UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA

FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN

DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

ÁREA: FILOSOFÍA

LA NOCIÓN DE SIMETRÍA EN FÍSICA: UNA RECONSTRUCCIÓN

TRABAJO DE GRADO DE LA MAESTRÍA EN FILOSOFÍA
MENCIÓN: LÓGICA Y FILOSOFÍA DE LA CIENCIA
Para optar al título de Magíster en Filosofía

TUTOR: PROF. MARÍA CAROLINA ÁLVAREZ

Ruth Carolina Castillo Ochoa
C.I.:12.625.153
Caracas, Marzo 2018

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Central de Venezuela debo mi progreso profesional y académico. Sirva estas palabras como muestra de profundo y sincero agradecimiento por brindarme la oportunidad de realizar mis estudios de maestría y ejercer mi labor como profesor universitario. Así mismo agradezco al Instituto de filosofía Juan David García Bacca por la creación de la maestría en Lógica y Filosofía de la ciencia. Único estudio con esta mención que contribuye al desarrollo del quehacer filosófico y científico del país.

El presente trabajo de investigación es fruto de un gran esfuerzo individual y colectivo que durante largo tiempo mermo parte importante de mi afectividad en un estudio solipsista y áspero de fuentes filosóficas e históricas logrando madurar en formas colectivas de colaboración, estudio, corrección y crítica feroz de postulados, principios y fuentes que construyeron los siguientes párrafos. Existen múltiples personas que constituyeron este esfuerzo y a quienes agradezco de forma infinita.

A mi tutora Prof. María Carolina Álvarez por sus incisivos comentarios y celosa revisión que contribuyeron a crear un producto consistente y serio. Su ejemplo intelectual, tenacidad de trabajo, críticas rigurosas, correcciones y distintas reestructuraciones del tema inspiraron mi profundo interés en filosofía de la ciencia. Realizar esta investigación bajo su guía represento un alto compromiso traducido en infinita satisfacción personal, profunda amistad y agradecimiento sincero.

Al Prof. Delfín Moronta quien es un ejemplo de una combinación de saberes y disposiciones, con un modo singular de transmisión de conocimiento, posible solamente de quien siente una profunda pasión por el saber y la academia. Sus cuidadosos comentarios y correcciones hacen posible poner a disposición del lector formado tanto en física como en filosofía esta investigación. Su apoyo, inspiración y amistad me permitieron aprender mucho más que lo estudiado en el proyecto.

A todos los profesores del Instituto por mostrarme las múltiples bellezas de la filosofía.

Al Prof. Jesús Ojeda del Instituto de filosofía quien con su singular modo de enseñanza me mostró que la pasión por el conocimiento pasa por la inagotable capacidad de asombro permitiéndonos descubrir y comprender nuevas perspectivas y horizontes en filosofía.

Al Prof. César Noguera del Departamento de física aplicada entrañable amigo quien con una afectividad universal y monumental me acompaño en una conversación inspiradora y apremiante en el camino que significa comprender la importancia de la filosofía para la física.

A mis amigos y compañeros, Francisco, Gustavo y Hernán, quienes con sus conversaciones amenas y cálidas contribuyeron afectiva y conceptualmente con la confianza y convencimiento de la importancia de este pequeño esbozo de filosofía de la ciencia.

Quisiera guardar hacia el final de estos agradecimientos, la mención especial a mis padres Mario y Edita por haberme forjado como la persona que soy en la actualidad; muchos de mis logros se los debo a ustedes entre los que se incluye este. Me formaron con reglas y con algunas libertades pero al final de cuenta me motivaron constantemente para alcanzar mis anhelos. A mis hermanos David y Annie con quienes comparto momentos de alegría y de dificultad. Hemos vencido juntos muchos obstáculos. Este logro es también de ustedes. Gracias por apoyarme y sobre todo soportarme.

A mi dulce niña Rocío por su sabía comprensión y paciencia. Tu eres fuente y motivación de mi esfuerzo; gracias por estar siempre dispuesta a escucharme, a entenderme y a darme un correcto y perfecto consejo a tu tierna edad. Este logro es para ti.

LA NOCIÓN DE SIMETRÍA EN FÍSICA: UNA RECONSTRUCCIÓN

TRABAJO DE GRADO DE LA MAESTRÍA EN FILOSOFÍA
MENCIÓN: LÓGICA Y FILOSOFÍA DE LA CIENCIA
Para optar al título de Magíster en Filosofía

RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo la comprensión de la noción de simetría en física. Para ello abordamos tres problemas:1) la existencia o no del término *simetría* en la antigüedad, 2) la posición kantiana en referencia a la comprensión del problema inercial y sus repercusiones en la evolución de la noción de simetría y 3) la naturaleza de la noción de simetría en la física contemporánea, es decir, si la simetría es un *principio* o un *argumento*. Enmarcado el estudio bajo enfoque de análisis de conceptos básicos y reconstrucción histórica damos cuenta de la evolución en el significado y uso de simetría por medio de los distintos contenidos inmersos dentro de la noción clasificándola bajo los esquemas de Branding-Castellani, Carnap y Roche. La catalogación de Branding-Castellani distingue dos acepciones: *implícita* y *explícita*. La investigación amplia tales distinciones adicionando a *simetría implícita* las significaciones a) *figurativas* o *geométricas* y b) *equilibrio entre el todo y las partes*; mientras que *simetría explícita* es ampliada por medio de a) *equivalencia, igualdad e identidad* y b) *simetría bilateral*. Por otra parte bajo el esquema lógico de Carnap la noción de simetría se cataloga como *concepto clasificatorio*, *comparativo* y *métrico*. Mientras que la distinción en el uso de la noción como *principio* y *argumento* seguimos a Roche. Asumiendo tales clasificaciones esta investigación muestra como es entendida la noción de simetría en la física actual.

Palabras Claves: simetría, significado, física.

Contenido

AGRADECIMIENTO 2

RESUMEN 4

INTRODUCCIÓN 5

CAPITULO I 14

LA SIMETRÍA INDEFINIDA DE LA ANTIGÜEDAD 14

I.a. Simetría implícita: equilibrio, indiferencia y permanencia 15

I.b. La simetría implícita dentro del concepto de espacio absoluto 22

CAPITULO II 33

LA EVOLUCIÓN MODERNA DE LA NOCIÓN DE SIMETRÍA 33

II.a. El espacio absoluto de Newton; las nociones de equivalencia y equilibrio en la ley de inercia 34

II.b. Distinción entre reposo y movimiento uniforme: la crítica de Leibniz a Newton. 40

II.c La solución cinemática de Leibniz al problema del principio de Inercia: la identidad de los indiscernibles y la vinculación entre igualdad, identidad y equivalencia. 44

II.d La solución kantiana a la disertación Leibniz Newton 53

CAPITULO III 66

LA NOCIÓN DE SIMETRÍA EN LA FÍSICA CONTEMPORÁNEA 66

III.a El tiempo como intuición pura 67

III.b Invariancia y Simultaneidad 73

III.c El lenguaje de la simetría 83

III.d La simetría y su relación con las leyes de conservación: transformaciones de Lorentz y teoremas de Noether 89

III.e Automorfismos físicos, noción de espaciotiempo y principio de covarianza general 97

CAPITULO IV 108

CONCLUSIONES 108

BIBLIOGRAFÍA 117

Obras de Referencia 117

Artículos de Referencia 122

Figuras 125

INTRODUCCIÓN

Los cambios en la imagen física del mundo exigen una revisión de nuestra conceptualización del mismo. Particularmente en física, cuando intentamos acomodar los desconcertantes datos observacionales que nos abocan a las nuevas revoluciones científicas, descubrimos que muchos de nuestros conceptos dependen, para su viabilidad, de la presencia de ciertas características estructurales que obliga su reconsideración. Esta revisión nos impone una investigación filosófica, en cuanto al significado de conceptos básicos, necesaria para acomodar el nuevo entendimiento conceptual del mundo[1]. Esto contiene la motivación de esta investigación cuyo objetivo es comprender la noción de simetría en física. Para llevar a cabo este proyecto se hizo necesario rastrear la noción de simetría a través de una reconstrucción histórica, enmarcada dentro del progreso de la física, permitiendo dar cuenta de la vinculación entre la noción y leyes de conservación. En otras palabras, una reconstrucción histórica permite mostrar la evolución de la noción de simetría en física tomando en cuenta, dentro de cada contexto histórico, las distintas estructuras teóricas en las cuales la noción se encuentra inmersa.

La razón de hacer una reconstrucción histórica se fundamenta en las ideas de L. Geymonat. Para el filósofo italiano el dinamismo de la física impone el estudio directo de sus estructuras teóricas tal y cómo estas se han ido determinando en el tiempo[2], mostrándose con ello la evolución y progreso de la física. En resumidas cuentas, para Geymonat la evolución de la física no puede estudiarse bajo imágenes rígidas de ésta, antes bien es necesario tomar en cuenta estadios y/o contextos históricos dentro de los cuales se han dado los avances más significativos del progreso de la física y sus nociones fundamentales.

---

[1]Cfr. Sklar, L., *Filosofía de la Física*, Alianza, Barcelona, 1992, p. 17
[2]Cfr. Geymonat, L., *Filosofía y Filosofía de la Ciencia*, Labor, Barcelona, 1970, p. 14

De esta forma, y bajo esta perspectiva, los cambios revolucionarios en física exigen una exploración más detenida acerca de la forma en que los conceptos dependen de la estructura teórica en la que se encuentran inmersos y como los cambios, debido al dinamismo de la física en esa estructura, pueden exigir una renovación conceptual de nuestra parte. Esta exigencia orienta esta investigación hacia análisis de conceptos básicos siguiendo las ideas de P. Strawson[3]. Ahora bien, todo trabajo de investigación enfrenta dificultades. Y este trabajo no escapa a ello. El objetivo de comprender la noción de simetría en física, bajo una reconstrucción y análisis de conceptos básicos, presenta como desafío cumplir con rigurosidad la exigencia que el lenguaje físico y filosófico demanda, requiriendo con ello especial cuidado en la investigación. Es por esto que resulta sensato ofrecer a los lectores, versados en filosofía y física, excusas sí en algún momento las descripciones no pueden ser claramente ubicadas, dentro de la filosofía o de la física.

La evolución de nociones fundamentales da cuenta del progreso y avance de la física. La simetría, noción fundamental en física, puede presentar distintos significados: a) Heurísticamente los *modelos* inspiran a científicos en la búsqueda de soluciones satisfactorias a distintos problemas bajo una serie de enunciados. Un ejemplo de esto lo encontramos en el mundo antiguo. Las descripciones realizadas en forma cualitativa por antiguos cumplen ciertos requerimientos (el mundo en su forma geométrica es circular, ya que el círculo es perfecto, etc.) que garantizan el equilibrio y armonía observada en el mundo; b) Metodológicamente en la actualidad las teorías se estudian como *estructuras*[4]. Las razones son: 1) La evidencia que proporciona la historia de la ciencia, 2) los términos adquieren su significado de la teoría, y 3) el avance de las teorías es más eficiente si contiene dentro de ellas prescripciones sobre que hay que hacer para que avancen. En otras palabras, comprender la noción de simetría en física pasa por entender la evolución de teorías físicas.

---

[3] Strawson, P., *Análisis y Metafísica*, Paidós, Barcelona, 1992
[4] Cfr. Kuhn, T, *La estructura de las revoluciones científicas*, FCE, Ciudad de México, 1971

Esto nos conduce a abordar tres problemas: 1) la existencia o no del término *simetría* en la antigüedad, 2) la posición kantiana en referencia a la comprensión del problema inercial y sus repercusiones en la evolución de la noción de simetría y 3) la naturaleza de la noción de simetría en la física contemporánea, es decir, si la simetría es un *principio* o un *argumento*. En cada capítulo estudiamos la noción de simetría desde su significado, uso y como concepto científico siguiendo tres esquemas diferentes: Branding-Castellani, Roche y Carnap respectivamente.

El primer problema se abordará haciendo un recorrido histórico desde los griegos hasta el inicio del Renacimiento, permitiendo mostrar la simetría bajo la acepción *implícita* y su relación con nociones tales como: *equilibrio, indiferencia, permanencia, armonía, proporción, orden, belleza y unidad*. Para el mundo antiguo la simetría es cualidad de la cosa. Encontramos una primera acepción de la noción: *simetría implícita*. Posteriormente, con el avance de las matemáticas, la noción adquiere una definición propia y pasa considerarse de forma *explícita* o directa mediante expresiones algebraicas. Damos cuenta de otra acepción de la noción: *simetría explícita.* De esta forma, la incorporación de nociones como *equivalencia, indiscernibilidad y congruencia* dan cuenta de la ampliación del concepto en física. De esto se deriva el segundo problema de esta investigación: la relación de la simetría con el conocimiento desde la posición kantiana y su relación con la física newtoniana. Para atender a esta cuestión, se hace necesario prestar especial atención a las ideas de Copérnico, Telesio, Gassendi, Moore, Galileo, Newton, Leibniz y Kant[5]. Finalmente la física contemporánea[6] abre paso a una nueva transformación de la noción, al considerarla explícitamente como requisito meta lingüístico en distintas teorías físicas como: relatividad especial, general y mecánica cuántica. Esto nos conduce al tercer problema de esta investigación: la simetría y su estatus como

[5]Jammer, M., *Conceptos de Espacio,* Grijalbo, México, 1970

[6]En esta investigación nos referiremos a la física newtoniana como “física clásica o moderna” y a la física de finales del siglo XIX y comienzos del siglo XX, que refiere a los trabajos de Einstein y otros, “física contemporánea” (Nota del Autor)

elemento del lenguaje teórico y su uso al ser entendida por algunos estudiosos como *principio* y por otros como *argumento*[7] dentro de la física contemporánea.

El primer capítulo está sustentado principalmente en la compilación que realizó Manuel Doncel[8] en *Symmetries in physics, 1600-1980: proc. 1st mtg. On the history of scientific ideas, held Sant Feliu de Guixols* (1988), de las ponencias en el primer *Congreso de la Simetría en Física* realizado en España, en la que resalta la conferencia de Jhon Roche acerca de la ausencia del término en el mundo antiguo. A este respecto también hacen referencia Katherine Branding y Elena Castellani[9] en *Symmetries in Physics: Philosophical Reflections* (2006), añadiendo la distinción entre simetría implícita y simetría explícita. Usaremos además el texto *Symmetry* (1952) de Hermann Weyl[10]. Para las referencias históricas nos fundamentamos en el texto de Ángel Ruiz[11]*Historia y Filosofía de las Matemáticas*.

En el segundo capítulo nos apoyamos en *Conceptos de Espacio* (1970) de Max Jammer[12], especialmente en la compilación que hace *De natura rerum juxta propia principia libri novem* de Telesio[13] y *Syntagma philosophicum* de Gassendi[14], para la reconstrucción del concepto de espacio y su relación con la simetría. Posteriormente, la indeterminación entre estados distintos pero equivalentes, que abre paso a la invariancia relativista, se vincula con *simetría, espacio, equilibrio y equivalencia*

---

[7]Entenderemos *argumento* como aquellas explicaciones físicas que partiendo de una base que posee una simetría inicial conducen a conclusiones definitivas. Para una mayor ampliación de esta idea Cfr. Branding, K., y Castellani, E., *Symetry and Symetry Breaking*, *Stanford Enciclopedy*, Stanford,2003

[8]Doncel M., y Pais A., *Symmetries in physics, 1600-1980,* Universidad Autònoma de Barcelona, Barcelona,1988

[9]Branding, K., Castellani, E., *Symmetries in Physics: Philosophical Reflections,* Cambridge University Press, Cambridge, 2003

[10]Weyl, H., *Symmetry,* Princeton University, Princeton, 1952

[11]Ruiz, A., *Historia y Filosofía de las Matemáticas,* Departamento de Matemáticas EUNED, Costa Rica, 2003

[12]Jammer, M., *Conceptos de Espacio…,* 1970

[13]Telesio, *De natura rerum juxta propia principia libri novem,* I, Nápoles, 1568, En: Jammer, M., *Conceptos de espacio,…,* 1970

[14]Gassendi, P., *Syntagma philosophicum,* Florencia, Parte II, Sección I, Libro I, Cap. I, En: Jammer, M., *Conceptos de espacio,…,* 1970

bajo las tesis del *Discorsi e dimostrazioni matematiche in torno a due nuove scienze* (1980) y del *Il saggiatore*[15] de Galileo Galilei[16]. Siguiendo este mismo orden de ideas, la física newtoniana será abordada desde *Principios Matemáticos de Filosofía Natural* de I. Newton*[17]* (1978), con la ayuda de la interpretación que hace Paolo Casini en *El universo máquina* (1971)[18]~~.~~ Posteriormente se revisará la discusión de leibinizianos y newtonianos desde *La polémica Leibniz- Clarke* (1980)[19], y para profundizar las ideas de Leibniz se usarán los textos *Monadología*[20] y *Discurso de metafísica*[21]. Bajo este marco de ideas, la *Crítica de la Razón Pura* de I. Kant[22] establece el giro copernicano, un cambio en la comprensión de la estructura cognoscitiva del conocimiento en general, y en la comprensión de la naturaleza y las matemáticas: allí se introducirá la relación de la simetría con el conocimiento. Rae Langton[23] en *Kantian Humility: our ignorance of things themselves*(2007) expone la posición kantiana en la discusión entre Newton y Leibniz. *Teoría Clásica de Campos* (1992) Landau y Lifschitz[24] e *Introduction to the theory of relativity* (1948) Peter Bergman[25], resultan necesarios para la formalidad física.

Más adelante en la historia de la física, la noción se transforma en requerimiento dentro del lenguaje, oscilando entre ser considerada como *principio* o como *argumento*. *Symmetry and conservation laws* (1964) de Eugene Wigner[26]permite

---

[15]Galilei, G., Il *saggiatore*, Barberá, Firenze, 1864
[16]Galilei, G., *Discorsi e dimostrazioni matematiche in torno a due nuove scienze, opere di Galileo Galilei*, UTET, Roma, 1980
[17]Newton, I., *Principios Matemáticos de Filosofía Natural,* (Trad.) García Bacca, J.D., Imprenta Universitaria UCV, Caracas, 1978
[18]Casini, P., *El universo máquina,* Martínez- Roca, Barcelona, 1971
[19]Leibniz, G.W., *La polémica Leibniz-Clarke,* (Trad.) Rada E, Taurus, Madrid, 1980
[20]Leibniz, G.W., *Monadología,* (Trad.) Fuentes, M., Orbis, Madrid, 1983
[21]Leibniz, G.W., *Discurso de Metafisica,* (Trad.) Fuentes, M., Orbis, Madrid, 1983
[22]Kant, I., *Crítica de la Razón Pura,* (Trad.), Morente M., Librería General, Madrid, 1928
[23]Langton, R., *Kantian Humility: our ignorance for things themselves,* Oxford University Press, New York, 2007
[24]Landau K., Lifshitz, I., *Teoría Clásica de Campos,* vol.II, Reverté, México, 1992
[25]Bergman, P., *Introduction to the theory of relativity,* Prentice-Hall, New York, 1948
[26]Wigner, E., "Invariance in physical theory" En: *Proceedings of the American Philosophical Society*, 1949, p. 521-526

identificar el uso de la simetría como *principio* y su relación con leyes de conservación. Lawrence Krauss[27], en *Fear of Physics: A guide for the perplexed* (2007), expone la relación del término *ruptura de simetría* con el uso como *argumento* de la noción simetría. *Fearful Symmetry*: *The Search for beauty in Modern Physics* (2007) de Albert Zee[28], presenta el uso de la simetría como argumento en la física contemporánea. *Laws Symmetry and Symmetry Breaking: Invariance, Conservation, Principle and objectivity* (2004) de Jean Earman[29]sustenta, desde la visión de la mecánica cuántica, la relación entre las nociones de *invariancia*, *conservación* y *ruptura espontánea* con el uso de la noción de simetría como *principio*. *Symmetry in Philosophy and History of Science* (1990) de Klaus Mainzer[30]resume la visión del problema reseñando la evolución de la simetría en la filosofía de la ciencia bajo tres cuestiones: 1) qué es la simetría; 2) el impacto interdisciplinario del significado de la noción de simetría discutida en filosofía de la ciencia y 3) la influencia de la noción de simetría en el bagaje cultural. De los apartados 1) y 2) Mainzer da el estatus de *principio* a la simetría desde un punto de vista metodológico. Todas estas consideraciones aportan los elementos necesarios para poder plantear la cuestión abierta del estatus de la simetría en función de su uso dentro del lenguaje de la física contemporánea: la simetría, ¿es principio o argumento?

La contribución de esta investigación no es otra sino la de brindar un aporte académico en español al estudiar la noción de simetría en física desde la filosofía. Existen diversas discusiones, desde otros puntos de vistas, pero todas en inglés. Por

[27]Krauss, L., *Fear of Physics,…,*2007
[28]Zee, A., y Penrose, R., *Fearful Symmetry*: *The Search for beauty in Modern Physics*, Princeton University Press, Princeton, 2007
[29]Earman, J., "Laws Symmetry and Symmetry Breaking: Invariance, Conservation, Principle and objectivity", En*: Proceedings of the 2002 Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association Part II: Symposia Papers*, Mitchell, 2004, pp. 1227-1241. (Disponible en: http://www.jstor.org/stable/10.1086/428016)
[30]Mainzer, K., "Symmetry in Philosophy and History of Science" En: *Symmetry: Cultura and Science*, vol. I, (1990), no. III, pp.319-328

otra parte, es una investigación que pretende abarcar de una forma amplia y desde una perspectiva filosófica, entendiendo esta disciplina como reconstrucción de conceptos básicos, un problema cuyas aristas se encuentran dibujadas de una forma solo parcial en los textos antes mencionados.

CAPITULO I

LA SIMETRÍA INDEFINIDA DE LA ANTIGÜEDAD

Simetría proviene del griego συμμετρικ, que viene formado por el prefijo συμ (sym=con, en conjunto), la raíz μετρον (metrón= medida) y el sufijo ια (ia=cualidad), y es entendido como:(A) la medición en conjunto de cualidades;(B) reducción a una medida común; y (C) justa proporción o medir por comparación[31]. Ahora bien, aunque el origen etimológico de la palabra es griego, ellos en realidad no tenían el término *simetría*[32], ni una definición explícita, más bien un conjunto de nociones, tales como *proporción, equilibrio, permanencia, indiferencia, armonía, orden y belleza*[33], estaban estrechamente vinculadas a la *simetría*.

La ausencia del término “simetría” en el mundo antiguo, lleva a los griegos a mostrarla de una forma *implícita* relacionándola con el conjunto de nociones antes citadas. Bajo esta perspectiva, el objetivo del presente capítulo es mostrar la simetría a través de las nociones de *proporción, equilibrio, belleza, armonía, orden y equivalencia*, tal y como lo hacían los antiguos, y con ello dar un paso hacia adelante clasificando la noción de simetría bajo tres esquemas: 1) dentro del esquema de Branding y Castellani como *simetría implícita*, 2) bajo el esquema carnapiano como *concepto clasificatorio* y 3) como *argumento* y *principio* bajo el esquema de Branding-Castellani y Roche. El distinguir la noción de simetría bajo estos tres esquemas permite dar cuenta de su evolución y transformación en la ciencia, en particular en la física.

---

[31] Cfr. Lafarga, F., “Breve diccionario etimológico de términos geométricos”, En: *Jornadas de Educación Matemática de la comunidad valenciana*, España, no. III, (Disponible en: http://www.ua.es/personal/SEMCV7Actas/III)
[32] Cfr. Roche, J., “A critical study…”…*cit.*, p. 6
[33]Cfr. Azcarate, P., *Obras de Aristóteles*, Madrid, Medina y Navarro, t.XX,1873, p. 354

I.a. Simetría implícita: equilibrio, indiferencia y permanencia

Para iniciar la reconstrucción de la noción de simetría, nos apoyaremos en el texto de Ángel Ruiz[34], quien sostiene que la ciencia y la filosofía se iniciaron en la ciudad de Mileto, donde se funda la escuela de Thales de Mileto[35]. Para esta escuela el factor constante es la descripción de un mundo ordenado y armonioso, un mundo bello en función de su orden y armonía. Así, para Thales, el mundo guarda un *orden* o *equilibrio* relacionado con la belleza gracias a disposiciones de los Dioses[36]; la investigación de la naturaleza busca entonces el principio natural que subyace en lo terrenal subyugado a las disposiciones divinas que le otorgan la regla de orden o de equilibrio. Ahora bien, para los griegos aquello que está en equilibrio es igual a aquello que presenta *indiferencia*[37]. John Roche afirma:

> […] cuando se encuentra evidencia que un concepto en particular ha sido usado, pero no explícitamente articulado, entonces es recomendable poner atención en esto. Como quiera que sea, un concepto o definición de simetría exacto no existe en la antigüedad, lo que más se asemeja es la "indiferencia"[38].

La *indiferencia* es vista por los antiguos como *equilibrio* en el sentido de que aquello que está en equilibrio es indiferente frente algún cambio y esto responde a la noción de *simetría*. Un ejemplo claro lo encontramos en Anaximandro, para quien el principio que subyace en la naturaleza es *Ápeiron*[39], que da cuenta del *equilibrio* de la Tierra a través de la *indiferencia* que ofrece su forma geométrica mostrando la *simetría*. Sostiene J. Roche:

> Anaximandro que vivió desde alrededor de 611 a 545 antes de Cristo, en Asia Menor, creía que la tierra tenía la forma de un

---

[34] Cfr. Ruiz, A., *Filosofía, Historia y,…cit.,* 2003
[35]*Ibíd.,*p.33
[36]*Ibid*.,p.31
[37] Cfr. Roche, J., "A critical study…" *cit.,* p.6
[38]*Ibídem*
[39]Roche escribe: "The principle [arjé] of all things is the indeterminate apeirón. Now, even where there is a generation for things, there also occurs destruction, according to necessity; In effect, pay the blame to each other and the reparation of injustice, according to the order of time", Cfr. Roche, J., "A critical study…" *cit.,* p.6

> disco. Según Aristóteles, Anaximandro sostenía que la tierra mantiene su lugar debido a su indiferencia. Movimiento hacia arriba y hacia abajo y hacia los lados, son todos iguales a lo que se establece en el centro y con indiferencia relacionada con cada punto extremo.[40]

De estas ideas podemos concluir que la Tierra es *simétrica* porque está en *equilibrio* gracias a la *indiferencia* que presenta su forma geométrica[41]; entendiendo la indiferencia como la *equidistancia* que existe entre todos los puntos de su forma geométrica. Podemos considerar esto como la primera noción de simetría ya que, para el filósofo griego, aquello que es simétrico está en equilibrio y es *indiferente*. Expone Roche:

> En Anaximandro tenemos al parecer el primer argumento de la simetría en la física. La Tierra está en equilibrio debido a su perfecta simetría o la indiferencia con respecto a todas las direcciones en el espacio. Los escritores griegos posteriores le acreditan a Anaximandro la concepción de que los cielos tienen una forma esférica. Esto se deduce fácilmente de su teoría de un vórtice cósmico original, y especialmente de su creencia de que la Tierra era el centro del universo y además tenía un carácter isotrópico con relación a los cielos. Estas ideas representan un principio de simetría, por tanto, Anaximandro bien puede haber sido responsable del posterior compromiso de los astrónomos griegos con un cosmos esférico. Las cosmologías babilónicos, egipcios y griegos anteriores a las ideas de Anaximandro no concibieron el universo como una esfera[42].

Para Roche, la consideración de la *indiferencia* como *argumento* de simetría por parte de Anaximandro, constituye la base donde se fundamentan todas las representaciones del cosmos en la astronomía antigua. Desde este punto de vista, la *indiferencia* como *argumento* de simetría en Anaximandro, pasa a ser *principio de simetría* en la astronomía antigua al preservar el *equilibrio* del cosmos esférico. Encontramos aquí algo interesante en relación al uso de la noción de simetría: vemos como la noción de simetría pasa de ser *argumento* para los griegos, a ser *principio* para la astronomía antigua. He aquí la primera distinción en el uso de la noción bajo

---

[40]*Ibídem*
[41]*Ibídem*
[42]*Ibid.*, p. 6

el esquema de Roche: la simetría como principio y argumento. Para no interrumpir la reconstrucción histórica con la que hemos iniciado, abordaremos ampliamente estas ideas más adelante, sin embargo debemos hacer énfasis en que para los griegos, la noción de simetría es *argumento*, mientras que para los modernos la noción pasa a ser *principio*.

Las consideraciones de un universo dotado de orden y armonía, llevaron a la escuela pitagórica sostener que el *número* es el ente que vincula lo terrenal con lo divino pasando a ser el principio fundamental que subyace en la naturaleza. Los planteamientos sobre los números, por parte de los pitagóricos, tuvieron importantes implicaciones en el desarrollo, no solo de las matemáticas, sino además en la cosmología[43] ya que ponían de manifiesto la existencia de un patrón de lo divino en lo terrenal; un patrón que solo puede ser buscado mediante la introspección. A este respecto expone Ruiz:

> ¿Por qué las matemáticas eran tan importantes en esta escuela-secta? Una de sus ideas pilares era que Dios no podía crear un mundo imperfecto, y por eso la esfera de los sentidos ofrecía solamente la ilusión. Es decir, apreciamos en los pitagóricos una idea que subestima el papel de la experiencia sensorial y la relación con el mundo empírico, y que busca la certeza y la verdad en la razón, es decir en el examen interno de la mente. Había que buscar la perfección por medio de la introspección (contrapuesta a la observación). Esto es relevante. Es probable que la opinión, ideológica o religiosa, que afirma que es en la mente donde se debe buscar verdad, certeza, y perfección dirigiera a los miembros de esta secta hacia las matemáticas. El éxito obtenido en las matemáticas habría potenciado su percepción sobre el papel de la introspección frente a la experiencia sensible.[44]

Con este tipo de ideas se empujaba el criterio de las matemáticas como aquello *perfecto* e *inmutable*, que daba cuenta de lo que *permanece* en el mundo dejando de lado el carácter empírico de la física. Bajo esta perspectiva la escuela pitagórica

---

[43] *Ibídem*
[44] *Ibídem*

establece el modelo de universo racional que define su cosmología. Expone Pablo Melcon:

> […] la concepción del fuego central de los pitagóricos o la propia concepción de los astros de Aristóteles como dioses, dista mucho de una posición claramente laica. Ahora bien, como quiera que dicho modelo se atribuye a la tradición pitagórica y a Platón, parece conveniente suponer que la tesis acerca del origen de las teorías gnoseológicas del universo está en la introducción de procedimientos matemáticos y geométricos en la organización de las observaciones astronómicas. De hecho, a la hora de mencionar los méritos de la cosmología pitagórica se aplaude haber aproximado la astronomía a la aritmética y a la geometría, pasando por la música[45].

