

TRABAJO DE GRADO

DESARROLLO DE UN MODELO PREDICTIVO PARA RESOLVER REDES DE RECOLECCIÓN DE GAS CON BAJO CONTENIDO DE LÍQUIDO

Presentada ante la ilustre

Universidad Central de Venezuela

por la Ingeniero Industrial

MARTHA ELENA AHOW NAVA

para optar al título de

MAGISTER EN INGENIERÍA MECÁNICA

Tutor: Prof. M.Sc. Ing. Julio A. González P.

Caracas, Febrero 2005

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA

Decanato de Estudios de Postgrado

Maestría en Ingeniería Mecánica

**DESARROLLO DE UN MODELO PREDICTIVO PARA RESOLVER REDES DE
RECOLECCIÓN DE GAS CON BAJO CONTENIDO DE LÍQUIDO**

Este Trabajo de Grado ha sido aprobado en nombre de la Universidad Central de Venezuela por el siguiente jurado examinador:

Coordinador

Prof. Manuel Martínez

Jurado

Prof. Julio González

Jurado

Prof. Miguel Reyes

Jurado

xxxxxxxxxxx

Tutor

Msc. Julio González P.

Tutor

Msc. José Colmenares D.

Fecha: 17 de Febrero de 2005

Dedicatoria

A mis padres y a mi hermana, por estar siempre conmigo....también, a quienes a pesar del tiempo y la distancia siempre he tenido muy cerca.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por guiar siempre mis pasos.

A mi familia por estar siempre a mi lado.

A PDVSA Intevep por el apoyo prestado para llevar a cabo este trabajo de investigación.

A la Universidad Central de Venezuela, por la oportunidad académica y la dicha de disfrutar sus espacios.

A mis tutores Julio González y José Colmenares por su confianza y valiosa ayuda en la realización de este trabajo de investigación.

A mis profesores, compañeros de trabajo y de estudio que de una u otra forma me brindaron su apoyo.

RESUMEN

Ing. Martha Elena Ahow Nava

DESARROLLO DE UN MODELO PREDICTIVO PARA RESOLVER REDES DE RECOLECCIÓN DE GAS CON BAJO CONTENIDO DE LÍQUIDO

**Tutores: Ing. Julio A. González P., Ing. José A. Colmenares D.
U.C.V. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Mecánica. Año 2005,
153 p.**

Palabras claves: Flujo bifásico, Gas con bajo contenido de líquido, Esfuerzos de Corte, Factor de Fricción, Redes de tuberías.

Se desarrolló un algoritmo que permite predecir la caída presión en redes de recolección de gas con bajo contenido de líquido en régimen permanente. El modelo fue desarrollado en forma secuencial, considerando inicialmente flujo monofásico (gas) en tuberías, donde se obtuvo una desviación absoluta menor al 6%, tanto para el cálculo de la presión de salida como para caída de presión. Luego, se estudió flujo bifásico (gas con bajo contenido de líquido) en tuberías, obteniendo resultados similares a los obtenidos por los investigadores, con desviaciones menores a 16% para altas velocidades de gas (25 m/s) y 24% para bajas velocidades de gas (15 m/s), finalmente se realizó el acople al modelo de redes de recolección de gas. El modelo desarrollado para una tubería se comparó con datos experimentales (Badie *et al*, 2000) y modelos (Hart *et al*, 1987 y Chen *et al*, 1997) publicados en la literatura para sistemas agua-aire y aceite-aire. El modelo desarrollado para redes se comparó con información de campo correspondiente a una red de recolección de gas existente, resultando desviaciones absolutas menores a 20%.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	v
TABLA DE CONTENIDO	vi
LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABLAS	xi
LISTA DE SIMBOLOS	xii
1. INTRODUCCION	2
1.1 Introducción	2
1.2 Alcance	3
1.3 Justificación	4
1.4 Objetivo General	5
1.5 Objetivos Específicos	5
2. FLUJO BIFÁSICO GAS-LIQUIDO EN TUBERÍAS	7
2.1 Flujo Monofásico (gas) en tuberías	7
2.1.1 Ecuación Fundamental para el flujo de gas en tuberías	8
2.1.1.1 Ecuaciones que desprecian el efecto debido al cambio de energía cinética	12
2.1.1.2 Ecuaciones que consideran el efecto de P y/o T sobre Z	13
2.1.1.3 Ecuaciones que consideran el efecto de P, T y Z como valores promedio	15
2.1.1.4 Ecuaciones que consideran P, T y Z constantes en el efecto de la energía potencial	16
2.1.2 Ecuaciones simplificadas para el factor de fricción	16
2.2 Flujo bifásico gas-líquido en tuberías	18
2.2.1 Gradiente de presión para flujo bifásico gas-líquido	19
2.2.2 Conceptos básicos en flujo bifásico	20
2.2.3 Patrones de flujo	24
2.2.4 Modelos de cálculo del gradiente de presión	34
2.2.4.1 Modelos correlacionados	34
2.2.4.2 Modelos Mecanicistas	40
2.2.5 Flujo Bifásico gas con bajo contenido de líquido	47
2.2.5.1 Modelos existentes para una tubería	48
3. FUNDAMENTOS DE REDES DE TUBERÍAS	68
3.1 Definición de Redes de tuberías	68
3.2 Estructura de una red de tuberías	68
3.2.1 Representación de una red	69
3.2.2 Generación de la dendrita de una red	70
3.2.3 Generación de los lazos de una red	71
3.3 Ecuaciones fundamentales para flujo en redes de tuberías	72
3.3.1 Ecuación fundamental de flujo de fluidos en una tubería	72
3.3.2 Redes de Tuberías	72
3.3.2.1 Redes abiertas de tuberías	72

3.3.2.2 Redes cerradas de Tuberías	78
3.4 Formulación de las ecuaciones fundamentales para redes de tuberías	79
3.5 Formulación del sistema de ecuaciones	81
3.5.1 Generación del sistema de ecuaciones basado en la formulación mixta	84
4. DESARROLLO DEL MODELO	94
4.1 Descripción del modelo para una tubería	94
4.1.1 Ecuaciones fundamentales para flujo monofásico	94
4.1.1.1 Ecuación fundamental para el flujo monofásico de gas despreciando el efecto cinético	98
4.1.1.2 Ecuaciones fundamentales para flujo bifásico	99
4.2 Descripción del modelo para redes de tuberías	104
5. ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS	108
5.1 Resultados para flujo monofásico en tuberías	108
5.2 Resultados para flujo bifásico gas con bajo contenido de líquido en tuberías	115
5.3 Resultados para flujo bifásico gas con bajo contenido de líquido en redes de tuberías	126
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	135
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	137

LISTA DE FIGURAS

		Pág.
Fig. 2.1	Patrones de flujo en tubería horizontal	26
Fig. 2.2	Patrones de flujo en tubería vertical	27
Fig. 2.3	Mapa de patrones de flujo de Baker	28
Fig. 2.4	Mapa de patrones de flujo de Mandhane	29
Fig. 2.5	Mapa de patrones de flujo presentado por Taitel y Dukler	30
Fig. 2.6	Flujo estratificado en equilibrio	31
Fig. 2.7	Diagrama de cuerpo libre para las fases del patrón de flujo estratificado	32
Fig. 2.8	Estabilidad de la interfaz	34
Fig. 2.9	Mapa de patrones de flujo para el sistema aire-agua en tubería horizontal de 2". SS: estratificado suave, SW: estratificado ondulado, AN: anular, I: Intermitente y DB: Burbujas Dispersas	43
Fig. 2.10	Esquema del problema analizado por Hamersma y Hart (1987)	48
Fig. 2.11	Esquema del modelo ARS propuesto por Hamersma <i>et al</i> (1989)	50
Fig. 2.12	Representación esquemática de flujo bifásico en tuberías: (a) interfaz plana gas-líquido, (b) película de líquido uniforme, (c) interfaz cóncava gas-líquido	52
Fig. 2.13	Modelo "Doble círculo" propuesto por Chen <i>et al</i> (1997)	55
Fig. 2.14	Fenómeno físico en flujo bifásico con cero flujo de líquido (modelo ZNLF)	59
Fig. 2.15	Imágenes de los sistemas estudiados por Badie <i>et al</i> (2001), $V_{SL} = 0.02$ m/s, $V_{SG} = 20$ m/s: (a) agua-aire, (b) aceite-aire	64
Fig. 3.1	Clasificación de las redes de tuberías: (a) Abiertas; (b) Cerradas y (c) Mixtas	68
Fig. 3.2	Grafo de una red de tuberías	70
Fig. 3.3	Ejemplos típicos de redes abiertas: (a) Red de distribución tipo riego y (b) Red de distribución entre tanques	73
Fig. 3.4	Sistema de recolección (tuberías ramificadas)	76
Fig. 3.5	Ejemplo para generar el sistema de ecuaciones con la formulación mixta	85
Fig. 4.1	Balace de fuerzas en el caso de flujo estratificado gas-líquido	99
Fig. 5.1	Presión calculada en el extremo final de una tubería vs. Presión experimental, utilizando Adewumi (1992)	110
Fig. 5.2	Presión calculada en el extremo final de una tubería vs. Presión experimental, utilizando Weymouth (1912)	110
Fig. 5.3	Presión calculada en el extremo final de una tubería vs. Presión experimental, utilizando Pandhandle A (1950)	111

Fig. 5.4	Presión calculada en el extremo final de una tubería vs. Presión experimental, este trabajo	111
Fig. 5.5	Caídas de presión calculadas vs. experimentales: Adewumi (1992)	112
Fig. 5.6	Caídas de presión calculadas vs. experimentales: Weymouth (1912)	113
Fig. 5.7	Caídas de presión calculadas vs. experimentales: Pandhandle A (1950)	113
Fig. 5.8	Caídas de presión calculadas vs. Experimentales, este trabajo	114
Fig. 5.9	Comparación entre el modelo desarrollado y los resultados obtenidos del modelo ARS publicado por Badie <i>et al</i> , para un sistema agua-aire	117
Fig. 5.10	Comparación entre el modelo desarrollado y los resultados obtenidos del modelo ARS publicado por Badie <i>et al</i> , para un sistema aceite-aire	117
Fig. 5.11	Comparación entre el modelo desarrollado y los resultados obtenidos del modelo Doble círculo desarrollado por Chen <i>et al</i> , para un sistema agua-aire	118
Fig. 5.12	Comparación entre el modelo desarrollado y los resultados obtenidos del modelo Doble círculo desarrollado por Chen <i>et al</i> , para un sistema aceite-aire	118
Fig. 5.13	Comparación entre los resultados obtenidos con el modelo desarrollado y los datos de Badie <i>et al</i> (2000) para un sistema agua-aire	119
Fig. 5.14	Comparación entre los resultados obtenidos con el modelo desarrollado y los datos de Badie <i>et al</i> (2000) para un sistema aceite-aire	120
Fig. 5.15	Comparación de los resultados obtenidos del modelo, usando la correlación de Cheremisinoff y Davis (1987) para calcular el factor de fricción de la interfaz, con los datos experimentales de Badie <i>et al</i> , para un sistema agua-aire	122
Fig. 5.16	Comparación de gradientes de presión calculados y experimentales en un sistema agua-aire, usando la ecuación de Cheremisinoff y Davis (1987) para el factor de fricción en la interfaz	123
Fig. 5.17	Comparación de los resultados obtenidos del modelo usando la correlación de Speeding y Hand (1995) para calcular el factor de fricción de la interfaz, con los datos experimentales de Badie <i>et al</i> , para un sistema aceite-aire	123
Fig. 5.18	Comparación de gradientes de presión calculados y experimentales en un sistema aceite-aire, usando la ecuación de Speeding y Hand (1995) para el factor de fricción en la interfaz	124

Fig. 5.19	Comparación entre datos experimentales y el modelo combinado para el sistema aceite-aire	125
Fig. 5.20	Comparación de gradientes de presión calculados y experimentales usando la ecuación combinada para el factor de fricción en la interfaz en un sistema aceite-aire	126
Fig. 5.21	Red de recolección de gas de baja presión	127
Fig. 5.22	Punto de Rocío para el gas natural	130

LISTA DE TABLAS

		Pág.
Tabla 2.1	Datos usados por Vlachos <i>et al</i> (1999)	51
Tabla 5.1	Presiones calculadas vs. Experimentales (L = 101.5 km, 19.4375", h = -157.88 m)	108
Tabla 5.2	Presiones calculadas vs. Experimentales (L = 245.23 km, 19.4375", h = -365.15 m)	109
Tabla 5.3	Comparación de las presiones de fondo experimentales y calculadas	115
Tabla 5.4	Correlaciones para la estimación del factor de fricción de la interfaz	121
Tabla 5.5	Resultados obtenidos para flujo monofásico con ajustes en el diámetro o eficiencia de las tuberías	128
Tabla 5.6	Resultados obtenidos con el modelo de Beggs y Brill, considerando gas saturado	129
Tabla 5.7	Efecto de la presencia de líquido considerando el modelo de Beggs y Brill	131
Tabla 5.8	Efecto de la presencia de líquido considerando el modelo ARS	132
Tabla 5.9	Efecto de la presencia de líquido considerando el modelo de Doble Círculo	132

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Notación
A	Área transversal de la tubería
A_G	Área de flujo de gas
A_L	Área de flujo de líquido
D	Diámetro
D_G	Diámetro hidráulico de la fase gaseosa
D_L	Diámetro hidráulico de la fase líquida
G	Flujo másico total de la mezcla
G_{GS}	Velocidad másica superficial de gas
G_{LS}	Velocidad másica superficial de líquido
g	Fuerza de gravedad
H_L	Fracción volumétrica de líquido, Holdup
h_L	Nivel de líquido bajo condiciones de equilibrio
\dot{m}	Flujo másico total
\dot{m}_G	Flujo másico de gas
\dot{m}_L	Flujo másico de líquido
P	Presión
q	Flujo volumétrico de mezcla
q_e	Transferencia de calor
q_G	Flujo volumétrico de gas
q_L	Flujo volumétrico de líquido
S_G	Perímetro mojado de gas
S_i	Longitud de la interfaz.
S_L	Perímetro mojado de líquido
V_G	Velocidad real de gas (In-situ)
V_L	Velocidad real de líquido (In-situ)
V_S	Velocidad de mezcla
V_{SG}	Velocidad superficial de gas
V_{SL}	Velocidad superficial de líquido
V_{slip}	Velocidad de deslizamiento
W	Flujo másico de mezcla
W_G	Flujo másico de gas
W_L	Flujo másico de líquido

Símbolos Griegos.

ρ	Densidad
τ	Esfuerzo de corte
θ	Angulo de inclinación
Θ	Fracción mojada de la pared
σ	Tensión superficial

Subíndices.

I	Relativo a la interfaz
L	Líquido
G	Gas
M	Mezcla
wG	Gas-pared
wL	Líquido-pared
	Líquido en el fondo de la tubería

**CAPITULO I:
INTRODUCCION**

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Introducción

El método empleado para la explotación de petróleo, los mecanismos utilizados para su recobro del yacimiento y las condiciones de presión y temperatura hacen posible la producción simultánea de petróleo, agua y gas.

El movimiento de estas corrientes a través de tuberías genera una distribución geométrica de las fases presentes conocida como patrones de flujo. Se han realizado diversas investigaciones (Hoogendoorn, 1965; Wallis, 1970; Beggs y Brill, 1973; Dukler y Hubbard, 1975; Taitel y Dukler, 1976; Cheremisinoff y Davis, 1979; Chen y Spedding, 1981; Kadambi, 1981; Kordbyan, 1985; Hashizume, 1985; Hamersma y Hart, 1987; Simpson *et al*, 1987; Hamersma *et al*, 1989; etc.) con la finalidad de comprender los mecanismos presentes en estos patrones de flujo, y desarrollar modelos mecanicistas y/o correlaciones empíricas que permitan calcular las pérdidas de presión en tuberías. La base de estos modelos corresponde a experimentos realizados con fluidos como aire/agua, aire/kerosén, aire/aceite, aire/agua + etilenglicol, aire/agua + glicol, etc., en los cuales se utilizó una cantidad apreciable de la fase líquida.

En la última década se han adelantado algunas investigaciones (Hamersma y Hart, 1987; Hamersma *et al* 1989; Meng *et al*, 1999; Amaravadi *et al*, 1998; Chen *et al* 1997; Asante, 1999; Badie *et al*, 2000) con la finalidad de comprender los mecanismos predominantes en el transporte de gas con bajo contenido de líquido orientados a la determinación de patrones de flujo y gradientes de presión en tuberías.

Los modelos geométricos empleados para representar el comportamiento de la interfaz gas-líquido en tuberías difieren en varios aspectos. Los efectos locales como arrastre de líquido en la corriente de gas, distribución del espesor de la

película de líquido y la deposición de las gotas, son importantes si se requiere predecir adecuadamente el fenómeno. Otro aspecto importante es determinar cuando no resulta práctico resolver el flujo de gas bajo un esquema bifásico.

La tesis desarrollada recopila los estudios publicados hasta la fecha en cuanto a flujo de gas (monofásico) y gas con bajo contenido de líquido (bifásico) en tuberías. El objetivo como se menciona mas adelante consiste en desarrollar un modelo que permita resolver redes de recolección de gas con bajo contenido de líquido, para lo cual se hace necesario trabajar en un modelo que resuelva el flujo de fluidos en tuberías.

El capítulo II de este trabajo recoge los fundamentos de flujo de fluidos en tuberías, donde se incluyen los fundamentos de flujo monofásico (gas) y un análisis de las diferentes expresiones para determinar el factor de fricción. También, se incorporan los fundamentos de flujo bifásico gas-líquido y los modelos existentes para flujo de gas con bajo contenido de líquido.

El capítulo III expone los fundamentos de redes de tuberías. Se explican los conceptos básicos, estructura de las redes y la formulación y generación del sistema de ecuaciones. Finalmente, el capítulo IV resume el análisis de los resultados obtenidos en el estudio y las modificaciones propuestas.

1.2. Alcance

Se presentará un algoritmo computarizado que permite resolver redes de recolección de gas con bajo contenido de líquido. Asimismo, se incorpora la discusión de las correlaciones empíricas que permitan predecir satisfactoriamente la caída de presión basada en los modelos existentes para una sola tubería. El trabajo desarrollado se limita a patrones de flujo estratificado (liso y ondulado) y anular por ser los mas encontrados cuando se aborda este tipo de problema. El algoritmo de solución de las redes se formula basándose en el flujo de masa.

1.3. Justificación

Una de las etapas del proceso de producción, manejo y tratamiento de petróleo consiste en la separación gas-líquido, donde se separan la fase líquida (agua y petróleo, caso fuera del alcance de este trabajo, y la fase gas. Como consecuencia de la ineficiencia en el proceso de separación y de la condensación del agua y de los componentes pesados de los hidrocarburos presentes en el gas por la pérdida de energía reflejada en la presión y temperatura, es posible encontrar aguas abajo del proceso, flujo de gas con bajo contenido de líquido.

Posterior a la separación gas-líquido, el manejo de la corriente de gas se lleva a cabo a través del proceso de recolección (baja presión), que consiste en el transporte del gas desde las estaciones del flujo, a través de una red de tuberías, hacia una planta de compresión de gas o una planta de extracción de líquidos. El gas obtenido de estos procesos es transportado a través de una red de distribución (alta presión) para ser utilizado en procesos de mantenimiento de presión en los yacimientos, como método de producción (*gas-lift*) ó como fuente de energía en ciudades y centros industrializados.

Tanto en la red de recolección como en la red de distribución es posible transportar gas con bajo contenido de líquido. En forma convencional, estas redes se han analizado como redes de gas (monofásico) sin considerar el efecto del contenido de líquido presente y el impacto del mismo sobre los cálculos de las caídas de presión, lo cual ha conducido al subdiseño o sobrediseño de las redes existentes.

De igual forma, el estudio de corrientes de gas con bajo contenido de líquido resulta importante para determinar la frecuencia de limpieza de sistemas de tuberías que transportan gas, diseño de facilidades aguas abajo, predicción de deposición de parafinas, análisis de corrosión/erosión y formación de hidratos.

En este trabajo se propone desarrollar un algoritmo que permita resolver redes recolección de gas con bajo contenido de líquido, considerando los aspectos estudiados en trabajos experimentales. La ausencia de un modelo que permita predecir todas estas variables en redes de recolección de gas con bajo contenido de líquido justifica la propuesta de este trabajo.

1.4. Objetivo General

Desarrollar un algoritmo que permita predecir la distribución de presión y flujo en una red de recolección de gas con bajo contenido de líquido, en régimen permanente e isotérmico.

1.5. Objetivos específicos

Desarrollar un modelo que permita calcular las propiedades del sistema a partir de la fracción de cada una de las fases presentes en la tubería.

Desarrollar un modelo para predecir el comportamiento de flujo gas-líquido en una tubería.

Desarrollar el algoritmo de solución de redes de tuberías en el cual se integran los modelos ya mencionados.

Evaluar el desempeño del algoritmo desarrollado con datos publicados en la literatura técnica.

CAPITULO II:
FUNDAMENTOS DE FLUJO DE FLUIDOS
EN TUBERIAS

2. FLUJO BIFÁSICO GAS-LIQUIDO EN TUBERÍAS

2.1 Flujo Monofásico (gas) en tuberías

Por décadas en el diseño y diagnóstico de las facilidades para el transporte de gas en tuberías se ha considerado el desarrollo de ecuaciones simplificadas para evitar la solución de la ecuación general con todos sus términos. Existen varias suposiciones que permiten abordar la solución de la ecuación general:

1. Despreciar el efecto de la energía cinética, manteniendo constantes el efecto de la presión y temperatura sobre el factor de compresibilidad.
2. Considerar el efecto de la presión sobre el factor de compresibilidad, mientras que la temperatura permanece constante.
3. Considerar la temperatura y el factor de compresibilidad constantes.
4. Usar expresiones simplificadas para el factor de fricción y/o adicionalmente suponer un valor constante para la viscosidad del fluido.
5. Incluir el efecto de la energía cinética considerando o no un valor constante para el factor de compresibilidad y la temperatura.

El desarrollo que se presenta está relacionado con el flujo de gas a través de conductos y tubos circulares cerrados, con la finalidad de calcular las pérdidas de presión necesarias para transportar flujo de gas desde el extremo inicial de una tubería hasta el extremo final. Se presentan ecuaciones que incluyen el efecto cinético, considerando o no el efecto de la presión y la temperatura sobre el factor de compresibilidad y el factor de fricción. Esta revisión comprende la solución de la ecuación general para flujo de gas considerando todos sus términos así como ecuaciones simplificadas, de acuerdo con la información publicada en la literatura. Los métodos de solución incluyen diferencias finitas y técnicas de integración numérica donde se considera la división de la tubería en tramos.

2.1.1 Ecuación Fundamental para el flujo de gas en tuberías

El desarrollo de la ecuación fundamental para el flujo de un fluido a través de una tubería se obtiene a partir de la combinación de las ecuaciones de momentum y continuidad y de la definición del factor de fricción de Darcy:

$$\frac{dP}{dL} + \frac{V\rho}{\alpha g_c} \frac{dV}{dL} + \frac{g\rho}{g_c} \frac{dh}{dL} + \frac{f\rho V^2}{2g_c D} = 0 \quad (2.1)$$

Donde el coeficiente α representa un factor para compensar la variación de la velocidad del gas a lo largo de la sección transversal de la tubería. Según White (1986) el valor de α varía entre 0.75 para flujo laminar hasta 1.0 para flujo completamente turbulento. Aziz (1962) sugirió utilizar un valor de 0.9 para aplicaciones prácticas asociadas con el flujo de gas en tuberías. En general, este factor de corrección es ignorado en las ecuaciones publicadas en la mayoría de la literatura técnica (Campbell, 1976; Ikoku, 1980; Kumar, 1987; Beggs, 1991 y Economides, 1994).

La combinación de la ecuación (2.1) con una ecuación de estado que represente el comportamiento de fluido, como:

$$P = \rho ZRT \quad (2.2)$$

permiten obtener la ecuación fundamental para el flujo de gas a través de tuberías, representada por:

$$\frac{dP}{dL} + \frac{R}{A^2 g_c} \left(\left(\frac{PQ}{ZRT} \right)_{sc}^2 \right) \frac{d}{dL} \left(\frac{ZT}{P} \right) + \frac{g}{g_c} \frac{P}{ZRT} \text{sen}\theta + \frac{f}{2g_c D} \left(\left(\frac{PQ}{ZRT} \right)_{sc}^2 \right) \left(\frac{ZRT}{PA^2} \right) = 0 \quad (2.3)$$

El primer término de la ecuación representa el gradiente presión a lo largo de la tubería, el segundo y el tercero representan los gradientes de presión debido a los cambios de la energía cinética y potencial, respectivamente; mientras que el último término corresponde al efecto debido a la fricción. La dependencia de las

propiedades del fluido (ρ , μ) con la presión (P) y la temperatura (T) y de estas a su vez con el factor de fricción (f) implican el uso de técnicas iterativas para encontrar una solución numérica a la ecuación (2.3).

La solución de esta ecuación puede obtenerse en un solo paso, si se suponen la temperatura (T), el factor de compresibilidad (Z), la viscosidad (μ) y el factor de fricción constantes a lo largo de la tubería, determinados a partir de valores de presión y temperatura promedios representativos (los valores de estas variables son actualizados en cada iteración) ó a través de varios pasos, donde los cálculos se realizan sobre segmentos muy pequeños de tubería, determinando en cada iteración los valores a utilizar en la próxima iteración.

En este sentido, Beggs y Brill (1973) plantearon un procedimiento para el cálculo de la caída de presión, basado en un proceso iterativo que se inicia con la estimación del incremento de presión y temperatura y el calculo de las propiedades en cada tramo de tubería.

La ecuación general para el flujo de gas a través de una tubería se puede expresar de la forma siguiente:

$$\frac{dP}{dL} + \frac{R}{A^2 g_c} \left(\left(\frac{PQ}{ZRT} \right)^2 \right)_{sc} \left[\frac{1}{P} \frac{d}{dL} (ZT) - \frac{ZT}{P^2} \frac{dP}{dL} \right] + \frac{g}{g_c} \frac{P}{ZRT} \text{sen} \theta + \frac{f}{2g_c D} \left(\left(\frac{PQ}{ZRT} \right)^2 \right)_{sc} \left(\frac{ZRT}{PA^2} \right) = 0 \quad (2.4)$$

Expresando la ecuación con base en el flujo de masa, se tiene:

$$\frac{1}{P} \left[P^2 - \frac{m^2 R Z T}{g_c A^2} \right] \frac{dP}{dL} + \frac{g \text{sen} \theta}{g_c Z R T} \left[P^2 + \frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g \text{sen} \theta D A^2} + \frac{Z R T}{g \text{sen} \theta} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{dL} \right] = 0 \quad (2.5)$$

La integración de esta ecuación nos permite conocer el cambio de presión correspondiente para un incremento en la longitud de la tubería:

$$\int_{P_i}^P \frac{P}{ZRT} \left[P^2 - \frac{m^2 RZT}{gcA^2} \right] dP + \frac{g \text{sen} \theta}{g_c} \int_{L_i}^L dL = 0 \quad (2.6)$$

Para resolver la ecuación (2.6) considerando el efecto debido al cambio de energía cinética se utilizan técnicas de integración numéricas combinadas con métodos numéricos considerando la división de la tubería en tramos o segmentos. Bajo esta premisa es posible considerar el efecto de la presión y la temperatura sobre el factor de compresibilidad del gas (Z) y por ende sobre el factor de fricción. El efecto del gradiente del producto ZT , fue evaluado de acuerdo a la siguiente aproximación:

$$\left(\frac{d(ZT)}{dL} \right) = \left(\frac{(ZT)_{i+1} - (ZT)_i}{\Delta L} \right) \quad (2.7)$$

Al dividir la tubería en tramos suficientemente pequeños, las propiedades del fluido (como viscosidad y densidad) pueden determinarse conociendo la presión y la temperatura promedio. Como el producto ρV es constante (por condición de flujo estacionario), en una tubería de diámetro D , el número de Reynolds (Re) es conocido y como consecuencia de esto, el factor de fricción también es conocido a lo largo del elemento de tubería en estudio, independientemente del régimen de flujo (laminar o turbulento).

En los segmentos de tuberías, las propiedades del gas, el factor de compresibilidad y el factor de fricción se consideran constantes y se determinan a partir de la presión y temperatura promedio. Así, para determinar el efecto axial de ZT se desarrolló una expresión analítica en la cual se considera el cambio axial del producto ZT . Si se separan las variables en la ecuación (2.6), se tiene:

$$\frac{\left[P^2 - \frac{m^2 R Z T}{g c A^2} \right]}{P \left[P^2 + \frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g \text{sen} \theta D A^2} + \frac{Z R T}{g \text{sen} \theta} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]} dP + \frac{g \text{sen} \theta}{g c Z R T} dL = 0 \quad (2.8)$$

Integrando para las condiciones en los extremos de la tubería,

$$\int_{P_i}^P \frac{\left[P^2 - \frac{m^2 R Z T}{g c A^2} \right]}{P \left[P^2 + \frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g \text{sen} \theta D A^2} + \frac{Z R T}{g \text{sen} \theta} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]} dP + \int_{L_i}^L \frac{g \text{sen} \theta}{g c Z R T} dL = 0 \quad (2.9)$$

Con la solución de las integrales, se obtiene:

$$\left[\frac{1}{2} \frac{g_c Z R T}{g \text{sen} \theta} + \frac{\frac{m^2 (R Z T)^2}{g \text{sen} \theta A^2}}{2 \left[\frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g \text{sen} \theta D A^2} + \frac{Z R T}{g \text{sen} \theta} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]} \right] \ln \left[P^2 + \frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g \text{sen} \theta D A^2} + \frac{Z R T}{g \text{sen} \theta} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]_P - \frac{\frac{m^2 (R Z T)^2}{g \text{sen} \theta A^2}}{2 \left[\frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g \text{sen} \theta D A^2} + \frac{Z R T}{g \text{sen} \theta} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]} \ln \left[P^2 \right]_{P_i} + (L - L_i) = 0 \quad (2.10)$$

Los casos particulares presentados a partir de las ecuaciones anteriores corresponden a los casos de flujo horizontal y vertical. Para flujo horizontal se tiene una discontinuidad en la ecuación (2.10) debido al inverso de la función seno para 0° , siendo conveniente eliminar el término correspondiente al ángulo de inclinación a partir de la ecuación (2.5) e integrar:

$$\int_{P_i}^P \frac{\left[P^2 - \frac{m^2 R Z T}{g_c A^2} \right]}{P \left[\frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g D A^2} + \frac{Z R T}{g} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]} dP + \frac{g \text{sen} \theta}{g c Z R T} \int_{L_i}^L dL = 0 \quad (2.11)$$

Al resolver la integral, se tiene:

$$\left[P^2 - \frac{m^2 R Z T}{g c A^2} \ln [P^2] \right]_{P_i}^P + \left[\frac{f m^2 Z R T}{g_c D A^2} + \frac{2 R m^2}{A^2 g_c} \frac{d(Z T)}{d L} \right] (L - L_i) = 0 \quad (2.12)$$

La ecuación para flujo vertical se obtiene integrando la ecuación (2.9):

$$\int_{P_i}^P \frac{\left[P^2 - \frac{m^2 R Z T}{g c A^2} \right]}{P \left[P^2 + \frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g D A^2} + \frac{Z R T}{g} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]} dP + \int_{L_i}^L \frac{g}{g c Z R T} dL = 0 \quad (2.13)$$

Resolviendo la integral, se obtiene:

$$\left[\frac{1}{2} \frac{g c Z R T}{g} + \frac{\frac{m^2 (R Z T)^2}{g A^2}}{2 \left[\frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g D A^2} + \frac{Z R T}{g} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]} \right] \ln \left[P^2 + \frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g D A^2} + \frac{Z R T}{g} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]_{P_i}^P - \frac{\frac{m^2 (R Z T)^2}{g A^2}}{2 \left[\frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g D A^2} + \frac{Z R T}{g} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]} \ln [P^2]_{P_i}^P + (L - L_i) = 0 \quad (2.14)$$

Tian y Adewumi (1992) y Ouyang (1996) consideraron el factor de compresibilidad evaluado a las condiciones de presión y temperatura promedio, por lo tanto, en su análisis consideran Z y la temperatura constantes, de allí que el gradiente del producto de ZT es cero.

