



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
COMISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
DOCTORADO EN EDUCACIÓN

Prácticas Pedagógicas de los Profesores de
Matemática de Educación Media General en la
Enseñanza de Temas del Álgebra Lineal

Autor: Julio Mosquera

Caracas, febrero de 2023

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
COMISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
DOCTORADO EN EDUCACIÓN

Prácticas Pedagógicas de los Profesores de Matemática de Educación
Media General en la Enseñanza de Temas del Álgebra Lineal

Autor: Julio Mosquera

Trabajo que se presenta
para optar al grado de
Doctor en Educación

Tutora

Dra. Yolanda Serres Voisin
C.I. 9.483.428

APROBADO EN NOMBRE DE LA UNIVERSIDAD
CENTRAL DE VENEZUELA POR EL SIGUIENTE
JURADO EXAMINADOR

Coordinador

AGADECIMIENTOS

A la Dra. Yolanda Serres Voisin por todo su apoyo y acompañamiento durante la realización de la investigación que culminó en la presentación de esta tesis de doctorado.

Al Dr. Walter Beyer por las largas conversaciones sobre temas de pedagogía y didáctica de las matemáticas y su constante estímulo para que culminará los estudios de doctorado.

A mis colegas de la Mención Matemática de la Licenciatura en Educación de la Universidad Nacional Abierta Aldo Mariño, Audy Salcedo y Ángel Míguez, con quienes compartí unos cuantos años en el duro trabajo de formar profesores de matemáticas a distancia.

Al Consejo de Investigación y Postgrado de la Universidad Nacional Abierta por haber financiado parcialmente mis estudios de doctorado.

DEDICATORIA

A la Dra. Lelis Paéz quien me introdujo en el fascinante mundo de la didáctica de las ciencias matemáticas, por su constante apoyo y estímulo para continuar estudiando, por su empeño por hacer cada vez mejor la educación en matemáticas en nuestro país.

A la memoria del Dr. James Wilson quien fue una excelente persona y mi mentor durante mis estudios en la Universidad de Georgia.

A mi familia, a Carolina por su constante apoyo y comprensión y a César y Pedro por soportar numerosas y tediosas conversaciones sobre éste y otros trabajos.

Prácticas Pedagógicas de los Profesores de Matemática de Educación Media General
en la Enseñanza de Temas del Álgebra Lineal

Autor: Julio Mosquera

Tutora: Dra. Yolanda Serres Voisin

RESUMEN

El principal objetivo de esta tesis fue elaborar un modelo de las prácticas pedagógicas del profesor de matemáticas al enseñar temas de álgebra lineal a estudiantes de la Educación Media General. Por un lado, las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas juegan un papel importante en la determinación de la calidad de las oportunidades de estudio que se le ofrecen a los estudiantes en el liceo. Por otro lado, en el currículo de matemáticas para la Educación Media General han predominado desde hace varias décadas temas elementales del álgebra lineal, tales como: las ecuaciones de primer grado, los sistemas de ecuaciones lineales y los vectores. Sin embargo, las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas en este contexto curricular específico han sido escasamente estudiadas. Estas prácticas fueron examinadas en esta investigación desde la perspectiva de la teoría de la actividad. Metodológicamente se siguió el método de caso extendido para realizar esta investigación de tipo etnográfico en el aula. Se recogieron datos mediante observación participativa y entrevistas. También se realizó un análisis de materiales curriculares y del currículo oficial. En esta investigación participaron voluntariamente cuatro profesores de matemáticas de tres instituciones educativas diferentes, dos hombres y dos mujeres, con experiencia laboral docente entre 10 y 33 años. Las observaciones de clases y las entrevistas se realizaron en un período que abarcó aproximadamente tres años escolares. En esta investigación se encontraron dos anomalías reportadas por investigadores de otros países: las declaraciones de los profesores sobre sus preferencias pedagógicas no se corresponden por lo general con sus prácticas observadas en el aula y el poco efecto a largo plazo de la formación recibida por los profesores, en las etapas inicial y profesional, sobre sus prácticas pedagógicas. Los temas de álgebra lineal fueron tratados de manera aislada en la clase, en ningún momento fueron presentados como parte de un cuerpo organizado de conocimientos. Los profesores no mostraron la conexión entre estos diversos contenidos unificados bajo el concepto de espacio vectorial. Estos contenidos tampoco fueron presentados como componentes de las ciencias matemáticas en general. El modelo de las prácticas pedagógicas del profesor de matemáticas al enseñar temas de álgebra lineal, que emergió de la síntesis entre el análisis de los datos y la teoría, está conformado por dos componentes. El primer componente se refiere a la capacidad que tienen los profesores para modificar sus prácticas en el contexto del liceo. El segundo componente se refiere a las prácticas mismas, las cuales son caracterizadas como prácticas conservadoras, con recursos limitados y tecnologías rudimentarias, poco diferenciadas en cuanto al

contenido y a las características de los estudiantes, con intervención y cooperación externa al aula y al liceo casi inexistentes, con una débil correspondencia con el currículo oficial vigente y guiadas en buena medida por ciertos textos escolares escogidos por los profesores y a los que sus estudiantes no tienen acceso. El liceo, como planta física e institución, constituye el lugar en el que los profesores realizan su trabajo, por tanto, sirve de marco a sus prácticas pedagógicas. Este marco ofrece tanto oportunidades como obstáculos al trabajo de los profesores de matemáticas. En conclusión, todo esfuerzo por mejorar las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas debe considerar las condiciones objetivas en la que se realizan dichas prácticas. Si bien los aspectos subjetivos de dichas prácticas son fundamentales, las condiciones materiales son determinantes.

Palabras Clave: Prácticas pedagógicas, Profesor de matemáticas, Educación Media General, Álgebra Lineal, Conocimiento para enseñar matemáticas, Teoría de la actividad, Método de caso extendido

Índice

Índice de Tablas	5
Índice de Figuras.....	6
Introducción.....	7
Una Narrativa Personal	10
Unas Aclaratorias Necesarias	15
Capítulo I	18
Planteamiento del Problema.....	18
Razones y Motivaciones para la Investigación.....	18
Planteamiento del Problema	26
Propósito de la Investigación.....	27
Preguntas de la Investigación	28
Relevancia del Estudio	28
Capítulo II.....	30
Revisión de la Literatura y Marco Teórico.....	30
Las prácticas Pedagógicas del Profesor de Matemáticas	33
Prácticas Matemáticas	65
La teoría de la Actividad	69
Introducción a la Teoría de la Actividad	69
La Teoría de la Actividad y la Didáctica de las Ciencias Matemáticas	79
La Teoría de la Actividad en Venezuela	82
Reflexiones Finales	86
Capítulo III	89

Marco Metodológico	89
El Método de Caso Extendido	90
Conceptualización de las Prácticas Pedagógicas	97
La Recolección y el Tratamiento de los Datos	98
Los Documentos	99
Observación Participante.....	100
Entrevista Etnográfica	101
El Ingreso a las Instituciones Educativas	104
Las y los Participantes y sus Contextos Laborales	105
Las y los participantes	106
Los Contextos Laborales	108
Capítulo IV.....	110
Integración de Contenidos y Alineación con el Currículo oficial de los Textos	
Escolares Oficiales	110
Integración en el Currículo Oficial	114
Integración en los Textos Escolares de la Colección Bicentenario	126
Comentarios sobre la Integración en el Currículo	129
Alineación de los Textos Escolares con el Currículo Oficial.....	131
Conclusiones Parciales	136
Capítulo V	138
Análisis y Síntesis de los Datos	138
Las Condiciones Materiales en las que Trabajan la Profesora y los Profesores...	139
El Liceo y la Escuela Técnica	139

El Aula como el Lugar de Trabajo del Profesor	140
Las Aulas por Dentro	140
Estructura Organizativa.....	146
Las Condiciones Subjetivas.....	150
La Cuadratura	152
La Planificación	153
Sobre la Estructura de la Clase	154
Duración y Orden en la Clase	155
Trabajo Independiente en el Aula	156
El ingreso y Permanencia de las y los Estudiantes en el Aula.....	157
Interrupciones de las Clases.....	158
Hechos que no Interrumpen las Clases	159
Factores que Afectan el Ritmo o Modo de las Clases.....	160
El humor en la Clase	161
Comentarios Políticos	162
Movimiento del Profesor en el Aula	163
Prácticas de Evaluación.....	164
Efecto del Tamaño de la Sección	165
El Acompañamiento Pedagógico o Supervisión.....	166
Uso de Tecnologías en el Aula	167
La pizarra y su uso	169
El Texto Escolar en al Aula	171
Relevancia de la Actividad de Estudio.....	173

Motivos y Fines de la Enseñanza	174
Integración Vertical y Horizontal de los Contenidos	175
Tipos de Representación.....	176
Enseñanza de los Algoritmos.....	177
El Papel de las Definiciones	179
La Demostración y la Justificación en la Clase	180
La Historia de las Matemáticas en la Clase	181
Aplicaciones en la Clase de Matemáticas	182
Algunos Obstáculos para Aprender lo Nuevo	182
Los Objetos Matemáticos del Álgebra Lineal en el Aula	183
Posturas de la Profesora y los Profesores ante su Actividad	191
Algunas Reflexiones sobre la Teoría de la Actividad.....	192
Un Modelo de las Prácticas Pedagógicas	193
Figura 13.....	196
Figura 14.....	198
Capítulo VI.....	202
Conclusiones y Recomendaciones	202
Contribuciones a la Didáctica de las Ciencias Matemáticas	208
Referencias	211

Índice de Tablas

Tabla 1: Fases de la Aplicación del Método de Caso Extendido	95
Tabla 2: Temas de Álgebra Lineal por Unidad de Aprendizaje por Año	121
Tabla 3: Temas de Álgebra Lineal en los Textos Escolares Oficiales.....	128

Índice de Figuras

Figura 1: Fuerzas que Influyen sobre la Enseñanza del Álgebra Lineal.....	22
Figura 2: Niveles del Currículo	25
Figura 3: Influencia Mutua entre la Teoría y la Práctica	44
Figura 4: Configuraciones Didácticas Teóricas	48
Figura 5: Composición de la Estructura de la Actividad según Rubinstein.....	72
Figura 6: Esquema Simplificado de la Actividad como un Sistema	78
Figura 7: Pizarra en una de las Aulas Usadas por la Profesora María.....	141
Figura 8: Pizarra en otra Aula de la Institución en que Trabaja la Profesora María	142
Figura 9: Un Aula de la Escuela Técnica donde Labora la Profesora María	143
Figura 10: Pizarras en una de las Aulas Usadas por el Profesor Juan	144
Figura 11: Aula Dotada de Pupitres.....	145
Figura 12: Ejemplo de Simbología Introducida por el Profesor José en la Pizarra..	171
Figura 13: Primer componente del modelo de prácticas pedagógicas.	196
Figura 14: Segunda componente del modelo de prácticas pedagógicas.	198

Introducción

La investigación reportada en esta tesis se enfoca en las prácticas pedagógicas de profesoras y profesores de matemáticas al enseñar temas de álgebra lineal a estudiantes de la Educación Media. En la primera etapa de esta investigación formulé el principal objetivo de esta investigación: elaborar un modelo de esas prácticas pedagógicas. De la reflexión sobre mi experiencia como profesor de matemáticas en la educación media y en los primeros años de la universidad, como formador de profesores de matemáticas y del estudio de la teoría y la investigación en la didáctica de las ciencias matemáticas surgió el interés por indagar acerca de las peculiaridades de las prácticas pedagógicas de las profesoras y profesores de matemáticas al llevar a la práctica un currículo donde predominan los temas de álgebra lineal. El currículo oficial de matemáticas de Venezuela se diferencia por este aspecto de los currículos oficiales de otros países de América Latina, en los cuales predomina el enfoque de la preparación para el estudio del cálculo diferencial e integral en la universidad. Tenía la sospecha que nuestros profesores de matemáticas que trabajan en la educación media no se habían percatado de esta gran diferencia. Además, aunque los autores de textos escolares de los años setenta del siglo pasado habían recogido este enfoque en sus libros, bajo la influencia de la llamada “matemática moderna”, dicho enfoque pareciera no ser reconocido del todo por los autores de textos escolares más recientes. El enfoque unificador, en torno al concepto de espacio vectorial, fue substituido por un enfoque fragmentado donde cada tema de matemáticas es presentado sin conexión con los otros. Ante este escenario se tornaba cada vez más necesario indagar acerca de lo que sucede diariamente dentro de las aulas de los liceos.

