21], las mismas no alimentan directamente los motores que ejecutan las acciones de mover y parar el tren. Entre estos elementos se ubica un chopper, el cual tiene como principal función la del control de velocidad de los motores de corriente continua.

La alimentación de los motores de corriente continua mediante chopper presenta las siguientes características importantes [21]:

- Permite entregar al motor una tensión continua en operación nominal.

- Evita las pérdidas de energía producida por los elementos resistivos en el sistema de arranque electromecánico.
- Mantiene la corriente constante durante el arranque, lo que permite tener un torque constante y una aceleración continua.
- Posibilidad de frenado regenerativo.
- Rápida velocidad de respuesta.
- Bajo costo de mantenimiento y menor generación de calor.

El control de velocidad de los motores se realiza a fin de determina una variación continua de la tensión en los motores hasta alcanzar una velocidad de 36 km/h aproximadamente, de ahí en adelante la variación de velocidad se realiza por el control de campo [21], momento en el cual el chopper entrega la tensión máxima a los motores.

### 2.7. Corriente máxima del tren.

Según la referencia [21] la corriente máxima de un tren puede alcanzar 9,5 kA en condición de máxima aceleración y carga. Un valor aproximado de 9,0 kA es reportado en [23].

Un aspecto importante esta asociado a la duración de la corriente, ya que un tren presenta la siguiente operación: arranque, desplazamiento a velocidad constate y frenado.

# 2.8. Distancia entre subestaciones de tracción en la Línea 1.

Para determinar la distancia entre subestaciones de tracción de la Línea 1 se utilizó la información obtenida en la referencia [23] y se presenta en la tabla 2.2.

Se destaca en la tabla 2.2 que el valor máximo se encuentra entre las subestaciones de tracción Propatria – Plaza Sucre, con 2452 m, el valor promedio es de 1600 m aproximadamente.

Subestaciones de tracción	Distancias entre	
	subestaciones [m]	
Propatria – Plaza Sucre	2452	
Plaza Sucre – Agua Salud	1871	
Agua Salud - Capitolio	1757	
Capitolio – Parque Carabobo	1736	
Parque Carabobo – Colegio de ingeniero	990	
Colegio de ingeniero – Plaza Venezuela	1816	
Plaza Venezuela - Chacaito	1452	
Chacaito – Chacao	1642	
Chacao – Parque del Este	1640	
Parque del Este – Los Cortijos	1905	
Los Cortijos – La California	1151	
La California - Petare	1568	
Petare – Palo Verde	989	

Tabla 2.2 Distancia entre subestaciones de tracción en la Línea 1.

# 2.9. Resumen de parámetros.

Para poder evaluar y analizar los modelos presentados en el capítulo II es necesario indicar los valores de los parámetros relacionados con el sistema de tracción y que se fueron presentando a lo largo de este capítulo. En la tabla 2.3 se muestran los valores de los parámetros que serán empleados en el capítulo IV, en paréntesis se señala la sección de referencia.

Tensión nominal DC =	750 V (sec. 2.1)
Corriente máxima absorbida por el tren =	9 kA (sec. 2.7)
Resistencia del tercer riel =	6,8 m $\Omega$ /km (sec. 2.2.1)
Resistencia del riel de rodamiento =	16,4 [mΩ/km] por vía (sec. 2.2.2.3)
Resistencia de aislamiento de los rieles de rodamiento =	150 [ $\Omega$ /km] (sec. 2.5)
Distancia máxima entre subestaciones =	2452 m (sec. 2.8)
Distancia promedio entre subestaciones =	1600 m (sec. 2.8)

Tabla 2.3 Parámetros del sistema de tracción que serán utilizados en el capítulo IV.

### CAPÍTULO III: Modelos circuitales en el estudio de las corrientes de fuga.

Como se mencionó en el capítulo I, la determinación o cuantificación de las corrientes de fuga depende de diversos factores y consideraciones, y por medio de diversas premisas y criterios se pueden realizar variadas representaciones circuitales para el estudio de dichas corrientes. La C.A. Metro de Caracas presenta diversos modelos para el estudio de las corrientes de fuga [18]-[23], los cuales pueden coincidir en algunos casos con referencias internacionales, pero en otros casos no.

En el presente capítulo se exponen los diversos modelos ó representaciones circuitales encontrados en el estudio de las corrientes de fuga en los sistemas de transporte. En las expresiones y figuras mostradas se respeta la nomenclatura indicada en la respectiva referencia. Por otro lado, de cada uno de los modelos se presentarán los aspectos más significativos.

#### 3.1. Modelo básico.

El modelo más sencillo encontrado está indicado en el trabajo realizado por Oscar Jaimes para la C.A. Metro de Caracas en el año de 1986 [22]. En este modelo se representa una fuente de alimentación, la carga y los rieles, al igual que las resistencias de aislamiento entre los rieles de rodamiento y suelo, como se ilustra en la figura 3.1.



Figura 3.1. Representación circuital del modelo básico sin impedancia en el riel de contacto.

Donde:

- $E_N$  = Tensión que se presenta en la resistencia asociada al circuito de retorno.
- $R_N$  = Resistencia efectiva del riel de rodamiento (o circuito de retorno).
- $R_L$  = Resistencia entre los rieles de rodamiento y tierra en el extremo de la carga.
- $R_S$  = Resistencia entre los rieles de rodamiento y tierra en el extremo de la fuente.
- $I_T$  = Corriente de operación del tren.
- $I_N$  = Corriente de retorno a través de los rieles de rodamiento.
- $I_S$  = Corriente de fuga.

Los valores de  $R_L$  y  $R_S$  representan el aislamiento entre los rieles de rodamiento y el suelo, los cuales pueden ser iguales. En la figura 3.1 se observa que se desprecia la impedancia asociada al tercer riel, al igual que la impedancia del suelo. En los sistemas de tracción con alimentación DC, la tensión proviene de los rectificadores ubicados en las subestaciones de tracción, éste valor rectificado es considerado constante. De igual forma el tren o trenes son considerados como cargas que absorben corriente de la fuente.

Un esquema similar es presentado por Pham, Thomas y Stinger en d año 2003 [14], ellos reportan los componentes básicos que están involucrados en los niveles de corriente de fuga generados por el sistema eléctrico en DC que alimenta al sistema de tracción, este esquema se ilustra en la figura 3.2.



Figura 3.2. Representación circuital del modelo básico con impedancia en el riel de contacto.

Donde:

- $V_N$  = Tensión que se presenta en la resistencia asociada al circuito de retorno.
- $R_P$  = Resistencia efectiva del riel de contacto (o tercer riel ó riel positivo).
- $R_N$  = Resistencia efectiva del riel de rodamiento (o circuito de retorno).
- $R_L$  = Resistencia entre los rieles de rodamiento y tierra en el extremo de la carga.
- $R_S$  = Resistencia entre los rieles de rodamiento y tierra en el extremo de la fuente.
- $I_T$  = Corriente de operación del tren.
- $I_N$  = Corriente de retorno a través de los rieles de rodamiento.
- $I_L$  = Corriente de Fuga a Tierra en el extremo de la carga.
- $I_S$  = Corriente que retorna a subestación a través del suelo.

En las dos representaciones circuitales no se toman en cuenta la impedancia entre el tercer riel y tierra.

Entre las ventajas de las dos representaciones mostradas está la simplicidad del cálculo, pero dependiendo de la posición del tren cambian los valores de resistencia de los rieles, por lo que se necesitaría el cálculo en varios puntos de la trayectoria del tren y plantear en cada punto el circuito equivalente.

Obsérvese que para el cálculo de las corrientes de fuga, en ambos circuitos se puede utilizar la siguiente expresión:

$$I_S = \frac{R_N I_T}{R_N + R_S + R_L} \tag{7}$$

Entre las desventajas de éste modelo se tiene que:

- Sólo se toma en cuenta una subestación de alimentación ó tracción.
- Sólo toma en cuenta la corriente de fuga en el extremo de la carga y de la fuente, y no a lo largo de los rieles de rodamiento.
- Se asume que los rieles de rodamiento están unidos entre ellos ó la corriente de retorno se distribuye de igual forma entre los dos rieles, para así asumir una sola representación ó conductor de retorno.
- No toma en cuenta las forma de los rieles, sólo su valor de conducción.

# **3.2.Modelo de la CAMC con dos subestaciones.**

En trabajos realizados en la C.A. Metro de Caracas **(CAMC)** [18][21][23] se han plasmado y/o utilizado el esquema circuital mostrado en la figura 3.3., cuyo esquema toma elementos del modelo básico discutido en el punto anterior. Como característica

resaltante se tienen que el tren o trenes esta alimentado por dos fuentes provenientes de las subestaciones de tracción en los extremos del recorrido del tren, además se toma en cuenta la impedancia del suelo en la circulación de las corrientes de fuga.



Figura 3.3. Representación circuital asociada al modelo de la CAMC con dos subestaciones.

Donde:

 $I_a$  = Componente de corriente de la S/E<sub>a</sub>.

 $I_b$  = Componente de corriente de la S/E<sub>b</sub>.

 $I_a + I_b =$  Corriente de operación del tren

 $I_{a'}$  = Corriente de retorno por los rieles de rodamiento hacia la S/E<sub>a</sub>.

 $I_{b'}$  = Corriente de retorno por los rieles de rodamiento hacia la S/E<sub>b</sub>.

 $I_{a''}$  = Corriente de fuga hacia la S/E<sub>a</sub>.

 $I_{b}$  = Corriente de fuga hacia la S/E<sub>b</sub>.

 $R_V$  = Resistencia asociada a los rieles de rodamiento.

 $R_A$  = Resistencia asociada al aislamiento de los rieles de rodamiento.

 $R_S$  = Resistencia asociada al suelo.

Este modelo presenta las siguientes características adicionales:

- Considera que el tren es alimentado por dos subestaciones de tracción.
- Se desprecia la resistencia del riel de contacto.
- No toma en cuenta la impedancia entre el tercer riel y suelo.

Entre las desventajas de ésta representación se tiene que:

- Sólo toma en cuenta la corriente de fuga en el extremo de la carga, y no a lo largo del los rieles de rodamiento.
- Se asume que los rieles de rodamiento están unidos entre ellos ó la corriente de retorno se distribuye de igual forma entre los dos rieles, y así asumir una sola representación o conductor de retorno.
- Se debe asumir los valores de *R*<sub>S</sub>.
- No toma en cuenta las forma de los rieles, solo su valor de conducción.

### 3.3.Modelo de la CAMC con dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra.

Este modelo esta presentado en trabajos realizados en la C.A. Metro de Caracas (CAMC) [19][20][21], aunque en ninguno es utilizado o evaluado. La representación circuital del modelo se muestra en la figura 3.4., y si la comparamos con el punto anterior, se observa una estructura muy similar. La principal diferencia está en la consideración de sistema de puesta a tierra del sistema.

La consideración de los elementos del sistema de puesta a tierra se debe a que existe una red única de puesta a tierra en el sistema asociado a Línea 1 [22]. Esta red está conformada principalmente por las mallas de puesta a tierra de las distintas estaciones de pasajeros, las subestaciones de tracción y los conductores de cobre desnudo calibre 4/0 AWG que interconectan estas mallas. El calibre de los conductores esta asociado a las especificaciones del sistema y debe estar relacionado con la magnitud de la corriente de falla del sistema eléctrico, la duración de la falla y el potencial de toque establecido. Se puede destacar que con la unión de todos los elementos de puesta a tierra, así como la unión de estos a las estructuras metálicas, se logran minimizar daños a personas o equipos bajo condición de falla.



Figura 3.4. Representación circuital asociada al modelo del CAMC con dos subestaciones y el sistema

de puesta a tierra.

Donde:

- $I_a$  = Componente de corriente de la S/E<sub>a</sub>.
- $I_b$  = Componente de corriente de la S/E<sub>b</sub>.

 $I_a + I_b =$  Corriente de operación del tren.

 $I_{a'}$  = Corriente de retorno por los rieles de rodamiento hacia la S/E<sub>a</sub>.

 $I_{b'}$  = Corriente de retorno por los rieles de rodamiento hacia la S/E<sub>b</sub>.

 $I_{a''}$  = Corriente de fuga hacia la S/E<sub>a</sub>.

 $I_{b''}$  = Corriente de fuga hacia la S/E<sub>b</sub>.

 $R_V$  = Resistencia asociada a los rieles de rodamiento.

 $R_A$  = Resistencia asociada al aislamiento de los rieles de rodamiento.

 $R_S$  = Resistencia asociada al suelo.

 $R_{MT}$  = Resistencia asociada a la malla de puesta a tierra de la S/E de rectificación.

 $R_{CT}$  = Resistencia asociada a los conductores que interconectan las mallas.

En este modelo se destacan los siguientes aspectos:

- Considera que el tren es alimentado por dos subestaciones de tracción.
- Se desprecia la resistencia del riel de contacto.
- No toma en cuenta la resistencia del aislamiento del tercer riel a suelo.