2.1.1.1 Ecuaciones que desprecian el efecto debido al cambio de energía cinética

En la literatura técnica se desarrollan ecuaciones para el flujo de gas que desprecian el efecto de la variación de la energía cinética. En ese sentido, si se desprecia el segundo término en la ecuación (2.3), se obtiene:

$$\frac{dP}{dL} + \frac{g}{g_c} \frac{P}{Z R T} \text{sen} \theta + \frac{f}{2 g_c D} \left(\left(\frac{P Q}{Z R T} \right)_{sc}^2 \right) \left(\frac{Z R T}{P A^2} \right) = 0 \quad (2.15)$$

Manipulando los términos de esta ecuación y separando variables, se tiene:

$\int_{P_i}^P \left[\frac{\frac{P}{ZT}}{\left(\frac{P}{ZT} \right)^2 \text{sen}\theta + \frac{f}{2gA^2D} \left(\left(\frac{PQ}{ZT} \right)^2 \right)_{sc}} \right] dP + \int_{L_i}^L \frac{g}{Rgc} dL = 0$	(2.16)
--	--------

El perfil de presión axial en la tubería se obtiene a partir de la solución de la ecuación (2.16). La solución de esta ecuación requiere métodos de integración complejos por la dependencia del factor de compresión del gas y del factor de fricción con la presión y temperatura del fluido. En general, se considera el factor de fricción representado por un valor evaluado a las condiciones promedio del fluido, de allí que el segundo término del denominador se considere independiente del estado del fluido.

2.1.1.2 Ecuaciones que consideran el efecto de P y/o T sobre Z

Se desarrollan expresiones que representan el flujo de gas en tuberías considerando el efecto de la presión y la temperatura sobre el factor de compresibilidad. Bajo esta premisa se pretende obtener expresión que contenga el menor grado de simplificaciones. En la solución de estas ecuaciones se requiere de procesos iterativos e integraciones numéricas para obtener la presión en los extremos de la tubería.

a. Ecuación de Cullender-Smith (1956)

Si se define F como:

$F = \frac{f}{2gA^2D} \left(\left(\frac{PQ}{ZT} \right)^2 \right)_{sc}$	(2.17)
---	--------

Se tiene:

$\int_{P_i}^P \left[\frac{\frac{P}{ZT}}{\left(\frac{P}{ZT} \right)^2 \text{sen}\theta + F} \right] dP + \int_{L_i}^L \frac{g}{Rgc} dL = 0$	(2.18)
--	--------

b. Ecuación de Sukkar-Cornell (1955)

Tomando la ecuación (2.16):

$$\int_{P_i}^P \left[\frac{\frac{P}{ZT}}{\left(\frac{P}{ZT} \right)^2 \text{sen} \theta + \frac{f}{2gA^2 D} \left(\left(\frac{PQ}{ZT} \right)^2 \right)_{sc}} \right] dP + \int_{L_i}^L \frac{g}{Rgc} dL = 0 \quad (2.19)$$

Considerando que la temperatura representa el valor correspondiente a la temperatura promedio y usando el concepto de propiedades seudo reducidas, se tiene:

$$\int_{P_{SR}}^{P_{SRU}} \left[\frac{\left(\frac{Z}{P_{SR}} \right)}{1 + B \left(\frac{Z}{P_{SR}} \right)^2} \right] dP_{SR} = \frac{gL \text{sen} \theta}{RTgc} \quad (2.20)$$

Donde B se define como:

$$B = \frac{fLT^2}{2gA^2 Dh} \left(\left(\frac{PQ}{ZTP_{SCr}} \right)^2 \right)_{sc} \quad (2.21)$$

La ecuación (2.20) es conocida como la ecuación de *Sukkar-Cornell*. Ellos tabularon los valores para la integral con presiones seudo reducidas entre 1.0 a 12.0, temperaturas seudo reducidas iguales a 1.5, 1.6 y 1.7 y valores de B entre 0 (para representar la condición estática) y 20.

c. Ecuación de Clinedinst (1945)

Considerando flujo horizontal y que la temperatura se representa por el valor correspondiente a la temperatura promedio, la ecuación (2.16) se transforma en:

$$\int_P^{P_i} \frac{P}{Z} dP = \frac{T}{Rgc} \frac{f}{2A^2D} \left(\left(\frac{PQ}{ZT} \right)^2 \right)_{sc} \int_{L_i}^L dL \quad (2.22)$$

Usando el concepto de presión seudo reducida, se tiene:

$$\int_0^{P_{SR}} \frac{P_{SR}}{Z} dP_{SR} - \int_0^{P_{SR}} \frac{P_{SR}}{Z} dP_{SR} = \frac{T}{Rgc} \frac{fL}{2A^2D} \left(\left(\frac{PQ}{ZTP_{scr}} \right)^2 \right)_{sc} \quad (2.23)$$

La ecuación (2.27) es conocida como la ecuación de Clinedinst para flujo de gas a través de una tubería horizontal.

2.1.1.3 Ecuaciones que consideran el efecto de P, T y Z como valores promedio

Considerando en la ecuación (2.16) la temperatura y el factor de compresibilidad evaluados a las condiciones promedio representativas del comportamiento del flujo de gas a través de una tubería, se tiene:

$$\int_{P_i}^P \left[\frac{P}{P^2 + \frac{f(ZT)^2}{2gA^2Dsen\theta} \left(\left(\frac{PQ}{ZT} \right)^2 \right)_{sc}} \right] dP + \int_{L_i}^L \frac{gsen\theta}{Rgc} \left(\frac{1}{ZT} \right) dL = 0 \quad (2.24)$$

Definiendo:

$$C = \frac{f(ZT)^2}{2gA^2Dsen\theta} \left(\left(\frac{PQ}{ZT} \right)^2 \right)_{sc} \quad (2.25)$$

Se obtiene:

$$\ln \left[\frac{P_i^2 + C}{P^2 + C} \right] = \frac{2gLsen\theta}{Rgc} \left(\frac{1}{ZT} \right) \quad (2.26)$$

$$P^2 = \left(P_i^2 + \frac{f(ZT)^2}{2gA^2Dsen\theta} \left(\left(\frac{PQ}{ZT} \right)^2 \right)_{sc} \right) e^{-\frac{2gLsen\theta}{Rgc} \left(\frac{1}{ZT} \right)} - \frac{f(ZT)^2}{2gA^2Dsen\theta} \left(\left(\frac{PQ}{ZT} \right)^2 \right)_{sc} \quad (2.27)$$

Si se define:

$$S = \frac{2gL \operatorname{sen} \theta}{Rgc} \left(\frac{1}{ZT} \right) \quad \text{con} \quad 2g \operatorname{sen} \theta = \frac{SRZTgc}{L} \quad (2.28)$$

Entonces,

$$Q_{sc} = 32.5329 \left(\frac{T}{P} \right)_{sc} \left\{ \frac{D^5 S}{f \gamma_g ZTL (e^S - 1)} (P_1^2 - e^S P^2) \right\}^{0.5} \quad (2.29)$$

2.1.1.4 Ecuaciones que consideran P, T y Z constantes en el efecto de la energía potencial

Considerando en la ecuación (2.16) la temperatura y el factor de compresibilidad evaluados a condiciones promedio representativas del comportamiento del flujo de gas a través de una tubería, así como la presión en el término correspondiente a la energía potencial y desarrollando, se tiene:

$$\int_{P_1}^P \frac{P}{ZT} dP + \int_{L_1}^L \frac{g}{Rgc} \left[\left(\frac{P}{ZT} \right)^2 \operatorname{sen} \theta + \frac{f}{2gA^2D} \left(\left(\frac{PQ}{ZT} \right)^2 \right)_{sc} \right] dL = 0 \quad (2.30)$$

$$Q_{sc} = 32.532866 \frac{(ZT)_{sc}}{P_{sc}} \left\{ \frac{D^5}{\gamma_g f ZTL} \left[(P_1^2 - P^2) - 0.037499 \gamma_g ZTL \left(\frac{P}{ZT} \right)^2 \operatorname{sen} \theta \right] \right\}^{0.5} \quad (2.31)$$

2.1.2 Ecuaciones simplificadas para el factor de fricción

Varias ecuaciones para el factor de fricción han sido desarrolladas para simplificar el cálculo de las variables de flujo. Estas ecuaciones se fundamentan en el factor de fricción solo como función del diámetro y del número de Reynolds.

a. Ecuación de Weymouth (1912)

Para eliminar el proceso iterativo en la solución de la ecuación fundamental para el flujo de gas en tuberías, Weymouth propuso que el factor de fricción fuera solo función del diámetro de la tubería. Si el diámetro se expresa en pies, la ecuación es:

$f = \frac{0.000267}{D^{1/3}}$	(2.32)
--------------------------------	--------

b. Ecuación de Panhandle (1950)

Panhandle consideró el factor como una función del número de Reynolds y propuso dos relaciones:

$f_{PA} = \frac{0.084702}{R_e^{0.147}}$	(2.33)
---	--------

$f_{PB} = \frac{0.01471}{R_e^{0.0392}}$	(2.34)
---	--------

c. Ecuación del Instituto de Tecnología de Gas para el factor de fricción (1965)

El IGT (por sus siglas en inglés) propuso para el factor de fricción la siguiente relación:

$f = \frac{0.187}{R_e^{0.2}}$	(2.35)
-------------------------------	--------

La combinación de las ecuaciones (2.29) y (2.31) con cualquiera de las expresiones simplificadas para el factor de fricción, con el número de Reynolds expresado por la ecuación (2.36), da como resultado:

$R_e = 0.023872 \frac{\gamma_g}{\mu D} \left(\frac{PQ}{ZT} \right)_{sc}$	(2.36)
---	--------

Esta ecuación se expresa, en forma general, de la siguiente manera:

$Q_{sc} = C_1 \left(\frac{ZT}{P} \right)_{sc}^{C_2} \left[\frac{(P_i^2 - e^S P^2) S}{ZTL(e^S - 1)} \right]^{C_3} \left(\frac{1}{\gamma_g} \right)^{C_4} \left(\frac{1}{\mu_{gg}} \right)^{C_5} D^{C_6}$	(2.37)
---	--------

$Q_{sc} = C_1 \left(\frac{ZT}{P} \right)_{sc}^{C_2} \left[\frac{(P_i^2 - P^2) - 0.037499 \gamma_g ZTL \left(\frac{P}{ZT} \right)^2 \text{sen } \theta}{ZTL(e^S - 1)} \right]^{C_3} \left(\frac{1}{\gamma_g} \right)^{C_4} \left(\frac{1}{\mu_{gg}} \right)^{C_5} D^{C_6}$	(2.38)
--	--------

Si se utilizan los valores correspondientes a las condiciones estándar de presión (14.7 psia) y temperatura (60 °F) en el número de Reynolds, dado por la ecuación (2.36), se tiene:

$R_e = 0.097177 \frac{\gamma_g Q_{sc}}{\mu D}$	(2.39)
--	--------

2.2 Flujo bifásico gas-líquido en tuberías

La investigación en torno al flujo de masa de mas de una fase se inicia en los años 50 justificada en la necesidad de predecir el comportamiento del flujo de fluidos en forma simultánea.

Los procesos en las industrias química, petrolera, las plantas de energía e inclusive en la industria de reactores nucleares apuntan hacia situaciones donde se maneja flujo de dos o mas fases (flujo multifásico).

En este estudio se hace énfasis en el comportamiento del flujo bifásico dentro del proceso de transporte de gas, dada la aplicación del modelo que se desarrolla para predecir caídas de presión en tuberías. El proceso de producción de gas, desde el yacimiento hasta los procesos en las facilidades de transporte y almacenamiento, involucra situaciones donde está presente el flujo multifásico. En esencia, se trata de la producción, transporte y manejo de una mezcla de hidrocarburos, agua y sólidos, cuyas fases cambian total o parcialmente dependiendo de la composición, la presión y la temperatura de la mezcla.

El comportamiento de mezclas multifásicas se entiende a través del modelado del fenómeno de flujo multifásico. El modelado resulta una solución intermedia si se compara con el enfoque experimental y el análisis riguroso. Se trata de un modelo físico simple del fenómeno en estudio expresado en forma matemática para propósitos de predicción y diseño.

Actualmente, en la industria petrolera y en los institutos de investigación asociada se estudia el comportamiento de flujo multifásico combinando el trabajo experimental con el modelado del fenómeno. Aunque los estudios experimentales son desarrollados para condiciones de operación restringidas y para fluidos de trabajo específicos, la comparación de resultados con modelos matemáticos ha permitido concluir sobre el desempeño de lo que hoy representan las herramientas de predicción del comportamiento de flujo multifásico: Correlaciones empíricas y Modelos mecanicistas.

Las correlaciones empíricas o modelos correlacionados y los modelos mecanicistas representan los métodos utilizados para el análisis, diagnóstico y diseño de las facilidades de transporte de fluidos.

2.2.1 Gradiente de presión para flujo bifásico gas-líquido

A partir de la ecuación general para flujo de fluidos (2.1), se puede determinar el gradiente de presión para flujo monofásico y las relaciones de dependencia entre el diámetro, la tasa de flujo y la caída de presión en una tubería, en condiciones estacionarias.

En el proceso de producción y transporte de gas es posible encontrar pequeñas cantidades de líquido (agua y/o condensado), como consecuencia de la condensación o la pérdida de energía del gas, la cual debe ser transportada simultáneamente con el gas. Similar al cálculo del gradiente de presión para flujo monofásico, el gradiente de presión para una mezcla multifásica se determina a partir de:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_m + \left(\frac{V\rho}{2gc}\right)_m + \left(\frac{g\rho}{gc} \frac{dh}{dL}\right)_m + \left(\frac{f\rho V^2}{2g_c D}\right)_m = 0 \quad (2.40)$$

Para aplicar la ecuación anterior es necesario entender el significado físico de las propiedades de una mezcla multifásica, con énfasis en la densidad, viscosidad, factor de fricción y el comportamiento dinámico del flujo de más de una fase.

El caso de flujo simultáneo de más de una fase en una tubería tiene un comportamiento diferente cuando se compara al caso de flujo monofásico. La configuración del flujo existente en la tubería y la forma de la interfaz (que determina la distribución de las fases en la tubería) no se conocen a priori en función de los datos de entrada.

El movimiento relativo entre las fases origina un esfuerzo en la interfaz que contribuye en algunos casos significativamente en la caída de presión del sistema. Además, parte del líquido puede ser arrastrado en forma de gotas por la fase gaseosa, complicando la hidrodinámica del flujo. Bajo estas circunstancias, cualquier intento de obtener una solución general y única, aplicable a todas las configuraciones de flujo, es extremadamente difícil. Sin embargo, a pesar de que las fases se distribuyen en forma arbitraria, existe un agrupamiento natural de las mismas, lo cual facilita el análisis de cada patrón por separado.

En flujo vertical de gas y líquido, el gas tiende a fluir más rápido que el líquido causando deslizamiento entre las fases. Por otro lado, en flujo horizontal, el líquido tiende a acumularse en el fondo de la tubería y podría ocupar un mayor espacio en la tubería con respecto a la condición en la cual no existe deslizamiento entre las fases. De allí, la importancia de conocer las variables como velocidad, densidad, viscosidad de la mezcla, entre otras, para una condición de flujo dada y para una distribución de fases específica.

2.2.2 Conceptos básicos en flujo bifásico

Similar al cálculo del gradiente de presión para flujo monofásico, en flujo de dos o más fases se requieren conocer las condiciones de flujo como velocidad y propiedades del fluido como densidad, viscosidad y tensión superficial. La diferencia con respecto a flujo monofásico está en las reglas de mezclas y algunas definiciones que son únicas para este tipo de aplicaciones. A continuación se señalan las variables más importantes:

Flujo de masa:

Se define como flujo de masa de una mezcla multifásica a la suma del flujo másico de las fases que forman la mezcla:

$m_m = m_l + m_g$	(2.41)
-------------------	--------

Flujo volumétrico:

Se define como flujo volumétrico de una mezcla multifásica a la suma del flujo volumétrico de las fases que forman la mezcla:

$Q_m = Q_L + Q_G$	(2.42)
-------------------	--------

Velocidad superficial:

La velocidad superficial de una fase representa la velocidad a la cual circularía dicha fase si fluye sola por la tubería. Las velocidades superficiales están dadas por:

$V_{SL} = \frac{Q_L}{A}$	(2.43)
--------------------------	--------

$V_{SG} = \frac{Q_G}{A}$	(2.44)
--------------------------	--------

Las velocidades superficiales no representan la velocidad real de cada una de las fases en la tubería ya que cada una de ellas ocupa una parte del área de flujo. La velocidad superficial de la mezcla es la suma de las velocidades superficiales de las fases.

$V_{sm} = \frac{Q_m}{A} = \frac{Q_L}{A} + \frac{Q_G}{A} = V_{SL} + V_{SG}$	(2.45)
--	--------

Flujo de masa por unidad de área:

Se define como flujo de masa por unidad de área de cada fase a la razón entre el flujo de masa de cada fase y el área de la tubería. Para líquido y gas, respectivamente:

$G_L = \frac{m_L}{A}$	(2.46)
-----------------------	--------

$G_G = \frac{m_G}{A}$	(2.47)
-----------------------	--------

Para la mezcla:

$G = \frac{m_T}{A} = G_L + G_G$	(2.48)
---------------------------------	--------

Factor de entrapamiento o holdup de líquido:

El holdup de líquido es la relación entre el volumen ocupado por el líquido y el volumen total de la tubería. De manera similar, la fracción de vacío de gas se define como la fracción del volumen de la tubería ocupada por la fase gaseosa.

$H_L = \frac{V_L}{V}$	(2.49)
-----------------------	--------

$H_G = \frac{V_G}{V} \quad \text{ó} \quad H_G = 1 - H_L$	(2.50)
--	--------

En flujo bifásico, el holdup de la fase líquida varía entre 1 y 0, cuando por la tubería solo circula la fase líquida o solo circula gas, respectivamente. En la sección transversal de la tubería, el holdup se expresa como una relación de áreas:

Para líquido:

$H_L = \frac{A_L}{A_T}$	(2.51)
-------------------------	--------

Para gas:

$H_G = \frac{A_G}{A_T}$	(2.52)
-------------------------	--------

Velocidad real:

La velocidad real de una fase representa la velocidad a la cual circula dicha fase si fluye simultáneamente con otras fases a través de una tubería. Las velocidades reales están dadas por:

$V_L = \frac{Q_L}{A_L} = \frac{V_{SL}}{H_L}$	(2.53)
--	--------

$V_G = \frac{Q_G}{A_G} = \frac{V_{SG}}{H_G} = \frac{V_{SG}}{1 - H_L}$	(2.54)
---	--------

Velocidad de deslizamiento:

La velocidad de deslizamiento representa la velocidad relativa entre las dos fases.

$V_{dest} = V_G - V_L$	(2.55)
------------------------	--------

Usando las expresiones correspondientes a la velocidad superficial de las fases, se tiene:

$V_{dest} = \frac{V_{SG}}{1 - H_L} - \frac{V_{SL}}{H_L}$	(2.56)
--	--------

Factor de entrapamiento o holdup sin deslizamiento:

Cuando no existe deslizamiento entre las fases, es decir ambas fases se mueven con la misma velocidad, se obtiene la expresión para el holdup de líquido sin deslizamiento, λ_L :

$0 = V_{dest} = \frac{V_{SG}}{1 - \lambda_L} - \frac{V_{SL}}{\lambda_L} \Rightarrow \lambda_L = \frac{V_{SL}}{V_{SL} + V_{SG}}$	(2.57)
---	--------

También, puede calcularse directamente si se conocen las tasas de flujo de gas y líquido:

$\lambda_L = \frac{Q_L}{Q_L + Q_G}$	(2.58)
-------------------------------------	--------

Usualmente, $H_L > \lambda_L$.

El holdup de gas sin deslizamiento se define como:

$\lambda_G = \frac{Q_G}{Q_L + Q_G}$	(2.59)
-------------------------------------	--------

Densidad de la mezcla:

El cálculo de la densidad bifásica requiere conocer el holdup de líquido. En flujo bifásico resulta común encontrar la densidad expresada de varias formas:

$\rho_m = \rho_L H_L + \rho_G H_G$	(2.60)
------------------------------------	--------

$\rho_m = \frac{\rho_L \lambda_L^2}{H_L} + \frac{\rho_G \lambda_G^2}{H_G}$	(2.61)
--	--------

La ecuación (2.60) es usada por la mayoría de los investigadores para determinar el gradiente de presión debido al cambio de elevación. Algunas correlaciones basadas en la suposición de no-deslizamiento usan la ecuación (2.60) para determinar la densidad bifásica. La ecuación (2.61) es usada para definir la densidad empleada en el término de pérdidas por fricción y número de Reynolds.

2.2.3 Patrones de flujo

Dependiendo de las condiciones de flujo, las fases (líquido y gas) se mueven simultáneamente en las tuberías siguiendo diferentes arreglos volumétricos o configuraciones geométricas. La forma como se distribuyen las fases en la tubería es lo que se conoce como patrones de flujo.

Los patrones de flujo más estudiados corresponden a flujo gas-líquido en tuberías. En este sentido, la fase gaseosa tiende a segregarse de la fase líquida debido a la diferencia de densidades. En general, la forma como las fases ocupan la tubería depende de varios parámetros:

- Parámetros operacionales: tasas de flujo de las fases líquida y gas
- Variables geométricas: diámetro y ángulo de inclinación de la tubería
- Propiedades físicas de las fases: densidad y viscosidad de las fases, tensión superficial entre las fases.

La posibilidad de visualizar el arreglo de las fases en la tubería, a través de diversos estudios experimentales, ha permitido identificar diferentes patrones de flujo. Las configuraciones de flujo difieren una de otra en la distribución espacial de la interfaz, resultando diferentes características de flujo, perfiles de velocidades y holdup.

La predicción del patrón de flujo representa el problema principal a resolver en flujo bifásico. Las variables asociadas al flujo de fluidos (caída de presión, holdup, velocidad, transferencia de calor, entre otras) dependen del patrón de flujo existente en la tubería. La complejidad asociada a la definición y clasificación de los patrones de flujo (en general, provienen de determinaciones visuales) conllevó a decidir en torno a una descripción en forma clara y precisa. Un intento para definir un conjunto aceptable de patrones de flujo fue realizado por Shoham (1982). Las definiciones de los patrones se fundamentan en una serie de datos experimentales sobre un amplio intervalo de inclinaciones de tubería, desde horizontal hasta vertical (ascendente y descendente).

Patrones de flujo en tuberías horizontales

En la figura 2.1 se presentan posibles patrones de flujo bajo la condición de flujo bifásico en una tubería horizontal o ligeramente inclinada ($0 < \theta < 15^\circ$). Estos patrones se agrupan en tres categorías: flujo estratificado, cuyas fases se encuentran segregadas (con interfaz lisa y ondulada); flujo disperso, una de las fases está dispersa en la otra, como por ejemplo, el patrón de flujo anular y burbuja dispersa. Por último, flujo intermitente, donde una sección fija en la tubería está ocupada en un instante por una distribución mientras que un instante posterior tiene otra configuración de fases. Entre estos, se tiene el flujo tapón (*slug*) y burbujas alargadas.

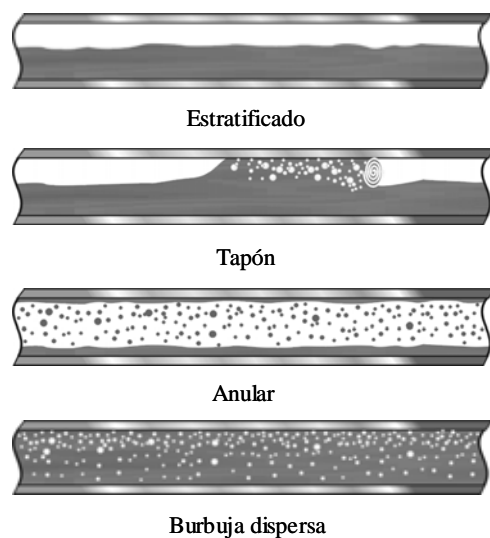


Figura 2.1 Patrones de flujo en tubería horizontal

Patrones de flujo en tuberías verticales

En flujo vertical y ligeramente inclinado, el flujo estratificado desaparece y aparece una nueva configuración de flujo, el flujo agitado. En general, los patrones de flujo son más simétricos con respecto a la dirección axial y están menos dominados por la gravedad. Los patrones de flujo existente en flujo vertical son: Flujo tipo burbuja, donde el gas está disperso en forma de pequeñas burbujas discretas en la fase continua de líquido; flujo tapón, donde el patrón de flujo es simétrico con respecto al eje de la tubería, la fase gaseosa se presenta en una burbuja de gas en forma de proyectil, denominada burbuja de Taylor, cuyo diámetro es aproximadamente igual al diámetro de la tubería; flujo agitado, caracterizado por un movimiento oscilatorio, la burbuja de Taylor se distorsiona y ocurre la agitación de las fases y flujo anular, donde la fase líquida se mueve a menor velocidad formando un anillo alrededor de la tubería, con arrastres de gotas de líquido en la fase gaseosa. En la figura 2.2 se muestran los principales patrones de flujo en tubería vertical.

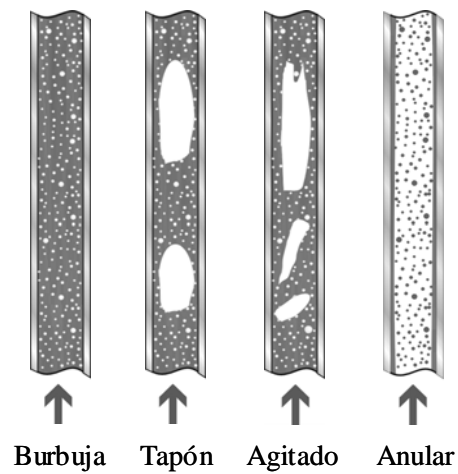


Figura 2.2 Patrones de flujo en tubería vertical

Para flujo vertical descendente, el flujo anular existe a bajas velocidades, en forma de una película de líquido descendente. En flujo tapón descendente, el comportamiento hidrodinámico es similar al existente en flujo ascendente, excepto que la burbuja de Taylor es inestable y excéntrica con respecto al eje de la tubería.

La representación de los patrones de flujo se obtuvo de acuerdo al criterio personal de cada investigador. Sobre estos gráficos se representaban las observaciones visuales en figuras bidimensionales y los contornos entre los diferentes patrones de flujo. En muchos casos las coordenadas utilizadas fueron seleccionadas de manera arbitraria sin fundamento físico, generándose mapas que solo se pueden utilizar en condiciones similares a las cuales fueron generados. Un gran número de mapas de patrones de flujo se ha presentado. Entre los de mayor uso se tienen los mapas de Baker (1954), Mandhane (1974) y Taitel-Dukler (1976).

a) Mapa de Baker (1954)

En 1954, Baker presentó un mapa en el cual describió siete tipos diferentes de patrones de flujo, como se muestra en la figura 2.3. Este mapa fue modificado por Scott (1962), en el cual aparecen bandas anchas que representan las regiones de transición entre los patrones de flujo. Las coordenadas para ambos mapas son:

$$\text{Abscisa: } \frac{G_L \lambda \psi}{G_G}$$

$$\text{Ordenada: } \frac{G_G}{\lambda}$$

Donde:

G_L y G_G : representan el flujo de masa de líquido y gas, respectivamente.

λ y ψ : representan expresiones empíricas usadas para hacer coincidir la transición de sistemas diferentes a aire-agua con aire-agua.

$$\lambda = \left[\left(\frac{\rho_G}{0.075} \right) \left(\frac{\rho_L}{62.3} \right) \right]^{1/2} \quad (2.62)$$

$$\psi = \frac{73}{\sigma} \left[\mu_L \left(\frac{62.3}{\rho_L} \right) \right]^{1/3} \quad (2.63)$$

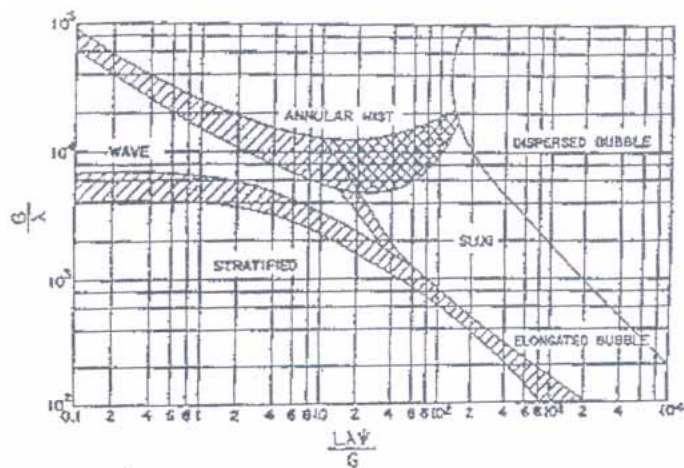


Figura 2.3 Mapa de patrones de flujo de Baker (1954)

b) Mapa de Mandhane (1974)

Este mapa se fundamenta en el uso de las velocidades superficiales de cada fase como sistema de coordenadas para identificar patrones de flujo bifásico en tubería horizontal. Está basado en 1176 puntos experimentales tomados en tuberías de 1 a 3 pulgadas de diámetro, usando agua y aire como fluido de trabajo.

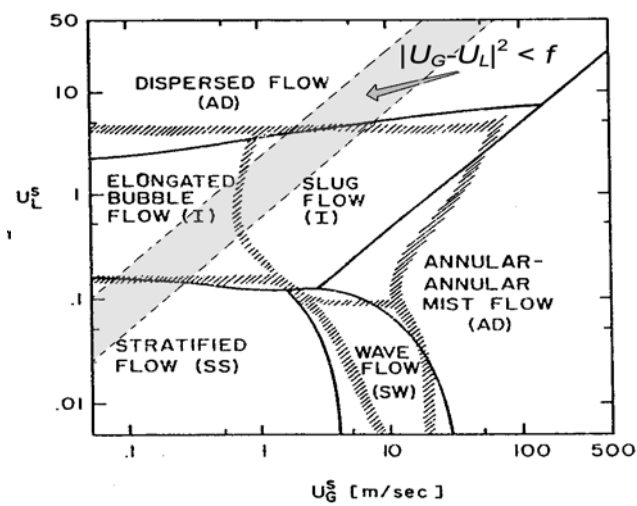


Figura 2.4 Mapa de patrones de flujo de Mandhane (1974)

c) Mapa de Taitel-Dukler (1976)

Taitel y Dukler presentaron un mapa de patrones para flujo horizontal. Consta de cuatro coordenadas adimensionales X, F, T y K basadas en el fenómeno físico y el mecanismo asociado a las transiciones entre los patrones. La figura 2.5 muestra el mapa de patrones de flujo generado.

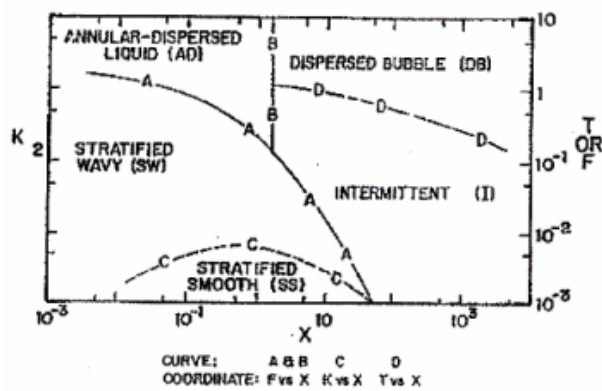


Figura 2.5 Mapa de patrones de flujo presentado por Taitel y Dukler

Las coordenadas adimensionales usadas son las siguientes:

$$X = \left[\frac{(dp/dx)_{SL}}{(dp/dx)_{SG}} \right]^{1/2} \quad (2.64)$$

$$F = \sqrt{\frac{\rho_G}{(\rho_L - \rho_G)}} \cdot \frac{V_{SG}}{\sqrt{dg \cos \theta}} \quad (2.65)$$

$$T = \left[\frac{(dp/dx)_{SL}}{(\rho_L - \rho_G)g \cos \theta} \right] \quad (2.66)$$

$$K = \left[\frac{\rho_G V_{SG}^2 V_{SL}}{(\rho_L - \rho_G)g v_L \cos \theta} \right] \quad (2.67)$$

Taitel y Dukler desarrollaron el primer modelo para predecir patrones de flujo en tuberías. Analizaron el flujo multifásico suponiendo condiciones de flujo estratificado en una tubería inclinada un ángulo θ respecto a la horizontal, como se muestra en la figura 2.6.