Las dos fases siguientes de esta investigación consistieron de una revisión de la literatura sobre las prácticas pedagógicas de profesores de matemáticas y la teoría de la actividad, y de un análisis del currículo y de los textos escolares oficiales del Área de Formación Matemáticas. La revisión de la literatura a su vez la llevé a cabo en dos etapas. En la primera etapa hice búsquedas por Google y Google Académico de literatura en español sobre prácticas pedagógicas de profesores de matemáticas. El

principal criterio de selección fue que se tratara de artículos de investigación publicados en revistas académicas. En cuanto a las investigaciones sobre la enseñanza del álgebra lineal, encontré que la mayoría de éstas fueron realizadas con profesores universitarios. A medida que avanzaba en la revisión de esta literatura surgió la necesidad de consultar trabajos sobre la docencia como trabajo y de ampliar un poco la búsqueda para localizar artículos donde se reportaran investigaciones sobre diversos aspectos de la Educación Media que pudieran ser relevantes para esta investigación. Estos nuevos intereses guiaron la segunda etapa de la revisión de la investigación. Comentaré a continuación brevemente algunos aspectos de la literatura seleccionada en esta segunda etapa de la revisión.

En la investigación sobre el profesor y la enseñanza realizada por especialistas en didáctica de las ciencias matemáticas predominan los enfoques cognitivos. Si bien cada vez más se reconoce la importancia de la sociedad, la economía y la cultura en la educación en matemáticas, el número de investigaciones en las que estos aspectos son considerados sigue siendo limitado. En el caso particular de las investigaciones sobre el profesor de matemáticas y la enseñanza de estas ciencias se ha prestado muy poca atención a resultados de investigaciones sobre la docencia como trabajo. Tomar en cuenta la docencia como trabajo significó un cierto cambio en mi perspectiva inicial, lo cual me llevó a tomar en cuenta aspectos sociológicos del problema a investigar.

Otros temas que surgieron en esta segunda etapa de la revisión de la literatura fueron la investigación venezolana sobre las profesoras y los profesores, la enseñanza de las matemáticas en la educación media, el currículo del Área de Formación Matemáticas de este nivel educativo y el liceo y las escuelas técnicas como instituciones. Las investigaciones venezolanas que consulté sobre el papel de la institución escolar, como organización, en la labor de los profesores se centran en el nivel de Educación Primaria. Mientras que las investigaciones de autores venezolanos sobre el profesor de matemáticas de educación media y la enseñanza de temas de álgebra lineal, en su mayoría se enfocan en la evaluación del impacto de programas o propuestas de formación dirigidas a profesores no graduados o en ejercicio (Ortiz-Buitrago, 2002; Serres, 2005; Gracia, 2010; Herrera & González, 2011; González,

2014). Por tanto, se reforzaba la idea de la necesidad de investigar sobre las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas tal cual como estos las realizan en el aula del liceo.

Como ya señalé anteriormente, en la investigación sobre el profesor y la enseñanza hecha por especialistas en didácticas de las ciencias matemáticas ha predominado el enfoque cognoscitivo. Según este enfoque, las características cognoscitivas de los profesores se convierten en una suerte de obstáculo para el desempeño adecuado en su trabajo. En estas investigaciones son identificadas limitaciones en el conocimiento de las matemáticas, de su didáctica y su metodología, sus creencias y afectos, así como sus representaciones sociales sobre sí mismos y su trabajo como variables que afectan las prácticas pedagógicas del profesor de matemáticas en el liceo. Desde la perspectiva de la teoría de la actividad adoptada en esta investigación, se reconoce la importancia de estas características de la personalidad del profesor, sin embargo, no son conceptualizadas como determinantes. Las condiciones materiales objetivas son consideradas como determinantes desde esta perspectiva. Estas condiciones no actúan mecánicamente sobre las prácticas pedagógicas, éstas son mediadas por las características internas del profesor de matemáticas. Se postula la existencia de una interrelación dinámica y moldeada socio-históricamente entre la estructura de la realidad, las prácticas pedagógicas del profesor y sus características internas.

El contenido de esta tesis está organizado en seis capítulos. En el primer capítulo presento el planteamiento del problema y las preguntas de la investigación. Incluyo en ese capítulo algunos comentarios sobre la relevancia del estudio y las razones y motivaciones que me llevaron a considerar esta temática. El segundo capítulo está dedicado a la revisión de la literatura sobre prácticas pedagógicas y temas relacionados con la teoría de la actividad, la cual sirve de marco teórico a esta investigación. El tercer capítulo incluye todos los detalles relacionados con la metodología seguida para la realización de esta investigación. En el cuarto capítulo presento los resultados de la investigación que tienen que ver con el tratamiento de los temas de álgebra lineal en el currículo oficial para la educación media general y en los textos escolares oficiales de

Matemática para este nivel educativo y la coherencia entre ellos. Resalto una peculiaridad de los desarrollos recientes del currículo en Venezuela que lo convierte en un caso único, los textos escolares oficiales fueron elaborados antes que el currículo oficial de la educación media general. En la literatura sobre currículo, los textos escolares son asumidos como parte del currículo parcialmente implementado, en el que se expresa una interpretación del currículo oficial. Esa interpretación no se aplica a nuestro país porque, al contrario, el currículo oficial recoge en buena medida el currículo expresado en los textos escolares oficiales que le precedieron. En el capítulo cinco, reporto los resultados del análisis y síntesis de los datos recogidos durante la observación participante en las aulas y las entrevistas con la profesora y los profesores participantes en esta investigación. Por último, el capítulo seis, está dedicado a las conclusiones y las recomendaciones que surgieron de la reflexión sobre los resultados de esta investigación.

Una Narrativa Personal

Esta última sección está dedicada a la presentación de una narrativa personal del autor. En esta narrativa se pueden apreciar las experiencias personales del investigador como estudiante en la Educación Media, como estudiante de matemáticas y de educación, en su formación como profesor de matemáticas, en sus prácticas como profesor de Física y Matemáticas en Educación Media, como formador de profesores de matemáticas a distancia y como autor de trabajos de investigación y didácticos. Estas experiencias personales influyen en la perspectiva teórica adoptada en este trabajo de investigación, así como el estudio disciplinado de la investigación en el campo de la didáctica de las matemáticas.

Cursé mis estudios de Educación Media en la segunda mitad de la década de los años setenta del siglo pasado. El primer año del Ciclo Básico Común (CBC) los cursé en el Liceo Coquivacoa, un liceo público en la ciudad de Maracaibo, estado Zulia. Allí entré en contacto por primera vez con la “matemática moderna”, lo cual significó un cambio radical en relación con las matemáticas que había estudiado en primaria. Intentar estudiar por el libro resultaba una verdadera hazaña, intento que abandoné rápidamente y me apoyaba solo en las lecciones del profesor. Lecciones que realmente

determinaban el contenido a ser evaluado. Los dos años siguientes del CBC, los cursé en la Escuela Técnica Industrial (ETI) Joaquín Avellán en Cagua, estado Aragua. Seguía avanzado la reforma curricular basada en la “matemática moderna”. Sin embargo, no mejoró significativamente mi comprensión de los textos escolares escritos bajo este nuevo enfoque. Continué apoyándome casi exclusivamente en los apuntes de clases, en las explicaciones del profesor y en el estudio en grupo. En algún momento, no recuerdo exactamente cómo, comenzamos a estudiar por el problemario de Navarro, por recomendación del profesor o por nosotros mismos. Casi todas las noches nos reuníamos en alguna plaza o lugar público en el pueblo para estudiar, resolvimos todos los problemas propuestos en ese problemario durante el año escolar. No dejamos un problema sin resolver. Los tres años del Ciclo Diversificado los cursé en la ETI en Maracay, estado Aragua. Allí fui a estudiar la especialidad en electrónica. Continuamos estudiando matemáticas bajo la influencia formal del currículo diseñado bajo el enfoque de la “matemática moderna”. Aunque adquiríamos los textos escolares de matemática apegados al currículo oficial, poco lo usábamos para el estudio independiente. Recuerdo que en Quinto Año estudiamos resolviendo problemas de un problemario de Jiménez Romero, el cual era considerado bastante avanzado. En sexto año estudiamos principios del cálculo diferencial e integral y el profesor no nos pidió ningún libro en particular. Traté de estudiar por algún libro que se usaba en las facultades de ingeniería, pero rápidamente lo abandoné y me basaba una vez más casi exclusivamente en los apuntes de clase y en los problemas recogidos en “guías” que el profesor elaboraba. De mi experiencia con las matemáticas en la educación media destaco las clases de los profesores, las evaluaciones y el tiempo que le dedicábamos al estudio independiente en pequeños grupos. Dedicábamos un tiempo considerable fuera de clase a la resolución de problemas, bien fuera de los problemarios mencionados o de guías hechas por los profesores. Considerábamos que solo de esa manera podíamos responder a las expectativas de los profesores y superar las exigentes evaluaciones.

Una vez finalizada la educación media comenzó la odisea por la búsqueda de un cupo en alguna universidad. En principio quería estudiar ingeniería relacionada con la

electrónica. Comencé estudios de ingeniería industrial en la Universidad Católica Andrés Bello. En el primer semestre me divertía con el Cálculo I y con la Geometría Descriptiva, y me aburría enormemente con el resto de asignaturas. Comenzando el segundo semestre, repitiendo Química I, la OPSU me asignó un cupo para estudiar matemáticas en la Escuela de Física y Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la UCV. Sin pensarlo dos veces, una de las razones porque no tenía que estudiar química, abandoné los estudios de ingeniería y me fui a la UCV. Comencé a vivir una experiencia totalmente diferente con el estudio de las matemáticas de lo que había experimentado hasta ahora. Ya desde el primer semestre comenzamos a estudiar matemáticas a un nivel avanzado, como no habíamos estudiado antes siguiendo un libro de texto. Contrastábamos nuestra manera de estudiar matemáticas con la de nuestros amigos en la Facultad de Ingeniería, mientras ellos enfatizaban lo operacional nosotros profundizábamos en la teoría. Nuestros amigos se jactaban de que resolvían integrales mientras que nosotros estábamos estudiando y demostrando teoremas. Mientras avanzaba en los estudios de matemáticas, sentía la necesidad de estudiar las aplicaciones de estas a otras ciencias y a problemas tecnológicos. No había espacio formal para ese estudio en la carrera de matemáticas. Nos encontramos con el profesor Ordaz que había regresado del extranjero de hacer su doctorado en el área de investigación de operaciones. Cursé con él varias asignaturas de pregrado, algunas de las cuales no estaban incluidas en currículo regular, en uno de esos cursos elaboramos colaborativamente un libro de introducción a la programación lineal. Mi interés por las matemáticas “puras” fue disminuyendo. En búsqueda de nuevas perspectivas encontré que la Escuela de Física y Matemáticas ofrecía la opción, conjuntamente con la Escuela de Educación, de graduarse de Licenciado en Educación Mención Matemática.

Al comenzar los estudios en la opción docente, como se conocía ese programa, encontré un ambiente académico diferente al de la Facultad de Ciencias. El estudio de materias de humanidades y de ciencias sociales relevantes para la educación nos introducía en un mundo diferente del que había experimentado hasta ahora. En particular fue muy influyente en mi formación como profesor de matemáticas los encuentros informales con la Profesora Lelis Paéz, y luego formales en el curso de

Didáctica de la Matemática, las Prácticas Docentes y durante la elaboración de la tesis de licenciatura. Las prácticas docentes y administrativas las realicé con otros dos compañeros en el Liceo Pedro Emilio Coll, un antiguo liceo público ubicado en Coche, Caracas.

Durante mis años de estudiante de Matemáticas en la Facultad de Ciencias fui preparador de varios cursos de matemáticas para estudiantes de las carreras de Biología, Química y Física y Computación. Durante esos años tuve oportunidad de trabajar para excelentes profesores, algunos de ellos estaban experimentando con sus propios enfoques de enseñanza. Tal fue el caso del Profesor Pedro Alson, quien estaba iniciando sus experiencias con la enseñanza basada en la graficación. También tuve oportunidad de trabajar como preparador en el Taller de Matemaquinita, del Prof. Luc du Boucheron de la Facultad de Ingeniería de la UCV. Estas experiencias tuvieron en mí una enorme influencia en la conformación de mi visión de la enseñanza de las matemáticas. Mi tesis de licenciatura fue sobre el uso de calculadoras en la enseñanza de las matemáticas con aplicaciones a la Biología, la Química y la Física.

Me inicié en la docencia en la educación media un poco antes de graduarme de licenciado en educación mención matemática. Mi primera experiencia docente fue como profesor de Física en tercer año del Ciclo Básico Común, en el único liceo público que había en Cagua, estado Aragua, mi pueblo natal. Me propuse enseñar Física como me hubiera gustado que me la hubieran enseñado, haciendo énfasis en el aspecto experimental. A los estudiantes les encantaba, según mi apreciación, poder comprobar experimentalmente las leyes básicas de la física que encontraban escritas en su libro de texto. Luego tuve una corta experiencia laboral enseñando matemática en todos los años de la educación media en un colegio privado en San Antonio de los Altos. Me vi en la necesidad de renunciar a ese trabajo por no estar de acuerdo con las prácticas de evaluación en esa institución. Luego de esa breve mala experiencia, me incorporé como profesor de Física de tercer año en el Liceo Militarizado Monseñor Arias en Filas de Mariche, estado Miranda. Una diferencia importante con las instituciones anteriores era la dotación del laboratorio de Física. En esta institución había gabinetes repletos de instrumentos y equipos para la experimentación en física. Una de las cosas que llamó

mi atención fue que no habían sido usados por muchos años. Desempolvé todos esos equipos y los puse en uso en las prácticas de laboratorio. Después de un año conseguí unas horas de Física y Matemáticas en el Colegio Presidente Kennedy en el Barrio Bolívar de Petare, un colegio de Fe y Alegría. Allí, como en las instituciones anteriores, enseñé Física poniendo énfasis en el aspecto experimental y donde las matemáticas jugaban un papel instrumental. Esta experiencia me sirvió también para pensar en la introducción de aplicaciones a la Física y otras ciencias en mis clases de matemáticas.