Entre las desventajas de ésta representación se tiene que:

- Sólo toma en cuenta la corriente de fuga en el extremo de la carga, y no a lo largo del los rieles de rodamiento.
- Se asume que los rieles de rodamiento están unidos entre ellos ó la corriente de retorno se distribuye de igual forma entre los dos rieles y así asumir una sola representación ó conductor de retorno.
- Se debe asumir los valores de la resistencia asociada al suelo R<sub>S</sub>.

- Se deben calcular las resistencias de los conductores que interconectan las mallas de puesta a tierra.
- Se deben asumir los valores de las mallas de puesta a tierra de la subestaciones.
- No toma en cuenta las forma de los rieles, sólo su valor de conducción.

# 3.4. Modelo Yu-Goodman.

La diferencia de potencial entre los rieles de rodamiento y el suelo esta relacionada con la magnitud de la corriente y la resistencia de los rieles. Esta tensión puede, por un lado, generar un valor peligroso que excede el valor límite establecido por la tensión de toque; y por el otro, genera una corriente que pasará por el aislamiento de los rieles de rodamiento (en este caso por los durmientes). Yu-Goodman proponen para el análisis de estos valores la aplicación del modelo de líneas de transmisión aplicada a un solo conductor [10]-[12].

Para el desarrollo de las expresiones asociadas al modelo, los autores consideran un conductor de alimentación con un conductor de retorno, como parte de los elementos. Adicionalmente el valor de resistencia de los rieles será constante, así como, el valor de la conductancia entre el riel y el suelo [11].

En [11] se considera una sección de línea de transmisión de longitud l, excitada por una fuente de corriente finita  $I_s$  la cual tiene asociada una resistencia  $R_s$  en uno delos extremos, como se muestra en la figura 3.5.



Figura 3.5. Representación circuital del medio de propagación entre los rieles de rodamiento y suelo. Donde:

u(0) = Potencial del riel al suelo en el punto de referencia.

u(l) = Potencial del riel al suelo a una distancia *l* del punto de referencia.

 $I_s$  = Magnitud de la corriente absorbida por el tren.

- $R_s$  = Resistencia en el punto del tren la cual se asume si el retorno se extiende mas allá de la distancia *l*, la misma se ubica en la posición del tren.
- R = Resistencia longitudinal del conductor [ $\Omega$ /m].
- G = Conductancia de fuga entre el conductor y tierra [S/m].
- $R_{l}$  = Resistencia en el punto del tren la cual se asume si el retorno se extiende mas allá de la distancia *l*, la misma se ubica en el extremo terminal.

Los términos de  $R_s$  y  $R_t$  son propuestos por Yu-Goodman [11] para cuantificar o considerar que las dimensiones o longitud de los rieles de rodamiento se extienden más allá de la distancia entre la subestación de tracción y el tren, en otras palabras los rieles de rodamiento se prolongan después de la distancia l, como es el caso de la

Línea 1. En [11] se utilizan valores de  $R_s$  y  $R_t$  de magnitud idéntica a la impedancia características del medio de propagación.

Para el desarrollo de las expresiones analíticas, Yu-Goodman [11] plantean las siguientes premisas:

- Los parámetros distribuidos serán uniformes, R y G constantes.
- Se establece que en cierto intervalo de tiempo, las condiciones de carga del sistema de tracción están dadas, es decir, la posición del riel, la corriente del tren y la corriente de la subestación son conocidas.

Con estos criterios, la corriente y el potencial de los rieles presentan las siguientes soluciones:

$$i(x) = c_1 e^{g_x} + c_2 e^{-g_x}$$
(8)

$$u(x) = -R_0(c_1 e^{g_x} - c_2 e^{-g_x})$$
<sup>(9)</sup>

Estas soluciones son válidas en el intervalo de distancia 0 < x < l, donde en la posición x = 0 estará la fuente y en x = l se ubica el tren.

Siendo:

$$\boldsymbol{g} = \sqrt{RG} \tag{10}$$

$$R_0 = \sqrt{\frac{R}{G}} \tag{11}$$

u(x) = Potencial del riel, el cual es considerado como un conductor [V].

i(x) = Corriente por el riel [A].

R = Resistencia longitudinal del conductor [ $\Omega$ /m].

G = Conductancia de Fuga entre el conductor y tierra [S/m].

g = constante de propagación.

 $R_0$  = Resistencia característica de la línea de transmisión [ $\Omega$ ].

Las constantes  $c_1$  y  $c_2$  son determinadas por las condiciones de borde, y cuyas expresiones serán:

$$c_{I} = \frac{k_{t}R_{s}I_{s}}{\left(R_{s} + R_{0}\right)\Delta}e^{-gl}$$
<sup>(12)</sup>

$$c_2 = -\frac{R_s I_s}{\left(R_s + R_0\right)\Delta} e^{\mathbf{g}l} \tag{13}$$

Según Yu-Goodman [11], la línea de transmisión presentada aquí puede representar una sección de rieles. La fuente de corriente esta asociada a la corriente inyectada a los rieles por el tren, o a la corriente absorbida por una subestación o a una situación de regeneración en el instante de frenado del tren.

Sustituyendo las ecuaciones (12) y (13) en (8) y (9), se tiene:

$$i(x) = -\frac{R_s I_s}{\left(R_s + R_0\right)\Delta} \left(e^{g(l-x)} - k_t e^{-g(l-x)}\right)$$
(14)

$$u(x) = -\frac{R_0 R_s I_s}{(R_s + R_0)\Delta} \left( e^{g(l-x)} + k_t e^{-g(l-x)} \right)$$
(15)

Donde:

$$k_t = \frac{\left(R_t - R_0\right)}{\left(R_t + R_0\right)} \tag{16}$$

$$k_s = \frac{\left(R_s - R_0\right)}{\left(R_s + R_0\right)} \tag{17}$$

$$\Delta = k_t k_s e^{-\mathbf{g}l} - e^{\mathbf{g}l} \tag{18}$$

La corriente de fuga por unidad de longitud a lo largo del conductor, es obtenida de la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{d}(x) = -\frac{di(x)}{dx} = Gu(x) \tag{19}$$

Donde d(x) es directamente proporcional a u(x). La corriente de fuga acumulativa hasta el punto x es definida como:

$$DI(x) = \int_{-\infty}^{x} d(z) dz \tag{20}$$

### 3.5.Modelo Hill-Riordan.

#### 3.5.1. Ecuaciones de propagación de la línea de transmisión.

En las referencia encontradas se identificó planteamiento relacionados en los trabajos de R.J. Hill, D.C. Carpenter, T. Tasar [33] y J. Riordan [34], por lo que estas secciones se considerará las dos como Modelo Hill-Riordan. Las tensiones y corrientes a lo largo de un par de conductores balanceados, los cuales representan los rieles de rodamiento, son determinadas por el análisis de líneas de transmisión [33] en términos de funciones exponenciales, trigonométricas e hiperbólicas, para ilustrar esta propuesta los autores de [33] proponen la representación de la figura 3.6.



Figura 3.6. Representación circuital del medio de propagación representados entre los rieles.

En la función exponencial, las tensiones y corrientes serán:

$$V(x) = \frac{V_L}{1+\mathbf{m}} \left[ e^{\mathbf{g}x} + \mathbf{m} e^{-\mathbf{g}x} \right]$$
(21)

$$I(x) = \frac{I_L}{1 - \mathbf{m}} \left[ e^{\mathbf{g}_x} - \mathbf{m} e^{-\mathbf{g}_x} \right]$$
(22)

Estas ecuaciones representan el circuito asociado al modelo de la línea de transmisión. La distancia x a lo largo de la línea es medida desde la carga L, y donde la constante de propagación g tendrá la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{g} = \sqrt{\left(\boldsymbol{R}_{1} + j\boldsymbol{w}\boldsymbol{L}_{1}\right)\left(\boldsymbol{G}_{12} + j\boldsymbol{w}\boldsymbol{C}_{12}\right)} \tag{23}$$

Tomando en cuenta la impedancia de la carga  $Z_L$ , el coeficiente de reflexión **m** será determinado por:

$$\mathbf{m} = \frac{(Z_L - Z_{01})}{(Z_L + Z_{01})}$$
(24)

Siendo la impedancia característica determinada por:

$$Z_{01} = \sqrt{(R_1 + j \mathbf{w} L_1)/(G_{12} + j \mathbf{w} C_{12})}$$
(25)

Esta forma de análisis es útil para la operación del circuito de tracción. La admitancia a tierra aparece en la constante de propagación como la conductancia de fuga  $G_{12}$  y la capacitancia  $C_{12}$ . Condiciones de simetría se aplicaron donde la admitancia a tierra de cada línea es la misma.

### 3.5.2. Teoría asociada a un conductor desnudo de retorno.

El circuito eléctrico de un sistema con catenaria y retorno por riel/tierra presenta una corriente por los rieles y una tensión a tierra determinada por la naturaleza distribuida del circuito [33]. Normalmente, ambos rieles se utilizan para conducir la corriente de retorno y el sistema de dos rieles es considerado por un equivalente de un simple riel con una admitancia de fuga a tierra. El circuito equivalente mostrado en la figura 3.7. ilustra ambos tipos de acoplamiento, (inductivo y conductivo) entre la catenaria y el riel. La solución de la corriente del riel *I*, la corriente por tierra y la tensión riel-suelo se obtiene por estas dos componentes, donde la parte conductiva esta asociada con el sistema de tracción en el tren y las subestaciones terminales, con propagación exponencial con la distancia, y la parte inductiva debido al acoplamiento mutuo entre la catenaria y el riel.



Figura 3.7. Representación circuital del medio de propagación entre los rieles de rodamiento y suelo.

Para el sistema de la figura 3.7., la corriente fluye más allá de los terminales de la sección energizada, y las corrientes en el sistema de tracción así como la tensión pueden ser derivadas usando ecuaciones de propagación, como se presentará en la siguiente sección.

#### 3.5.2.1. Ecuaciones de propagación John Riordan.

Se reproduce en la figura 3.8 la representación utilizada por Riordan [34] como punto de partida de las expresiones a desarrollar. Se indica el conductor de fase 1 por donde circula una corriente J y el riel de rodamiento como camino de retorno de la corriente [34].



Figura 3.8. Representación circuital del medio de propagación.

Las ecuaciones diferenciales de propagación asociadas a la figura 3.8. son:

$$z_{22}I_2 - z_{12}J = -\frac{dV_2}{dx}$$
(26)

$$gV_2 = -\frac{dI_2}{dx} \tag{27}$$

Donde

J = Corriente por el conductor 1.

 $I_2$  = Corriente por el riel de rodamiento.

 $V_2$  = Tensión a tierra del riel de rodamiento.

 $z_{12}$  = Impedancia mutua entre el tercer riel y los rieles de rodamiento.

- $z_{22}$  = Impedancia de los rieles de rodamiento.
  - x = Distancia a lo largo del riel en la dirección de la corriente del riel.
  - g = Constante de propagación.
- g = Conductancia entre los rieles de rodamiento y suelo.

Según Riordan [34], la solución de las ecuaciones diferenciales puede ser escrita de la siguiente forma:

$$I_2 = ae^{-\mathbf{g}x} - be^{\mathbf{g}x} + \mathbf{m}J \tag{28}$$

$$V_2 = kae^{-\mathbf{g}x} + kbe^{\mathbf{g}x} \tag{29}$$

Donde  $a \neq b$  son constantes de integración para ser determinadas por las condiciones de frontera.

En la referencia [34] la impedancia característica k puede ser determinada por:

$$k = \sqrt{\frac{z_{22}}{g}} \tag{30}$$

Y la constante de propagación g y el coeficiente m por:

$$\boldsymbol{g} = \sqrt{z_{22} g} \tag{31}$$

$$\mathbf{m} = z_{12} / z_{22} \tag{32}$$

La impedancia <sub>*Z*22</sub> asociada al riel de rodamiento contiene un componente que depende de la permeabilidad del riel.

# 3.5.2.2. Derivación de un circuito base.

El circuito consiste de un conductor de longitud s el cual lleva una corriente J y se conecta a un riel con característica continua y longitud infinita.



Figura 3.9. Representación de la circulación de las corrientes en el caso de operación del sistema.

Observando la figura 3.9 podemos establecer los siguientes aspectos:

- Se fija como referencia la fuente o subestación de tracción.

- Se producen tres valores de corrientes en los rieles de rodamiento, (*I* corriente que circula entre la fuente y el tren, *I* corriente que circula por los rieles de retorno pero más allá de la distancia *s* e *I* corriente que circula por los rieles de retorno pero en dirección contraria a la *I*).
- Se producen tres valores de corrientes en que circulan por el suelo o la tierra: *i* corriente que circula entre la fuente y el tren, *i* corriente que circula por los rieles de retorno pero más allá de la distancia *s* e *i* corriente que circula por los los rieles de retorno pero en dirección contraria a la *i*.