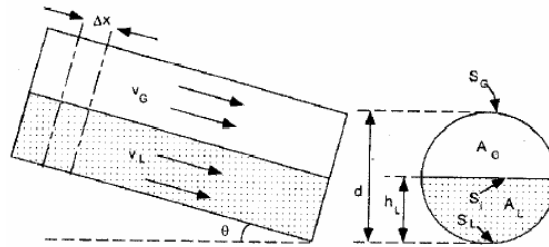


Figura 2.6 Flujo estratificado en equilibrio

Aplicando la ecuación de momentum para flujo estacionario:

$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int \rho \vec{V} dV \right) + \int \vec{V} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA$	(2.68)
---	--------

Para flujo estacionario y completamente desarrollado:

$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int \rho \vec{V} dV \right) = 0$	(2.69)
---	--------

$\int \vec{V} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = 0$	(2.70)
--	--------

Aplicando balance de fuerzas sobre el diagrama de cuerpo libre de la figura 2.7:

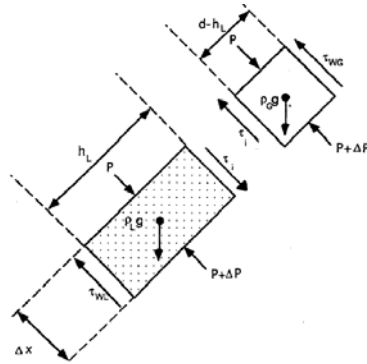


Figura 2.7 Diagrama de cuerpo libre para las fases del patrón de flujo estratificado

Del balance de fuerzas sobre la fase líquida:

$$P_1 A_L + \tau_i A_i - \tau_{LW} A_{LW} - \rho_L g (Vol)_L \sin \theta - P_2 A_L = 0 \quad (2.71)$$

Pero,

$$\left(\frac{dP}{dL} \right)_L = \frac{P_2 - P_1}{\Delta L} \quad (2.72)$$

Sustituyendo (2.71) en (2.72) y desarrollando:

$$-A_L \left(\frac{dP}{dL} \right)_L = -\tau_i S_i + \tau_{LW} S_{LW} + \rho_L g A_L \sin \theta \quad (2.73)$$

De manera análoga, para la fase gas:

$$A_g \left(\frac{dP}{dL} \right)_g = -\tau_i S_i - \tau_{GW} S_{GW} - \rho_G g A_G \sin \theta \quad (2.74)$$

Combinando las ecuaciones de cantidad de movimiento correspondientes a las fases líquida y gas, respectivamente:

$$A_L \left(\frac{dP}{dL} \right)_L = \tau_i S_i - \tau_{LW} S_{LW} - \rho_L g A_L \sin \theta \quad (2.75)$$

$A_G \left(\frac{dP}{dL} \right)_G = -\tau_i S_i - \tau_{GW} S_{GW} - \rho_G g A_G \text{sen} \theta$	(2.76)
--	--------

Expresando las ecuaciones con base en los gradientes de presión:

$\left(\frac{dP}{dL} \right)_L = \frac{\tau_i S_i}{A_L} - \frac{\tau_{LW} S_{LW}}{A_L} - \rho_L g \text{sen} \theta$	(2.77)
---	--------

$\left(\frac{dP}{dL} \right)_G = -\frac{\tau_i S_i}{A_G} - \frac{\tau_{GW} S_{GW}}{A_G} - \rho_G g \text{sen} \theta$	(2.78)
--	--------

Si se desprecia el gradiente de la presión transversal en la fase líquida, es decir:

$\left(\frac{dP}{dL} \right)_L = \left(\frac{dP}{dL} \right)_G$	(2.79)
---	--------

Desarrollando, se obtiene:

$\tau_i S_i \left(\frac{1}{A_G} + \frac{1}{A_L} \right) + \frac{\tau_{GW} S_{GW}}{A_G} - \frac{\tau_{LW} S_{LW}}{A_L} + (\rho_L - \rho_G) g \text{sen} \theta = 0$	(2.80)
---	--------

Los esfuerzos de corte (τ) en función del factor de fricción de Fanning están dados por la siguiente expresión:

$\tau = \frac{f \rho V^2}{2}$	(2.81)
-------------------------------	--------

Dentro del análisis de los mecanismos de flujo, Taitel y Dukler presentaron los criterios correspondientes a los cambios de patrones de flujo. Las transiciones estudiadas fueron: estratificado a no estratificado, donde se considera el criterio de Kelvin-Helmholtz para analizar la estabilidad de dos capas de fluido de diferentes densidades que fluyen horizontalmente con velocidades también diferentes, intermitente a anular, consistió en verificar la condición de \bar{h}_L , si $\bar{h}_L > 0.5$, entonces, una onda sinusoidal crece sobre la superficie que toca el tope de la tubería antes que el fondo, originando un patrón de flujo intermitente; intermitente a burbuja dispersa, suponen que las fluctuaciones turbulentas dentro

del líquido son suficientes para vencer las fuerzas de flotación que tratan de mantener el gas en el tope de la tubería; estratificado liso a estratificado ondulado, se presenta debido al esfuerzo de la interfaz o como resultado de la estabilidad debido a la acción de la gravedad.

Taitel y Dukler extendieron este análisis al caso de una onda finita estacionaria en la interfaz gas-líquido en el flujo a través de una tubería, despreciando el efecto de la tensión superficial.

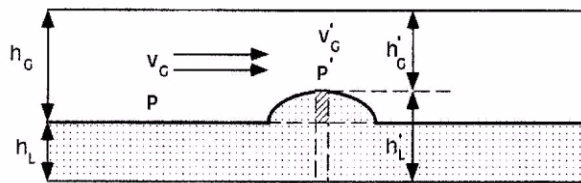


Figura 2.8 Estabilidad de la interfaz

2.2.4 Modelos de Cálculo del gradiente de presión

2.2.4.1 Modelos correlacionados

- Beggs y Brill (1973)

La principal justificación de su estudio fue desarrollar un método para predecir la caída de presión en ductos construidos sobre terrenos inclinados y que manejan flujo bifásico.

El modelo presentado por Beggs y Brill parte de la ecuación usada para calcular gradiente de presión cuando en una tubería fluye gas, líquido ó ambos.

$$-\frac{dp}{dZ} = \frac{\frac{g}{g_c} \text{sen}\theta [\rho_L H_L + \rho_G (1 - H_L)] + \frac{f_{tp} G_m v_m}{2 g_c d}}{1 - \frac{[\rho_L H_L + \rho_G (1 - H_L)] v_m v_{SG}}{g_c P}} \quad (2.82)$$

La ecuación anterior se reduce a la ecuación para flujo monofásico líquido ó gas, cuando $H_L \rightarrow 1$ y $H_L \rightarrow 0$, respectivamente. También, cuando el ángulo θ es cero, $+90^\circ$ ó -90° , la ecuación (2.82) es aplicable a flujo horizontal o vertical.

La ecuación (2.82) contiene dos variables desconocidas: el holdup de líquido (H_L), que debe ser determinado para calcular la densidad in situ, y el factor de fricción bifásico (f_{fp}), usados para calcular las pérdidas por fricción.

El desarrollo de la ecuación (2.82) reveló que las correlaciones dependen de dos parámetros: el holdup de líquido (H_L) y el factor de fricción bifásico (f_{fp}), que permiten calcular los gradientes de presión en flujo inclinado bifásico.

Beggs y Brill determinaron que el holdup depende del ángulo de inclinación debido a los efectos de la gravedad y la viscosidad de la fase líquida. A medida que el ángulo de la tubería aumenta con respecto a la posición horizontal, las fuerzas de gravedad que actúan sobre el líquido causan una disminución de la velocidad del líquido, incrementando así el resbamiento y el holdup.

Un análisis de regresión múltiple lineal reveló que las variables independientes más importantes son el número de Froude (N_{FR}) y el contenido de líquido en la entrada (λ). Esto puede explicarse por el hecho de que ambas fases, líquido y gas, estaban en flujo turbulento en todas las pruebas realizadas. Obtuvieron una ecuación que permitió predecir los datos experimentales de forma satisfactoria, excepto para valores de holdup bajos. Aunque esta ecuación es independiente del patrón de flujo, no es aplicable a todas las condiciones de flujo.

Debido al uso de diferentes correlaciones para el holdup de líquido en patrones de flujo horizontal, Beggs y Brill desarrollaron un método para predecir el patrón de flujo horizontal bifásico, que consiste en los siguientes pasos:

1. Si $N_{FR} < L_1$, el patrón de flujo es segregado.

2. Si $N_{FR} > L_1$ y $> L_2$, el patrón de flujo es distribuido.
3. Si $L_1 < N_{FR} < L_2$, el patrón de flujo es intermitente.
4. L_1 y L_2 están dados por:

$L_1 = \exp(-4.62 - 3.757X - 0.481X^2 - 0.0207X^3)$	(2.83)
---	--------

$L_2 = \exp(1.061 - 4.602X - 1.609X^2 - 0.179X^3 + 0.635 \times 10^{-3} X^5)$	(2.84)
---	--------

donde:

$X = \ln(\lambda)$	(2.85)
--------------------	--------

Para predecir el gradiente de presión, Beggs y Brill plantearon dos formas. En el primer método se selecciona una variación de presión (Δp), y si la temperatura es una función de la distancia, se estima el incremento de la distancia. La ecuación se resuelve para el incremento de la distancia, correspondiente a la variación de la presión.

$\Delta Z = \Delta p \left[\frac{1 - \frac{\bar{\rho}_{ip} \bar{v}_m \bar{v}_{sg}}{g_c \bar{P}}}{\frac{g}{g_c} \sin \theta \bar{\rho}_{ip} + \frac{f_{ip} \bar{G}_m \bar{v}_m}{2g_c d}} \right]$	(2.86)
---	--------

Cuando se usa este método, todas las variables con barras de la ecuación (2.86) deben evaluarse a la presión y temperatura promedio. Si el incremento de distancia calculado no se acerca al valor estimado, se supone un nuevo valor y se repiten los cálculos hasta que los dos valores se aproximen dentro de una tolerancia preestablecida. La precisión del cálculo depende de la variación de presión supuesta.

El segundo método, aplicable a flujo isotérmico con ángulo de inclinación constante, consiste en resolver el gradiente de presión para varios valores de presión, graficando el recíproco del gradiente de presión versus la presión e integrando, se obtiene ΔZ , que es:

$\Delta Z = \int_{p_1}^{p_2} \frac{dZ}{dp} dp$	(2.87)
--	--------

Beggs y Brill concluyeron que el hecho de que el holdup es aproximadamente igual a los ángulos de $+90^\circ$ y $+20^\circ$ explica el porque las correlaciones para el holdup vertical pueden ser usadas con algo de éxito para flujo horizontal. También, que la precisión de la correlación para el holdup de líquido en flujo horizontal bifásico puede mejorarse si se incorpora la predicción de los patrones de flujo. Finalmente, en flujo bifásico, las pérdidas por fricción están fuertemente afectadas por el holdup de líquido y parámetros como el contenido de líquido en la entrada (λ) y el número de Froude (N_{FR}) son parámetros de correlación importantes.

- Oliemans (1977)

Oliemans analizó el flujo de gas/condensado y crudo/gas en tubería horizontal e inclinada. Para los cálculos de la caída de presión introdujo un modelo simple que obedece, en los límites, al flujo monofásico. Su modelo se fundamentó en el estudio de flujo de gas/condensado con relación gas-líquido y propiedades físicas fijas (fracciones volumétricas de líquido entre 0.01 y 0.90), flujo de condensado en proceso de evaporación (*condensing gas flow*) y flujo de crudo en proceso evaporación (*flashing crude flow*).

Comentario: Buscar paper

Usó el mapa de patrones de flujo generado por el modelo de Taitel y Dukler para predecir las transiciones entre los patrones de flujo en flujo gas/líquido horizontal.

El modelo depende del holdup de líquido y usa la expresión de Colebrook para el factor de fricción, con expresiones adaptadas para el número de Reynolds y la rugosidad relativa de la tubería. Los patrones de flujo estudiados en el sistema gas/condensado fueron: flujo estratificado ondulado, anular, disperso y flujo intermitente. En particular, para la transición estratificado-no estratificado, utilizó

una expresión del número de Froude modificado, en función de la velocidad superficial de gas:

$$F_R = \sqrt{\frac{1}{(\Gamma - 1)} \frac{v^2 s g}{g D}} \quad (2.88)$$

Oliemans consideró, como criterio comun para todos los patrones de flujo, el holdup de líquido como resultado del deslizamiento entre los fluidos. El modelo supone que en el líquido del área transversal de la tubería, una fracción λ fluye y que el resto ($H_L - \lambda$) no fluye (H_L representa el holdup de líquido en condiciones de estado estable). Así, la mezcla bifásica fluye en una tubería con un diámetro efectivo menor al diámetro actual de la tubería. Este diámetro cambia de un lugar a otro porque el holdup de líquido local depende de la distancia y del ángulo de inclinación.

Oliemans usó la misma ecuación para determinar la caída de presión por fricción de flujo monofásico, pero definiendo cuidadosamente las expresiones para el flujo de masa bifásico (G_{tp}), la densidad bifásica (ρ_{tp}) y el diámetro efectivo de la tubería (D_{eff}). La ecuación utilizada para la caída de presión por unidad de longitud fue la siguiente:

$$-\left(\frac{dp}{dz}\right)_{F, tp} = F_{tp} \frac{G_{tp}^2}{2D_{eff} \rho_{tp}} \quad (2.89)$$

donde F_{tp} es el factor de fricción bifásico.

El diámetro efectivo esta representado por:

$$D_{eff} = [1 - (H_L - \lambda)] / 2D \quad (2.90)$$

Para el caso de flujo homogéneo, H_L es igual a λ , si se considera flujo bifásico en un segmento de tubería con área transversal, A_p , fracción volumétrica de líquido fluyendo λ y holdup de líquido promedio H_L . Sin embargo, como el deslizamiento

ocurre entre las fases de líquido y gas, el holdup de líquido tiende generalmente a ser mayor que λ .

El área de la sección transversal a través de la cual fluye la mezcla bifásica es $[1 - (H_L - \lambda)]A_p$. Si el flujo de masa total de gas y líquido es W_t , entonces el flujo de masa bifásico G_{tp} , es:

$$G_{tp} = \frac{W_t}{[1 - (H_L - \lambda)]A_p} = \frac{1}{1 - [(H_L - \lambda)]} G_t \quad (2.91)$$

donde $G_t = \frac{W_t}{A_p}$ y corresponde al flujo de masa cuando se dispone de área total para que fluya la mezcla bifásica.

La expresión para la caída de presión en su modelo de flujo bifásico se traduce en:

$$-\left(\frac{dp}{dz}\right)_{F_{tp}} = F_{tp} \frac{1}{[1 - (H_L - \lambda)]^{5/2}} \cdot \frac{G_t^2}{2D\rho_{tp}} \quad (2.92)$$

El factor de fricción bifásico puede usarse para obtener un primer estimado de la caída de presión por fricción, ya que debido a la presencia de líquido sin movimiento ocupando una parte del área transversal de la tubería, A_p , la naturaleza del corte cambia. La comparación con datos experimentales reveló que la rugosidad efectiva, ε , es una función de la distribución de líquido así como del patrón de flujo. Además, para valores grandes de $(H_L - \lambda)$, las ondas sobre la superficie de líquido sin movimiento pueden contribuir a la rugosidad efectiva de la pared.

Para $H_L = \lambda$ (sin deslizamiento o flujo homogéneo), la ecuación (2.92) se convierte en:

$$-\left(\frac{dp}{dz}\right)_{F_{tp}} = F_{tp} \frac{G_t^2}{2D\rho_{ns}} \quad (2.93)$$

Donde ρ_{ns} es la densidad de no deslizamiento.

En este método se usó un factor de fricción bifásico empírico, el cual depende de la fracción volumétrica de líquido (λ) y ligeramente del holdup de líquido.

Oliemans trató de demostrar que para calcular las pérdidas de presión para flujo gas/condensado y crudo/gas en tuberías de gran diámetro, es preferible describir un modelo simple que usar correlaciones empíricas para el factor de fricción. Para flujo estratificado encontró mayor incertidumbre. Para valores de λ menores a 0.10, la máxima pérdida de presión puede ser mas de dos veces el mínimo, por lo tanto la predicción de los valores de holdup pueden diferir en un factor de 5 a 8.

Los casos estudiados revelaron que existe una fuerte dependencia de la presión de operación y por ende, de las propiedades de los fluidos. En consecuencia, el uso de correlaciones empíricas para calcular caídas de presión, que principalmente emplean fracciones volumétricas de líquido como parámetro de correlación para el factor de fricción efectivo, solo se justifica si las pérdidas de presión no dependen de los patrones de flujo.

2.2.4.2 Modelos Mecanicistas

-Modelo de Xiao *et al* (1990)

Este modelo permite predecir el patrón de flujo presente en la tubería, características del patrón de flujo, la fracción de líquido o holdup y el gradiente de presión para los patrones de flujo estratificado, anular, intermitente y burbuja dispersa. Se fundamenta en la predicción de los patrones de flujo y en las transiciones entre los patrones de flujo, considerando el modelo de Taitel y Dukler con algunas modificaciones.

Las transiciones identificadas en su trabajo se refieren a la transición Estratificado - No estratificado, transición flujo Intermitente- Anular y la transición flujo Intermitente - Burbujas Dispersas.

Para determinar si el flujo estratificado es estable o no (transición estratificado-no estratificado) se emplea el modelo de crecimiento de onda, el cual supone que existe una onda finita en la interfaz gas-líquido. Si la onda es inestable ocurre la transición a un patrón de flujo que no es estratificado. El criterio de transición empleado es una extensión del análisis de inestabilidad de la interfaz gas-líquido de Kelvin-Helmholtz, referido al crecimiento de ondas, y se expresa como sigue:

$$(U_G - U_L) > \left(1 - \frac{h_L}{D}\right) \left[\frac{(\rho_L - \rho_G)g \cos \theta A_G}{\rho_L \left(\frac{dA_L}{dh_L}\right)} \right]^{1/2} \quad (2.94)$$

Para la zona de transición intermitente-anular (I-AN), de acuerdo a los criterios de inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, el flujo puede pasar a intermitente o anular, dependiendo de la fracción de líquido en la tubería. Xiao *et al* consideraron el criterio de Barnea *et al* (1982) sobre el efecto de las burbujas de gas que pueden estar atrapadas en el tapón de líquido en la región cercana a la transición:

$$\frac{h_L}{D} < 0.35 \quad (2.95)$$

El mecanismo que gobierna la transición intermitente-burbuja dispersa (I-DB) consiste en el rompimiento de burbujas debido a fuerzas turbulentas que, además, evitan la posterior coalescencia de las burbujas formadas. El criterio utilizado (Taitel y Dukler, 1976) está basado en un balance entre las fuerzas turbulentas y la fuerza de flotación. Cuando las fuerzas turbulentas son mayores a la fuerza de flotación de las burbujas, ocurre la transición hacia el flujo de burbujas dispersas.

$$U_L > \left[\frac{4A_G}{S_i} \frac{g \cos \theta}{f_{wL}} \left(1 - \frac{\rho_G}{\rho_L}\right) \right]^{1/2} \quad (2.96)$$

donde f_{wL} es el factor de fricción de Fanning para el líquido en contacto con las paredes de la tubería.

En flujo estratificado (transición estratificado suave-estratificado ondulado), la interfaz gas-líquido puede ser suave u ondulada, lo cual origina caídas de presión y fracción de líquido (holdup) en la tubería bastante diferentes. Taitel y Dukler propusieron el siguiente criterio de transición, basado en la teoría de Jeffrey:

$$U_G > \left[\frac{4\mu_L(\rho_L - \rho_G)g\cos\theta}{s\rho_L\rho_G U_L} \right]^{1/2} \quad (2.97)$$

donde s es el coeficiente de resguardo o “*sheltering*”. Este coeficiente puede variar entre 0.01 y 0.6 para ajustar sus datos. En el modelo de Xiao et al se empleó un valor constante de $s = 0.06$.

Para flujo estratificado en tuberías ligeramente inclinadas hacia abajo, las ondas en la interfaz gas-líquido están influenciadas por los efectos gravitacionales. Por ello, Barnea *et al* (1982) presentaron el siguiente criterio de transición:

$$\frac{U_L}{\sqrt{gh_L}} > 1.5 \quad (2.98)$$

Las transiciones presentadas fueron representadas en un mapa de patrones de flujo bifásico (basado en las velocidades superficiales) válido para las propiedades de los fluidos y geometría de la tubería constantes.

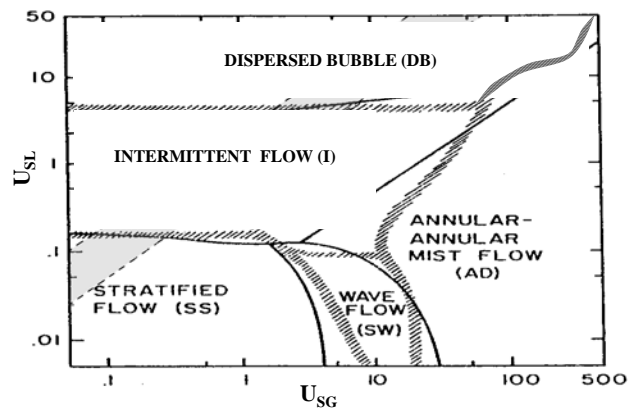


Figura 2.9 Mapa de patrones de flujo para el sistema aire-agua en tubería horizontal de 2". SS: estratificado suave, SW: estratificado ondulado, AN: anular, I: Intermitente y DB: Burbujas Dispersas

En cuanto a los modelos separados para el calculo del holdup de líquido y la caída de presión, se detalla el correspondiente a flujo estratificado, de especial interés en este trabajo.

En flujo estratificado, se considera que el sistema se encuentra en condición de estado estacionario y se aproxima el modelo a un sistema de dos capas, donde se desprecian los cambios en las velocidades de las fases o el nivel de líquido, la ecuación de cantidad de movimiento se reduce a un balance de fuerzas:

$$-A_L \frac{dp}{dx} + \tau_i S_i - \tau_{wL} S_L - \rho_L A_L g \sin \theta = 0 \quad (2.99)$$

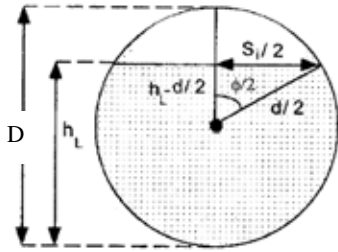
$$-A_G \frac{dp}{dx} - \tau_i S_i - \tau_{wG} S_G - \rho_G A_G g \sin \theta = 0 \quad (2.100)$$

Suponiendo que la tensión de la interfaz y el gradiente de presión hidrostática del líquido son despreciables, los gradientes de presión en el tope y el fondo de la tubería son los mismos. Eliminando el término de gradiente de presión, la ecuación combinada de cantidad de movimiento se expresa como:

$$-\frac{\tau_{wG}S_G}{A_G} + \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_L} + \frac{1}{A_G} \right) + \frac{\tau_{wL}S_L}{A_L} + (\rho_L - \rho_G)g \sin \theta = 0 \quad (2.101)$$

La ecuación combinada de cantidad de movimiento es una función implícita del nivel de líquido en la tubería h_L/D . Uno de los problemas encontrados para resolver la ecuación (2.108) son las múltiples soluciones que pueden obtenerse. Baker *et al* (1988) y Crowel y Rothe (1988), indican que comúnmente el valor correcto es el más pequeño de las soluciones obtenidas.

La fracción de líquido se determina mediante la siguiente relación geométrica:



$$H_L = \frac{\theta - \sin(\theta)}{2\pi}, \text{ donde: } \theta = 2 \cos^{-1} \left(1 - 2 \frac{h_L}{D} \right) \quad (2.102)$$

Para determinar el gradiente de presión en la tubería se combinan las ecuaciones de cantidad de movimiento para eliminar el término correspondiente al esfuerzo de la interfaz:

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\tau_{wL}S_L + \tau_{wG}S_G}{A} - \left(\frac{\rho_L A_L + \rho_G A_G}{A} \right) g \sin \theta = 0 \quad (2.103)$$

El efecto de la aceleración se desprecia, ya que se considera un elemento diferencial donde los cambios de presión, temperatura, diámetro de tuberías y ángulos de inclinación son despreciables.

Se evalúan tres esfuerzos de corte: esfuerzo de corte entre el líquido y la pared τ_{wL} , esfuerzo de corte entre el gas y la pared τ_{wG} , y el esfuerzo de corte de la interfaz, τ_i .

$$\tau_{wL} = \frac{1}{2} f_{wL} \rho_L U_L^2, \quad \tau_{wG} = \frac{1}{2} f_{wG} \rho_G U_G^2, \quad \tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_G U_G^2 \quad (2.104)$$

Los factores de fricción del líquido y del gas con la pared, f_{wL} y f_{wG} , respectivamente, son:

$$f_{wL} = \frac{16}{Re_L} \quad \text{y} \quad f_{wG} = \frac{16}{Re_G} \quad \text{para} \quad Re \leq 2000 \quad (2.105)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 3.48 - 4 \log \left(\frac{2\varepsilon}{D} + \frac{9.35}{Re \sqrt{f}} \right) \quad \text{para} \quad Re > 2000 \quad (2.106)$$

Donde ε/D es la rugosidad relativa de la tubería, Re_L y Re_G son los números de Reynolds de la fase líquida y gas, respectivamente, definidos como:

$$Re_L = \frac{\rho_L U_L D_L}{\mu_L} \quad \text{y} \quad Re_G = \frac{\rho_G U_G D_G}{\mu_G} \quad (2.107)$$

D_L y D_G representan los diámetros hidráulicos del líquido y del gas, respectivamente:

$$D_L = \frac{4A_L}{S_L} \quad \text{y} \quad D_G = \frac{4A_G}{S_G + S_i} \quad (2.108)$$

Para determinar el factor de fricción en la interfaz gas-líquido, el modelo de Xiao *et al* consideran:

Si $\varepsilon_i/D < 0.05$, se utiliza el número de Reynolds del gas y la ecuación de Colebrook.

Si $\varepsilon_i/D \geq 0.05$, se emplea la siguiente correlación:

$f_i = \frac{1}{\left[4 \log 0.27 \left(\frac{\varepsilon_i}{D}\right)\right]^2} + 0.067 \left(\frac{\varepsilon_i}{D}\right)^{1.73}$	(2.109)
---	---------

El límite superior de rugosidad que se permite es de 0.5.

En forma general, para el resto de los patrones de flujo, se tiene que para el caso de flujo intermitente es necesario realizar un balance de masa en la unidad del tapón, compuesta por el tapón de líquido y la burbuja de gas. Como suposición inicial se consideran las fases gas y líquido como incompresibles y que el flujo volumétrico total es constante en cualquier sección transversal del tapón.

El balance de masa en la unidad del tapón permite obtener la velocidad del líquido en el cuerpo del tapón, la velocidad del líquido en la zona de la película, la velocidad del gas en la zona de la película de líquido y la expresión correspondiente a la fracción volumétrica de líquido sobre la unidad de tapón (H_L).

En flujo anular, Xiao *et al* aproximan el modelo de dos fluidos al caso de flujo anular en régimen permanente para tuberías horizontales. Para simplificar el modelo, suponen que: a) existe un espesor promedio de película de líquido en el anular, b) el gas que viaja por el centro del anular de líquido arrastra gotas de líquido que viajan a la velocidad de gas y c) que el gas en el anular se considera un fluido homogéneo.

Para el patrón de flujo de burbujas dispersas se determinan las propiedades promedio del fluido y se considera que el deslizamiento entre las fases es despreciable, por lo tanto existe una fase pseudo homogénea. El gradiente de presión en la tubería se determina como si existiera una sola fase fluyendo.

El modelo presentado por Xiao *et al* tiende a subpredecir el gradiente de presión en tuberías en comparación con las correlaciones de Beggs y Brill (1973), Murkherjee y Brill (1985) y Dukler (1969). Para flujo intermitente, el comportamiento y los resultados obtenidos son mejores (desviación aprox. de 22%) que los obtenidos por las correlaciones existentes (desviaciones superiores a 30%).

2.2.5 Flujo Bifásico gas con bajo contenido de líquido

Las investigaciones sobre flujo multifásico están orientadas a comprender los mecanismos predominantes en la formación de diferentes patrones de flujo, con la finalidad de desarrollar modelos mecanicistas y/o correlaciones empíricas que permitan calcular las pérdidas de presión en tuberías.

Como se deduce de la sección anterior, los modelos de flujo bifásico consideran una cantidad apreciable de la fase líquida. En particular, el modelo de Taitel y Dukler sirvió como base para estudiar un caso particular de flujo bifásico: gas con bajo contenido de líquido o bajo holdup de líquido. En este sentido, en los últimos veinte años se han publicado varios estudios experimentales y modelos que permiten comprender los mecanismos predominantes en el transporte de gas en tuberías.

El análisis de flujo de gas con bajo contenido de líquido en tuberías implica el estudio de fenómenos locales importantes como el entrampamiento de líquido, la distribución del espesor de la película de líquido en la pared de la tubería y la deposición de las gotas, los cuales deben ser modelados para representar el comportamiento del sistema en forma satisfactoria. También algunas correlaciones basadas en mediciones y observaciones experimentales para representar los fenómenos de la interfaz han sido incorporadas a los modelos publicados.

La consideración de estos fenómenos en flujo de gas con bajo contenido de líquido en tuberías permite predecir en forma adecuada la caída de presión. Por esta razón, se han reportado comparaciones de gradientes de presión obtenidos para flujo monofásico y flujo bifásico (gas con bajo contenido de líquido), que concluyen en diferencias apreciables como consecuencia del impacto causado por la presencia de líquido en el sistema (Asante *et al*, 1999).

2.2.5.1 Modelos existentes para una tubería

Los trabajos mas destacados en la investigación del comportamiento de flujo de gas con bajo contenido de líquido forman parte de una secuencia cuyo objetivo es mejorar la representación del comportamiento del sistema y predecir adecuadamente las pérdidas de presión en tuberías.

En 1987, Hamersma y Hart propusieron una correlación para el cálculo de la caída de presión para flujo gas-líquido (aire/agua-glicol) en tubería horizontal, válida para holdup de líquido menor a 0.04. Los patrones de flujo estudiados fueron flujo estratificado ondulado y flujo anular. Una representación del problema analizado se muestra en la figura 2.10, donde la pared de la tubería es parcialmente “mojada” por la fase líquida.

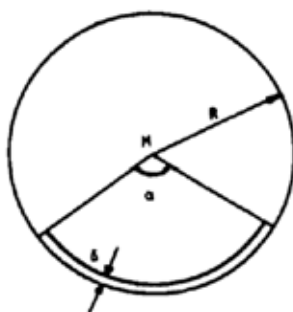


Figura 2.10 Esquema del problema analizado por Hamersma y Hart (1987)

La correlación propuesta para la caída de presión se sustenta en el balance de la ecuación de momento para la fase gas en condiciones estables e isotérmicas. El holdup de líquido se obtiene a través de una correlación similar a la propuesta por Butterworth (1975), a través de un análisis dimensional cuyas constantes fueron determinadas experimentalmente.

$$H_L = \{1 + a(u_G / u_L)^b (\rho_G / \rho_L)^c (\eta_G / \eta_L)^d\}^{-1} \quad (2.110)$$

Finalmente, el cálculo de la caída de presión bifásica en tubería horizontal se obtiene de:

$$\Delta P_{tp} = 4f_{tp} (L/D) \frac{1}{2} \rho_G v_G^2 \quad (2.111)$$

donde el factor de fricción bifásico está representado por:

$$f_{TP} = (1 - \theta)f + \theta \bar{f} \quad (2.112)$$

y θ representa la fracción de la pared del tubo mojada por la fase líquida ($\theta = \alpha/2\pi$).

En 1989, Hamersma y Hart con la colaboración de J. Fortuin ampliaron el intervalo de holdup en estudio ($0 < H_L < 0.06$) y a su vez demostraron que la tensión de la interfaz ($38 < \sigma < 72$ mPa m) tiene un efecto poco significativo en el cálculo del holdup de líquido. En esta ocasión propusieron el modelo denominado ARS (*apparent rough surface*), en el cual la sección transversal de la tubería bajo una fracción $\theta = \alpha/2\pi$ es mojada por una película de líquido de espesor constante δ , en la dirección tangencial, mientras que en la dirección axial el espesor de la película de líquido varía en el intervalo $\delta_{\text{mín}} < \delta < \delta_{\text{máx}}$, tal como se aprecia en la figura 2.11.

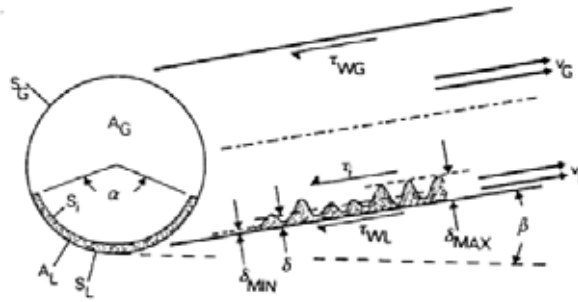


Fig. 2.11 Esquema del modelo ARS propuesto por Hamersma *et al* (1989)

Adicional al modelo ARS, propusieron el cálculo del holdup de líquido a través de la siguiente ecuación implícita:

$\frac{H_L}{H_G} = \frac{u_L}{u_G} \left\{ 1 + \left(\frac{H_G f_L \rho_L}{f_i \rho_G} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{2 \sin(\beta)}{f_L Fr_\delta} \right]^{1/2} \right\}$	(2.113)
--	---------

La expresión anterior se resuelve mediante un proceso iterativo, suponiendo un estimado inicial para $H_L \leq 0.06$ y cuando $\beta = 0$.