El modelo cosmológico de los pitagóricos permite establecer una relación entre la estructura del mundo y las matemáticas sin distanciarse de las nociones estéticas como son la *belleza* y la *armonía* (entendiendo que la armonía se relaciona con las matemáticas a través de las proporciones, mostrado en la época moderna con las leyes de Kepler). Esta aproximación conlleva a una comprensión del mundo a través de los sólidos regulares: tetraedro, octaedro, hexaedro, icosaedro etc., los cuales establecen una relación directa y armónica con los números. Sostiene José Cariñena: "la escuela pitagórica dejaba en claro la exigencia de la simetría o armonía como método para alcanzar la belleza: ¿Qué es lo más sabio? El número. ¿Qué es lo más bello? La armonía"[46]. La armonía de la que dan cuenta los números, además de su relación con los sólidos regulares, estaba fundamentada en su conmensurabilidad y, en tal sentido, sólo tenía relevancia los números enteros. Así, para los pitagóricos las fracciones no eran números: son entendidas como una razón entre dos números enteros y no una entidad numérica en sí misma[47]. Un claro ejemplo lo otorgan los números irracionales, los cuales tampoco eran considerados como números ya que

---

[45]Melcon, P., "Teorías del Universo", en: *Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas,* vol. I, (2000), t. XXIII, no. XVVIII, pp.802-807
[46] Cfr. Cariñena, J., "Simetría: Principio y Método", en: *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, vol. VII, (1990), no. II, (Disponible en: wwwunizar.es/acz.)
[47] Cfr. Ruiz, A., *Filosofía, Historia y…*cit., p.39

rompían con la *armonía* y la *belleza* establecida, es decir, no eran simétricos. La característica no simétrica, no bella o no armoniosa de los números irracionales se fundamenta en la imposibilidad de poder relacionarlos con la geometría y esta es la razón de que no fueran considerados números por la escuela pitagórica.

Estas consideraciones de los griegos, desde Thales hasta la escuela pitagórica, dibujan una definición implícita o indirecta de simetría que oscila entre la belleza ─relacionada con aspectos como *orden, armonía y unidad*─ y la matemática, especialmente la geometría, relacionándola con aspectos de *proporción, homogeneidad e isotropía*. En otras palabras, la perspectiva griega que carecía de término para aquello que hoy entendemos por simetría, relacionaba esta noción de manera tácita o implícita con ciertos aspectos estéticos y matemáticos. De aquí se desprende la primera distinción, en términos de Branding y Castellani, de la noción de simetría en los griegos: *simetría implícita*. Ahora bien, debido a que la noción de *simetría implícita* refiere a aspectos estéticos y matemáticos podemos, en función de tales aspectos, distinguir dos acepciones más: 1) desde lo estético, figurativo o contextual y 2) desde las relaciones matemáticas o numéricas. Pasemos a atender la primera acepción: figurativa o contextual. La *simetría implícita* en su acepción figurativa subsume las nociones de *indiferencia, unidad, belleza, orden y armonía* de una forma *implícita*, permitiendo a los griegos clasificar las cosas en simétricas y no simétricas a través de cualidades y aspectos. Así pues, todo aquello que sea bello, armónico, ordenado, equilibrado esta subsumido en la noción de *simetría implícita*, permitiendo discriminar qué es simétrico y que no.

Desde este punto de vista y en términos de Carnap, la *simetría implícita* desde lo figurativo es un *concepto clasificatorio,*[48]ya que discrimina las cosas a través de sus atributos lo que nos permite sostener, desde el punto de vista lógico, que la

[48]Cfr. Moulines, U., y Diéz, J., *Fundamentos de Filosofía de la Ciencia*, Ariel, Barcelona, 1997, p. 99

noción de simetría implícita figurativa es un predicado monádico[49]. Así mismo, podemos afirmar que la importancia de los atributos o cualidades de las cosas revela el uso de la noción de *simetría implícita figurativa* por parte de los griegos como *argumento*.

Ahora bien, la segunda acepción de simetría implícita viene dada a través de las *teorías de las proporciones* y *magnitudes*. Eudoxo de Cnido presenta *la teoría de las proporciones* con la finalidad de dar solución al problema de los irracionales: el objetivo de la teoría de Eudoxo fue evitar el uso de los irracionales como números, sin dejar de hacer geometría, usando para ello la noción de *magnitud*. De esta forma, la noción de *magnitud* jugará un papel importante para la noción moderna de simetría[50]. Expone Ruiz:

> […] mientras los números eran discretos, se podía pasar de uno a otro, las magnitudes eran continuas. Las magnitudes, por definición, no podían tener valores cuantitativos. Para Eudoxo, una razón de magnitudes era una proporción, es decir, una identidad de dos razones fueran conmensurables o no. Tanto el concepto de razón como de proporción sólo tenían sentido en la geometría, no en la aritmética, porque no trataba de números. Esta teoría abría posibilidades de trabajo en la geometría sobrepasando los aspectos críticos e "inaceptables" de los irracionales[51]

Eudoxo sostiene que los números son discretos, ya que se puede pasar de uno a otro, mientras que las *magnitudes* son *continuas*. De esta forma las *magnitudes* son introducidas para tratar ángulos, segmentos, áreas, volúmenes que varían de una manera *continua*. Cuando dicha variación es una identidad entre dos razones, conmensurables o no, se tiene una relación entre *magnitudes* llamada *proporción*[52]. Esta relación o *proporción* preserva, la *armonía*, la *belleza y* el *equilibrio* de las figuras geométricas. Con las ideas de Eudoxo la simetría implícita figurativa compartirá protagonismo con aquella simetría implícita que se relaciona con las

---

[49]Cfr. Ibídem
[50]Cfr. Ruiz, A., *Filosofía, Historia y…cit.,* p.61
[51]*Ibid*., p.39
[52]*Ibid*., p.61

nociones de *equilibrio* y *equivalencia* entre magnitudes, consecuencia de la teoría de las proporciones. Ilustremos esto con el ejemplo de Durand:

> Imaginemos un eje que pasa por el centro del triángulo y que es perpendicular a él. Si se hace un giro de la figura de 120° alrededor de este eje, se obtendrá una figura indistinguible de la inicial; lo mismo sucede si se hace un giro de 240° o uno de 360°. En este caso, se dice que el triángulo equilátero posee simetría de rotación asociada a estos ángulos de giro. Lo mismo observaremos si colocamos un espejo plano de manera que uno de sus bordes coincida con cada línea punteada y que, además, sea perpendicular al plano de la figura, esto es, que contenga al eje mencionado anteriormente. Se observará que la parte del triángulo que queda frente al espejo, junto con la imagen producida, forma el triángulo original. Equivalentemente, se podría decir que la parte plana que queda frente al espejo se podría deslizar y después girarla en el espacio para que se pueda superponer y coincida punto por punto con su imagen. En este caso se dice que el triángulo equilátero posee simetría bilateral o de reflexión, y a cada una de las líneas punteadas, sobre las que se coloca el espejo plano, se les llama eje de simetría bilateral[53].

El ejemplo de Durand se puede representar gráficamente así:

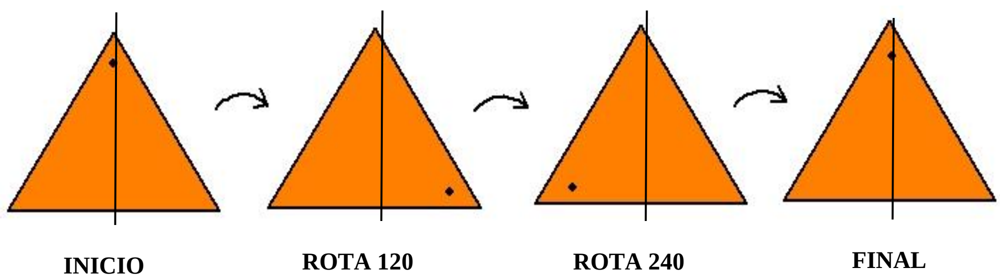

Fig. 1

Aquí la forma geométrica se mantiene *invariante* frente a la *rotación* a la que es sometida, manteniendo su *equilibrio*. Esto es debido a que las cantidades angulares (120°, 240° y 360°) al ser proporcionales entre sí (cada una es 120 veces la siguiente), son *magnitudes equivalentes*; es así como el triángulo *permanece*

---

[53]*Durand, J.S*., "Y la simetría: ¿Qué es?", En: *Revista de Divulgación Científica y Tecnológica de la Universidad Veracruzana,* vol. XXIII, (2003), no. III, (Disponible en: https://www.uv.mx/ciencia)

invariante o en equilibrio frente a cada rotación a razón de esa cantidad angular en particular. De lo anterior podríamos sintetizar afirmando que, desde el punto de vista de los griegos, la *equivalencia* entre magnitudes da cuenta de la *permanencia y equilibrio* haciendo referencia a la *simetría.* En lo que sigue veremos que para los modernos se extiende la noción con la *invariancia.* Es bueno acotar en este punto que la segunda acepción de simetría implícita muestra su importancia en la época moderna.

Resumiendo podemos decir que la noción de simetría implícita, en su acepción figurativa, viene dada a través del carácter *armonioso* y *ordenado* mostrándose como *cualidad* o *aspecto*, mientras que la segunda acepción está referida al *equilibrio* entre las distintas relaciones *entre el todo* y *las partes* a través de *magnitudes equivalentes.* La primera acepción se muestra en los griegos, mientras que la segunda, a pesar de iniciarse con la teoría de las proporciones de Eudoxo de Cnido, muestra su importancia en la época moderna como consecuencia del progreso de las matemáticas. Sin embargo, ambas acepciones de *simetría implícita*, si seguimos a Carnap, son conceptos clasificatorios: mientras *la figurativa* clasifica a través de atributos o cualidades, la segunda acepción clasifica como simétrico aquello cuyas relaciones entre las partes y el todo preserven el equilibrio.

I.b. La simetría implícita dentro del concepto de espacio absoluto.

Los medievales consideraban la noción de simetría vinculada a Dios. Tal como lo antiguos, los medievales percibían el mundo como una creación *armoniosa*, *ordenada* y *proporcionada* por disposición divina. Esta concepción se observa en el arte y la arquitectura medieval. De esto señala Weyl:

> En tiempos cristianos se puede ver una analogía en ciertas representaciones de la Eucaristía como en esta patena bizantina, donde dos Cristos simétricos se enfrentan a los discípulos. Pero aquí la simetría no es completa y tiene claramente una importancia formal.[54].

Fig.2

A finales del siglo XIII encontramos cambios dentro del periodo medieval en relación a la noción de simetría. Un ejemplo lo encontramos en el arte, allí se asoman rasgos *asimétricos*.[55]Sostiene Weyl:

> La asimetría realizó nuevas incursiones en la siguiente imagen, una imagen bizantina del icono de San Marco, Venecia. Es el Dessis, y, por supuesto, las dos figuras orando por misericordia cuando el Señor está a punto de pronunciar la última sentencia no pueden ser imágenes bilaterales el uno del otro ya que a la derecha se encuentra la Virgen Madre, a la izquierda Juan el Bautista. De igual manera se puede pensar en María y Juan el Evangelista en ambos lados de la cruz en las distintas representaciones de la crucifixión como ejemplos de la ruptura de simetría. Es evidente que la noción geométrica precisa de simetría bilateral comienza a disolverse en la vaga noción de *Ausgewogenheit*[56]. (…)Dondequiera que Dios o Cristo se representa como símbolo para la eterna verdad o la justicia se le da vista simétrica frontal, no de perfil.[57]

Fig.3

Podemos comprender lo anterior a través de un ejemplo: si a un triángulo equilátero se le marcan de manera distinta dos de sus vértices (por ejemplo, coloreando de rojo

---

[54]Weyl, H., *Symmetry,…cit.,* p. 10
[55] *Cfr. Durand, J.S*., "Y la simetría: *..cit.,* 2003
[56]Traducimos *Ausgewogenheit* por *equilibrio.*
[57]Weyl, H., *Symmetry…cit.,* p. 14

(r) uno y verde (v) al otro, la figura que se obtiene es *asimétrica*, lo que significa que no hay transformación, giro o reflexión[58]. (Figura 4)

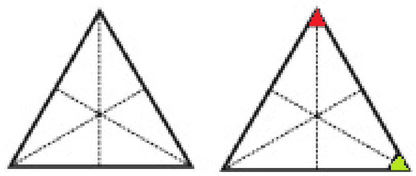

Fig. 4

Hay que entender que la *asimetría* no es *ausencia de simetría*. En el arte bizantino (tal como lo ejemplifica Weyl con el "Dessis" de San Marco) el *reposo*[59] pasa a ser *volumétrico*. En el Dessis se muestra la similitud del *peso de las imágenes* y no la *igualdad figurativa*. Y esto generalmente se denomina *equilibrio visual*. Por sus características físicas a cada forma, proporción y textura se le puede asignar un determinado *peso visual* y, de acuerdo con su ubicación en el espacio y en relación con los pesos que se le contrapongan, su peso visual aumenta de valor, disminuye o se equilibra. Según esto, en el plano principal ─digamos un lienzo en blanco─, se ubica el eje de simetría del espacio y los cuerpos ─figuras de la composición─, gravitan en el espacio. El resultado compositivo puede ser equilibrado o desequilibrado, rígido o dúctil, simétrico o asimétrico. Sin embargo, el Dessis, asimétrico desde la perspectiva figurativa, gracias a la *igualdad de peso visual* es *simétrico* desde la perspectiva del volumen.

Jesús es el eje que divide al lienzo en dos partes iguales. Ahora al colocar a María y a Juan a cada lado de Jesús; aunque no son iguales figurativamente (*identidad substancial*) muestran igualdad en *peso visual* (*identidad esencial*)[60] ya

[58]*Cfr. Durand, J.S.*, "Y la simetría: …*cit.*, 2003

[59]Cfr.Weyl, H., *Symmetry*…*cit.*, p. 14

[60] Define García: "La oposición entre estas dos acepciones de la identidad viene a ser la que media en griego entre los términos *isos y autos* (ego autos se traduce por "yo mismo", en sentido sustancial; *isopleuros* se traduce por "equilátero", en sentido esencial). La voz "mismo", en castellano (derivada de met-ipsimus, a saber, del superlativo *ipse* y de la forma enfática *met*), nos remite a veces a la identidad sustancial ("fue el mismo oso quien mató a las tres vacas") y otras veces a la identidad

que ambos tienen la misma esencia (santidad). El movimiento está en una balanza imaginaria que muestra *igualdad de peso* desde la *identidad esencial* dando cuenta del equilibrio visual. Este movimiento de la balanza, refiere a la *equivalencia* entre los *pesos visuales* ─magnitudes─, y como ambos tienen el mismo peso, entonces se mantiene el *equilibrio,* dando cuenta de la simetría, no desde lo figurativo, sino desde las relaciones. Aquí encontramos la segunda acepción o distinción de la noción de simetría a la que hacíamos referencia con las ideas de Cnido.

Podemos encontrar en otros ámbitos, distintos del arte, esta segunda acepción de simetría implícita. En filosofía, la paradoja del asno del teólogo escolástico Jean Buridan[61] muestra como dos cosas distintas pero *indistinguibles* y *equivalentes* dan cuenta de la simetría en su segunda acepción. La paradoja es la siguiente: un asno que no sabe elegir entre dos montones de heno, y como consecuencia de ello termina muriendo de hambre. Se trata de una paradoja, ya que, pudiendo comer, no come porque no sabe, no puede o no quiere elegir qué montón es más conveniente, ya que ambos montones le parecen iguales. Ahora bien, al ser *indistinto* o *equivalente* un montón del otro, se pueden intercambiar y el asno no notaría la diferencia. La *equivalencia* que hace *indistintos* ambos montones de heno da cuenta de la simetría no importando cuántas veces intercambiemos ambos montones el asno nunca se enterará del cambio. En el Dessis la *equivalencia* entre pesos visuales muestra la simetría en las relaciones; de manera análoga la paradoja de Buridan muestra la

---

esencial ("la piel de este animal es de la misma textura que la del oso"). La identidad esencial es mucho más próxima a la igualdad, tal como la usan los matemáticos; pero también en matemáticas se usa la identidad sustancial (*el autos*). Así Euclides (Elementos de Geometría, Teorema I, 14, 15.), cuando escribe una expresión tal como AB=CD (siendo AB y CD segmentos de recta), sobrentiende que se trata del mismo segmento (en sentido sustancial); mismo equivale, en efecto, muchas veces a *autos*, pero otras veces a *isos*. Pero la identidad sustancial no es sólo una categoría matemática. La teoría lógica de las descripciones definidas, se mueve también en torno a la identidad sustancial: "la estrella de la mañana es la misma (estrella) que la estrella de la tarde". Cfr. García, S., P., *Diccionario Filosófico: Manual de materialismo filosófico. Una visión analítica,* Fundación Gustavo Bueno, Oviedo, 1999, (Disponible en: http://www.filosofia.org/)

[61]Ver entrada sobre "Asno de Buridan" o "Albedrío" en Ferrater M., J., *Diccionario de Filosofía*, Sudamericana, Buenos Aires, 1970, p., 62

simetría cuando el asno no puede diferenciar un montón de otro (puesto que son equivalentes) después que se han intercambiado.

En ciencia, si atendemos la concepción de espacio, podemos mostrar también la presencia de esta segunda acepción de la noción de *simetría*. En virtud de ello establezcamos primeramente algunos antecedentes previos de importancia. Para Aristóteles, el espacio se identifica con el lugar definiéndose como frontera o límite adyacente al cuerpo continente[62]. Con las ideas de Telesio y Gassendi se da un viraje. Bernardino Telesio, adoptó conceptos materialistas y estoicos de la Antigüedad que le llevaron a dotar de realidad independiente el espacio[63]. Así el espacio vacío es algo capaz de contener cuerpos pudiendo existir sin estos: es aquello en que los cuerpos pueden ocupar[64]. Por su parte Pierre Gassendi sostiene el espacio *infinito* y *coeterno* con Dios y lo define por su extensión como un dato de tres dimensiones, distinguiendo entre dos tipos de extensión: una llena (cuerpo) y otra vacía (espacio). Sostiene Gassendi:

> Luego puede concebirse extensión vacía y penetrable a la que llamamos *espacio* o lugar, y es la razón porque bien puede concebirse la extensión sin cuerpo, o sin substancia extensa, que la ocupe; pues la extensión vacía no se puede llamar absolutamente *nada*, como quiera, que aunque es *nad*a en *razón de cuerpo*, es *algo* en *razón de espacio*; y así ay (sic) dos extensiones, una llena que apellidamos cuerpo y otra vacía que llamamos lugar, en el qual (sic) entendemos muy bien las tres dimensiones.[65]

---

[62] Cfr. Jammer M., *Conceptos de Espacio*,…,cit. p.79
[63]*Ibíd*., p. 116
[64] Telesio escribe: "De tal manera que el espacio puede ser receptor de todos los seres y no sea removido ni expulsado con los seres existentes que son removidos o expulsados, sino que permanezca siempre idéntico y reciba inmediatamente todos los seres subsiguientes, y continúe siendo tanto cuanto son los entes colocados en él: es decir, correspondiendo exactamente con los que están colocados en él, pero sin ser ni volverse nunca igual a ninguno de ellos, sino siendo completamente distinto de todos.". Telesio, *De natura rerumjuxta propia principia librinovem,* I, Nápoles, 1568, p. 25, en: Jammer, M.,*Conceptos de espacio...cit.*, p. 116
[65] Del Pozo, M.,V.,C., *Gassendismo y cartesianismo en España: Martín Martínez, médico filósofo del siglo XVIII.*, vol. VII, Universidad de Sevilla, Sevilla,1997, p.89

Para Gassendi el espacio es *necesario, infinito, inmóvil e incorpóreo*, advirtiendo que no es una ficción, atributo o modo de la sustancia[66], estando además el espacio vacío permeado de fuerzas, colmado de virtudes y presencia divina. Las características atribuidas al espacio por Telesio y Gassendi ─*homogéneo, isótropo* y *uniforme*─ como *argumentos*[67] de *simetría* revelan que las descripciones del mundo para los medievales responden a un principio *isotrópico, homogéneo, uniforme, ordenado, bello y armonioso.* Es así como, de las ideas de Telesio y Gassendi, se muestra como los *argumentos* de simetría que describen el espacio pasan a ser *principio* de simetría donde se fundamentan las descripciones del mundo.

Ahora bien, el mundo está en movimiento y en constante cambio, pero debe permanecer subyacente el principio *isotrópico, homogéneo, uniforme, ordenado, bello y armonioso.* Entonces, si bien se sabe que lo que cambia no puede ser descrito, y el mundo de hecho cambia, entonces ¿qué es aquello *inmutable* que permite describir al mundo bajo una concepción *armónica, bella y ordenada*? Para los renacentistas lo que da cuenta del *orden* y *armonía* del mundo en movimiento son las leyes que *permanecen invariantes* frente al cambio. Ruiz expone:

> En el siglo XV, una de las principales influencias fueron las obras de Platón: el diseño matemático de la naturaleza, que incorporaba las características de armonía, verdad y belleza. La naturaleza es descrita entonces a través de leyes inmutables dentro de una comprensión que es racional y estructurada.[68]

La idea del mundo en movimiento dirigido por un Ser divino e inteligente, que garantiza el *orden,* la *belleza y* la *armonía* del mundo, inspirará a pensadores como

[66] Gassendi indica: "De las conclusiones puede sacarse con certeza que esos espacios ni implican nada corpóreo, ya sea alguna substancia o accidente, ni nada incorpóreo o especial *sui generis*; consta ciertamente que pueden existir, aunque la mente no los conciba, no siendo pues como la quimera un mero producto de la imaginación." Cfr. Gassendi, P., *Syntagma philosophicum,* Florencia, Parte II, Sección I, Libro I, Cap. I, p. 189, en: Jammer, M., *Conceptos de espacio*...cit., p. 125

[67]Entenderemos *argumento* como aquellas explicaciones físicas que partiendo de una base que posee una simetría inicial conducen a conclusiones definitivas. Para una mayor ampliación de esta idea Cfr. Branding, K., y Castellani, E., *Symetry and Symetry Breaking*, *Stanford Enciclopedy*, Stanford,2003

[68] Ruiz, A., *Filosofía, Historia y…*cit., p.191

Copérnico, Galileo, Kepler, Newton o Leibniz a describir la realidad integralmente en forma de leyes de la naturaleza bajo los supuestos anteriores. De esta forma, mientras que para los griegos la armonía, belleza y orden son *argumentos*, para los modernos son *principio* presente en las leyes. Copérnico coloca el Sol como centro de un universo *indiferente o isótropo*, es decir, *simétrico* manteniendo las órbitas de los planetas circulares. Sobre tales aspectos ─isotropía y órbita circular─ o *argumentos de simetría,* Copérnico da cuenta de la *perfección, armonía* y *orden* entre los orbes del universo, es decir, da cuenta del *principio* de simetría. Sin embargo, los datos obtenidos por Tycho Brahe presentaban discrepancia con las trayectorias concéntricas de Copérnico. Las leyes de Kepler pasan a solventar la discordancia entre teoría y mundo bajo la teoría de las proporciones de Eudoxo, mostrándose de esta manera la segunda acepción de simetría implícita a través de las relaciones entre magnitudes equivalentes. En su tercera ley[69], Kepler establece la *armonía* del mundo (principio de simetría) como una *relación proporcional* entre magnitud (*periodo*) y trayectoria elíptica (semieje mayor). De esta manera, Kepler describe un mundo armónico mediante sus leyes que dan cuenta de relaciones proporcionales entre los planetas, introduciendo implícitamente la *simetría* en su segunda acepción.

Otra importante contribución es el *Principio de Relatividad Galileano o Invariancia Relativista*[70] que refiere a la imposibilidad de determinar el movimiento real de la Tierra mirando solo de manera local los fenómenos que nos rodean. El ejemplo que ofrece Galileo, en *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo,* es la analogía con la cabina de un barco. Sostiene Galileo:

---

[69] De Juana enuncia la 3era ley de Kepler así: “Los cuadrados de los periodos son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de sus órbitas”, Cfr. De Juana, J.M., *Física General*, vol. I, Prentice-Hall, Madrid, 2003

[70]Galileo: “If you have a resting A system and a moving B system, at constant speed with respect to the first one along the positive x-axis direction; And if the coordinates of a point in space for system A are (x, y, z) and for system B; Are (x ', y', z ') you can establish a fairly simple set of coordinate transformation equations ... " Cfr. Galilei, G., *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche, in torno á due nuove scienze,* (Trad.) Crew, H., y De Salvio, A., 2002, p. 515

> Encerraos con un amigo en la cabina principal bajo la cubierta de un barco grande, y llevad con vosotros moscas, mariposas, y otros pequeños animales voladores... colgad una botella que se vacíe gota a gota en un amplio recipiente colocado por debajo de la misma... haced que el barco vaya con la velocidad que queráis, siempre que el movimiento sea uniforme y no haya fluctuaciones en un sentido u otro. ... Las gotas caerán... en el recipiente inferior sin desviarse a la popa, aunque el barco haya avanzado mientras las gotas están en el aire... las mariposas y las moscas seguirán su vuelo por igual hacia cada lado, y no sucederá que se concentren en la popa, como si cansaran de seguir el curso del barco...[71]

Galileo, siguiendo a Telesio y Gassendi, otorga al espacio las propiedades de *uniformidad, homogeneidad e isotropía* (argumentos de simetría), estableciendo el espacio como *simétrico* en función de esas características (principio de simetría). El toscano establece su *principio de relatividad o invariancia*[72], en el que está presente la dicotomía entre lo aparente y lo verdadero, lo absoluto y lo relativo, etc., siendo justamente las propiedades del espacio las que explicarían los límites de la percepción para distinguir entre el movimiento y el reposo.

Reposo y movimiento uniforme son estados de movimientos *distintos*, *indistinguibles* y *equivalentes.* La explicación científica dela indistinción perceptiva entre los estados de movimiento estará dada por la *equivalencia* entre sus *magnitudes*. En el ejemplo del Dessis, se establecía la *equivalencia* entre *pesos visuales* ─*magnitudes*─ y no entre las figuras ─*Juan* no es igual a *María*─, de igual forma, aunque los estados de movimiento ─*reposo* y *movimiento uniforme*─ no son

[71] Galileo: "Inside, behind closed with a friend in the main cabin under the deck of a large ship, and carry with you flies, butterflies, and other small flying animals... Hang a bottle is drained drop in a large container below it is... to go the boat at the desired speed, until the movement is uniform and without fluctuations in one direction or another. ... The drops fall ... in the lower bowl without deviating from the stern but the boat has advanced while the drops are in the air ... butterflies and flies will continue flying on each side in the same way and it will not happen To concentrate on the stern, as if tired of following the ship's course", Galilei, G., *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche, intorno á due nuoue scienze*, (Trad.)Crew, H., y De Salvio, A., 2002

[72] Galileo "un cambio de coordenadas y velocidades que deja invariante las ecuaciones de Newton. La condición anterior equivale a que la transformación entre las coordenadas de un sistema de referencia inercial y otro sistema inercial que se mueve respecto al primero sea también una transformación de Galileo". *Ibídem*

iguales mantienen una *equivalencia* entre sus magnitudes ─*velocidad*─. En otras palabras: lo que asoma el *equilibrio* en el Dessis no son las figuras, sino la *equivalencia* entre los *pesos visuales*. Del mismo modo, en la paradoja de Buridan, el *equilibrio* está dado en la *equivalencia* entre ambos montones de heno que los hace *indistinguibles* para el asno. En el caso de la física, lo que asoma el *equilibrio* en la indistinción entre movimientos inerciales, no es el reposo versus movimiento, sino la *equivalencia* entre sus *velocidades*. La velocidad es constante en ambos, pero su valor es distinto en cada uno (reposo tiene velocidad constante nula); luego son *equivalentes* en magnitud, pero no iguales. La indistinción entre estados de movimientos, que lleva a la *equivalencia* entre las *magnitudes* da cuenta de la *simetría* en términos *equilibrio* y *equivalencia*. Respecto a esto expone Branding y Castellani:

> El asumir ciertas simetrías en la naturaleza no es por supuesto, una novedad. Aunque no se expresa explícitamente como principios de simetría, la homogeneidad y la isotropía del espacio físico, y la uniformidad de tiempo (que forma, junto con la invariancia bajo argumentos galileanos, 'los principios anteriores de invariancia' - vea Wigner (1967; este volumen, Parte IV)), han sido asumidas como requisitos en la descripción física del mundo desde el comienzo de la ciencia moderna. Quizás el más famoso de los primeros ejemplos de la utilización deliberada de este tipo de principio de simetría es la discusión de Galileo acerca del movimiento de la Tierra, en su *Diálogo sobre los dos sistemas* de 1632. Galileo trató de poner en tela de juicio los argumentos estándar que pretende demostrar que, simplemente mirando a nuestro alrededor no podemos dar una descripción correcta de la forma cómo se comportan las cosas desde un punto de vista local en la Tierra -cómo caen las piedras, cómo los pájaros vuelan –no se puede concluir que la Tierra está en reposo en lugar de estar en rotación, bajo tales argumentos tales observaciones no nos permiten determinar el estado de movimiento real de la Tierra[73]

[73] En el original se lee: "The assumption of certain symmetries in nature is not, of course, a novelty. Although not explicitly expressed as symmetry principles, the homogeneity and isotropy of physical space, and the uniformity of time (forming, together with the invariance under Galilean boosts, 'the older principles of invariance' – see Wigner (1967; this volume, Part IV)), have been assumed as prerequisites in the physical description of the world since the beginning of modern science. Perhaps the most famous early example of the deliberate use of this type of symmetry principle is Galileo's

Telesio y Gassendi describen el espacio a través de los aspectos de homogeneidad, uniformidad e isotropía siendo, en este caso, argumento de simetría. Sin embargo, tales *argumentos* pasan a convertirse en *principio*[74] de simetría, en términos aristotélicos, dentro de la *invariancia relativista* del toscano, al considerar que la descripción del mundo debe hacerse bajo los aspectos de *homogeneidad*, *uniformidad* e *isotropía*. Esto muestra, dos problemáticas en torno a la noción de simetría: 1) en cuanto a su distinción entre implícita y explicita, y 2) la oscilación de la noción como argumento o como principio dentro de una teoría. La intención de nuestra investigación es estudiar ambos problemas dentro de la ciencia física.

Podemos resumir diciendo quela *simetría* en la antigüedad es entendida como *cualidad* o *aspecto* que muestra *armonía, orden y belleza*. Ésta visión estética, que permite comprender la noción de simetría implícita figurativa o contextual como concepto clasificatorio, tendrá cierta influencia en la época moderna al considerar los aspectos o atributos del espacio; muestra de ello son las ideas de Galileo, las cuales además dan cuenta del cambio en el uso de la noción por parte de la física, al considerar los atributos del espacio, entendidos como argumentos de simetría, como principio de simetría al exigirse que todas las descripciones de la filosofía natural deben fundarse en tales aspectos del espacio. En otras palabras, las ideas de Galileo muestran como los argumentos de simetría pasan a ser principios de simetría. Ahora bien, además del uso de la noción de simetría como principio y argumento, dentro de la reconstrucción hemos distinguido dos nociones de *simetría* las cuales son

discussion of whether the Earth moves, in his Dialogue Concerning the Two Chief World Systems of 1632. Galileo sought to neutralize the standard arguments purporting to show that, simply by looking around us at how things behave locally on Earth – how stones fall, how birds fly –we can conclude that the Earth is at rest rather than rotating, arguing instead that these observations do not enable us to determine the state of motion of the Earth", Branding, K, y Castellani, E, *Symmetries In Physics,* …,cit., p. 6

[74] Aristóteles: "(…) todos los principios es común ser lo primero desde lo cual algo es o se hace o se conoce. Y de éstos, unos son intrínsecos y otros extrínsecos. Por eso es principio la naturaleza, el elemento, la inteligencia, el designio, la substancia y la causa final, pues el principio del conocimiento y del movimiento de muchas cosas es lo Bueno y lo Bello."Aristóteles, *Metáfisica,* D, Libro V, Cap.I, p.58

implícitas: una antigua que viene dada como *aspecto o cualidad de la cosa* bajo las nociones de *armonía, orden y belleza*; y una visión *moderna*, iniciada por Eudoxo de Cnido, presente en el arte medieval, y que Galileo amplía con los conceptos de *indistinción, invariancia, equilibrio y equivalencia*, bajo la consideración de las relaciones equivalentes entre movimiento y reposo en el principio galileano. Siendo ambas acepciones conceptos clasificatorios. En relación a la segunda acepción de simetría implícita, ésta será desarrollada posteriormente en los trabajos de Newton, Leibniz y Kant.