La corriente por el riel de rodamiento será:

$$I = ae^{-gx} - be^{gx} + \mathbf{m}J \tag{33}$$

Por otro lado partiendo de la ecuación solución indicada en (29), tendremos la tensión entre los rieles de rodamiento y el suelo en las tres secciones:

$$V = kae^{-g_x} + kbe^{g_x} \qquad 0 \le x \le s \tag{34}$$

$$V' = kI' = ka' e^{-g(x-s)} \qquad x > s \tag{35}$$

$$V''=kI''=ka''e^{-g|x|} \qquad \qquad (36)$$

Como condición de frontera entre las tres secciones se establece la continuidad de las corrientes y las tensiones, en especial en el punto x = 0 y en x = s. obteniendo las siguientes expresiones:

. .

$$J - I(0) = I''(0)$$
(37)

$$V(0) = V''(0) \tag{38}$$

$$J - I(s) = -I'(s) \tag{39}$$

$$V(s) = V'(s) \tag{40}$$

Evaluando las expresiones (34), (35) y (36) en los puntos x = 0 y en x = s y con las expresiones (37), (38), (39) y (40), se pueden obtener las siguientes expresiones para establecer los parámetros de las expresiones (28) y (29):

$$(1-\mathbf{m})J - a + b = a^{\prime\prime} \tag{41}$$

$$a+b=a^{\prime\prime} \tag{42}$$

$$(1-\mathbf{m})J - ae^{-\mathbf{g}s} + be^{\mathbf{g}s} = -a^{\prime}$$
<sup>(43)</sup>

$$ae^{-\mathbf{g}s} + be^{\mathbf{g}s} = a^{\prime} \tag{44}$$

La solución de estas ecuaciones será:

$$a = \frac{1}{2} (1 - \mathbf{m}) J \tag{45}$$

$$b = -\frac{1}{2}(1 - \mathbf{m})e^{-\mathbf{g}s}J = -ae^{-\mathbf{g}s}$$
(46)

$$a' = -a'' = -\frac{1}{2}(1 - \mathbf{m})(1 - e^{-\mathbf{g}s})J$$
 (47)

Con estos parámetros se pueden obtener los valores de tensión, los valores de corriente y las propiedades del circuito base.

Las expresiones de las corrientes por los rieles de rodamiento o retorno serán:

$$I = mJ + \frac{1}{2}(1 - m)\left(e^{-g_x} + e^{-g(s-x)}\right)J$$
(48)

$$I' = -\frac{1}{2} (1 - \mathbf{m}) \left( 1 - e^{-\mathbf{g}s} \right) e^{-\mathbf{g}(x-s)} J$$
<sup>(49)</sup>

$$I'' = \frac{1}{2} (1 - \mathbf{m}) \left( 1 - e^{-\mathbf{g}s} \right) e^{-\mathbf{g}|x|} J$$
<sup>(50)</sup>

Las expresiones de las corrientes por tierra o suelo serán:

$$i = J - I = \frac{1}{2} (I - \mathbf{m}) \left( 2 - e^{-\mathbf{g}x} - e^{-\mathbf{g}(s-x)} \right) J$$
(51)

$$i' = -I' \tag{52}$$

$$i'' = -I'' \tag{53}$$

Tensión entre los rieles de rodamiento y el suelo en las tres partes de la figura 3.9 se muestran a continuación:

$$V = \frac{1}{2} k \left( l - \boldsymbol{m} \right) \left( e^{-\boldsymbol{g}_{x}} - e^{-\boldsymbol{g}(s-x)} \right) J$$
<sup>(54)</sup>

$$V' = -\frac{1}{2}k(1-\mathbf{m})(1-e^{-\mathbf{g}s})e^{-\mathbf{g}(x-s)}J$$
<sup>(55)</sup>

$$V'' = \frac{1}{2} k \left( l - \boldsymbol{m} \right) \left( l - e^{-\boldsymbol{g} \cdot \boldsymbol{s}} \right) e^{-\boldsymbol{g} \cdot \boldsymbol{x}} J$$
<sup>(56)</sup>

Se debe recordar que estas expresiones están asociadas a una alimentación alterna en el sistema de tracción.

Al igual que Riordan [34], Sunde [40] presenta una expresión generalizada de la corriente que circula por tierra, por lo que la expresión (51) puede ser representada por:

$$I_{e} = \frac{I}{2} (l - \boldsymbol{m}) [\boldsymbol{a} (\Gamma \boldsymbol{x}') \pm \boldsymbol{a} (\Gamma \boldsymbol{x}'')]$$
<sup>(57)</sup>

Con

$$\boldsymbol{a}(\Gamma s) = 1 - e^{-(\Gamma x)} \tag{58}$$

Donde las distancias x' y x'' son indicadas en la figura 3.10. El signo positivo en la expresión esta asociado a la parte interna, y el signo negativo a las secciones externas. El término (1-m) es la fracción de la corriente de fase retornando en la tierra.

La expresión (57) está asociada a un circuito similar a la figura 3.9, y se detalla en la figura 3.10.


Figura 3.10. Representación circuital del medio de propagación representados entre los rieles de

rodamiento y suelo.

### CAPÍTULO IV: Evaluación de los modelos presentados.

En este capítulo se presenta la evaluación realizada de los modelos presentados en el capítulo anterior. Aquí se modificaron algunas nomenclaturas para efectos de comparación entre modelos similares.

Para los cálculos se utilizó la información de los elementos y parámetros más significativos del sistema de tracción de la Línea 1 de la C.A. Metro de Caracas que fueron mostrados en el capítulo II, sintetizados en la tabla 2.3.

Los cálculos fueron realizados con el programa Mathcad 2001i Professional y con el programa Microsoft ® Excel 2002.

### 4.1. Cálculo de las corrientes de fuga utilizando el modelo básico.

El modelo circuital mas sencillo fue mostrado en el punto 3.1 del capítulo III, y se mostraron dos circuitos de referencias distintas. La principal diferencia entre los esquemas esta asociada a considerar la impedancia del riel de contacto, en la cual una de las representaciones la considera despreciable.

Desde el punto de vista de las corrientes de fuga las dos representaciones pueden considerarse iguales si al especificar el valor de corriente que absorbe el tren  $I_T$  que circula por el riel de contacto, es la misma corriente que retorna a la subestación de tracción, por lo que el esquema a utilizar queda representado por la figura 4.1.



Figura 4.1. Representación circuital para el cálculo de las corrientes de fuga del modelo básico.

Tomando en cuenta el circuito de la figura 4.1. se deben especificar los siguientes parámetros:

 $R_N$  = Resistencia efectiva del riel de rodamiento (o circuito de retorno).

- $R_L$  = Resistencia entre los rieles de rodamiento y tierra en el extremo de la carga.
- $R_S$  = Resistencia entre los rieles de rodamiento y tierra en el extremo de la fuente.

 $I_T$  = Corriente de operación del tren.

Definidos estos valores se podrá determinar la corriente de retorno a través de los rieles de rodamiento  $I_N$  y la magnitud de la corriente de fuga  $I_S$ . De igual forma calcular las tensiones entre los rieles y suelo en el punto de carga  $V_{R_L}$  y en el punto de la subestación  $V_{R_S}$ 

Para poder utilizar la expressión (7) en el modelo propuesto por Pham, Thomas y Stinger [14], la corriente de fuga a tierra en el extremo de la carga será del mismo valor que la corriente que retorna a la subestación a través del suelo ( $I_L = I_S$ ), esta consideración está validada por la segunda Ley de Kirchhoff. Para examinar el comportamiento de los valores de tensión y corriente del circuito mostrado en la figura 4.1, se tomaron en cuenta las siguientes consideraciones:

- No se tomó en cuenta el parámetro resistivo del suelo, el cual permite una mayor circulación de las corrientes de fuga
- Los rieles de rodamiento están interconectados a lo largo de la vía.

Para el análisis del circuito asociado a la figura 4.1, se variaron diversos parámetros, tales como: la distancia entre el tren y la subestación (1 km y 2,5 km), la corriente absorbida por el tren, el valor de la resistencia de los rieles de rodamiento (una vía y dos vías) y el valor de la resistencia entre los rieles de rodamiento y tierra en el extremo de la fuente.

Con los valores calculados de la corriente de fuga se obtuvo la elevación de potencial del riel de rodamiento con respecto al suelo.

#### 4.1.1. Cálculo de las corrientes de fuga con distancia del circuito 1 km.

Como primer paso se determinaron los valore de los distintos parámetros  $R_N$ ,  $R_L$  y  $R_S$  tomando 1 km como la distancia entre el tren y la subestación de tracción y los parámetros de la tabla 2.3. Las resistencias  $R_L$  y  $R_S$  presentan el mismo valor porque son parámetros concentrados, debido a esto se consideró que la resistencia entre el riel y suelo  $R_S$  toma en cuenta la mitad de la distancia entre el tren y la subestación de tracción de tracción, de igual forma  $R_L$  toma en cuenta la otra mitad de la distancia. Los valores de las resistencias calculados se reflejan en la tabla 4.1.

Se fijaron diferentes valores de corriente carga o del ten  $I_T$  (1, 2, 4, 6 y 9 kA) para observar el comportamiento de la corriente de fuga  $I_S$ . Los resultados se muestran en la tabla 4.1 y en la gráfica 4.1.

$I_T$	$R_N$	$R_L$	$R_S$	Is
[kA]	[mΩ]	$[\Omega]$	[Ω]	[mA]
1,00	16,4	75,0	75,0	109,0
2,00	16,4	75,0	75,0	216,0
4,00	16,4	75,0	75,0	437,0
6,00	16,4	75,0	75,0	656,0
9,00	16,4	75,0	75,0	984,0

Tabla 4.1 Resultados de los cálculos realizados con la distancia de 1km.

Como se resalta en la tabla 4.1, el valor máximo de  $I_S$  se obtiene cuando la corriente absorbida por el tren es de 9 kA.



Gráfica 4.1. Comportamiento de la corriente de fuga en función de la corriente del tren.

De los resultados mostrados se observa el incremento de la corriente de fuga al incrementarse la corriente absorbida por el tren. En la tabla 4.2 se presentan los valores obtenidos de la tensión de los rieles de rodamiento con respecto al suelo, al igual que la caída de tensión en los rieles de rodamiento en una vía.

$I_T$	$R_N$	$R_L$	$V_{\scriptscriptstyle R_L}$	$V_{R_N}$
[kA]	$[m\Omega]$	$[\Omega]$	[V]	[mV]
1,00	16,4	75,0	8,20	15,0
2,00	16,4	75,0	16,40	29,0
4,00	16,4	75,0	32,80	58,0
6,00	16,4	75,0	49,20	87,0
9,00	16,4	75,0	73,79	131,0

Tabla 4.2 Tensión de los rieles de rodamiento con respecto al suelo.

De la tabla 4.2 se detalla que el máximo valor de tensión entre los rieles y suelo se obtiene cuando la corriente absorbida por el tren es de 9 kA. Este valor es menor que los valores de tensión de toque indicados en la tabla 1.4, (cuando el tiempo de operación de las protecciones es de 0,5 s el menor valor será de 395 V, el cual está relacionado con la norma IEC 62128-1: 2003 [16]).

### 4.1.2. Cálculo de las corrientes de fuga con distancia del circuito 2,5 km.

Los valores obtenidos en el punto anterior mostraron el comportamiento de la corriente y la tensión del circuito a una distancia de 1 km entre el tren y la subestación de tracción, cuando la distancia es mayor estos valores deben variar, para verificar esto se realizaron nuevos cálculos, los cuales se muestran en esta sección.

En primera instancia, se tomó como distancia máxima entre la subestación de tracción y el tren el valor de 2,5 km, el cual esta relacionado con la aproximación del máximo valor reportado en la tabla 2.2.

Los valores de  $R_N$ ,  $R_L$  y  $R_S$  se calcularon con esta distancia máxima, y los resultados se muestran en la tabla 4.3, también se mantiene lo señalado de estas resistencias en el punto 4.1.1. Y al igual que el punto anterior, se consideran distintos valores de corriente de carga o del tren  $I_T$ .

IT	$R_N$	$R_L$	Rs	Is
[kA]	$[m\Omega]$	[Ω]	[Ω]	[A]
1,00	41,0	120,0	120,0	0,17
2,00	41,0	120,0	120,0	0,34
4,00	41,0	120,0	120,0	0,68
6,00	41,0	120,0	120,0	1,03
9,00	41,0	120,0	120,0	1,54

Tabla 4.3 Resultados de los cálculos realizados con la distancia de 2,5 km.

Como se resalta en la tabla 4.3, el valor máximo de  $I_S$  es de 1,54 A, por lo que existe un aumento de la corriente de fuga cuando aumenta la distancia entre las subestaciones de tracción.