En forma paralela, se han reportado algunas correlaciones que permiten cuantificar la ocurrencia de efectos particulares. Así, Vlachos, Paras y Karabelas (1997, 1998 y 1999), propusieron un método para predecir el holdup de líquido, la pérdida de presión por fricción y el esfuerzo de corte líquido-pared promediado sobre la fracción de la circunferencia de la tubería cubierta por la fase líquida continua. Hicieron especial énfasis en el estudio de la distribución del esfuerzo de corte líquido-pared en el área transversal de la tubería para el patrón de flujo identificado como estratificado/atomizado. Los datos usados para evaluar este método se presentan en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 Datos usados por Vlachos *et al* (1999)

Autor (es)	Fluidos de trabajo	Diámetro interno de la tubería, mm (pulg)
Hoogendoorn (1959)	Aire-gas/aceite	140 (5.5)
Andritsos (1986)	Aire-agua	25.2 y 95.3 (0.99 y 3.75)
Paras <i>et al</i> , (1994)	Aire-agua	50.8 (2)
Vlachos <i>et al</i> , (1997)	Aire/ferrocianuro ferroso	24.0 (0.94)

Estos autores luego de revisar los modelos publicados en la literatura, concluyen que los mismos presentan desventajas, basadas en tres aspectos bien definidos:

1. Consideran el esfuerzo de corte líquido-pared prácticamente uniforme alrededor de la circunferencia de la tubería.
2. Desprecian el efecto de la distorsión de la onda en el cálculo del esfuerzo de corte de la interfaz.
3. Consideran que la forma de la interfaz es plana (como por ejemplo los modelos presentados por Taitel y Dukler, 1976; Andritsos y Hanratty, 1987 y Kozwalski, 1987) ó que el espesor de película es constante en la sección transversal de la tubería (modelo ARS de Hart *et al*).

Vlachos *et al* (1997) hicieron medidas detalladas de los esfuerzos de corte líquido-pared en varias posiciones laterales en la sección transversal de la tubería, demostrando que existe una variación significativa en el esfuerzo de corte en las diferentes posiciones. Además, confirmaron a través de observaciones experimentales que el área de la interfaz gas-líquido tiende a incrementarse con el aumento de la velocidad del gas y a desviarse significativamente de la forma plana, razón por la cual ellos consideraron una interfaz cóncava (ver figura 2.12).

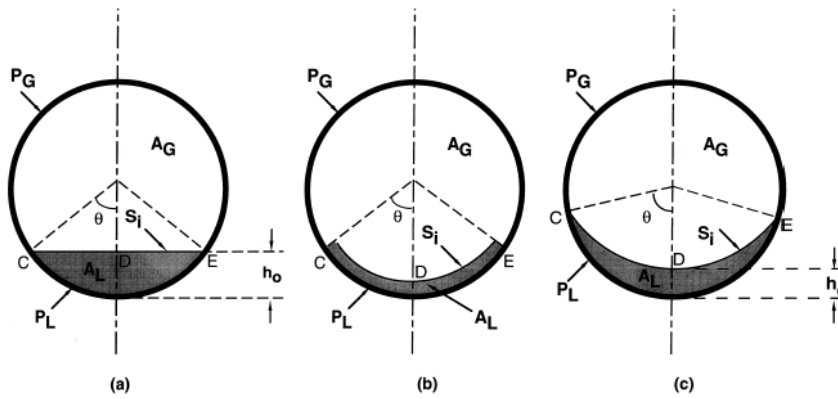


Figura 2.12 Representación esquemática de flujo bifásico en tuberías: a) interfaz plana gas-líquido, b) película de líquido uniforme, c) interfaz cóncava gas-líquido

El procedimiento propuesto por Vlachos *et al* es aplicable a casos de flujo estable, estratificado y estratificado/atomizado completamente desarrollado en tuberías horizontales.

En principio, suponen una forma plana para la interfaz gas-líquido para los datos correspondientes a 50.8 mm de diámetro interno de tubería con velocidades de gas relativamente bajas ($U_G < 15$ m/s) ó diámetros mayores (95.3 y 140 mm), donde la cantidad de líquido subiendo por los lados de la tubería es insignificante. El procedimiento planteado se inicia estimando un valor inicial del espesor de película h_o , con la condición de $0 < h_o < D/2$ para que se cumpla:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_G - \left(\frac{dp}{dx}\right)_L = 0 \quad (2.114)$$

Las variables geométricas para las fases gas y líquido y el holdup de líquido se calculan en función del espesor de la película en el fondo de la tubería, h_o .

El esfuerzo de corte de la interfaz está expresado en términos del factor de fricción de la interfaz:

$\tau_i = f_i \frac{\rho_G (U_{G,r} - U_i)^2}{2}$	(2.115)
---	---------

donde U_i es la velocidad promedio de la interfaz que puede ser aproximada como $U_i = U_L / H_L$ y $U_{G,r}$ representa la velocidad real. Para el cálculo del factor de fricción de la interfaz utilizaron la ecuación propuesta por Vlachos *et al* (1997):

$f_i = 0.024 \varepsilon_L^{0.35} \text{Re}_L^{0.18}$	(2.116)
---	---------

El esfuerzo de corte líquido-pared es promediado sobre la fracción de la circunferencia de tubería cubierta por la fase líquida continua.

$\frac{\tau_{wL}(\Theta)}{\tau_{wG}} = 1 + \left(\frac{\tau_{wL0}}{\tau_{wG}} - 1 \right) \left[1 - \exp\left(-m \frac{\theta - \Theta}{\Theta} \right) \right]$	(2.117)
---	---------

Donde τ_{wL0} representa el esfuerzo de corte en el fondo de la tubería ($\Theta = \theta$) y m es un parámetro de ajuste.

Basado en el holdup de líquido (para el cual la diferencia entre los gradientes de presión de las fases es cero), se calculan las velocidades reales de las fases (U_L y U_G) y el parámetro θ' , usando las ecuaciones propuestas por Hart *et al*:

$\theta' = 0.52 H_L^{0.374} + 0.26 Fr^{0.58}$	(2.118)
---	---------

El espesor de película en el fondo de la tubería se obtiene usando la siguiente correlación (Vlachos, 1997):

$ho = C_2 D \frac{U_L^{0.35}}{U_G^{0.65}} \text{ con } C_2 = 1.5 \text{ (m/s)}^{0.3}$	(2.119)
---	---------

La interfaz gas-líquido es cóncava cuando la cantidad de líquido en la entrada es baja con respecto a la del gas y la velocidad superficial del gas es mayor que la velocidad superficial de la fase líquida. Esto implica la formación de ondas en la interfaz y el arrastre de pequeñas gotas que afectan el holdup de líquido (Paras *et al*, 1994; Vlachos *et al*, 1997 y Badie *et al*, 2000).

Grolman y Fortuin (1997) propusieron una modificación al modelo ARS presentado por Hart *et al* (1989), denominado *MARS (Modified Apparent Roughness Surface)*. El modelo permite predecir el holdup de líquido ($0 < H_L < 0.42$) y el gradiente de presión, y está basado en flujo bifásico en estado estable y en el balance de momento unidimensional, que incluye las velocidades superficiales, las propiedades del transporte de gas y líquido, el diámetro de la tubería y el ángulo de inclinación. Propusieron expresiones separadas para el factor de fricción de la interfaz, factor de fricción líquido-pared, perímetro de la interfaz y perímetro mojado. Los resultados obtenidos con este modelo fueron comparados con 2400 puntos experimentales para tuberías horizontales e inclinadas ($-3^\circ < \beta < 6^\circ$) y diámetros de 15, 26 y 51 mm para un sistema aire/agua y aire/tetradecano ($n\text{-C}_4\text{H}_{10}$). Los patrones de flujo estudiado fueron estratificado (liso y ondulado) y anular.

Considerando el modelo ARS, propusieron el número de Weber de la fase líquida y el número de Froude de la fase gas como parámetros de comportamiento, expresados como:

$$\theta_{MARS} = \theta_o \left(\sigma_{agua} / \sigma \right)^{0.15} + We_{LS}^{0.25} Fr_G^{0.8} \rho_G / [(\rho_L - \rho_G) \cos \beta] \quad (2.120)$$

Donde:

$$We_{LS} = \frac{\rho_L u_{LS}^2 D}{\sigma} \quad (2.121)$$

$$Fr_G = \frac{u_{GS}^2}{(1 - H_L)^2 g D} \quad (2.122)$$

La mínima fracción mojada de pared (θ_o) está relacionada, en términos geométricos, con el holdup de líquido de la siguiente forma:

$$H_L = \frac{\theta_o - [\text{sen}(2\pi\theta_o)]}{2\pi} \quad (2.123)$$

Si el holdup de líquido es conocido, la fracción θ_o se obtiene a través de un proceso iterativo o bien puede aproximarse con la siguiente expresión explícita:

$\theta_o \approx 0.624 \varepsilon_L^{0.374}$	(2.124)
--	---------

Grolman y Fortuin concluyeron que existen efectos significativos en tuberías con pequeños ángulos de inclinación y tasas de flujo de gas bajas. Estos efectos se traducen en un incremento hasta ocho veces el holdup de líquido y mas de cuatro veces el gradiente de presión, si se compara con flujo horizontal.

En 1997, Chen, Cai y Brill estudiaron en forma teórica y experimental el caso de flujo estratificado ondulado gas-líquido en tuberías horizontales. Plantearon el modelo denominado “doble círculo” el cual permite representar el comportamiento del líquido en la sección transversal de la tubería. Este modelo representa un avance de los modelos presentados anteriormente (Taitel y Dukler, 1976; Hamersma *et al*, 1989; Andritsos y Hanratty, 1987 y Kowalski, 1987).

El modelo de “doble círculo” considera el efecto de la fuerza debido a la gravedad, que hace que el líquido se acumule en el fondo de la tubería. Por esta razón, el espesor de la película de líquido no se considera constante como en los modelos previamente citados. La interfaz gas-líquido en este caso presenta una configuración cóncava hacia abajo, tal como se muestra en la figura 2.13.

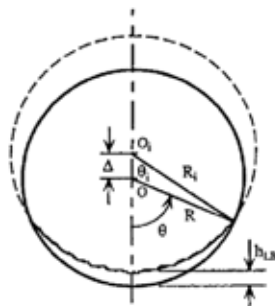


Figura 2.13 Modelo “Doble círculo” propuesto por Chen *et al* (1997)

Las consideraciones de este esquema son las siguientes:

1. Dos círculos, uno que representa la pared de la tubería de centro “O” y radio R y otro excéntrico de centro “O_i” y radio “R_i”. La distancia entre el centro de la tubería y el centro del círculo excéntrico es Δ.
2. Si $|R-\Delta| < R$, la porción del círculo O_i dentro del círculo O, puede ser tomada como la interfaz gas-líquido y corresponde al caso de flujo estratificado ondulado.
3. En el caso extremo que R y Δ sean muy grandes, la interfaz se aproxima a una superficie plana similar y es similar a la consideración de Taitel y Dukler.
4. Si $R_i + \Delta < R$, la porción del círculo O_i esta dentro del círculo O, se convierte en un círculo completo y corresponde al caso de flujo anular.
5. Cuando la excentricidad (Δ) tiende a cero, corresponde a flujo anular concéntrico, es decir flujo anular con altas tasas de flujo de gas. De esta forma el modelo de flujo estratificado en equilibrio y el flujo anular completamente desarrollado constituyen los casos límite o las fronteras del modelo “doble círculo”.

Los parámetros geométricos considerados en el modelo son los siguientes:

Perímetros:

$S_G = (\pi - \theta)D, \quad S_L = \theta D, \quad S_i = \theta_i D_i$	(2.125)
---	---------

Áreas:

$A_G = (1 - H_L) \frac{\pi D^2}{4}$ y $A_L = H_L \frac{\pi D^2}{4}$	(2.126)
---	---------

De la geometría, plantearon las siguientes relaciones:

$S_G = (\pi - \theta)D, \quad S_L = \theta D, \quad S_i = \theta_i D_i$	(2.127)
---	---------

$D_i = D \frac{\text{Sen} \theta}{\text{Sen} \theta_i}$	(2.128)
---	---------

$\theta_i = \left(\frac{\text{Sen}\theta_i}{\text{Sen}\theta} \right)^2 \left(\theta + \frac{\text{Sen}^2\theta}{\text{tg}\theta_i} - \frac{\text{Sen}2\theta}{2} - \pi H_L \right)$	(2.129)
--	---------

De las ecuaciones anteriores se tiene que para predecir el holdup de líquido, la caída de presión y otras características del fluido para este modelo propuesto es necesario conocer relaciones de clausura para determinar la fracción mojada de la pared (Θ) y el factor de fricción de la interfaz. Considerando que el fenómeno físico que ocurre en la película de líquido no ha sido del todo estudiado, Chen *et al* usaron la relación propuesta por Hart *et al* (1989) en la que asociaron la fracción mojada de la pared con el holdup de líquido y el número de Froude modificado:

$\Theta = 0.52H_L^{0.374} + 0.26Fr^{0.58}$	(2.130)
--	---------

$Fr = \frac{\rho_L U^2 L}{(\rho_L - \rho_G) g D}$	(2.131)
---	---------

En 1998, Amaravadi, Minami y Shoham explicaron un fenómeno especial denominado ZNLF (zero-net liquid flow) bifásico, asociado a flujo de líquido acumulado debido a la condensación de los componentes pesados de hidrocarburos en líneas de transmisión de gas y exclusivo de las tuberías inclinadas hacia arriba. Según sus observaciones, ocurre un tipo de flujo muy particular cuando la fase gas tiende a mover la fase líquida acumulada, dependiendo de las condiciones de operación del sistema y de la velocidad superficial del gas, hacia la sección aguas abajo de la tubería (inclinada hacia arriba).

Los experimentos fueron desarrollados para aire/agua e incluyeron tuberías con inclinaciones de 1°, 2°, 5° y 9° hacia arriba. La metodología propuesta consta de tres partes. La primera parte corresponde a un análisis de estabilidad en flujo estratificado para las condiciones en las cuales la velocidad superficial de líquido se aproxima a cero. En la segunda, desarrollan un método para predecir la

velocidad de gas suficiente para empujar el líquido acumulado (*blowout velocity*). Finalmente, desarrollan un modelo de flujo tapón para las condiciones ZNLF y así predicen el holdup de líquido promedio y el gradiente de presión promedio para esas condiciones.

El análisis de estabilidad de flujo estratificado es realizado en el límite donde existe muy poca cantidad de líquido ó "cero líquido".

El factor de fricción de la interfaz usado en este modelo depende de la amplitud de las ondas. Así para ondas de pequeña amplitud utilizaron el valor recomendado por Shoham y Taitel ($f_{i_{(sw)}} = 0.0142$) y para "roll waves" obtuvieron un valor basado en los datos de Cheremisinoff y Davis ($f_{i_{(rw)}} = 0.03$).

El modelo físico de cero líquido para flujo tapón, corresponde al modelo de flujo tapón en tuberías horizontales presentado por Dukler y Hubbard (1975) adaptado a las condiciones de cero líquido en tuberías inclinadas hacia arriba.

La figura 2.14 muestra, en forma secuencial, el fenómeno físico estudiado en función del incremento de la velocidad del gas.

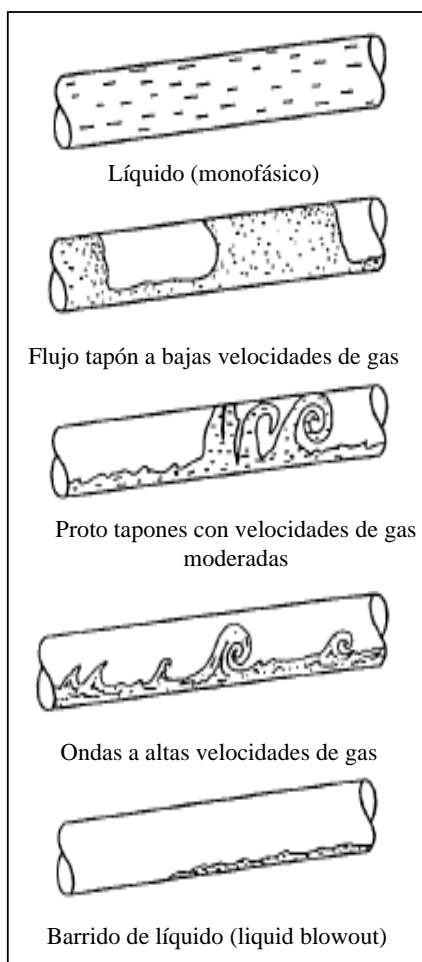


Figura 2.14 Fenómeno físico en flujo bifásico con cero flujo de líquido (modelo ZNLF)

Meng *et al* (1999) estudiaron experimentalmente el caso de flujo bifásico gas-líquido con bajo contenido de líquido, en tuberías horizontales, para patrones de flujo estratificado (liso y ondulado) y anular. Midieron experimentalmente flujo volumétrico de gas y líquido, caída de presión, temperatura, holdup de líquido y tasa de deposición de las gotas. En su trabajo incluyen el cálculo del factor de entrapamiento de líquido en flujo estratificado y una nueva relación de clausura para el cálculo del factor de fricción de la interfaz en función del patrón de flujo. En el trabajo se destacan algunos parámetros como la tasa de deposición de las

gotas, concentración de las gotas y factor de atrapamiento en la corriente de gas. Utilizaron el modelo de doble círculo propuesto por Chen *et al* (1997) para representar el comportamiento de la película de líquido en la pared de la tubería.

La metodología propuesta consiste en identificar el patrón de flujo a través del modelo de Taitel y Dukler (1976). Si resulta flujo anular, el procedimiento es explícito y consiste en resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{4}{D} f_i \frac{1}{2} \rho_G u_G^2 \quad (2.132)$$

Si resulta flujo estratificado se sugiere un proceso iterativo suponiendo un valor de holdup de líquido. Posteriormente, la fracción mojada de la pared se calcula de la ecuación de Grolman (1994).

$$\Theta = 0.624 H_L^{0.374} + N_{WeLF}^{0.25} N_{FrG}^{0.8} \frac{\rho_G}{(\rho_L - \rho_G) \cos \beta} \quad (2.133)$$

La fracción mojada de la tubería (Θ) permite calcular los parámetros geométricos asociados con el flujo estratificado: perímetro, diámetro y ángulo de la interfaz gas-líquido. Finalmente, se verifica que la ecuación del balance de momento se satisface de acuerdo con una tolerancia preestablecida.

En una orientación hacia el área operacional, Asante *et al* (1999) justificaron su estudio en la necesidad de diseñar y modelar adecuadamente las facilidades de transmisión y recolección para sistemas gas-líquido, los cuales requieren de una buena predicción tanto del patrón de flujo como del holdup de líquido y la caída de presión. Trabajaron en circuitos experimentales con tuberías de 2 y 3", usando aire/aceite para medir específicamente holdup de líquido, caída de presión y determinar el patrón de flujo. Los objetivos de su trabajo fueron los siguientes:

1. Cuantificar los efectos de la presencia de líquido en el factor de transmisión de la tubería y la caída de presión durante el transporte simultáneo de gas con bajo contenido de líquido.

2. Evaluar la aplicación del análisis monofásico en el fenómeno de flujo bifásico.
3. Establecer la cantidad de líquido crítica para la cual el análisis monofásico no es válido.
4. Determinar la forma de transportar la fase líquida en la fase continua de gas.

Según Asante *et al*, las tuberías que operan en régimen parcialmente turbulento no requieren mejorar la eficiencia de transmisión, ya que una subcapa viscosa cerca de la pared de la tubería actúa como una protección natural en contra de las irregularidades de la superficie interna y además la rugosidad de la superficie de la tubería tiene un efecto despreciable en el comportamiento del flujo. Las ineficiencias inducidas por soldaduras, accesorios, curvas, etc., al igual que el entrapamiento de líquido, afectan el comportamiento del flujo.

Las ineficiencias en la transmisión en régimen completamente turbulento fueron representadas mediante una rugosidad operativa (o efectiva) que refleja una mezcla de la resistencia a la fricción de la pared de la tubería con la resistencia a la fricción debido al arrastre inducido por accesorios.

Para flujo monofásico, usaron la siguiente ecuación:

$Q = C \left[\frac{P_1^2 - P_2^2 - E}{GLTZ} \right]^{0.5} D^{0.25} \sqrt{\frac{1}{f}}$	(2.134)
---	---------

donde:

Q : flujo, SCF/D, SCM/D

C: constante

P : Presión, Kpa

E: factor de corrección por elevación

D : diámetro

$\sqrt{\frac{1}{f}}$: factor de transmisión

f : factor de fricción de Fanning

G : gravedad específica

L : longitud de la tubería, Mkm

T : temperatura promedio, °R, K

Z : factor de compresibilidad del gas

Para cantidades de líquido de 0-10B/MMSCF de gas, los factores de transmisión tanto para flujo parcialmente turbulento como completamente turbulentos requieren ser modificados para cuantificar el incremento de presión debido a la presencia de líquido.

El factor de transmisión propuesto por la AGA para flujo completamente turbulento es:

$\sqrt{\frac{1}{f}} = 4 \log_{10} (3.7D / K_e)$	(2.135)
---	---------

donde:

Ke : rugosidad efectiva, 10⁻⁶ pulgadas, micrones

Para flujo parcialmente turbulento la expresión correspondiente es:

$\sqrt{\frac{1}{f}} = 4D_f \text{Log} \left[\frac{Nre}{1.4126\sqrt{1/f}} \right]$	(2.136)
--	---------

La rugosidad efectiva (Ke) cuenta para las ineficiencias de flujo en régimen completamente turbulento y D_f cuenta para ineficiencias en régimen parcialmente turbulento. Así, para cuantificar el efecto del líquido en la caída de presión será apropiado relacionar la cantidad de líquido al factor de arrastre para flujo parcialmente turbulento y a la rugosidad efectiva para flujo completamente turbulento.

Para cantidades de líquido entre 10-100 B/MMSCF de gas en flujo bifásico estratificado recomendaron un enfoque bifásico. La diferencia entre la metodología propuesta ahora y la propuesta por otros autores consiste en como se

trata la fracción de líquido presente en forma de película de líquido (L_f). Una vez determinado el holdup de líquido, si no existe entrampamiento, $H_L = L_f$ (el líquido fluye en forma de película). Si existe entrampamiento, entonces $E_t = H_L - L_f$.

Finalmente, la caída de presión se obtiene usando el enfoque de Taitel y Dukler, donde se desprecia el efecto debido a la aceleración y se utilizan los mismos parámetros geométricos.

El principal aporte de esta investigación consistió en la cantidad de datos generados experimentalmente y en la cuantificación de la “baja cantidad de líquido” usada como criterio para este trabajo. El factor de eficiencia mencionado fue tratado acorde con el régimen de flujo presente en la tubería.

Siguiendo con los aportes en este tópico, Badie *et al* (2000) presentaron los resultados para flujo bifásico aire-agua y aire-aceite (viscosidad: 40 MPa s y tensión superficial: 32 mN/m) en tubería horizontal, en términos del gradiente de presión y del holdup de líquido. La data colectada fue comparada con los modelos ARS y “doble círculo”. Los resultados obtenidos indican que existe un considerable incremento del gradiente de presión en comparación con los valores medidos para flujo de gas (monofásico). Ambos modelos resultan razonables para aire-agua a altas tasas de flujo. Sin embargo, los resultados obtenidos para bajas velocidades de gas y para aire-aceite no fueron satisfactorios.

Un año más tarde, Badie *et al* realizaron una descripción mas detallada del comportamiento de flujo bifásico gas-líquido a través de una técnica de visualización axial en un circuito experimental, para sistemas aire-agua y aire-aceite (40 mPa). Delimitaron su estudio a la región con velocidades de gas relativamente altas (15, 20 y 25 m/s) y bajo contenido de líquido en una tubería de 3" de diámetro, para observar principalmente el entrampamiento de líquido.

De acuerdo con las observaciones realizadas, concluyeron que el rompimiento intermitente de las ondas en el fondo de la tubería es la causa principal de la presencia de líquido entrampado en la corriente de gas. Muchas de las gotas de líquido tienen un componente de velocidad transversal significativo que les permite alcanzar la región superior de la tubería antes que ocurra la deposición. A través de la cámara de alta velocidad utilizada, demostraron que el líquido en la película desciende a través de la pared de la tubería y que la misma se forma exclusivamente por la deposición de las gotas.

Observaron un mayor número de gotas de líquido entrampadas en el gas en el sistema aire-aceite en comparación con el caso agua-aire, para las mismas velocidades superficiales de líquido y gas, como se muestra en la figura 2.15.

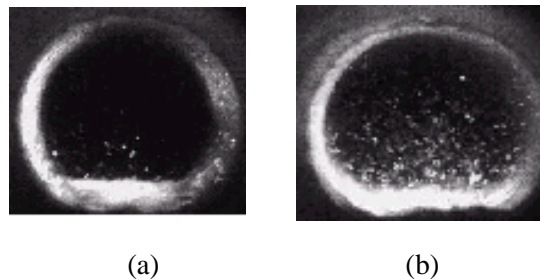


Figura 2.15 Imágenes de los sistemas estudiados por Badie *et al* (2001), $V_{SL} = 0.02$ m/s, $V_{SG} = 20$ m/s: (a) agua -aire, (b) aceite-aire.

El tamaño de las gotas es el resultado de la competencia entre la influencia de la tensión superficial y los esfuerzos turbulentos en el gas. Los esfuerzos tienden a interrumpir las gotas que son más pequeñas a medida que la velocidad del gas aumenta, resultando el tamaño de las gotas sensible a la velocidad superficial de líquido.

Concluyeron que el entrampamiento de líquido en el gas a altas velocidades de gas se debe probablemente al alto esfuerzo de corte de la interfaz. El efecto del incremento de la velocidad de líquido se traduce en el aumento de la profundidad

y el ancho de la capa de líquido y en la posibilidad que se formen ondas de larga amplitud, favoreciendo la aparición del fenómeno.

Anselmi (2003), al igual que Paras *et al* (1994) y Vlachos *et al* (1997), confirmó a través de observaciones visuales (en sistemas agua-aire y solución de glicerina-aire) la existencia de una interfaz gas-líquido que se incrementa a medida que aumenta la velocidad del gas y se desvía significativamente de la forma plana. Planteó representar la interfaz suponiendo una condición de mojado perfecto ($\theta = 0$) y modelando las zonas curvas que se forman alrededor de las paredes de la tubería como casquetes esféricos. Para estimar el holdup de líquido propuso la siguiente expresión matemática:

$H_L = H_L^p + 2 \cdot H_L^c$	(2.137)
-------------------------------	---------

Donde H_L^c , representa la contribución del holdup total de las zonas cóncavas que se forman en las proximidades de la pared de la tubería y se calcula de la siguiente manera:

$H_L^c = \frac{4h_c^2 - \pi h_c^2}{\pi D^2}$	(2.138)
--	---------

El holdup correspondiente a la zona plana, se calcula de:

$H_L^p = \frac{\theta - \text{sen } \theta}{2\pi}$	(2.139)
--	---------

donde:

$\theta = 2 \cos^{-1} \left(1 - 2 \frac{h_L}{D} \right)$	(2.140)
---	---------

Como resultado, Anselmi determinó que para el sistema agua-aire, el holdup de líquido de las regiones cóncavas representa aproximadamente 5% del holdup total, mientras que para el sistema solución de glicerina-aire, la contribución es de 1,5% al valor total de la retención de líquido, debido a la viscosidad de la fase líquida.

Los modelos mencionados representan lo que se ha publicado hasta la fecha. Las diferencias encontradas obedecen a la forma como se consideró la interfaz gas-líquido en cada enfoque y como se estimaron los esfuerzos, factores de fricción y perímetros de la interfaz y de las fases líquido y gas. Aunque existen correlaciones y modelos que permiten mejorar la predicción de las pérdidas de presión en tuberías y el fenómeno ha sido observado a escala experimental, no se reportan comparaciones con datos reales de campo.

CAPITULO III:
FUNDAMENTOS DE REDES DE
TUBERÍAS

3. FUNDAMENTOS DE REDES DE TUBERÍAS

3.1 Definición de Redes de tuberías

Una red de tuberías es un arreglo de tuberías conectadas entre sí. Las redes de tuberías se clasifican en abiertas, cerradas y mixtas. Una red abierta es un arreglo de tuberías conectadas unas a las otras, de manera que no forman lazos entre ellas (figura 3.1a). Una red cerrada está constituida por lazos de tuberías (figura 3.1b), perteneciendo cada una de ellas a uno o más lazos de la red. La combinación entre redes abiertas y cerradas forman una red mixta (figura 3.1c).

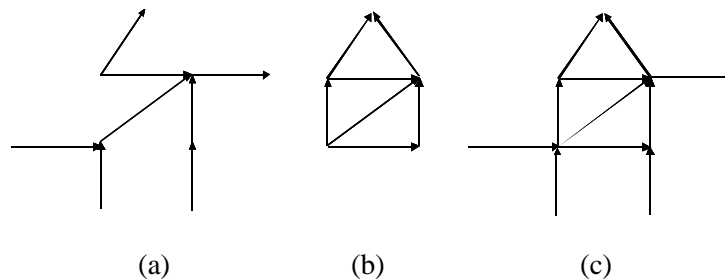


Figura 3.1 Clasificación de las redes de tuberías: (a) Abiertas; (b) Cerradas y (c) Mixtas

El punto de interconexión entre dos o más tuberías o los extremos de las mismas se denomina nodos. En este análisis, los nodos se representan con un paréntesis y se identifican mediante un carácter numérico. De manera similar a los nodos, se identifican las tuberías, representadas por corchetes. La representación e identificación de los nodos y tuberías se realiza de manera arbitraria, por conveniencia se enumeran en forma consecutiva.

3.2 Estructura de una red de tuberías

La solución de problemas asociados al comportamiento dinámico y termodinámico de un fluido en una red de tuberías, además de las ecuaciones fundamentales que rigen su comportamiento, requiere de la representación e interpretación de las mismas mediante un algoritmo de cálculo que permita

resolver la red en el computador. La teoría de grafos (Osiadacz, 1987) permite representar e interpretar cualquier estructura de una red de una manera sencilla, a través de las incidencias entre los componentes de la red (nodos, tuberías, lazos).

Una red consiste de un conjunto de tuberías $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ interconectadas entre sí por medio de nodos (n_i, n_f) que constituyen el conjunto de los nodos de la red $N = \{n_1, n_2, \dots, n_n\}$. Así una red se representa a través de un conjunto formado por dos subconjuntos pertenecientes a las tuberías y a los nodos.

$R = \{T, N\}$	(3.1)
----------------	-------

donde:

$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, \dots, t_{n-1}, t_n\}$	(3.2)
---	-------

$N = \{n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, \dots, n_{n-1}, n_n\}$	(3.3)
---	-------

Esta manera de expresar una red es conocida como grafo. Los elementos de la red (tuberías y nodos) pueden mostrarse de manera ordenada o desordenada.

En la simulación de una red de tuberías se supone que todas las tuberías, nodos e interconexiones están identificados. La orientación del flujo en las tuberías se fundamenta en la dirección de las tuberías, definida por el sentido de flujo original entre sus nodos extremos.

3.2.1 Representación de una red

Una matriz es la manera más sencilla y útil de representar un grafo de una red de tuberías. Las matrices por si solas permiten manipulaciones matemáticas. La contribución de las matrices a la formulación de los sistemas de ecuaciones que gobiernan una red de tuberías será ejemplificada sobre la red mostrada en la figura 3.2.

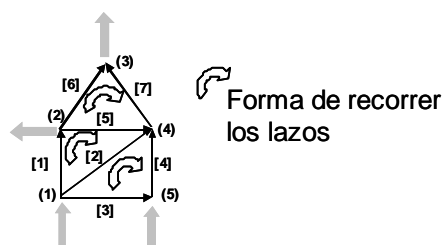


Figura 3.2 Grafo de una red de tuberías

En una red es necesario seleccionar un nodo de referencia para construir su dendrita. Matemáticamente, el nodo de referencia es considerado independiente de los otros nodos, y por ende, los nodos restantes y las tuberías de la red se consideran dependientes del nodo raíz (nodo de referencia). Para la representación de los niveles de presión en los nodos de una red de tuberías es necesario conocer la presión en al menos uno de sus nodos, razón por la cual este nodo puede ser considerado como nodo raíz.