Los textos escolares de matemáticas, existentes para esos años de mis inicios en la docencia en educación secundaria, no me convencían. En esos textos escolares se encontraban muy pocas aplicaciones de las matemáticas a las ciencias. Por otro lado, los autores de textos escolares por lo general ignoraban los posibles usos de las calculadoras en la enseñanza de las matemáticas. Por tanto, preparaba mis propios materiales para los estudiantes.

Mi corta experiencia como profesor de Física y de Matemáticas de bachillerato fue interrumpida por la necesidad de retirarme de la docencia para continuar mi formación profesional en otro país. Fui seleccionado como beneficiario de una Beca Fulbright para realizar estudios de postgrado en los Estados Unidos. Realicé estudios de inglés en la Universidad de Alabama por seis meses y luego inicié mis estudios de maestría en la Universidad de Georgia, en Atenas, en el estado de Georgia. Allí tuve la oportunidad de ponerme en contacto con importantes académicos en el campo de la educación matemática de varios países. Completé estudio de doctorado hasta la candidatura a doctor, aprobé los exámenes finales del doctorado llamados “prelims”, pero no culminé la tesis doctoral. Realicé una investigación sobre las concepciones del álgebra de tres profesores de matemáticas de High School en los Estados Unidos.

Mi primera experiencia laboral de regreso al país fue como profesor de matemáticas en Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC). Allí trabajé principalmente en talleres de formación en didáctica de las matemáticas para maestros y redactando guías de matemáticas para los dos años de la Educación Media Diversificada. Durante un período de unos dos años, fui profesor a tiempo convencional de Matemáticas I y II en la Universidad Simón Bolívar y profesor

de didáctica de las matemáticas en la Universidad Central de Venezuela. Luego me incorporé como profesor a dedicación exclusiva en la mención Matemática de la Carrera de Educación de la Universidad Nacional Abierta (UNA). Tuve por varios años la responsabilidad de coordinar la mención. En esa mención formamos licenciados en educación mención matemática a distancia. Desde la UNA he tenido la oportunidad de ponerme en contacto con numerosos profesores de matemáticas a todo lo largo y ancho del país. Esta oportunidad me ha permitido formarme una visión bastante completa de la enseñanza de las matemáticas en la Educación Media y a entender la relevancia de las prácticas pedagógicas para una educación matemática de calidad.

Unas Aclaratorias Necesarias

Antes de continuar con la presentación de esta investigación considero necesario hacer algunas aclaratorias sobre aspectos de forma y de fondo que considero necesarias. La primera de ellas tiene que ver con el estilo de escritura en primera persona y el uso poco frecuente de la voz pasiva. Hay dos razones básicas para asumir este estilo. Al redactar en primera persona asumo toda la responsabilidad por la realización de esta investigación y del reporte que aquí presento. Si bien me he apoyado en el trabajo de muchas personas, si bien he recibido numerosas sugerencias y recomendaciones a lo largo de su realización, el resultado final aquí presentado es de mi única responsabilidad. Por otro lado, para la elaboración de esta tesis asumí como estilo el propuesto en la séptima edición de las normas de la Asociación Estadounidense de Psicología (mejor conocida por sus siglas en inglés como APA). En esta edición del manual de la APA se recomienda que:

Si está escribiendo un artículo usted mismo, use el pronombre “yo”, no use el pronombre “nosotros” para referirse a sí mismo si usted no tiene coautores. Si usted está escribiendo un artículo con coautores, use el pronombre “nosotros”. No se refiera a usted mismo o sus coautores en la tercera persona como “el autor o los autores” o “el investigador o los investigadores”. (American Psychological Association, 2020, pág. 200)

Sobre el uso de la voz pasiva la APA recomienda lo siguiente:

Elija cuidadosamente la voz. Las voces activa y pasiva son permitidas en el Estilo APA, pero muchos autores sobre utilizan la voz pasiva. Use la voz activa tanto como sea posible para crear oraciones directas, claras y concisas. Por ejemplo, use la voz activa para describir las acciones de los participantes y de otros involucrados en su estudio. (American Psychological Association, 2020, pág. 197)

La segunda aclaratoria es acerca del lenguaje de género. El uso predominante de algún género en algunos pasajes de este informe en ningún momento debe ser considerado como una manifestación de discriminación del otro u otros géneros. Por razones de economía de lenguaje en algunas partes del informe uso de manera alterna los géneros y donde es absolutamente necesario incluyo ambos, los que se corresponden con la profesora y los profesores participantes en este estudio. Tal como reporto más adelante, en esta investigación participaron una profesora y dos profesores de matemáticas. En el capítulo dedicado al análisis y síntesis de los datos, hago referencia constantemente a ellos distinguiéndolos con la frase: la profesora y los profesores. No hago lo mismo en el resto de la tesis, en la cual esta distinción no es estrictamente necesaria. Recalco que en ningún momento asumo una posición discriminatoria de ninguno de los géneros.

La tercera aclaratoria tiene que ver con la supuesta obsolescencia o actualidad de la literatura científica. En algunos círculos académicos se ha convertido en una moda establecer fechas de caducidad a la investigación. Algunas revistas establecen como condición para la publicación la “actualidad” de los trabajos citados. Por ejemplo, en la revista *Paradigma* se indica a los árbitros tomar en cuenta en la evaluación de los manuscritos la pregunta siguiente: “¿Las referencias consultadas son actualizadas, pertinentes y concretas?”, sin indicar explícitamente que se considera como una referencia actualizada. Algunos investigadores, en diferentes disciplinas, han escrito artículos criticando el establecimiento de este criterio de caducidad a la producción científica basados en la fecha de su publicación (Arias, 2017; Iglesias-Osores, 2020). Arias (2017) califica de mito esta exigencia de un cierto número de años de antigüedad de un trabajo para que sea aceptado como actual. Mientras que Iglesias-Osores (2020)

sostiene que tal exigencia no tiene ningún sustento de peso en el campo de la medicina. En el caso específico de esta investigación, esta exigencia es simplemente inaceptable porque por ejemplo los primeros trabajos originales sobre la teoría de la actividad fueron publicados por Vigotski, Leontiev y Rubinstein en los años treinta y cuarenta del siglo pasado. Los trabajos originales de estos autores están disponibles en traducciones al español, por lo cual no tiene ningún sentido recurrir a citas secundarias solo por satisfacer un criterio sin sustento científico.

Capítulo I

Planteamiento del Problema

Este capítulo está dedicado a la exposición de las razones y motivaciones que llevaron al planteamiento del problema abordado en la investigación reportada en esta tesis. El contenido del capítulo está organizado en seis secciones. En la primera sección presento las razones y motivaciones para la investigación. En la segunda, propongo el problema considerado en esta investigación. En la tercera sección, desarrollo en detalle el propósito de la misma. En la cuarta, formulo las preguntas que se derivan del problema y las que me propuse responder con la investigación. En la quinta sección presento algunos comentarios acerca de la relevancia de esta investigación tanto para el campo de la educación matemática como para la comprensión de las prácticas pedagógicas del profesor de matemáticas en la educación media general. Y en la última sección presento una narrativa personal para poner en evidencia mi perspectiva y mi experiencia en la educación en matemática, las cuales sin ninguna duda influyen sobre mi interpretación de la problemática, la formulación del problema y las preguntas, la elección de una determinada teoría y la interpretación de los datos.

Razones y Motivaciones para la Investigación

La enseñanza del álgebra lineal ha ocupado un lugar relevante en nuestra educación secundaria o media desde sus inicios. Algunos temas de álgebra lineal aparecieron en los primeros programas de estudio para la educación secundaria. En 1935, fueron publicados los primeros programas de estudio oficiales para las asignaturas Álgebra Elemental y Álgebra, en ellos fueron incluidos temas como los sistemas de ecuaciones lineales y las matrices (Mosquera, 2019). Sin embargo, estos temas aparecieron presentados por primera vez como parte del álgebra lineal, como el estudio de las estructuras matemáticas, a partir de la reforma curricular de la “matemática moderna”, llevada a cabo entre finales de la década de los años sesenta y comienzos de la década de los años setenta del siglo pasado (Mosquera, 2020). Un hecho importante fue la introducción, en esta misma época, de la geometría analítica en el currículo de la educación media. En general, estos temas han permanecido, con

algunas modificaciones y adiciones, en el currículo de matemáticas a través de las diversas reformas curriculares de la educación secundaria que se han realizado hasta ahora. Esta relevancia de los temas de álgebra lineal en el currículo de nuestra educación media es una de las características que distingue la enseñanza de las matemáticas en ese nivel educativo en Venezuela de la de otros países latinoamericanos, en los que predomina la preparación para el cálculo diferencial e integral.

Por otro lado, tenemos que el álgebra lineal constituye una de las ramas más antiguas de las ciencias matemáticas y que más aplicaciones tiene actualmente tanto en las matemáticas mismas y en otras ciencias, como en muchos otros ámbitos de la actividad humana. Su problema original, la resolución de la ecuación $ax + b = 0$, fue resuelto desde muy temprano en la historia de las matemáticas. Los procedimientos usados para su resolución y las propiedades de la función afín $y = ax + b$, nos ofrecen los modelos iniciales para las ideas y métodos del álgebra lineal (Maltsev, 1970). Los determinantes y un método de resolución de ecuaciones mediante operaciones con columnas fueron desarrollados en China unos veinte siglos antes que en Europa occidental (Lizcano, 1993). En cuanto a las aplicaciones, Tucker (1997) define al álgebra lineal como las matemáticas de nuestro mundo tecnológico moderno de sistemas y computadoras complejas y multivariables. Consideramos entonces que el aprendizaje del álgebra lineal es necesario para aquellos estudiantes de educación media que seguirán estudios superiores de matemáticas, para los que cursarán carreras en la que se usen las matemáticas en diversos grados e incluso para aquellos que no serán usuarios regulares de las matemáticas. Esta importancia del álgebra lineal en cierta forma ya reconocida por los diseñadores del currículo, como mencionamos anteriormente, y por los autores de los textos escolares oficiales, como veremos con detalles en otro capítulo más adelante. Por tanto, el profesor debería prestar una atención especial y dedicarle tiempo a la enseñanza de estos temas.

Otro asunto a considerar es el papel del álgebra lineal en la formación de profesores de matemáticas (Gracia, 2010; González, 2014). En una revisión que realizamos de las mallas curriculares de todos los programas de formación de

profesores y licenciados en educación con especialidad en matemáticas comprobamos que en todos ellos está incluido un curso con temas del álgebra lineal. Tenemos así que todos los profesores de matemáticas de educación media graduados en nuestras universidades han recibido una cierta formación en álgebra lineal en cursos especialmente dedicados a esta rama de las ciencias matemáticas. Además, todos los profesores graduados en ejercicio en la actualidad debieron haber estudiado temas de álgebra lineal en el bachillerato, recordemos que el álgebra lineal, centrada en el concepto de espacio vectorial, se enseña desde finales de los años sesenta del siglo XX en la educación secundaria en nuestro país. Por lo tanto, nuestros profesores de matemáticas que trabajan en la educación media están familiarizados con los temas de álgebra lineal desde el nivel, digamos intuitivo, en que son tratados en la educación media, hasta el nivel formal en que son enseñados en la universidad.

Otro aspecto más a considerar es la creciente atención puesta por parte de la comunidad de educadores matemáticos sobre los problemas de la enseñanza y el aprendizaje del álgebra lineal. En 1993, apareció por primera vez un número especial de una revista de matemáticas dedicado a estos temas, en la *College Mathematics Journal*, de los Estados Unidos (Day & Kalman, 2001) y recientemente la revista *ZDM*, publicada en Alemania y de carácter internacional, publicó un número especial dedicado a esta área de investigación (Stewart y otros, 2019). En 2016, se reunió el Grupo de Estudio Enseñanza del Álgebra Lineal en el marco del Congreso Internacional de Educación Matemática 13 (ICME-13) y dos años más tarde fue publicado un libro en el que se recogen los trabajos presentados (Stewart y otros, 2019). Entre esas investigaciones han predominado las que se ocupan de problemas de la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina en el nivel de la educación universitaria. En parte, porque en los países capitalistas avanzados, el currículo de matemáticas de la educación secundaria está orientado hacia la preparación para el futuro estudio del cálculo diferencial e integral en la universidad. En nuestro país, donde ese no es el caso, necesitaríamos de investigaciones sobre la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de los aprendizajes de temas de álgebra lineal en la educación secundaria.