CAPITULO II

LA EVOLUCIÓN MODERNA DE LA NOCIÓN DE SIMETRÍA

Branding y Castellani denominan la simetría de antiguos y modernos como *simetría implícita*[75]. ¿Qué se indica con el apelativo "implícita"? Después de analizar la noción en los antiguos podemos intuir que Branding y Castellani se refieren a que la simetría se encuentra definida tangencialmente a través de otras nociones; quizás esta cuestión pueda ser aclarada con la distinción que hace I. Copi en su texto *Lógica simbólica*[76]: allí se distingue entre la definición *contextual*, que las autoras llaman implícita, y la definición *explícita.* Para Copi "una definición explícita se da presentando otro símbolo que le es equivalente en significado[77]". Es una definición explícita, por ejemplo, la fórmula de fuerza (F=m.a), mientras que cuando la noción se encuentra articulada en el contexto de otras nociones (como es el caso de la noción de simetría tanto para el caso antiguo y moderno), se dice que la definición es contextual. Dirá Copi "Una definición contextual se llama también *definición en uso*[78]" y aunque sin un término que la designe, siguiendo a Roche, la noción se encuentra presente en sus cosmologías. En tal sentido, cuando la simetría se relaciona con la forma o figura, los antiguos definen contextualmente lo que hoy entendemos por simetría bilateral y que será definida explícitamente en el siglo XVIII por Adrién Legendre.

Poco a poco la noción antigua evoluciona hacia una definición contextual en la que intervienen nociones distintas y que la harán decantarse hacia los conceptos de

---

[75]Exponen Branding y Castellani: "In considering the role of symmetry in physics from a historical point of view, it is worth making two distinctions: the implicit and explicit use of the notion of symmetry. The considerations of symmetry applied to nature respond to an implicit use only. The scientific notion of symmetry is recent and in this sense we speak of an explicit use of the term". Cfr. Branding, K, y Castellani, E, *Symmetry and Symmetry*,…,cit., p. 10

[76] Copi, I., *Lógica Simbólica,* CECSA, Ciudad de México, 2001

[77]*Ibíd*., p. 173

[78]*Ibídem*

equivalencia, *invariancia* y *covarianza*, que serán definidos explícitamente en los albores del siglo XX.

Después de lo anterior, podemos concluir que la simetría definida implícita o contextualmente en la antigüedad presenta dos acepciones: (1) una que se relaciona con la figura o forma y que da cuenta de su aspecto o cualidad; y (2) la otra que se observa como equivalencia o igualdad entre las magnitudes. La disertación entre Newton y Leibniz, la consideración de sistemas de referencia inerciales o transformaciones de Galileo, la *identidad de los indiscernibles* de Leibniz, así como el espacio como *intuición pura* en la filosofía trascendental, propiciarán el cambio en la comprensión de la noción. Esto trae como consecuencia que la noción de simetría sea definida de una forma explícita como puede evidenciarse, por ejemplo, en la teoría einsteniana. Atenderemos esto en el tercer capítulo, mientras que este apartado está dedicado a dar cuenta de la transformación progresiva de la noción de simetría.

II.a. El espacio absoluto de Newton; las nociones de equivalencia y equilibrio en la ley de inercia

La concepción de espacio absoluto de I. Newton se fundamenta en su visión realista de la matemática y geometría. M. Jammer expone:

> El esquema conceptual de Newton, tal y como está expuesto en sus *Philosophiae naturalis principia mathematica*, se convirtió en la base de la física clásica y, como tal, ha sido objeto de muchos análisis profundos. […] Dirá Newton: “En las matemáticas hemos de investigar las magnitudes de las fuerzas, con sus consecuentes proporciones sobre cualesquiera condiciones supuestas; así pues, cuando entramos en la física, comparamos esas proporciones con los fenómenos de la naturaleza, cuando podemos saber cuáles condiciones de esas fuerzas responden a las diferentes clases de cuerpos atractivos[…] por lo tanto, la geometría se funda en la práctica de la mecánica, y no es sino una parte de la mecánica universal,

> que propone y demuestra con precisión el arte de la medición”[79].

La matemática para Newton es el lenguaje de la naturaleza que organiza la experiencia física del mundo. Bajo esta perspectiva, los sistemas de coordenadas o de referencia no son estructuras ideales sino objetos matemáticos. Al decir *sistemas de referencia* estamos empleando un término actual. Newton los llama *espacios relativos*:

> El tiempo absoluto, verdadero y matemático fluye-en sí y por su naturaleza, sin relación a nada externo-de manera uniforme; con otro nombre llámese “duración”; el relativo y vulgar es una medida sensible y externa de cualquier duración, mediante un movimiento-medida exacta o inexacta-de la cual se sirve el vulgo, en lugar del tiempo verdadero- así, se sirve de hora, día, mes y año. El espacio absoluto permanece- por su naturaleza sin relación a algo externo- siempre semejante e inmoble. El relativo es una medida o dimensión cualquiera movible de tal espacio, medida que nuestros sentidos definen por su situación respecto de los cuerpos, y que el vulgo toma por espacio inmoble- cual la dimensión de un espacio subterráneo, aéreo o celestial, definida por su situación respecto de la tierra. Son una misma cosa el espacio absoluto y el relativo, en especie y en magnitud; mas no permanece siempre numéricamente lo mismo, porque si la tierra, vgr., se mueve, el espacio de nuestro aire- que relativamente y respecto de la tierra permanece siempre el mismo-será ahora esa parte del espacio absoluto por la que pasa el aire; otra parte de él- y así se mudará absoluta y perpetuamente[80].

De lo anterior resulta importante resaltar dos características esenciales de la concepción de espacio newtoniana: (a) el espacio tiene realidad ontológica, es decir, existe de manera independiente, y (b) el espacio absoluto es inmóvil y uniforme. Comencemos analizando la segunda característica. Sostiene Newton:

> El espacio absoluto permanece- por su naturaleza sin relación alguna a algo externo- siempre semejante e inmoble. […] si la tierra, vgr., se mueve, el espacio de nuestro aire-que relativamente y respecto de la tierra permanece siempre el mismo- será ahora esa parte del espacio absoluto por la que

[79] Jammer, M., *Conceptos de Espacio,…,cit.* p.127-128
[80]Newton, I., *Principios Matemáticos de Filosofía,…cit.,* p.16

> pasa el aire; otra parte de él- y así se mudará absoluta y perpetuamente.[81]

Newton concibe el espacio como *inmóvil, uniforme, isótropo, homogéneo*, *indiferenciado* e *indistinguible,* siendo el marco o condición necesaria para que sucedan los fenómenos naturales, sin embargo, para dar cuenta de los fenómenos se hace necesario el concepto de *espacio relativo*. Sobre estas ideas Newton expone su primera ley de movimiento o *principio de la inercia*: "Todo cuerpo preserva en su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme, a no ser que fuerzas impresas lo obliguen a cambiar tal estado"[82]. Newton muestra que el lugar donde se fundamentan las leyes es el espacio absoluto y como consecuencia de sus características *(isotropía, homogeneidad y uniformidad*), resulta imposible distinguir entre el estado de movimiento natural y el estado de reposo de los cuerpos. Esta indistinción nos lleva a la primera característica: (a) la realidad ontológica del espacio absoluto. El espacio newtoniano no es un estado mental ni una categoría semántica; es una sustancia que no depende de otros objetos para existir: una necesidad lógica y ontológica[83]. Es una necesidad lógica porque le otorga validez al principio de inercia, ya que el movimiento rectilíneo uniforme precisa de un sistema de referencia diferente de cualquier espacio relativo arbitrario. Y es una necesidad ontológica porque el estado de reposo presupone al espacio absoluto. Newton lo expone en sus *Principia* estableciendo que el reposo absoluto y verdadero de un cuerpo está referido a la *permanencia* del cuerpo en el espacio absoluto inmóvil y para explicarlo da el ejemplo de un cuerpo dentro de un barco en movimiento uniforme. El cuerpo se encuentra en reposo dentro del barco en movimiento asumiendo la tierra en reposo, entonces nos parecerá que el cuerpo se mueve a la misma velocidad que el barco. Es decir, el cuerpo está en movimiento absoluto con respecto a la tierra y en reposo relativo con respecto al barco. Caso contrario: la tierra está en movimiento uniforme

---

[81]*Ibíd.*,p. 17
[82]*Ibíd.*, p.29
[83] Cfr. Casini, P., *El universo máquina,…,cit.,* p 9-25

con respecto al espacio absoluto entonces el cuerpo estará en movimiento verdadero. La necesidad lógica del espacio absoluto surge entonces debido a que estas descripciones de movimiento y reposo relativo requieren un sistema de referencia *inmóvil*, *verdadero* y *único*: el espacio absoluto.

En cuanto a la necesidad ontológica del espacio vamos a referir las razones que le llevaron –a Newton- a considerarlo como un ente. Al respecto, Casini en su *Universo Máquina*[84], así como A. Burtt en *The Metaphysical Foundations of Modern Physical Science*[85], destacan que las enseñanzas de I. Barrow y H. Moore contribuyeron en el carácter divino que otorga Newton al espacio. Todo este contexto histórico, lleva a Newton a considerar el espacio como sustancia con características divinas. El espacio absoluto es una necesidad ontológica debido a que desde la perspectiva newtoniana afecta a los cuerpos provocando en ellos su inercia, pero la relación inversa no ocurre. En otras palabras: el espacio absoluto actúa sobre los cuerpos sin que éstos actúen sobre él, siendo la causa independiente de los movimientos inerciales de los cuerpos. Paolo Casini lo expone así: "Si desea darse un significado exacto al principio clásico de la inercia (y con ello a la ley clásica del movimiento) es necesario introducir el espacio como la causa independiente del comportamiento de la inercia de los cuerpos"[86]. Es decir, la validez de la primera ley de movimiento o principio de inercia depende de un sistema absoluto de referencia. En virtud de esta necesidad lógica y ontológica refiere Paolo Casini:

> Frente a tales implicaciones entre principio de inercia, tiempo y espacio absolutos […] podríamos preguntarnos si Newton introduciría el tiempo y el espacio para "justificar" la Lex I (y los demás principios de la mecánica). Es decir, si el tiempo y el espacio constituirían, para él, un *prius* lógico y metafísico, donde la ley de la inercia encontró su lugar natural[87].

---

[84]Casini, P., *El universo máquina*, *…,cit.*, p. 11
[85]Cfr. Burtt, E., *the Metaphysical Foundations of Modern Physical Science. A historical and critical essay*, Trench, Trubner & Co LTD, London, 1925
[86]Casini, P., *El universo máquina*, *…,cit.*, p. 28
[87]*Ibíd*., p 29

Newton se enfrenta a la dificultad de que el *espacio relativo*, que da cuenta de su primera ley, no está determinado de manera unívoca: sabiendo que el espacio absoluto no está dado a lo sensible resulta necesario establecer un espacio relativo como medida del primero; dificultad estriba en que el estado de movimiento de translación uniforme, por ser condición del espacio absoluto, no admite un espacio relativo (o sistema de referencia) arbitrario. Esto supone la distinción del estado de movimiento (uniforme) de los movimientos (acelerados). Al ser el movimiento rectilíneo uniforme junto al reposo estados equivalentes no existe manera de distinguir uno de otro, se requiere de espacios relativos o sistemas de referencia, los cuales deben estar en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme de acuerdo al principio de inercia o primera ley. Y como cumplen con la primera ley no se les puede distinguir sensorialmente. Pareciera que se hace necesario establecer un espacio relativo especial pero esto no es admisible. El siguiente ejemplo clarifica el cuestionamiento anterior: supongamos que nos encontramos dentro de un barco que se mueve a velocidad constante y en línea recta, esto es, movimiento rectilíneo uniforme. Establezcamos un sistema de referencia en dicho barco. Lo llamaremos barco “A”. Al lado de nuestro barco “A” se encuentra otro barco navegando a la misma velocidad que el nuestro. Lo llamaremos barco “B” y de igual manera estableceremos allí un sistema de referencia. El barco “B” también navega en línea recta, por tanto, ambos barcos viajan en paralelo. En tal sentido, si somos pasajeros del primer barco estaremos en el sistema de referencia “A”, y si estamos en el segundo barco, estaremos en el sistema de referencia “B”. Ahora bien, si nos colocamos en cubierta y vemos de frente hacia el barco vecino (“A” o “B”), ¿estaríamos en capacidad de poder describir el movimiento del mismo? ¿Podríamos asegurar que se mueve? Al estar ambos barcos “A” y “B” bajo las mismas condiciones de movimiento para los pasajeros situados en los respectivos sistemas de referencia les será imposible describir el movimiento de las naves; así, para los pasajeros del barco o sistema de referencia “A”, el barco “B” está en reposo, y viceversa para los pasajeros bajo el sistema de referencia "B". De igual manera, para los pasajeros de ambos barcos resulta imposible decir si se encuentran en reposo o en movimiento en sus respectivos sistemas de referencia. Este es el dilema que enfrenta Newton: no puede establecer un espacio relativo que permita distinguir el reposo del movimiento rectilíneo uniforme. Independientemente del sistema de referencia o espacio relativo que se tome, ninguno permite la distinción entre reposo y movimiento, es decir, no existe el sistema de referencia privilegiado dentro de los espacios relativos, y este es el problema de los pasajeros de nuestros barcos. Así Newton debe privilegiar el espacio absoluto como el sistema de referencia. Podemos ilustrarlo de la siguiente manera: los espacios relativos o sistemas de coordenadas miden las porciones del espacio absoluto donde se dan los fenómenos ubicándolos por medio de pares ordenados (x, y) que representan puntos en el espacio absoluto. Así mismo, la descripción de los estados de movimiento uniforme y reposo *permanece invariante* frente al espacio absoluto independientemente del espacio relativo en el cual se describan. Entonces, como es *invariante* la descripción de las magnitudes frente a un par ordenado dentro de una recta real, se puede decir que el principio de inercia *permanece invariante* en su descripción independientemente de su dirección, sin importar si la misma se hace desde la derecha (x, y) o desde la izquierda (-x, -y). Expone Weyl:

> Por consiguiente, cuando decíamos arriba, y ahora repetimos en una terminología debida a Leibniz, que la izquierda y la derecha son indiscernibles, queríamos manifestar que la estructura intrínseca del espacio no nos permite, salvo por una elección arbitraria, distinguir una hélice izquierda de una derecha. Deseo precisar un poco más este concepto fundamental, porque de él depende toda la teoría de la relatividad, que no es sino otro aspecto de la simetría. La geometría estudia el espacio como tal. Pero el espacio es también el medio en el cual acontecen todos los fenómenos físicos. La estructura del mundo físico se revela en las leyes generales de la naturaleza, que están formuladas en términos de ciertas magnitudes básicas que son funciones del espacio y del tiempo. Concluiríamos que si estas leyes no fuesen invariantes

> con respecto a la reflexión, la estructura física del espacio "contendría una hélice"[88]

Quiere decir que la *asimetría* entendida como la preferencia hacia una dirección no afecta, bajo la descripción de las magnitudes, la *invariancia* de una teoría. En otras palabras: la ley es universal independientemente si la descripción se hace desde la izquierda o derecha, haciendo las magnitudes *indiscernibles* en términos de Leibniz. Esto arroja una nueva significación en la relación de la *simetría* con la noción de *equilibrio* y la noción de *equivalencia* que responde al problema de Newton en cuanto al movimiento uniforme y el espacio relativo: todos los sistemas de referencia relativos en movimiento uniforme son *equivalentes entre sí* - no hay sistema de referencia especial dentro de los espacios relativos- haciendo la teoría física *invariante* debido a las características del espacio absoluto, único sistema referencial privilegiado. Refiere Weyl: "(…) mientras que sabemos a priori cómo se comportan los entes geométricos en la reflexión, tenemos que aprender de la naturaleza cómo se comportan las magnitudes físicas"[89]. De esta forma, el *equilibrio* en el principio de inercia viene dado por la *equivalencia* entre las *magnitudes* de los estados de movimiento, haciendo *invariante* la teoría en cualquier sistema de referencia. Diremos que una teoría posee *simetría* si las leyes que la~~s~~ constituyen *permanecen inalteradas* o *invariantes* en cualquier sistema de referencia, tenemos aquí una nueva acepción de simetría.

II.b. Distinción entre reposo y movimiento uniforme: la crítica de Leibniz a Newton.

Los planteamientos de Newton al problema de la *indistinción* entre reposo y movimiento uniforme dentro de los sistemas inerciales dan origen a la famosa controversia entre G. Leibniz y S. Clarke (portavoz de Newton). Leibniz es contrario

---

[88]Weyl, H. *La simetría,..cit.*, p.23-24
[89]*Ibíd*., p.25

a la concepción sustancialista del espacio que sostiene Newton, para el alemán, el espacio es una relación. En su quinta carta a Clarke, Leibniz describe cómo aparece en nosotros la idea de espacio, lo que inicialmente nos servirá para dilucidar qué quiere dar a entender cuando define el espacio como una relación. Expone Leibniz:

> […] existen muchas cosas a la vez, y las observan en cierto orden de coexistencia, de acuerdo con el cual la relación de una cosa con otra resulta más o menos simple. Este orden es su situación o distancia. Cuando sucede que una de esas cosas coexistentes cambia su relación con respecto a una multitud de otras cosas, las cuales no cambian su relación mutua, y que otra cosa, recién llegada, adquiere la misma relación que tenía la anterior con las demás, entonces decimos que ha venido a ocupar el Lugar (sic) de la anterior; y a este cambio lo llamamos movimiento efectuado en ese cuerpo, por cuanto que es la causa inmediata del cambio. […] siempre podemos determinar la relación de situación que cada cosa coexistente adquiere con respecto a otra cosa coexistente. […] Y suponiendo, o imaginando, que entre esas coexistencias hay un número suficiente de ellas que no ha sufrido ningún cambio, entonces podemos decir que aquellas que tienen una relación como ésta con las existentes fijas, igual que otras la tenían con respecto a ellas antes, ahora ocupan el mismo lugar que tenían aquellas otras. Y aquello que comprende a todo esos lugares es llamado el espacio.[90]

La idea de espacio que señala Leibniz se fundamenta en considerar un conjunto de cosas y constatar el orden que entre ellas se establece. Este orden entre los existentes es precisamente el orden de coexistencia o *espacio*. Leibniz concluye que el espacio es una *relación*, después de demostrar que no es una *sustancia*, ni un *accidente*. La sustancia es concebida por Leibniz de tres maneras: 1) en términos de *fuerza*[91], 2) en términos de *ente perceptivo*[92]y 3) en términos de *noción completa*[93].

[90]*A Collection of Papers, which passed between the late, learned Mr. Leibniz and Dr. Clarke*, Londres, 1717, p. 195, (Ed.). Jammer, M., *Conceptos de Espacio.* …cit., p.152

[91] Leibniz escribe:" Es necesario, sin embargo, que las Mónadas posean algunas cualidades; en otro caso no serían ni siquiera Seres (sic). Y si las substancias simples no difirieran por sus cualidades, no habría medio de darse cuenta de ningún cambio en las cosas; puesto que lo hay en lo compuesto no puede venir sino de los ingredientes simples; y las Mónadas, no teniendo cualidades, serían indistinguibles las unas de las otras, puesto que tampoco difieren en cantidad. Y por consecuencia, supuesto lo lleno cada lugar no recibiría nunca en el movimiento más que el Equivalente (sic) de lo

En términos de *fuerza* sostiene Garber, exégeta de Leibniz, que la sustancia como fuerza o ente dinámico, en términos leibinizianos, es lo que podría llamarse una ley en serie, es decir, el movimiento es la fuerza y todo esto sucede infinitesimalmente pues, como dice Garber, separar la sustancia de sus accidentes es una abstracción; de donde sigue que cada uno de los sucesivos accidentes o cambios de la sustancia involucran a la sustancia toda y que la vinculación entre la ley de una serie matemática y cada uno de los elementos de esa serie. De esta forma A= {2; 4; 6; 8;...} es una representación que hace la mónada[94]. Pero sabemos que después del 8 viene 9, 10, 11, etc., luego es una armonía, una secuencia que ya está predeterminada ¿por quién? por Dios[95]. Garber define noción completa como: "aquella que posibilita comprender y deducir a partir de ella todos los predicados del sujeto a quien esa noción es atribuida"[96]. De aquí se desprende que toda sustancia sólo puede ser un individuo concreto o *unidad concreta y determinada.* Por tanto, ningún concepto abstracto puede ser sustancia[97].Ahora bien, para demostrar que el espacio no es sustancia – en términos de ente perceptivo-, Leibniz se servirá del p*rincipio de razón suficiente*[98] y *de la identidad de los indiscernibles*[99], ésta última

que había tenido, y un estado de cosas sería indistinguible de otro" Leibniz, G.W., *Monadología,*(Trad.) Fuentes B., M., Orbis, Barcelona, 1983, & 8, pp 23-24

[92]De Olaso afirma: "(…) las únicas substancias son las humanas; que *ser.*es el ser pensante, no el viviente; que la armonía no es universal sino relativa a nosotros; la división actual de la materia conduce a una *impasse*, (…). En suma, Leibniz tiene que organizar la *unidad*, *unitas realis*, dotada de vida y de percepción" *Ibíd*., p.259

[93]Garber indica: "cuando Leibniz afronta el problema de definir la sustancia como noción completa, tiene más en mente el problema de definición que el de sustancia misma. En este sentido, no les falta razón a aquellos que consideran que se trata de *noción* lógica de sustancia." Garber, D., *El espacio como relación en Leibniz,* Equinoccio, Caracas, p.41

[94] Fuentes Benot expone: "Las Mónadas son inextensas, y carecen de las propiedades de lo sujeto a la extensión (materia, división, figura). Son unidades de fuerza y, por tanto, para que pueda haber distinción entre las partes del universo, las Mónadas tendrán que tener diferencias cualitativas, ya que todo lo cuantitativo está, por definición, excluido de ella" Cfr. Leibniz, G.W., *Monadología,*(Trad.) Fuentes B., M., Orbis, Barcelona, 1983, & 8, pp 23-24

[95]*Ibíd.*, p. 192ss

[96]*Ibíd*., p 44

[97]*Ibídem*

[98] Así Leibniz afirma: "Si Dios se deleita con la felicidad de todos, ¿por qué no ha hecho felices a todos? Si ama a todos ¿cómo condena a tantos? Si es justo, ¿cómo se muestra tan poco equitativo que

subsidiaria del primero, puesto que si no hay ninguna razón que distinga a dos entes, entonces debe ser el mismo con dos nombres diferentes. Según el *principio de razón suficiente* todo lo existente y, por ende, todo lo verdadero, debe tener una razón para ser así y no de otra manera. Pero pensar el espacio tal y como lo hace Newton, como algo absoluto, sería negar el principio en cuestión: no hay razón suficiente para distinguir entre espacios, sean relativos o absoluto. En su tercera carta a Clarke expone:

> Tengo muchas argumentaciones, para refutar la imaginación de aquellos que toman el espacio como una sustancia, o por lo menos como un ser absoluto. Pero yo sólo voy a utilizar, en la actualidad, una sola demostración, que el autor me da oportunidad en mi propósito. Digo entonces, que si el espacio

de una materia completamente igual, con el mismo barro hace algunos vasos para el honor y otros para la ignominia? […] Finalmente, si Dios es la última razón de las cosas ¿qué le imputaremos a los hombres y qué a los demonios? […] ante todo, ¿no me concedes que nada es sin razón? F. esto lo concedo a tal punto que considero que puede demostrarse que nunca existe cosa alguna a la que no se le pueda (al menos para quien sea omnisciente) asignar una razón suficiente de por qué existe y de por qué es más bien así que de otro modo. El que niega esto destruye la distinción entre el ser y el no ser. Todo lo que existe tendrá en cada caso todos los requisitos para existir, pero todos los requisitos para existir tomados a la vez son la razón suficiente de existir; por lo tanto lo que existe tiene razón suficiente de existir." […] El gran fundamento de la matemática es el principio de contradicción, o de la identidad, es decir, que un enunciado no podría ser verdadero y falso al mismo tiempo y que, por tanto, A es A y no podría ser no A. Y este solo principio basta para demostrar toda la aritmética y toda la geometría, es decir, todos los principios matemáticos. Pero para pasar de la matemática a la física es necesario aún otro principio, como yo he puesto de relieve en mi *Teodicea* tal es el principio de la necesidad de la razón suficiente, esto es, que nada ocurre sin que haya una razón por la que aquello haya de ser así más bien que de otra manera. Por esto, es por lo que Arquímedes queriendo pasar de la matemática a la física en su libro sobre el equilibrio, se ha visto obligado a emplear un caso particular del gran principio de razón suficiente; […] Luego por ese solo principio, a saber, que es necesario que haya una razón suficiente por la que las cosas sean más bien así que de otra manera, se demuestra la Divinidad y todo el resto de la metafísica o de la teología natural, e incluso, de alguna manera los principios físicos independientes de la matemática, es decir, los principios dinámicos o de la fuerza." Rada, E., *LEIBNIZ*: *La polémica Leibniz-Clarke, ...cit.,* p.56-57

[99] Leibniz escribe: "En las cosas absolutamente indiferentes, no hay opción en absoluto y en consecuencia, ninguna elección ni voluntad, puesto que la elección debe tener alguna razón o principio. 2.- Una simple voluntad sin ningún motivo (a *merewill*) es una ficción no solamente contraria a la perfección de Dios, sino incluso quimérica y contradictoria, incompatible con la definición de voluntad y suficientemente refutada en la *Teodicea.* 13.- Decir que Dios hiciera avanzar todo el universo, en línea recta o de otra forma, sin cambiar nada, es también una suposición quimérica. Pues dos estados indiscernibles son un mismo estado y, en consecuencia, es un cambio que no cambia nada. Es más, no hay ni rima ni razón, pues Dios no hace nada sin razón y es imposible que la haya aquí. Por otro lado sería *agendo nibilagere* como acabo de decir, a causa de la indiscernibilidad.", Rada, E., *LEIBNIZ*: *La polémica Leibniz-Clarke,* …cit., p.79-80

> es un ser absoluto, no habría nada que no suceda que fuera imposible ya que no habría una *razón suficiente*. Lo cual va en contra de mi axioma. Y lo pruebo así. El espacio es algo absolutamente uniforme; entonces las cosas depositadas en ella, desde un punto del espacio no difieren en ningún aspecto de otro punto del espacio. Ahora de aquí se sigue, (suponiendo que el espacio es algo en sí mismo, además del orden que tienen los cuerpos entre sí) que esto es imposible por una razón, ¿por qué Dios, conservando las mismas características de los cuerpos entre sí, deberían haberlos colocado en el espacio de una cierta manera y no de otra?; ¿por qué no lo coloco de manera contraria?, por ejemplo, cambiando Oriente en Occidente. Pero si el espacio no es otra cosa, sino orden o relación; y no es nada en absoluto sin cuerpos, sino la posibilidad de colocarlos; entonces esos dos estados, para nada difieren entre sí. […]Pero en verdad el que sería exactamente lo mismo que el otro, siendo absolutamente indiscernible; y por lo tanto no hay lugar para preguntar por una razón de la preferencia de la una a la otra[100].

Leibniz hace énfasis en la homogeneidad del espacio y es esta característica la que hace que sus partes (puntos en el espacio) sean indiscernibles. Sustentándose en el *principio de razón suficiente*, señala que no existe una *razón* para preferir una disposición u otra, y con este argumento desdeña la tesis del espacio como sustancia.

II.c La solución cinemática de Leibniz al problema del principio de Inercia: la identidad de los indiscernibles y la vinculación entre igualdad, identidad y equivalencia.

Al decir que estados de movimiento son *indistinguibles* decimos, en términos de Leibniz, que son *indiscernibles*. Sostiene Leibniz: “Infiero de este principio de razón suficiente, entre otras consecuencias, que no hay en la Naturaleza dos seres indiscernibles, pues si lo hubiera Dios y la Naturaleza obrarían sin razón tratando el uno de modo distinto que el otro”[101]. Sería absurdo que hubiese dos seres

[100]*Ibíd*., pp.68-75
[101]Leibniz, G.W., *Escritos Filosóficos,…cit.,* p. 493

indiscernibles; dados tales seres, uno no importaría más que el otro y no habría *razón suficiente* para elegir uno más que el otro. Argumenta Leibniz:

> Es menester que, aparte la diferencia del tiempo y lugar, haya un *principio* interno de *distinción*, y aunque haya varias cosas de la misma especie, es, sin embargo, cierto que no hay nunca cosas perfectamente semejantes. Así, aunque el tiempo y el lugar (es decir, la relación con el exterior) nos sirven para distinguir las cosas que no distinguimos bien por sí mismas, las cosas dejan de ser distinguibles en sí; lo preciso, lo característico de la *identidad* y de la *diversidad* no consiste, pues, en el tiempo y el lugar, aunque sea cierto que la diversidad de las cosas va acompañada de la del tiempo o del lugar, por cuanto acarrean consigo impresiones diferentes sobre la cosa. [102]

Los seres no difieren entre sí sólo numéricamente. No está excluida *in abstracto* la existencia de dos indiscernibles, pero en virtud de la razón suficiente hay que excluir tal existencia *in concreto*. Posteriormente, Wolff, seguidor de Leibniz, acepta el principio de la identidad de los indiscernibles en su *Cosmología*[103] cuando hace referencia a entes que existen en la Naturaleza (*in concreto*), mientras que en su *Ontología*[104], cuando trata a las afecciones del ente en general, define la *identidad* como completa *sustituibilidad* de dos entes (*in abstracto*). Señala Wolff que si los entes determinantes son iguales, los entes determinados son iguales y viceversa, de tal forma que al hablar de la identidad de dos cosas con una tercera como siendo todas idénticas entre sí. Podemos decir, bajo las consideraciones de Wolff, que dos cosas *equivalentes* son *iguales* si podemos sustituir una por otra (*salva veritate)* manteniendo el resultado antes y después de la sustitución *invariante* o *indiferente*. Ahora bien, a pesar de que el *principio de sustituibilidad* mantiene el resultado *indiferente*, es bueno acotar que tal *indiferencia* está referida *in abstracto.* Esto es señalado por Leibniz, usando sus principios de razón suficiente y de identidad de los

---

[102] *Ibíd.*, p.569

[103] Cfr. Wolff, C., *Cosmologia generalis: methodo scientifica pertractata*, Rengeriana, 1731. (Disponible en: philpapers.org)

[104] Cfr. Wolff, C. y Ecole, J., *Philosophia Prima Sive: Ontologia*, Nova, 1962 (Disponible en: philpapers.org)

indiscernibles, con respecto al principio de *indiferencia*[105] establecida siglos antes por J. Bernoulli. Según el principio de *indiferencia* de Bernoulli, la situación óptima para escoger libremente sería aquella donde fuese igual hacerlo por un partido o por otro, es decir, donde la *razón* no pudiera discernir entre ambos, ya que nada habría que la inclinará hacía uno u otro lado. De esta manera, la acción se producirá sólo bajo el mandato de la voluntad que, según la tesis en cuestión, sería también el prototipo de la acción libre perfecta[106]. Pero, para Leibniz, no puede existir la posibilidad de un acto sin razón; para él toda elección supone una razón para hacerlo de una u otra manera, independientemente de que esa razón nos sea conocida o clara. Aun en el supuesto de que pudieran presentarse dos situaciones idénticas entre las que debamos decidir, habría que admitir que sería imposible hacerlo, pues no existiría razón alguna para preferir una o la otra, tal como ocurre con la paradoja del asno de Buridán. Bajo esta perspectiva se puede afirmar que la paradoja está referida al principio indiferencia, aplicando el principio de razón suficiente y de identidad de los indiscernibles a una situación de simetría bilateral. El asno al tener en frente dos montones de heno idénticos, muere de hambre al no encontrar una razón para decidirse por alguno de los dos, es decir, al no haber una razón suficiente para que una cosa suceda en vez de otra, no sucede nada y la situación inicial no cambia.