Para representar e interpretar una red, es necesario asignarle direcciones a cada tubería y lazos que forman la red. Esta asignación se realiza en forma arbitraria. Por ejemplo, se puede asignar la dirección de una tubería igual al sentido del flujo que circula por ella, definida originalmente por sus nodos extremos y a los lazos se le asigna la dirección del flujo que circula por la cuerda correspondiente. Si el sentido del flujo en la tubería coincide con el sentido seleccionado para recorrer el lazo a la cual pertenece, se considera positivo; en caso contrario sería negativo.

3.2.2 Generación de la dendrita de una red

Una vez establecidas las incidencias entre los elementos fundamentales de una red de tuberías (nodos, tuberías y lazos), se procede a identificar las tuberías que forman los lazos de la red. Para ello es necesario encontrar una manera de conectar los nodos de una red sin formar lazos. Para generar la dendrita se utilizan varios métodos, dos de los métodos más utilizados son el método *DFS* (*Depth First Search*) y el método *BFS* (*Breadth First Search*).

Este método *DFS* consiste en seleccionar la primera tubería incidente a un nodo, moverse al otro extremo de la tubería y, a partir de este nodo, seleccionar la primera tubería incidente. Este procedimiento de búsqueda se repite hasta que todos los nodos de la red han sido recorridos (Osiadacz, 1987).

Por otro lado, el método *BFS* consiste en seleccionar un nodo n_v que pertenece a la red y determinar todos los nodos n_u incidentes al nodo n_v . Luego que el primer nodo n_u es seleccionado, el proceso de búsqueda continúa hasta seleccionar todos los nodos de la red. Este método analiza cada nodo de la red una sola vez.

Es importante destacar que el conjunto de tuberías que forman la dendrita y las cuerdas son diferentes cuando se generan por los métodos *DFS* y *BFS*. Por lo tanto, los sistemas de ecuaciones a estructurar para cada red son diferentes. Por esta razón es necesario desarrollar una metodología que permita conocer las tuberías que forman los lazos de la red y definir la manera de recorrerlos. Esto se obtiene mediante el análisis de los métodos de generación de lazos en una red.

3.2.3 Generación de los lazos de una red

Una vez conocida la dendrita de una red de tuberías, es posible conocer el conjunto de tuberías que la forman y el resto de las tuberías que pertenecen a la red, pero que no pertenecen a la dendrita, estas tuberías constituyen el conjunto de las cuerdas.

Como método de referencia se tiene el descrito por Paton (1969), el cual se fundamenta en los métodos *DFS* y *BFS* para generar los lazos de una red, al igual que lo hicieron Hyman y Jones (1997) y Oziadacz y Rudowski (1986). Otras metodologías difieren en la forma de determinar la dendrita de la red, como por ejemplo, la propuesta alternativa de Hyman y Jones, que sugiere generar la dendrita de acuerdo a la secuencia de las cuerdas.

3.3 Ecuaciones fundamentales para flujo en redes de tuberías

Las ecuaciones básicas que permiten establecer el sistema de ecuaciones que representa una red de tuberías son: ecuación de continuidad en los nodos de la red, ecuación de continuidad en una tubería, ecuación de la energía en las tuberías (balance de energía mecánica) y la ecuación de la energía en los lazos de tuberías.

3.3.1 Ecuación fundamental de flujo de fluidos en una tubería

Como quedó establecido en el capítulo 2, la ecuación fundamental para flujo de fluidos en una tubería está representada por:

$Q = K \sqrt{\frac{(H_I - H_F)}{f}} D^5$	(3.4)
--	-------

3.3.2 Redes de Tuberías

Las ecuaciones fundamentales para redes de tuberías se generan en función del tipo de red de tuberías en estudio: redes abiertas y redes cerradas.

3.3.2.1 Redes abiertas de tuberías

Entre los arreglos típicos que constituyen un esquema de redes abiertas se tienen sistemas de distribución y sistemas de recolección de fluidos. La figura 3.3 muestra posibles esquemas de estos tipos de redes.

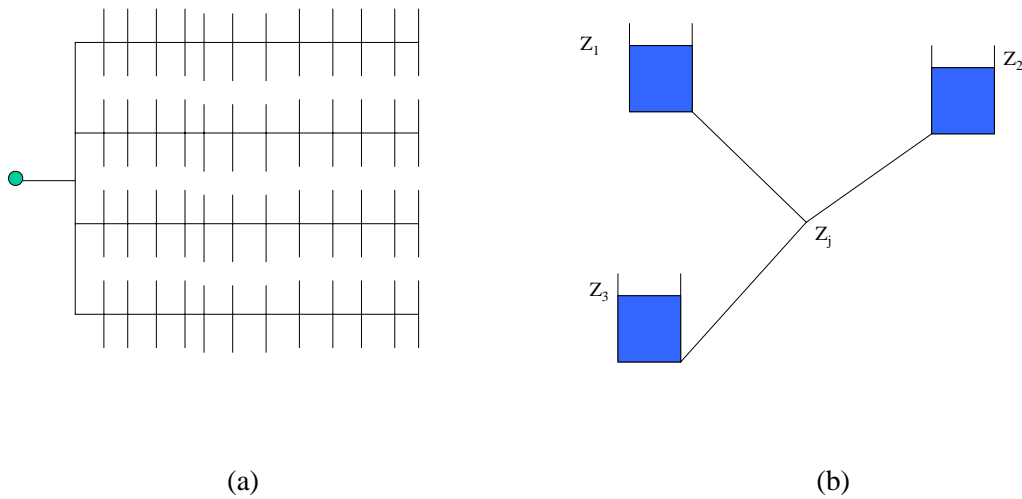


Figura 3.3 Ejemplos típicos de redes abiertas: (a) Red de distribución tipo riego y (b) Red de distribución entre tanques

En la primera, se presenta una red de distribución de agua (red de riego) o una red de recolección desde varios centros productores hacia un centro de consumo y una red de recolección desde varios tanques, como se puede presentar en un patio de tanques cuando se recolecta el agua y/o el petróleo luego del proceso de deshidratación.

En general, el problema consiste en determinar las tasas de flujo o caudales en cada una de las tuberías que forman la red y los niveles de energía en los nodos para condiciones estacionarias, suponiendo que se conocen las tasas de flujo y las propiedades de los fluidos que alimentan o se extraen de la red. La ecuación fundamental para el análisis de este tipo de red de tuberías se obtiene combinando las ecuaciones del balance de la energía mecánica en cada tubería y la ecuación de continuidad en los diferentes nodos de la red.

Ecuación del balance de la energía para una tubería i :

$$H_i - \left(\frac{Q_{sc}^2 f}{K^2 D^5} \right)_i = H_F \quad (3.5)$$

$$H_F = H_I - \left(\frac{Q_{sc}^2 f}{K^2 D^5} \right)_i \quad (3.6)$$

$$H_F = H_I - \left(\frac{Q_{sc}^2 f}{K^2 D^5} \right)_i = H_I - (K Q_{sc}^2)_i \quad (3.7)$$

con:

$$K_i = \left(\frac{f}{K^2 D^5} \right)_i \quad (3.8)$$

Luego, para las tuberías en serie, se tiene:

$$H_{I+1} = H_I - K_i Q_i^2 \quad (3.9)$$

$$H_{I+2} = H_{I+1} - K_{i+1} Q_{i+1}^2 \quad (3.10)$$

En forma general, para una tubería entre dos nodos consecutivos N y N+1, se cumple:

$$H_{N+1} = H_N - K_n Q_n^2 \quad (3.11)$$

Así, para tres nodos consecutivos:

$$H_{i+2} = H_i - K_i Q_i^2 - K_{i+1} Q_{i+1}^2 = H_i - K_i Q_i^2 - K_{i+1} Q_{i+1}^2 \quad (3.12)$$

$$H_{i+2} = H_i - \sum_{i=1}^{j-1} K_i Q_i^2, \quad j = i + 2$$

En general:

$$H_j = H_I - \sum_{i=1}^{j-1} K_i Q_i^2 \quad (3.13)$$

Cuando se desea conocer la capacidad de la red conociendo los niveles de energía en los extremos, se tiene:

$$H_{J+1} = H_I - \sum_{i=1}^j K_i Q_i^2 \quad (3.14)$$

La solución de la ecuación anterior, se obtiene mediante un proceso iterativo (Jepson, 1976; Osiadacz, 1987 y Saldarriaga, 1998), que consiste en:

1. Suponer el flujo de masa en una tubería i , preferiblemente en la tubería inicial, esto es Q_i .
2. Calcular la tasa de flujo que circula por cada tubería, combinando las ecuaciones de continuidad y conociendo las tasas de flujo que alimentan o se extraen de la red.
3. Calcular la presión en el extremo final de cada tubería a partir de la ecuación del balance de energía mecánica.

Si la diferencia entre la presión calculada y la presión conocida en el extremo final se encuentra dentro de una tolerancia preestablecida, la tasa de flujo supuesta es la solución. En caso contrario, es necesario repetir los pasos 1 a 3. La perturbación del flujo (ΔQ) se puede estimar de la relación:

$$H_{J+1} = H_1 - \sum_{i=1}^j K_i (Q + \Delta q)_i^2 = H_1 - \sum_{i=1}^j K_i Q_i^2 - \sum_{i=1}^j 2K_i Q_i \Delta q_i \quad (3.15)$$

$$(H_{J+1})_D = (H_{J+1})_C - \sum_{i=1}^j 2K_i Q_i \Delta q_i \Rightarrow \Delta q_i = \frac{(H_{J+1})_C - (H_{J+1})_D}{2 \sum_{i=1}^j K_i Q_i} \quad (3.16)$$

donde el subíndice D representa el valor dado y subíndice C representa el valor calculado del nivel de la energía en el extremo final.

Redes abiertas de tuberías ramificadas

La figura 3.4 presenta una red abierta que consiste en un sistema de recolección con tuberías ramificadas.

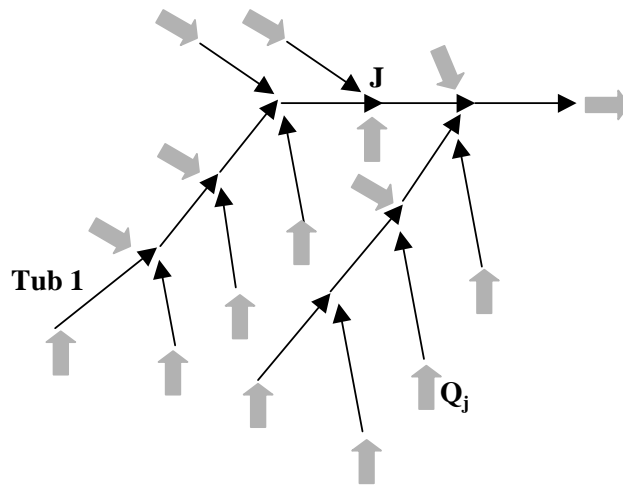


Figura 3.4 Sistema de recolección (tuberías ramificadas)

Para este tipo de redes se procede de la siguiente manera:

De la ecuación de continuidad en un nodo J se tiene:

$\sum_{i=1}^n m_i + m_j = 0$	(3.17)
------------------------------	--------

Para un mismo fluido,

$\sum_{i=1}^n Q_i + Q_j = 0$	(3.18)
------------------------------	--------

donde el subíndice i representa la tubería i , la cual tiene como nodo al nodo J .

El flujo que llega al nodo a través de una tubería se considera positivo, mientras que el flujo que sale se considera negativo, de la misma manera el flujo de alimentación a la red en un nodo se considera positivo, mientras que el flujo que se extrae es negativo.

La ecuación del balance de energía mecánica establece que:

$Q_i = \sqrt{(K(H_I - H_F))_i}$	(3.19)
---------------------------------	--------

Luego,

$$\sum_{i=1}^n \sqrt{K(H_I - H_F)}_i + Q_j = 0 \quad (3.20)$$

Si H_I es el nivel de energía que se desea perturbar porque ha sido subestimada o sobreestimada y la perturbación está dada por $(\Delta H)_I$, entonces sustituyendo la perturbación en la ecuación anterior (3.20), se tiene:

$$\sum_{i=1}^n \sqrt{K((H_I - H_F) + (\Delta H)_I)}_i + Q_j = 0 \quad (3.21)$$

Del desarrollo del binomio de Newton:

$$\sum_{i=1}^n \sqrt{K} [(H_I - H_F) + (\Delta H)_I]_i^{0.5} + Q_j = 0 \quad (3.22)$$

Se tiene,

$$\sum_{i=1}^n \sqrt{K} [(H_I - H_F)^{0.5} + 0.5(H_I - H_F)^{-0.5}(\Delta H)_I]_i + Q_j = 0 \quad (3.23)$$

Desarrollando:

$$\sum_{i=1}^n \sqrt{K(H_I - H_F)}_i + 0.5 \sum_{i=1}^n \left[\frac{\sqrt{K}(\Delta H)_I}{\sqrt{(H_I - H_F)}} \right]_i + Q_j = 0 \quad (3.24)$$

Luego,

$$\sum_{i=1}^n Q_i + 0.5 \sum_{i=1}^n \left[\frac{Q}{(H_I - H_F)} \right]_i (\Delta H)_I + Q_j = 0 \quad (3.25)$$

Obteniéndose:

$$(\Delta H)_I = -2 \frac{\sum_{i=1}^n Q_i + Q_j}{\sum_{i=1}^n \left[\frac{Q}{(H_I - H_F)} \right]_i} \quad (3.26)$$

3.3.2.2 Redes cerradas de Tuberías

Las redes cerradas se caracterizan por el hecho de que todas sus tuberías pertenecen por lo menos a un lazo de la red. Esto permite garantizar que cualquier zona cubierta por la red sea alimentada simultáneamente por más de una tubería. Esto permite aumentar la confiabilidad en el proceso de suministro de fluido a un nodo determinado.

La ecuación constitutiva que permite resolver una red cerrada de tuberías, se obtiene al combinar la ecuación de continuidad en los nodos con la ecuación del balance de la energía mecánica y la ecuación de la energía en los lazos.

De la ecuación de continuidad en los nodos:

$\sum_{i=1}^n Q_i + Q_j = 0$	(3.27)
------------------------------	--------

La ecuación del balance de energía mecánica en una tubería establece que:

$Q_i = \sqrt{(K(H_I - H_F))_i}$	(3.28)
---------------------------------	--------

La combinación de la ecuación de continuidad con la de balance de energía mecánica, resulta:

$\sum_{i=1}^n \sqrt{(K(H_I - H_F))_i} + Q_j = 0$	(3.29)
--	--------

La ecuación de la energía en un lazo de la red es:

$\sum_{i=1}^n (\Delta H)_i = 0$	(3.30)
---------------------------------	--------

Combinando la ecuación de la energía en el lazo y en la tubería:

$\sum_{i=1}^n (KQ^2)_i = 0$	(3.31)
-----------------------------	--------

Si Q_i es el caudal de la tubería que se desea perturbar, porque ha sido subestimado o sobreestimado y que la perturbación está dada por $(\Delta Q)_i$, sustituyendo esta perturbación en la ecuación anterior, se tiene:

$$\sum_{i=1}^n [K(Q + \Delta Q)_i^2] = 0 \quad (3.32)$$

Despreciando los términos con potencia mayor a la unidad sobre la perturbación del caudal y desarrollando, se tiene:

$$\sum_{i=1}^n [K(Q^2 + 2Q\Delta Q)] = 0 \quad (3.33)$$

Luego,

$$\sum_{i=1}^n KQ_i^2 + 2K(Q\Delta Q)_i = 0 \quad (3.34)$$

$$\sum_{i=1}^n (KQ^2)_i + \sum_{i=1}^n 2(Q\Delta Q)_i = 0 \Rightarrow (\Delta Q)_i = \frac{\sum_{i=1}^n (KQ^2)_i}{2\sum_{i=1}^n (KQ)_i} \quad (3.35)$$

De allí,

$$(\Delta Q)_i = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta H)_i}{2\sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta H}{Q}\right)_i} \quad (3.36)$$

3.4 Formulación de las ecuaciones fundamentales para redes de tuberías

La ecuación fundamental para el flujo estacionario de un fluido a través de una tubería se puede expresar de la manera siguiente:

$$Q_i = \sqrt{(K(H_I - H_F))_i} \Rightarrow Q_i = f(\Delta H)_i \quad (3.37)$$

$(\Delta H)_i = K_i Q_i^2 \Rightarrow (\Delta H)_i = f(Q_i^2)$	(3.38)
--	--------

La ecuación de balance de energía mecánica para el flujo de fluido a través de una tubería se expresa mediante:

$Q_t = S_{ij} \sqrt{(S_{ij} K_t (H_I - H_F))_i}$	(3.39)
--	--------

con:

$$S_{ij} = 1 \quad \text{si } H_I > H_F$$

$$S_{ij} = -1 \quad \text{si } H_F > H_I$$

De allí que la ecuación de continuidad en un nodo n se pueda expresar de la siguiente manera:

$\sum Q_t + Q_n = 0$	(3.40)
----------------------	--------

$\sum A_{nt} Q_t + Q_n = 0$	(3.41)
-----------------------------	--------

con:

$$A_{nt} = 1 \quad , \quad \text{si la tubería t llega al nodo n}$$

$$A_{nt} = -1 \quad , \quad \text{si la tubería t sale del nodo n}$$

De la misma manera la ecuación de la energía en un lazo l se puede expresar como:

$\sum (\Delta H)_t + Q_n = 0$	(3.42)
-------------------------------	--------

$\sum B_{lt} (\Delta H)_t = 0$	(3.43)
--------------------------------	--------

con:

$B_{lt} = 1$, si el sentido del flujo en la tubería t coincide con el sentido de recorrido del lazo l.

$B_{lt} = -1$, si el sentido del flujo en la tubería t no coincide con el sentido de recorrido del lazo l.

3.5 Formulación del sistema de ecuaciones

El sistema de ecuaciones que permite resolver una red de tuberías se fundamenta en la aplicación de la ecuación de continuidad y energía en nodos, tuberías y lazos. Esto hace posible formular dicho sistema de diferentes formas en función de la variable que se desea conocer: tasa de flujo y caída de presión en las tuberías o nivel de presión en los nodos de la red.

Dependiendo del tipo de red en estudio, el sistema de ecuaciones se puede estudiar a través de la formulación Nodal, formulación tipo Lazo, formulación Mixta ó formulación de las Cuerdas.

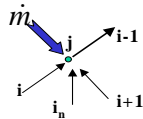
La solución del sistema de ecuaciones, obtenidas a partir de los diferentes tipos de formulación, se alcanza mediante técnicas numéricas como el método de Sustituciones sucesivas ó Hardy-Cross, el método de solución simultánea, entre otros.

En este trabajo se emplea la formulación mixta para generar el sistema de ecuaciones. De tal manera que se aplican la ecuación de continuidad en los nodos, la ecuación del balance de la energía en los lazos y la ecuación del balance de energía mecánica en las tuberías que forman la red. Como técnica de solución se emplea el método de solución simultánea del sistema de ecuaciones, con el método de Newton-Rhapon como herramienta para acelerar la convergencia de la solución.

La formulación mixta se fundamenta en la aplicación de la ecuación de continuidad en los nodos, la ecuación del balance de la energía en los lazos y la ecuación del balance de energía mecánica en las tuberías que forman la red. El sistema de ecuaciones puede ser expresado en función de la tasa de flujo de masa que circula por cada tubería de la red o en función de la diferencia de los niveles de energía entre los nodos extremos de las tuberías que pertenecen a la red.

En forma general, se pueden expresar:

I. Ecuación de continuidad en los nodos:



$\sum_{i=1}^n \dot{m}_i + \dot{m}_j = 0$	(3.44)
--	--------

donde i se refiere a la tubería que tiene incidencia con el nodo j .

II. Ecuación de balance de energía en los lazos de la red:

$\sum_{i=1}^{n_l} (\Delta H)_i = 0$	(3.45)
-------------------------------------	--------

donde i se refiere a la tubería que pertenece al lazo l .

III. Ecuación de balance de energía mecánica

$m_i = \left(K \sqrt{H_I - H_F} \right)_i$	(3.46)
---	--------

La expresión para la diferencia de los niveles de energía entre los extremos de una tubería se obtiene a partir de la ecuación (3.46).

$(\Delta H)_i = \left(K m^2 \right)_i$	(3.47)
---	--------

Combinando las ecuaciones (3.44) a (3.46) se obtiene el sistema de ecuaciones para el sistema de tuberías en base al flujo de masa que circula por cada una de las tuberías o en base a la diferencia de los niveles de energía entre los nodos extremos de las tuberías.

En base al flujo de masa, el sistema de ecuaciones se obtiene de:

$\sum_{i=1}^n m_i + m_j = 0$	(3.48)
------------------------------	--------

$\sum_{i=1}^{n_l} (Km^2)_i = 0$	(3.49)
---------------------------------	--------

Con base en la diferencia de los niveles de energía entre los nodos extremo, el sistema de ecuaciones se obtiene de:

$\sum_{i=1}^n (K\sqrt{(\Delta H)})_i + m_j = 0$	(3.50)
---	--------

$\sum_{i=1}^{n_l} (\Delta H)_i = 0$	(3.51)
-------------------------------------	--------

El sistema de ecuaciones que se genera aplicando las ecuaciones (3.48) y (3.49) o (3.50) y (3.51) es un sistema de ecuaciones no lineal y representa el método de formulación mixta. Para generar este sistema de ecuaciones, es necesario conocer las incidencias entre las tuberías y los nodos de la red, así como las tuberías que pertenecen a un determinado lazo, la forma de recorrer el lazo y el sentido del flujo del fluido en las tuberías que pertenecen a dicho lazo.

La solución del sistema de ecuaciones establecido por la aplicación de las ecuaciones (3.48) y (3.49) en cada nodo y lazo de la red, respectivamente, o las ecuaciones (3.50) y (3.51), se obtiene de aproximaciones de los valores de los flujos de masa o de la diferencia de los niveles de energía entre los extremos en cada tubería. En cada una de las aproximaciones o iteraciones, el miembro izquierdo de estas ecuaciones no es igual a cero, ya que los valores de los niveles de flujo de masa o niveles de energía son solo aproximaciones de sus valores reales. Es decir, los flujos de masa calculados a partir del sistema de ecuaciones no satisfacen necesariamente las ecuaciones de continuidad en cada nodo y las ecuaciones de energía en cada lazo de la red.

Por lo anterior, en el proceso de convergencia es necesario definir una función error que represente el balance en las ecuaciones de continuidad en cada nodo y energía en los lazos:

$$f(e) = \sum_{i=1}^n m_i + m_j \quad (3.52)$$

$$f(e) = \sum_{i=1}^{n_T} (Km^2)_i \quad (3.53)$$

$$\sum_{i=1}^n (K\sqrt{(\Delta H)})_i + m_j = 0 \quad (3.54)$$

$$\sum_{i=1}^{n_T} (\Delta H)_i = 0 \quad (3.55)$$

Como ya se mencionó, la solución del sistema de ecuaciones generado a partir de los diferentes tipos de formulación descritos, se obtiene mediante técnicas de solución como el método de Sustituciones Sucesivas o Hardy-Cross y el método de Solución Simultánea del sistema de ecuaciones, entre otros.

3.5.1 Generación del sistema de ecuaciones basado en la formulación mixta

Para la generación del sistema de ecuaciones a partir de la formulación mixta es necesario disponer de las matrices de incidencias entre las tuberías y los nodos, así como también la incidencia correspondiente entre lazos y tuberías. Para explicar la generación del sistema de ecuaciones se tomara como ejemplo la figura 3.5.

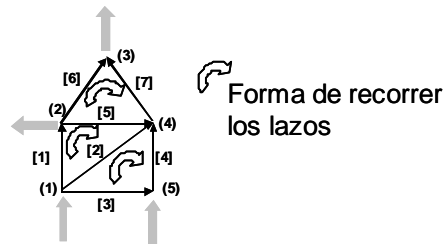


Figura 3.5 Ejemplo para generar el sistema de ecuaciones con la formulación mixta

Aplicando la ecuación de continuidad en los nodos de la red, se tiene:

Nodo 1: $-m_{[1]} - m_{[2]} - m_{[3]} + m_{(1)} = 0$	(3.56)
--	--------

Nodo 2: $m_{[1]} - m_{[5]} - m_{[6]} - m_{(2)} = 0$	(3.57)
---	--------

Nodo 3: $m_{[6]} + m_{[7]} - m_{(3)} = 0$	(3.58)
---	--------

Nodo 4: $m_{[2]} + m_{[4]} + m_{[5]} - m_{[7]} = 0$	(3.59)
---	--------

Nodo 5: $m_{[3]} - m_{[4]} + m_{(5)} = 0$	(3.60)
---	--------

Si el sistema de ecuaciones se estructura de tal manera que en el miembro izquierdo se agrupen las tasas de flujo circulante por las tuberías y en el derecho la tasa de flujo externa (intercambio con el medio ambiente), se tiene:

$-m_{[1]} - m_{[2]} - m_{[3]} = -m_{(1)}$	(3.61)
---	--------

$m_{[1]} - m_{[5]} - m_{[6]} = m_{(2)}$	(3.62)
---	--------

$m_{[6]} + m_{[7]} = m_{(3)}$	(3.63)
-------------------------------	--------

$m_{[2]} + m_{[4]} + m_{[5]} - m_{[7]} = 0$	(3.64)
---	--------

$m_{[3]} - m_{[4]} = -m_{[5]}$	(3.65)
--------------------------------	--------

La representación en forma matricial de la ecuación de continuidad se obtiene mediante la matriz de incidencia (A):

$A = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	(3.66)
--	--------

Los vectores que representan los flujos de masa a través de la tubería (m) y los nodos (L), son los siguientes:

Flujo de masa en las tuberías

Flujo de masa en los nodos

$\begin{vmatrix} m_{[1]} \\ m_{[2]} \\ m_{[3]} \\ m_{[4]} \\ m_{[5]} \\ m_{[6]} \\ m_{[7]} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} m_{(1)} \\ m_{(2)} \\ m_{(3)} \\ m_{(4)} \\ m_{(5)} \end{vmatrix}$	(3.67)
---	---	--------

Combinando las expresiones matriciales para la incidencia entre nodos y tuberías, y los vectores que representan los flujos de masa a través de la tubería y los nodos, se logra obtener el sistema de ecuaciones descrito por las ecuaciones de continuidad en los nodos:

$\begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{matrix} \mathbf{m}_{[1]} \\ \mathbf{m}_{[2]} \\ \mathbf{m}_{[3]} \\ \mathbf{m}_{[4]} \\ \mathbf{m}_{[5]} \\ \mathbf{m}_{[6]} \\ \mathbf{m}_{[7]} \end{matrix} = - \begin{matrix} \mathbf{m}_{(1)} \\ \mathbf{m}_{(2)} \\ \mathbf{m}_{(3)} \\ \mathbf{m}_{(4)} \\ \mathbf{m}_{(5)} \end{matrix}$	(3.68)
--	---	--------

Es decir,

A m = -L	(3.69)
-----------------	--------

Donde:

A : Matriz de incidencia nodos-tuberías.

m = vector de flujo de masa en tuberías

L = vector de flujo de masa en los nodos

Aplicando la ecuación de la energía en cada lazo de la red, se tiene:

Lazo I: $(Km^2)_{[2]} - (Km^2)_{[3]} - (Km^2)_{[4]} = 0$	(3.70)
--	--------

Lazo II: $(Km^2)_{[1]} - (Km^2)_{[2]} + (Km^2)_{[5]} = 0$	(3.71)
---	--------

Lazo III: $-(Km^2)_{[5]} + (Km^2)_{[6]} - (Km^2)_{[7]} = 0$	(3.72)
---	--------

La representación, en forma matricial, de la ecuación de energía en cada lazo de la red se obtiene mediante la matriz de incidencia lazo – tuberías y las expresiones del balance de energía mecánica en función del flujo de masa.

La matriz de incidencia lazos – tuberías (C) está definida por:

$$C = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad (3.73)$$

Esto es, usando la representación para las matrices descritas por las tasas de flujo de masa circulante en cada tubería y para el balance de energía en cada lazo, representados en forma de vectores m y C , respectivamente.

Flujo de masa en las tuberías Balance de la energía en los lazos

$$\begin{vmatrix} m_{[1]} \\ m_{[2]} \\ m_{[3]} \\ m_{[4]} \\ m_{[5]} \\ m_{[6]} \\ m_{[7]} \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (3.74)$$

Expresando el balance de energía en función del flujo de masa, que circula por cada tubería se tiene:

$$\begin{vmatrix} 0 & (Km)_{[2]} & -(Km)_{[3]} & -(Km)_{[4]} & 0 & 0 & 0 \\ (Km)_{[1]} & -(Km)_{[2]} & 0 & 0 & (Km)_{[5]} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(Km)_{[5]} & (Km)_{[6]} & -(Km)_{[7]} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} m_{[1]} \\ m_{[2]} \\ m_{[3]} \\ m_{[4]} \\ m_{[5]} \\ m_{[6]} \\ m_{[7]} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (3.75)$$

Luego, la expresión del sistema de ecuaciones basado en la metodología mixta es:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{m} = -\mathbf{L} \quad (3.76)$$

$$\mathbf{K} \mathbf{m} \cdot \mathbf{m} = \mathbf{E} \quad (3.77)$$

Donde:

K = vector de los coeficientes correspondientes a cada tubería en los lazos

m = vector de flujo de masa en las tuberías

E = vector balance de energía en los lazos

El sistema de ecuaciones para la formulación mixta expresado en forma de matriz esta dado por:

$$\begin{array}{ccccccc|cccc}
 -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{[1]} & m^{(1)} \\
 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & m_{[2]} & m^{(2)} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & m_{[3]} & m^{(3)} \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & m_{[4]} & m^{(4)} \\
 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & m_{[5]} & m^{(5)} \\
 0 & (Km)_{[2]} & -(Km)_{[3]} & -(Km)_{[4]} & 0 & 0 & 0 & m_{[6]} & 0 \\
 (Km)_{[1]} & -(Km)_{[2]} & 0 & 0 & (Km)_{[5]} & 0 & 0 & m_{[7]} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -(Km)_{[5]} & (Km)_{[6]} & -(Km)_{[7]} & & 0
 \end{array} \quad (3.78)$$

El sistema de ecuaciones indica que se tiene mayor número de ecuaciones que de incógnitas, éstas representadas por las tasas de flujo circulante por cada tubería de la red. Esto se debe a que no se ha considerado que el nivel de energía en algún nodo de la red es conocido y que una de las ecuaciones de continuidad es dependiente de las otras, es decir, se desconoce una de las tasas de flujo externas en un determinado nodo de la red.