Adicionalmente, en algunos países, como en los Estados Unidos, grupos de matemáticos han propuesto que se dé una mayor relevancia a la enseñanza del álgebra lineal como parte de la formación matemática inicial de todos los estudiantes universitarios de pregrado (Carlson y otros, 1997; Carlson y otros, 2002). Producto de las preocupaciones por la enseñanza del álgebra lineal en la universidad, un grupo de matemáticos y educadores matemáticos crearon el Grupo de Estudio del Currículo de Álgebra Lineal, (LACSG, por sus siglas en inglés). En Venezuela, la Universidad Nacional Abierta incluyó, a partir de 2005, un curso obligatorio de Didáctica del Álgebra Lineal y la Probabilidad como parte de la formación de futuros licenciados en matemáticas (Mosquera & Salcedo, Didáctica del álgebra y de la probabilidad, 2008). Lo cual nos muestra que un sector de la comunidad matemática de nuestro país se preocupa por los problemas de la enseñanza del álgebra lineal en la universidad.

Otro asunto a considerar es la declaración del Estado como Estado docente que se hace explícita en la Ley Orgánica de Educación (LOE) aprobada por la Asamblea Nacional en agosto de 2009. En el artículo 5 de dicha ley se declara que. “El Estado docente es la expresión rectora del Estado en Educación”. Y en el artículo 6 se establecen las competencias del Estado docente, entre las que nos interesa destacar las que se mencionan a continuación. Es competencia del Estado docente regular, supervisar y controlar “la idoneidad académica de los y las profesionales de la docencia”, así como “los procesos de ingreso, permanencia, ascenso, promoción y desempeño” de estos profesionales. Es competencia del Estado docente planificar, ejecutar y coordinar políticas y programas “De actualización permanente del currículo nacional, los textos escolares y recursos didácticos de obligatoria aplicación y uso en todo el subsistema de educación básica” y “De formación permanente de docentes”. Y, más adelante en el Capítulo 5 de la LOE, el Estado docente se atribuye otras funciones como son la de la supervisión educativa y la evaluación educativa. Es decir, que el profesor de matemáticas de la educación media trabaja en un contexto regulado y supervisado por el Estado docente, el cual establece los programas, los textos escolares, otros materiales educativos, las normas de supervisión y evaluación educativa. La enseñanza de las matemáticas en la educación media general en Venezuela está

regulada por un currículo nacional oficial elaborado por el ministerio con competencia en educación básica, y el uso del texto escolar oficial es de uso obligatorio en los liceos y escuelas técnica públicas y subsidiadas que los reciban.

Hasta aquí hemos señalado un conjunto de fuerzas que en general influyen sobre la enseñanza de las matemáticas, en particular de la enseñanza de los temas de álgebra lineal, en la escuela media venezolana. En la Figura 1 muestro gráficamente cada una de ellas y sus interrelaciones.

Figura 1

Fuerzas que Influyen sobre la Enseñanza del Álgebra Lineal



Fuente: Elaboración propia.

Sumado a todo lo anterior tenemos que el profesor juega un papel determinante en la manera en que el currículo es desarrollado en el aula. El profesor es considerado como uno de los factores que más influye sobre el aprendizaje de las y los estudiantes (Shulman, 2000; Wright, 2021). En otras palabras, el profesor es un mediador determinante entre los estudiantes y el conocimiento seleccionado en el currículo y sus prácticas en buena medida determinan las oportunidades de aprendizaje que le son ofrecidas a los jóvenes en la educación media. Pero el profesor actúa en un contexto

institucional que regula el contenido a enseñar, el tiempo de la enseñanza en el aula, la duración de los lapsos de evaluación, los mecanismos de promoción, etc. Es decir, el profesor no es un profesional liberal que pueda incorporar a su práctica cualquier técnica o procedimiento sin contar con la aprobación de la institución donde labora. Por otro lado, no todas las clases de matemáticas son iguales. Tal como hemos señalado anteriormente, en el currículo venezolano de la educación media históricamente han predominado los contenidos de álgebra, por tanto, las clases de matemáticas de nuestros profesores serán diferentes de las clases de matemáticas de profesores de otros países en los que el énfasis se ponga sobre la preparación para el cálculo diferencial e integral. También tenemos que la organización de las actividades en el aula, por ejemplo: trabajo en grupos, influye sobre las concepciones que los estudiantes se forman de sí mismos como aprendices de matemáticas y el aprendizaje de estas (Roos, 2019).

Las prácticas pedagógicas están en el centro de la actividad que se realiza en la escuela como mediadoras del aprendizaje que logran los estudiantes en ese contexto institucional particular. Las prácticas pedagógicas constituyen un sistema de actividad, un conjunto de acciones y operaciones que el profesor de manera deliberada con un objetivo determinado despliega en el aula de manera planificada y dinámica respondiendo a las circunstancias que surjan en el momento en ese contexto. El liceo es el lugar donde se desarrolla esa actividad, el liceo es el lugar de trabajo del profesor (Rodríguez N. , 2006).

La comunidad de investigadores en didáctica de las matemáticas centra cada vez más su atención en las prácticas pedagógicas en el aula. Por ejemplo, Serres (2005; 2009; 2013) ha estudiado las prácticas docentes en relación con la enseñanza de un área temática determinada, el álgebra escolar, y en el contexto de la aplicación de una determinada estrategia de enseñanza, los proyectos. Como hemos señalado anteriormente, la práctica pedagógica del profesor de matemáticas, como la de cualquier otro profesor, es contextualizada, se realiza en un marco institucional que le establece limitaciones y estímulos. En ese marco institucional se encuentran numerosos elementos o factores cuya influencia en las prácticas pedagógicas tienen que ser investigadas. Por un lado, tenemos la organización del liceo, como lugar de trabajo, y

por el otro el currículo, entendido en su sentido más amplio. El currículo, incluyendo los textos escolares, es uno de los reguladores de la actividad laboral del profesor.

En el año 2012 el Gobierno Nacional distribuyó de manera gratuita textos escolares de Matemática correspondientes a los cinco años de la Educación Media General (EMG). Estos textos escolares, diseñados y publicados por Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPPE), forman parte de la denominada Colección Bicentenario. Para el momento de la publicación de estos textos escolares estaban vigentes los currículos oficiales de los tres años de la tercera etapa de la Educación Básica de nueve grados, según la Ley Orgánica de Educación de 1980, y de los dos o tres años, según la especialidad, de la Educación Media Diversificada y Profesional, vigentes desde 1990. Por tanto, los libros de texto fueron usados como mecanismo para llevar adelante una reforma curricular, en el ámbito del liceo, sin modificar los planes y programas de estudio oficiales.

El currículo oficial vigente para la EMG fue aprobado en 2016 (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2016) y modificado en 2017 (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2017a; 2017b). Estas modificaciones alteraron unos pocos aspectos de los programas de estudio del Área de Formación Matemática aprobados en 2016. Uno de ellos fue el cambio de nombre del área de Matemática, en singular, a Matemáticas, en plural. En el documento no se ofrece ninguna razón para el cambio de nombre. Otro cambio fue la eliminación del componente curricular Temas de Conceptualización, Sistematización y Generalización de las unidades de aprendizaje. Y, por último, en la nueva versión son presentados explícitamente todos los contenidos de matemáticas para todos los años de la educación media general. Para la fecha de culminación de esta investigación el MPPE no había presentado un nuevo currículo para la educación media técnica.

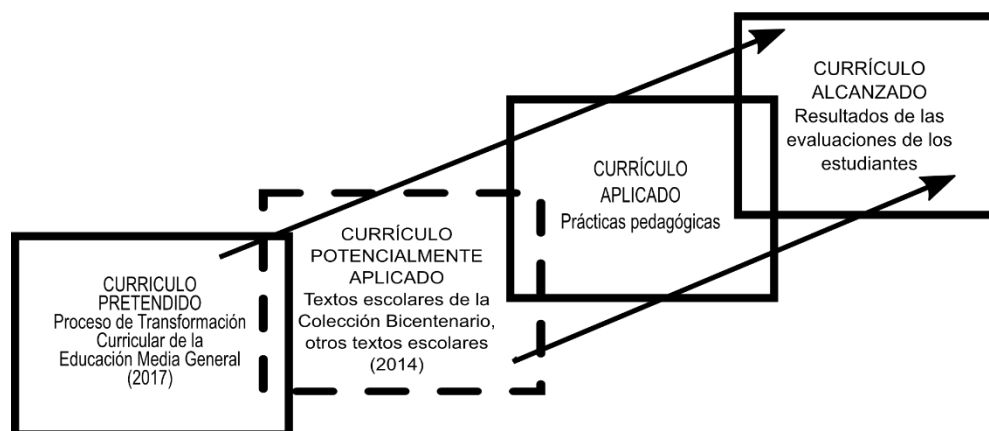
En cuanto al currículo, la situación de la enseñanza de las Matemáticas en la educación media es la siguiente, unos textos escolares oficiales publicados por primera vez en 2012 y un currículo oficial aprobado en 2016. Una nueva edición, con muy pocas modificaciones, de los textos escolares de la Colección Bicentenario fue publicada en 2014. Dado que los textos escolares fueron publicados antes que el

currículo oficial, surge la pregunta: ¿están en correspondencia? Esta pregunta cobra mayor relevancia si tomamos en cuenta la relación entre los diferentes niveles o tipos de currículo.

En el estudio TIMSS (siglas en inglés del Tercer Estudio de Matemáticas y Ciencias en la Escuela), para comparar el desempeño en matemáticas de niños y jóvenes de varios países, se propuso una caracterización del currículo en varios niveles. En el marco de este estudio se concibe el currículo en cuatro niveles: Currículo pretendido o intencional, currículo potencialmente aplicado, Currículo aplicado y Currículo alcanzado o evaluado (Valverde y otros, 2002). Ver la adaptación de esta caracterización al caso venezolano actual que presentamos en la Figura 2.

Figura 2

Niveles del Currículo



Fuente: Elaboración propia basada en Valverde y otros (2002).

La situación antes descrita es problemática, estaríamos en una situación en la que los estudiantes y profesores usan unos textos escolares oficiales de Matemática diseñados antes de la aprobación del currículo oficial vigente de la asignatura Matemáticas desde 2017. Aparentemente el currículo oficial recoge todos los contenidos incluidos en los textos escolares (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2017b). Hay que indagar realmente hasta dónde se corresponden los textos escolares oficiales y el currículo oficial. De una primera revisión general de los

programas y de los libros, podemos señalar que pareciera no haber discrepancias en cuanto a los principios pedagógicos.

Tomando en consideración esta situación, resulta interesante estudiar el currículo aplicado, es decir, el currículo que el profesor desarrolla en el aula con sus estudiantes y el uso que hacen de los materiales curriculares. Además, también nos interesa indagar sobre el currículo potencialmente aplicado y su relación con el currículo pretendido u oficial.

Planteamiento del Problema

En nuestro país, según el marco legal vigente, la educación escolar en todo el ámbito nacional, tanto en los planteles públicos como en los de gestión privada, está regulada por un currículo nacional. En la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela y en la Ley Orgánica de Educación se asume el principio del Estado Docente, el cual “es la expresión rectora del Estado en Educación” (LOE, 2009, p. 5). En nuestro país como en otros, tal como señalan Gudmundsdottir, Reinerstsen y Nordtomme (2000) para el contexto alemán, en la medida que los profesores indiquen en su programación y en el registro diario de clases que han cubierto los contenidos estipulados en el currículo oficial, se considera que están cumpliendo con su trabajo y con la aplicación del currículo. La institución escolar, para usar una expresión de Gudmundsdottir, Reinerstsen y Nordtomme (2000), deja un cierto espacio para la “interpretación pedagógica” de parte de los profesores. Estas interpretaciones pedagógicas quedarían reveladas en las prácticas pedagógicas en el aula. Y, estas últimas sería restringidas o estimuladas por una serie de factores institucionales y culturales.

Las prácticas pedagógicas del profesor de matemáticas en la enseñanza de temas de Álgebra Lineal en la educación media constituyen una de las variables que influyen sobre las oportunidades de aprendizaje que le son ofrecidas a los estudiantes en el liceo. Por tanto, nos interesa indagar acerca de la naturaleza y organización de esas prácticas. Entender esas prácticas y las fuerzas que las afectan puede resultar de mucha ayuda para el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas en la educación media.