Otro ejemplo de aplicación del principio de indiferencia lo encontramos en el cálculo de probabilidades. Cuando se arroja una moneda al aire hay una probabilidad de 1/2 de que cuando caiga a suelo salga “cara” y 1/2 de probabilidad de que salga “cruz” en otras palabras, tanto “cara” como “cruz” tienen las mismas probabilidades[107]. Esto quiere decir que es *indiferente* que lado de la moneda saldrá Por tanto “cara” y “cruz” se dicen *equivalentes.* Siendo la situación de la moneda análoga a lo que sucede con la paradoja del asno de Buridan. El asno (*in abstracto*)

[105]Ver entrada “indiferencia”en. Ferrater M., J., *Diccionario de Filosofía…, cit.,* p. 42.
[106]Cfr. Garber, D., *El espacio como….cit.,* p. 164-165
[107]Ver entrada “indiferencia”en Ferrater M., J., *Diccionario de Filosofía*…, cit., p. 42.

no puede decidirse por ninguno de los dos montones de heno debido a que cualquiera de los dos le es *indiferente*. Ambos montones, *equivalentes e indiferentes*, tienen la misma probabilidad de ser escogidos. En tal sentido podemos decir que ambas situaciones (moneda y la paradoja) son *indiscernibles in abstracto.*

Desde un punto de vista lógico, Leibniz caracteriza el predicado de *igualdad* a través el predicado *identidad de los indiscernibles* que podemos expresar de un modo formal como sigue: (1) si *x* no es idéntico a *y*, entonces hay alguna propiedad no relacional *P* tal que *P* vale para *x* y no vale para *y*, o viceversa. Y, (2) si *x* e *y* comparten todas sus propiedades no relacionales, es decir, no se da (1), entonces *x* es idéntico a *y*. A partir de estas ideas podemos identificar *igualdad* con *identidad*, desde la perspectiva de la lógica y siguiendo las ideas de Wolff y Leibniz, afirmando que *x* y *y* son *iguales sí y solo sí* tienen exactamente las mismas propiedades, aunque numéricamente sean dos entes u objetos distintos, es decir, comparten todas las propiedades menos la propiedad de "ser el mismo" o "unicidad"; Y son *idénticos* si son el mismo ente u objeto, es decir, no se da la existencia de una propiedad que no compartan. Es así como la tesis de que no puede haber dos objetos iguales pero distintos (es decir, que no sean el mismo a pesar de tener las mismas propiedades) defiende la posición de Leibniz sobre los *indiscernibles*. Admitiendo el principio de Leibniz, se puede tomar la expresión del bicondicional (transitividad) $\forall x \forall y (x=y \leftrightarrow \forall Px \forall Py\ (Px \leftrightarrow Py))$ como una definición de *identidad*, y bajo ese principio, *identidad e igualdad* son la misma relación. Esto conlleva cierta carga ontológica de la cual se asume, para propósitos de nuestra investigación, que el principio de Leibniz es evidente y define la relación de *igualdad/identidad*. Ampliemos un poco más estas ideas. Si dos cosas comparten todas sus propiedades no solamente son idénticas sino además únicas, esto es, son la misma cosa. En términos formales: para todo *x* tal que *x* cumple la propiedad *P* (siendo P la propiedad de tener las mismas propiedades) existe algún *y* que cumple propiedad *P*, entonces se dice que *x=y*, luego *x* y *y* son el mismo, esto es son idénticos y únicos.

En tal sentido, dos cosas que cumplen todas las propiedades, son idénticas y numéricamente no distintas ya que son la misma, esto es, son “una”, por tanto cumplen la *identidad* y la *unicidad*. Define Ferrater *unicidad* como “algo se llama "único" cuando es numéricamente uno. En este sentido todo ser singular, sea o no individual, es único, es decir, cuando no existe otro exactamente igual en su clase”,[108] en otras palabras, si admitimos que “*ser* el mismo” es una propiedad, entonces está claro que son el mismo objeto que comparten todas las propiedades incluso “ser el mismo”, lo que asevera la tesis leibniziana en cuanto a los *indiscernibles.*

Otro ejemplo de *igualdad por equivalencia*, lo podemos encontrar en las matemáticas. Por ejemplo, cuando se dice que:

$$X^2 + 1 = 2X$$

Por supuesto que ambos miembros son iguales a 2, (recordemos aquí que si ambos miembros son iguales, ambos miembros son el mismo elemento, solo existe un dos, no varios doses todos ellos iguales entre sí o sea *salva veritate*), por lo tanto *la igualdad establece la equivalencia de la transformación* elevar al cuadrado y sumar 1 que la transformación multiplicar por 2, ya que si $x = 1$ ambas conducen al mismo elemento, al 2.

Ambos ejemplos nos muestran que al establecer una relación de igualdad no podemos asegurar si se habla de la primera ó de la segunda. Ambas situaciones, igualdad por identidad o igualdad por equivalencia, se expresan con el mismo símbolo (=) aunque tienen un significado conceptualmente distinto. Por tanto cuando hablamos de una *relación de igualdad* debería especificarse a qué estamos haciendo referencia, *a una identidad entre elementos ó a una equivalencia entre transformaciones*.

---

[108]Ver entrada “Unicidad” en Ferrater M., J., *Diccionario de Filosofía Abreviado,* Sudamericana, Buenos Aires, 2000.

De todo lo anterior podemos resumir diciendo que Leibniz caracterizó el predicado de *igualdad* mediante la llamada *identidad de los indiscernibles*. Cuando los lógicos pretendieron expresar esta definición en el cálculo de predicados de primer orden se encontraron con que algo tan fácil de expresar en lenguaje ordinario no podía ser recogido en el sistema formal de los *Principia*: se requería un lenguaje que admitiera cuantificación sobre predicados, porque el principio leibniziano habla de *toda propiedad*. Esta dificultad llevó a introducir este predicado en el lenguaje formal por otros caminos: postular las condiciones que debe satisfacer la constante predicativa "=". Aparece por este procedimiento una *acepción débil* de igualdad, (1) *la relación de equivalencia,* y acepción *en sentido fuerte,* (2) *la relación identidad* que debe satisfacer la llamada propiedad de reemplazamiento o sustituibilidad, en términos de Wolff (*salva veritate*), es decir, porque los términos son iguales pueden intercambiarse preservando la verdad, o sea reemplazar uno por otro (por ejemplo 1/2 y 3/6 serían equivalentes, pero no idénticos). De esta forma al tener dos cosas con propiedades iguales no serán distinguibles ya que cumplen con una relación de equivalencia (*sentido débil de igualdad*). Para el caso en que *x* sea estado de reposo y *y* estado de movimiento uniforme y la propiedad común en ambas *velocidad constante*, se dirán iguales por equivalencia.

No es un ser superior, como pensaba Newton, quien dará preferencia por un estado u otro sino que ambos estados de movimiento se hacen *indiscernibles* al ser *equivalentes.* En otras palabras, ambos estados de movimiento-reposo y movimiento uniforme- aunque distintos comparten una propiedad en común (velocidad constante) lo que los hace iguales por equivalencia. Esta es la solución de Leibniz desde la cinemática[109] la vinculación entre *igualdad, identidad* y *equivalencia*. Igualdad en sentido fuerte (identidad) e igualdad en sentido débil (equivalencia). En esto Leibniz

[109]Entenderemos *cinemática* como se entiende en física: el estudio del movimiento sin tomar en cuenta las causas que lo producen; mientras que *dinámica* es el estudio del movimiento tomando en cuenta las causas que lo producen.

es fundamental ya que a través del análisis lógico da cuenta de la igualdad por equivalencia (sentido débil) como *principio de simetría*; a diferencia de la consideración de Newton, que da cuenta de la simetría como *argumento* a través de las propiedades del espacio, aunque y cómo hemos establecido anteriormente, éstos argumentos están sustentados en el principio de simetría del orden, permanencia, etc., la contribución leibniziana radica en otorgar a la igualdad por equivalencia el rol de principio de simetría, ampliando con ello el significado de la noción.

Para ilustrar lo anterior tomemos, desde un punto de vista cualitativo, el siguiente ejemplo: imaginemos que somos pasajeros del barco de Galileo y nos encontramos en alguno de los dos estados de movimiento, esto es, reposo o movimiento uniforme. Por algún motivo (que no nos interesa aquí), se intercambia un estado por otro, reposo por movimiento uniforme o viceversa. Ahora bien, no notaremos tal intercambio debido a que, para nosotros, reposo (*velocidad constante* igual a cero) o movimiento uniforme (*velocidad constante* distinta de cero) son *indiscernibles* ya que ambos estados de movimiento son *iguales*, en su sentido débil, al compartir una propiedad en común, a saber, *velocidad constante.* Si comparamos esto con la paradoja de Buridan podríamos decir que, el barco de Galileo nos refiere a una situación *in abstracto* ya que para los pasajeros del barco, será indistinto, indiferente o *indiscernible* reposo o movimiento. Por el contrario, *in concreto* tendremos siempre una *distinción* que, en términos físicos, refiere a que siempre nos situamos, de una forma local, en un sistema de referencia que nos permite discernir en cual estado de movimiento estamos. Desde el punto de vista cuantitativo, la propiedad en común que comparten reposo y movimiento uniforme, a saber velocidad constante, es una magnitud. Las leyes de la física describen el comportamiento de la naturaleza a través de fenómenos que son expresados por medio de magnitudes. El movimiento es un fenómeno referido al cambio de posición de un cuerpo situado en el espacio en un tiempo determinado. De esta manera, si un cuerpo se encuentra en un punto “A” en un tiempo “t_A” y luego se encuentra en un punto “B” en un tiempo “t_B” afirmamos –debido al cambio entre un punto y otro- que se ha movido. La variación desde la posición inicial -punto “A”- hasta la posición final -punto “B”-, se denomina “distancia” expresándola formalmente como $d=d_B-d_A$. Análogamente el “intervalo de tiempo” en el cual ha ocurrido tal variación de posición lo podemos expresar formalmente como $t=t_B-t_A$. Siendo tanto la “distancia” como el “intervalo de tiempo” cantidades numéricas que se relacionan entre sí de forma proporcional (formalmente d/t). A la relación proporcional entre ambas cantidades numéricas lo denominamos *velocidad*. Es así como, las leyes de la física quedan descritas por medio de relaciones proporcionales entre magnitudes. De esta forma, el principio de inercia señala la indistinción o indiscernibilidad entre ambos estados de movimiento desde un punto de vista cuantitativo a diferencia de Galileo que lo hace desde lo cualitativo.

Bajo la perspectiva anterior, será indiferente *intercambiar o permutar* el valor numérico entre dos velocidades constantes ya que tales valores son *iguales por equivalencia* (justo es la *equivalencia* la que da cuenta de la noción de simetría como *principio* y no como *argumento)*. Como consecuencia, la descripción del fenómeno –*principio de inercia*- será independiente del valor numérico de la velocidad pero dependiente de la propiedad de ésta–*ser constante*-. En otras palabras, el principio de inercia es invariante frente a una transformación de Galileo, ya que depende de magnitudes y no de cantidades numéricas[110]. El principio describe la *indiscernibilidad* entre los estados de movimiento, reposo y movimiento uniforme, a través de la magnitud *velocidad* que tiene la propiedad de *ser constante.* Lo que hace indiferente intercambiar un valor numérico por otro, dejando al principio invariante o indiferente frente a la transformación, es la igualdad por equivalencia entre las cantidades numéricas que establece la propiedad de *ser constante* de la magnitud

---

[110]En este punto es bueno traer a colación las ideas de Eudoxo de Cnido quien estableció las magnitudes como relaciones proporcionales entre cantidades numéricas. Lo que queremos ilustrar es justamente esto, siguiendo las ideas de Cnido.

velocidad. Ahora bien cuando la magnitud de la velocidad deja de ser constante, entran otro tipo de transformaciones: las transformaciones de Lorentz, las cuales serán debidamente abordadas en el tercer capítulo.

Desde este punto de vista, se puede afirmar que la concepción relacional de Leibniz, bajo *el principio de razón suficiente*, es el fundamento sólido del que parte su crítica al carácter ontológico del espacio absoluto de Newton. El principio de identidad de los indiscernibles, subsidiario del principio de razón suficiente le ayuda en la solución cinemática del problema de la equivalencia de los sistemas inerciales en la primera ley del movimiento. Lo que no pudo responder Leibniz a Clarke fue la posibilidad de la inercia desde la solución dinámica (segunda ley) que propuso Newton.

Podemos admitir que mientras Newton lograba resolver el problema del espacio y del movimiento absoluto a través de la dinámica, Leibniz hizo lo propio al resolver el problema desde la cinemática como consecuencia del análisis lógico, al considerar la igualdad por equivalencia (*principio de simetría*) entre estados distintos en el problema del movimiento rectilíneo uniforme y el reposo, bajo los *principios de razón suficiente* y la *identidad de los indiscernibles.* Bajo la perspectiva anterior, debemos enfatizar el rol de Leibniz en cuanto al uso del análisis lógico, ya que permite distinguir, de una forma tácita, el paso en el uso de la noción de simetría de argumento a principio a través de relaciones de orden (igualdad por equivalencia). He aquí la importancia de Leibniz. La consideración de la equivalencia (relación de orden) es crucial para la física, ya que trae como consecuencia no solo la solución cinemática al problema newtoniano y la evidencia del paso en el uso de la noción de simetría, sino que además deja el camino libre para el posterior avance que hará Kant a través de su giro copernicano.

II.d La solución kantiana a la disertación Leibniz Newton.

Kant criticó el principio leibniziano de la identidad de los indiscernibles manifestando que Leibniz confundió las apariencias con las cosas en sí y, por consiguiente, con inteligibles u objetos del entendimiento puro. Si las apariencias son cosas en sí, el principio en cuestión, declaró Kant, es indiscutible. Pero las apariencias son objetos de la sensibilidad; la pluralidad y la diferencia numérica no son dadas ya por medio del espacio como condición de las apariencias externas. Intuir dos cosas en dos diferentes posiciones espaciales es, pues, suficiente para considerarlas numéricamente distintas. Su ambición filosófica reside en encontrar un punto intermedio entre Newton y Leibniz, entre los representantes de la geometría y los de la metafísica. Tal pretensión, por parte de Kant, se muestra en su período pre-crítico, antes de haber concebido la doctrina del idealismo trascendental.

La más importante de sus obras, en esta etapa pre-crítica, la *Monadología Física*[111] de 1756, pretende demostrar el uso en filosofía natural de la metafísica combinada con geometría. El principal problema, que pasamos a estudiar enseguida, está en cómo conciliar la existencia de sustancias materiales absolutamente simples, -*Monadas físicas*- con la divisibilidad infinita del espacio.[112]

La geometría clásica o euclídea supone la divisibilidad infinita de espacio en el recorte de sus figuras. En la física de Galileo y Newton los cuerpos, y el espacio en que se mueven, obedecen a leyes de la geometría de Euclides. Negar la divisibilidad infinita del espacio real equivale a negar que la física de Galileo y Newton trate de cuerpos reales. Frente a esto Kant argumenta que los cuerpos reales no poseen género de subsistencia independiente, requisito de la realidad metafísica, fundamentándose posteriormente en su *idealismo transcendental* del espacio y los

[111] Para un análisis de la obra Cfr. Friedman, M., *Kant´s Construction of Nature,* Cambridge University Press, Cambridge, 2013, p.14
[112]*Ibídem*

cuerpos[113]. En tal sentido, Kant considero la llamada *paradoja de las contrapartidas incongruentes* en su obra *Sobre la forma y principios de los mundos sensible e inteligible,*[114] como argumento a favor del carácter intuitivo del espacio que es el que hace referencia a la posibilidad que tienen los objetos espaciales de presentarse con distinta orientación. Sostiene Kant:

> Qué cosa, en un espacio dado, se encuentra dirigidas hacia una región […] y cuáles hacia la opuesta, no puede ser descripto de modo discursivo, esto es, no puede ser reducido a notas intelectuales por ninguna agudeza de la mente. Por eso, cuando entre cuerpos sólidos perfectamente similares e iguales como lo son las manos derecha e izquierda (en tanto se conciben solo según la extensión), o triángulos esféricos de dos hemisferios opuestos, se encuentra una diversidad, en virtud de la cual resulta imposible que coincidan los límites de su extensión, aunque por todo lo que puede ser expresado por notas inteligibles a la mente mediante el discurso pueden sustituirse uno por otro, resulta claro que la diferencia, esto es, la incongruencia, solo puede ser captada por una intuición pura. De aquí que la geometría hace uso, no solo de principios discursivos e indubitables, sino que caen bajo la visión de la mente.[115]

Es así como, de las palabras de Kant, se desprende que dos cuerpos sólidos son perfectamente similares e iguales en extensión *in concreto* mientras que dos triángulos esféricos de *hemisferios contrarios* serán sólo *indiscernibles in abstracto*, ya que en el mundo concreto dejan de ser *indiscernibles* debido a su *no* coincidencia en extensión, siendo la propiedad que no comparten la dirección. De lo anterior se sostiene, en principio, la imposibilidad de conocer de modo discursivo ciertas propiedades espaciales; imposibilidad que requiere que ese conocimiento tenga lugar mediante la única facultad mental alternativa: la *intuición sensible*. Bajo esta perspectiva, una segunda cuestión consiste en determinar cuál o cuáles son las propiedades espaciales cuyo conocimiento solo puede llevarse de modo intuitivo. En

---

[113]Cfr. Torretti, R., "La Geometría en el pensamiento ...*cit.,* p 18
[114]Cfr. Kant, I., *De mundi sensibilis at que intelligibilis forma et principis*(Disertación inaugural), en Kant, 1902, II, pp. 385-419
[115]*Ibíd.,* pp. 402,1-12

la cita puede verse que en una primera instancia Kant afirma que lo que no puede conocerse discursivamente es la *orientación* de distintas figuras, pero más adelante, en la misma cita, lo que se encuentra es la diferencia entre *contrapartidas incongruentes*. Atendiendo a esto tomemos, por ejemplo, el caso particular de un par de manos humanas. Todas las propiedades que configuran su forma y su magnitud, es decir, aquéllas según las cuales permiten calificarlas de *iguales y similares* y por tanto de *manos* se pueden reducir a propiedades relacionales. Sin embargo queda una propiedad: aquella que da cuenta de su *incongruencia*. Esta propiedad es la *orientación*, es decir, aquello que determina si la mano es izquierda o derecha[116].

Ahora bien, dado que la diferencia entre contrapartidas se había podido reducir a la correspondiente diferencia en la orientación en que estaban dispuestas sus partes, se puede concluir que el conocimiento de uno de estos aspectos de las figuras resultaba equivalente al conocimiento del otro. Esto quiere decir que se apela a la *intuición* como medio para conocer las diferencias entre las contrapartidas incongruentes, sólo gracias a ella se puede captar la direccionalidad de un objeto. Tomemos nuevamente la paradoja de Buridan para ilustrar esto: el asno no puede *a priori* tener razón suficiente para preferir un montón a otro conduciéndole a la inmovilidad debido a la indistinción o indiferencia entre dos opciones de igual valor. Ahora bien, sí el asno se decide por una opción, basado en la percepción, da una diferencia de valor, es decir, lo que era indiscernible *in abstracto*, se transforma en discernible *in concreto*[117]. En otras palabras, es debido a que la *intuición* permite percibir hacia qué región del espacio se orienta una secuencia dada de sus partes, que la distinción entre contrapartidas requiere de ésta, pero a su vez la *intuición* es necesaria para distinguir sus respectivas direcciones; esto equivale a decir que la capacidad de distinguir entre contrapartidas es sólo una aplicación particular de la

[116]Cfr. Torretti, R., "La Geometría en el pensamiento …cit.,p 18
[117]Ver "asno de Buridan" en Ferrater M., J., *Diccionario de Filosofía…,*cit., .

capacidad intuitiva de discriminar direcciones. Consideremos esto mediante el ejemplo que ofrece Torretti:

> Sea K un cuerpo cualquiera, Π un plano cualquiera. De cada punto *p* de K bajamos la perpendicular a Π. Sea *q* el punto en que esa perpendicular llega a Π. Si prolongamos esa perpendicular al otro lado de Π podemos marcar en ella un punto *p´*, tal que el segmento *pq* es igual al segmento *qp´*. Llamamos a *p´* la imagen de *p*, abreviado *i(p)*. La correspondencia que asigna a cada punto *p* de K su respectiva imagen *i(p)* se llama reflexión de K respecto al plano Π. En virtud de ella, corresponde a K un cuerpo *i(K)*, que llamaremos una *contrapartida* de K. En virtud de nuestro modo de construirla, es claro que no se hallará una diferencia entre K e *i(K)* si se atiende exclusivamente a las relaciones espaciales entre sus partes respectivas. Sin embargo, por regla general, K e *i(K)* no son congruentes; K no puede ocupar un espacio que ha ocupado *i(K)*. [118]

La imposibilidad de que K ocupe el espacio que puede ocupar su contrapartida *i(K)* es una característica espacial de K. Esta característica no depende, de las relaciones mutuas de sus partes, pues en este aspecto K no se distingue de *i(K)*. Pero si el espacio no fuese más que un puro sistema de relaciones abstraído de la interacción entre las cosas de las que se dice que lo ocupan, K no podría exhibir una característica espacial independiente de las relaciones entre las partes de que consta. La existencia de cuerpos incongruentes con sus respectivas contrapartidas demuestra, según Kant, que la concepción relacionista del espacio es falsa, y que el espacio es una entidad *sui generis*, que condiciona el modo mismo de ser de los cuerpos que hay en él, los cuales, por tanto, no pueden concebirse simplemente como compuestos de sustancias inextensas. Esta idea será intuición pura *a priori* del espacio en el marco de la *Crítica de la Razón Pura*. El derrumbe de esta doctrina hace necesario establecer las bases de su teoría de la *idealidad transcendental* del espacio y los cuerpos como solución a la divisibilidad infinita del espacio. Sostiene Torretti:

---

[118] *Ibíd.*, pp. 19-20

> Cada cuerpo K puede tener infinitas contrapartidas, pero si es incongruente con una es incongruente con todas. Cabe distinguir entre la relación que K tiene con cada contrapartida y la propiedad en virtud de la cual tiene con cada una esa relación. Se dice que un cuerpo K es enantiomorfo si es incongruente con cualquiera de sus contrapartidas. De acuerdo a esto la argumentación kantiana puede resumirse así:
>
> i. Hay cuerpos enantiomorfo
> ii. La enantiomorfía es un carácter constitutivo del cuerpo enantiomorfo
> iii. La enantiomorfía depende de la relación del cuerpo enantiomorfo con el espacio en el cual está
> iv. El espacio es un ente *sui generis* y no una mera expresión de las relaciones entre las cosas que están en él, es decir, no depende ontológicamente de las cosas espaciales
> v. El espacio condiciona el modo mismo de ser de los cuerpos, es decir, los cuerpos dependen ontológicamente del espacio[119]

Para el pensamiento de Kant, el resultado más importante es justamente el apartado v: la pieza decisiva del *idealismo transcendental*. En este sentido el espacio no es una sustancia ni un sistema de relaciones, sino una *intuición pura*, según la tesis kantiana, la cual permite que objetos o fenómenos se adapten a la forma de conocer del sujeto. Dentro de los muchos aportes importantes que ofrece Kant, nos interesa señalar justamente éste, debido a que este cambio en el punto de partida que introduce Kant coloca en el observador el sistema de referencia a partir del cual pasa a describir el mundo. Todo esto: la introducción del observador, la matematización de Newton, el problema perceptivo de Galileo y la aplicación de la matemática, muestra un giro desde lo ontológico hacia lo epistemológico. Este giro permite además dejar atrás las descripciones por parte de la ciencia acerca del mundo a través de una verdad por correspondencia. De esta forma, para Kant el conocimiento se apoya tanto en los conceptos, como en la percepción. Algunos intérpretes indican que la filosofía kantiana es un intento de conciliación entre las posiciones newtonianas y leibnizianas, intento fallido que da origen a la filosofía trascendental[120] tal como es

[119] *Ibídem*
[120] Friedman: "(…) cómo la lucha de Kant durante toda la vida para situarse en la intersección entre la metafísica leibniziana y la física newtoniana, lo que le llevó finalmente al éxito profundamente Revolucionario en el período crítico. (…) Arguye Kant: "Sin embargo, es aún más notable que, para

plasmada en la *Critica de la Razón Pura*[121]. Divide Kant el conocimiento en general en conocimiento conceptual –que se apoya en conceptos-, y conocimiento sensible –que se apoya en intuiciones-. Distingue en estas últimas intuiciones *puras a priori* del tiempo y del espacio como fundamento del conocimiento matemático y físico. Kant contempla las dos facultades cognoscitivas principales del hombre: la *sensibilidad* y el *entendimiento*. A través de la sensibilidad se nos dan los objetos; mediante el entendimiento los pensamos. Percibir es muy distinto de entender. La sensibilidad es la facultad de tener *intuiciones*[122]; el entendimiento, la facultad de tener *conceptos*[123]. Ahora bien, la sensibilidad es una facultad receptiva, pasiva; en cambio, el entendimiento es espontáneo, activo. En la primera sección de la estética transcendental, Kant establece lo siguiente:

> Por medio del sentido externo (propiedad de nuestro espíritu) nos representamos objetos como fuera de nosotros y todos ellos en el espacio. En él es determinada o determinable su figura, magnitud y mutua relación. El sentido interno, mediante el cual el espíritu se intuye a sí mismo o intuye su estado interno, no nos da, es cierto, intuición alguna del alma misma como un objeto; sin embargo, es una forma determinada, tan sólo bajo la cual es posible una intuición de su estado interno, de modo que todo lo que pertenece a las determinaciones internas es representado en relaciones de tiempo. Exteriormente no puede

---

comprender la posibilidad de las cosas de acuerdo con las categorías, y así verificar el objetivo real de este último, no solo necesitamos intuiciones, sino también intuiciones. Si, por ejemplo, tomamos los conceptos puros de relación, encontramos, primero, que para proporcionar algo permanente en la intuición correspondiente al concepto de sustancia (y así verificar la realidad objetiva de este concepto), necesitamos una intuición en el espacio (de la materia), porque el espacio solo está determinado como permanente, pero el tiempo, y por lo tanto todo en el sentido interior, fluye continuamente.(B291)" Este argumento recuerda claramente el de la refutación del idealismo." (Traducción del autor). Cfr. Friedman, M., *Kant´s Construction of Nature,* Cambridge University Press, Cambridge, 2013, p. xii

[121]Cfr. Kant, I., *Crítica de la Razón,…, cit.*, 2002

[122] Kant: "Sean cualesquiera el modo y los medios con que un conocimiento se refiera a sus objetos, la referencia inmediata- que todo pensar busca como medio- se llama *intuición"* Cfr. Kant, I., *Crítica de la Razón,…cit.*, p. 383

[123] Kant: "El concepto se refiere mediatamente al objeto, por medio de una característica, que puede ser común a varias cosas. El concepto es o *concepto empírico o concepto puro*" *Ibíd.*.,p. 382

> el tiempo ser intuido, como tampoco el espacio puede ser intuido como algo en nosotros.[124]

Kant distingue entre la sensibilidad externa (que conoce objetos fuera del sujeto) y la interna (que conoce los objetos dentro del sujeto); luego se centra en el espacio y tiempo. Todos los objetos de la sensibilidad externa son espaciales y temporales: se dan ante la conciencia en algún lugar y en un momento. Los objetos de la sensibilidad interna son sólo temporales, ya que cada hombre capta sus propias vivencias mentales dadas en el tiempo pero no en algún lugar[125]. De estas distinciones entre la sensibilidad, y a través de una serie de argumentos, Kant demuestra que espacio y tiempo son *intuiciones* y son *a priori*. Trataremos para nuestros propósitos primeramente el espacio. Sostiene Kant: 1) "El espacio no es un concepto empírico sacado de experiencias externas. […] la representación del espacio no puede ser tomada por experiencia, de las relaciones del fenómeno externo, sino que esta experiencia externa no es ella misma posible sino mediante dicha representación."Este primer argumento viene dado por la precedencia para mostrar que nuestra representación del espacio no es *a posteriori* y que, por tanto, es *a priori*. Luego, en la segunda acotación: "el espacio es una representación necesaria, *a priori*, que está a la base de todas las intuiciones externas. […] Es considerado, pues, el espacio como la condición de la posibilidad de los fenómenos y no como una determinación dependiente de éstos, y es una representación *a priori*, que necesariamente está a la base de los fenómenos externos" se argumenta la adherencia para mostrar que nuestra representación del espacio es *a priori* y que además nuestra representación del espacio no es un concepto, sino una *intuición*. El tercer argumento: 3) "el espacio no es un concepto discursivo o, según se dice, universal, de las relaciones de las cosas en general, sino una intuición pura". El apartado cuarto de Kant: "el espacio es representado como una magnitud infinita dada. […] ningún

---

[124] *Ibíd.*,p. 131
[125]*Ibíd.*, p. 55

concepto como tal, puede ser pensado como si encerrarse en sí una infinita multitud de representaciones. Sin embargo, así es pensado el espacio […]. Así pues, la originaria representación del espacio es intuición *a priori* y no *concepto"* es el argumento por la infinidad para probar que nuestra representación del espacio es una *intuición*[126]. Concluye Kant:

> El espacio no representa ninguna propiedad de cosas en sí, ni en su relación recíproca; b) el espacio no es otra cosa que la forma de todos los fenómenos del sentido externo, es decir, la condición subjetiva de la sensibilidad, tan sólo bajo la cual es posible para nosotros intuición externa. Mas como la receptividad del sujeto para ser afectado por objetos precede necesariamente a todas las intuiciones de esos objetos, se puede comprender cómo la forma de todos los fenómenos puede ser dada en el espíritu antes que las percepciones reales, y por tanto, *a priori*, y cómo ella, siendo intuición pura en la que todos los objetos tienen que ser determinados, puede contener principios de las relaciones de los mismos antes de toda experiencia. No podemos, por consiguiente, hablar de espacio, de seres extensos, etc., más que desde el punto de vista de un hombre. Si prescindimos de la condición subjetiva, tan sólo bajo la cual podemos recibir intuición externa, a saber, en cuanto podemos ser afectados por los objetos, entonces la representación del espacio no significa nada. Este predicado no es atribuido a las cosas más que en cuanto nos aparecen, es decir, en cuanto son objetos de la sensibilidad. La forma constante de esa receptividad que llamamos sensibilidad es una condición necesaria de todas las relaciones en donde los objetos pueden ser intuidos como fuera de nosotros, y sí, se hace abstracción de esos objetos, es una intuición pura que lleva el nombre de espacio.[127]

La tesis defendida por Kant sobre el tipo de conocimiento que tenemos del espacio (como *intuición pura*) le lleva necesariamente a sostener una tesis transcendental sobre la naturaleza del espacio: no es algo objetivo y real sino subjetivo e ideal, en otras palabras, es la forma *a priori* de la sensibilidad externa que fundamenta el conocimiento en general por lo que respecta al conocimiento sensible. Sostiene Kant:

---

[126]*Ibíd.,* pp. 131-133
[127]*Ibíd.*,p. 135

> Espacio y tiempo son, por tanto, dos fuentes de conocimiento de las cuales *a priori* podemos extraer diferentes conocimientos sintéticos; la matemática pura nos da un ejemplo brillante, por lo que se refiere a los conocimientos del espacio y sus relaciones. Ambas, tomadas juntas, son formas puras de toda intuición sensible, por eso, hacen posibles proposiciones sintéticas *a priori*. Más esas fuentes de conocimiento *a priori* determinan sus límites precisamente por eso (porque son meras condiciones de la sensibilidad) a saber: que se refieren sólo a objetos en cuanto son considerados como fenómenos, más no representan cosas en sí mismas. […] los que sostienen la realidad absoluta del espacio y del tiempo, admítanla como subsistente o sólo inherente, tienen que hallarse en contradicción con los principios de la experiencia misma. Pues, si se deciden por lo primero (partido que generalmente adoptan los que investigan matemáticamente la naturaleza), tienen que admitir dos nadas eternas, infinitas, existentes por sí (el espacio y el tiempo, que existen […] sólo para comprender dentro de sí todo lo real. Si se deciden por el segundo partido (al cual pertenecen algunos que investigan metafísicamente la naturaleza) y consideran el espacio tiempo como relaciones de los fenómenos (al lado pues unos de otros) abstraídas de la experiencia, si bien confusamente representadas en la separación, entonces tienen que negar a las teorías de las matemáticas *a priori*, en lo que se refiere a las cosas reales (v.g. en el espacio) su validez, o al menos, la certeza apodíctica. Porque ésta no puede tener lugar *a posteriori* y los conceptos *a priori* del espacio y tiempo, según esta opinión, son creaciones de la imaginación.[128]

Mientras Newton niega la experiencia sensible, Leibniz niega la aplicación de la matemática. Ahora bien, respecto al problema de la aplicabilidad de la matemática, es importante traer a colación el artículo *Apriority and Application: Philosophy of Mathematic in the Modern Period*[129]de Shabel quien expone que los métodos matemáticos cada vez más analíticos y abstractos, conducen a que la ontología incluya las representaciones de magnitudes abstractas y sus referencias concretas en el mundo, trayendo como consecuencia que la epistemología de la matemática deba dar cuenta de la habilidad cognitiva para manipular tales magnitudes abstractas y

[128]*Ibíd.*, p. 144
[129] Cfr. Shabel, L., “Apriority and Application: Philosophy of Mathematic in the Modern Period”, en: *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic,* (Ed.) Shapiro, New York, 2005, pp.29-50, Citado en Álvarez, M.C., “Imaginación y Conocimiento Matemático en la Critica de la razón pura de Immanuel Kant”, Trabajo de Grado FHE, UCV, 2009, pp. 193

explicar su relación con el mundo. De esto Kant dará respuesta, en su periodo crítico, relacionando los rasgos matemáticos de los objetos en el mundo y la *a prioricidad* de los mismos a través de la cognición de estos. Estas ideas de Kant, sostienen la universalidad de la verdad matemática al no considerarla *a posteriori.*

Esta característica *a priori* viene a significar que el espacio no es un dato que se le ofrezca al sujeto, como la materia de sus sensaciones, sino un elemento que el sujeto impone a la materia de la sensación a fin de ordenarla y poderla captar sensiblemente. Dicho de otra manera: es la forma de la sensibilidad externa. En resumen podemos decir que si partimos de la presuposición de que espacio es realidad absoluta o sea independiente del sujeto que conoce, donde se encuentran realidades así mismo absolutas, entonces los únicos caminos que quedan abiertos son aquellos que afirman sin *razones suficientes* la existencia de cosas a las que nuestras representaciones se refieren. Estas consideraciones no le resultan satisfactorias a Kant pero puesto que no existen otras vías dado el punto de partida, Kant se ve en la necesidad de modificar el punto de partida. A esto es lo que llama Kant *el giro copernicano en metafísica*. Kant rechaza que los conocimientos del sujeto tengan que adaptarse al objeto cuando lo conoce y obliga al objeto a que se adapte al sujeto. Solo así será posible disponer un conocimiento *a priori*. Dado que el sujeto elabora el objeto que conoce y ello no sólo en el conocimiento intelectual sino también en el conocimiento sensible, es preciso distinguir entre *la cosa como se la conoce* y *la cosa en sí,* trayendo como consecuencia la apertura hacia la idealización en ciencia, siendo la distinción entre *fenómeno* (la cosa como se la conoce) y *noúmeno*[130] (la cosa en sí) la portentosa innovación de Kant. El giro copernicano que promueve en

[130] Kant: "Si por noúmeno entendemos una cosa, *en cuanto esa cosa no es objeto de nuestra intuición sensible* y hacemos abstracción de nuestro modo de intuirla, tenemos un noúmeno en sentido *negativo.* Pero si entendemos por noúmeno *un objeto de una intuición no sensible,* entonces admitimos una especie particular de intuición, a saber, la intelectual, que no es, empero, la nuestra y cuya posibilidad no podemos conocer; y este sería el noúmeno en sentido *positivo*" *Ibíd.*, p. 384

metafísica consiste en rechazar el *realismo transcendental*[131]; esto es: sí aceptamos que espacio no es realidad absoluta, la distinción entre cosa en sí y fenómeno y declaramos la cosa en sí incognoscible, las condiciones que hacen posible los fenómenos hacen que el problema de cómo es posible tener conciencia de algo se coloque en vías de solución.

Posterior a los planteamientos de Kant, en 1794, Adrién Legendre da la primera definición explícita de simetría. Exponen Honh y Goldstein:

> […] un nuevo significado radical del término *simetría* lo arroja Adrién-Marie Legendre (1752-1833) en el Libro V, Proposición 23, de sus *Elementos de geometrie* (1794), rompiendo con las tradiciones anteriores y, marcando una línea divisoria en la historia de la ciencia acerca del concepto de simetría. *Dos ángulos sólidos iguales que se forman (por los mismos ángulos planos), pero en el orden inverso será llamado ángulos iguales por simetría, o simplemente ángulos simétricos.* Esta definición de simetría se diferencia claramente de cualquier uso anterior de *simetría* y en muchos aspectos es revolucionaria[132].

La definición de Legendre muestra la relación de las partes con el conjunto tomado como un todo, considerando la relación *similitud* e *igualdad* entre los dos sólidos o partes del conjunto. Si se superponen son entonces absolutamente *similares, iguales* y, en términos de Legendre, *simétricos*[133]. A la relación entre dos sólidos iguales en el espacio le adjudica Legendre el término “simetría bilateral”[134]. Aunque Legendre establece su definición explícita de simetría por medio de dos sólidos iguales pero en “orden inverso” se distancia del problema kantiano de las partidas incongruentes ya que, para Kant la cuestión estriba en el carácter geométrico del espacio físico, mientras que para Legendre, la cuestión esta netamente en las

---

[131] Kant: “Afirma que el espacio y el tiempo existen realmente, negando por tanto la distinción entre fenómeno y cosa en sí. (Newton y Clarke)” *Ibid,* p. 61.
[132] Honh, G., y Goldstein B., *From summetria to symmetry: The making of a revolutionary scientific concept*, Cambridge, Springer Science & Business Media, vol. XX, 2008, p 233
[133]*Ibídem*
[134]*Ibídem*

relaciones geométricas. Legendre no distingue entre un sólido “derecho” y un sólido “izquierdo” cuando habla de sólidos simétricos, lo que muestra, a diferencia de Kant, que no está interesado en la direccionalidad del espacio físico. En tal sentido, el concepto de simetría bilateral de Legendre es puramente geométrico[135].Bajo estas perspectivas podemos distinguir otra acepción en la noción de simetría: la *bilateralidad* que a diferencia de las anteriores acepciones, es explícita.

Recapitulando, tenemos dentro de la noción de simetría las siguientes acepciones: 1) *simetría implícita*: que a su vez se distingue en a) desde la cualidades o aspectos de las cosas (mundo antiguo y medieval) y b) desde las relaciones entre equivalencia, igualdad e identidad (modernos), y 2) *simetría explícita:* referida al concepto puramente geométrico y externo de simetría bilateral (modernos). Hasta este punto, no solo se ha reconstruido la noción de simetría bajo los esquemas de Branding-Castellani (simetría implícita-simetría explícita) sino que además se muestra la noción de simetría en cuanto a su uso (esquema de Roche) como principio y/o argumento. De igual manera en este capítulo, y bajo el esquema carnapiano, la noción de simetría está transitando entre ser un concepto clasificatorio y un concepto métrico, es decir, la noción la podemos clasificar como concepto comparativo.

A pesar que bajo las ideas de Newton se puede notar la evolución de la noción de simetría en su tránsito de concepto clasificatorio a concepto métrico, no puede ─siguiendo a Carnap─ establecerse como métrico definitivamente. La noción se encuentra en tránsito entre ambos, en términos de Carnap es un concepto comparativo. El giro de Kant, termina de cimentar el camino para la consideración de la noción de simetría como concepto métrico en la física contemporánea. Esto conduce a concepciones como espacio-tiempo, discutidas desde Newton hasta

[135]Cfr. *Ibíd*., p.246

Einstein, pasen a ser entendidas como *estructuras de simetría*[136]. Ahora bien, cuando se dice estructuras simétricas nos estamos refiriendo al complejo de transformaciones geométricas como dilataciones, rotaciones y traslaciones, que responden a la noción de simetría geométrica definida por Legendre. En cada una de las posturas (Newton, Galileo y Leibniz) vinculamos las distintas transformaciones que responden a la definición de simetría bilateral dada por Legendre. A esto referimos cuando hablamos de estructuras simétricas. Cabe decir además que no dejamos de lado la visión estructural en cuanto física como ciencia. Todo lo contrario. Sobre esto podemos decir, soportándonos en Kuhn, que en la actualidad se estudian las teorías como estructuras, en lugar de considerarlas formadas por una serie de enunciados. Las razones por las que es adecuado estudiar estructuras son: 1) La evidencia que proporciona la historia de la ciencia, 2) los términos adquieren su significado de la teoría, y 3) el avance de las teorías es más eficiente si contiene dentro de ellas prescripciones sobre que hay que hacer para que avancen. Atenderemos a esto en el capítulo tercero de este trabajo de investigación.

[136] Cfr. Kuhn, T, *La estructura de las revoluciones científicas*, FCE, Ciudad de México, 1971

CAPITULO III

LA NOCIÓN DE SIMETRÍA EN LA FÍSICA CONTEMPORÁNEA

En la física contemporánea se da cuenta de la noción de simetría a través del lenguaje empleado dentro de las teorías físicas; encontrando dentro de dichas teorías, el uso de la noción algunas veces como principio y otras como argumento. Sí asumimos como punto de partida las ideas de Leibniz, expuestas en el capítulo precedente, nos será más fácil comprender qué entiende la física contemporánea por simetría al vincularla con invariancia[137]. Bajo el análisis lógico que hace Leibniz, para dar cuenta de equivalencia como igualdad en sentido débil, la física contemporánea pasa a mostrar la relación entre simetría explicita e invariancia usando para ello el lenguaje matemático. De esta forma, para los físicos, la relación entre simetría e invariancia bajo el análisis lógico y matemático es conocida como *automorfismo*. Ahora bien, respecto a estas ideas nos corresponde distinguir bajo qué circunstancias, la simetría para los contemporáneos como requerimiento del lenguaje, es principio o argumento[138].

Para lograr mostrar la evolución de la simetría, es necesario tomar en cuenta el contexto histórico que propicia la transformación de la noción. En tal sentido

---

[137]Cfr. Weyl, H. *La simetría*,…cit., p.47

[138]Recordamos la advertencia hecha en la introducción a este trabajo. Antes de pasar a estas cuestiones se hace necesario alertar al lector especialista tanto en física como en filosofía, que no resulta nada fácil lograr mantener la rigurosidad que exigen ambas disciplinas. Este capítulo es una prueba de ello. Encontrará el lector versado en filosofía, dureza y seriedad en el lenguaje físico-matemático que le demanda un nivel considerable de conocimiento; mientras que para el lector instruido en física los términos, concepciones, argumentaciones y significados filosóficos son de un rigor que exigen una alta concentración. Así por ejemplo, en los apartados c) y g) ambos en su primera parte muestran cierta profundidad filosófica, pero a la mitad de los mismos la física hace lo propio. El autor en el mejor de los ánimos intenta por medio de ejemplificaciones y aclaraciones complacer y satisfacer, en la medida de sus posibilidades, a ambos lectores.

exponemos los argumentos kantianos en cuanto a tiempo y simultaneidad para, en el recorrido histórico, llegar a uno de los conceptos primordiales dentro de la física contemporánea: *espaciotiempo*. En otras palabras, siguiendo la reconstrucción histórica que enmarca esta investigación, expondremos las ideas kantianas en relación al tiempo para pasar posteriormente a considerar la *invariancia*. Finalmente tales consideraciones, propician el poder mostrar cómo la noción de simetría pasa a ser entendida en física como *automorfismo.*

Vinculamos todas estas ideas dentro del curso de la física contemporánea por medio de las transformaciones de Lorentz y teoremas de Noether. Por último, analizamos todos estos elementos para comprender la simetría dentro de la teoría de la relatividad general, a través del principio de relatividad y principio de covarianza general (entiéndase invariancia de las leyes físicas frente a cualquier marco de referencia), distinguiéndola entre principio y argumento. Este es el curso de este capítulo.

III.a El tiempo como intuición pura

En la época moderna[139], el tiempo podía concebirse de tres modos: como una realidad en sí misma, independiente de las cosas, es decir, como realidad absoluta; como una relación, un orden; y finalmente como una propiedad. Los dos primeros modos fueron los más importantes, ya que el tiempo como propiedad de las cosas es más bien la duración[140]. La primera concepción es la llamada *absoluta* y su representante más notorio es Newton; la segunda es la llamada *relacional* y la ilustró

[139] Recordemos que en el contexto histórico que manejamos en esta investigación, al referirnos a la época moderna hacemos referencia al siglo XVII
[140] Cfr. Dorato, M., Zanghi, N., Laudisa, F., Allori, V., *La nature delle cose. Introduzione ai fondamenti e alla filosofia della fisica*, Carocci, Roma, 2005, p. 25

Leibniz. Ambos tienden a considerar que el tiempo es continuo, ilimitado, no isotrópico (es decir, tiene una sola dirección y una sola dimensión) y homogéneo[141].

Se supone, pues, que el tiempo es independiente de las cosas, mientras las cosas cambian el tiempo no cambia. Los cambios de las cosas lo son en relación con el tiempo uniforme que les sirve de marco vacío. Los cambios se hallan en el tiempo de manera análoga a como se suponía que los cuerpos se hallan en el espacio y se suponía que el tiempo, lo mismo que el espacio, es indiferente a las cosas que contiene y a sus cambios. Leibniz por su parte sostuvo que el tiempo “es el orden de existencia de las cosas que no son simultáneas. Así, el tiempo es el orden universal de los cambios cuando no tenemos en cuenta las clases particulares de cambio”[142]. De tal forma, para Leibniz, el espacio es orden de coexistencias, el tiempo es *orden de sucesiones.*

En su intento por hacer justicia a ambas posiciones, Kant desarrollo una compleja doctrina del tiempo en la *Estética Transcendental* en su *Crítica de la Razón Pura*[143]; aunque para la físicos actuales (siglo XX y XXI) el concepto tiempo es aún discutido y dista de las ideas de Kant, debemos recordar que esta investigación está enmarcada dentro de una reconstrucción histórica y por ello resulta necesario partir de las ideas kantianas. De tal manera queda entendido no tomar, en un sentido dogmático, las ideas de Kant en relación al tiempo.

Dicho esto, pasamos a exponer la reconstrucción histórica las ideas kantianas acerca del tiempo. Establece Kant en su *Crítica de la Razón Pura*: “1) El tiempo no es un concepto empírico que se derive de una experiencia. Pues la coexistencia o la sucesión no sobrevendrían en la percepción si la representación del tiempo no

---

[141]Cfr. Newton, I., *Principios Matemáticos de,…cit.,* p.16
[142]Cfr. *A Collection of Papers, which passed between the late, learned Mr. Leibniz and Dr. Clarke*, Londres, 1717, p. 195, en:. Jammer, M., *Conceptos de Espacio,…*cit., p.152
[143] Kant, I., *Crítica de la Razón…, cit.,* p. 138-139

estuviera *a priori* a la base" Kant da el argumento por la precedencia para probar que nuestra representación del tiempo no es *a posteriori* y que, por tanto, es *a priori*, mostrando al tiempo como forma de la *intuición pura*. En un segundo asomo, Kant da el argumento por la adherencia para probar que nuestra representación del tiempo es *a priori* cuando expresa: "2) el tiempo es una representación necesaria que está a la base de todas las intuiciones. Por lo que se refiere a los fenómenos en general, no se puede quitar el tiempo, aunque se puede muy bien sacar del tiempo los fenómenos. El tiempo es, pues, dado *a priori"*. Continúa Kant con un tercer señalamiento, sacado de la matemática, para probar el origen *a priori* de nuestra representación del tiempo; al respecto sostiene Kant: "3) En esta necesidad *a priori* fúndase también la posibilidad de principios apodícticos de las relaciones de tiempo o axiomas del tiempo en general. Éste no tiene más que una dimensión; diversos tiempos no son a la vez, sino unos tras otros […]. Estos principios no pueden ser sacados de la experiencia, pues no les daría ni estricta universalidad, ni certeza apodíctica". El cuarto argumento, para probar que nuestra representación del tiempo no es un concepto sino una intuición. Expresa Kant: "4) el tiempo no es un concepto discursivo o, como se llama, universal, sino una forma pura de la intuición sensible". Por último, Kant usa el argumento de la infinidad para probar que nuestra representación del tiempo es una intuición: "5) la infinidad del tiempo no significa otra cosa sino que toda magnitud determinada del tiempo es sólo posible mediante limitaciones de un tiempo único fundamental." Concluye Kant en referencia al tiempo:

> El tiempo no es algo que exista por sí o que convenga a las cosas como determinación objetiva y, por tanto, permanezca cuando se hace abstracción de todas las condiciones subjetivas de su intuición. […] el tiempo no es nada más que la condición subjetiva bajo la cual todas las intuiciones pueden tener lugar en nosotros. Pues entonces esa forma de la intuición interna puede ser representada antes de los objetos y, por tanto, *a priori*. El tiempo no es nada más que la forma del sentido interno, es decir, de la intuición de nosotros mismos y de nuestro estado interno. […] el tiempo es la condición formal *a*

> *priori* de todos los fenómenos en general. […] Si hacemos abstracción de nuestro modo de intuirnos interiormente y de comprender, mediante esa intuición, todas las intuiciones externas en la facultad de representación; si, por tanto, tomamos los objetos tales y como puedan ser ellos en sí mismos, entonces el tiempo no es nada. Sólo tiene validez objetiva con respecto a los fenómenos, porque tales son ya las cosas que admitimos como *objetos de nuestros sentidos*; pero el tiempo no es objetivo si hacemos abstracción de la sensibilidad de nuestra intuición y, por tanto, del modo de representación que nos es peculiar […]. El tiempo es, pues, solamente una condición subjetiva de nuestra (humana) intuición (la cual es siempre sensible, es decir, por cuanto somos afectados por objetos) y no es nada en sí, fuera del sujeto.[144]

De lo anterior se desprende, como en el caso del espacio, la tesis defendida por Kant sobre el tipo de conocimiento que tenemos del tiempo (*intuición pura*), llevándole necesariamente a sostener una tesis idealista sobre la naturaleza del tiempo: no es algo objetivo y real, sino subjetivo e ideal, es decir, es la forma *a priori* de la sensibilidad interna. Sostiene Kant:

> Espacio y tiempo son, por tanto, dos fuentes de conocimiento de las cuales *a priori* podemos extraer diferentes conocimientos sintéticos; la matemática pura nos da un ejemplo brillante, por lo que se refiere a los conocimientos del espacio y sus relaciones. Ambas, tomadas juntas, son formas puras de toda intuición sensible, por eso, hacen posibles proposiciones sintéticas *a priori*. Más esas fuentes de conocimiento *a priori* determinan sus límites precisamente por eso (porque son meras condiciones de la sensibilidad) a saber: que se refieren sólo a objetos en cuanto son considerados como fenómenos, más no representan cosas en sí mismas. […] los que sostienen la realidad absoluta del espacio y del tiempo, admítanla como subsistente o sólo inherente, tienen que hallarse en contradicción con los principios de la experiencia misma. Pues, si se deciden por lo primero (partido que generalmente adoptan los que investigan matemáticamente la naturaleza), tienen que admitir dos nadas eternas, infinitas, existentes por sí (el espacio y el tiempo, que existen […] sólo para comprender dentro de sí todo lo real. Si se deciden por el segundo partido (al cual pertenecen algunos que investigan metafísicamente la naturaleza) y consideran el espacio tiempo

[144]*Ibíd.*, p. 141

> como relaciones de los fenómenos (al lado pues unos de otros) abstraídas de la experiencia, si bien confusamente representadas en la separación, entonces tienen que negar a las teorías de las matemáticas *a priori*, en lo que se refiere a las cosas reales (v.g. en el espacio) su validez, o al menos, la certeza apodíctica. Porque ésta no puede tener lugar *a posteriori* y los conceptos *a priori* del espacio y tiempo, según esta opinión, son creaciones de la imaginación.[145]

Esta característica *a priori* viene a significar que el tiempo no es un dato que se le ofrezca al sujeto, como la materia de sus sensaciones, sino un elemento que el sujeto impone a la materia de la sensación a fin de ordenarla y poderla captar sensiblemente. Tiempo es la condición de posibilidad de los objetos que se den sensiblemente al sujeto que los capta y es condición que, lejos de dársele al sujeto en la experiencia, ha de aportar éste a la hora de conocer mediante la experiencia. Kant formula técnicamente esta tesis afirmando que tiempo es una forma *a priori* de la sensibilidad o forma de los fenómenos o, también intuiciones puras *a priori*.

Por consiguiente según Kant, tiempo no es realidad absoluta ni tampoco relación o propiedad de realidades absolutas como habían creído Newton y Leibniz. Por otro lado, el tiempo no es subjetivo en el sentido de ser la experiencia vivida de un sujeto humano. Así pues, el tiempo no es real, no es una *cosa en sí*, pero tampoco es meramente subjetivo, convencional o arbitrario. Es así como la concepción de tiempo kantiana refiere al orden de las percepciones. Ahora bien, es bueno acotar en este punto que hoy día la física aún discute y estudia el concepto de tiempo y no podemos asumir que el tiempo sea propiamente sólo el orden de percepciones como establece Kant. Lo que queremos dejar en claro, tal y como señalamos al inicio de este apartado, es el contexto histórico que propicia la evolución de la noción de simetría del cómo era entendida en la física moderna hasta cómo es entendida por la física contemporánea.

---

[145] *Ibíd.*, p. 144

III.b Invariancia y Simultaneidad

Ahora bien, de las ideas acerca del tiempo salta una cuestión: la *simultaneidad.* Para Kant todos los principios del *entendimiento puro* son los siguientes:1) Axiomas de la intuición, 2) Anticipaciones de la percepción, 3) Analogías de la experiencia y 4) Postulados del pensamiento empírico en general. Mientras que los primeros dos corresponden respectivamente a las categorías de cantidad y cualidad, los últimos dos corresponden a las categorías de relación y modalidad[146]. Los dos primeros se denominan *principios matemáticos* y se dirigen a la intuición de un fenómeno en general, revelando con ello las condiciones necesarias de una experiencia posible. Los últimos se denominan *principios dinámicos* y se dirigen a la existencia contingente de los fenómenos, de modo tal que carecen de la evidencia inmediata propia de los principios matemáticos. Mientras que los principios matemáticos son constitutivos, los principios dinámicos son meramente regulativos. Los principios matemáticos nos muestran cómo los fenómenos, tanto en lo relativo a su extensión como en lo concerniente a su intensidad, pueden ser constituidos según reglas de una síntesis matemática[147]. De las afirmaciones anteriores sostiene Torretti: “Esto significa que a cada objeto de la experiencia —cosa, estado, proceso— puede asignársele un número real, que determina su tamaño, su duración o su grado”[148] lo que indica el carácter *a priori* de los principios matemáticos.

A diferencia de los principios matemáticos, los principios dinámicos, por su carácter meramente regulativo, no permiten construir *a priori* la existencia, pues ésta no puede ser construida de antemano. Se trata pues, de principios que establecen *a priori* las relaciones temporales que los fenómenos mantienen entre sí, en tal sentido,

---

[146]Cfr. Oroño, M.H, “Algunas observaciones sobre la noción kantiana de simultaneidad”, En: *ÁGORA*, vol. XXXIII, (2014), no. II.
[147]*Ibídem*
[148] Torretti, R., *Manuel Kant*, Buenos Aires, Charcas, 1980, pp.440-441

podemos afirmar que la simultaneidad es un principio dinámico. En la *Tercera Analogía de la experiencia*[149] Kant formula una regla que indica cómo se hallan enlazadas las percepciones en lo que respecta al modo temporal de la simultaneidad. En este contexto es formulado el *principio de la simultaneidad*, según el cual: "Todas las substancias, en la medida en que pueden ser percibidas en el espacio como simultáneas, están en universal acción recíproca."[150] El objetivo principal perseguido por Kant en el desarrollo de esta analogía consiste en señalar que el concepto puro de acción recíproca es el que permite que percibamos los fenómenos en el espacio como simultáneos de manera objetiva[151]. Kant señala que las cosas son simultáneas cuando la percepción de una puede seguir a la percepción de la otra y viceversa. He aquí el carácter regulativo de la simultaneidad como principio dinámico. Por ejemplo, podemos percibir primero la luna y después la tierra, o inversamente, primero la tierra y después la luna. Ello es posible porque la tierra y la luna existen simultáneamente. Esta reversibilidad en el orden de las percepciones no es posible en aquellos fenómenos que sólo pueden ser percibidos de manera sucesiva. Así pues, la reversibilidad en el orden de las percepciones constituye un criterio subjetivo gracias al cual identificamos objetos simultáneos, pero ello no significa que la simultaneidad se derive de la sucesión[152], ya que es la relación temporal (reversible o no) que asignamos de forma *a priori* lo que determina el criterio subjetivo de dicha relación temporal.

La simultaneidad es definida por Kant como "[…] la existencia de lo múltiple en el mismo tiempo"[153]. Lo que quiere decir que la simultaneidad no tiene la misma concepción de tiempo para Kant, en otras palabras, no es una *intuición pura*, sino relacional. Weyl lo expone de la siguiente manera:

---

[149] Cfr. Kant, I., *Crítica de la Razón …*cit., p. 201
[150] *Ibíd.*, p.206
[151] Cfr. Oroño, M.H, "Algunas observaciones sobre la noción kantiana de simultaneidad", En: *ÁGORA*, vol. XXXIII, (2014), no. II
[152] *Ibídem*
[153] Kant, I., *Crítica de la Razón …*cit., p. 208

> ¿Tiene una significación objetiva el aserto de que dos acontecimientos ocurren al mismo tiempo (pero en lugares diferentes, aquí y en Siria por ejemplo)? Hasta el advenimiento de Einstein, se decía que sí. La base de esta convicción reside en la costumbre que tenemos de considerar que un acontecimiento ocurre en el momento en que se le observa. Pero el fundamento de esta creencia se destruyó hace tiempo cuando Olaf Roemer descubrió que la luz no se propaga instantáneamente sino con velocidad finita. Así se llegó a concebir que en el continuo espacio temporal de cuatro dimensiones sólo tenga un contenido verificable la coincidencia de dos puntos universales "aquí-ahora" o la proximidad inmediata de ellos. (…) Lo que hizo Einstein fue lo siguiente: reunió todas las partes que la física nos aportaba sobre la verdadera estructura del continuo espacio temporal de cuatro dimensiones y dedujo el verdadero grupo de automorfismos correspondientes. Se le llama el grupo de Lorentz. (…) de acuerdo con este grupo resultó que no hay estratos invariantes de simultaneidad, ni urdimbres invariantes de reposo.[154]

De las afirmaciones de Weyl podemos entender que la simultaneidad se da solo cuando dos sucesos se producen en el mismo punto o al menos de manera muy cercana. En otras palabras, el intervalo de tiempo entre dos sucesos o la distancia entre dos puntos debe ser *relativos al observador*. La relación entre la ocurrencia de los sucesos y sus distancias deja entrever, por medio de la acción recíproca, el carácter regulativo de la simultaneidad que sostiene Kant. Por supuesto, las ideas expuestas por Weyl no van en la misma dirección de las argumentaciones kantianas acerca de la simultaneidad, pero sí algo podemos rescatar de la consideración de la simultaneidad kantiana es su carácter relacional. Es justamente bajo ese carácter relacional que tomando dos puntos muy próximos entre sí dentro de un sistema referencial ese *aquí-ahora,* del que habla Weyl, da cuenta del continuo espaciotemporal, es decir del espaciotiempo, ya que para establecer sí dos sucesos son simultáneos no bastará con sus posiciones espaciales, sino que será necesario establecer sus posiciones temporales. Esto lo vislumbraremos enseguida.

---

[154]Weyl, H. *La simetría*,..cit., p. 111

Dos sucesos serán simultáneos solo si están relacionalmente en el mismo (o muy próximos) punto espacial y temporal. Si están en el mismo *aquí-ahora.* Sí ocurren en el mismo instante. Ahora bien, y ¿qué pasa cuando no son simultáneos? Si tomamos en cuenta que dos sucesos, dos observadores pueden estar bajo dos puntos diferentes dentro del mismo espaciotiempo, es decir, no están en el mismo instante, ¿cómo podemos asegurar que las descripciones de cada uno den cuenta de la realidad? ¿Es la descripción de uno de ellos más "real" que la del otro? Tomando la perspectiva relacional de Kant podemos afirmar, que no todos los observadores medirán el mismo intervalo de tiempo entre dos sucesos o la misma longitud para un mismo objeto, sí no se encuentran bajo una adecuada *relación*, en términos de Weyl en ese *aquí-ahora*. ¿Qué sucede entonces con nuestras teorías? ¿Deberán adecuarse a cada sistema de referencia particular?

Ese carácter no absoluto sino relativo de la simultaneidad, observada por Kant y clarificada en las ideas de Weyl, exige, en términos físicos, que *las medidas o descripciones* hechas por *diferentes observadores* dejen *invariantes* las leyes de la física[155]. Es decir, que a pesar de que dos sucesos no sean simultáneos, o que nuestros observadores no los *perciban* en el mismo instante o la acción recíproca de tales eventos no dé cuenta de la reversibilidad, en términos de Kant, sus descripciones no afectan la validez ni la solidez de nuestras teorías o leyes físicas. En términos físicos esto sería establecer que las medidas hechas por los observadores dejen invariante las teorías o leyes físicas frente a un determinado grupo de transformaciones[156].

---

[155]Alonso y Finn: "En este caso de la simultaneidad las leyes que se exigen invariantes serán las ecuaciones de Maxwell", Cfr. Alonso, M, y Finn, E. *Campos y Ondas,* Reverté, Ciudad de México, 1974, p. 435ss

[156] En las matemáticas, una transformación puede ser toda función que mapea un conjunto X en otro conjunto o sobre sí mismo.1 Sin embargo, a menudo el conjunto X posee alguna estructura algebraica o geométrica adicional y el término "transformación" se refiere a una función de X sobre sí misma que conserva dicha estructura. Ejemplos son las transformaciones geométricas, las transformaciones lineales y las transformaciones afines, rotaciones, reflexiones y traslaciones. Estas se pueden realizar

De esta forma, independientemente que los sucesos sean simultáneos o no, es la *invariancia* propiedad fundamental de las estructuras matemáticas que soportan la solidez de nuestras leyes físicas; enfatizamos a pesar que cada observador este situado en un sistema de referencia diferente y arrojen cada uno descripciones o medidas distintas, las leyes físicas o nuestras teorías permanecen invariantes o inalteradas. Esta exigencia de invariancia de las leyes físicas en distintos sistemas de referencia, sostiene que aquellas descripciones, ofrecidas por dos observadores situados en puntos distintos del espacio, deben permanecer inalteradas si y solo si las mismas son invariantes en términos de estructuras matemáticas. Esto responde a la urgente necesidad de mantener la estructura de la ciencia requiriendo que las leyes o descripciones del mundo se mantengan invariantes e independientes del observador o sistema de referencia de donde se describa. Para ello, la noción de simetría evoluciona dentro de la física contemporánea por medio del lenguaje matemático como *automorfismo*.