Luego, la función error establecida por la ecuación (3.53) se puede expresar por:

$$f(e) = Am + L \quad (3.79)$$

$$f(e) = km^2 - E \quad (3.80)$$

La solución de la ecuación se obtiene al suponer una distribución inicial de m . Esta aproximación es corregida inmediatamente hasta que la solución sea

alcanzada. En el proceso iterativo las ecuaciones de continuidad y energía no se satisfacen (igual a cero). El proceso finaliza cuando dicha ecuación sea menor o igual a la tolerancia permitida. Expresando la función error para cada nodo y cada lazo de la red, se tiene:

Nodo 1: $f(e_1) = -m_{[1]} - m_{[2]} - m_{[3]} + m_{(1)}$	(3.81)
---	--------

Nodo 2: $f(e_2) = m_{[1]} - m_{[5]} - m_{[6]} - m_{(2)}$	(3.82)
--	--------

Nodo 3: $f(e_3) = m_{[6]} + m_{[7]} - m_{(3)}$	(3.83)
--	--------

Nodo 4: $f(e_4) = m_{[2]} + m_{[4]} + m_{[5]} - m_{[7]}$	(3.84)
--	--------

Nodo 5: $f(e_5) = m_{[3]} - m_{[4]} + m_{(5)}$	(3.85)
--	--------

Lazo I: $f(e_6) = (Km^2)_{[2]} - (Km^2)_{[3]} - (Km^2)_{[4]} = 0$	(3.86)
---	--------

Lazo III: $f(e_8) = -(Km^2)_{[5]} + (Km^2)_{[6]} - (Km^2)_{[7]} = 0$	(3.87)
--	--------

La solución del sistema de ecuaciones (3.80) a (3.86) se obtiene mediante un proceso iterativo. Para acelerar el proceso de convergencia, se utiliza la metodología de Newton-Raphson definida por la relación entre el valor del vector \mathbf{m} en la iteración I+1 a partir de los valores de dicho vector y el de su cambio en la iteración I, relacionados por:

$m^{I+1} = m^I + (\delta m)^I$	(3.88)
--------------------------------	--------

El término $\delta \mathbf{m}$ se obtiene de la relación:

$J^I (\delta m)^I = -[f(e)]^I$	(3.89)
--------------------------------	--------

Donde la matriz J está dada por la matriz del Jacobiano definido por:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(e_1)}{\partial m_{[1]}} & \frac{\partial f(e_1)}{\partial m_{[2]}} & \cdots & \frac{\partial f(e_1)}{\partial m_{[n]}} \\ \frac{\partial f(e_2)}{\partial m_{[1]}} & \frac{\partial f(e_2)}{\partial m_{[2]}} & \cdots & \frac{\partial f(e_2)}{\partial m_{[n]}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f(e_{n-1})}{\partial m_{[1]}} & \frac{\partial f(e_{n-1})}{\partial m_{[2]}} & \cdots & \frac{\partial f(e_{n-1})}{\partial m_{[n]}} \\ \frac{\partial f(e_n)}{\partial m_{[1]}} & \frac{\partial f(e_n)}{\partial m_{[2]}} & \cdots & \frac{\partial f(e_n)}{\partial m_{[n]}} \end{pmatrix} \quad (3.90)$$

Una vez conocidas las expresiones para $\frac{\partial f(e)}{\partial m}$, se puede generar la matriz correspondiente al Jacobiano. Para el caso en estudio, se tiene:

$$J = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} & J_{16} & J_{17} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} & J_{26} & J_{27} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36} & J_{37} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} & J_{46} & J_{47} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} & J_{56} & J_{57} \\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & J_{64} & J_{65} & J_{66} & J_{67} \\ J_{71} & J_{72} & J_{73} & J_{74} & J_{75} & J_{76} & J_{77} \\ J_{81} & J_{82} & J_{83} & J_{84} & J_{85} & J_{86} & J_{87} \end{pmatrix} \quad (3.91)$$

Con:

$$\begin{aligned} J_{11} &= \frac{\partial f(e_1)}{\partial m_{[1]}} & ; & & J_{12} &= \frac{\partial f(e_1)}{\partial m_{[2]}} \cdot \cdots \cdot & & & J_{17} &= \frac{\partial f(e_1)}{\partial m_{[7]}} \\ J_{21} &= \frac{\partial f(e_2)}{\partial m_{[1]}} & ; & & J_{22} &= \frac{\partial f(e_2)}{\partial m_{[2]}} \cdot \cdots \cdot & & & J_{27} &= \frac{\partial f(e_2)}{\partial m_{[7]}} \\ J_{31} &= \frac{\partial f(e_3)}{\partial m_{[1]}} & ; & & J_{32} &= \frac{\partial f(e_3)}{\partial m_{[2]}} \cdot \cdots \cdot & & & J_{37} &= \frac{\partial f(e_3)}{\partial m_{[7]}} \\ & \cdots \cdots \cdots & & & & & & & & \\ & \cdots \cdots \cdots & & & & & & & & \\ J_{71} &= \frac{\partial f(e_7)}{\partial m_{[1]}} & ; & & J_{72} &= \frac{\partial f(e_7)}{\partial m_{[2]}} \cdot \cdots \cdot & & & J_{77} &= \frac{\partial f(e_7)}{\partial m_{[7]}} \\ J_{81} &= \frac{\partial f(e_8)}{\partial m_{[1]}} & ; & & J_{82} &= \frac{\partial f(e_8)}{\partial m_{[2]}} \cdot \cdots \cdot & & & J_{87} &= \frac{\partial f(e_8)}{\partial m_{[7]}} \end{aligned} \quad (3.92)$$

La matriz del Jacobiano tiene las siguientes características:

1. Es una matriz cuadrada $(N+L) \times T$, donde N es el número de nodos, L el número lazos y T el número de tuberías en la red.
2. No es una matriz simétrica.
3. Los elementos de la matriz están dados por la unidad para los que provienen de la ecuación de continuidad en los nodos y por $2(Km)$ para las tuberías que pertenecen a los lazos.

$$J = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2(Km)_{[2]} & -2(Km)_{[3]} & -2(Km)_{[4]} & 0 & 0 & 0 \\ 2(Km)_{[1]} & -2(Km)_{[2]} & 0 & 0 & 2(Km)_{[5]} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2(Km)_{[5]} & 2(Km)_{[6]} & -2(Km)_{[7]} \end{vmatrix} \quad (3.93)$$

CAPITULO IV:
DESARROLLO DEL MODELO

4. DESARROLLO DEL MODELO

Se presenta el desarrollo de un modelo que permite predecir el gradiente de presión en una tubería a través de la cual circula flujo de gas (monofásico ó multifásico, con bajo contenido de líquido), para cualquier ángulo de inclinación y que forma parte de una red de recolección de gas, en régimen permanente. El modelo considera el patrón de flujo estratificado e incluye otros modelos geométricos.

Inicialmente se desarrolla un modelo para resolver flujo de gas (monofásico) y luego, bifásico. En este último, se considera flujo de gas con bajo contenido de líquido. Los resultados obtenidos son comparados con un conjunto de datos experimentales y de campo publicados en la literatura técnica. Luego de una selección de los modelos que representan el comportamiento de flujo de gas, se acoplan a un modelo de solución de redes de tuberías.

El modelo de redes está fundamentado en la formulación mixta del sistema de ecuaciones, cuya solución se obtiene a partir de la solución simultánea de ecuaciones, empleando el método de *Newton-Raphson*, para acelerar el proceso de convergencia de la solución.

4.1 Descripción del modelo para una tubería

El modelo para el cálculo de las pérdidas de presión que experimenta el flujo de gas a través de una tubería se fundamenta en dos criterios, considerando flujo monofásico o flujo multifásico.

4.1.1 Ecuaciones fundamentales para flujo monofásico

La solución para flujo monofásico se fundamenta en la ecuación general para flujo de gas en una tubería dada por la ecuación:

$$\frac{dP}{dL} + \frac{R}{A^2 g_c} \left(\left(\frac{PQ}{ZRT} \right)_{sc}^2 \right) \frac{d}{dL} \left(\frac{ZT}{P} \right) + \frac{g}{g_c} \frac{P}{ZRT} \text{sen}\theta + \frac{f}{2g_c D} \left(\left(\frac{PQ}{ZRT} \right)_{sc}^2 \right) \left(\frac{ZRT}{PA^2} \right) = 0 \quad (4.1)$$

En esta ecuación, se consideran el efecto de la energía cinética, expresado en el segundo término de la ecuación, la energía potencial expresada en el tercer término y la fricción expresada en el cuarto término de la ecuación. En el análisis de flujo de gas a través de una tubería en régimen permanente, la ecuación anterior puede ser resolverse considerando todos sus términos, despreciando algunos de ellos y/o considerando expresiones simplificadas para el factor de fricción.

Esta relación constituye la ecuación fundamental para el flujo estacionario de gas en una tubería de diámetro y pendiente constante. En ella se han combinado las ecuaciones de continuidad, la de la energía y una correspondiente al comportamiento del gas. Para resolverla se requiere aplicar técnicas de integración numérica. Sin embargo, pueden obtenerse ecuaciones explícitas que relacionen la presión, el caudal y el diámetro si la tubería se divide en tramos lo suficientemente pequeños, donde las propiedades del fluido se consideren constantes y determinadas si se conocen la presión y temperatura promedio.

En este sentido, la viscosidad μ se puede considerar constante dentro del elemento o tramo de tubería en estudio. Como el producto ρV es constante por condición de flujo estacionario en la tubería, el número de Reynolds es constante y como consecuencia, el factor de fricción es constante a lo largo del elemento de tubería, independientemente del régimen de flujo, laminar o turbulento.

En la solución de la ecuación fundamental se pueden considerar los esquemas siguientes:

1. Despreciando el gradiente lineal del producto ZT (Método de Tian-Adewumi)

2. Considerando el gradiente lineal del producto ZT , método desarrollado en este trabajo.

Método de Tian-Adewumi:

Considerando despreciable el gradiente del producto ZT ó los valores de Z y T como constantes en la ecuación fundamental para el flujo estacionario de un gas a través de una tubería de inclinación y diámetro constante, se tiene:

$$\frac{dP}{dL} - \frac{RZT}{P^2 A^2 g_c} \left(\left(\frac{PQ}{ZRT} \right)_{sc}^2 \right) \frac{dP}{dL} + \frac{g}{g_c} \frac{P}{ZRT} \text{sen}\theta + \frac{f}{2g_c D} \left(\left(\frac{PQ}{ZRT} \right)_{sc}^2 \right) \left(\frac{ZRT}{PA^2} \right) = 0 \quad (4.2)$$

Expresando la ecuación con base en el flujo de masa y desarrollando, se tiene:

$$\frac{\left[P^2 - \frac{m^2 RZT}{g_c A^2} \right]}{P \left[P^2 + \frac{fm^2 (ZRT)^2}{2g \text{sen}\theta DA^2} \right]} dP + \frac{g \text{sen}\theta}{g_c ZRT} dL = 0 \quad (4.3)$$

Integrando para las condiciones en los extremos de la tubería:

$$\int_{P_i}^P \frac{\left[P^2 - \frac{m^2 RZT}{g_c A^2} \right]}{P \left[P^2 + \frac{fm^2 (ZRT)^2}{2g \text{sen}\theta DA^2} \right]} dP + \int_{L_i}^L \frac{g \text{sen}\theta}{g_c ZRT} dL = 0 \quad (4.4)$$

Obteniéndose,

$$\left(\frac{g_c ZRT}{2g \text{sen}\theta} + \frac{D}{f} \right) \ln \left[P^2 + \frac{fm^2 (ZRT)^2}{2g \text{sen}\theta DA^2} \right]_P^P - \frac{D}{f} \ln [P^2]_{P_i}^P + (L - L_i) = 0 \quad (4.5)$$

La ecuación (4.5) fue publicada por Tian-Adewumi y representa una relación funcional entre los parámetros típicos de una tubería, la presión en los extremos y la tasa de flujo. Puede ser utilizada para determinar una de estas variables (presión o caudal) siempre que la otra sea conocida. La forma implícita de la ecuación no

permite obtener de manera sencilla el valor de las variables de flujo (P, Q, D), razón por la cual es necesario un proceso iterativo.

La ecuación fundamental puede aplicarse a cualquier ángulo de inclinación, excepto para tubería horizontal, en cuyo caso es necesario aplicar la regla de L'Hopital. Otra manera de obtener la expresión para el caso de tubería horizontal consiste en no considerar el efecto de la energía potencial en la ecuación fundamental. A continuación, se analizan los casos particulares correspondientes a tubería horizontal o vertical:

Método desarrollado en este trabajo:

Considerando el gradiente del producto ZT/P descompuesto en dos gradientes, uno correspondiente al producto ZT y el otro al inverso de P, se tiene:

$$\frac{dP}{dL} + \frac{R}{A^2 gc} \left(\left(\frac{PQ}{ZRT} \right)^2 \right)_{sc} \left[\frac{1}{P} \frac{d}{dL} (ZT) - \frac{ZT}{P^2} \frac{dP}{dL} \right] + \frac{g}{gc} \frac{P}{ZRT} \text{sen}\theta + \frac{f}{2g_c D} \left(\left(\frac{PQ}{ZRT} \right)^2 \right)_{sc} \left(\frac{ZRT}{PA^2} \right) = 0 \quad (4.6)$$

Expresando la ecuación con base en el flujo de masa:

$$\frac{dP}{dL} + \frac{Rm^2}{A^2 gc} \left[\frac{1}{P} \frac{d}{dL} (ZT) - \frac{ZT}{P^2} \frac{dP}{dL} \right] + \frac{g}{gc} \frac{P}{ZRT} \text{sen}\theta + \frac{fm^2}{2g_c D} \left(\frac{ZRT}{PA^2} \right) = 0 \quad (4.7)$$

Considerando el gradiente del producto ZT, el factor de compresibilidad, el factor de fricción, la temperatura representada por sus valores promedio y realizando el proceso de separación de variables, queda:

$$\frac{\left[P^2 - \frac{m^2 R Z T}{g c A^2} \right]}{P \left[P^2 + \frac{f m^2 (Z T)^2}{2 g \text{sen} \theta D A^2} + \frac{Z T}{g \text{sen} \theta} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]} d P + \frac{g \text{sen} \theta}{g c Z R T} d L = 0 \quad (4.8)$$

Integrando para las condiciones en los extremos de la tubería:

$$\int_{P_i}^P \frac{\left[P^2 - \frac{m^2 R Z T}{g c A^2} \right]}{P \left[P^2 + \frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g \text{sen } \theta D A^2} + \frac{Z R T}{g \text{sen } \theta} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]} d P + \int_{L_i}^L \frac{g \text{sen } \theta}{g c Z R T} d L = 0 \quad (4.9)$$

Si se divide la tubería en tramos lo suficientemente pequeños, en los cuales las propiedades del fluido se consideren constantes y se determinen si se conocen la presión y temperatura promedio, la viscosidad μ también se puede considerar constante dentro del elemento o tramo de tubería en estudio. Como el producto ρV es constante (por condición de flujo estacionario en la tubería de diámetro D), el número de Reynolds (Re) es constante y en consecuencia, el factor de fricción es constante a lo largo del elemento de tubería, independientemente del régimen de flujo, laminar o turbulento. De esta manera, los dos últimos términos del denominador de las integrales anteriores se pueden considerar constantes.

De manera similar al procedimiento empleado en el método de Tian-Adewumi, se obtiene:

$$\left[\frac{1}{2} \frac{g c Z R T}{g \text{sen } \theta} + \frac{\frac{m^2 (R Z T)^2}{g \text{sen } \theta A^2}}{2 \left[\frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g \text{sen } \theta D A^2} + \frac{Z R T}{g \text{sen } \theta} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]} \right] \ln \left[P^2 + \frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g \text{sen } \theta D A^2} + \frac{Z R T}{g \text{sen } \theta} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]_P - \frac{\frac{m^2 (R Z T)^2}{g \text{sen } \theta A^2}}{2 \left[\frac{f m^2 (Z R T)^2}{2 g \text{sen } \theta D A^2} + \frac{Z R T}{g \text{sen } \theta} \frac{R m^2}{A^2} \frac{d(Z T)}{d L} \right]} \ln \left[P^2 \right]_{P_i} + (L - L_i) = 0 \quad (4.10)$$

4.1.1.1 Ecuación fundamental para el flujo monofásico de gas despreciando el efecto cinético

Despreciando el segundo término en la ecuación (4.1) se obtiene:

$$\frac{dP}{dL} + \frac{g}{gc} \frac{P}{ZRT} \text{sen}\theta + \frac{f}{2g_c D} \left(\left(\frac{PQ}{ZRT} \right)^2 \right)_{sc} \left(\frac{ZRT}{PA^2} \right) = 0 \quad (4.11)$$

Manipulando los términos de esta ecuación y expresando la ecuación en forma de variables separadas:

$$\frac{P}{ZRT} \left[\frac{g}{gc} \left(\frac{P}{ZRT} \right)^2 \text{sen}\theta + \frac{f}{2g_c A^2 D} \left(\left(\frac{PQ}{ZRT} \right)^2 \right)_{sc} \right] dP + dL = 0 \quad (4.12)$$

Varias ecuaciones para el factor de fricción han sido desarrolladas para simplificar el cálculo de las variables de flujo, dichas ecuaciones se fundamentan en considerar el factor de fricción como función únicamente del diámetro y del número de Reynolds (Weymouth, Pandhandle A, Pandhandle B, IGT).

4.1.1.2 Ecuaciones fundamentales para flujo bifásico

Considerando flujo completamente desarrollado y en estado estacionario en una tubería, la ecuación de cantidad de movimiento, aplicada a cada fase, se reduce a un balance de fuerzas:

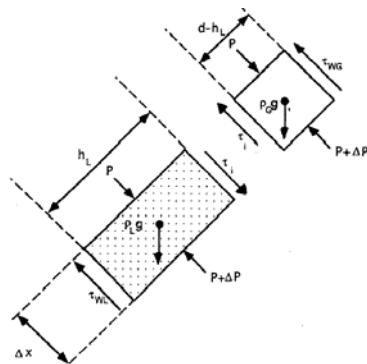


Figura 4.1 Balance de fuerzas en el caso de flujo estratificado gas-líquido

$$-A_L \frac{dp}{dx} + \tau_i S_i - \tau_{wL} S_L - \rho_L A_L g \sin \theta = 0 \quad (4.13)$$

$$-A_G \frac{dp}{dx} - \tau_i S_i - \tau_{wG} S_G - \rho_G A_G g \sin \theta = 0 \quad (4.14)$$

Suponiendo que la tensión de la interfaz y la presión hidrostática del líquido son despreciables, los gradientes de presión en el fondo y en el tope de la tubería son iguales. La ecuación combinada de momento se expresa de la siguiente manera:

$$-\frac{\tau_{wG} S_G}{A_G} + \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_L} + \frac{1}{A_G} \right) + \frac{\tau_{wL} S_L}{A_L} + (\rho_L - \rho_G) g \sin \theta = 0 \quad (4.15)$$

Los esfuerzos de corte están dados por:

$$\tau_{wL} = \frac{1}{2} f_{wL} \rho_L V_L^2, \quad \tau_{wG} = \frac{1}{2} f_{wG} \rho_G V_G^2, \quad \tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_G V_G^2 \quad (4.16)$$

De acuerdo al modelo geométrico empleado para representar el comportamiento del flujo de gas con bajo contenido de líquido en tuberías, la ecuación (4.2) se expresa en función de términos adimensionales.

$$\begin{aligned} \bar{V}_G &= \frac{V_G}{V_{SG}} & \bar{D}_G &= \frac{D_G}{D} & \bar{V}_L &= \frac{V_L}{V_{SL}} & \bar{D}_L &= \frac{D_L}{D} \\ \frac{D\bar{S}_i}{A_G} &= \frac{\bar{S}_i}{\bar{A}_G} & \frac{D\bar{S}_i}{A_L} &= \frac{\bar{S}_i}{\bar{A}_L} & \frac{D\bar{S}_G}{A_G} &= \frac{\bar{S}_G}{\bar{A}_G} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Usando una ecuación representativa del factor de fricción tipo Blasius para f_L , f_G y f_i :

$$f = \frac{cte}{R_e^n}, \quad \text{con } R_e = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (4.18)$$

Luego,

$$f = \frac{\mu^n \cdot cte^m}{(\rho V D)^n} \quad (4.19)$$

Para las fases líquido y gas, respectivamente:

$$f_L = C_L \left(\frac{v_L}{V_L D_L} \right)^n, \quad f_G = C_G \left(\frac{v_G}{V_G D_G} \right)^m \quad (4.20)$$

La ecuación general de momento para flujo bifásico estratificado es:

$$\left(\bar{V}_G \bar{D}_G \right)^{-m} \bar{V}_G^2 \left(\frac{\bar{S}_i}{\bar{A}_G} + \frac{\bar{S}_i}{\bar{A}_L} + \frac{\bar{S}_G}{\bar{A}_G} \right) - \left(\bar{V}_L \bar{D}_L \right)^{-n} \bar{V}_L^2 \frac{\bar{S}_L}{\bar{A}_L} X^2 + 4Y = 0 \quad (4.21)$$

Donde X representa el parámetro de Lockhart-Martinelli:

$$\left(\frac{dP}{dL} \right)_L = \frac{2C_L V_{SL}^2 \rho_L \left(\frac{v_L}{V_{SL} D} \right)^n}{D} = X^2 \quad (4.22)$$

$$\left(\frac{dP}{dL} \right)_G = \frac{2C_G V_{SG}^2 \rho_G \left(\frac{v_G}{V_{SG} D} \right)^m}{D}$$

Y representa un parámetro del ángulo de inclinación:

$$Y = \frac{(\rho_L - \rho_G) g \text{Sen} \theta}{\frac{4C_G}{d} \left(\frac{\rho_G V_{SG} d}{\mu_G} \right)^{-m} \frac{\rho_G V_{SG}^2}{2}} = \frac{(\rho_L - \rho_G) g \text{Sen} \theta}{\left(\frac{dP}{dx} \right)_{SG}} \quad (4.23)$$

La ecuación (4.23) depende del parámetro adimensional correspondiente al holdup de líquido, h_L/D .

Cada par de valores X, Y se corresponde con un valor único de \tilde{h}_L para todas las condiciones de diámetro de tubería, propiedades de los fluidos, tasas de flujo y ángulos de inclinación, bajo la cual existe flujo estratificado en equilibrio.

El procedimiento para encontrar la solución para una mezcla que fluye por una tubería con una tasa de flujo de gas y líquido conocidas, es el siguiente:

1. Determinar las propiedades de cada una de las fases.
2. Calcular las velocidades superficiales y los números de Reynolds para cada fase.
3. Calcular las caídas de presión para cada fase.
4. Determinar el parámetro de Lockhart-Martinelli.

5. Resolver la ecuación (4.21) para determinar el nivel de líquido en equilibrio en la tubería.
6. Calcular los parámetros adimensionales.
7. Identificar el patrón de flujo de acuerdo a las condiciones de contorno establecidas por Beggs y Brill (ver 2.2.4.1).
8. Calcular la caída de presión correspondiente al patrón de flujo identificado.

Para los casos de flujo estratificado se han incorporado los modelos y correlaciones publicadas en la literatura sobre el fenómeno de flujo de gas con bajo contenido de líquido, específicamente los modelos ARS y Doble Círculo.

En la revisión realizada se encontró que las diferencias entre los modelos se basan en el cálculo del holdup de líquido, arrastre de líquido y los parámetros relacionados con la interfaz gas-líquido. En este trabajo se realizó un análisis de sensibilidad en uno de los parámetros mas importantes que es el factor de fricción de la interfaz, considerando 10 expresiones encontradas en la literatura y presentadas en la tabla 4.1.

Tabla 4.1 Correlaciones para estimar el factor de fricción de la interfaz

Autor	Ecuación	Observaciones
Agrawal <i>et al</i> (1973)	$f_i = 1,293 \text{Re}_G^{-0.57}$	Considerando la interfaz líquido-gas hidrodinámicamente suave.
Taitel y Dukler (1976)	$f_i = f_G, \quad f_G = C_G \left(\frac{D_G V_G \rho_G}{\mu_G} \right)^{-m}$	Para flujo turbulento: $C_L = 0.046; n = 0.2$ Para flujo laminar: $C_L = 16; n = 1$
Cheremisinoff y Davis (1987)	(a) $f_i = 0.0142$ (b) $f_i = 0.008 + 2 \times 10^{-5} \text{Re}_L$	(a) Para flujo estratificado con pequeñas ondulaciones. (b) Para ondas de mayor amplitud
Andritsos (1986)	$\frac{f_i}{f_G} = 1 \quad V_{sG} < (V_{sG})_t$ $\frac{f_i}{f_G} = 1 + 15 \left(\frac{h_L}{D} \right)^{0.5} \left[\frac{V_{sG}}{(V_{sG})_t} - 1 \right]$	$(V_{sG})_t \approx 5 \text{ m/s}$ a presión atmosférica.

Kowalski (1987)	(a) $f_i = 0.96 \text{Re}_{sG}^{-0.52}$ (b) $f_i = 7.5 \times 10^{-5} H_L^{-0.25} \text{Re}_G^{-0.3} \text{Re}_L^{-0.83}$	(a) Para flujo estratificado (b) Para flujo ondulado
Hart <i>et al</i> (1989)	$f_i = \frac{0.0625}{\left[\log_{10} \left(\frac{15}{\text{Re}_G} + \frac{k}{3.715D} \right) \right]^2}$ Donde: $\frac{k}{D} = 2.3 \left(\frac{H_L}{4\theta} \right)$	Fracción mojada de la pared: $\theta = 0.52 H_L^{0.374} + 0.56 Fr^{0.58}$ Número de Froude: $Fr = \frac{\rho_L V_L^2}{(\rho_L - \rho_G) g D}$
Speeding y Hand (1995)	$\frac{f_i}{f_{sG}} = 1.76 \left(\frac{V_{sG}}{6} \right) + k_i$ Donde: $k_i = 2.7847 \log_{10} (\xi_L)_t + 7.8035$ $(\xi_L)_t = \frac{V_{sL}}{V_{sL} + 6}$	Correlación empleada para fase líquida poco viscosa. Para fase viscosa recomiendan Andritsos (1986)
Chen <i>et al</i> (1997)	$\frac{f_i}{f_G} = 1 + 3.75 \left(\frac{H_L}{\theta} \right)^{0.20} \left(\frac{V_{sG}}{V_{sG,t}} - 1 \right)^{0.08c}$ Donde: $V_{G,t} = \left[\frac{4v_L(\rho_L - \rho_G)g}{s\rho_G V_L} \right]^{0.5}$	El valor sugerido de s es 0.06. θ es evaluada con el modelo de Hart <i>et al</i> (1989), considerando interfaz cóncava.
Vlachos <i>et al</i> (1997)	$f_i = 0.024 H_L^{0.35} \text{Re}_L^{-0.18}$	
Meng (1999)	$f_i = 0.0142 + \frac{R_D}{(V_G - V_L)}$	Se considera interfaz cóncava R_D representa la tasa de deposición de las gotas: $R_D = k_D C_D$ $C_D = \frac{\rho_L V_{sL} EF}{V_{sG} + V_{sL} EF}$ C_D representa la distribución de las gotas en el gas. $k_D = 0.05 \text{ m/s}$

En el modelo desarrollado se incorporó el factor de fricción propuesto por Cheremisinoff y Davis (1987) para flujo estratificado con pequeñas ondulaciones ($f_i = 0.0142$) en el caso de sistemas agua-aire. Para sistemas aceite-aire se empleó la correlación propuesta por Speeding y Hand (1995) para fase líquida poco viscosa:

$\frac{f_i}{f_{sG}} = 1.76 \left(\frac{V_{sG}}{6} \right) + k_i$	(4.24)
---	--------

Donde:

$k_i = 2.7847 \log_{10} (\xi_L)_i + 7.8035$	(4.25)
---	--------

$(\xi_L)_i = \frac{V_{sL}}{V_{sL} + 6}$	(4.26)
---	--------

En caso que el patrón de flujo resulte no estratificado, se emplea el modelo de Gómez (1999) para determinar el gradiente de presión.

4.2 Descripción del modelo para redes de tuberías

El modelo desarrollado permite resolver redes de tuberías, es decir, redes de recolección, en régimen permanente. Consta de los siguientes componentes:

- Modelo de Análisis de Redes

El modelo se desarrolló aplicando las ecuaciones de continuidad y energía en los nodos y lazos de la red, respectivamente. Las pérdidas de energía en cada ramal de los lazos se determinó con la ecuación del balance de energía mecánica en cada tubería.

El modelo de redes está fundamentado en la Formulación Mixta del sistema de ecuaciones, cuya solución se obtiene empleando el método de *Newton-Raphson* (explicado en el capítulo III).

Para el modelo de redes se ha considerado lo siguiente:

1. La dirección del flujo en cada tubería se asigna de acuerdo a la identificación de los nodos inicial y final, el cual puede ser corregido

cuando a partir de la solución de las ecuaciones de continuidad en cada nodo y el balance de energía en cada lazo, se obtiene una dirección de flujo contraria a la preestablecida inicialmente.

2. La identificación de los nodos extremos de cada tubería, permite determinar la incidencia entre nodos y tuberías, conocida esta incidencia es posible establecer la ecuación de continuidad en cada nodo. El flujo en un ramal común a dos lazos tienen la misma dirección de flujo.
3. El flujo saliendo de un nodo se considera de signo negativo y el flujo entrando a un nodo tiene signo positivo.
4. Al conocer la incidencia entre los nodos y las tuberías es posible identificar una forma de interconectar todos los nodos de la red sin formar lazos, generándose así el árbol o la dendrita de la red.
5. Si se conoce el árbol de la red es posible conocer las tuberías que lo forman, obteniéndose un subconjunto de tuberías que pertenecen a la red y no pertenecen al árbol, permitiendo identificar el conjunto de cuerdas.
6. La superposición de cada cuerda sobre el árbol de la red sirve para identificar los lazos, las tuberías que pertenecen al lazo y la forma como son recorridos, de allí se generan las ecuaciones correspondientes a cada lazo.
7. Si se conoce el árbol de la red de tuberías, se puede establecer el balance de energía entre dos nodos de presión conocida.
8. Las pérdidas de presión en cada tubería se calculan con base en el modelo seleccionado bien sea para flujo monofásico o flujo multifásico.

La combinación de las ecuaciones generadas por la aplicación del balance de masa en los nodos, donde se especifica el intercambio de flujo de la red con el medio externo, el balance de energía en las tuberías que forman un lazo o conectan dos nodos de presión conocida, permiten generar el sistema de ecuaciones correspondiente a la red de tuberías que se desea resolver.

El sistema de ecuaciones se puede formular con base en el flujo de masa, caudal o pérdida de presión en cada tubería, de acuerdo a la variable que se desea resolver. Esto permite generar un sistema de ecuaciones no lineales que se resuelve aplicando el método de *Newton-Raphson*.

CAPITULO V:
ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE
RESULTADOS

5. ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS

Los resultados que se presentan a continuación corresponden a los resultados obtenidos para flujo monofásico (gas) con lo cual se pretende determinar si el algoritmo base resulta confiable para modificarlo y convertirlo en una aplicación para flujo de gas con bajo contenido de líquido en tuberías. Finalmente, se comparan los resultados del modelo de redes de tuberías con datos disponibles de una red de recolección de gas existente.

5.1 Resultados para flujo monofásico en tuberías

Con la finalidad de determinar la confiabilidad del algoritmo desarrollado para flujo de gas monofásico, se realizó la comparación de los resultados obtenidos con el algoritmo de cálculo desarrollado con el conjunto de resultados publicados en la literatura técnica por Tian y Adewumi (1992) y Zhou y Adewumi (1995). Las tablas 5.1 y 5.2 muestran los resultados obtenidos para flujo en tuberías superficiales con diferente longitud e inclinación.

Tabla 5.1 Presiones calculadas vs. Experimentales (L = 101.5 km, 19.4375", h = -157.88 m)

P _{entrada} (psia)	q (MMcf/D)	Temp. Gas (°R)	P _{salida real} (psia)	P _{calculada} (psia)	Desv. (%)	Desv. (%) Tian & Adewumi	Desv. (%) Zhou & Adewumi	Desv. ΔP (%)
602.7	51.53	523.3	587.6	587.2	-0.07	-0.07	-0.22	2.72
612.1	72.94	523.0	576.3	575.1	-0.21	-0.16	-0.40	3.3
611.1	86.53	522.5	559.0	556.6	-0.43	-0.30	-0.64	4.6
515.5	50.20	522.8	495.7	494.9	-0.16	-0.08	-0.28	4.0
518.7	66.49	522.3	481.0	479.1	-0.39	-0.21	-0.52	4.98
812.7	68.49	528.0	795.0	795.9	0.11	-0.04	-0.18	-4.94
811.3	88.14	530.0	774.8	775.9	0.14	-0.05	-0.26	-2.97
809.0	102.76	531.8	756.5	757.3	0.11	-0.13	-0.40	-1.59
812.6	124.89	532.0	725.9	728.6	0.38	0.00	-0.29	-3.18
814.0	133.86	532.7	712.4	715.5	0.43	0.01	-0.34	-3.02

Tabla 5.2 Presiones calculadas vs. Experimentales (L = 245.23 km, 19.4375", h = -365.15 m)

P _{entrada} (psia)	q (MMcf/D)	Temp. Gas (°R)	P _{salida real} (psia)	P _{calculada} (psia)	Desv. (%)	Desv. (%) Tian & Adewumi	Desv. (%) Zhou & Adewumi	Desv. ΔP (%)
602.7	51.45	515.0	563.9	562.5	-0.25	-0.07	-0.46	3.63
612.1	72.88	516.0	513.9	512.6	-0.25	-0.06	-0.84	1.31
611.1	86.48	515.0	463.6	459.7	-0.84	-0.28	-1.53	2.64
515.5	50.14	515.0	463.9	462.5	-0.30	-0.09	-0.63	2.70
518.7	66.44	516.0	413.8	410.6	-0.77	-0.17	-1.18	3.04
812.7	68.43	525.0	766.6	769.8	0.42	-0.08	-0.46	-6.99
811.3	88.08	525.5	713.9	718.9	0.70	-0.01	-0.66	-5.13
809.0	102.71	526.0	663.6	669.8	0.93	0.17	-0.78	-4.24
812.6	124.85	526.5	564.1	574.8	1.89	0.37	-0.78	-4.29
814.0	133.83	526.5	513.3	525.6	2.39	0.55	-1.01	-4.08
813.7	145.47	526.5	413.4	436.3	5.54	3.2	-0.60	-5.72

Se observa la similitud que existe entre los resultados publicados en la literatura y los obtenidos en este estudio. Para la presión de salida real, la desviación es menor a 5.6%, en términos de la caída de presión ésta desviación es equivalente a 5.72% (desviación máxima absoluta), lo cual garantiza una estructura confiable del algoritmo de cálculo. Las diferencias entre ambos resultados son atribuibles a la forma como están expresadas las ecuaciones, a los modelos empleados para calcular las propiedades de los fluidos y al factor de fricción. También, la tolerancia establecida para el proceso de convergencia y el contenido de líquido presente en el gas, en algunos casos, pueden causar diferencias entre los resultados obtenidos y los publicados.