Aunque en el ámbito internacional, es especial bajo la influencia de los resultados de los estudios comparativos internacionales en ciencias y matemáticas, se ha reconocido desde hace varios años la relevancia del estudio de la actividad del profesor de matemáticas en el aula, en nuestro país el interés por este tema es prácticamente nulo. Contamos con muy pocos estudios sobre las prácticas de enseñanza en aulas de Educación Básica, y la mayoría de los trabajos consultados han tenido como centro de atención maestras de educación primaria (Bianchi, 1995; Casanova, 2007; Rodríguez M. , 2007; Barrios, 2018).

Por otro lado, la investigación en el campo de la educación matemática sobre el álgebra lineal se ha centrado principalmente en el aprendizaje de temas de esta rama de las matemáticas por parte de estudiantes universitarios (Álvarez-Macea & Costa, 2019; Santiago et al., 2019) y sobre propuestas didácticas basadas en el uso de tecnologías (Molina y otros, 2021; Rangel-Arzola & Ortiz-Buitrago, 2022). No sería conveniente extrapolar los resultados de estas investigaciones al ámbito de la educación media general. Las prácticas pedagógicas del profesor de matemáticas de educación media tendrían unas características propias y estaría sometidas a unas fuerzas diferentes.

Propósito de la Investigación

Tal como señalé anteriormente, el álgebra lineal ha ocupado un lugar importante del currículo de matemáticas para la educación secundaria o media en Venezuela. Por otro lado, en las dos últimas décadas se ha venido promoviendo, en el ámbito internacional, la adopción del álgebra lineal como uno de los cursos básicos universitarios. Los profesores que actualmente enseñan en nuestra educación media, cursaron sus estudios de bachillerato siguiendo un currículo con predominio de temas del álgebra lineal y tomaron un curso de esta rama de las matemáticas durante sus estudios de pregrado. El contexto curricular actual, con cambios que comienzan desde 2012 con la publicación de los libros de texto de Matemática de la Colección Bicentenario hasta la implantación de un nuevo currículo para la Educación Media General aprobado en 2016 y modificado en 2017. Es la enseñanza del álgebra lineal, las prácticas pedagógicas que el profesor despliega en el aula en ese nuevo contexto, el foco de atención de esta investigación. Se asume que tanto con los textos escolares

oficiales como con el nuevo currículo oficial se persigue introducir cambios en las prácticas pedagógicas que conduzcan a mejorar el aprendizaje de las matemáticas en la educación media general. Además, tal como señalan algunas investigaciones, la materialización de estos cambios depende de muchos otros factores, desde el ambiente en el aula hasta cambios culturales y sociales importantes. Desde esta perspectiva y en consideración del problema propuesto planteo el siguiente propósito:

Elaborar un modelo de las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas al enseñar temas de álgebra lineal en la educación media general, basada en principios de la teoría de la actividad, en la que se evidencien las fuerzas que moldean esas prácticas.

Preguntas de la Investigación

En las secciones anteriores presenté las razones y motivos que llevaron al problema propuesto en esta investigación, presenté el problema y el propósito de ésta, ahora formulo las preguntas que se derivan de dicho problema y que lo delimitan.

1. ¿Cuál es la influencia en la práctica del currículo oficial de Matemáticas para la educación media general en la enseñanza de temas de álgebra lineal?
2. ¿De qué maneras usa el profesor de Matemática los textos escolares de Matemática, en especial de los libros de la Colección Bicentenario, en la enseñanza de temas de álgebra lineal?
3. ¿Cuál es la correspondencia entre el currículo oficial de Matemáticas y los textos escolares oficiales para esta asignatura en lo que respecta a los temas de álgebra lineal?
4. ¿Qué fuerzas moldean las prácticas pedagógicas de los profesores de Matemáticas en la educación media al enseñar temas de álgebra lineal?

Relevancia del Estudio

En el campo de la educación matemática las investigaciones que tienen como contenido matemático central algún tema de álgebra lineal por lo general se han enfocado en el estudio de problemas del aprendizaje y de la evaluación de estudiantes en cursos universitarios. Muy pocos estudios se han centrado en la enseñanza y muchos menos en las prácticas de los profesores de matemáticas que laboran en la educación

media. Por otro lado, tenemos que los trabajos sobre los profesores de matemáticas por lo general se enfocan en el estudio del conocimiento del profesor, definido éste de diversas maneras. Además, esas investigaciones suelen mantenerse en el ámbito de lo personal y lo micro-social, ignorando por lo general el nivel-macro, es decir, la organización escolar y las directrices nacionales en materia curricular, etc. En esta investigación, la adopción de la teoría de la actividad como referente teórico y el método de caso extendido en lo metodológico nos permiten superar esas limitaciones. Por tanto, considero que esta investigación contribuye al campo de la pedagogía de las ciencias matemáticas al ampliar la visión de los problemas de la enseñanza de las matemáticas donde el aula no es vista como un nicho aislado del resto de la escuela y de la sociedad. Por tanto, se reconoce que las prácticas de enseñanza que despliegan los profesores de matemáticas están sujetas a una serie de influencias externas que la mayoría de las veces pasan desapercibidas. Sin embargo, el control externo de la actividad de enseñanza no es completo, es decir, el profesor tiene márgenes de libertad que le permiten actuar con cierta independencia. Tomar en cuenta estas limitaciones y comprender su funcionamiento es una importante tarea para cambiar la manera en que enseñamos las matemáticas en el liceo y comprender cómo operan estos cambios.

Capítulo II

Revisión de la Literatura y Marco Teórico

Este capítulo está dedicado a la revisión de la literatura relevante para la investigación reportada en esta tesis y a la presentación del marco teórico en que ésta se fundamenta. El contenido del capítulo está dividido en tres secciones principales. En la primera sección presenté la revisión de la literatura, la cual se restringe a trabajos incluidos en manuales de didáctica de las matemáticas y a investigaciones publicadas en español en revistas académicas arbitradas. En la segunda sección dedico unos párrafos a las prácticas matemáticas tal como son vistas en la filosofía de las matemáticas y en el currículo y algunas consideraciones sobre su relevancia para la educación en matemáticas. En la tercera sección expongo algunos de los elementos esenciales de la teoría de la actividad, la teoría que en que se fundamenta esta investigación. No pretendo hacer una presentación completa de la teoría de la actividad, lo cual escapa de los fines de esta investigación.

Las publicaciones incluidas en esta revisión de la literatura son trabajos publicados como capítulos de manuales (o vademécums) y artículos publicados en revistas arbitradas. Esta decisión se debe a dos razones principales. Siguiendo la caracterización de la ciencia hecha por Fleck (1986), tenemos que en la ciencia de manual o vademécum se recogen aquellos conocimientos que son aceptados en firme por una determinada comunidad científica o colectivo de pensamiento y en la ciencia de revista aparece el conocimiento de frontera, es en ésta que pueden apreciarse las nuevas direcciones que toma una ciencia determinada. Por lo general, en las revistas académicas los artículos publicados reportan investigaciones teóricas o empíricas las cuales son sometidas a un proceso de arbitraje y, además, suelen ser localizados con mayor facilidad que otros tipos de trabajos tales como tesis de maestría y de doctorado. Estas últimas son muy difíciles de localizar porque la mayoría de las universidades, por diversas razones, no mantienen bases de datos actualizadas y operativas donde estos trabajos estén disponibles. Los artículos publicados en revistas académicas, como

acabo de señalar, pasan por un proceso de arbitraje de pares lo cual es, por lo general, un indicador de la pertinencia del estudio reportado, de lo adecuado de la metodología adoptada y de la relevancia de los resultados reportados para la comunidad de didáctica de las matemáticas.

La revisión de la literatura de interés para el problema planteado en esta investigación resulta compleja porque incluye investigaciones de varios campos y por la diversidad de tendencias y teorías asumidas en estas. Tenemos que en los países anglosajones se ha desarrollado más la investigación sobre el currículo y el aprendizaje que la investigación sobre la pedagogía, la didáctica y la enseñanza. Por el contrario, en los países de Europa se ha desarrollado más la investigación sobre la didáctica. Mientras que en los países de América Latina la investigación ha tomado diversos caminos dependiendo de la influencia predominante en determinados momentos sobre la comunidad de educación matemáticas de cada país. En algunos países en diferentes momentos ha prevalecido la influencia de la investigación hecha en los Estados Unidos y en otros la hecha en Europa. Por ejemplo, en nuestro país en las últimas décadas la investigación en didáctica general y en las didácticas específicas, así como el desarrollo curricular ha ido ganando terreno la perspectiva curricular estadounidense. En el recién aprobado currículo para la Educación Media General se declara: “El currículo es todo” (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2016, p. 39) y el Área de Formación de Matemáticas se basa en la propuesta elaborada por el *Mathematical Sciences Education Board*, designado por el Consejo Nacional de Investigación adscrito a la Academia Nacional de Ciencias de los Estados Unidos (Steen, 1990), poniendo el centro de la atención en el currículo.

En cuanto a los diversos campos considerados, en esta revisión incluí investigaciones sobre las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas de educación media, investigaciones sobre el uso del pizarrón, sobre el salón de clases y sobre la enseñanza como trabajo y el liceo como lugar de trabajo. Además, por razones culturales y socio-políticas, incluí en esta revisión principalmente trabajos de investigación realizados en los países de Iberoamérica. Partiendo del supuesto que los

sistemas escolares de estos países comparten muchos elementos comunes y que sus diferencias pueden resultarnos de suma utilidad. Tomando también en consideración que, la investigación sobre las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas está influenciada en buena medida por la organización de los sistemas educativos y de los liceos de cada país.

Antes de continuar, considero pertinente dedicar unas líneas a algunos comentarios acerca de la investigación sobre el profesor de matemáticas y el liceo hechas en Venezuela. Una búsqueda en varias bases de datos revela que el profesor de matemáticas y el liceo han sido considerados marginalmente como tema de estudio en nuestro país. De las referencias consultadas, la mayoría de las investigaciones educativas se han enfocado en el docente de educación primaria y en las escuelas primarias (Equipo CERPE, 1979; Bianchi, 1995; Ramírez, 2005; Rodríguez N. , 2006; Casanova, 2007). Si bien en estos trabajos se tratan temas de relevancia para las prácticas pedagógicas, sus reflexiones y resultados no pueden ser extrapolados directamente al caso de los profesores de Matemáticas de la Educación Media General. Por otro lado, las investigaciones sobre los profesores de Matemáticas se han enfocado principalmente en profesores universitarios de estas ciencias (Hernández y otros, 2006), en profesores de matemáticas de Educación Media en formación (Parra, 2005; Díaz, 2006; Gracia, 2010; Iglesias & Ortiz, 2018) o en la formación de profesores de este nivel educativo en ejercicio (Leal Huise, 2021). Y en cuanto a las temáticas o problemáticas, la mayoría de estos trabajos se centran en el estudio de las creencias, los conocimientos matemáticos y pedagógicos (González, 2014), toma de decisiones y planificación (León Gómez y otros, 2013; Mora & Ortiz, 2013) y las concepciones y creencia que sostienen los profesores de matemáticas (Parra, 2005; Moreno & Ortiz, 2008; Moreno & García, 2009; Martínez Padrón, 2013). Se puede entonces concluir que las investigaciones sobre el profesor de Matemáticas de Educación Media, la enseñanza de las matemáticas en los liceos y en las escuelas técnicas, el currículo de Matemáticas para la Educación Media y las prácticas matemáticas y pedagógicas de

las y los profesores de matemáticas de este nivel educativo han sido escasamente estudiadas en nuestro país.

Las prácticas Pedagógicas del Profesor de Matemáticas

La investigación sobre las prácticas de enseñanza del profesor de matemáticas en el aula comienza a tomar mayor relevancia en el ámbito internacional a mediados de la década de los años noventa del siglo pasado. En el *Manual de Investigación sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas* (Grows, 1992), el primero en su tipo publicado por el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de los Estados Unidos (conocido por sus siglas en inglés como NCTM), fue incluido un capítulo sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas en el contexto de la investigación sobre la enseñanza (Koehler & Grouws, 1992). Y en el segundo manual, también publicado por el NCTM (Lester, 2007), se encuentra un capítulo dedicado a la investigación sobre la enseñanza de las matemáticas y la práctica en el aula (Franke y otros, 2007). Sin embargo, fue el estudio comparado internacional sobre la enseñanza y el aprendizaje en el aula, conocido por las siglas TIMSS, el que jugó el papel más importante en poner las prácticas pedagógicas en el foco de atención de los investigadores en didáctica de las matemáticas (Stigler y otros, 1999). Este estudio se basó en el análisis de clases de matemáticas grabadas en video en los países participantes. En la página web www.timssvideo.com están disponibles videos de clases de matemáticas de Australia, la República Checa, Hong Kong, Japón, los Países Bajos, Suiza y los Estados Unidos. Estos videos nos ofrecen una ventana valiosa para valorar las prácticas pedagógicas de profesores de matemáticas en diversas culturas.