Antes de continuar, es prudente atender brevemente al problema de la simultaneidad, el cual abre la puerta a la consideración por parte de la física contemporánea de la noción de simetría, dentro del lenguaje matemático, como automorfismo.

Bajo la perspectiva de la física contemporánea, particularmente de la física relativista, no se puede decir con sentido absoluto que dos acontecimientos hayan ocurrido al mismo tiempo en diferentes lugares. Si dos sucesos ocurren simultáneamente en lugares separados espacialmente desde el punto de vista de un observador, cualquier otro observador inercial, es decir a velocidad constante, que se mueva respecto al primero (también inercial) los presencia en instantes distintos, es

---

en el espacio euclidiano, especialmente en R2 (dos dimensiones) y R3 (tres dimensiones). Estas son operaciones que se pueden llevar a cabo utilizando álgebra lineal, y ser descritas de manera explícita utilizando matrices. Cfr. Wilkinson, L.y Graham, *The Grammar of Graphics*, Springer, New York, 2007, p. 29

decir, y según Weyl, la simultaneidad exige el *aquí* y el *ahora*, en otras palabras exige la *instantaneidad*. De esta forma, a pesar de que ambos observadores inerciales perciban los eventos en instantes distintos, es decir no simultáneos, es debido a la equivalencia entre magnitudes (entiéndase velocidad constante de cada observador) en tales sistemas inerciales que se preserva el equilibrio. Este equilibrio dado por la igualdad por equivalencia (*salva veritate*) entre magnitudes da cuenta de la simetría, como vimos en el capítulo segundo, y es mostrada ─la simetría─ dentro del lenguaje matemático como *invariancia* de las leyes físicas.

Podemos decir que la *invariancia* de las leyes de la física, en cualquier sistema inercial, da cuenta de la simetría.

Tratemos de elucidar lo anterior con un ejemplo que se emplea en física. Para ello vamos a admitir la constancia de la velocidad de la luz, es decir, la luz no se propaga instantáneamente sino que tiene velocidad finita. En física velocidad de la luz la distinguimos con *c*. Imaginemos pues, un tren que se mueve a velocidad constante en cuyo vagón central hay una fuente de luz. Supongamos que en el primer y último vagón hay instaladas unas puertas que se abren al recibir esa luz (Figura A).

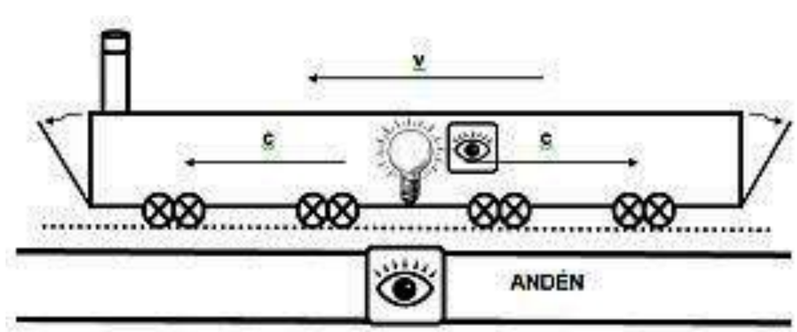

Figura A

Lógicamente, para un observador situado en el centro del tren las dos puertas se abrirán simultáneamente. Pero, ¿qué es lo que verá un observador situado en el andén si la fuente se enciende a su paso? Recordemos que la velocidad de la luz respecto a él tiene exactamente el mismo valor que respecto al viajero. De aquí se deduce que, dado que las traseras del tren van al encuentro del rayo de luz, este observador verá la puerta trasera abrirse antes que la delantera y, por tanto, para él los sucesos no serán simultáneos.

Es preciso decir que el principio de relatividad (invariancia relativista de Galileo) exige que los sistemas de referencia considerados en reposo y los considerados en movimiento inercial resulten físicamente equivalentes. Tal y como vimos con las ideas de Galileo referentes al barco, donde reposo y movimiento traslacional uniforme se hacían indistinguibles, en términos de Leibniz, iguales por equivalencia.

Un esfuerzo consciente por aplicar en esta situación las exigencias de esteprincipio nos lleva a concluir que la idea de simultaneidad es relativa al sistema de referencia en que se determine, dando cuenta así de su carácter relacional, como lo sostenía Kant. No es suficiente que sucedan ambos eventos. Es necesario que se den en el mismo instante y espacialmente cercanos para decir que son simultáneos (tal y como ocurre con el observador dentro del tren). De lo anterior debemos admitir que nuestros sentidos se muestran resistentes a aplicar el principio de relatividad en aquellos casos en que nuestra concepción del tiempo absoluto –heredada, sin duda, de la física newtoniana–se vea puesta en entredicho. Ahora bien, se pueden todavía obtener consecuencias más chocantes, si imaginamos que el mismo pasajero del vagón tiene una linterna que apunta a un espejo en el techo. La trayectoria de la luz será para él una línea vertical hacia arriba y de vuelta hacia abajo y sí usa un cronometro muy preciso el tiempo que mide será $t_1=L_1/c$ (donde c es velocidad de la luz, de la cual admitimos es constante, baste aplicar la conocida ecuación cinemática $v=L/t$, donde $v=c$). Sin embargo, para el observador del andén, la trayectoria de la luz, al estar el tren en movimiento, será mayor, $L_2>L_1$, consistirá en dos líneas oblicuas de ida y vuelta, y por tanto medirá un tiempo mayor, $t_2 =L_2/c$. De lo que se deduce que, si estos dos observadores se citan un día podrán constatar que para el que estuvo en movimiento pasó menos tiempo que para el que estuvo en reposo (Figura B).

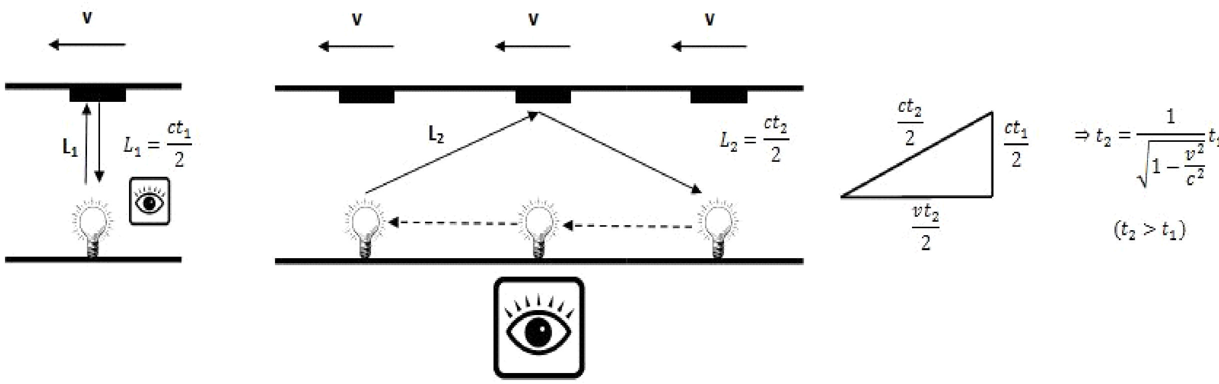

Figura B

Ahora bien, sí esquematizamos el ejemplo anterior, llamando A y C a los puntos extremos del primer tren y B donde se ubica la fuente de luz, tendremos para el caso del tren en reposo "esquematizada" la simultaneidad A_1C_1 de la siguiente forma (Figura C)

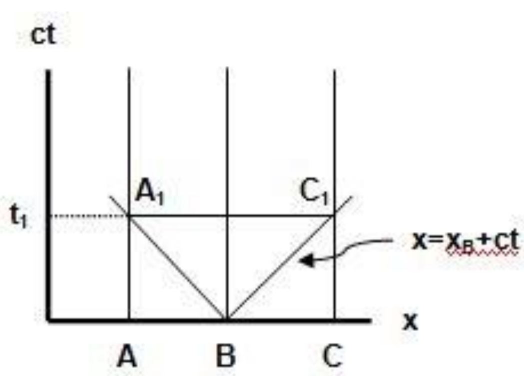

Figura C

Para el caso en que A, B y C estén en movimiento, las líneas de A y C estarán inclinadas y los sucesos no serán simultáneos (Figura D)

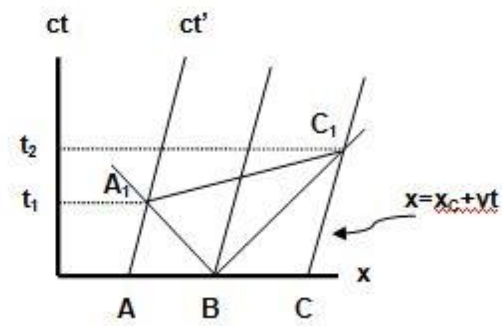

Figura D

Ahora bien, independientemente de la simultaneidad o no de los eventos, las leyes que los describen son las mismas para ambos sistemas de referencia (tren o andén), permaneciendo éstas (las leyes) *invariantes* frente al cambio del marco o sistema de referencia. En términos físicos más formales se puede ejemplificar lo anterior de la siguiente manera: dos eventos simultáneos verifican $\Delta t=0$, pero si sucedieron en lugares distintos (con $\Delta x\neq 0$), otro observador con movimiento relativo obtiene $\Delta t'\neq 0$. Sólo en el caso $\Delta t=0$ y $\Delta x=0$ (sucesos simultáneos en el mismo punto) no ocurre esto. Wald define simultaneidad en términos físicos como sigue: "Dados dos eventos puntuales E_1 y E_2, que ocurre respectivamente en instantes de tiempo t_1 y t_2, y en puntos del espacio $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$ y $P_2 = (x_2, y_2, z_2)$, todas las teorías físicas admiten que estos sólo pueden darse una, de tres posibilidades mutuamente excluyentes: 1) Es posible para un observador estar presente en el evento E_1 y luego estar en el evento E_2, y en ese caso se afirma que E_1 es un evento anterior a E_2. Además si eso sucede no puede existir otro observador que verifique la situación 2. 2) Es posible para un observador estar presente en el evento E_2 y luego estar en el evento E_1, y en ese caso se afirma que E_1 es un evento posterior a E_2. Además si eso sucede no puede existir otro observador que verifique la situación 1, y 3) Es imposible para algún observador puntual, estar presente simultáneamente en los eventos E_1 y E_2."[157] Es así como, dado un evento cualquiera, el conjunto de eventos puede dividirse según esas tres categorías anteriores. Es decir, todas las teorías físicas permiten fijado un evento, clasificar a los demás eventos: en (1) pasado, (2) futuro y (3) resto de eventos (ni pasados ni futuros). En la física clásica esta última categoría está formada por los sucesos llamados simultáneos, y en física contemporánea, particularmente la relativista, eventos no relacionados causalmente con el primer evento. Sin embargo, la física clásica y la física relativista difieren en el modo concreto en que esa división entre pasado, futuro y otros puede hacerse y en si dicho carácter es absoluto o relativo de dicha partición.

De lo anterior se desprende que la diferencia central entre la física clásica o moderna y la física contemporánea está en el estatus de tiempo y simultaneidad. Para Newton el espacio y tiempo son únicos o absolutos, en tal sentido, existe una única y absoluta relación de simultaneidad. Por el contrario, para la física contemporánea, no existe un único tiempo: para cada trayectoria o marco inercial σ (entendiendo por trayectoria o marco inercial un sistema de referencia que se mueve a velocidad constante) existe un tiempo local bien definido conocido como *tiempo propio*[158] τ; este tiempo permite hacer comparaciones solo entre eventos dados en una trayectoria σ inercial.

De esta forma, retomando el ejemplo de los observadores en marcos o sistemas inerciales diferentes, se afirma que aunque existe para cada uno un *tiempo propio* las leyes siguen siendo las mismas. Esto es debido a la *equivalencia* entre las magnitudes (velocidad constante) entre ambos estados: reposo y movimiento traslacional uniforme. Lo que se desprende inmediatamente es que la *simultaneidad es relativa* y con ello un principio dinámico de carácter regulativo, ya que la misma quedara sujeta al observador; de esta forma lo que sucede para el observador en

[157] Cfr. Wald., R.,*General Relativity*, Prentice-Hall, London, 1975, p. 4
[158]Cfr. Zee, A. *Fearful symmetry: the search for beauty in modern physics*, Princeton Science Library, Princeton,1986

reposo no pasa *al mismo tiempo* que para el observador en movimiento. Esto es debido a que cada observador tiene y parte de su propio tiempo. Ahora bien, el que la simultaneidad sea relativa no perturba la invariancia de las leyes, ya que estas se cumplen independientemente de cada sistema o marco inercial. En otras palabras: las leyes de la física en cualquier sistema inercial permanecen invariantes.

Un sistema inercial puede intercambiarse, rotarse, trasladarse y las leyes seguirán siendo las mismas. Tal es el caso que hemos explicado. Un sistema inercial en reposo y un sistema inercial que se *traslada*; aun frente a estas *transformaciones* (uno en reposo y otro trasladado) las leyes son invariantes, a pesar de que para un evento E que ocurre para ambos sistemas, en el primero será descrito como evento E_1 y para el segundo será descrito como E_2 dando cuenta de que la ocurrencia del evento E, no es simultánea para ambos observadores, sino relativa.

Frente a esto se puede afirmar que *la invariancia es una propiedad fundamental en las estructuras matemáticas*. Las leyes físicas se describen a través de las estructuras matemáticas, y la *invariancia* de estas estructuras refiere a la *permanencia* de las leyes en cada sistema inercial frente a las transformaciones a las que son sometidos. En otras palabras, se muestra la simetría en la *invariancia* de las leyes físicas, las cuales además de ser independientes del sistema de referencia, se describen por medio de estructuras matemáticas.

III.c El lenguaje de la simetría

En física la *simetría* es definida de forma explícita en términos matemáticos como un *automorfismo*[159], siendo éste una transformación que conserva la estructura del espacio[160]. De igual manera, *automorfismo* es capaz de transformar una figura en otra haciéndolas, en términos de Leibniz, *indiscernibles*, siempre y cuando se les considere de manera separada. El término *automorfismo* se le debe a Leibniz, y el

---

[159] Cfr. Mainzer, K., "Symmetry in Philosophy … *cit.*, p.319
[160] Cfr. Weyl, H., *La simetría,…cit.*, p. 23

mismo refiere a lo que en geometría se conoce por *semejanza*[161]. Leibniz sostiene que las relaciones dentro del espacio representan distintas transformaciones que dejan invariantes la estructura del mismo (*automorfismo*). En relación a las condiciones que cumple un *automorfismo* sostiene Weyl:

> (1) Toda figura es semejante a sí misma; (2) si una figura *F´* es semejante a *F*, entonces *F* es semejante a *F´*, y (3) si *F* es semejante a *F´* y *F´* a *F´´* entonces *F* es semejante a *F´´*. Los matemáticos han adoptado la palabra *grupo* para describir está situación, y así dicen que los automorfismos forman grupos.[162]

De esta forma un *automorfismo* o auto-mapeo de figuras deja invariante la estructura; así mismo los *automorfismos* que cumplen estas tres condiciones, comprenden a su vez un *grupo* de transformaciones lo cual resulta plausible ya que los mismos son un caso particular de las transformaciones. Weyl define grupo como: "Cualquier conjunto Γ́ de transformaciones forma grupo siempre que se satisfaga las condiciones siguientes: (1) la identidad *I* pertenece a Γ́; (2) si *S* pertenece a Γ́ entonces S^{-1} también pertenece; (3) si *S* y *T* pertenece a Γ́, su compuesto también pertenece"[163]. Las transformaciones por su parte, se define como *una aplicación S del espacio que asocia a cada punto p del espacio otro punto p´ que es su imagen*[164] En tal sentido, podemos asumir que la *reflexión e*n un plano será una *transformación* asociada a la simetría bilateral. Por ejemplo: en una balanza en equilibrio, el intercambio entre cualquiera de sus partes no hace distinguible la transformación; a esta *indistinción* se le conoce como *reflexión.* Más aún dicha transformación es un *automorfismo.* De esta forma, si iteramos la identidad (I) por ejemplo, tendremos un *automorfismo,* ya que la identidad (I) es un a*utomorfismo* que aplica cada punto *p* sobre sí misma.

---

[161]Weyl: "Podemos entender *semejanza* cuando dos figuras geométricas tienen la misma forma sin importar los tamaños entre ellas" *Ibíd.*, p.46
[162]*Ibídem*
[163]*Ibíd.,* p. 47
[164]*Ibíd.,* p. 45

Ampliemos un poco esta idea de la identidad como *automorfismo.* Weyl lo expone de esta manera:

> Dadas dos aplicaciones *S* y *T* pueden efectuarse una después de la otra: si *S* aplica el punto *p* en *p´*, y *T* el *p´* en *p´´* entonces la aplicación resultante que llamaremos *ST* aplica *p* en *p´´*. Una aplicación *S* puede tener una inversa *S´* tal que *SS´= I* y a su vez *S´S= I*; en otras palabras si s transporta el punto arbitrario *p* sobre *p´* entonces *S´* aplica *p´* sobre *p* y la misma condición debe satisfacerse si se efectúa primero *S´* y luego *S.* [165]

De lo anterior resulta que la identidad *I* es una transformación y contendrá su propia inversa. Pero a diferencia de la identidad, la composición de dos aplicaciones cualesquiera *ST* no tiene qué ser igual a *TS*, es decir no tiene que ser conmutativa. Luego, los *automorfismos* son transformaciones particulares, pero aunque *todo automorfismo es una transformación, no toda transformación es un automorfismo*. En tal sentido, el *automorfismo e*s una *transformación que conserva la estructura del espacio*, esto nos dice que la *reflexión* en un plano *es una operación básica de la simetría bilateral*, ya que de su iteración *SS´* resulta la identidad *(I),* en otras palabras es su propia inversa. De aquí se deduce que dicha transformación (reflexión) permite dar cuenta de la simetría bilateral. Entonces podemos afirmar que el grupo de transformaciones tienen como subgrupo los *automorfismos*, éstos también contendrán un subgrupo, a saber, el grupo de las *congruencias*. Para Helmholtz la manera idónea de describir la estructura intrínseca del espacio es a través de la noción de congruencia[166]. Las *congruencias* se pueden entender como las *semejanzas (automorfismo)* que no modifican las dimensiones de un cuerpo. Arguye Weyl:

> Dos partes del espacio V y V´ son congruentes si pueden ser ocupadas por un mismo cuerpo rígido en dos de sus posiciones. Si se transporta el cuerpo de una posición a la otra, la partícula

[165] *Ibídem*
[166] *Ibíd.,* p. 47

> que está en el punto p de V estará luego en un punto p´ de V´ y así el resultado del movimiento es una aplicación p⟶p´ de V sobre V´. (…) Una de estas transformaciones congruentes (y la llamamos transformación porque es evidente que tiene inversa p´⟶p) es una semejanza o automorfismo. (…) Además es evidente que las transformaciones congruentes forman un grupo, subgrupo a su vez del grupo de automorfismo[167].

Este subgrupo de *automorfismo* conocido como *congruencias* y que responden a aquellas semejanzas que no modifican las dimensiones de un cuerpo, se distinguen entre aquellas que operan en el plano y aquellas que operan en el espacio. Las *congruencias* en términos planos responden a las *reflexiones* y *traslaciones*, luego las mismas estarán referidas a la simetría bilateral, mientras que las *congruencias en el espacio* referidas a las *rotaciones*, responderán a la *simetría esférica*. Es justo la aplicación de grupos de simetría la que ha tenido gran aceptación por parte de la ciencia, ya que la misma le otorga un lenguaje matemático para describir la *simetría explícita* en las teorías físicas mostrando la invariancia de las leyes independientemente del sistema donde se haga la descripción.

Desde el esquema dinámico de Newton hasta la aparición de la teoría de la relatividad especial de Albert Einstein en 1905 el desarrollo de la física transformó en mucho la imagen del mundo. Es así como en la actualidad el campo electromagnético de Maxwell y el campo gravitatorio de Einstein son denominamos campos clásicos[168]. A pesar de la preponderancia del concepto de campo, para la

[167] *Ibídem*

[168] Al margen de la investigación que nos ocupa nos parece interesante señalar el origen del concepto de campo debido a la importancia que para la física contemporánea tiene la teoría clásica de campos. Faraday formula el concepto de campo fundamentándose en las ideas de Kant, las cuales soportan la idea de que el espacio no es inmóvil, sino que todo tiene que ser móvil; consiguientemente, el concepto de movimiento que va a caracterizar a la materia y que es válido para todos los objetos del sentido externo, ha de pensarse como un concepto *a priori*, siendo subjetivamente un concepto surgido de la combinación del concepto trascendental de materia en combinación con los modos de nuestra representación, espacio y tiempo y, objetivamente este concepto de movimiento sólo puede mostrase a partir de su fundamento: la fuerza. Serán estas ideas de Kant, las que toma Faraday para dar origen al concepto de campo. Comprendiendo que el campo, como parte del espacio, sólo se nos muestra a través de sus efectos (fenómenos), pero sus causas (noúmeno) nos son desconocidas. De

física actual, no nos detendremos a estudiar cómo se origina dicho concepto, debido a las limitaciones y al alcance de esta investigación. Es de enfatizar que el hacer tal omisión no influye en la importancia y profundidad de nuestro estudio acerca de la noción de simetría, ya que nuestra investigación se enmarca, en este capítulo, en el estudio del uso de la noción como principio y argumento dentro del lenguaje de las teorías físicas actuales.

Ahora bien, aunque no expongamos cómo surge el concepto de campo (por las razones antes señaladas) será necesario, para comprender la *simetría* presente en la teoría de la relatividad general, prestar especial atención a las nociones de *campo gravitacional, invariancia, covarianza y espaciotiempo*, así como al lenguaje matemático que utiliza la simetría en física, esto es, los grupos de simetría y/o grupos de transformaciones. Estos serán claves, por ejemplo, para la relatividad o contracción de la longitud, la cual es una de las cuestiones fundamentales a las que atendió Einstein[169].

---

allí, la importancia para la física, en los trabajos de Oersted, ya que éstos daban cuenta a través de los efectos (fuerzas electromagnéticas) del movimiento *a distancia* de un objeto cargado (campo electromagnético). Langton sostiene: "(…) parece haber sido Michael Faraday, debido a la influencia de la filosofía kantiana, quien sostuvo la teoría de campo como parte importante para el desarrollo de la ciencia. Supongamos, dice, que lograr distinguir una partícula *a* de las potencias o fuerzas *m*, con la que ha sido dotada. Las propiedades que puede, en principio, encontrarse en la práctica científica son: las propiedades o las fuerzas *m*, no los de la partícula *a*, que, sin las fuerzas, se concibe como que no tiene poderes. Entonces la cuestión está en *m*... A mi juicio, por tanto, la *a* o núcleo se desvanece, y de hecho de lo que podemos formarnos alguna idea es de aquello que es independiente del núcleo, es decir, de sus poderes. Toda nuestra percepción y el conocimiento del átomo, e incluso nuestra fantasía se limitan a las ideas de sus fuerzas conocidas... ¿por qué entonces se asume la existencia de algo de lo que somos ignorantes, que no podemos concebir, y para el cual no hay necesidad filosófica?" Cfr. Langton, R., *KANTIAN HUMILITY: Our Ignorance of Things in Themselves*, Clarendon Press, Oxford, 1998, p. 181. Para una mayor amplitud de estas ideas véase Kant, I., *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, AK. IV 496, (1786), (Trad.) Benitez, A., J., Tecnos, Madrid, 1991

[169]Landau y Lifshitz: "Esto es lo que se conoce como la famosa contracción de Lorentz o contracción de la longitud. Supongamos que una regla se encuentra en reposo en el sistema K, paralela a su eje X. Sea $\Delta x = x_2 - x_1$ su longitud medida en este sistema (x_2 y x_1 son las coordenadas de los dos extremos de la regla en el sistema K´). Determinemos ahora la longitud de esta regla medida desde el sistema K´. Para ello debemos determinar las coordenadas de los dos extremos de la regla (x'_2 y x'_1) en este sistema en un mismo instante t´. De las ecuaciones de las transformaciones de Lorentz se deduce que

Debemos recordar que en un sistema de referencia no sólo los puntos en el espacio sino también las magnitudes físicas pueden fijarse mediante números. Dos sistemas de referencia son igualmente admisibles si todas las leyes universales, geométricas y físicas, de la naturaleza tienen en ambos sistemas la misma expresión algebraica, es decir son *invariantes*. Las transformaciones que existen entre dos de estos sistemas de referencia igualmente admisibles, dejando invariante las leyes físicas, forman el grupo de *automorfismos físicos*[170], Weyl lo expone de esta manera:

> Las leyes de la naturaleza permanecen invariantes respecto de las transformaciones de este grupo (automorfismos físicos). Es un hecho que la transformación de este grupo esta unívocamente determinada por aquella parte que atañe a las coordenadas de los puntos del espacio. Así es como podemos hablar de automorfismos físicos del espacio. El grupo que los incluye (…) contiene a las reflexiones porque ninguna ley natural da indicio de una diferencia intrínseca entre la izquierda y la derecha. Por lo tanto, el grupo de los automorfismos físicos es el grupo de todas las aplicaciones congruentes propias e impropias. Si llamamos congruentes a dos configuraciones del espacio, siempre que pueden superponerse una sobre otra mediante una transformación del grupo, entonces aquellos cuerpos que sean especulares uno de otro serán congruentes[171].

$x_1 = \frac{x'_1+V_{t'}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, x_2 = \frac{x'_2+V_{t'}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ la longitud de la regla en el sistema k´es $\Delta x' = x'_2 - x'_1$ restando x_1 de x_2 se obtiene $\Delta x = \frac{\Delta x'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ la longitud propia de una regla alcanza su valor máximo en el sistema de referencia en el que se encuentra en reposo. Sea $l_0 = \Delta x$ esta longitud y sea l la longitud de la regla en otro sistema de referencia cualquiera K´. En estas condiciones, $l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ por consiguiente, la longitud de una regla alcanza su valor máximo en el sistema de referencia en que se encuentra en reposo. Su longitud en un sistema respecto del que se mueve con velocidad V resulta reducida por el factor $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. Este resultado de la teoría de la relatividad es la llamada contracción de Lorentz" Cfr. Landau, L.; Lifshitz, E., *Teoría clásica de …*cit., p. 15-16

[170]Weyl: "El grupo de los automorfismos físicos es el grupo de todas las aplicaciones congruentes propias e impropias" Cfr. Weyl, H. *La simetría,*…cit., p. 109

[171]*Ibídem*

De acuerdo a las ideas de Weyl podemos entender a los *automorfismos físicos*, como aplicaciones congruentes que a diferencia de los automorfismos geométricos[172] pasan a considerar los acontecimientos físicos no solo en el espacio sino también en el tiempo. A esto refiere Weyl cuando afirma que "el mundo se extiende no como un continuo de tres dimensiones sino de cuatro. El primero que describió correctamente la simetría, relatividad u homogeneidad de este medio tetradimensional fue Einstein"[173]. De lo expuesto, podemos afirmar que la estructura del mundo físico se revela en las leyes generales de la naturaleza y que estas leyes se formulan a través de las magnitudes que al ser funciones de espacio y tiempo dejan invariantes dichas leyes. Estas funciones espaciotemporales son los *automorfismos físicos.* Es así como en el caso de la simultaneidad, las descripciones de ambos observadores son hechas dentro de sistemas inerciales que contemplan magnitudes como funciones espaciotemporales; estas descripciones o leyes, permanecen invariantes porque los sistemas están sometidos a traslaciones que dentro de las estructuras matemáticas exhiben propiedades simétricas. Serán las funciones espaciotemporales (magnitudes) las que entenderemos como *automorfismo físicos*, sometidas a transformaciones, las responsables de mantener la invariancia en las leyes físicas.

III.d La simetría y su relación con las leyes de conservación: transformaciones de Lorentz y teoremas de Noether

Las diferentes concepciones del espacio-tiempo que fueron discutidas desde la filosofía natural de Newton y Leibniz hasta Einstein pueden ser entendidas como *estructuras de simetría*[174] más o menos complejas. La teoría matemática de los grupos ofrece un marco estructural común en el que las concepciones de Newton,

---

[172] Weyl: "Los automorfismos geométricos serían aquellas transformaciones del espacio que llevan a coincidir dos figuras congruentes". *Ibídem*
[173] *Ibíd*., p. 110
[174] Cfr. Kuhn, T, *La estructura de las revoluciones científicas*, FCE, Ciudad de México, 1971

Leibniz, Einstein, etc., pueden distinguirse como diferentes estructuras de simetría. Sostiene Mainzer:

> El enfoque estructural de la historia de la ciencia demuestra que las concepciones de Newton o Leibniz no son simplemente falsas, sino diferentes aspectos de la simetría en el espacio-tiempo físico. La estructura newtoniana del espacio-tiempo se caracteriza por el denominado grupo elemental G_e que consiste en el producto directo de dilataciones, rotaciones y traslaciones sobre R^3 y el grupo afín de tiempo T. Mientras Newton creía en la existencia de un espacio y tiempo absoluto, así como en el reposo absoluto y movimiento inercial, para Leibniz el espacio-tiempo es completamente relativo sin ninguna distinción de movimientos. Ahora bien, como las transformaciones correspondientes permiten movimientos continuos arbitrarios e invariantes, el grupo cinemático G_k caracteriza el espaciotiempo de Leibniz. […] $G_e \subset G_k$. De esta forma el grupo de transformación adecuado para la física clásica es el Grupo Galileo G_g que consiste en las transformaciones de G_e y velocidades de los sistemas inerciales $G_e \subset G_g \subset G_k$.[175]

De las ideas expuestas por Mainzer, y bajo términos conjuntistas, se afirma que el grupo de transformaciones (reflexiones, dilataciones, rotaciones y traslaciones) de Newton es subconjunto del grupo de transformaciones de Galileo que a su vez es subconjunto del grupo de transformaciones de Leibniz. Es decir a través del lenguaje conjuntista podemos diferenciar las estructuras simétricas de Newton, Galileo y Leibniz. Aclaremos esto que sostiene Mainzer. Cuando A. Legendre establece el término de *simetría bilateral* lo hace a través de consideraciones geométricas, a saber, rotar una figura tantas veces dejándola como al inicio de la rotación (véase el ejemplo de Durand en el capítulo segundo). Análogamente sucede con reflexiones, dilataciones y traslaciones. Tales operaciones o *transformaciones* no permiten distinguir sí a tal figura se le ha hecho algo ya que la dejan como al inicio. La dejan indistinguible, no pudiéndose asegurar el que se le haya aplicado o hecho alguna cosa a la figura. Ahora bien, si pasamos a consideraciones algebraicas, encontramos que podemos aplicar las mismas transformaciones a ecuaciones. Las ecuaciones, al

---

[175]Mainzer, K., "Symmetry in Philosophy and…*cit*.,p.321

igual que las figuras geométricas, cumplen con propiedades simétricas (reflexión, traslación, dilatación, etc.).