Se han incluido en ambas tablas las desviaciones obtenidas por Tian y Adewumi y Zhou y Adewumi, como referencia para ser comparadas con las desviaciones obtenidas con el modelo desarrollado.

Adicionalmente, se realizó la comparación de algunos de los resultados obtenidos para el cálculo de la presión en el extremo final de una tubería, siguiendo los datos publicados por el IGT (1965). Los resultados se muestran, en forma gráfica, en las figuras 5.1 a 5.4.

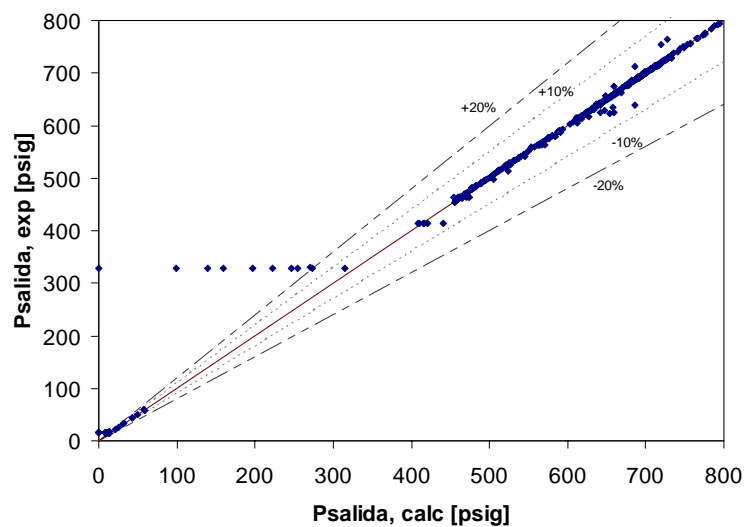


Figura 5.1 Presión calculada en el extremo final de una tubería vs. Presión experimental, utilizando Adewumi (1992)

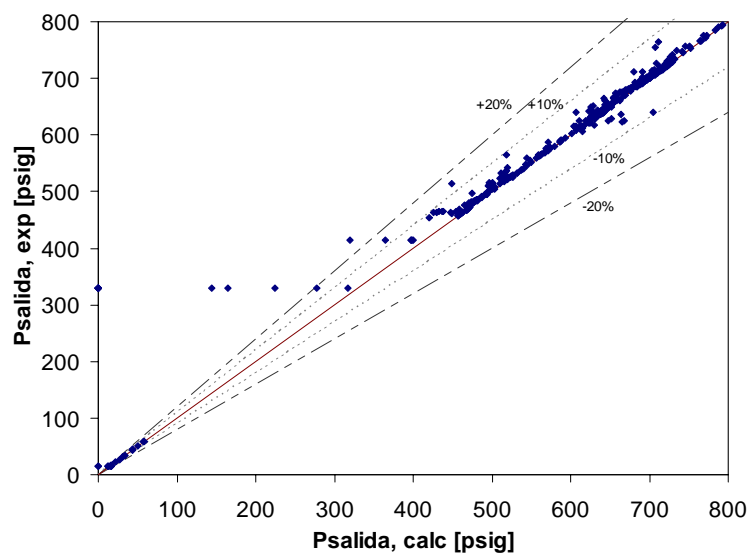


Figura 5.2 Presión calculada en el extremo final de una tubería vs. Presión experimental, utilizando Weymouth (1912)

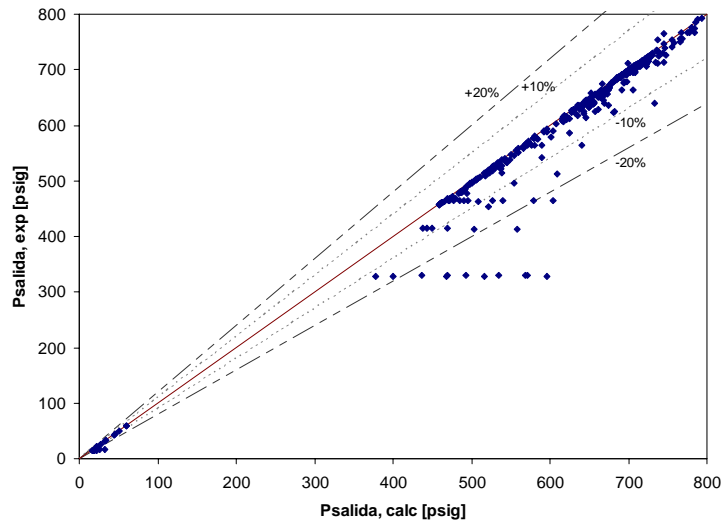


Figura 5.3 Presión calculada en el extremo final de una tubería vs. Presión experimental, utilizando Pandhandle A (1950).

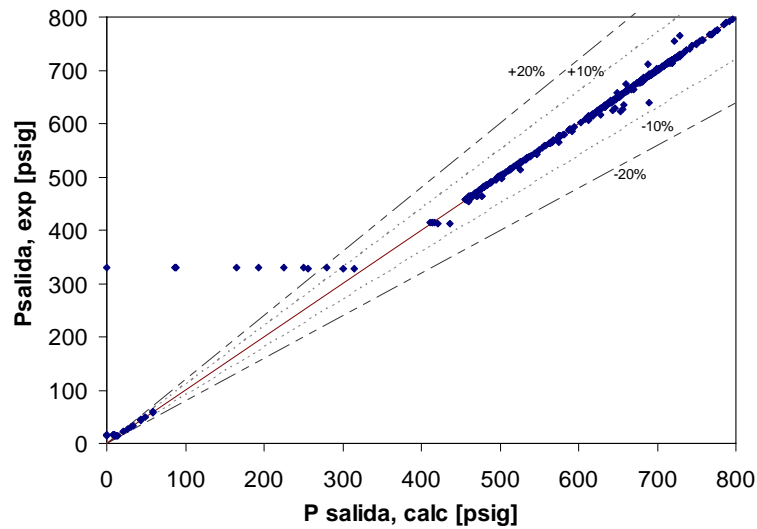


Figura 5.4 Presión calculada en el extremo final de una tubería vs. Presión experimental, este trabajo.

En las figuras se observa que un grupo de 6 a 11 datos de campo tienen la misma presión de descarga en la tubería., cuando generalmente las presiones son mayores a 400 psig. Adicionalmente, las ecuaciones que utilizan expresiones simplificadas para el factor de fricción (*Weymouth*, *Panhandle*, *IGT*) presentan una mayor dispersión en sus resultados ($\pm 20\%$). El resto de las ecuaciones, que consideran o desprecian el efecto de la energía cinética, presentan desviaciones de $\pm 10\%$.

La comparación de algunos resultados obtenidos para el cálculo de la caída de presión, se presentan en las figuras 5.5 a 5.8.

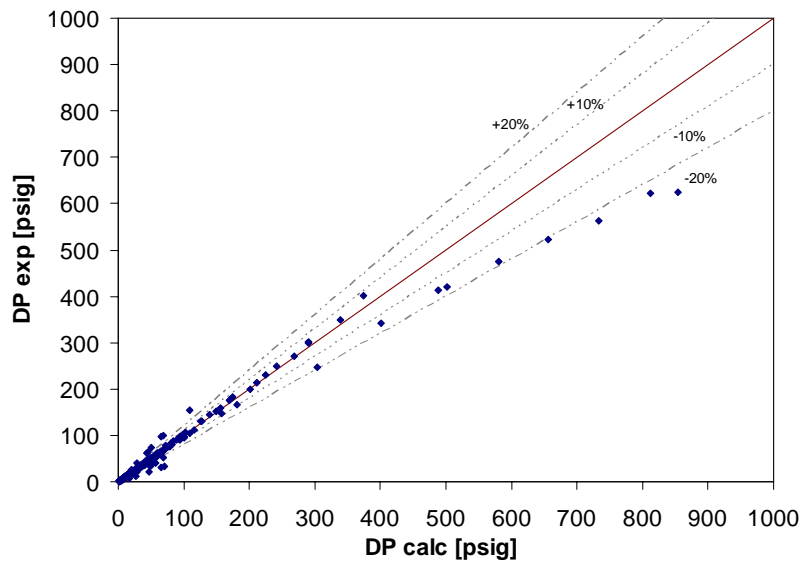


Figura 5.5 Caídas de presión calculadas vs. experimentales: Adewumi (1992)

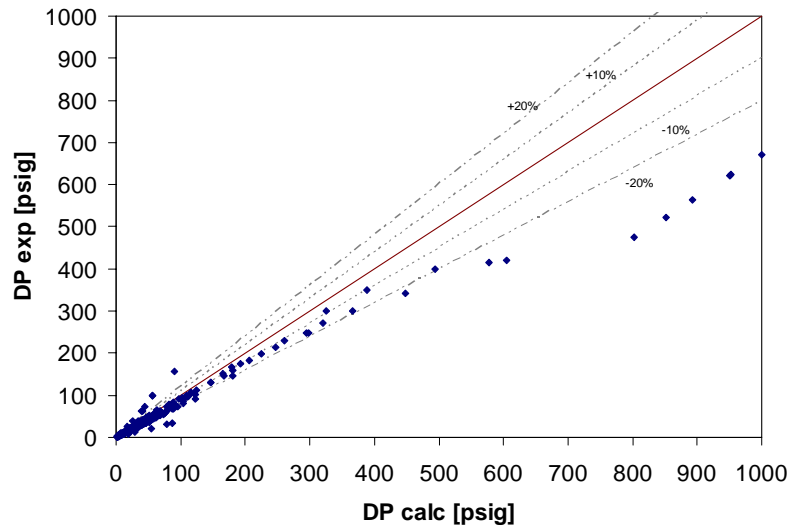


Figura 5.6 Caídas de presión calculadas vs. experimentales: Weymouth (1912)

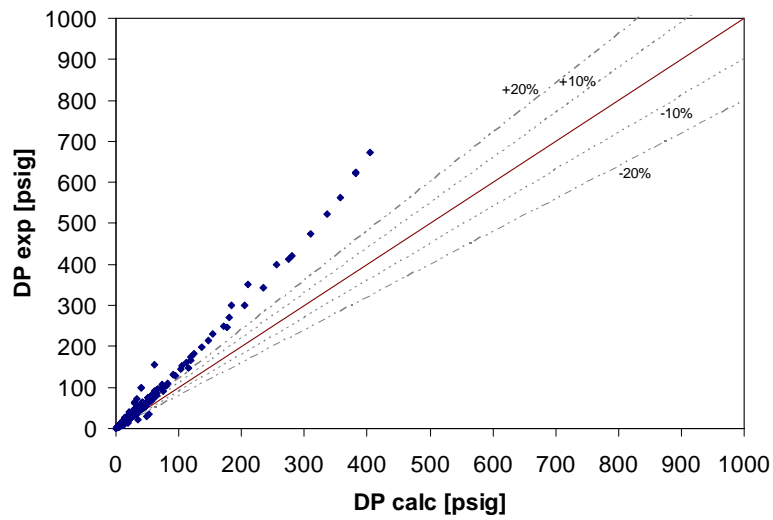


Figura 5.7 Caídas de presión calculadas vs. experimentales: Pandhandle A (1950)

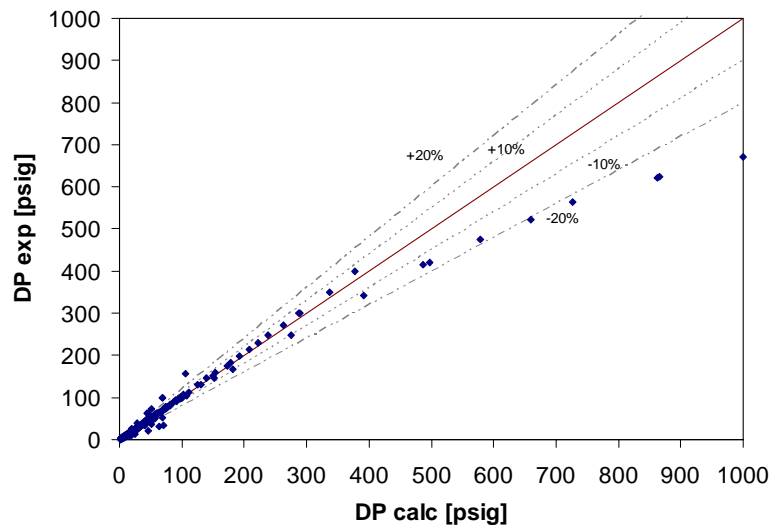


Figura 5.8 Caídas de presión calculadas vs. Experimentales, este trabajo.

De las gráficas se observa que existe mayor dispersión de los resultados, como consecuencia de la diferencia en el orden de magnitud de la caída de presión (en general, menor a 100 psig) con respecto a la presión (generalmente mayor a 400 psig). Se observa que una diferencia en la presión de 60 psig, para una presión en el orden de 520 psig, representa un error de 11%. Aunque este valor es aceptable en el cálculo de la presión, no resulta aceptable en el cálculo de la caída de presión.

En la tabla 5.3 se presenta una comparación entre los resultados publicados (Tian y Adewumi, 1992 y Zhou y Adewumi, 1995) y los obtenidos en esta revisión para flujo vertical (pozos), en términos de presión de fondo y caída de presión.

Tabla 5.3 Comparación de las presiones de fondo experimentales y calculadas

Q (MMcf/D)	P _{salida} (psia)	Temp. en la superficie (°R)	P _{fondo}	P _{fondo}	Desv. (%)	Desv. (%)	Desv. (%)
			actual (psia)	calculada (psia)		Tian & Adewumi	Zhou & Adewumi
6.527	3249.4	132	4249.6	4235.3	-0.34	0.95	0.85
9.598	3168.4	140	4205.8	4188.2	-0.42	0.38	0.21
12.048	3078.4	153	4163.2	4132.9	-0.73	-0.50	-0.75
14.277	2990.4	158	4123.2	4103.9	-0.47	-0.96	-1.28

Comentario: porque actual?
Colocar presión reportada

Los resultados obtenidos permiten concluir que el comportamiento de las ecuaciones que consideran o desprecian el efecto debido al cambio de energía cinética es muy similar. En efecto, la comparación entre los resultados publicados y los obtenidos con el desarrollo de la primera parte de este trabajo arroja una desviación de $\pm 10\%$. Sin embargo, las ecuaciones que utilizan expresiones simplificadas para el factor de fricción (*Weymouth*, *Panhandle*, *IGT*) presentan desviaciones mayores ($\pm 20\%$), razón por la cual no se recomienda su uso en el cálculo de caídas de presión en tuberías.

5.2 Resultados para flujo bifásico gas con bajo contenido de líquido en tuberías

El modelo desarrollado se fundamentó en los trabajos publicados por Hart *et al*, 1987 (modelo ARS) y Chen *et al*, 1997 (modelo Doble círculo) y en los datos experimentales generados por Badie *et al*, 2000 disponibles en la literatura técnica. Los resultados obtenidos a partir del modelo desarrollado se comparan, con datos experimentales reportados en la literatura técnica, en términos de gradientes de presión para tres velocidades superficiales de gas (15 m/s, 20 m/s y 25 m/s) y velocidad superficial de líquido variable ($0.001 \text{ m/s} < V_{sL} < 0.05 \text{ m/s}$).

Los datos experimentales publicados por Badie *et al* corresponden a gradientes de presión y valores de holdup de líquido medidos en sistemas agua-aire y aceite-aire en tubería horizontal. Presentaron 36 datos experimentales para agua-aire y 30 datos experimentales para aceite-aire, correspondientes al patrón de flujo estratificado ondulado según el mapa de Taitel-Dukler (1976). De acuerdo con el modelo de Gómez (1999) los datos presentados por Badie *et al* corresponden a flujo estratificado ondulado, excepto para tres datos del sistema aceite-aire los cuales resultaron flujo estratificado liso y para un dato del sistema agua-aire que resultó flujo anular.

Se comparó el desempeño del programa desarrollado con los resultados publicados por Badie *et al*, 2000 para sistemas agua-aire y aceite-aire, basado en los modelos ARS y Doble círculo. La comparación se presenta en las figuras 5.9 a 5.12.

Las líneas continuas que se presentan en las gráficas corresponden a la tendencia de los modelo ARS y Doble círculo, según sea el caso, presentados por Badie *et al* con la finalidad de comparar sus resultados experimentales.

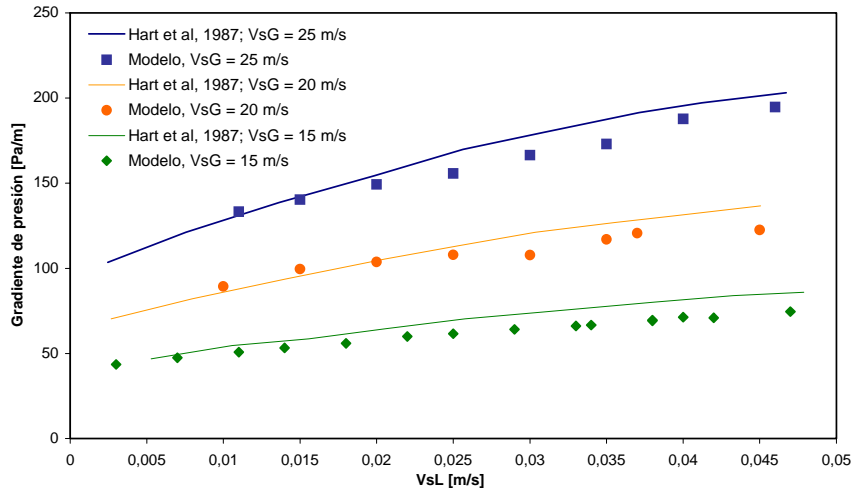


Figura 5.9 Comparación entre el modelo desarrollado y los resultados obtenidos del modelo ARS publicado por Badie *et al*, para un sistema agua-aire.

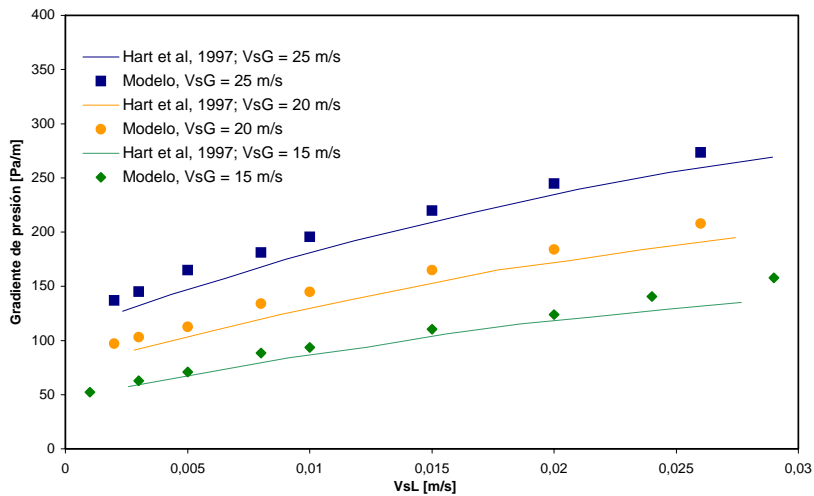


Figura 5.10 Comparación entre el modelo desarrollado y los resultados obtenidos del modelo ARS publicado por Badie *et al*, para un sistema aceite-aire.

La tendencia del modelo desarrollado es sobrepredecir los estimados del gradiente de presión en sistemas agua-aire cuando se compara con el modelo ARS publicado por Badie *et al*. Se observan desviaciones menores al 24% para bajas

velocidades superficiales de gas (15 m/s). Para un sistema aceite-aire, el modelo desarrollado sobrepredice el estimado del gradiente de presión, con una mayor representatividad, desviaciones menores al 16% para velocidades superficiales de gas de 15 m/s.

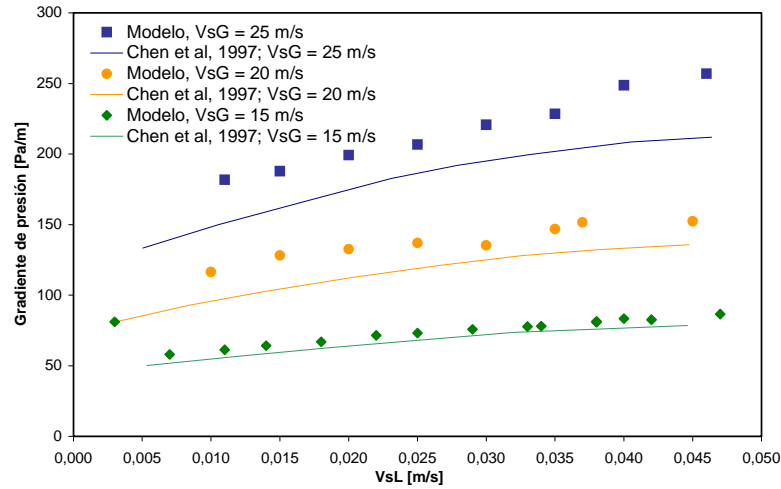


Figura 5.11 Comparación entre el modelo desarrollado y los resultados obtenidos del modelo Doble círculo desarrollado por Chen *et al.*, para un sistema agua-aire.

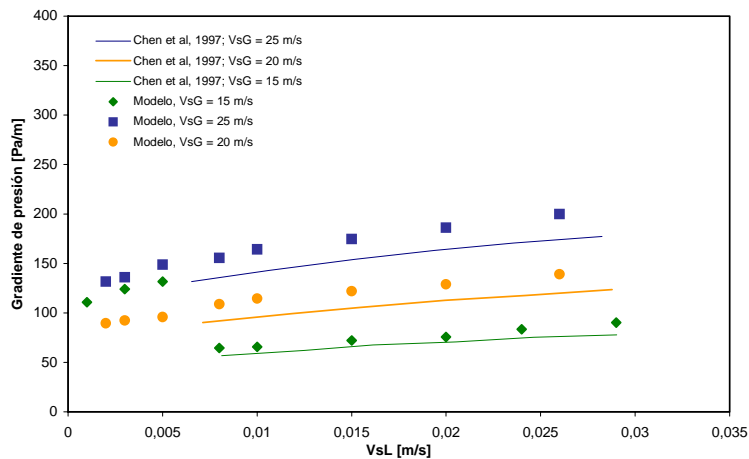


Figura 5.12 Comparación entre el modelo desarrollado y los resultados obtenidos del modelo Doble círculo desarrollado por Chen *et al.*, para un sistema aceite-aire.

La comparación respecto al modelo de doble círculo resulto en que los tres primeros puntos de los experimentos con aceite-aire corresponden a la zona de flujo estratificado liso de acuerdo al modelo de Gómez (1999). En esta región el modelo de Doble círculo no tiene aplicación y la velocidad superficial de líquido es baja (0.001, 0.003 y 0.005 m/s). Esta diferencia se acentúa cuando la velocidad superficial de la fase gas es 15 m/s. Badie *et al* observaron esta diferencia al comparar sus datos experimentales.

De igual forma se comparó el desempeño del modelo desarrollado con los resultados experimentales que obtuvieron Badie *et al*. Las figuras 5.13 y 5.14 presentan la comparación para sistemas agua-aire y aceite-aire, respectivamente.

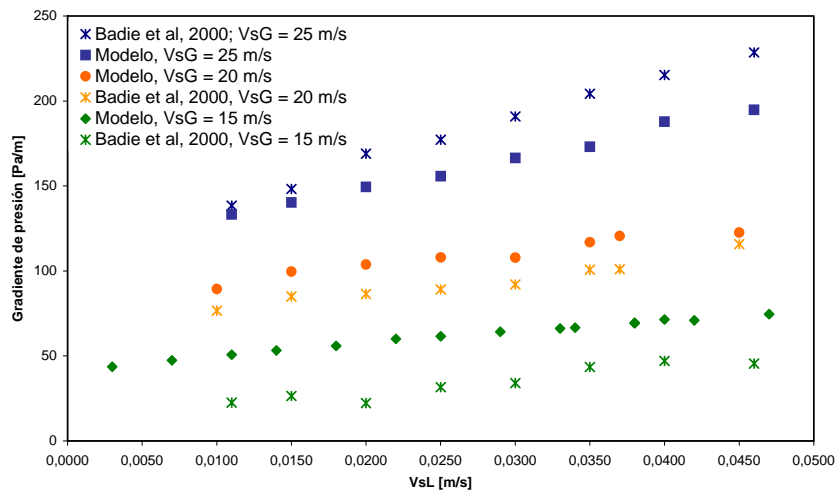


Figura 5.13 Comparación entre los resultados obtenidos con el modelo desarrollado y los datos de Badie *et al* (2000) para un sistema agua-aire.

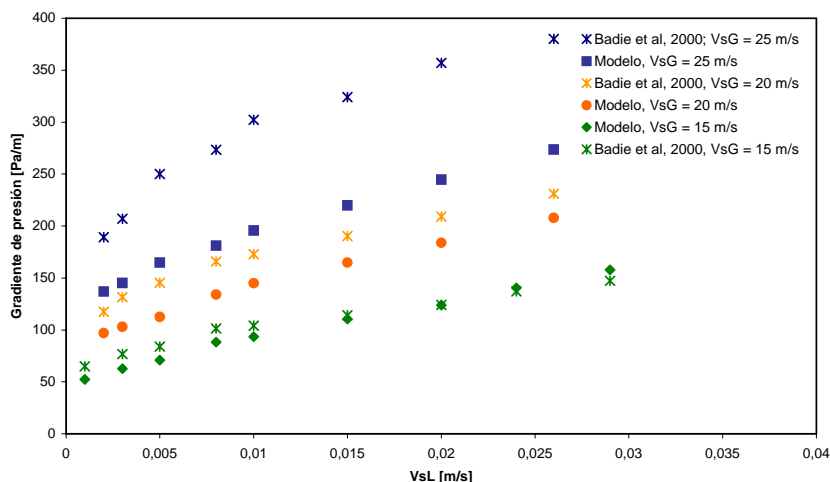


Figura 5.14 Comparación entre los resultados obtenidos con el modelo desarrollado y los datos de Badie *et al* (2000) para un sistema aceite-aire

La tendencia del modelo desarrollado es sobrepredecir el gradiente de presión, para un sistema agua-aire, cuando se compara con datos experimentales para $VsG < 25$ m/s. Para velocidades iguales a 25 m/s el modelo subpredice los datos experimentales. Para el sistema aceite-aire, se observa que el modelo subpredice los valores de gradientes de presión, con menor diferencia para una velocidad superficial de gas igual a 15 m/s.

En general, los resultados obtenidos con el modelo desarrollado presentan la misma tendencia de los resultados obtenidos por Badie *et al* en su estudio experimental. Se obtuvo mejores resultados cuando se empleó el modelo ARS.

Con la finalidad de mejorar la predicción del gradiente de presión se analizó el impacto del factor de fricción de la interfaz, basado en las ecuaciones publicadas en la literatura para flujo de gas con bajo contenido de líquido. Los modelos seleccionados se presentan en la tabla 5.4.

Tabla 5.4 Correlaciones para la estimación del factor de fricción de la interfaz

Autor	Ecuación	Observaciones
Agrawal <i>et al</i> (1973)	$f_i = 1,293 \text{Re}_G^{-0.57}$	Considerando la interfaz líquido-gas hidrodinámicamente suave.
Taitel y Dukler (1976)	$f_i = f_G, f_G = C_G \left(\frac{D_G V_G \rho_G}{\mu_G} \right)^{-m}$	Para flujo turbulento: $C_L = 0.046; n = 0.2$ Para flujo laminar: $C_L = 16; n = 1$
Cheremisinoff y Davis (1987)	(a) $f_i = 0.0142$ (b) $f_i = 0.008 + 2 \times 10^{-5} \text{Re}_L$	(c) Para flujo estratificado con pequeñas ondulaciones. (d) Para ondas de mayor amplitud
Andritsos (1986)	$\frac{f_i}{f_G} = 1 \quad V_{sG} < (V_{sG})_t$ $\frac{f_i}{f_G} = 1 + 15 \left(\frac{h_L}{D} \right)^{0.5} \left[\frac{V_{sG}}{(V_{sG})_t} - 1 \right]$	$(V_{sG})_t \approx 5 \text{ m/s}$ a presión atmosférica.
Kowalski (1987)	(a) $f_i = 0.96 \text{Re}_{sG}^{-0.52}$ (b) $f_i = 7.5 \times 10^{-5} H_L^{-0.25} \text{Re}_G^{-0.3} \text{Re}_L^{-0.83}$	(c) Para flujo estratificado (d) Para flujo ondulado
Hart <i>et al</i> (1989)	$f_i = \frac{0.0625}{\left[\log_{10} \left(\frac{15}{\text{Re}_G} + \frac{k}{3.715D} \right) \right]^2}$ Donde: $\frac{k}{D} = 2.3 \left(\frac{H_L}{4\theta} \right)$	Fracción mojada de la pared: $\theta = 0.52 H_L^{0.374} + 0.56 Fr^{0.58}$ Número de Froude: $Fr = \frac{\rho_L V_L^2}{(\rho_L - \rho_G) g D}$
Speeding y Hand (1995)	$\frac{f_i}{f_{sG}} = 1.76 \left(\frac{V_{sG}}{6} \right) + k_i$ Donde: $k_i = 2.7847 \log_{10} (\xi_L)_i + 7.8035$ $(\xi_L)_i = \frac{V_{sL}}{V_{sL} + 6}$	Correlación empleada para fase líquida poco viscosa. Para fase viscosa recomiendan Andritsos (1986)
Chen <i>et al</i> (1997)	$\frac{f_i}{f_G} = 1 + 3.75 \left(\frac{H_L}{\theta} \right)^{0.20} \left(\frac{V_{sG}}{V_{sG,t}} - 1 \right)^{0.08c}$ Donde: $V_{G,t} = \left[\frac{4v_L (\rho_L - \rho_G) g}{s \rho_G V_L} \right]^{0.5}$	El valor sugerido de s es 0.06. θ es evaluada con el modelo de Hart <i>et al</i> (1989), considerando interfaz cóncava.
Vlachos <i>et al</i> (1997)	$f_i = 0.024 H_L^{0.35} \text{Re}_L^{-0.18}$	

Meng (1999)	$f_i = 0.0142 + \frac{R_D}{(V_G - V_L)}$	<p>Se considera interfaz cóncava. RD: tasa de deposición de las gotas: $R_D = k_D C_D$ $C_D = \frac{\rho_L V_{sL} EF}{V_{sG} + V_{sL} EF}$ CD: distribución de las gotas en el gas. kD = 0.05 m/s</p>
-------------	--	--

El análisis de los resultados obtenidos permite concluir que las correlaciones de Cheremisinoff y Davis (1987) para flujo estratificado con pequeñas ondulaciones son las que presentan menor desviación cuando se comparan con los datos experimentales de Badie *et al*, para sistemas agua-aire. Para sistemas aceite-aire, el mejor resultado se obtuvo con la correlación de Speeding y Hand (1995). La comparación de los resultados con los datos experimentales se presenta en las figuras 5.15 a 5.18.

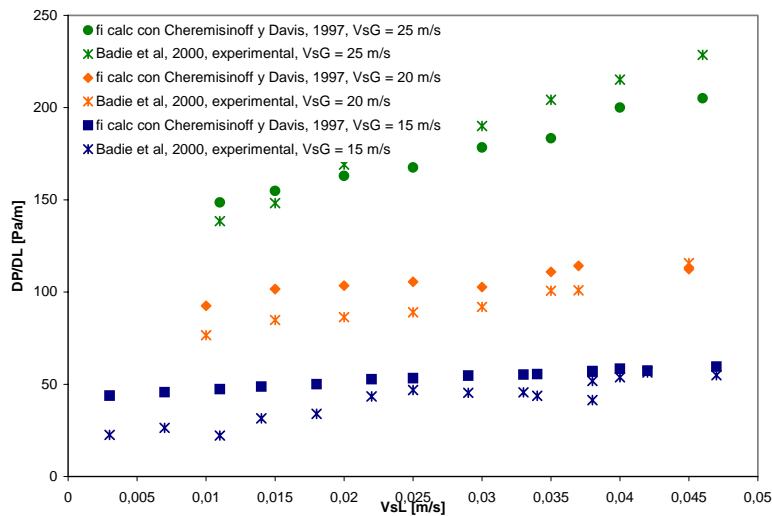


Figura 5.15 Comparación de los resultados obtenidos del modelo, usando la correlación de Cheremisinoff y Davis (1987) para calcular el factor de fricción de la interfaz, con los datos experimentales de Badie *et al*, para un sistema agua-aire.