Comienzo esta revisión considerando los capítulos de los manuales dedicados a la investigación sobre las prácticas de enseñanza o las prácticas pedagógicas. Tal como señalé anteriormente, según la clasificación de Fleck (1986) de las ciencias, la ciencia de manual (handbook o vademécum) recoge aquellos conocimientos esotéricos aceptados por un determinado colectivo de pensamiento. El hecho que en estos manuales esté incluido uno o más capítulos sobre las prácticas pedagógicas indica que

esta temática es reconocida por la comunidad de didáctica de las matemáticas como un tema relevante de investigación y que se han obtenido resultados de interés para esa comunidad.

Comencemos revisando algunos de los asuntos tratados en los dos capítulos antes mencionados incluidos en los dos manuales publicados por el NCTM (Grows, 1992; Lester, 2007). Koehler y Grouws (1992) caracterizan la investigación sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas, hecha principalmente en los Estados Unidos, según niveles de complejidad e identifican múltiples perspectivas. Estos autores describen un modelo representativo correspondiente a cada uno de esos niveles. La investigación en el primer nivel es el más simple y se centra en la eficiencia del profesor. El modelo correspondiente a este nivel solo contempla la relación entre una cierta característica del profesor, por lo general considerada aisladamente, y los logros alcanzados por los estudiantes. En el segundo nivel de complejidad, los investigadores centran su atención en procesos que ocurren en el aula, en particular la frecuencia de ocurrencia de unas ciertas conductas del profesor y de los estudiantes. En el modelo correspondiente a este nivel se incluye por lo tanto los procesos que ocurren en el aula, el efecto de la conducta del profesor sobre la conducta de los estudiantes es vista en término de las interacciones entre ellos. En el nivel tres de mayor complejidad, los investigadores toman en cuenta las características de los estudiantes y no solo los logros en términos de aprendizajes alcanzados, también son consideradas las actitudes de los estudiantes. En el modelo correspondiente al tercer nivel se asume el modelo del nivel anterior, al cual le son agregados esas nuevas variables, es decir, son incluidas las características de los estudiantes, su rendimiento y sus actitudes. Por último, en el nivel cuatro, la complejidad es mucho mayor que en los tres niveles anteriores, en particular en cuanto a la manera es que es concebido el profesor y la enseñanza. En el modelo correspondiente a este nivel son incluidos los diferentes tipos de conocimiento que debe tener el profesor (el contenido, el aprendizaje y la pedagogía), sus actitudes y sus creencias sobre las matemáticas y su enseñanza. También son incluidos en este modelo otros aspectos de los estudiantes, tales como: las actitudes de estos hacia las

matemáticas y hacia sí mismos, y los resultados cognitivos y afectivos logrados por ellos (Koehler & Grouws, 1992). Aún en el nivel de mayor complejidad, estos autores no incluyen el contexto de la escuela ni otros aspectos macro que influyen sobre las prácticas de enseñanza y el aprendizaje en el liceo.

En cuanto a las múltiples perspectivas de investigación desde las cuales examinar las prácticas de enseñanza, tenemos que Koehler y Grouws (1992) enumeran las siguientes: el constructivismo, la instrucción cognitivamente guiada, la visión epistemológica y sociológica, el paradigma experto-novato y la visión del contenido matemático. Escapa del objetivo de esta revisión de la literatura entrar a explicar detalles de cada una de estas perspectivas. La intención es dar una idea de cómo en esos años predominaba el enfoque cognitivo en la investigación sobre la enseñanza en la comunidad anglosajona de educación matemática.

En su revisión de la investigación sobre las prácticas en el salón de clases de matemáticas en los Estados Unidos, Loef Franke, Kazemi y Battey (2007) se enfocaron en dos aspectos. Primero, en el profesor de matemáticas y cómo es comprendido su papel en el aula de matemáticas. Segundo, consideran que la práctica en el salón de clases también es experimentada por los alumnos, prestando atención a lo que los estudiantes traen a y se llevan de su participación en el contexto social dentro del aula. Loef Franke, Kazemi Battey indentifican tres características de la práctica en el salón de clases que consideran centrales para comprender la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Estas características son: a) la creación del discurso del salón de matemáticas, b) el desarrollo de normas que apoyan las oportunidades para el aprendizaje de las matemáticas y c) la construcción de relaciones que apoyan el aprendizaje de las matemáticas (Loef Frank y otros, 2007). Resalto que estos autores se refieren a la práctica en el salón de clases, en el cual se encuentran personas (el profesor y los estudiantes), las vidas de esas personas en el tiempo, personas que trabajan en contextos político, cultural y social que moldean las maneras en que ellos hacen su trabajo y cómo ese trabajo es interpretado. Cualquier aspecto del aula incluye el profesor, los estudiantes y el más amplio contexto social, cultural y político. De

manera tal que las afirmaciones que hagamos sobre la práctica en el salón de clases tiene que ser interpretada en contextos locales (Loef Frank y otros, 2007).

Podemos notar un avance considerable en la investigación sobre las prácticas de enseñanza caracterizada entre uno y el otro de estos dos artículos. Del más alto nivel de complejidad, identificado por Koehler y Grouws (1992), hasta la inclusión de las variables materiales externas al aula y al liceo como la cultura y su influencia sobre esas prácticas, aspectos reconocidos en el artículo de Loef Franke, Kazemi y Battey (2007).

En el *Manual Internacional de Educación Matemática* (Bishop y otros, 1996), fueron incluidos tres capítulos acerca de la investigación sobre el profesor de matemáticas. Dos de estos artículos versan sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas en el primer ciclo (12-14 años de edad) (Bodin & Capponi, 1996) y el segundo ciclo (15-18 años de edad) (Grugnetti & Senior, 1996) de la educación secundaria respectivamente. El tercero de estos artículos es sobre el papel del profesor en el desarrollo del currículo (Clarke y otros, 1996). Bodin y Capponi (1996) se enfocan en los tipos de relaciones que se establecen en el aula entre los estudiantes, entre los estudiantes y el profesor y todos ellos con el contenido. Se proponen identificar prácticas reales basándose en los estudios internacional comparados y en los resultados de otras investigaciones. Por un lado, identifican prácticas comunes o diseminadas en muchos países y, por el otro lado, prácticas que son raras en el ámbito global, pero que según ellos sería bienvenida su diseminación más generalizada. Estos autores analizan lecciones de matemáticas sobre la resolución de ecuaciones y las prácticas de evaluación de los profesores, la influencia de las características institucionales. Las prácticas de enseñanza son el resultado entre otras variables toman en cuenta las interacciones entre elementos muy distintos, tales como: los textos escolares, materiales didácticos, los contextos institucional y social, así como la formación inicial y en ejercicio que han recibido los profesores (Bodin & Capponi, 1996). Entre los parámetros de las condiciones institucionales que afectan las prácticas del profesor en la clase matemáticas se encuentran: 1) el tiempo dedicado a la enseñanza, 2) el número

de estudiantes que integran cada sección, 3) condiciones generales de trabajo y 4) características personales y profesionales de los profesores (Bodin & Capponi, 1996). En particular el tercer parámetro, las condiciones generales del trabajo docente, son muy poco tomadas en cuenta en las investigaciones sobre las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas.

Por otra parte, Grugnetti y Senior (1996) toman un camino diferente para examinar las prácticas de enseñanza, ellos enfocan su atención sobre cuatro temas: 1) la resolución de problemas, 2) la evolución de los objetivos y prácticas en la enseñanza de las matemáticas, 3) la influencia de nuevas herramientas de cálculo y para representar funciones y 4) la contribución de la epistemología y de la historia de las matemáticas.

Otro asunto de interés para esta investigación es la relación entre las prácticas pedagógicas y el currículo. Clarke, Clarke y Sullivan (1996) tratan en particular la temática del profesor y el desarrollo del currículo. Dado el papel crucial que juega el profesor en el desarrollo del currículo en el ámbito del aula, no meramente como agentes del cambio, estos autores sostienen que el profesor debe ser dotado de los recursos apropiados (textos escolares, materiales didácticos, tecnología y ambiente físico) y de tiempo. Es muy importante dar a los profesores el tiempo necesario para planificar, para reunirse, para asimilar los nuevos contenidos y enfoques pedagógicos. Solo teniendo en cuenta estos aspectos se puede considerar al profesor como desarrollador del currículo (Clarke y otros, 1996). En una sección más adelante en este capítulo volveré sobre este tema.

En el *Segundo Manual Internacional de Educación Matemática* (Bishop y otros, 2003), una sección completa está dedicada la práctica profesional en educación en matemáticas. Clements (2003) afirma que por mucho tiempo la sociedad estaba en cierta forma satisfecha con el desempeño de los profesores de matemáticas de Educación Media. Pero, ahora ya se reconoce que esos modos de enseñanza considerados como “normales” o “tradicionales”, no solo no son eficientes, sino que estarían destruyendo la autoestima de las y los estudiantes con respecto a su capacidad

para aprender matemáticas y contribuyendo a la propagación de valores acerca de las matemáticas y la educación en matemáticas que no son compatibles con las teorías e ideales contemporáneos en educación (Clements, 2003). Estos viejos patrones y métodos de enseñanza no solo están profundamente enraizados en los liceos y escuelas técnicas, también predominan en las instituciones donde son formados los profesores de matemáticas para la Educación Media. Situación que reclama una urgente problematización de las prácticas pedagógicas existentes y equipar a los profesores con las herramientas y el poder para realizar los cambios que lleven a prácticas renovadas y acordes con este tiempo.

El cambio de las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas también ha sido objeto de estudio en la didáctica de las matemáticas (Tirosh & Graeber, 2013). Desde la perspectiva dialéctica asumida en este trabajo de investigación se tiene que las prácticas pedagógicas cambian naturalmente, pero lo que interesa al investigador en didáctica de las matemáticas es el cambio planificado de dichas prácticas. Hay varios factores que influyen sobre el cambio de las prácticas, entre estos dos se resaltan: 1) los valores y las creencias y 2) los avances tecnológicos (Tirosh & Graeber, 2013). Por último, estos autores se refieren a la visión que en una determinada sociedad se tiene de los profesores y de la profesión de enseñante como uno de los factores que afectan las políticas públicas en educación, en particular las maneras cómo sean planeados los cambios en la enseñanza.

En 2006 fue publicado el *Manual de Investigación sobre la Psicología de la Educación Matemática* (Gutiérrez & Boero, 2006), una obra de miembros del Grupo Internacional por la Psicología de la Educación Matemática (mejor conocido como IGPME por sus siglas en inglés). En este manual apareció solo un artículo dedicado al conocimiento y las prácticas del profesor de matemáticas en investigaciones hechas por miembros de este grupo (Ponte & Chapman, 2006). La investigación sobre el profesor y la enseñanza ha ocupado la atención de los investigadores en educación desde hace ya tiempo. En particular, el IGPME ha promovido la investigación sobre el conocimiento, la práctica reflexiva, las concepciones y las creencias sostenidas por los

profesores de matemáticas desde la década de los años ochenta del siglo pasado. Ponte y Chapman (2006) asumen esos enfoques sobre el conocimiento del profesor como sustento teórico para definir la actividad del profesor. Estos autores identificaron seis temas en las que podían agrupar la investigación sobre la práctica del profesor en el marco de las actividades del IGPME: 1) psicología cognoscitiva, 2) interacción en el aula, 3) enfoque socio-cultural, 4) basados en el currículo, 5) colaborativos y biografías de los profesores, y 6) puntos de vista sobre la práctica. De estos temas solo comentaré el último de ellos.

Tal como se puede esperar de la comunidad de investigadores que forman el IGPME, muchos de los estudios sobre las prácticas del profesor de matemáticas están basados en un marco teórico psicológico (Ponte & Chapman, 2006). Lo cual no significa que asuman una concepción de la práctica restringida solo a los aspectos cognitivos. Ponte y Chapman (2006) conciben las prácticas de los profesores como aquellas actividades que estos realizan regularmente como profesionales de la enseñanza, tomando en consideración el contexto de trabajo y sus significados e intenciones. El contexto de trabajo está compuesto de muchos estratos: el aula, la escuela, la comunidad, la estructura educativa y profesional y el sistema social. Esta complejidad de la práctica dificulta su comprensión desde una única perspectiva, ante lo cual algunos autores plantean una aproximación que asuma varios enfoques teóricos. Además, reconocer la complejidad de las prácticas de los profesores de matemáticas en el contexto institucional y social más amplio, llevó al cuestionamiento del enfoque basado teóricamente en la psicología cognitiva. Una de las principales objeciones a este enfoque es su énfasis en el profesor como individuo y en el conocimiento del profesor como conocimiento declarativo. Esta última postura ha llevado a su vez a la concepción del profesor de matemáticas como un “profesional deficiente”, el cual no es por lo general portador de los conceptos “importantes” para su práctica pedagógica (Ponte & Chapman, 2006). En todas las categorías de investigación identificadas por Ponte y Chapman surge la imagen del profesor como un profesional con conocimiento deficiente tanto de las matemáticas que debe enseñar como de la didáctica y la

metodología de la enseñanza de las matemáticas. En dichos estudios se suele enfatizar aquello que la o el profesor de matemáticas no conoce, no comprende o no hace. Esta perspectiva predomina todavía en estudios más recientes sobre las prácticas pedagógicas del profesor de matemáticas en el liceo. El enfoque aquí propuesto se distancia de esta perspectiva del profesor.