En la tabla 4.4 se muestran los valores obtenidos de la tensión de los rieles de rodamiento con respecto al suelo, al igual que la caída de tensión en los rieles de rodamiento en una vía.

$I_T$	$R_N$	$R_L$	$V_{R_L}$	$V_{R_N}$
[kA]	[mΩ]	[Ω]	[V]	[mV]
1,00	41,0	120,0	20,50	34,0
2,00	41,0	120,0	40,99	68,0
4,00	41,0	120,0	81,99	136,0
6,00	41,0	120,0	122,98	204,0
9,00	41,0	120,0	184,47	306,0

Tabla 4.4 Tensión de los rieles de rodamiento con respecto al suelo (2,5 km).

De la tabla 4.4 se detalla que el máximo valor de tensión entre los rieles y suelo es de 184,47 V, el cual es 2,5 veces mayor que el máximo valor resaltado de la tabla 4.2, por lo que se puede indicar la variación proporcional de este parámetro con la distancia. Aunque se incrementó este valor, el mismo sigue siendo menor que los valores de tensión de toque indicados en la tabla 1.4, (cuando el tiempo de operación de las protecciones es de 0,5 s el menor valor será de 395 V, el cual está relacionado con la norma IEC 62128-1: 2003 [16]).

#### 4.1.3. Cálculo de las corrientes de fuga tomando las dos vías como retorno.

Como se señaló en la sección 1.2. una forma de reducir la corriente de fuga es disminuir la resistencia de los rieles de rodamiento, esto se logra colocando en paralelo los rieles de las vías existentes, (la línea 1 tiene dos vías). Con este cambio y con las premisas del punto anterior se calcularon los distintos valores de  $I_S$  En la tabla 4.5 se muestran los resultados de la evaluación realizada.

IT	$R_N$	$R_L$	Rs	Is
[kA]	[mΩ]	$[\Omega]$	[Ω]	[A]
1,00	20,5	60,0	60,0	0,17
2,00	20,5	60,0	60,0	0,34
4,00	20,5	60,0	60,0	0,68
6,00	20,5	60,0	60,0	1,03
9,00	20,5	60,0	60,0	1,54

Tabla 4.5 Resultados de los cálculos realizados con la distancia de 2,5 km y las dos vías.

Obsérvese que el valor máximo de  $I_S$  es de 1,54 A, el cual es el mismo valor máximo de la tabla 4.3, esto debido a que la disminuir la resistencia  $R_N$  con la vía 2 conectadas también se reduce la resistencia entre los rieles de rodamiento y el suelo.

En la tabla 4.6 se muestran los valores obtenidos de la tensión de los rieles de rodamiento con respecto al suelo, al igual que la caída de tensión en los rieles de rodamiento en las dos vías.

$I_T$	$R_N$	$R_L$	$V_{R_L}$	$V_{R_N}$
[kA]	[mΩ]	[Ω]	[V]	[mV]
1,00	20,5	60,0	10,25	17,0
2,00	20,5	60,0	20,50	34,0
4,00	20,5	60,0	40,99	68,0
6,00	20,5	60,0	61,50	102,0
9,00	20,5	60,0	92,23	153,0

Tabla 4.6 Tensión de los rieles de rodamiento con respecto al suelo, distancia de 2,5 km y las dos vías.

El máximo valor de tensión entre el riel y suelo se reduce a la mitad, con respecto al caso anterior.

#### 4.1.4. Cálculo de las corrientes de fuga con falla de aislamiento en la fuente.

En este punto se mantendrán los criterios tomados anteriormente y la resistencia entre los rieles de rodamiento y tierra en el extremo de la carga es evaluada tomando en cuenta toda la distancia del circuito, sólo se impone una condición de impedancia o resistencia de aislamiento cero en el punto de la fuente, con estas condiciones se muestran los resultados obtenidos en la tabla 4.7. Se mantiene la condición de utilizar las dos vías del sistema como elemento de retorno.

Distancia	$I_T$	$R_N$	$R_L$	$R_S$	Is
[km]	[kA]	$[m\Omega]$	[Ω]	[Ω]	[A]
2,5	1,00	20,5	30,0	0,0	0,68
2,5	2,00	20,5	30,0	0,0	1,37
2,5	4,00	20,5	30,0	0,0	2,73
2,5	6,00	20,5	30,0	0,0	4,10
2,5	9,00	20,5	30,0	0,0	6,15

Tabla 4.7 Resultados de los cálculos realizados con una falla de aislamiento en la fuente.

De la tabla 4.7 y tomando como referencia la tabla 4.5, se observa un incremento significativo de los valores de corriente de fuga.

Pese a la variación de la corriente de fuga, existe un aumento de la tensión entre riel de rodamiento y suelo en el extremo de la carga, como se puede visualizar en la tabla 4.8, aunque no superan los valores obtenidos en la tabla 4.4.

Distancia [km]	I <sub>T</sub> [kA]	$R_N$ [m $\Omega$ ]	$R_L$ [ $\Omega$ ]	$V_{R_L}$ [V]	$V_{R_N}$ [mV]
2,5	1,00	20,5	30,0	20,50	7,0
2,5	2,00	20,5	30,0	40,97	13,0
2,5	4,00	20,5	30,0	81,94	26,0
2,5	6,00	20,5	30,0	122,92	39,0
2,5	9,00	20,5	30,0	184,84	59,0

Tabla 4.8 Tensión del riel de rodamiento con respecto al suelo con falla de aislamiento en la fuente.

### 4.2. Cálculo de las corrientes de fuga utilizando el modelo de la CAMC con dos subestaciones.

Para el cálculo de las corrientes de fuga de la representación o modelo de la CAMC con dos subestaciones, señalado en la sección 3.2 y mostrado en la figura 3.3, se consideró importante la adecuación del circuito señalado con los datos del capítulo II, dichos cambios se muestran en la figura 4.2.



Figura 4.2. Representación circuital asociada al modelo de la CAMC con dos subestaciones.

Donde:

 $I_1$  = Componente de corriente de la S/E<sub>1</sub>.

 $I_2$  = Componente de corriente de la S/E<sub>2</sub>.

 $I_M$  = Corriente de operación del tren.

 $I_5$  = Corriente de retorno por los rieles de rodamiento hacia la S/E<sub>1</sub>.

 $I_4$  = Corriente de retorno por los rieles de rodamiento hacia la S/E<sub>2</sub>.

 $I_7$  = Corriente de fuga que retorna a la S/E<sub>1</sub>.

 $I_6$  = Corriente de fuga que retorna a la S/E<sub>2</sub>

 $I_3$  = Corriente de fuga inyectada en el punto donde se encuentra el tren.

 $R_{CI}$  = Resistencia asociada al riel de contacto, desde la S/E<sub>1</sub> hasta la posición del tren.

 $R_{C2}$  = Resistencia asociada al riel de contacto, desde la S/E<sub>2</sub> hasta la posición del tren.

 $R_{RI}$  = Resistencia asociada al riel de rodamiento de una vía, desde la S/E<sub>1</sub> hasta la posición del tren.

 $R_{R2}$  = Resistencia asociada al riel de rodamiento de una vía, desde la S/E<sub>2</sub> hasta la posición del tren.

 $R_{AI}$  = Resistencia asociada al aislamiento de los rieles de rodamiento, toma en cuenta la mitad de la distancia entre la S/E<sub>1</sub> hasta la posición del tren.

 $R_{A2}$  = Resistencia asociada al aislamiento de los rieles de rodamiento, toma en cuenta la mitad de la distancia entre la S/E<sub>2</sub> hasta la posición del tren.

 $R_B$  = Resistencia asociada al aislamiento de los rieles de rodamiento en el punto o posición del tren, toma en cuenta la mitad de la distancia entre la S/E<sub>1</sub> hasta la posición del tren y la mitad de la distancia entre la S/E<sub>2</sub> hasta la posición del tren.

 $R_S$  = Resistencia asociada al suelo.

Para el cálculo se tomaron en cuenta las siguientes consideraciones:

- Las magnitudes de las fuentes se consideraron constantes e iguales a 750 V.
- El tren absorbe corriente de ambas fuentes, lo cual simula una condición similar a la real.
- Se considera un sólo tren en la vía.
- La referencia para las distancias será la S/E<sub>1</sub>.
- La distancia máxima fue de 2,5 km, la cual esta relacionada con la aproximación del máximo valor reportado en la tabla 2.2.
- La magnitud de la corriente se considera constante.
- Los valores utilizados son los referenciados en el capítulo II, tabla 2.3.

En la tabla 4.9 se muestran los siguientes aspectos:

- Posición de referencia.
- Distancia  $L_1$ , entre el tren y la S/ $E_1$ .
- Distancia  $L_2$ , entre el tren y la S/E<sub>2</sub>.
- Corriente de fuga  $I_3$  inyectada en el punto donde se encuentra el tren.

### 4.2.1. Cálculo de las corrientes de fuga en el modelo de la CAMC con dos subestaciones, con 1 kA.

Para establecer el comportamiento de las corrientes de fuga y las tensiones riel-suelo se consideró que el tren absorbe una corriente de 1 kA. Los resultados obtenidos de  $I_3$  se muestran en la tabla 4.9.

Se puede apreciar en la tabla 4.9 y en la gráfica 4.2, que los valores de corriente de fuga  $I_3$  dependen de la posición del tren, obteniendo un valor máximo de 42,71 mA cuando el tren está ubicado en el punto medio entre las dos subestaciones de tracción.

Punto de	Distancia L <sub>1</sub>	Distancia L <sub>2</sub>	I3
referencia	[km]	[km]	[mA]
1	0,25	2,25	15,37
2	0,75	1,75	35,87
3	1,25	1,25	42,71
4	1,75	0,75	35,87
5	2,00	0,50	27,33
6	2,45	0,05	3,35

Tabla 4.9 Resultados de los cálculos realizados con una corriente de 1 kA en el modelo de la CAMC con dos subestaciones.



Gráfica 4.2. Comportamiento de la corriente de fuga en función de la posición del tren.

En la tabla 4.10 se presentan los valores calculados de las tensiones de los rieles de rodamiento con respecto al suelo, tanto en la posición del tren ( $R_B \ge I_3$ ), como en las subestaciones de tracción.

Punto de referencia	<i>I</i> 3 [mA]	<i>R<sub>B</sub></i> x <i>I</i> <sub>3</sub> [V]	<i>R</i> <sub>A1</sub> x <i>I</i> <sub>5</sub> [V]	<i>R</i> <sub>A2</sub> x <i>I</i> <sub>6</sub> [V]
1	15,37	1,84	1,84	1,84
2	35,87	4,30	4,30	4,30
3	42,71	5,12	5,12	5,12
4	35,87	4,30	4,30	4,30
5	27,33	3,28	3,28	3,28
6	3,35	0,40	0,40	0,40

 Tabla 4.10 Determinación de las tensiones de los rieles de rodamiento con respecto al suelo con una corriente de 1 kA en el modelo de la CAMC con dos subestaciones.

Se puede observar que los valores de tensión en las subestaciones de tracción son en magnitud iguales que el valor respectivo a la posición del tren. Los valores mostrados son menores que los valores de tensión de toque indicados en la tabla 1.4, (cuando el tiempo de operación de las protecciones es de 0,5 s el menor valor es el de 395 V, el cual está relacionado con la norma IEC 62128-1: 2003 [16]).

### 4.2.2. Cálculo de las corrientes de fuga en el modelo de la CAMC con dos subestaciones, con 9 kA.

Para establecer el comportamiento de las corrientes de fuga y las tensiones riel-suelo se consideró que el tren absorbe una corriente de 9 kA. Los resultados obtenidos de  $I_3$  se muestran en la tabla 4.11.

Al igual que el punto anterior y como se observa en la tabla 4.11 y en la gráfica 4.3, los valores de corriente de fuga  $I_3$  dependen de la posición del tren, obteniendo un valor máximo de 393,58 mA cuando el tren está ubicado en el punto medio entre las dos subestaciones de tracción.

Punto de	Distancia L <sub>1</sub>	Distancia L <sub>2</sub>	I3
referencia	[km]	[km]	[mA]
1	0,25	2,25	138,37
2	0,50	2,00	245,99
3	0,75	1,75	322,86
4	1,00	1,50	368,98
5	1,25	1,25	384,36
6	1,50	1,00	368,98
7	1,75	0,75	322,86
8	2,00	0,50	245,99
9	2,25	0,25	138,37
10	2,45	0,05	30,13

Tabla 4.11 Resultados de los cálculos realizados con una corriente de 9 kA en el modelo de la CAMC con dos subestaciones.



Gráfica 4.3. Comportamiento de la corriente de fuga en función de la posición del tren.

En la tabla 4.12 se presentan los valores calculados de las tensiones de los rieles de rodamiento con respecto al suelo, tanto en la posición del tren ( $R_B \ge I_3$ ), como en las subestaciones de tracción.