De esta forma, tomando las descripciones expuestas por Newton, Galileo y Leibniz, podemos extrapolar las mismas a tales estructuras algebraicas. De allí que se hable de las ideas de Newton, Galileo y Leibniz como estructuras simétricas, en términos de Mainzer.

En física clásica el grupo bajo el cual se describen las transformaciones u operaciones, hablando en términos formales, es el de Galileo. Las transformaciones de Galileo (entiéndase, dilataciones, rotaciones y traslaciones) también son contempladas por Newton, pero a diferencia del italiano, éste fundamenta sus ideas en concepciones absolutistas de espacio y tiempo. De allí que las transformaciones de Newton queden supeditadas a las de Galileo. Por su parte, Leibniz concibe espacio y tiempo bajo carácter relacional, es decir los movimientos pueden ser arbitrarios. Lo cual no nos deja mucho por hacer debido a la amplitud del carácter arbitrario. En tal sentido, es el grupo de Galileo que, sin asumir el carácter absolutista ni netamente el relacionista, cumple adecuadamente con el grupo de transformaciones para describir todos los movimientos que representan la física clásica.

Ahora bien, la situación cambia con el advenimiento de la teoría de la relatividad de Einstein, quien pasa a establecer la relatividad de la simultaneidad por lo que toca exigir la invariancia de las leyes de la física. Se requiere entonces establecer un nuevo grupo de transformaciones que permita cumplir con la invariancia de las ecuaciones que representan nuestras teorías físicas. En el apartado *c* de este capítulo, asumimos la constancia de la velocidad de la luz al tratar la simultaneidad. Tal asunción responde al descubrimiento de Olaf Roemer referente a la propagación de la luz con velocidad finita y no de forma instantánea como hasta ese momento se pensaba. He aquí la cuestión en torno a la simultaneidad. La relatividad de la simultaneidad fue consecuencia de tal hallazgo, de allí la importancia de asumir la constancia de la velocidad de la luz en dicho apartado.

De esta evidencia física se muestra que sólo la coincidencia de dos puntos del mundo, *aquí-ahora*, o su vecindad inmediata tiene un significado directamente verificable. Estas ideas a su vez permitieron dar cuenta, que no solo a través de lo directamente verificable, que por medio del lenguaje matemático, automorfismos físicos, se puede mostrar igualmente la invariancia de las leyes de la física.

De todas estas consideraciones, y mediante el lenguaje de los *automorfismos*, Einstein recogió toda la evidencia física derivada del problema de la relatividad de la *simultaneidad* y la *invariancia* que presentan las leyes, mostrando con ello (y como hemos expuesto al inicio del apartado *c* de este capítulo) el continuo espaciotemporal, es decir, el espaciotiempo. Ahora bien, bajo estas ideas de Einstein surge la necesidad de establecer el conjunto de *automorfismos físicos* (grupo de transformaciones) que den cuenta de la invariancia de las leyes bajo cualquier marco inercial. Surge entonces el grupo de transformaciones de Lorentz[176]. La diferencia del grupo de transformaciones de Lorentz con el grupo de transformaciones de Galileo radica en que las primeras ofrecen una ecuación de transformación para el tiempo (atendiendo a lo relativo de la simultaneidad) y consideran la constancia de la velocidad de la luz.

De esta manera el grupo de Lorentz deja invariantes las funciones espaciotemporales[177] dando cuenta de la invariancia de las leyes sin importar sí estas

---

[176]Landau y Lifshitz: "Se trata de obtener las expresiones de transformación que permitan pasar de un sistema de referencia inercial a otro, es decir, fórmulas mediante las cuales dadas las coordenadas x,y,z,t de un cierto suceso en el sistema k, se pueden encontrar las coordenadas x´,y´,z´, t´del mismo suceso en otro sistema inercial k´. Tales fórmulas de transformación son: $x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}; y = y'; z = z'; \ t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$Cfr. Landau, L, y Lifshitz, E., *Teoría clásica,…*cit., p. 13

[177] Seguiremos la notación de R. Penrose "espaciotiempo" (Nota nuestra). Cfr. Penrose R, *El camino a la realidad: una guía completa de las leyes del universo*, Debate, México, 2008, p. 118

son descritas por observadores particulares. Bajo esta perspectiva podemos afirmar que el tiempo es un *automorfismo* ya que es *indistinguible* o *indiscernible* frente a una transformación. El tiempo no se distingue entre pasado, presente o fututo. Para las magnitudes es indistinto izquierda o derecha, arriba o abajo, hoy o mañana[178]. Una magnitud física es un *automorfismo físico*.

En términos conjuntistas formales, el grupo de los automorfismos contienen como subgrupo al conjunto de las congruencias, así que los *automorfismos físicos* se definen como *congruencias propias*[179]refiriendo, como hemos dicho, a la invariancia de las leyes frente a una transformación, en este caso frente a las transformaciones de Lorentz. Entonces los *automorfismos físicos* pasan a dar cuenta de la invariancia en términos del equilibrio que exhibe todo el conjunto.

Krauss cuando afirma que "las simetrías de la naturaleza son responsables de guiar a los físicos en dos aspectos importantes: limitan el caudal de posibilidades y determinan el modo apropiado de describir las que restan"[180], señala que en la búsqueda de la descripción del mundo, lo que prevalece en la ciencia es aquella que sea sencilla, simple y que *mantengan* o *preserven* el equilibrio, en otras palabras, que sean *invariantes* y *conservadas* frente a cualquier cambio (*automorfismo físico*), es decir, *simétrica.* Todo el resto de posibilidades de descripción que no respondan a estos aspectos, es decir, que no sean automorfismos, son restadas dentro de la ciencia. Entonces se afirma que mediante la *invariancia de las leyes físicas* se da cuenta de la *simetría en la naturaleza* y esto se hace a través de la consideración de los *automorfismos físicos*. Esto tiene una importancia enorme que recoge el teorema de Emmy Noether en 1933. Las ideas de Noether son reseñadas por Krauss de la siguiente manera:

---

[178] Cfr. Weyl, H. *La simetría,…cit.,* p. 110
[179]Cfr. Krauss, L, *Miedo a la física...cit.*, 1995
[180]*Ibíd.,* pp. 187-188

> Si *las ecuaciones que rigen el comportamiento dinámico* de un sistema físico *no cambian cuando se realiza alguna transformación en el sistema*, entonces para cada una de esas transformaciones *debe existir alguna cantidad física que se conserva*, lo que significa que no cambia con el tiempo. Este sencillo descubrimiento ayuda a explicar uno de los conceptos que más erróneamente se exponen en la ciencia popular: (…) muestra que ciertas cosas son imposibles. Por ejemplo, consideremos las máquinas de movimiento perpetuo. (…) Ahora bien, la razón habitual por la que máquinas de este tipo no pueden funcionar es la conservación de la energía. (…) Tras un ciclo completo cada una de sus partes vuelve a la posición original; si estaba en reposo al comienzo del ciclo, debería estarlo a su término. De otra manera habría más energía al final del ciclo que al comienzo y ella tendría que haber venido de alguna parte; nada ha cambiado en la máquina, no puede producirse energía[181].

De las palabras de Krauss afirmamos que los *automorfismos físicos* están expresados en leyes que contemplan ecuaciones que rigen el comportamiento de un sistema dado. Dentro de dicho sistema esta descrita una *magnitud física que se conserva* pasando ésta a representar la *invariancia* frente a una transformación. Esta magnitud física que se mantiene *conservada, indiscernible* - sin preferencia a ninguna dirección espacial o temporal- y al mismo tiempo *invariante* frente a una transformación-*automorfismo físico*- viene expresada en la física como *ley de conservación*.

Desde este punto de vista, en *física* cuando se habla de *simetría* se da cuenta de las *leyes de conservación*. De esta forma cuando se habla de una magnitud física que se *conserva indiscernible* en cuanto a pasado y futuro, es decir sin preferencia en direcciones temporales e *invariante* frente a una transformación, se habla de una magnitud física conservada en el tiempo. Podemos resumirlo de la siguiente forma: las propiedades simétricas de un sistema físico están íntimamente relacionadas con las leyes de conservación que caracterizan al sistema.

[181]*Ibíd.*, p. 190

El teorema de Noether afirma que cada simetría de un sistema físico implica que alguna propiedad física del sistema se conserva, y por el contrario, que cada magnitud conservada tiene una correspondiente simetría. Noether establece que esta magnitud física es la energía[182] independiente de direcciones temporales[183]. En este sentido Noether relaciona la magnitud física de la energía, mediante su ley de conservación, con la *indistinción* en las direcciones temporales, en otras palabras: la isometría del tiempo da nacimiento a la conservación de la energía[184]. De estas ideas se sostiene que la energía como cantidad conservada es consecuencia de la simetría en el tiempo – como afirma el teorema de Noether- y de manera análoga la cantidad conservada como consecuencia de la simetría del espacio será el momentum o inercia[185], es decir: la isometría del espacio da cuenta de la conservación del momentum.

La conservación del momentum es el principio que hay tras la observación de Newton sobre que los objetos continuarán moviéndose uniformemente y los que están en reposo permanecen en ese estado, a menos que actúe sobre ellos una fuerza externa. La observación y la disertación que sostuvieron Leibniz y Newton en torno a la inercia, da cuenta finalmente a una cantidad invariante frente a dos estados equivalentes, y esta cantidad que se conserva y da cuenta de la simetría del espacio no es otra sino la inercia, ya que la ley atendida por las magnitudes o automorfismos

---

[182]*Ibíd.* p. 192
[183]*Ibídem*
[184] Krauss: "Quizás no sea tan tonto preguntarse si, por lo menos en alguna escala temporal cósmica, algunas leyes de la naturaleza pueden efectivamente evolucionar con el tiempo. Después de todo el universo mismo se está expandiendo y cambiando y quizás de alguna manera la formulación de leyes microfísicas esté unida al estado macroscópico del universo. De hecho, esa idea fue propuesta por Dirac en la década de 1930. (…)No obstante, incluso si la formulación de las leyes microfísicas estuviera de alguna manera atada al estado macroscópico del universo, esperaríamos que permanecieran fijos los principios físicos subyacentes que los atan. En este caso, siempre sería posible generalizar nuestra definición de energía de modo que siguiera conservándose. A medida que surgen nuevos principios físicos en escalas cada vez mayores o menores, seguimos teniendo la libertad de generalizar lo que entendemos por energía. Y que algo, que entonces podemos llamar energía, sigue conservándose en tanto estos principios no cambian con el tiempo". *Ibídem*
[185]*Ibíd.,* p. 196

físicos no cambia de un lugar a otro y es invariante en términos temporales, es decir, no cambia estando en reposo (V =0) o en movimiento uniforme rectilíneo (V=cte. V_2-V_1=0).

En la disertación entre Newton y Leibniz, se establecía que la magnitud que pasaba a describir ambos estados equivalentes ─reposo y movimiento rectilíneo uniforme─ era la velocidad, y que ésta no variaba ya que para ambos casos era constante. Recordemos que la velocidad es una magnitud espaciotemporal que, depende del espacio y del tiempo. Pues bien, esta cantidad preservada –inercia- está descrita a través de la magnitud –velocidad-, es invariante o permanente frente a ambos estados de movimiento.

En otras palabras, la velocidad como función o magnitud espaciotemporal es constante (automorfismo físico) si está en un sistema en reposo o en traslación (transformaciones de Galileo) y esta equivalencia, dada por el automorfismo físico, pasa a dar cuenta del momentum o inercia como cantidad conservada. De esta forma, la inercia o momentum será una cantidad direccional, a diferencia de la energía. En tal sentido, y de acuerdo a los términos de Noether, cada vez que se tropieza con un sistema aislado, sin fuerzas externas que actúen sobre él, se conserva el momentum de este sistema, esto es, se mantiene constante a lo largo del tiempo[186].

Resumiendo las ideas anteriores podemos sostener que el trabajo de Noether, central en física teórica, afirma que cualquier simetría en un sistema físico tiene su correspondiente ley de conservación (y viceversa), constituyendo de esta forma una explicación de por qué existen leyes de conservación y magnitudes físicas (automorfismos físicos) que no cambian a lo largo de la evolución temporal de un sistema físico. Esto se basa en relacionar dos ideas básicas de la física: (1) una es la invariancia de la forma que una ley física toma con respecto a cualquier transformación (generalizada) que preserve el sistema de coordenadas (aspectos

---

[186] *Ibíd.*, p. 199

espaciales y temporales tomados en consideración), y la otra es (2) la ley de conservación de una magnitud física. De esta forma el enunciado formal del teorema deriva una expresión para la magnitud física que se conserva (y, por lo tanto, también la define) de la condición de invariancia. Es así como se tiene: (1) la invariancia de sistemas físicos con respecto a la traslación (dicho simplemente, las leyes de la física no varían con la localización en el espacio) da la ley de conservación del momentum y (2) la invariancia con respecto a (la traslación en) el tiempo da la ley de conservación de la energía. El resultado del trabajo de Noether tiene gran alcance en cualquier teoría física. Reduce todo a analizar las diversas transformaciones que harían invariantes la forma de las leyes implicadas. Esta importante deducción, consecuencia de la teoría relativista de Einstein, constituye el giro en la física contemporánea en relación a la consideración de la noción de simetría como principio.

III.e Automorfismos físicos, noción de espaciotiempo y principio de covarianza general

Einstein fusionó espacio y el tiempo en *espaciotiempo*, para entender lo que esto significa, tenemos que atender el comportamiento extraño del tiempo que hemos venido desarrollando. Sostiene Einstein:

> El no matemático se siente sobrecogido por un escalofrío místico al oír la palabra cuadridimensional, una sensación no disímil de la provocada por el fantasma de una comedia. Y, sin embargo, no hay enunciado más banal que el que afirma que nuestro mundo cotidiano es un continuo espaciotemporal cuadridimensional. El espacio es un continuo tridimensional. Quiere decir esto que es posible describir la posición de un punto (en reposo) mediante tres números x, y, z (coordenadas) y que, dado cualquier punto, existen puntos arbitrariamente próximos cuya posición se puede describir mediante coordenadas x_1, y_1, z_1 que se aproximan arbitrariamente a las coordenadas x, y, z del primero. Debido a esta última propiedad hablamos de un continuo […]. Análogamente ocurre con el universo del acontecer físico, con lo que Minkowsky llamara brevemente mundo o universo, que es naturalmente cuadridimensional en el sentido espaciotemporal. Pues ese universo se compone de sucesos individuales, cada uno de los

> cuales puede describirse mediante cuatro números, a saber, tres coordenadas espaciales x, y, z y una coordenada temporal, el valor del tiempo t. El universo es en este sentido también un contiguo, pues para cada suceso existen otros (reales o imaginables) arbitrariamente próximos cuyas coordenadas x_1, y_1, z_1, t_1 se diferencian arbitrariamente poco de las del suceso x, y, z, t. El que no estemos acostumbrados a concebir el mundo en este sentido como un continuo cuadridimensional se debe a que el tiempo desempeñó en la física pre relativista un papel distinto, más independiente, frente a las coordenadas espaciales, por lo cual nos hemos habituado a tratar el tiempo como un continuo independiente. De hecho, en la física clásica el tiempo es absoluto, es decir, independiente de la posición y del estado de movimiento del sistema de referencia, lo cual queda patente en la última ecuación de la transformación de Galileo (t´=t). La teoría de la relatividad sirve en bandeja la visión cuadridimensional del mundo, pues según esta teoría el tiempo es despojado de su independencia, tal y como muestra la cuarta ecuación de la transformación de Lorentz. (…) La importancia del descubrimiento de Minkowsky para el desarrollo formal de la teoría de la relatividad no reside tampoco aquí, sino en el reconocimiento de que el continuo cuadridimensional de la teoría de la relatividad muestra en sus principales propiedades formales el máximo parentesco con el continuo tridimensional del espacio geométrico euclídeo. Sin embargo, para hacer resaltar del todo este parentesco es preciso sustituir las coordenadas temporales usuales t por la cantidad imaginaria proporcional a ellas. Las leyes de la naturaleza que satisfacen los requisitos de la teoría de la relatividad (especial) toman entonces formas matemáticas en las que la coordenada temporal desempeña exactamente el mismo papel que las tres coordenadas espaciales. Estas cuatro coordenadas se corresponden exactamente, desde el punto de vista formal, el mismo papel que las tres coordenadas espaciales de la geometría euclídea.[187]

Para Einstein los eventos deberían determinarse por medio de un continuo *espaciotemporal* de cuatro dimensiones. Es así como al tener un evento en el mundo físico su ubicación se especifica tanto en el tiempo como en el espacio, mediante la asignación de cuatro números, t, x, y, z, correspondiente a dicho evento. El tiempo, t, se mide de acuerdo a algún acontecimiento tomado como punto de referencia en el mismo y los otros tres números, x, y, z especifican la ubicación del evento en un

---

[187] Cfr. Einstein A, *Sobre la teoría de la relatividad especial y general.*, Planeta-De Agostini, Madrid, 1985, pp. 37-38

espacio tridimensional, medida desde algún punto de referencia. De los trabajos de Noether y de la nueva concepción de espaciotiempo la mecánica clásica debe ser revisada de manera que sea invariante frente a una transformación de Lorentz.

De esta manera, se mostraba que era necesario modificar un área de la física que parecía segura. La mecánica clásica o newtoniana establecía una invariancia de las leyes frente las trasformaciones de Galileo, pero al considerar la constancia de la velocidad de la luz y colocar a los sistemas de referencia bajo la misma, las leyes dejaban de ser invariantes (transformaciones de Lorentz). De acuerdo a esto, Einstein se vio obligado a revisar las definiciones de energía y momento así como la relación entre ambas con la finalidad de hacer que las leyes de la mecánica fuesen invariantes bajo las transformaciones de Lorentz.

Una simetría del *espaciotiempo*, como invariancia rotacional o invariancia de Lorentz pasa a controlar todos los eventos o hechos de la física. Por tanto la invariancia de Lorentz revoluciona la mecánica. Como consecuencia de esta revolución, las leyes del movimiento de partículas se reformulan a través de los trabajos de E. Schördinger y P. Dirac y por ende la concepción de la gravedad también tiene que ser reformulada, ya que dentro del marco gravitatorio también existe el movimiento entre partículas. Las transformaciones de Lorentz dejan invariables las leyes de la física como *automorfismos físicos* al considerarse dentro del *espaciotiempo*. A diferencia de las transformaciones de Galileo, el grupo de transformación de Lorentz pasa a generalizar la mecánica. Sin embargo la teoría especial de la relatividad, que es donde se aplican las transformaciones de Lorentz, no considera los sistemas de referencia bajo movimientos acelerados. Solo bajo movimientos inerciales con velocidad constante igual a la de la luz. Se necesita generalizar aún más la mecánica haciéndose necesaria la consideración de la aceleración. Es en el intento de Einstein por tratar de hacer la gravedad un invariante relativista que llegaría a las consideraciones de una teoría de relatividad más general.[188] Estas ideas son referidas por Krauss de la siguiente forma:

> Así, las traslaciones puramente espaciales o puramente temporales, que en sí son responsables respectivamente por la conservación del momentum y de la energía deben unirse. Es consecuencia de la relatividad especial el que la conservación de la energía y del momentum no sean fenómenos separados. Juntas forman parte de una única cantidad llamada energía-momentum. La conservación de esta cantidad única (…) llega a ser entonces una única consecuencia de las invariantes de un mundo en que espacio y tiempo están unidos. En este sentido, la relatividad especial nos dice algo nuevo: el espaciotiempo es tal que no podemos tener conservación de la energía sin conservación del momentum, y viceversa[189].

Entonces de la cita podemos señalar que la simetría está referida al continuo *espaciotiempo* por medio de la *invariancia* de una cantidad conservada denominada *energía-momentum* descrita en los Teoremas de Noether. Las transformaciones, que en términos matemáticos, dan cuenta de la invariancia en el *espaciotiempo* a través de las cantidades conservadas –energía-momentum- son las traslaciones debido a sistemas inerciales: velocidad constante. Sin embargo para el estudio de la variación de la velocidad es necesario que la gravitación sea una invariancia de Lorentz. Después de diez años de trabajo, Einstein en 1915 presenta su teoría de la gravedad, conocida como teoría de la relatividad general. Expresa Einstein su principio de relatividad general de la siguiente manera:

> Todos los cuerpos de referencia k, k´, etc., sea cual fuere su estado de movimiento, son equivalentes de cara a la descripción de la naturaleza (formulación de las leyes naturales generales). Apresurémonos a señalar, sin embargo, que esta formulación es preciso sustituirla por otra más abstracta, por razones que saldrán a la luz más adelante. Una vez que la introducción del principio de relatividad especial ha salido airosa, tiene que ser tentador, para cualquier espíritu que aspire

[188] Para una amplia descripción histórica de ésta revolución revísese Zee, A. *Fearful symmetry*,..,1986 y además Penrose R, *El camino a la realidad… cit*, 2008
[189] Cfr. Krauss L, *Miedo a la física...cit.*, pp. 201-202

> a la generalización, el atreverse a dar el paso que lleva al principio de la relatividad general.(…) Lo cual en nuestra interpretación, quiere decir que: la ley que rige las propiedades espaciales del campo gravitatorio tiene que ser una ley muy determinada para representar correctamente la disminución de la acción gravitatoria con la distancia al cuerpo que ejerce la acción. Se supone, por ejemplo, que el cuerpo (la Tierra, pongamos por caso) genera directamente el campo, en su vecindad inmediata; la intensidad y dirección del campo a distancias más grandes vienen entonces determinadas por la ley que rige las propiedades espaciales de los campos gravitatorios. El campo gravitatorio, al contrario que el campo eléctrico y magnético, muestra una propiedad sumamente peculiar que es de importancia fundamental para lo que sigue. Los cuerpos que se mueven bajo la acción exclusiva del campo gravitatorio experimentan una aceleración que no depende lo más mínimo ni del material ni del estado físico del cuerpo. (…) El principio de relatividad general nos permite deducir propiedades del campo gravitatorio por vía puramente teórica. Supongamos que conocemos la evolución espaciotemporal de un proceso natural cualquiera, tal y como ocurre en el terreno galileano respecto a un cuerpo de referencia de Galileo k. En estas condiciones es posible averiguar mediante operaciones puramente teóricas, es decir, por simples cálculos cómo se comporta este proceso natural conocido respecto a un cuerpo de referencia que está acelerado con relación a k, y como respecto a este nuevo cuerpo de referencia existe un campo gravitatorio, el cálculo nos informa de cómo influye el campo gravitatorio en el proceso estudiado. Así descubrimos, por poner un caso, que un cuerpo que respecto a k ejecuta un movimiento uniforme y rectilíneo (según el principio de Galileo), ejecuta respecto al cuerpo de referencia acelerado k´ un movimiento acelerado, de trayectoria generalmente curvada. Esta aceleración o curvatura responde a la influencia que sobre el cuerpo móvil ejerce el campo gravitatorio que existe respecto a k´[190].

De esto podemos ver que las dos partes de la obra de Einstein tienen un mismo origen intelectual: la imposición de la invariancia de Lorentz en la física. Se puede afirmar que el punto central en la obra de Einstein es que diferentes observadores deben poder percibir la misma estructura de la realidad física y extraer de allí una verdad invariable[191]. Bajo este enfoque estructural se muestra que la simetría clásica del espaciotiempo no es superada por la teoría de la relatividad de Einstein[192], las

---

[190] Cfr. Einstein A, *Sobre la teoría...cit.*, p. 40
[191] Cfr. Zee, A. *Fearful symmetry...cit.*, p.76
[192] Cfr. Mainzer, K., "Symmetry in Philosophy and …*cit.*, p.322

razones son que la teoría clásica del espaciotiempo,puede ser incorporada en la teoría de Einstein. En 1907 Einstein postula su *Principio de Equivalencia*[193]. Sostiene Einstein:

> Los cuerpos que se mueven bajo la acción exclusiva del campo gravitatorio experimentan una aceleración que no depende lo más mínimo ni del material ni del estado físico del cuerpo. Un trozo de plomo y un trozo de madera, por ejemplo, caen exactamente igual en el campo gravitatorio (en ausencia de aire) cuando los dejamos caer sin velocidad inicial o con velocidades iniciales iguales. Esta ley, que se cumple con extremada exactitud, se puede formular también de otra manera sobre la base de la siguiente consideración. Según la ley del movimiento de Newton, se cumple que: (fuerza)= (masa inercial) x (aceleración), donde la masa inercial es una constante característica del cuerpo acelerado. Si la fuerza aceleradora es la de la gravedad, tenemos por otro lado que:

$$(fuerza) = \frac{(masa\ gravitatoria)}{(masa\ inercial)x(intensidad\ del\ campo\ gravitatorio)}$$

> Pues bien, si queremos que para un campo gravitatorio dada la aceleración sea siempre la misma, independientemente de la naturaleza y del estado del cuerpo, tal y como demuestra la experiencia, la relación entre la masa gravitatoria y la masa inercial tiene que ser también igual para todos los cuerpos. Mediante una adecuada elección de las unidades puede hacerse que esta regla valga, siendo entonces válido el teorema siguiente: la masa gravitatoria y la masa inercial de un cuerpo son iguales. La antigua mecánica registró este importante principio, pero no la interpretó. Una interpretación satisfactoria no puede surgir, sino reconociendo que la misma cualidad del cuerpo se manifiesta como inercia o como gravedad según las circunstancias.

Einstein al querer generalizar la teoría de la relatividad especial lo que buscaba era incluir sistemas de referencia con aceleración e incluir además los fenómenos del campo gravitacional. Para ello habría que vincular aceleración y gravitación, elementos faltantes en su relatividad especial. Tales elementos vendrían a ser uno solo y con la particularidad de ser indistinguibles en el mundo real. De esto trata su *principio de equivalencia*. Uno de los ejemplos que mejor define tal principio y al que más se hace referencia es el de un hombre encerrado en un ascensor. El ascensor

[193] Einstein A, *Sobre la teoría,…cit.*, p. 42-43

comienza a moverse tal que el movimiento sea uniforme. Bajo estas condiciones, el hombre se sentirá presionado contra el piso. Si ahora el hombre saca un objeto de su bolsillo y lo suelta, éste cae al suelo con cierta aceleración, siendo ésta (aceleración) la misma para cualquier objeto independientemente de su peso (tal como lo hiciese Galileo en su momento[194] al dejar caer un kilo de plumas y un kilo de plomo). Ahora bien, sí luego de alcanzada cierta altura, se desprende el ascensor, el movimiento es de caída libre, por lo que el hombre sentirá que flota, luego no siente el campo gravitacional. Es así como del ejemplo del hombre en el ascensor muestra la equivalencia entre la aceleración inercial y la aceleración gravitacional. Expone de acuerdo a esto J. A. Birch:

> "*el hombre en el ascensor llegará, entonces, a la conclusión de que él y el ascensor en el que está parado se encuentran en un campo gravitacional. Se pregunta desconcertado porque el ascensor no se cae en este campo gravitacional. Luego se da cuenta que el ascensor está colgado de un gancho con una soga y en consecuencia llega a la conclusión que el ascensor está suspendido en un campo gravitacional. ¿Deberíamos reírnos del hombre y decirle que está equivocado?*" No, contesta Einstein su propia pregunta porque no hay manera de distinguir los efectos de la fuerza gravitacional de los efectos de una fuerza aceleradora. (…) Einstein habría reformulado el principio de equivalencia antes formulado por Galileo y Newton, según el cual la masa inercial que determina cuánta fuerza se debe aplicar a un objeto para acelerarlo, y la masa gravitacional, que determina el peso del objeto en la superficie de un objeto masivo, son equivalentes. (…) Más tarde en 1940 Einstein señaló que "*de esta correspondencia o equivalencia se deduce que es imposible descubrir por medio de un experimento local si un sistema de referencia dado es acelerado o si los efectos observados se deben a un campo gravitacional.* Sobre la base de este principio empezó a elaborar su teoría de la relatividad gravitacional[195].

De la cita se desprende que el principio muestra la relación de equivalencia entre la fuerza que se debe aplicar a un objeto para acelerarlo en función a su masa inercial y el peso del mismo objeto y su masa gravitacional. La equivalencia viene dada entre

[194]Cfr. Birch J.A. *Una revisión sobre las teorías sobre El origen y la evolución del Universo,* Universidad Iberoamericana, México, 2009, p 157
[195]*Ibíd.,* pp. 157-158

la aceleración inercial y la aceleración gravitacional, en este sentido la magnitud *aceleración* es un *automorfismo físico* que cumple con las propiedades de reflexividad y transitividad dando cuenta de la simetría. En términos matemáticos: reflexividad ($\forall x \in K$: $\forall xRX$), ($\forall x,y \in K$: $xRy \rightarrow yRx$) transitividad ($\forall x,y,z \in K$: $xRy \wedge yRz \rightarrow xRz$). Bajo la consideración de la invariancia de una magnitud o ley bajo un conjunto de transformaciones de Lorentz y partiendo del principio de relatividad y equivalencia, Einstein formula posteriormente el principio de covarianza general inspirándose en la consideración de un campo gravitatorio constante y cómo este afecta nuestra vida diaria. El campo gravitatorio de la Tierra disminuye con la distancia desde el centro de la tierra a un determinado punto. Así que Einstein, para lograr vincular el principio de equivalencia y de relatividad a un campo gravitacional constante, toma la variación de la distancia desde el centro de la tierra lo más pequeña posible; esto es viable ya que para nosotros la variación de la distancia en estos términos no es significativa, luego podemos considerar el campo gravitacional constante.

De aquí se asume que al considerar la aceleración inercial y la aceleración gravitacional de un cuerpo, a estas distancias muy pequeñas, se establezca una equivalencia que no nos permite distinguir entre una aceleración u otra, concluyéndose entonces que bajo estas condiciones el campo gravitacional es constante. En otras palabras, lo que toma Einstein como distancias muy minúsculas es la división del espaciotiempo en regiones lo suficientemente pequeñas como para que dentro de cada región del campo gravitacional éste permanezca constante[196]. Acerca de esta consideración refiere Einstein:

> La influencia de la Tierra sobre una piedra se produce indirectamente. La Tierra crea alrededor suyo un campo gravitatorio. Este campo actúa sobre la piedra y ocasiona su movimiento de caída. La intensidad de la acción sobre un cuerpo decrece al alejarse más y más de la tierra, y decrece

---

[196] Cfr. Zee, A. *Fearful symmetry,…cit*.,p.81

> según una ley determinada […] Tanto en la mecánica clásica como en la teoría de la relatividad especial se distingue, por tanto, entre cuerpos de referencia k respecto de los cuales son válidas las leyes de la naturaleza y cuerpos de referencia respecto a los cuales no lo son. Ahora bien, ninguna persona que piense con un mínimo de lógica se dará por satisfecha con este estado de cosas, y preguntará ¿cómo es posible que determinados cuerpos de referencia (o bien sus estados de movimiento) sean privilegiados frente a otros (o frente a sus estados de movimientos respectivos)? ¿Cuál es la razón de ese privilegio? La objeción solamente se puede evitar en una física que se corresponda con el principio de la relatividad general, porque las ecuaciones de una teoría semejante valen para cualquier cuerpo de referencia, sea cual fuere su estado de movimiento. [197]

Quiere decir que las leyes que rigen las propiedades espaciales del campo gravitacional, tiene que ser una ley muy determinada para representar de manera correcta la disminución de la acción gravitatoria con la distancia al cuerpo que ejerce la acción, y al mismo tiempo responder en cualquier sistema de referencia. A.Zee lo expone de esta forma:

> ¿Qué podemos concluir de todo esto? Supongamos que debemos estudiar física en la presencia de algún campo gravitatorio arbitrario. Podemos estudiar física en la ausencia de gravedad, si es así entonces simplemente tendremos que realizar una transformación general de coordenadas. Esto llevó a Einstein llevó a exigir que las leyes de la física deben conservar su forma estructural bajo una transformación general de coordenadas. [198]

Este requisito fundamental que expone Einstein se conoce como el *principio de la covarianza general*. Einstein resume estas ideas de la siguiente forma: “Todos los cuerpos de referencia k, k´, etc., sea cual fuere su estado de movimiento, son equivalentes de cara a la descripción de la naturaleza (formulación de las leyes naturales generales)”[199].Es así como, una ley física debe tener la propiedad de ser una función simétrica. En términos más formales: una ley física debe poder expresarse en función del cambio en las coordenadas (t, x, y, z), del mismo modo que debe poder

[197]Einstein A, *Sobre la teoría,…cit.*, pp. 46-47
[198]*Ibídem*
[199] Cfr. Einstein A, *Sobre la teoría,…cit.*,p. 40

expresarse de una forma equivalente si cambiamos éstas coordenadas por otras, entiéndase, (t´, x´, y´,z´). Ahora bien, tanto para las primeras coordenadas como las segundas, ambas deben tener la misma estructura.