Finalmente, Ponte y Chapman (2006) sugieren que al desarrollar futuras investigaciones sobre las prácticas del profesor de matemáticas se requiere reconsiderar las orientaciones teóricas y metodológicas hasta ahora predominantes. Al mismo tiempo, estos autores llaman la atención sobre la tendencia al abandono de ciertas ideas “viejas” sin una clara justificación, lo cual lleva a adoptar “nuevas” ideas en detrimento de las anteriores. Aunque estas “nuevas” ideas no necesariamente contribuyen a una mejor comprensión de los problemas y temas sobre las prácticas del profesor de matemáticas en el aula. También sugieren que en la investigación sobre el conocimiento y las prácticas del profesor, se tome en consideración el conocimiento del contenido (las ciencias matemáticas), los participantes (la profesora y sus estudiantes), los fines implícitos y explícitos (el currículo, los valores sociales) y las condiciones laborales (el contexto, las instituciones). Esta recomendación es asumida en buena medida en esta investigación.

En el *Tercer Manual Internacional de Educación Matemática* (Clements y otros, 2013) no fue incluido ningún artículo dedicado en especial a las prácticas pedagógicas en la clase de matemáticas. El tema aparece tratado de alguna u otra forma en varios de los capítulos de este manual, en especial en dos capítulos dedicados a la investigación en educación matemática y los profesores y a formas de interacción entre profesores (Kieran y otros, 2013; White y otros, 2013). Kieran, Krainer y Shaughnessy (2013) reconocen que aunque los profesores son considerados como agentes importantes en el desarrollo de la enseñanza de las matemáticas y del aprendizaje de sus estudiantes, estos son vistos en la mayoría de las investigaciones como recipientes, como un medio para generar o diseminar conocimientos. Desde esta perspectiva del profesor se mantiene el abismo entre la investigación y la práctica, esta última solo la

llevaría a cabo el profesor en el aula. Estos autores proponen que una manera de salvar este abismo es considerar a las profesoras de matemáticas como coproductoras de conocimiento científico y profesional. Se trata de incorporar al profesor que enseña en el aula de la Educación Media a investigaciones sobre su propia práctica o la de sus colegas.

Kieran, Krainer y Shaughnessy (2013) no sólo se preguntan cómo hacer que los profesores de matemáticas se apropien e incorporen a sus prácticas pedagógicas los resultados de la investigación en didáctica de las matemáticas. Ellos también se plantean buscar maneras en las que las y los investigadores en didáctica de las matemáticas se pueden beneficiar del rico cuerpo de conocimientos producidos por los profesores en su práctica en el aula y las teorías subjetivas que ellos elaboran y son portadores. Estos conocimientos y teorías quedan por lo general sin ser registradas y muy poco compartidas incluso entre los mismos profesores.

White, Jaworski, Agudelo-Valderrama y Gooya (2013) también se plantean la cuestión de cómo relacionar el conocimiento profesional generado por los profesores de matemáticas y el conocimiento académico producido por las investigadoras en didáctica de las matemáticas. Estos autores proponen que una manera de incrementar la concatenación de estos dos tipos de conocimiento es mediante la cooperación entre profesores, en particular entre profesores de aula y formadores de profesores. En particular, ellos proponen el uso del estudio de la lección y del estudio de la perspectiva del estudiante como mecanismos para lograr esta cooperación. White, Jaworski, Agudelo-Valderrama y Gooya comparten la concepción de la enseñanza como una profesión compleja y exigente que requiere de una mezcla de conocimiento de la asignatura junto a conocimiento teórico y práctico, habilidades y comprensiones. Los profesores pertenecen a comunidades situadas dentro y alrededor del liceo y a un sistema educativo creado por la sociedad y la cultura a la cual ese liceo pertenece. Los profesores construyen sus identidades profesionales dentro de determinados contextos culturales e históricos alineadas con las normas y expectativas prevalecientes (White y otros, 2013).

White, Jaworski, Agudelo-Valderrama y Gooya concluyen que los formadores de profesores tienen mucho que aprender acerca de los factores sistémicos y otros asuntos que influyen sobre lo que sucede en las clases de matemáticas en los liceos y acerca de qué es necesario para poner en práctica el conocimiento basado en la investigación. En lo que respecta a los programas de desarrollo profesional y el aprendizaje profesional del profesor, factores que moldean las prácticas pedagógicas, son influenciados por una mezcla de presiones e iniciativas internacional, nacional y local (White y otros, 2013). En Venezuela, la influencia internacional fue marcada cuando varios programas de formación de profesores de matemáticas fueron puestos en marcha para promover la reforma de la “matemática moderna” en la Educación Media a comienzos de los años setenta del siglo pasado y más tarde para llevar adelante la reforma curricular basada en competencias de la Educación Primaria. La iniciativa nacional más reciente en nuestro país es el proceso de transformación curricular de la Educación Media General. En cuanto a las iniciativas locales tenemos que son más difíciles de documentar.

Para culminar este recorrido panorámico por los diversos manuales de investigación en educación matemática, comentaré dos trabajos sobre la relación entre la teoría y la práctica en la investigación en educación matemática (Malara & Zan, 2002; Cusi & Malara, 2016). Estos trabajos fueron publicados respectivamente en la primera (English L. D., 2002) y tercera ediciones (English & Kirshner, 2016) del *Handbook of International Research in Mathematics Education*. Al igual que en manuales anteriores, en este manual internacional de investigación en educación matemática también es tratada la temática de la relación entre la teoría y la práctica. Malara y Zan (2002) comienzan su discusión en torno a esta temática comentando acerca de la influencia del contexto social e histórico de cada país sobre la constitución de la didáctica de las matemáticas como disciplina. Distinguen tres puntos de vistas diferentes, entre los cuales el tercero es de interés para esta investigación. Según Malara y Zan (2002), desde este punto de vista la didáctica de las matemáticas es concebida como una ciencia aplicada, de diseño o de la práctica que estudia la acción concreta de

la enseñanza. En este caso, la investigación en educación matemática no estaría dirigida hacia un conocimiento abstracto de alguno de los aspectos de la enseñanza sino hacia el cambio de alguno de esos aspectos. Es decir, estaría orientada hacia la innovación en el trabajo práctico en el aula. Resaltan que una manera de diferenciar entre enfoques alternativos en la didáctica de las matemáticas es mirar a los productos de la investigación y su relación con la práctica de los profesores de matemáticas en el aula.

Para Malara y Zan (2002), el proceso de enseñanza es una actividad compleja sobre la que influyen un número de limitaciones impuestas por el contexto, tales como: el número de estudiantes en cada clase, el currículo oficial, las formas de interacción con sus colegas y otros actores de la comunidad del liceo, las políticas educativas y normativas. Dentro de ese contexto, las y los profesores de matemáticas enfrentan situaciones en las cuales deben tomar decisiones. Estas decisiones no solamente incluyen encontrar soluciones a los problemas que surgen en la clase de matemáticas sino también la identificación de dichos problemas (Malara & Zan, 2002). Por lo cual, la enseñanza es vista como un complejo proceso de toma de decisiones donde la formulación y la resolución de problemas juegan un papel importante. Este último punto es muy importante, porque una situación que no es identificada como un problema por la profesora pasará desapercibida.

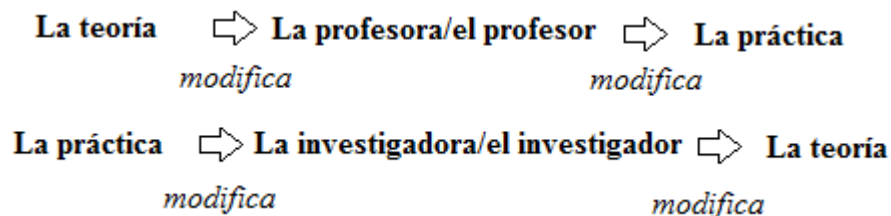
Malara y Zan (2002) argumentan que esa perspectiva de la enseñanza como toma de decisiones lleva a la integración de la investigación sobre las prácticas de enseñanza con la investigación sobre la resolución de problemas. Además, que en esta investigación sobre la enseñanza debe ir más allá de considerar como relevante para la enseñanza los diferentes tipos de conocimientos que le han sido atribuido al profesor. La investigación sobre la enseñanza debe incluir las creencias del profesor, la toma de consciencia y sus emociones, las cuales tienen un impacto significativo sobre sus prácticas de enseñanza.

Una manera tradicional de enfocar el problema de la relación entre la teoría y la práctica en la enseñanza es considerar la práctica del profesor y la teoría de la investigadora. Esta relación estaría influenciada por la manera en la cual sea definida

la práctica misma. En la Figura 1 se muestra la influencia entre la teoría y la práctica tal como es vista por Malara y Zan (2002).

Figura 3

Influencia Mutua entre la Teoría y la Práctica



Fuente: adaptado y traducido de Malara y Zan (2002).

Según Malara y Zan (2002), mediante esta interacción entre investigadores y profesores, se reduciría la brecha entre la teoría y la práctica. En el contexto de formación de profesores, en el contacto con la teoría, el proceso de toma de decisiones de los profesores cambia y por tanto también su práctica en la clase. Por otro lado, en el contacto con la práctica el proceso de toma de decisiones del investigador cambia y por tanto la teoría cambia.

Continuando en la dirección anterior, Cusi y Malara (2016) describen al profesor de matemáticas como un profesional que lleva al aula una visión socio-constructiva y evolutiva de las matemáticas, quien es consciente de su papel y es capaz de observar y controlar su comportamiento al enfrentar contingencias y tomar decisiones en el momento. Estas autoras sostienen que la formación de profesores, tanto inicial como en ejercicio, debe apuntar al desarrollo de las capacidades de estos para la toma de decisiones. Y agregan que para impulsar un cambio en los profesores es necesario estudiar en profundidad a profesores en particular y proveer análisis detallados de sus procesos de enseñanza, compartir con ellos dichos análisis y ayudarlos a desarrollar reflexiones sobre estos (Cusi & Malara, 2016).

Hasta aquí tenemos que la investigación sobre las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas ha ocupado un lugar entre los temas seleccionados como importantes para ser incluidos en los manuales de educación matemática. Lo cual,

como señalé más arriba, significa que esta agenda de investigación, sus métodos, problemas y resultados son considerados como parte del campo de la didáctica de las matemáticas. Aunque todavía ocupe un espacio mucho menor que la investigación sobre el aprendizaje de las matemáticas, el uso de las tecnologías y el currículo.

Después de este breve recorrido por la investigación internacional sobre las prácticas pedagógicas del profesor de matemáticas de la Educación Media recogida en la ciencia de manual o de vademécum, en el sentido de Fleck (1986), paso a considerar la investigación sobre esta temática producida en países de habla hispana publicada en revistas académicas. No contamos actualmente en nuestra región con una ciencia de manual. Las investigaciones realizadas en nuestros países son reportadas principalmente en tesis de licenciatura, en algunos países, y de postgrado (especialización, maestría y doctorado), en artículos publicados en revistas académicas y en ponencias y conferencias recogidas en las memorias de congresos nacionales e internacionales. Entonces, se puede afirmar que contamos con una ciencia de revista siguiendo la clasificación de Fleck. Todo ese conocimiento producido y publicado permanece en su mayoría desorganizado y no ha sido recogido en forma de manual o de libros de texto. Además, las revisiones de la literatura, o estados del arte, de áreas temáticas dentro de la didáctica de las matemáticas son escasas. Por ejemplo, en el caso de la investigación sobre las prácticas de enseñanza de los profesores de matemáticas de Educación Media encontramos solo tres artículos de este tipo de investigaciones (Llinares, 1998; Montes y otros, 2017; Fernández y otros, 2018). Tomando en cuenta estas consideraciones, decidí incluir en esta revisión sólo artículos publicados en revistas académicas. En esta revisión además centro la atención en los referentes o marcos teóricos de las investigaciones y los principales resultados reportados. En cuanto a la metodología, puedo señalar que la mayoría de los trabajos seleccionados son investigaciones de tipo cualitativo, entre ellos predominan los estudios de casos, unos pocos estudios son de tipo cuantitativo y solo uno es de tipo teórico. Las técnicas de investigación más utilizadas son la observación participante, la entrevista y el

análisis de documentos. En muy pocos de estos estudios los datos fueron recogidos en el formato de video grabaciones.