Punto de referencia	<i>I</i> 3 [mA]	<i>R<sub>B</sub></i> x <i>I</i> <sub>3</sub> [V]	<i>R<sub>A1</sub></i> x <i>I</i> <sub>5</sub> [V]	<i>R</i> <sub>A2</sub> x <i>I</i> <sub>6</sub> [V]
1	138,37	16,60	16,61	16,60
2	245,99	29,52	29,52	29,52
3	322,86	38,74	38,74	38,74
4	368,98	44,28	44,28	44,28
5	384,36	46,12	46,12	46,12
6	368,98	44,28	44,28	44,28
7	322,86	38,74	38,74	38,74
8	245,99	29,52	29,52	29,52
9	138,37	16,60	16,60	16,61
10	30,13	3,62	3,62	3,62

Tabla 4.12 Determinación de las tensiones de los rieles de rodamiento con respecto al suelo con una corriente de 9 kA en el modelo de la CAMC con dos subestaciones.

Como era de esperarse los valores de tensión aumentaron en comparación de la tabla 4.10, debido al valor de 9 kA de la corriente absorbida por tren. A pesar de este aumento, los valores mostrados son menores que los valores de tensión de toque indicados en la tabla 1.4, (cuando el tiempo de operación de las protecciones es de 0,5 s el menor valor es el de 395 V, según la norma IEC 62128-1: 2003 [16]).

### 4.2.3. Cálculo de las corrientes de fuga en el modelo de la CAMC con dos subestaciones para diferentes valores de $R_S$ .

Se puede establecer que la peor condición es cuando el tren absorbe una corriente de 9 kA. Un valor que puede tomar un peso importante en los cálculos es la resistencia asociada al suelo, este parámetro no es fácil de calcular, por lo que se consideraron valores estimados. Además, de los casos anteriormente citados se establece como peor condición cuando el tren está a la mitad de la distancias entre Subestaciones de tracción ( $L_1 = L_2 = 1,25$  km). Los resultados obtenidos de  $I_3$  variando  $R_S$  se muestran en la tabla 4.13.

$R_S$	I3
$[\Omega]$	[mA]
0	384,36
10	376,51
100	318,09
1000	124,66

Tabla 4.13 Resultados de los cálculos realizados con varios valores de  $R_s$  en el modelo de la CAMC con dos subestaciones.

Al igual que en el punto anterior y como se observa en la tabla 4.13, los valores de corriente de fuga  $I_3$  son mayores cuando la resistencia  $R_S$  tiende a cero.

En la tabla 4.14 se presentan los valores calculados de las tensiones de los rieles de rodamiento con respecto al suelo, tanto en la posición del tren ( $R_B \ge I_3$ ), como en las subestaciones de tracción.

I3	$R_B \ge I_3$	$R_{A1} \ge I_5$	$R_{A2} \ge I_6$
[mA]	[V]	[V]	[V]
384,36	46,12	46,12	46,12
376,51	45,18	45,18	45,18
318,09	38,17	38,17	38,17
124,66	14,96	14,96	14,96

Tabla 4.14 Determinación de las tensiones de los rieles de rodamiento con varios valores de  $R_S$  en el modelo de la CAMC con dos subestaciones.

## 4.2.4. Cálculo de las corrientes de fuga con falla de aislamiento en el modelo de la CAMC con dos subestaciones.

En el punto 4.1.4. se determinó que al considerar una falla en el aislamiento, la configuración cambia al igual que los valores asociados. En la tabla 4.15 y en la gráfica 4.4 se muestran los resultados obtenidos cuando  $R_{AI}$  es igual a cero. Se mantuvo como valor corriente del tren 9 kA, considerada como la peor condición.

Punto de Distancia Distancia Iз referencia  $L_1$  $L_2$ [A] [km] [km] 0,59 1 0,50 2,00 2 1,00 1,50 1,03 3 1,25 1,25 1,15 4 1,50 1,00 1,18 5 2,00 0,50 0,89 6 2,45 0,05 0,12

Tabla 4.15 Resultados de los cálculos realizados con falla de aislamiento en el modelo de la CAMC con dos subestaciones.

Para este caso, el valor máximo ocurre en la posición 4, siendo el valor de corriente

de 1,18 A, menor a la peor condición en el punto 4.1.4. (6,15 A).



Gráfica 4.4. Comportamiento de la corriente de fuga en función de la posición del tren.

En la tabla 4.16 se presentan los valores calculados de las tensiones de los rieles de rodamiento con respecto al suelo en la posición del tren ( $R_B \ge I_3$ ), los valores en las subestaciones de tracción son nulos.

Punto de referencia		$R_B \ge I_3$	$R_{AI} \ge I_5$	$R_{A2} \ge I_6$
	[A]		[v]	[V]
1	0,59	59,04	0	0
2	1,03	88,55	0	0
3	1,15	92,23	0	0
4	1,18	88,54	0	0
5	0,89	59,03	0	0
6	0,12	7,23	0	0

Tabla 4.16 Determinación de las tensiones de los rieles de rodamiento en el modelo de la CAMC con dos subestaciones.

Bajo las premisas establecidas en este caso se puede visualizar en la tabla 4.16 que el valor de tensión es mayor en la posición 3 del tren. A pesar de este aumento, los valores mostrados son menores que los valores de tensión de toque indicados en la tabla 1.4, (cuando el tiempo de operación de las protecciones es de 0,5 s el menor valor será de 395 V, el cual está relacionado con la norma IEC 62128-1: 2003 [16]).

### 4.3. Cálculo de las corrientes de fuga utilizando el modelo de la CAMC con dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra.

Tomando en cuenta lo señalado en el punto 4.2 y los resultados presentados hasta el momento, se consideró importante la adecuación del circuito señalado con los datos del capítulo II, dichos cambios se muestran en la figura 4.3.



Figura 4.3. Representación circuital asociada al modelo de la CAMC con dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra.

Donde:

 $I_1$  = Componente de corriente de la S/E<sub>1</sub>.

 $I_2$  = Componente de corriente de la S/E<sub>2</sub>.

 $I_M$ = Corriente de operación del tren.

 $I_3$  = Corriente de fuga inyectada en el punto donde se encuentra el tren.

 $I_4$  = Corriente de retorno por los rieles de rodamiento hacia la S/E<sub>2</sub>.

 $I_5$  = Corriente de retorno por los rieles de rodamiento hacia la S/E<sub>1</sub>.

 $I_6$  = Corriente de fuga que retorna a la S/E<sub>2</sub> por el suelo.

 $I_7$  = Corriente de fuga que retorna a la S/E<sub>1</sub> por el suelo.

 $I_8$  = Corriente de fuga que retorna por el aislamiento representado por  $R_{A2}$ .

 $I_9$  = Corriente de fuga que retorna por el aislamiento representado por  $R_{AI}$ .

- $I_{11}$  = Corriente de fuga que llega a los conductores del sistema de puesta a tierra.
- $I_{12}$  = Corriente de fuga que sale de los conductores del sistema de puesta a tierra y llega a la S/E<sub>2</sub>.
- $I_{13}$  = Corriente de fuga que sale de los conductores del sistema de puesta a tierra y llega a la S/E<sub>1</sub>.
- $R_{CI}$  = Resistencia asociada al riel de contacto, desde la S/E<sub>1</sub> hasta la posición del tren.
- $R_{C2}$  = Resistencia asociada al riel de contacto, desde la S/E<sub>2</sub> hasta la posición del tren.
- $R_{CCI}$  = Resistencia asociada a los conductores del sistema de puesta atierra, desde la S/E<sub>1</sub> hasta la posición del tren.
- $R_{CC2}$  = Resistencia asociada a los conductores del sistema de puesta atierra, desde la S/E<sub>2</sub> hasta la posición del tren.
- $R_{RI}$  = Resistencia asociada al riel de rodamiento de una vía, desde la S/E<sub>1</sub> hasta la posición del tren.
- $R_{R2}$  = Resistencia asociada al riel de rodamiento de una vía, desde la S/E<sub>2</sub> hasta la posición del tren.
- $R_{AI}$  = Resistencia asociada al aislamiento de los rieles de rodamiento, toma en cuenta la mitad de la distancia entre la S/E<sub>1</sub> hasta la posición del tren.
- $R_{A2}$  = Resistencia asociada al aislamiento de los rieles de rodamiento, toma en cuenta la mitad de la distancia entre la S/E<sub>2</sub> hasta la posición del tren.
- $R_B$  = Resistencia asociada al aislamiento de los rieles de rodamiento en el punto o posición del tren, toma en cuenta la mitad de la distancia entre la S/E<sub>1</sub> hasta la posición del tren y la mitad de la distancia entre la S/E<sub>2</sub> hasta la posición del tren.
- $R_S$  = Resistencia asociada al suelo.

Para el cálculo se tomaron en cuenta las siguientes premisas:

- Las magnitudes de las fuentes se consideraron constantes e iguales a 750 V.
- El tren absorbe corriente de ambas fuentes, lo cual simula una condición similar a la real.
- Se considera un sólo tren en la vía.
- La referencia para las distancias será la S/E<sub>1</sub>.
- La distancia máxima fue de 2,5 km, la cual esta relacionada con la aproximación del máximo valor reportado en la tabla 2.2.
- La magnitud de la corriente se considera constante.
- Se compara con los valores presentados en el punto 4.2.
- Los valores utilizados son los referenciados en el capítulo II, tabla 2.3.

# 4.3.1. Cálculo de las corrientes de fuga en el modelo del CAMC con dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra para diferentes valores de $R_S$ .

La diferencia entre los circuitos presentados en las figuras 4.2 y 4.3 es la consideración de sistema de puesta a tierra del sistema, como resultados del punto 4.2.3 (tabla 4.13) se obtuvo que los valores de corriente de fuga son mayores cuando se desprecia la resistencia del suelo ( $R_S = 0$ ). Cuando se toma en cuenta el sistema de puesta a tierra la resistencia del suelo debe ser estimada. Los resultados de los cálculos realizados se muestran en la tabla 4.17. Se fijó h posición de tren en la mitad de la distancias entre Subestaciones de tracción (L<sub>1</sub> = L<sub>2</sub> = 1,25 km).

$R_S$	I3
[Ω]	[mA]
0	384,36
10	323,67
100	279,54
1000	118,27

Tabla 4.17 Resultados de los cálculos realizados con varios valores de  $R_s$  en el modelo del CAMC con dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra.

Al igual que en la sección 4.2.3 y como se observa en la tabla 4.17, los valores de corriente de fuga  $I_3$  son mayores cuando la resistencia  $R_S$  tiende a cero.

En la tabla 4.18 se presentan los valores calculados de las tensiones de los rieles de rodamiento con respecto al suelo, en la posición del tren ( $R_B \ge I_3$ ). En esta tabla se visualiza que la consideración de tomar en cuenta la resistencia del suelo mejora las condiciones de seguridad al reducir las corrientes de fuga y las tensiones entre riel y suelo.

I3	$R_B \ge I_3$
[mA]	[V]
384,36	46,12
323,67	38,84
279,54	33,54
118,27	14,19

Tabla 4.18 Determinación de las tensiones de los rieles de rodamiento con varios valores de  $R_s$  en el modelo de la CAMC con dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra.

#### 4.3.2. Cálculo de las corrientes de fuga con falla de aislamiento en el modelo de

#### la CAMC con dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra.

Para considerar una falla en el aislamiento, en la configuración se deben igualar a cero tanto  $R_{AI}$  como  $R_{SI}$ , los resultados se muestran en la tabla 4.19. Se mantuvo como valor de la corriente del tren 9 kA.

Tabla 4.19 Resultados de los cálculos realizados con falla de aislamiento en el modelo de la CAMC con dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra.

Punto de	Rs	Distancia L <sub>1</sub>	Distancia L <sub>2</sub>	I3
referencia	$[\Omega]$	[km]	[km]	[A]
1	10	1,25	1,25	1,06
2	10	0,75	1,75	0,78

Para este caso el valor máximo ocurre en la posición 1, siendo el valor de corriente de 1,06 A.

En la tabla 4.20 se presentan los valores calculados de las tensiones de los rieles de rodamiento con respecto al suelo en la posición del tren ( $R_B \ge I_3$ ).

Tabla 4.20 Determinación de las tensiones de los rieles de rodamiento en el modelo de la CAMC con dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra.

I3	$R_B \ge I_3$
[A]	[V]
1,06	97,87
0,78	62,40

Bajo las premisas establecidas en este caso se puede visualizar en la tabla 4.20 que los valores de tensión son mayores en la posición del riel ubicado a  $L_1$  igual 0,75 km de la subestación de tracción 1. A pesar de este aumento, los valores mostrados son menores que los valores de tensión de toque indicados en la tabla 1.4, (cuando el

tiempo de operación de las protecciones es de 0,5 s el menor valor es el de 395 V, según la norma IEC 62128-1: 2003 [16]).