Podemos entender el principio de *covarianza general* como aquel que establece que las leyes deben ser *invariantes* en cualquier sistema de coordenadas, siendo el mismo una extensión del principio de relatividad donde en términos matemáticos el *automorfismo físico* es la magnitud *aceleración* que frente a distintas transformaciones mantiene en su forma a las leyes de la física conservando las funciones espaciotemporales (energía y momentum).

Finalmente, durante el curso de este capítulo, damos cuenta del vínculo entre la noción de simetría y leyes de conservación por medio del lenguaje físico y lógico-matemático. El contexto histórico previo (entendamos las ideas de Leibniz, Galileo y Newton) son el asidero donde, y a partir del avance del álgebra, se desarrolla bajo relaciones de orden una relación entre la noción de simetría y la invariancia de magnitudes físicas representando este vínculo un *automorfismo*. Asumiendo como punto de partida las ideas de Leibniz, mostramos la significación de la noción de simetría por parte de la física contemporánea y su vínculo con la invariancia. Previamente a esto, y con el objetivo de poder dar respuesta a la cuestión que nos planteamos en este capítulo, resulto necesario exponer la concepción de *tiempo*.

Siguiendo la reconstrucción histórica seguimos el enfoque de Kant. Todo esto para exponer el problema de la *simultaneidad* que es la que posibilita a Einstein exponer su teoría relativista y concepción de *espaciotiempo*. En otras palabras, siguiendo la reconstrucción histórica que enmarca esta investigación, tomamos el enfoque de las ideas kantianas en relación al tiempo para pasar a considerar la *invariancia*. Vinculando todas estas ideas por medio de las transformaciones de Lorentz y teoremas de Noether, analizamos los elementos para comprender la simetría dentro de la teoría de la relatividad general a través del *principio de relatividad* y *principio de covarianza general*. A partir de estas ideas el uso de la noción de simetría como requerimiento del lenguaje, es *principio* bajo los dos principios einsteiniano: relatividad y covarianza. Estos dos principios nos permitieron distinguir el uso de la noción de simetría como *principio* en la física contemporánea.

CAPITULO IV

CONCLUSIONES

A través de la reconstrucción histórica de la noción de simetría mostramos los distintos contenidos inmersos dentro del concepto. Analizar estas adherencias conceptuales bajo la clasificación de tres esquemas: Branding-Castellani, Roche y Carnap nos conduce hacia la comprensión del uso y significado de simetría en física.

Branding-Castellani clasifican la noción de simetría en *implícita* y *explicita*. Nuestro estudio amplia esta catalogación. Extendemos la significación de *simetría implícita* postulando dos acepciones más: 1) *figurativa* o estética y 2) *equilibrio* entre el todo y sus partes (proporciones y magnitudes); mientras que para la *simetría explícita* postulamos: 1) las relaciones entre *equivalencia, igualdad* e *identidad* (Leibniz) y 2) el concepto puramente geométrico y externo de *simetría bilateral* (Legendre).

En la primera acepción ─*figurativa*─ la simetría viene dada a través del carácter *armonioso* y *ordenado* mostrándose como cualidad o aspecto mientras que la segunda acepción está referida al *equilibrio* entre las distintas relaciones entre el todo y las partesa través de magnitudes equivalentes. La primera acepción ─*figurativa*─ se muestra en los griegos, mientras que la segunda ─*equilibrio*─ muestra su importancia en la época medieval (medieval-renacimiento).

Para Carnap aquellos conceptos que subsumen a otros contenidos son llamados *conceptos clasificatorios*[200]. Asumiendo esta definición de Carnap griegos y medievales, en ausencia del término *simetría* dan cuenta de la noción en forma *implícita* al subsumir los contenidos de belleza, armonía, orden y equilibrio. Bajo esta perspectiva las acepciones (*figurativa* y *equilibrio)* de *simetría implícita* las

[200] Cfr. Moulines, U., y Diéz, J., *Fundamentos de Filosofía., ..., cit., p* 101

clasificamos como conceptos clasificatorios. Esta catalogación posibilita mostrar el uso de la noción como *argumento* en términos de Roche ya que las acepciones *figurativa* y *equilibrio* discriminan en función de descripciones. En tal sentido todo aquello que sea bello, armónico, ordenado, equilibrado se dice que es *simétrico* siendo la noción de simetría *implícita* un atributo de la cosa y con ello un predicado monádico. Esto conduce a sostener que la ausencia de un término no posterga el uso o referencia de éste.

Ahora bien el tránsito de la noción de *implícita* a *explícita* posibilita postular dos acepciones dentro de la significación de *simetría explícita*: 1) las relaciones entre *equivalencia*, *igualdad* e *identidad* (Leibniz) y 2) el concepto geométrico y externo de *simetría bilateral* (Legendre). Las ideas de Leibniz expuestas en su disertación con Newton dan cuenta del uso de la noción (siguiendo a Roche) como *principio* bajo relaciones de orden (*equilibrio, identidad*, *igualdad*). Leibniz expone que la *igualdad* en su acepción débil da cuenta de la *equivalencia:* dos cosas distintas se dicen *iguales por equivalencia* al compartir al menos una propiedad en común siempre y cuando no sea la propiedad de identidad. La adherencia de *igualdad por equivalencia* dentro de *simetría* señala una transformación en la noción entendiendo como *simétrico* no solo aquello que puede cumplir la identidad (unicidad) sino también, dos cosas que no siendo *la misma* se dicen iguales debido a alguna propiedad en común compartida. De esta manera dentro del contexto histórico de Leibniz y Newton, si bien la simetría no es completamente explícita, la noción se transforma bajo adición de relaciones de orden. Esto permite sostener el tránsito de la noción en la época moderna. Siguiendo el esquema de Carnap la noción está *pasando* de ser un concepto *clasificatorio* a ser un concepto *métrico*, es decir, la noción de simetría es un concepto *comparativo*[201].

[201]*Ibíd.*, p.108

Los avances en álgebra, el término *simetría bilateral* dado por Legendre y la ampliación en la significación de la noción de simetría bajo relaciones de orden dada por Leibniz posibilitan la consideración *explicita* de la noción de simetría dentro del lenguaje de la física contemporánea. Esto conduce a clasificar la noción, en términos de Carnap, como *concepto métrico*. Aún queda por distinguir su uso como *principio* o *argumento*. Es a partir de las ideas de Einstein (expuestas en su teoría de relatividad especial) el uso como *principio* de la noción de simetría se hace *explícitamente*. Esto conduce a una inversión del estado de la noción de simetría con respecto a leyes de conservación.

Actualmente resulta natural para la física derivar leyes de la naturaleza y probar su validez por medio de leyes de invariancia o conservación, en lugar de derivar las leyes de la invariancia o conservación de lo que creemos que son la leyes de la naturaleza[202]. Esta inversión o giro, señalado por Einstein, al postular la universalidad de las simetrías del espaciotiempo continuo representa el primer punto de inflexión en la aplicación de la noción de simetría a la física del siglo XX estableciendo el uso explícito de la *simetría* como *principio*.

Este uso explícito de simetría en física actual se muestra dentro del lenguaje algebraico usado en teorías físicas. Así las magnitudes son automorfismos garantizando con ello la invariancia o conservación de leyes en cualquier sistema de referencia. Esto nos permite postular dentro del lenguaje dos maneras de comprender el uso de *simetría explícitamente*: (1) asumiendo que bajo ciertas transformaciones los aspectos dados en fenómenos, sistemas o leyes son *incambiables* de acuerdo a una observación particular (*principios de simetría*; recuérdese la relación de orden mostrada a través de igualdad por equivalencia a la que refería Leibniz en el segundo capítulo) y (2) a través de la derivación de consecuencias específicas con respecto a

[202] *Ibídem*

determinadas situaciones físicas o fenómenos sobre la base de sus propiedades de simetría (*argumentos*)[203].

La primera postulación refiere al uso de*simetría* como *principio* en física contemporánea restringiendo la forma de la teoría: las leyes físicas se derivan y se validan por medio de leyes de conservación. Esto da cuenta del uso explícito de la noción como principio. Ahora bien las teorías físicas comprenden el lenguaje algebraico. Bajo esta consideración damos cuenta del uso de la noción de simetría como principio a través de los teoremas de Noether: cada simetría dentro de un sistema físico implica la conservación de alguna propiedad física del sistema al mismo tiempo que cada magnitud conservada le corresponde simetría. En otras palabras: la *isometría* del espacio da cuenta de la conservación lineal de momentum mientras que la *isometría* del tiempo muestra la conservación de la energía. En tal sentido, en términos algebraicos, la *simetría espaciotemporal* refiere a aspectos del *espaciotiempo* que exhiben una forma de simetría[204]que cumple con las propiedades de translación de tiempo, translación espacial, rotación espacial, transformaciones Poincaré y transformaciones de inversión[205].

---

[203] Cfr. Branding, K., y Castellani, E., *Symetry and Symetry*,…cit.,p. 4
[204]Cfr.Wald., R., *General Relativity*, …cit., p.18
[205]Branding y Castellani:"Translación de tiempo: Un sistema físico puede tener los mismo rasgos sobre cierto intervalo de tiempo, esto es expresado matemáticamente como una invariancia bajo la transformación para cualquier número real t y a en el intervalo; Translación espacial: Esas simetrías espáciales son representadas por transformaciones de la forma y describen aquellas situaciones en donde la propiedad de un sistema no cambia con un continuo cambio de posición; Rotación espacial: Esas simetrías espaciales son clasificadas como rotaciones propias y rotaciones impropias. La primera son simplemente las rotaciones "ordinarias"; matemáticamente, ellas son representadas por matrices cuadradas de determinante uno. La segunda son representadas por matrices cuadradas de determinante -1 y consisten de una rotación propia combinada con una reflexión espacial (Inversión). Por ejemplo, una esfera tiene simetría de rotación propia; Transformaciones de Poincaré: Estas son simetrías espacio-temporales que preservan las distancias en el espacio-tiempo de Minkowsky. Por ejemplo, son aquellas isometrías del espacio Minkowsky. Estas son principalmente estudiadas en la relatividad especial. A aquellas isometrías que dejan el origen arreglado son llamadas transformaciones de Lorentz y dieron subida a la simetría conocida como Covariancia de Lorentz; Transformaciones de Inversión: Estas son simetrías espacio-temporales que generalizan las transformaciones Poincaré para incluir otras transformaciones uno a uno en las coordenadas espacio-tiempo. Las longitudes no son

Ahora bien dar cuenta del uso de simetría como principio a través de teoremas de Noether exige distinguir en cada uno de ellos (teoremas) las simetrías espaciotemporales que refiere.

Del primer teorema de Noether se desprende la simetría del espaciotiempo como subconjunto de simetría continua, o sea, *subconjunto* de puntos del espaciotiempo. Esto en términos de física relativista se conoce como *simetría global*. Mientras que por el contrario *simetría local* refiere *todos* los puntos del espaciotiempo. Cabe señalar que esta distinción en física relativista permite establecer del primer teorema de Noether la conexión entre simetrías *globales* y leyes de conservación (relatividad especial) mientras que el segundo teorema de Noether conduce a una serie de resultados asociados con *simetrías locales* (relatividad general)[206]. De esta manera, considerando las propiedades simétricas del espaciotiempo (simetría continua) se da cuenta del uso explícito de *simetría como principio* a través de grupo de transformaciones en *simetrías globales* y principio de relatividad de Einstein (principio *de simetría* en relatividad especial) y grupo de transformaciones en *simetrías locales* y principio de covarianza (*principio de simetría* en relatividad general).

En otras palabras: en relatividad especial el uso de *simetría* como *principio* es *principio de relatividad einsteiniano* garantizando la invariancia o conservación de leyes físicas frente a grupo de transformaciones de Lorentz y Poincaré; mientras que en relatividad general uso de *simetría* como *principio* es mostrado a través de *principio de covarianza general*. La validación de leyes físicas a través del principio de invariancia o conservación posibilitan identificar el uso explícito de noción de *simetría* como *principio* en física contemporánea.

---

invariantes bajo transformaciones de inversión, pero en cuatro puntos en cruz es invariante." (traducción nuestra).Cfr. Branding, K., y Castellani, E.,*Symetry and Symetry,…*cit., p.12

[206]*Ibídem*

El segundo postulado refiere a identificar el uso de *simetría* como *argumento*. Para ello a través de transformaciones que muestran simetría en el fenómeno general o causal damos cuenta de cómo se mantienen en los fenómenos resultantes o posteriores. Más intuitivamente: las transformaciones que dejan sin cambiar los valores de los parámetros relevantes también dejan sin cambios sus efectos. Ahora bien, la cuestión radica en comprender qué se necesita para que la condición inicial cambie, o sea, qué es aquello qué hace que la simetría inicial (causa) sea distinta a la simetría final (efecto) y produzca una distinción. Para responder esto tomemos nuevamente la paradoja de Buridan y supongamos que el asno se decide por una opción, en tal caso, el asno estará *rompiendo la simetría inicia*, obteniendo una situación final con una simetría distinta (*asimetría*). A partir de allí percibimos un fenómeno: la ausencia de uno de los montones de heno o ausencia de una de las opciones.

Del ejemplo se desprende que *la ausencia de simetría*, o *ruptura de simetría inicial* cambia la simetría de la situación final; en términos físicos: la asimetría crea el fenómeno. Ahora bien una *ruptura de la simetría inicial* no puede ocurrir sin una razón, o una *asimetría* no se puede originar espontáneamente[207]. De lo anterior se puede afirmar que la simetría es atendida como *argumento* en términos de la relación entre las simetrías anteriores y posteriores de los estados de un sistema, y las leyes que conectan estos estados. La simetría como argumento se entiende como la propiedad o aspecto preestablecido en la descripción y de allí la derivación de las leyes; es así como la paradoja de Buridan, las descripciones de Anaximandro y la simetría bilateral de Legendre son ejemplos de la simetría como *argumento*[208].

Finalmente nuestra investigación nos conduce a sostener que: 1)en ausencia del término, antiguos y medievales subsumieron determinadas nociones a una noción más general, esto es: simetría. Lo que lleva a considerarla de una forma implícita

[207]Cfr. Branding, K., y Castellani, E.,*Symetry and Symetry,…*cit., p.13
[208] Véase los capítulo 1 y 2 precedentes de este trabajo

como hemos visto. Análogamente, los modernos influenciados por las ideas acerca de la noción de simetría de los antiguos, logran establecer a través de comparaciones entre las nociones asociadas a la noción de simetría, una relación de orden o equivalencia. Posteriormente, con el avance del álgebra y la incorporación del aparato matemático, la física deja de lado la búsqueda de soluciones satisfactorias a problemas distintos, para enrumbarse en el estudio y elaboración de leyes que permitan generalizar y dar respuestas de manera más precisa. En este sentido la simetría ahora denominada *explicita* vincula la realidad empírica y la estructura matemática a través del lenguaje. Bajo la clasificación lógico-matemática de conceptos científicos, la noción de simetría se cataloga como concepto clasificatorio, comparativo y métrico, evidenciándose su tránsito por cada uno a medida que el término evoluciona. En una primera instancia, como concepto clasificatorio, la noción de simetría implícita a través de la operación intelectual de la *subsunción*[209]subsume diversos *objetos*[210], todos relacionados con belleza, armonía, orden y equilibrio, para posteriormente comparar y ordenar tales nociones e incorporando otras (equivalencia, igualdad, identidad) bajo una relación de orden. Se establece entonces la noción como concepto comparativo. El portentoso aparato matemático exige comprender la simetría explícita como una función numérica de la cual se soporta la descripción del mundo a través de la invariancia de leyes de conservación bajo transformaciones empíricas que son descritas en términos matemáticos. Las ideas anteriores nos conducen a concluir que la simetría explícita en la física contemporánea es *principio*, debido a estructuras matemáticas que llevan a clasificar el término como concepto métrico. Análogamente, la simetría *implícita* o contextual es *argumento* dentro de la física moderna y filosofía natural como consecuencia de la consideración de la noción como atributo.

---

[209] Cfr. Moulines, U., y Diéz, J., *Fundamentos de Filosofía., ..., cit.,*p. 93
[210]*Ibídem.,*p.93

Por otra parte cabe señalar que cada transformación de la noción de *simetría* es entendida como *rompimiento de simetría*. No se trata de un cambio de paradigma en términos de Kuhn. Decir *rompimiento de simetría* entendemos evolución de la noción en su significado o uso. De esta forma el clasificar la noción de simetría bajo tres esquemas diferentes permitió dar cuenta de distintos *rompimientos de simetría* que dan paso a nuevas significaciones y usos de la noción en cada etapa histórica. Esto nos conduce a sostener que comprender la evolución de conceptos fundamentales en física exige una revisión histórica posibilitando clarificar uso y mención dentro de la ciencia. La reconstrucción histórica y análisis de conceptos básicos permitió a este estudio mostrar: 1) la consideración implícita de la noción a pesar de la ausencia de un término, 2) el tránsito de la noción al incorporarse las relaciones de orden (equivalencia, igualdad e identidad) y 3) su rol como *principio* o *argumento*.

Esta investigación no ha abarcado completamente todos los ámbitos de la física que contemplan la importancia de la noción de simetría; uno de ellos es el ámbito de física cuántica que guarda estrecha relación con la noción de simetría, sin embargo, abarcar este estudio supera los alcances del proyecto. Dejamos abierto como futuro problema de investigación la relación entre la noción de simetría y física cuántica. A su vez la investigación deja entrever repercusiones importantes tanto en física como en filosofía. Uno de ellos es apreciar el rol fundamental de historia de la ciencia en el esclarecimiento de nociones fundamentales en el quehacer diario del físico. Por otro lado clasificar en cada contexto la noción de simetría bajo tres marcos diferentes representa un aporte de este estudio.

Nuestra posición en la investigación es la que acompaña la opinión acerca del rol del filósofo de la ciencia como estudioso del dinamismo de ésta. En esta labor la consideración de la historia de la ciencia es fundamental. Una mejor y clara comprensión de nuestras nociones en ciencia no ralentiza el desarrollo de ésta, antes bien brinda una mejor comprensión del mundo. Nociones como simetría en física soportan las mejores y exitosas teorías en la actualidad, sin embargo, la comprensión profunda de su significado y de su evolución permite el desarrollo de posteriores avances en física.

BIBLIOGRAFÍA

Obras de Referencia

Alonso, M, y Finn, E. *Campos y Ondas*, Reverté, Ciudad de México, 1974

Aristóteles, *Física*, (Trad.), Echandía, G., Biblioteca Clásica Gredos, Madrid, 1995

Azcarate, P., *Obras de Aristóteles*, t. XX, Medina y Navarro, Madrid, 1873

Bergman, P., *Introduction to the Theory of Relativity*, Prentice-Hall, New York, 1948

Branding, K., y Castellani, E, *Symmetries in Physics: Philosophical Reflections,*Cambridge University Press, Cambridge, 2003

Casini, P., *El universo máquina*, Martínez- Roca, Barcelona, 1971

Courant, R., y Robbins, H., *¿Qué son las matemáticas? conceptos y métodos fundamentales*, Fondo de Cultura Económica, Ciudad de México 2002

De Juana, J.M., *Física general*, vol. II, Pearson, Madrid, 2007

Del Pozo, M., V., C., *Gassendismo y cartesianismo en España: Martín Martínez, médico filósofo del siglo XVIII*, vol.VII, Universidad de Sevilla, Sevilla, 1997

Doncel, M., y Pais, A., *Symmetries in Physics, 1600-1980: proc. 1st mtg. on the history of scientific ideas, held SantFeliu de Guixols,*Universidad Autònoma de Barcelona, Barcelona, 1988

Du Satoy, M., *Symmetry: A Journey into the Patterns of Nature*, Harper Collins, New York, 2009

Einstein, A., Infield, L., y Grinfeld, R., *La Física: aventura del pensamiento,* Losada, Buenos Aires, 1958

Ferrater M., J., *Diccionario de Filosofía,* Sudamericana, Buenos Aires, 2000

Frank, A, y Wolf, K.B., *Symmetries in Physics,* Springer-Verlag, Ciudad de México, 1992

Friedman, M., *Kant´s Construction of Nature*, Cambridge University Press, Cambridge, 2013

Garber, D., *El espacio como relación en Leibniz,* Equinoccio, Caracas, 1980

García, S., P., *Diccionario Filosófico: manual de materialismo filosófico. Una visión analítica,* Fundación Gustavo Bueno, Oviedo, 1999, (Disponible en: http://www.filosofia.org/)

Gassendi, P., *Syntagmaphilosophicum,* Florencia, Parte II, Sección I, Libro I, Cap. I, en: Jammer, M., *Conceptos de espacio,* Grijalbo, Ciudad de México, 1970.

Galilei, G., *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche*, *in torno á Due Nuoue Scienze*, (Trad.), Crew, H., y De Salvio, A., *Two New Sciences*, Dover, New York, (1954), 2002

Galilei, G., *Ilsaggiatore*, Barberá, Firenze, (1864), Universidad La Sapienza, Roma, 2013

Geymonat, L., *Filosofía y filosofía de la ciencia*, Labor, Barcelona, 1970

Haywood, S., *Symmetries and Conservation Laws in Particle Physics: an Introduction to Group Theory for Particle Physicist*, Imperial College Press, London, 2011

Hon, G, y Goldstein B. R., *From Summetria to Symmetry: The Making of a Revolutionary Scientific Concept*, vol. XX, Springer Science, Cambridge, 2008

Jammer, M., *Conceptos de espacio*, Grijalbo., Ciudad deMéxico, 1970.

Kant, I., *Crítica de la razón pura*, (Trad.), Morente M., Librería General, Madrid, 1928

Kastrup, H.,*The contributions of Emmy Noether, Felix Klein and Sophus Lie to the Modern Concepts of Symmetries in Physical Systems. Symmetries in physics, 1600-1980: proc. 1st mtg. on the history of scientific ideas held SantFeliu de Guixols*,Universidad Autònoma de Barcelona, Barcelona, 1988

Krauss, L., *Fear of Physics: A guide for the perplexed*, Basic Books, New York, 2007

Landau K.,y Lifshitz, I., *Teoría clásica de campos*, vol. II, Reverté, Ciudad de México, 1992

Langton, R., *Kantian Humility: our ignorance for things themselves,* Oxford University Press, New York, 2007

Leibniz, G.W. *Escritos filosóficos*, (Trad.)De Olaso,E., Charcas, Buenos Aires, 1982

Leibniz, G.W., *La polémica Leibniz-Clarke,* (Trad.) Rada E., Taurus, Madrid, 1980

Leibniz, G.W., *Monadología,* (Trad.) Fuentes, M., Orbis, Madrid, 1983

Leibniz, G.W., *Discurso de metafisica,* (Trad.) Fuentes, M., Orbis, Madrid, 1983

Newton, I., *Principios matemáticos de filosofía natural,* (Trad.) GarcíaBacca, J.D., Imprenta Universitaria UCV, Caracas, 1978

Rau, A.,*The Beauty of Physics: Patterns, Principles, & Perspectives*,Oxford University Press, Oxford, 2014

Rickles, D., *Simmetries: Structure and Space Time,* Philosophy and Foundations of Physics, vol. III, New York, 2008

Rioja, A., *Teorías del universo: de los pitagóricos a Galileo,* vol. I, Síntesis, Madrid, 1999

Roche, J., "A critical study of symmetry in physics from Galileo to Newton", en: *Symmetries in physics (1600-1980),* Universidad Autònoma de Barcelona, Barcelona, 1987

Ruiz, A., *Filosofía, historia y filosofía de las matemáticas,* Departamento de Matemáticas Euned, Costa Rica, 2003

Russell, B., *Historia de la filosofía occidental*, vol.I, Espasa, Madrid, 1997

Scharp, R., *Symmetry in Physics,* American Mathematical Society, vol. XXIV, Montreal, 2004

Sklar, L., *Filosofía de la física,* Alianza, Barcelona, 1992

Strawson, P., *Análisis y metafísica,* Paidós, Barcelona, 1992

Telesio, *De natura rerumjuxta propia principia librinovem*, I, Nápoles, 1568, en: Jammer, M., *Conceptos de espacio*, Grijalbo, Ciudad de México, 1970

Torretti, R., *La geometría del universo y otros ensayos de filosofía natural,* Universidad de los Andes, Mérida, 1994

Torretti, R., *Estudios filosóficos 2007-2009,* Universidad Diego Portales, Santiago de Chile, 2010

VanFraassen, B.C., *Scientific Representation,* Oxford University Press, Oxford, 2008

Wald, R., *General Relativity*, Prentice-Hall, London, 1975

Weyl, H., *Symmetry*, Princeton University, Princeton, 1952

Weyl, H., *La simetría*., Nueva Visión, Buenos Aires, 1958

Wolff, C., *Philosophia Prima Sive Ontologia,* (1679), (Trad.) Ecole, J., Hildesheim Georg Olms, Zurich, 1962

Wolff, C., *Cosmologia Generalis: Methodo Scientifica Pertractata,* (1731), Rengeriana Library, California, 2012

Zee, A., y Penrose, R., *Fearful Symmetry*: *The Search for Beauty in Modern Physics*, Princeton University Press, Princeton, 2007

Artículos de Referencia

Álvarez, C., "Acerca de las parejas incongruentes y las figuras simétricas (On Incongruent Couples and Symetric Figures)", *Crítica: Revista Hispanoamericana de Filosofía, v*ol. XXXV, (2003), no. LLIV, pp.31-68

Asorey, M., *Einstein y las Teorías de Campo Unificado*, Actas del congreso Jornada en conmemoración a Einstein de Facultad de Matemáticas y Estadística, Universidad politécnica de Cataluña, Cataluña, (2005)

Benitez, H.A., *Introducción al Rompimiento Espontaneo de Simetría,* Actas del Congreso Banco Español de Ideas: los conceptos de la ciencia, (2012) (Disponible en: http://www.imatv.es/es/conferencia/la-particula-divina-o-del-por-que-las-cosas-tienen-masa/manuel-aguilar-benitez.../422)

Branding, K., y Castellani, E., "Symmetries in Physics: Philosophical Reflections",*Essay Review: Symmetries in Physics*, vol. LXXIII, (2006) no. IV, (Disponible en: http://www.jstor.org/stable/10.1086/516808)

“Symmetries and Invariances in Classical Physics”, *J. Butterfield and J. Earman (eds.), Handbook of the Philosophy of Science. Philosophy of Physics,*Elsevier, (2007) (Disponible en: philpapers.org)

“Symmetry and symmetry breaking”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, (2003) (Disponible en:stanford.library.sydney.edu.au)

Cariñena,J.,y Boya, L., “Simetría en ciencia: principio y método: discurso de ingreso leído por el académico electo Ilmo. Sr. D. José F. Cariñena Marzo en el acto de su recepción solemne celebrado el día 6 de noviembre del año 2001 y discurso de contestación por el Ilmo. Sr. D. Luis J. Boya Balet”, *Academia de Ciencias Exactas, Físicas, Químicas y Naturales de Zaragoza*,(2001).

Castañeda, L., “Leibniz, Mach y Einstein: Tres Objeciones al Espacio Absoluto de Newton”, *Discusiones Filosóficas*., (2009), no. XV, pp. 51-69

Chevalley, C., “Filosofía y Física Cuántica”,*Revista de Filosofía*, vol. VII (1994), no. XII, pp. 27-49

De Lizardui, A., “La acción a distancia en la mecánica newtoniana: Las raíces de un problema del que surgirá la física moderna”, *Actas del III Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias: San Sebastián, 1 al 6 de octubre de 1984,* (1986),pp. 293-300

Durand, J.S., “Y la simetría: ¿Qué es*?*”, *Revista de Divulgación Científica y Tecnológica de la Universidad Veracruzana,* vol. XXIII, (2003), no. III, (Disponible en: https://www.uv.mx/ciencia)

Earman, J., “Laws Symmetry and Symmetry Breaking: Invariance, Conservation, Principle and objectivity”, *Proceedings of the 2002 Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association Part II: Symposia Papers*, Mitchell, (2004), pp. 1227-1241. (Disponible en: http://www.jstor.org/stable/10.1086/428016)

Ezcurdia, M., “Las contrapartes incongruentes y el espacio absoluto”, *Dianoia: Anuario de Filosofía,* (1995), no. XXI, pp. 105-126

Lafarga, F., “Breve diccionario etimológico de términos geométricos*”, Jornadas de Educación Matemática de la comunidad valenciana,* España, no. III, (Disponible en: http://www.ua.es/personal/SEMCV7Actas/III)

López, G., “Belleza y simetría: Una Historia de Preferencia Cultural”, *Actas del Congreso de Forma y simetría: arte y ciencia*, Buenos Aires, (2007), pp. 318-321

Mainzer, K., “Symmetry in Philosophy and History of Science the Quarterly of the International Society for the Interdisciplinary Study of Symmetry”, *Revista Symmetry: Cultura and Science*, vol. 1, (1990), no. III, pp. 319-328

Melcon, P., “Teorías del Universo”, *Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas,* vol. I, (2000), t. XXIII, no. XVVIII, pp.802-807

Muñoz, F., “Einstein: relatividad, mecánica cuántica y la teoría del campo unificado”, *Revista Real Academia de las Ciencias Exactas Físicas y Naturales*, vol. LLI, (2007), no. I, pp.127-138

Sánchez, J.M., “Einstein y la Filosofía del siglo XX”, *Arbor Ciencia, Pensamiento y Cultura.*, (2007), no. LVXXVIII, pp.833-853

Oroño, M.H, “Algunas observaciones sobre la noción kantiana de simultaneidad”, *Ágora*, vol. XXXIII, (2014), no. II, pp.33-42

Wallace, A., “Aristotelian Science and Rhetoric in Transition: The Middle Ages and the Renaissance”, *Rhetorica: A journal of the History of Rhetoric*, vol. VII, (1989), no. I, pp.7-21

Wigner, E. P., “Symmetry and conservation laws”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. LI, (1964), no V,pp.956-965

--------“Invariance in physical theory”, *Proceedings of the American Philosophical Society,* (1949), pp. 521-526

---------“Conservation laws in classical and quantum physics”,*Progress of Theoretical Physics*, vol. XI, (1954), no IV-V, pp.437-440

Figuras

Figura 1: http://86.23.108.180/MathFiguredOut/Shapes.html

Figura 2: Weyl, H., *Symmetry*, Princeton University, Princeton, 1952, p.10

Figura 3: Weyl, H., *Symmetry*, Princeton University, Princeton, 1952, p.14

Figura 4: Durand, S., “Y la simetría: ¿Qué es?”, En: *Revista de Divulgación Científica y Tecnológica de la Universidad Veracruzana*, vol. XXIII, (2003), no. III