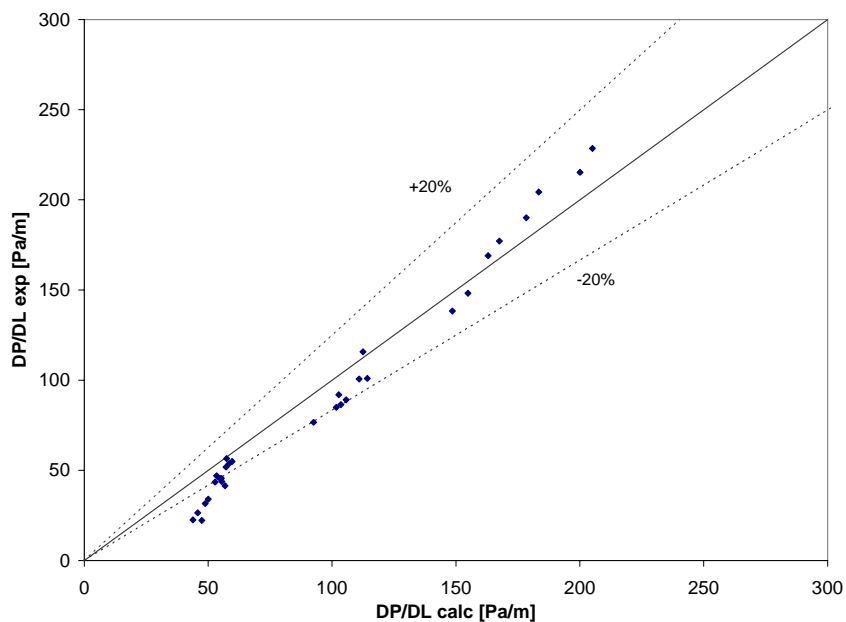


Figura 5.16 Comparación de gradientes de presión calculados y experimentales en un sistema agua-aire, usando la ecuación de Cheremisinoff y Davis (1987) para el factor de fricción en la interfaz.

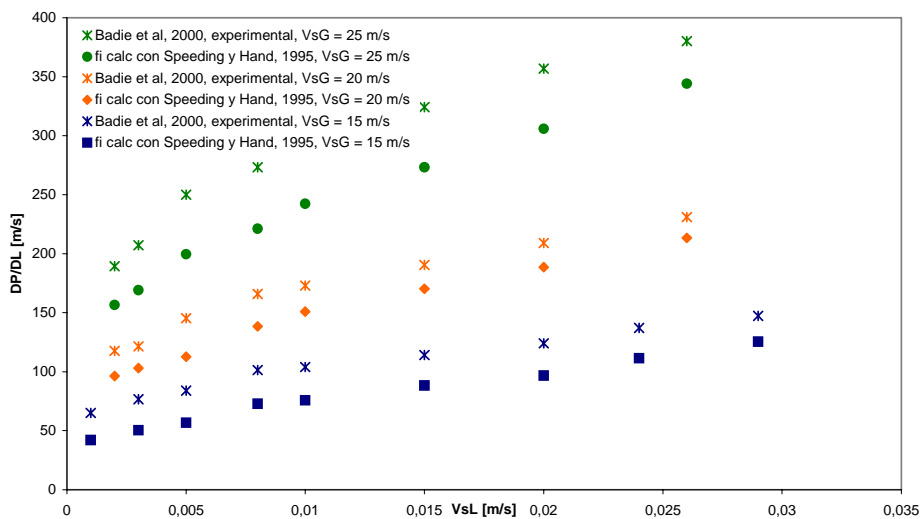


Figura 5.17 Comparación de los resultados obtenidos del modelo usando la correlación de Speeding y Hand (1995) para calcular el factor de fricción de la interfaz, con los datos experimentales de Badie *et al*, para un sistema aceite-aire.

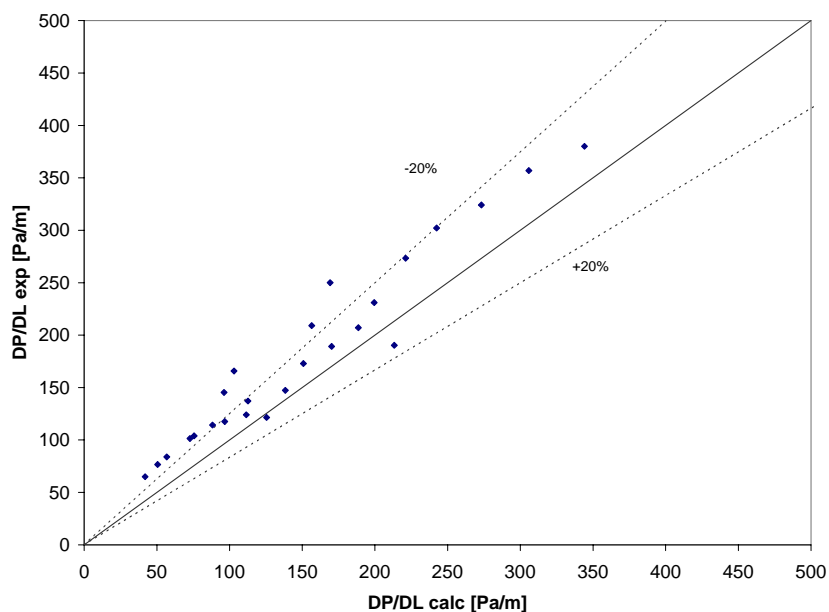


Figura 5.18 Comparación de gradientes de presión calculados y experimentales en un sistema aceite-aire, usando la ecuación de Speeding y Hand (1995) para el factor de fricción en la interfaz.

La tendencia del modelo desarrollado es sobrepredecir el gradiente de presión en sistemas agua-aire, cuando se compara con los datos experimentales de Badie *et al* y se usa la correlación de Cheremisinoff y Davis para el cálculo del factor de fricción de la interfaz. Para sistemas aceite-aire, se observa que el modelo subpredice los valores de gradientes de presión, cuando se utiliza la correlación de Speeding y Hand para el cálculo del factor de fricción de la interfaz.

La combinación de las ecuaciones de Cheremisinoff y Davis y Speeding y Hand para determinar el factor de fricción de la interfaz, en el sistema aceite-aire estudiado por Badie *et al*, resultó ser una mejora en la representación de los datos experimentales usando el modelo desarrollado.

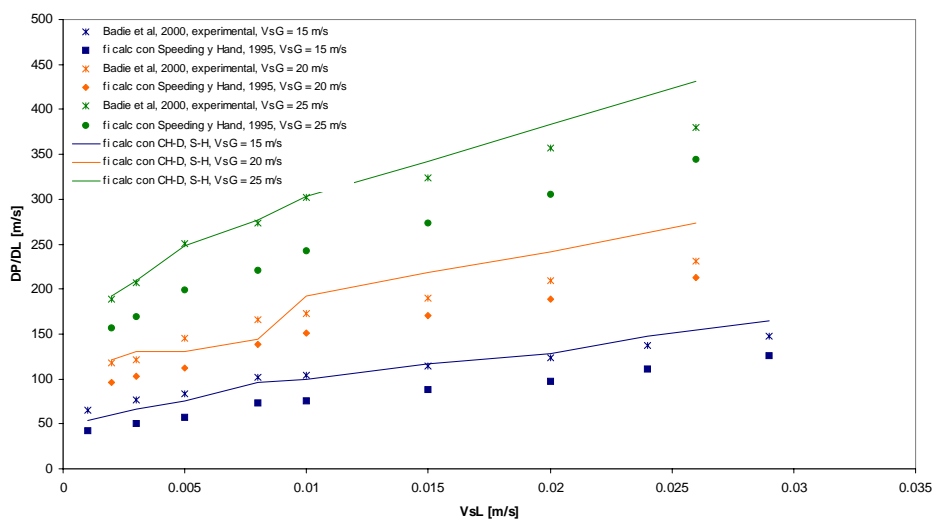


Figura 5.19 Comparación entre datos experimentales y el modelo combinado para el sistema aceite-aire

La desviación encontrada entre los datos experimentales de Badie *et al* y los resultados de gradientes de presión obtenidos usando la ecuación combinada para el factor de fricción de la interfaz (Chermisinoff-Davis y Speeding-Hand) está en el orden de $\pm 20\%$.

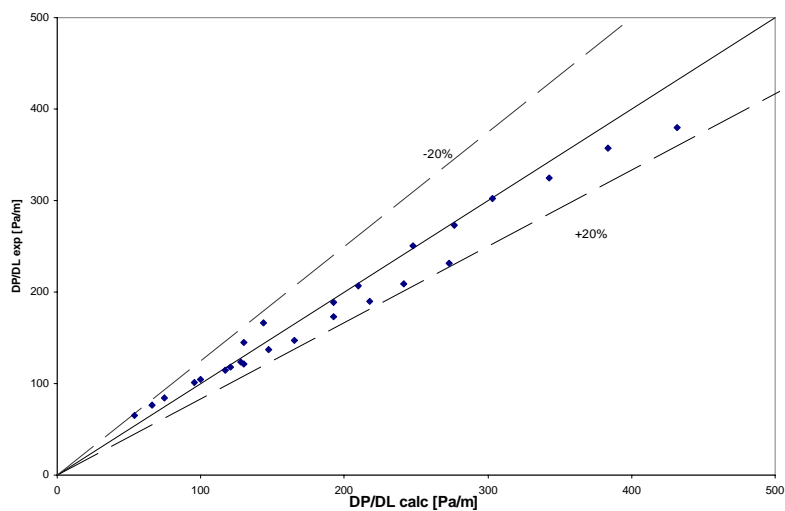


Figura 5.20 Comparación de gradientes de presión calculados y experimentales usando la ecuación combinada para el factor de fricción en la interfaz en un sistema aceite-aire.

5.3 Resultados para flujo bifásico gas con bajo contenido de líquido en redes de tuberías

Para evaluar el desempeño del modelo correspondiente a redes de tuberías se utilizó como caso de estudio una red de recolección de gas de baja presión (45 - 50 psig) existente. La red evaluada consta de 16 estaciones de flujo y 2 plantas compresoras. Los diámetros de las tuberías que forman la red varían entre 8 y 30 pulgadas.

La figura 5.21 muestra el esquema de la red de recolección estudiada.

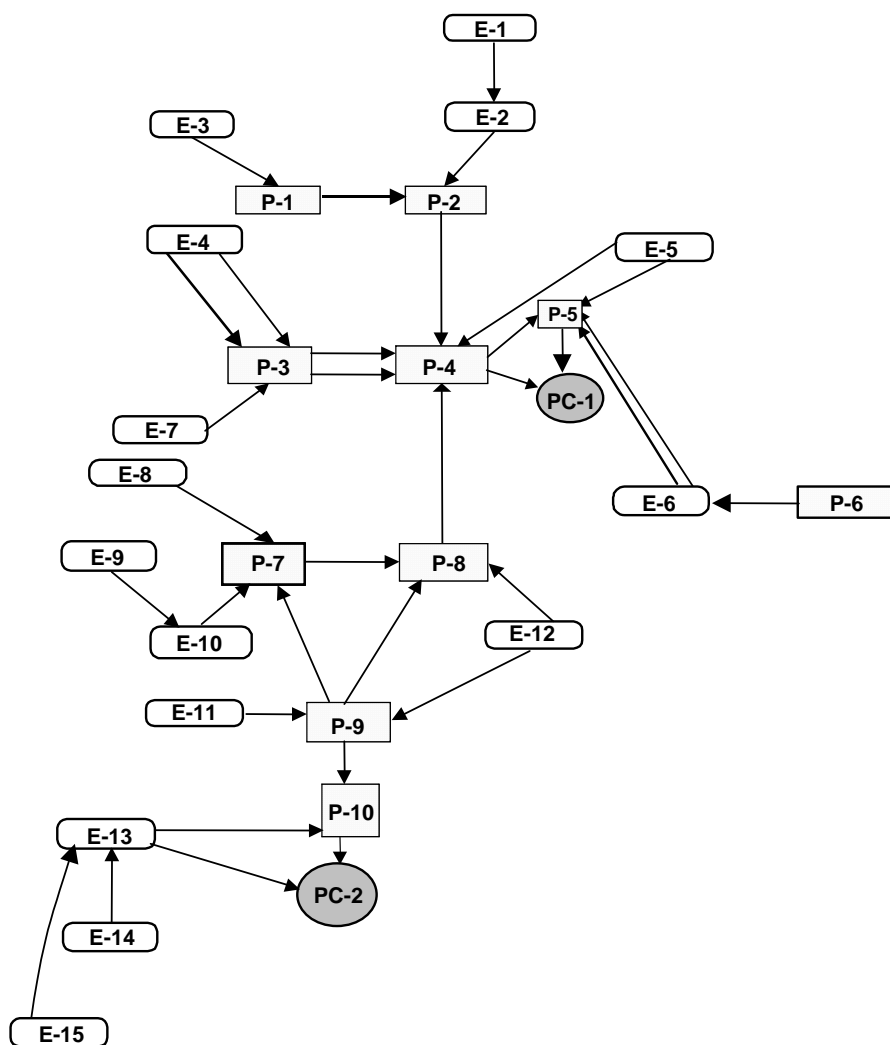


Figura 5.21 Red de recolección de gas de baja presión

Es importante destacar que el escenario de flujo y presión utilizado para comparar con el modelo desarrollado fue tomado del sistema SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*) que reporta las condiciones de operación del campo en un momento determinado.

La discusión en torno a encontrar un modelo que permita predecir adecuadamente la caída de presión en sistemas gas-líquido se centra en determinar si se evalúa como flujo monofásico, como flujo bifásico (donde las cantidades de líquido son apreciables) ó como flujo de gas con bajo contenido de líquido.

En la tabla 5.5, se presentan los resultados obtenidos en la red si se considera flujo monofásico (gas), bajo el criterio de obtener desviaciones menores a 10%, se procedió a realizar ajustes en el diámetro de las tuberías o en la eficiencia de las mismas. Las desviaciones se calculan comparando las presiones calculadas y las presiones medidas (reportadas) en los nodos de la red.

Tabla 5.5 Resultados obtenidos para flujo monofásico con ajustes en el diámetro o eficiencia en las tuberías

Nodos	Pmedida, psig	Modelo Monofásico P calc, psig	Desv, %	Ajuste diámetro Pcalc, psig	Desv, %	Ajuste efic. de tuberías Pcalc, psig	Desv, %
E-1	64	55,28	-13,63	68,18	6,53	68,28	6,69
E-2	65	53,54	-17,63	66,09	1,68	66,83	2,82
E-3	64	51,93	-18,86	66,25	3,52	69,12	8,00
E-4	68	55,9	-17,79	72,20	6,18	69,08	1,59
E-5	59	52,48	-11,05	64,33	9,03	63,10	6,95
E-7	76	69,81	-8,14	81,00	6,58	79,02	3,97
E-6	54	62,07	14,94	62,03	14,87	61,95	14,72
P-6	62	51,5	-16,94	66,56	7,35	65,59	5,79
E-8	61	57,13	-6,34	61,05	0,08	64,63	5,95
E-9	65	56,66	-12,83	71,08	9,35	70,71	8,78
E-12	55	53,65	-2,45	57,77	5,04	55,47	0,85
E-10	61	53,86	-11,70	59,08	-3,15	64,09	5,07
E-11	54	54,91	1,69	52,34	-3,07	55,25	2,31
E-13	57	54,11	-5,07	60,46	6,07	59,37	4,16
E-14	58	55,51	-4,29	62,28	7,38	61,99	6,88
E-15	61	56,69	-7,07	63,81	4,61	64,96	6,49

Para lograr los ajustes fue necesario reducir hasta 20% el diámetro interno de la tubería o considerar eficiencias de 30% en algunas tuberías de la red, esto indica que considerar flujo monofásico en la red no es lo mas adecuado, en vista que el gas sale saturado de condensados y vapor de agua en forma de gotas, y se condensan en el recorrido hasta la estación recolectora. Por otro lado, debido al

uso de la tubería, el diámetro efectivo no se corresponde con el diámetro original (tubería nueva). Por lo tanto, cuando se analiza una red de gas es necesario hacer evaluaciones que permitan selección del modelo de flujo apropiado para las condiciones de campo.

El impacto del comportamiento multifásico se evaluó considerando un modelo para flujo multifásico (usando la correlación de Beggs-Brill), así como los modelos fundamentados en la presencia de bajo contenido de líquido, ambos casos sin considerar ajustes. La tabla 5.6 muestra los resultados correspondientes al modelo de Beggs y Brill (B&B) cuando se considera el gas saturado con agua. Para obtener la cantidad de agua que satura el gas se utilizó un modelo numérico representado en la figura 5.22.

Comentario: Esta figura corresponde a la fig. 4-6 del libro OIL FIELD PROCESSING OF PETROLEUM VOLUME ONE: NATURAL GAS.

Tabla 5.6 Resultados obtenidos con el modelo de Beggs y Brill (B&B), considerando gas saturado

Nodos	Pmedida, psig	B&B Pcalc, psig	Desv, %	B&B, gas saturado Pcalc, psig	Desv, %
E-1	64	55.28	-13.63	61.24	-4.31
E-2	65	53.54	-17.63	59.06	-9.14
E-3	64	51.93	-18.86	55.39	-13.45
E-4	68	55.9	-17.79	60.18	-11.50
E-5	59	52.48	-11.05	52.57	-10.90
E-7	76	69.81	-8.14	87.78	15.50
E-6	54	62.07	14.94	75.03	38.94
P-6	62	51.5	-16.94	55.06	-11.19
E-8	61	57.13	-6.34	61.88	1.44
E-9	65	56.66	-12.83	60.76	-6.52
E-12	55	53.65	-2.45	51.33	-6.67
E-10	61	53.86	-11.70	55.66	-8.75
E-11	54	54.91	1.69	53.17	-1.54
E-13	57	54.11	-5.07	57.71	1.25
E-14	58	55.51	-4.29	60.19	3.78
E-15	61	56.69	-7.07	61.18	0.30

Se nota el efecto al considerar el flujo de gas saturado de agua líquida y además utilizando modelos multifásicos.

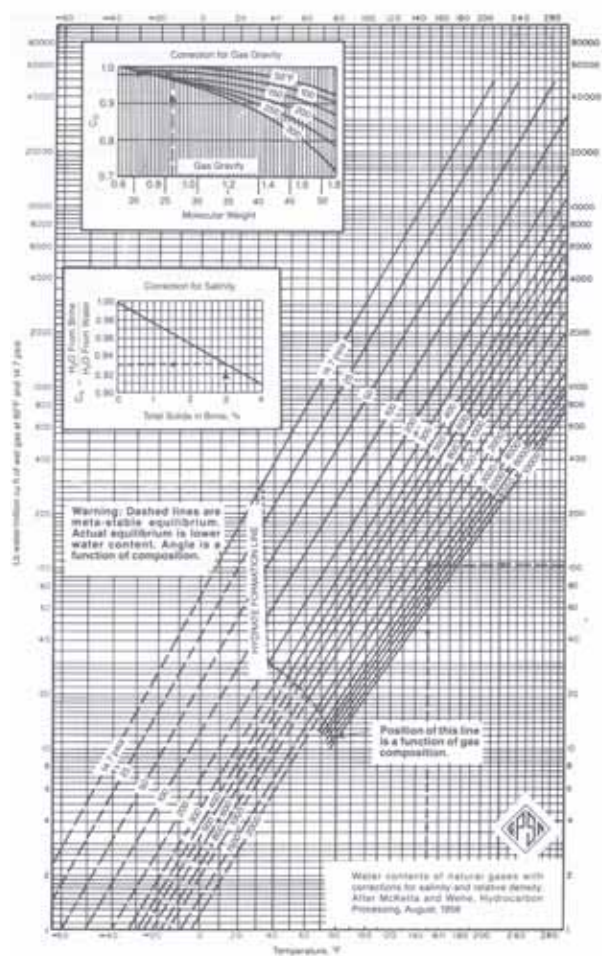


Figura 5.22 Punto de Rocío para el gas natural

Para determinar el efecto de la presencia de líquido en el sistema se realizó una sensibilidad incrementando el contenido en el caudal líquido asociado a las estaciones de flujo de la red y manteniendo su mismo flujo de gas. La tabla 5.7 muestra los resultados correspondientes al modelo multifásico de Beggs y Brill.

Tabla 5.7 Efecto de la presencia de líquido considerando el modelo de Beggs y Brill

Nodos	Pmedida, psig	B&B, gas saturado, (1 bl), psig	B&B, gas saturado, (10 bl), psig	B&B, gas saturado, (20 bl), psig	B&B, gas saturado, (100 bl), psig
E-1	64	61.24	60.95	60.85	60.74
E-2	65	59.06	58.67	58.51	58.25
E-3	64	55.39	55.23	55.18	55.28
E-4	68	60.18	63.58	63.29	62.70
E-5	59	52.57	57.49	57.21	56.74
E-7	76	87.78	86.74	87.33	86.21
E-6	54	75.03	74.56	74.47	73.94
P-6	62	55.06	54.89	54.84	53.79
E-8	61	61.88	61.31	61.19	61.03
E-9	65	60.76	60.17	60.05	59.91
E-12	55	51.33	50.81	50.84	50.97
E-10	61	55.66	55.03	54.95	54.87
E-11	54	53.17	52.58	52.54	52.18
E-13	57	57.71	57.53	57.44	57.43
E-14	58	60.19	59.98	59.88	59.44
E-15	61	61.18	61.11	61.04	61.20

De la tabla anterior se concluye que los resultados obtenidos con el modelo de Beggs y Brill no se ven afectado la presencia e incremento de la cantidad de líquido y el dimensionamiento de las tuberías que forman la red.

El efecto de la presencia de poco contenido de líquido en la red de tuberías, se estudió a través de los modelos ARS y Doble Círculo. Las tablas 5.8 y 5.9 muestran los resultados obtenidos con los modelos ARS y Doble círculo, respectivamente.

Tabla 5.8 Efecto de la presencia de líquido considerando el modelo ARS

Comentario: Se debe colocar los datos de campo, para que se de una idea . Los valores en rojo deben estar malo, voy a revisar esas corridas, porque no incluir a BB

Nodos	Caso Base (monofásico)	Con gas saturado, 1 bl	Con gas saturado, 20 bl	Con gas saturado, 80 bl	Con gas saturado, 100 bl
E-1	55,28	62,64	63,03	63,41	63,5
E-2	53,54	59,4	59,65	59,9	59,96
E-3	51,93	56,37	56,66	201,36	240,45
E-4	55,9	63,85	64,12	64,44	64,51
E-5	52,48	57,75	57,91	58,16	58,22
E-7	69,81	88,28	87,92	88,43	88,11
E-6	62,07	75,25	75,4	75,86	75,97
P-6	51,5	55,88	56,28	56,72	56,82
E-8	57,13	62,94	62,28	62,54	62,6
E-9	56,66	62,04	61,39	61,64	61,7
E-12	53,65	52,69	51,57	51,69	51,72
E-10	53,86	56,64	55,7	55,81	55,84
E-11	54,91	53,95	53,02	53,16	53,2
E-13	54,11	58,03	58,26	58,4	58,44
E-14	55,51	60,69	61,01	61,24	61,29
E-15	56,69	62,96	63,38	63,71	63,79

Tabla 5.9 Efecto de la presencia de líquido considerando el modelo de Doble círculo

Nodos	Caso Base (monofásico)	Con gas saturado, 1 bl	Con gas saturado, 20 bl	Con gas saturado,80 bl
E-1	55,28	62,64	63,03	63,41
E-2	53,54	59,40	59,65	59,90
E-3	51,93	56,37	56,66	186,35
E-4	55,90	63,85	64,12	64,44
E-5	52,48	57,75	57,91	58,16
E-7	69,81	88,28	87,92	88,43
E-6	62,07	75,25	75,4	75,86
P-6	51,50	55,88	56,28	56,72
E-8	57,13	62,94	62,28	62,54
E-9	56,66	62,04	61,39	61,64
E-12	53,65	52,69	51,57	51,69
E-10	53,86	56,64	55,70	55,81
E-11	54,91	53,95	53,02	53,16
E-13	54,11	58,03	58,26	58,40
E-14	55,51	60,69	61,01	61,24
E-15	56,69	62,96	63,38	63,71

Las tablas 5.8 y 5.9 demuestran que el modelo ARS y Doble tienen un efecto similar al modelo de Beggs y Brill y, entre ellos presentan poca diferencia, esto se debe a que el patrón de flujo presente en la mayoría de las tuberías es flujo anular de acuerdo del modelo de Gómez (1999).

CAPITULO VI:
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Con base en la data experimental utilizada y los resultados obtenidos, se concluye:

Para flujo de gas monofásico:

1. El modelo desarrollado presenta resultados similares a los obtenidos por otros investigadores, es decir, diferencias menores a 5.54% referidas a la presión de salida real y menores a 5.72% referidas a la caída de presión.
2. El comportamiento de las ecuaciones que consideran o desprecian el efecto al cambio de energía cinética es similar.
3. La desviación entre los resultados publicados y los obtenidos usando las ecuaciones que consideran el efecto de la energía cinética está en el orden de $\pm 10\%$.
4. Las ecuaciones que utilizan expresiones simplificadas para el factor de fricción (*Weymouth*, *Panhandle*, *IGT*) presentan desviaciones en el orden de $\pm 20\%$.

Para flujo de gas multifásico:

1. El modelo desarrollado considerando la presencia de poco contenido de líquido presenta resultados similares a los obtenidos por otros investigadores, es decir, diferencias menores a 16% para altas velocidades y menores a 24% para bajas velocidades.
2. La combinación de expresiones para el factor de fricción de la interfaz permitió reducir la diferencia entre los resultados por debajo de 20%.
3. El uso de modelos de flujo monofásico para evaluar el comportamiento de gas en redes de recolección de tuberías, originan desviaciones apreciables en los cálculos de presión cuando se compara con los valores medidos en campo.
4. El efecto de la saturación del gas con agua tiene un efecto marcado en los gradientes de presión y por ende en la presión del fluido.

5. Los modelos de flujo multifásico, aún para bajo contenido de líquido, generan caídas de presión mayores que aquellas correspondientes para flujo monofásico.
6. Para una red de recolección de gas, el modelo de flujo multifásico de Beggs y Brill es poco sensible para incrementos en la tasa de líquido, como consecuencia de los diámetros apreciables de las tuberías ($d > 8''$) que forman la red.

Con base en la data experimental utilizada y los resultados obtenidos se recomienda:

Para flujo de gas monofásico:

1. Utilizar modelos que consideren el efecto cinético cuando se desee estudiar el comportamiento del flujo de gas monofásico en tuberías horizontales y verticales.
2. No utilizar modelos simplificados para el factor de fricción cuando se estudie el flujo de gas monofásico en tuberías.
3. No utilizar modelos de flujo monofásico para evaluar el comportamiento del flujo de gas saturado en una red de tuberías de recolección.
4. Realizar ajustes en los diámetros internos o la eficiencias de las tuberías cuando se utilicen modelos para flujo monofásico en el cálculo de los gradientes de presión en redes de recolección de gas.
5. Utilizar modelos de flujo multifásico para el análisis del flujo de gas saturado en una tubería o redes de tuberías.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Amaravadi, S., Minami, K. y Shoham, O. (1998). *Two-phase Zero-net liquid flow in upward inclined pipes: Experiment and Modeling*. SPE Journal. 253-260.

Andritos, N. y Hanratty, T. (1987). *Influence of Interfacial Waves in Stratified Gas-Liquid Flows*. March, 1987, Vol.33, N° 3, 444-454.

Asante, B, Stanislav, J. y Pan, L. (1999). *Multiphase transport of gas and low loads of liquids in pipelines*. The University of Calgary. Canadá.

Aziz, K. (Series 1962-1963). *Ways to calculate gas flow and static head*. Petroleum Engineer, Vol 34-35.

Aziz, K. y Ouyang, L. (1995). *Simplified equation predicts gas flow rate, pressure drop*. Oil & Gas Journal.

Badie, S., Hale, C.P., Lawrence, C.J., Hewitt, G.F. (2000). *Pressure gradient and holdup in horizontal two-phase gas-liquid flows with low liquid loading*. Int. J. Multiphase Flow Vol 26, 1525-1543.

Beggs, H. Dale. (1991). *Production Optimization using Nodal Analysis*. OGCI Publications. Tulsa. USA.

Brill, J.P. y Beggs, H. D. (1998). *Two phase flow in pipes*. Editado por J. Brill y H. Dale Beggs. 6ta. Edición. USA.

Chen , X.T., Cai, X.D., Brill, J.P. (1997). *Gas-liquid stratified-wavy flow in horizontal pipelines*. Journal of Energy Resources Technology, 119, 209-216.

Cullender, M. H. y Smith, R. V. (1956). *Practical solution of gas flow equations for wells and pipelines with large temperature gradients*. Trans. AIME, 207, 281-287.

Dukler, A.E., Wicks III, M. y Cleveland, R.G. (1964). *Frictional Pressure Drop in Two-Phase Flow: B. An Approach through Similarity Analysis*. *AIChE Journal*, Vol. 10, January, 44-51.

Gómez, L., Shoham, O., Schmidt, Z., Chokshi, R., Brown, A. y Northung, T. (1999). *A Unified Model for Steady State Two-Phase Flow in Wellbores and Pipelines*. SPE 56520. SPE Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas; October 3 – 6.

GPSA. *Electronic Databook*. 11ra. Edición. FPS Vol I & II.

Grolman, E. y Fortuin, J. (1997). *Gas-liquid flow in slightly inclined pipes*. *Chemical Engineering Science* Vol 52, No. 24, 4461-4471.

Hamersma, P., Hart, J. (1987). *A pressure drop correlation for gas-liquid pipe flow with a small liquid holdup*. *Chemical Engineering Science* Vol 42, No. 5, 1187-1196.

Hamersma, P., Hart, J., Fortuin, J. (1989). *Correlations predicting frictional pressure drop and liquid holdup during horizontal gas-liquid pipe flow with a small liquid holdup*. *International Journal of Multiphase flow* 15, No. 6, 947-964.

Jeppson, R. W. (1976). *Analysis of flow in pipe networks*. Ann Arbor Science. USA.

Lester, C.B. (1994). *Hydraulics for pipeliners*. Volumen I: Fundamentals. Gulf Publishing Company. Segunda edición. Houston. USA.

Manning, F. y Thompson, R. (1991). *Oilfield processing of petroleum. Volume I: Natural Gas*. PennWell Books. Tulsa. USA.

Meng, W., Chen, .X., Kouba, G., Sarica, C., Brill, J.P. (1999). *Experimental study of low liquid loading gas-liquid flow in near-horizontal pipes*. SPE 56466.

Mucharam, L y Adewumi, M. (1990). *A compositional two-phase flow model for analyzing and designing complex pipeline network systems*. SPE 21562.

Newton, C. y Benhia, M. (1998). *On the use of the stratified momentum balance for the deduction of shear stress in horizontal gas-liquid pipe flow*. International Journal of Multiphase flow 24. 1407-1423.

Ouyang, L. y Aziz, K. (1996). *Steady-state gas flow in pipes*. Journal of Petroleum Science and Engineering, 14, 137-158.

Oziadacz, A. J. (1987). *Simulation and analysis of gas networks*. Gulf publishing company. Houston. USA.

Paras, S., Vlachos, N. y Karabelas, A. (1998). *LDA Measurements of local velocities inside the gas phase in horizontal stratified/atomization two-phase flow*. International Journal of Multiphase flow. Vol. 24, No. 4. 651-661.

Shoham, O. (1982). *Flow pattern transition and characterization in gas-liquid two phase flow in inclined pipes*, Ph. D. Dissertation, Tel-A-Viv University, Israel.

Sukkar, Y. K. y Cornell, D. (1955). *Direct calculation of bottom-hole pressures in natural gas wells*. Trans. AIME, 160, 100-113.

Taitel, Y. (1996). *Advances in two phase flow mechanistic modeling*. SPE 27929

Tian, S. y Adewumi, M. A. (1992). *Development of analytical design equation for gas pipelines*. SPE 24861.

Towler, B. F y Pope, T. L. (1994). *New equation for friction factor approximation developed*. Oil Gas Journal 92, 55-58.

White, F. M. (1986). *Fluid Mechanics*. McGraw Hill Book Company, New York.

Xiao, J. J., Shoham, O. y Brill, J. P. (1990). *A Comprehensive Mechanistic Model for Two-Phase Flow in Pipelines*. The 65th SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, L.A. SPE 20631. 167 – 180. September 23 – 26.

Young, K. L. (1967). *Effect of assumptions used to calculate bottomhole pressures in gas wells*. J. Pet. Technology, 19, 547-550.

Zhou, J. y Adewumi, M.A. (1992). *The Development and Testing of a new flow equation*. University Park, Pennsylvania.