### 4.4. Modelo Yu-Goodman.

Para evaluar el modelo Yu-Goodman se debe recordar que los parámetros a emplear son distribuidos [11] por lo que los valores para los cálculos fueron:

Corriente máxima absorbida por el tren =	9 kA (sec. 2.7)
Resistencia del tercer riel =	6,8 m $\Omega$ /km (sec. 2.2.1)
Resistencia del riel de rodamiento =	16,4 [m $\Omega$ /km] por vía (sec. 2.2.2.3)
Resistencia de aislamiento de los rieles de rodamiento =	150 [ $\Omega$ /km] (sec. 2.5)
Distancia máxima entre subestaciones =	2500 m

Estos valores fueron utilizados para evaluar las expresiones desde la (14) hasta la (18):

$$i(x) = -\frac{R_s I_s}{\left(R_s + R_0\right)\Delta} \left( e^{\mathbf{g}(l-x)} - k_t e^{-\mathbf{g}(l-x)} \right)$$
$$u(x) = -\frac{R_0 R_s I_s}{\left(R_s + R_0\right)\Delta} \left( e^{\mathbf{g}(l-x)} + k_t e^{-\mathbf{g}(l-x)} \right)$$

Con:

$$k_{t} = \frac{\left(R_{t} - R_{0}\right)}{\left(R_{t} + R_{0}\right)}$$
$$k_{s} = \frac{\left(R_{s} - R_{0}\right)}{\left(R_{s} + R_{0}\right)}$$
$$\Delta = k_{t}k_{s}e^{-gt} - e^{gt}$$

Y siendo:

- u(0) = Esta asociado al potencial del riel de rodamiento al suelo en el punto de referencia.
- u(l) = Esta asociado al potencial del riel de rodamiento al suelo a una distancia l del punto de referencia.
  - $I_s$  = Magnitud de la corriente absorbida por el tren.
  - $R_s$  = Resistencia en el punto del tren la cual se asume si el retorno se extiende mas allá de la distancia *l*, la misma se ubica en la posición del tren.
  - R = Resistencia longitudinal de los rieles de rodamiento [ $\Omega$ /m].
  - G = Conductancia de Fuga entre los rieles de rodamiento y suelo [S/m].
  - $R_t$  = Resistencia en el punto del tren la cual se asume si el retorno se extiende

mas allá de la distancia l, la misma se ubica en el extremo terminal.

Como punto de partida se asumió que las impedancias terminales  $R_t$  y  $R_s$  fueron de igual valor a la impedancia característica, esta consideración está referenciada en el cálculo realizado por Yu y Goodman [11].

Con esta consideración los valores de  $k_t$  y  $k_s$  son iguales a cero, y los valores de la constante de propagación y la resistencia característica de la línea son: g = 0,0105 y  $R_0 = 1,568$  respectivamente.

A continuación se presenta la evaluación de las expresiones (14) y (15), considerando los siguientes valores de corriente: 1 kA, 6 kA y 9 kA. Los gráficos se obtuvieron tomando como distancia máxima 2,5 km entre la subestación de tracción y el tren. En la gráfica 4.5 se muestra el comportamiento de los valores obtenidos de la expresión (15) cuando la variable posición x varía entre 0 y 2,5 km, para los tres valores de corriente.



Gráfica 4.5 Diferencia de potencial entre los rieles de rodamiento y suelo utilizando el modelo Yu-Goodman.

Como se detalla en la gráfica 4.5 la tensión a lo largo de los rieles de rodamiento presenta un comportamiento lineal independientemente del valor de la corriente, este comportamiento es descrito por Yu-Goodman en [11], lo más resaltante de la representación obtenida es la magnitud de la tensión, tomando como referencia que el sistema es alimentado por una tensión DC de 750 V. Por otro lado, mientras mayor es

la corriente que absorbe el tren el valor de tensión en los rieles de rodamiento es mayor.

Cuando el tren absorbe la corriente máxima de 9 kA, la tensión en el punto de referencia es de 7,06 kV, a diferencia de cuando se evalúa en 2,5 km la cual alcanza un valor de 6,88 kV.

Tomando en cuenta los valores de tensión de toque indicados en la tabla 1.4, (cuando el tiempo de operación de las protecciones es de 0,5 s el menor valor será de 395 V, el cual está relacionado con la norma IEC 62128-1: 2003 [16]), podemos señalar el altísimo valor calculado.

La corriente de fuga por unidad de longitud a lo largo del conductor, se obtiene de la expresión (19):

$$\boldsymbol{d}(x) = -\frac{di(x)}{dx} = Gu(x)$$

Donde d(x) es directamente proporcional a u(x). Debido a que d(x) esta asociada a un valor de densidad de corriente. Yu-Goodman [11] proponen el término corriente de fuga acumulada hasta el punto x, la cual se puede calcular utilizando la expresión (20):

$$DI(x) = \int_{-\infty}^{x} d(z) dz$$

La gráfica 4.6 muestra el comportamiento de las corrientes de fuga según la expresión (20). Además, se comparan con respecto a las corrientes absorbidas por el tren.



Gráfica 4.6 Corriente de fuga acumulada utilizando el modelo Yu-Goodman.

Las variaciones de la tensión expresadas por Yu- Goodman [11] no sólo dependerán de la corriente absorbida por el tren sino que también dependen de los valores de las impedancias conectadas en los extremos, como se ilustra en las gráficas 4.7, 4.8, 4.9 y 4.10.



Gráfica 4.7 Diferencia de potencial entre los rieles de rodamiento y suelo, con valor de  $R_s$  igual a 10  $R_o$ 

Para analizar el comportamiento de la diferencia de potencial entre los rieles de rodamiento y suelo con distintos valores de  $R_s$ , se incrementó este valor a 10 veces el valor de la resistencia característica de la línea (10  $R_0$ ). Como se detalla en la gráfica 4.7 los valores de tensión riel-suelo son mayores que los presentados en la gráfica 4.5. De igual manera, los valores de corriente de fuga acumulada se verán incrementados,

como se puede visualizar en la gráfica 4.8.



Gráfica 4.8 Corriente de fuga acumulada utilizando el modelo Yu-Goodman , con un valor de  $R_S$  igual a 10  $R_0$ .

Cuando el valor de  $R_s$  es menor que la resistencia característica de la línea, como por ejemplo 0,1 veces el valor de (0,1  $R_0$ ), el comportamiento se las curvas se mantiene como se observa en la gráfica 4.9. Pero, al compararla con los valores de las gráficas 4.5 y 4.7 los valores obtenidos son menores, por **b** que se puede señalar la gran variación de los valores de tensión riel - suelo con la variación de  $R_s$ .



Gráfica 4.9 Diferencia de potencial entre los rieles de rodamiento y suelo, con valor de  $R_s$  igual a 0,1  $R_o$ 

Los valores de corriente de fuga acumulada obtenidos se verán reducidos significativamente, como se puede detallar en la gráfica 4.10.



Gráfica 4.10 Corriente de fuga acumulada utilizando el modelo Yu-Goodman , con un valor de  $R_S$  igual a 0,1  $R_0$ .

De los resultados mostrados se puede indicar que el modelo de Yu-Goodman [11] no es apropiado para la evaluación de la diferencia de potencial entre los rieles de rodamiento y suelo, al igual que las corrientes de fuga en este tipo de representación.

Si se compara este modelo con el modelo básico evaluado en el punto 4.1, los valores de corriente de fuga son mucho mayores en el modelo de Yu -Goodman.

Los trabajos revisados de Yu-Goodman no mostraban modelos asociados a dos subestaciones de tracción alimentando a un tren, aunque si muestran resultados asociados a esta situación.

### 4.5. Modelo Hill-Riordan.

Al igual que el punto anterior se debe recordar que los parámetros a emplear son distribuidos, por lo que se mantuvieron los mismos valores para los cálculos:

Corriente máxima absorbida por el tren =	9 kA (sec. 2.7)
Resistencia del riel de rodamiento =	16,4 [m $\Omega$ /km] por vía (sec. 2.2.2.3)
Resistencia de aislamiento de los rieles de rodamiento =	150 [ $\Omega$ /km] (sec. 2.5)
Distancia máxima entre subestaciones =	2500 m

Estos valores fueron utilizados para evaluar la expresión (51) de corrientes de fuga:

$$i = J - I = \frac{1}{2} (1 - m) (2 - e^{-g_x} - e^{-g(s-x)}) J$$

Con respecto a la tensión entre los rieles de rodamiento y el suelo se tomó la expresión (54):

$$V = \frac{1}{2} k (l - \boldsymbol{m}) \left( e^{-\boldsymbol{g} x} - e^{-\boldsymbol{g}(s-x)} \right) J$$

Las expresiones presentadas en el punto 2.5 están relacionadas con una alimentación alterna. Para poder tener un valor en sistemas de tracción en DC se reducirá el término ma 0,00001.

Recordando los otros parámetros involucrados en las expresiones (51) y (54)

- J = Corriente por el conductor 1 (o tercer riel)
- $I_2$  = Corriente por el riel (rieles de rodamiento)

 $V_2$  = Tensión a tierra del riel

 $z_{22}$  = Impedancia de los rieles de rodamiento

x = Distancia a lo largo del riel en la dirección de la corriente del riel

g = constante de propagación

La impedancia característica k es de 1,568  $\Omega$  obtenido de la expresión (30):

$$k = \sqrt{\frac{z_{22}}{g}}$$

Y la constante de propagación g será 0,0105, calculado de la ecuación (31):

$$\boldsymbol{g} = \sqrt{z_{22}g}$$

Para los gráficos obtenidos se tomó el valor de corriente de 9 kA, con una distancia máxima de 2,5 km.



Gráfica 4.11 Diferencia de potencial entre los rieles de rodamiento y suelo, modelo Hill-Riordan.
De la gráfica 4.14 se detalla un valor decreciente de la tensión entre los rieles de rodamiento y el suelo, pasando de un valor positivo a un valor negativo. Si comparamos con la gráfica 4.5, mantiene el mismo comportamiento de la tensión pero con valores menores a los observados en dicha gráfica.

Los valores obtenidos están en el mismo orden de magnitud que los observados en la tabla 4.4, en la cual para una distancia de 2,5 km y una corriente de 9 kA se obtiene un valor de 184,48 V.

La corriente de fuga por unidad de longitud a lo largo del conductor, es obtenida de la sustituir la expresión (19) en la expresión (20), y renombrándola de la forma siguiente:

$$If(x) = \int_{-\infty}^{x} GV(z)dz$$
<sup>(59)</sup>

Para la determinación de la corriente de fuga acumulada se utilizó la expresión (59). Los valores calculados se presentan en la gráfica 4.15.



Gráfica 4.12 Corriente de fuga acumulada, modelo Hill-Riordan.

Los valores obtenidos están en el mismo orden de magnitud que los observados en la tabla 4.3, en la cual para una distancia de 2,5 km y una corriente de 9 kA se obtiene un valor de corriente de fuga de 984,0 mA.

## 4.6. Comparación y análisis de los modelos evaluados.

De las evaluaciones realizadas a los modelos presentados en el capítulo IV se puede indicar los siguientes aspectos:

- La variación de potencial entre los rieles de rodamiento y el suelo, presenta una variación directa con la corriente de fuga.
- Cuando se tiene una situación de una fuente o subestación de tracción alimentando al tren se puede utilizar el modelo básico o el modelo de Hill– Riordan, ya que, las magnitudes de las tensiones riel suelo y los valores de corriente de fuga son similares. Se puede descartar el modelo de Yu-Goodman para esta situación, debido a los altos valores de tensión entre los rieles de rodamiento y el suelo.
- El modelo de Hill-Riordan fue propuesto para sistemas de tracción con alimentación alterna, por lo que se deben modificar las expresiones indicadas en esta referencia, para poder evaluar sistemas con alimentación DC.
- En el caso real de dos subestaciones de tracción, en las referencias consultadas no se presentan las expresiones para la utilización de circuitos con parámetros distribuidos, por lo que se debieron desarrollar para los cálculos realizados.
- Utilizando parámetros concentrados el modelo de la CAMC con dos subestaciones y el sistema de puesta a tierra se ajusta mejor a lo planteado en el

sistema de tracción, esto por que toma en cuenta el sistema de puesta a tierra, pero cuando se debe estimar la peor condición desde el punto de vista de corrientes de fuga, el mismo no es útil.

- Para todos los modelos circuitales con parámetros concentrados, la peor condición se obtiene con valores despreciables de resistencia del suelo, (R<sub>s</sub>? 0).
- Los valores de corriente de fuga y tensión entre los rieles de rodamiento y el suelo dependen de la distancia a lo largo del riel, por lo que los modelos a proponer deben tomar en cuenta la distancia máxima entre subestación de rectificación y el tren o entre subestaciones de tracción.
- Los valores de corriente de fuga y tensión riel-suelo de los modelos y casos analizados dependen de la corriente que absorbe el tren. A mayor corriente absorbida por el tren, mayor será la magnitud de la corriente de fuga.

## **CAPÍTULO V: Modelos Propuestos**

A partir de los modelos y representaciones presentados en el capítulo II, los cuales fueron evaluados y analizados en el capítulo IV, se llegó a la conclusión que existen dos situaciones en las que se han presentados trabajos o estudios tendientes a determinar las corrientes de fuga del sistema de tracción y las tensiones de los rieles de rodamiento con respecto al suelo. La primera situación esta relacionada con el escenario de un tren alimentado por una fuente o subestación de tracción. Y la segunda situación esta asociada al escenario de que el tren esté alimentado por dos fuentes o subestaciones de tracción. Aunque, la segunda se ajusta a una condición real del sistema bajo estudio, no se descarta la primera situación ya que ayuda a obtener una referencia rápida y servir de partida en situaciones más complejas.

Además, se pudo identificar, que los modelos en ambas situaciones se pueden clasificar como modelos con parámetros concentrados y modelos con parámetros distribuidos. Estos últimos toman en cuenta que entre los rieles de rodamiento y el suelo existe un medio de propagación caracterizados por una constante de propagación y una impedancia.

Por otro lado, y pese a la existencia de estos modelos, ninguno de ellos se puede aplicar al caso del sistema de transporte masivo con alimentación DC, de forma directa tal como el existente en la ciudad de Caracas. Por lo cual, en este capítulo se desarrollan y presentan ecuaciones analíticas a fin de cumplir con el objetivo de establecer nuevos modelos. Las expresiones de estos modelos permiten obtener las corrientes de fuga del sistema de tracción con alimentación en DC y las tensiones de los rieles de rodamiento con respecto al suelo. Estas expresiones están agrupadas en dos situaciones: la alimentación del tren con una fuente y la alimentación del tren con dos fuentes.

#### 5.1. Ecuaciones de propagación.

En el sistema de tracción no es fácil determinar un modelo exacto, para ello se plantean modelos aproximados, en los cuales el circuito o esquema tome en cuenta el aislamiento del sistema de tracción. Obtener el valor asociado a la corriente de fuga dependerá de las características de los parámetros considerados.

Como primer parámetro se tiene la resistencia de los elementos de retorno, los cuales estarán conformados por los dos rieles de retorno por vía, estos rieles están asociados al desplazamiento del tren. En el sistema de tracción a modelar los rieles de retorno están unidos o equipotenciados a lo largo de la vía, planteando un valor de resistencia serie por vía.

Como elemento primordial está el aislamiento, conformado por el durmiente y el aire. La dependencia de unas condiciones ambientales variables a lo largo de la trayectoria del tren, indica que el valor de este parámetro no es único. Pese a este conocimiento y para objeto del desarrollo que aquí se expone, se tomará éste valor constante.

Para lo desarrollado en este capítulo no se toman en cuenta las conexiones entre el rectificador y los rieles del sistema. Tampoco, los elementos utilizados para la alimentación del tren.

Por otro lado, la magnitud de la corriente absorbida por el tren se considerará constante en todo instante, (no se toma en cuenta los cambios en la magnitud en: el momento de arranque, los cambios de velocidad y el momento de frenado).

Se asume que el tren es una fuente de corriente, como se plantea en diversas referencias [10]-[12][14][22]-[24][27][33][34], con lo cual no se toma en cuenta el detalle en torno al conjunto de motores del tren. De igual forma, se establece despreciable la longitud del tren.

Como se visualizó en el capítulo IV, la magnitud de la corriente de fuga dependerá de la posición del tren, por lo que si utilizamos parámetros concentrados se deberán calcular todos los parámetros del circuito para las distintas posiciones consideradas, además se debe estimar el número de elementos del circuito. Por lo que el planteamiento del modelo distribuido se puede adaptar mejor a la solución.

La representación circuital de la figura 5.1 esquematiza los parámetros resistivos que se deben tomar en cuenta en el análisis. Así como, la posición relativa del tren en un momento dado, tomando en cuenta la distancia total D que debe recorrer del tren.

El esquema presentado en la figura 5.1 no es un caso común en el sistema de tracción, pero servirá como referencia.



Figura 5.1 Representación circuital del sistema de tracción.

Para la determinación de las corrientes de fuga lo más importante es el circuito de retorno, como se ilustra en la figura 5.2.



Figura 5.2 Representación circuital del medio de propagación representados entre los rieles de rodamiento y suelo.

En la figura 5.2 se observan las corrientes involucradas: la corriente absorbida por el tren  $I_M$ , la corriente de la fuente  $I_{S/EI}$  y la corriente por los elementos de retorno  $I_I(x)$ . Mientras que  $V_I(x)$  representa la tensión entre los rieles de rodamiento y suelo.

#### 5.2. Ecuaciones asociadas al modelo con una subestación de alimentación.

De la figura 5.2, se plantean las ecuaciones diferenciales asociadas al Medio 1.

$$R_{rI}I_{I}(x) = -\frac{dV_{I}(x)}{dx} \tag{60}$$

$$GV_I(x) = -\frac{dI_I(x)}{dx} \tag{61}$$

## Donde

- $I_1(x) =$  Corriente por los rieles de rodamiento en [A]
- $V_I(x)$  = Tensión entre los rieles de rodamiento y tierra en [V]
  - $R_{rl}$  = Resistencia de los elementos de retorno por una Vía en [ $\Omega$ /km]
    - x = Distancia entre la fuente y el tren en [km]
  - G = Conductancia asociada al aislamiento en [S/km]

La solución de las ecuaciones diferenciales puede ser escrita de la siguiente forma:

$$I_{I}(x) = A_{I}e^{-gx} - B_{I}e^{gx}$$
(62)

$$V_I(x) = Z_{0I} A_I e^{-g_X} + Z_{0I} B_I e^{g_X}$$
(63)

Donde  $A_1$  y  $B_1$  son constantes asociadas a las expresiones en el Medio 1, para ser determinadas por las condiciones de frontera o borde.

Similar a la referencia [34], la impedancia característica  $Z_{01}$  puede ser determinada por:

$$Z_{01} = \sqrt{\frac{R_{rl}}{G}}$$
(64)

y la constante de propagación g calculada por:

$$\boldsymbol{g} = \sqrt{R_{rl}G} \tag{65}$$

#### 5.2.1. Desarrollo de las expresiones de tensión y corriente.

La propuesta de Hill, Carpenter, Tasar [33] y Riordan [34] se ajusta mejor para la determinación de las corrientes de fuga, pero las mismas fueron desarrolladas para una alimentación alterna. En nuestro caso la alimentación considerada es continua o DC, por lo que el modelo a utilizar debe tomar en cuenta este tipo de alimentación en las expresiones (62) y (63). La expresión (62) corresponde a la corriente por los rieles de rodamiento entre el tren y la fuente y partiendo de la expresión indicada en la ecuación (63), tendremos las tensiones entre el riel y el suelo para las tres secciones de la figura 5.3.



Figura 5.3 Representación del medio de propagación con una fuente, se detalla la circulación de las corrientes.

La sección de mayor interés en el tramo del circuito que se encuentra entre la subestación de tracción y el tren (0 = x = s), donde la tensión entre los rieles de rodamiento y el suelo puede ser determinada por la expresión (66). La tensión entre los rieles de rodamiento y el suelo en un punto donde la distancia sea mayor a *s* se

determina por la expresión (67). La tercera sección considera valores de tensión para puntos ubicados en dirección contraria a las establecida en la sección central, y se calculan utilizando expresión (68).

$$V_{I}(x) = Z_{0I}A_{I}e^{-gx} + Z_{0I}B_{I}e^{gx} \qquad 0 \le x \le s$$
(66)

$$V'_{I}(x) = Z_{0I}I'_{I}(x) = Z_{0I}A'_{I}e^{-g(x-s)} \qquad x > s$$
<sup>(67)</sup>

$$V_{I}''(x) = Z_{0I}I_{I}''(x) = Z_{0I}A_{I}''e^{-g|x|} \qquad x < 0$$
<sup>(68)</sup>

Como condición de frontera entre las tres secciones se establece la continuidad de las corrientes y las tensiones, en especial en el punto x = 0, expresiones (69) y (70) y en el punto x = s, expresiones (71) y (72), mostradas a continuación:

$$I_M - I_1(0) = I_1''(0) \tag{69}$$

$$V_1(0) = V_1''(0)$$
(70)

$$I_M - I_1(s) = I_1'(s)$$
(71)

$$V_1(s) = V_1'(s) \tag{72}$$

Con lo cual, manipulándolas se tiene:

$$I_{M} - A_{I} + B_{I} = A_{I}''$$
(73)

$$A_1 + B_1 = A_1'' \tag{74}$$

$$I_M - A_l e^{-g_s} + B_l e^{g_s} = -A_l'$$
<sup>(75)</sup>

$$A_l e^{-\mathbf{g}s} + B_l e^{\mathbf{g}s} = A_l' \tag{76}$$

La solución de estas ecuaciones será:

$$A_I = \frac{1}{2} I_M \tag{77}$$

$$B_{I} = -\frac{1}{2} e^{-g_{s}} I_{M} = -A_{I} e^{-g_{s}}$$
(78)

$$A'_{l} = -A''_{l} = -\frac{1}{2} \left( l - e^{-g_{s}} \right) I_{M}$$
<sup>(79)</sup>

Con estos parámetros se pueden obtener los valores de corriente y de tensión en las tres secciones de la figura 5.3, para la sección central se obtuvieron las expresiones (80), (81) y (82).

La corriente por los rieles de rodamiento entre la fuente o subestación de tracción y el tren:

$$I_{1}(x) = \frac{1}{2} \left( e^{-g_{x}} + e^{-g(s-x)} \right) I_{M}$$
(80)

La magnitud de la corriente de fuga por la tierra, entre la fuente y el tren:

$$i_{I}(x) = \frac{1}{2} \left( 2 - e^{-g_{X}} + e^{-g(s-x)} \right) I_{M}$$
(81)

La tensión entre los rieles de rodamiento y el suelo, entre la fuente y el tren, queda como:

$$V_{I}(x) = \frac{1}{2} Z_{0I} \left( e^{-g_{x}} + e^{-g(s-x)} \right) I_{M}$$
(82)

Para comparar las expresiones desarrolladas con el modelo de Hill-Riordan se debe recordar los valores de los parámetros relacionados con el caso de estudio.

Corriente máxima absorbida por el tren =	9 kA (sec. 2.7)
Resistencia del riel de rodamiento =	16,4 [m $\Omega$ /km] por vía (sec. 2.2.2.3)
Resistencia de aislamiento de los rieles de rodamiento =	150 [ $\Omega$ /km] (sec. 2.5)
Distancia máxima entre subestaciones =	2500 m

En la gráfica 5.1 se comparan los valores de tensión entre los rieles de rodamiento y el suelo obtenidos con la expresión (82) desarrollada y la expresión (54) expuesta en los trabajos de Hill, Carpenter y Tasar [33] y Riordan [34], donde la principal diferencia está en el término de acoplamiento **m** Para poder cotejar la expresión (54) en el caso DC se asumió un valor pequeño de este término, ( $\mathbf{m}$ = 0,00001).



Gráfica 5.1 Comparación entre la expresión (82) desarrollada y el modelo Hill Riordan.

En la gráfica 5.1 se observa la coincidencia de los valores de tensión entre los rieles de rodamiento y suelo en función de la distancia entre la subestación de tracción y el tren. Lo que indica la exactitud de las expresiones desarrolladas en el modelo propuesto.

## 5.3. Ecuaciones asociadas al modelo con dos subestaciones de alimentación.

De las distintas referencias consultadas en este estudio no se encontró desarrollo analítico con parámetros distribuidos para el caso de que el tren este alimentando por dos subestaciones de tracción, por lo cual, las mismas se debieron desarrollar partiendo de las ecuaciones de tensión entre los rieles de rodamiento y el suelo, y las ecuaciones de corriente por dichos rieles.

En la figura 5.4 se visualiza el planteamiento efectuado, en él se consideraron dos medios de propagación para representar los rieles de rodamiento y el suelo. El

primero parte de la subestación de tracción S/E<sub>1</sub> hasta la posición del tren en x = q, y el segundo medio va desde la posición del tren en x = q hasta **h** subestación de tracción S/E<sub>2</sub>.



Figura 5.4 Representación con dos medios de propagación con dos fuentes.

Donde:

 $I_1(x)$  = Corriente por los rieles de rodamiento en dirección a la S/E<sub>1</sub> en [A].

 $V_l(x)$  = Tensión entre los rieles de rodamiento y tierra en el Medio 1 en [V].

 $I_2(x)$  = Corriente por los rieles de rodamiento en dirección a la S/E<sub>1</sub> en [A].

 $V_2(x)$  = Tensión entre los rieles de rodamiento y tierra en el Medio 2 en [V].

 $I_M$  = Corriente absorbida por el tren en [kA].

x = Distancia a lo largo del riel de rodamiento en [km].

 $\gamma =$  Constante de propagación.

Las expresiones en el Medio 1 son:

$$I_{1}(x) = -A_{1}e^{-gx} + B_{1}e^{gx}$$
(83)

$$V_{l}(x) = Z_{0l}A_{l}e^{-g_{x}} + Z_{0l}B_{l}e^{g_{x}}$$
(84)

Siendo las expresiones en el Medio 2 las siguientes:

$$I_2(x) = A_2 e^{-g_x} - B_2 e^{g_x}$$
(85)

$$V_2(x) = Z_{02}A_2e^{-g_x} + Z_{02}B_2e^{g_x}$$
(86)

Donde  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$ ,  $B_2$  son constantes de integración para ser determinadas por las condiciones de frontera.

Para el caso de estudio se consideran los siguientes valores:

Corriente máxima absorbida por el tren =	9 kA (sec. 2.7)
Resistencia del riel de rodamiento =	16,4 [mΩ/km] por vía (sec. 2.2.2.3)
Resistencia de aislamiento de los rieles de rodamiento =	150 [Ω/km] (sec. 2.5)
Distancia máxima entre subestaciones =	2500 m
Distancia del tren entre las subestaciones =	1250 m

Como condición de frontera se imponen los siguientes tres puntos: x = 0 como referencia en la fuente asociada a la S/E<sub>1</sub>, x = 2,5 km posición de la fuente asociada a la S/E<sub>2</sub> con respecto a la referencia y en la posición x = q del tren los valores de las tensiones de los rieles de rodamiento al suelo de los dos medios deben ser iguales

 $(V_{I}(q) = V_{2}(q))$ , además la corriente inyectada por el tren debe ser igual a la sumatoria de  $I_{I}(q)$  e  $I_{2}(q)$   $(I_{M} = I_{I}(q) + I_{2}(q))$ .

También se debe considerar el correcto sentido en ambas expresiones de corrientes para cumplir con la relación entre la expresión de tensión y la expresión de corriente en el medio respectivo.

Fijando la posición del tren en q = 1,25 km y utilizando el programa Mathcad 2001i Professional se obtuvieron los siguientes valores de las constantes:

$$A_1 =$$
 -2264,7039  
 $B_1 =$  2235,2961  
 $A_2 =$  2294,4986  
 $B_2 =$  -2206,270158

Con estos valores y evaluando las expresiones (84) y (86) se obtuvo el comportamiento de las tensión entre los rieles de rodamiento y tierra, tanto para el Medio 1 como para el Medio 2, las cuales se pueden visualizar en la gráfica 5.2.



Gráfica 5.2 Tensiones entre los rieles de rodamiento y el suelo, Medio 1 y Medio 2.

Detallando la gráfica 5.2 ambas tensiones van desde un punto máximo de 46 V hasta un punto mínimo de -46 V aproximadamente, este comportamiento es similar a las gráficas mostradas por Yu-Goodman en su artículo [11], aunque en su trabajo no muestra el desarrollo analítico entorno a las gráficas del mismo para el caso de dos fuentes alimentando al tren.

Las expresiones desarrolladas en esta parte se pueden utilizar para el análisis de las tensiones de los rieles de rodamiento y el suelo y/o de las corrientes de fuga en el sistema de tracción con alimentación DC, similar al utilizado por la C.A. Metro de Caracas.

# **Conclusiones.**

Al finalizar este trabajo pudo resaltar los siguientes aspectos:

- ⇒ El presente trabajo es el resultado del estudio realizado de las corrientes de fuga en los sistemas de tracción con alimentación DC, con el objeto de establecer modelos que logren cuantificar las mismas. A partir de esta información se podrán obtener datos suficientes para las acciones a implementar con la finalidad de minimizar su presencia.
- ⇒ Este trabajo resume los diversos modelos para la determinación de las corrientes de fuga en un sistema de tracción con alimentación DC, y los cuales se pueden agrupar en dos: circuitos o esquemas con representación de parámetros concentrados y planteamiento utilizando parámetros distribuidos.
- ⇒ Se presentan las diversas formulaciones para la determinación de los valores de seguridad (tensiones de toque).
- ⇒ Debido a la complejidad de los elementos involucrados en el sistema de tracción se deben realizar consideraciones para la realización de cálculos de corriente de fuga.
- ⇒ Se plantea y determina un modelo que se ajusta a las características de las instalaciones del sistema de tracción de la ciudad de Caracas, cuando es alimentado con una sola subestación de tracción. El modelo utiliza parámetros distribuidos y fue contrastado con los modelos de la literatura.

- ⇒ Se plantea y determina un modelo que se ajusta a las características de las instalaciones del sistema de tracción de la ciudad de Caracas, cuando es alimentado con dos subestaciones de tracción. De igual forma, el modelo utiliza parámetros distribuidos y fue contrastado con los modelos de la literatura. Este modelo se ajusta a las condiciones de operación normal del sistema y se puede extender para más de dos subestaciones.
- ⇒ Los cálculos realizados tomaron valores de resistencia del sistema de la C. A. Metro de Caracas de los años 80, por lo que se recomienda promover una campaña de medición para verificar la validez de los mismos.
- ⇒ Debido a la dificultad que existe para medir los valores de corriente de fuga del sistema de tracción, se recomienda registrar el valor de tensión entre los rieles de rodamiento y la malla de puesta a tierra, el cual se puede contrastar con los modelos.

### **Referencias.**

- [1] Enciclopedia Encarta 2004, Microsoft Corporation.
- [2] IEC 62128-2: 2003. "Railway applications –Fixed installations –Part 2: Protective provisions against the effects of stray currents caused by d.c. traction systems"
- [3] Ojeda, Nerio: "Métodos y parámetros para la determinación del modelo de los rieles en un sistema de transporte masivo", en la LIII Convención Anual de la AsoVAC realizado en Maracaibo, Venezuela, noviembre de 2003.
- [4] SIEGERT LUIS, "Alta Tensión y Sistemas de Transmisión", Noriega Editores, 1988.
- [5] INVEDI/USB. "Estudio y diagnostico de la corrosión de Corrientes de Fuga y otras Fluctuaciones". Contrato 1998. CAMETRO. Caracas: Venezuela, febrero de 1982.
- [6] Thomas Barlo, Alan Zdunek, "Stray Current Corrosion in Electrified Rail Systems - Final Report". May 1995 . http://www.iti.northwestern.edu/projects/stray2.html.
- [7] Juan Martínez, José Toledano "Puesta a tierra en edificios y en instalaciones eléctricas", Editorial Paranifo, 1998.
- [8] Protección Catódica, (versión marzo 2000). http://www.wilsonwalton.es
- [9] Interferencias Eléctricas y Corrosión, Corrientes Vagabundas Inducción, H.T.
   53 (versión Diciembre 2001). http://www.wilsonwalton.es
- [10] J.G. Yu, "The effects of earthing strategies on rail potential and stray current in DC Transit Railways". IEE Colloquium Digest No 1990/129, October 1990

- [11] J.G. Yu, C.J. Goodman, "Modelling of rail potential rise and leakage current in DC Rail Transit Systems". DMTS '98-IEE International Conference on Development in Mass Transit Systems, April 1998.
- [12] J.G. Yu, C.J. Goodman, "Stray current design parameters for DC Railways". DMTS '98-IEE International Conference on Development in Mass Transit Systems, April 1998.
- [13] IEEE Std 80-2000. "IEEE Guide for safety in AC substation Grounding".
- Kinh D. Pham, Ralph S. Thomas, Walter E. Stinger, Jr. "Operational and safety considerations for light rail DC traction electrification system design". Transportation Research Circular E-C058: 9th National Light Rail Transit Conference, November, 2003.
- [15] Staminir Jacimovic, "Maximum permissible values of step and touch voltages with special consideration to electrified railroad". IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-20, No. 4, July/August 1984.
- [16] IEC 62128-1: 2003. "Railway applications Fixed installations Part 1: Protective provisions relating to electrical safety and earthing".
- [17] E. Pilo, L. Rouco, A. Fernández, A. Hernández, Victor Sierra. "Cálculo de tensiones de Paso y contacto en ferrocarriles de alta velocidad". 7as Jornadas Hipano Lusas de Ingeniería Eléctrica, 4, 5 y 6 de julio de 2000, Leganés (Madrid), España.
- [18] Almirail Fernández, Juan Francisco. Estudio de la coordinación de aislamiento en el sistema de tracción de 750 Vdc para la línea 2 de la C.A. Metro

de Caracas, expuesta a la intemperie en los tramos las adjuntas- Mamera-Zoológico./ Tutor: Napoleón Malpica.—Caracas: Universidad Central de Venezuela, 1994.

- [19] Linares, David. Determinar un procedimiento de evaluación del estado del aislamiento en la red eléctrica de la C.A. Metro de Caracas./ Tutor: Napoleón Malpica.—Caracas: Universidad Central de Venezuela, 1995.
- [20] Haranki, Pedro. Estudio de implementación de un sistema de condenación de disyuntores en 750 VCC./ Tutor: Bernd Giessel.—Caracas: Universidad Central de Venezuela, 1987.
- [21] Eduardo, Luz Marina. Estudio de la dinámica de los trenes y su efecto en el consumo de energía./ Tutor: Bernd Giessel.—Caracas: Universidad Central de Venezuela, 1988.
- [22] Jaimes, Oscar. Estudio de factibilidad de instalación de conductores de aluminio en paralelo con los rieles de rodamiento para la Línea 1 Propatria – Palo Verde./—Caracas: Universidad Simón Bolívar, 1986.
- [23] THE HICHMAN COMPANY. Control de Corrientes Vagabundas para el sistema de Transito del Metro de Caracas, Propatria a Palo Verde (Línea-Oeste). Detroit. CAMETRO. Caracas: Venezuela, julio 1980.
- [24] H. M. Trueblood, G. Wascheck, "Investigation of rail impedances", AIEE Transactions, 1934, 53, pp. 1771-1780.

- [25] J.C. Brown, J. Allan, B. Mellitt, "Calculation and measurement of rail impedances applicable to remote short circuit fault currents". IEE PROCEEDINGS-B, Vol. 139, No. 4, July 1992, pp 295-302.
- [26] J.C. Brown, J. Allan, B. Mellitt, "Calculation of remote short circuit fault currents for DC railways". IEE PROCEEDINGS-B, Vol. 139, No. 4, July 1992, pp 289-294.
- [27] R.J. Hill, D.C. Carpenter, "Determination of rail internal impedance for electric railway traction system simulation". IEE PROCEEDINGS-B, Vol. 138, No. 6, November 1991.
- [28] R.J. Hill, S. Brillante, C.R. De Souza, P.J. Leonard. "Electrical material data for railway track transmission line parameter studies". IEE PROCEEDINGS-Electr. Power Appl., Vol. 146, No. 1, Jan 1999, pp 60-68.
- [29] R.J. Hill, S. Brillante, P.J. Leonard. "Electromagnetic field modeling for transmission line distributed parameters of railway track". IEE PROCEEDINGS-Electr. Power Appl., Vol. 146, No. 1, Jan 1999, pp 53-59.
- [30] R.J. Hill, S. Brillante, P.J. Leonard. "Railway track transmission line parameters from finite element field modeling: Series impedance". IEE PROCEEDINGS-Electr. Power Appl., Vol. 146, No. 6, Nov 1999, pp 647-660.
- [31] Yaw-Juen Wang, "Analysis of the skin effect for calculating frequencydependent Impedance of the TRTS Power Rail", Proc. Natl Sci. Counc. ROC(A), Vol. 23, No. 3, 1999.

- [32] Yaw-Juen Wang, Jung-Hsiang Wang, "Modeling of Frequency-Dependent Impedance of third Rail Used in Traction Power Systems", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 15, No. 2, April 2000.
- [33] R.J. Hill, D.C. Carpenter, T. Tasar. "Railway track admittance, earth-leakage effects and Track Circuit operation", en Proc. 1989 IEEE/ASTM Joint Railroad Conf., Philadelphia, PA, April 25-27, 1989, New York: IEEE, pp. 55-62.
- [34] Jhon Riordan. "Current propagation in electric railway propulsion systems".AIEE Transaction, Vol. 51, 1932.
- [35] IEC 62236-1 :2003 "Railway applications Electromagnetic compatibility Part 1: General"
- [36] IEC 61377-2 2002 "Railway applications Rolling stock Combined testing
   Part 2: Chopper-fed direct current traction motors and their control
- [37] Documento II C.A. Metro de Caracas segunda etapa de la línea 3 tramo El Valle – La Rinconada 9.1– Especificaciones vías férreas – VR 08
- [38] http://www.imexbra.com.br/rieles/rieles.htm
- [39] David A. Whiting, Mohamad A. Nagi, "Electrical Resistivity of Concrete A Literature Review". PCA R&D Serial No. 2457. Año 2003.
- [40] Sunde, E.D. "Earth Conduction Effects in Transmission Systems", Dover Publications Inc., New York, 1968.