Uno de los artículos sobre las prácticas del profesor de matemáticas en español de mayor impacto, medido por el número de veces que ha sido citado según el indicador de Google Académico, es el artículo teórico de Llinares (2000). En este artículo, Llinares sostiene que para comprender la práctica del profesor de matemáticas es imprescindible establecer qué se entiende por la actividad del profesor, qué aspectos caracterizan esta actividad y elaborar ideas teóricas para su modelización. Llinares usa los términos práctica y actividad como sinónimos. En cuanto a los marcos teóricos, este autor propone la concatenación de una perspectiva cognitiva y el enfoque sociocultural. Basándose en estos enfoques, Llinares concibe la práctica de enseñar matemáticas como una práctica social y ser profesor de matemáticas como la participación en esa práctica social. Además, las prácticas del profesor de matemáticas no son reducidas a la actuación del profesor en el aula (fase interactiva), sino que toma en consideración aquello que el profesor hace antes (fase preactiva) y después de la clase (fase postactiva), y lo que hace en el ámbito del liceo y en la comunidad. Con este esquema son ampliadas las tres fases identificadas por Jackson (1990) en su trabajo clásico sobre la vida en el aula.

En tres artículos complementarios (Gavilán y otros, 2007a; 2007b; García y otros, 2012), Gavilán, García y Llinares reportan aspectos de una investigación en la que desarrollan las ideas teóricas y metodológicas expuestas en Llinares (2000). Específicamente estudian las prácticas pedagógicas de dos profesores al enseñar el concepto de derivada a estudiantes de bachillerato en España. Estudian estas prácticas desde el punto de vista de la construcción del conocimiento de parte de los estudiantes estimulada y apoyada por ellas, es decir, interpretan la práctica del profesor desde la perspectiva del aprendizaje. Estos autores asumen que las acciones de los profesores de matemáticas están determinadas por el conocimiento y las concepciones que ellos tienen tanto del contenido como del proceso de aprendizaje. Por otro lado, piensan que el currículo no es determinante de las prácticas de enseñanza porque encontraron

diferencias significativas entre las prácticas de los dos profesores participantes aunque ambos seguían el mismo currículo. Desde el punto de vista teórico estos autores se basan, desde la perspectiva cognitiva, en la teoría APOE. Estas siglas se corresponden con los términos acciones, procesos, objetos y esquemas. La teoría APOE (mejor conocida por sus siglas en inglés como APOS) fue desarrollada principalmente por Ed Dubinsky en los Estados Unidos. En sus investigaciones, Gavilán, García y Llinares usan como herramienta para analizar las prácticas del profesor la “descomposición genética de un concepto” (Gavilán y otros, 2007a), tomada de la teoría APOE.

Godino, Contreras y Font (2006) se plantean analizar los procesos de instrucción matemática desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico, el cual conciben como un enfoque teórico abarcante dentro del cual se concatenan la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau, la Teoría Antropológica de los Didáctico de Chevalard y otros enfoques teóricos. Se proponen ampliar estos enfoques. A esta propuesta le dan el nombre de Teoría de las Funciones Semióticas. Una de las maneras de ampliar estos enfoques es introducir el concepto de *configuración didáctica*. En la configuración didáctica incluyen las interacciones profesor-alumno en torno a una tarea matemática y el uso de recursos materiales específicos (Godino et al., 2006). Para el estudio de los procesos de instrucción matemática, estos autores desarrollaron una herramienta teórica para el análisis de las clases de matemáticas. Mediante esta herramienta buscan descubrir los significados implementados y los patrones de interacción didáctica e indentificar los conflictos semióticos que se manifiestan durante las interacciones didácticas (Godino et al., 2006). Esa herramienta teórica contempla la modelización de la instrucción matemática mediante procesos estocásticos, en términos de trayectorias muestrales. Otro concepto introducido por estos autores es el de idoneidad de la configuraciones y trayectorias didácticas y distinguen cuatro tipos de idoneidad: epistémica, cognitiva, semiótica, mediacional y emocional.

Godino, Contreras y Font (2006) reconocen al aula como el lugar usual en el que se realizan las actividades de enseñanza y de aprendizaje. Aunque los estudiantes también aprenden fuera del aula. Estas actividades en el aula están sujetas a

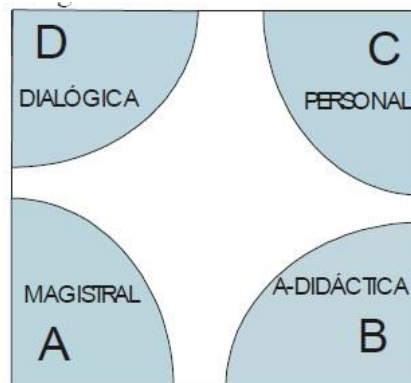
restricciones temporales, es decir, deben realizarse en un tiempo determinado establecido por las autoridades administrativas. En Venezuela, el tiempo semanal que se debe dedicar a la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en el aula está determinado en los planes de estudio oficiales. Godino, Contreras y Font (2006) introducen el concepto de *tiempo didáctico*, el cual conciben como:

un vector cuyas componentes son los valores de las duraciones temporales de las diversas actividades docentes y discentes que tienen lugar en un proceso de estudio. (Godino et al., 2006, p. 48)

Producto de su investigación, Godino, Contreras y Font identifican dos tipos de configuraciones didácticas: (a) teóricas y (b) empíricas. Enumeran cuatro tipos de configuraciones didácticas teóricas: (a1) magistral, (a2) adidáctica, (a3) personal y (a4) dialógica, los cuales representan de la manera que aparece en la Figura 4.

Figura 4

Configuraciones Didácticas Teóricas



Fuente: Godino, Contreras y Font (2006, p. 69)

Las configuraciones didácticas empíricas son representadas como puntos en la región interior del cuadrado en la Figura 4. Estas configuraciones didácticas que ocurren en el contexto del aula pueden estar más próximas y más alejadas de algunas de estas configuraciones didácticas teóricas. Durante el proceso de instrucción matemática las configuraciones didácticas empíricas se ubican en diferentes posiciones

en esta superficie oscilando entre los distintos tipos de configuraciones didácticas teóricas (Godino et al., 2006).

El profesor participante en la investigación reportada por Godino, Contreras y Font (2006) suprimía los momentos de trabajo a-didáctico por parte de sus estudiantes. Estos autores se preguntan: ¿cuáles serían las razones del profesor para suprimir esos momentos de la instrucción matemática? Su mejor explicación es que esto se debe principalmente a que el profesor está presionado por terminar el programa en un tiempo determinado. Esta presión es aun mayor para los profesores españoles del último año de la secundaria, porque sus estudiantes tienen que prepararse para presentar exámenes de admisión a las universidades. Por otro lado, también consideran estos autores que el profesor suprime los momentos de trabajo a-didáctico para reducir la complejidad epistemológica. Tener que atender las respuestas producidas por los estudiantes en clase, evaluarlas y comentarlas en el momento es una tarea complicada y exigente. Además, el profesor está convencido de la efectividad de la enseñanza directa, en la cual el pizarrón juega un papel importante como medio de comunicación con sus estudiantes.

Siguiendo la dirección anterior, Jiménez-Espinosa y Sánchez-Bareño (2018; 2019) se propusieron caracterizar las prácticas docentes a partir de las situaciones a-didácticas, para lo cual realizaron una investigación del tipo investigación-acción. Dicha investigación fue realizada siguiendo los momentos planteados en este tipo de investigación, los cuales son: (a) planeación, (b) acción-ejecución y (c) evaluación. Estos autores parten del supuesto, planteado por Godino (2003), que: “la elección de buenas situaciones problemas es la clave para generar los conocimientos matemáticos pretendidos por el estudiante” (Jiménez-Espinosa & Sánchez-Bareño, 2018, p. 134). Los conceptos de situaciones didácticas y a-didácticas fueron desarrollados en el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TAD) de origen francés. Las situaciones están compuestas de tres elementos esenciales: (a) el profesor, (b) el conocimiento y (c) los estudiantes. La profesora diseña tareas, actividades o prácticas educativas con el propósito de promover en sus estudiantes la apropiación de conceptos y procedimientos

matemáticos por parte de sus estudiantes. Las interacciones entre las estudiantes y el profesor en el aula juegan un papel determinante en ese proceso de apropiación del conocimiento matemático. Se darían en el salón dos formas de relación entre los actores, una en la que la profesora guía la actividad y la otra en la que los estudiantes trabajan de manera independiente con la mínima intervención del profesor. A este segundo tipo de relación es la que se denomina como situación a-didáctica (Jiménez-Espinosa & Sánchez-Bareño, La práctica pedagógica desde las situaciones a-didácticas en matemáticas, 2019). Estos asumen que las prácticas pedagógicas están inmersas en el sistema educativo, no solo están confinadas a lo que sucede en el aula.

Además de la TAD, Jiménez-Espinosa y Sánchez-Bareño (2018, 2019) asumen la caracterización hecha por Porlán (1999; Jiménez-Espinosa & Sánchez-Bareño, 2018) de las tendencias didácticas para estudiar las prácticas pedagógicas en el aula. Según esta caracterización, se pueden identificar cuatro tendencias entre las prácticas de los profesores: (a) tradicional, (b) tecnológica, (c) espontaneista y (d) investigativa. En cuanto a la planeación, Jiménez-Espinosa y Sánchez-Bareño (2018) encontraron que los profesores declararon seguir las recomendaciones curriculares, basadas en los estándares, y la planificación institucional. Además, los profesores introdujeron muy pocas modificaciones a sus planeaciones debido a la poca supervisión, además, algunos de ellos manifestaron que una buena parte de lo necesario para desarrollar sus clases lo encuentran en los textos escolares.

Durante la fase de acción-ejecución, los profesores mostraron carencias en cuanto al conocimiento de fundamentación teórica que sustenta su labor docente. Por lo general, sus prácticas de enseñanza se reducen a la repetición de contenidos de matemáticas, basadas en la ejercitación y en la repetición. Además, los profesores no siempre usan de manera correcta el lenguaje matemático en sus clases.

En cuanto a la evaluación, solo uno de los profesores manifestó que las prácticas de evaluación ofrecen una oportunidad para evaluar sus propias prácticas pedagógicas. Para la mayoría de los profesores los cambios en las normativas de evaluación, las cuales perciben como promotoras del facilismo, afectan considerablemente las

prácticas de evaluación realizadas en el aula. Estos cambios no parecieran afectar sus prácticas de evaluación, las cuales siguen siendo marcadamente tradicionales.

Jiménez-Espinosa y Sánchez-Bareño (2018, 2019) concluyen que al exponer a los profesores a situaciones a-didáctica tanto en la práctica de planificar como a su realización en el aula, ellos reflexionan sobre su práctica pedagógica. La introducción de situaciones a-didácticas mejora la dinámica de las clases, se manifestaron evidencias de motivación y entusiasmo de parte de los estudiantes por aprender. Por otro lado, lleva a los profesores a pensar que la enseñanza de las matemáticas debe ser innovadora, más que la repetición de los contenidos y a tratarlos de manera mecánica. Además, se llega a comprender que es necesario generar desafíos y desequilibrios en los estudiantes para que se produzca el aprendizaje. Estos resultados reportados por Jiménez-Espinosa y Sánchez-Bareño (2018, 2019) contrastan con los obtenidos por Godino, Contreras y Font (2006), quienes encontraron que los profesores españoles evaden el uso de situaciones a-didácticas por razones de tiempo y para disminuir la complejidad de la clase.

Siguiendo bajo la perspectiva del enfoque ontosemiótico, tenemos la investigación de Morales-López y Font (2019) donde una profesora de matemáticas valora la idoneidad de su clase. Se trata de un estudio realizado siguiendo dos protocolos de investigación. Primero, un análisis de experto basado en el enfoque ontosemiótico realizado con la finalidad de determinar las prácticas, los procesos y los objetos matemáticos. Segundo, una valoración de la idoneidad didáctica de la clase. En la clase examinada la profesora enseñaba el tema de los logaritmos. La idoneidad de una clase es valorada con criterios agrupados de varias categorías, tales como idoneidad didáctica, idoneidad epistémica e idoneidad interaccional. La clase con la que se realizó este ejercicio de autovaloración de la idoneidad fue grabada en video y luego analizada por la profesora y los investigadores siguiendo esos indicadores. En la valoración de su práctica pedagógica, la profesora participante en el estudio de Morales-López y Font (2019) recurrió con mayor frecuencia a los indicadores de idoneidad epistémica e interaccional. Si bien la profesora participante logró indentificar un error en la

definición de función logarítmica que presento en su clase, pero hubo otros problemas no detectados por la profesora. Por otro lado, la profesora no percibió dos aspectos determinantes para su prácticas pedagógica en el aula. El primero de estos aspectos fue seguir al pie de la letra las indicaciones y sugerencias hechas en los programas oficiales, en particular el esquema de presentación de un modelo, plantear un problema y aplicar ese modelo para resolverlo. Y, el segundo, que la profesora le sugería a sus estudiantes, sin darles un tiempo para pensar, el método para resolver el problema propuesto. Además, la profesora optó por una clase de tipo magistral en la que se daba muy poco espacio a la argumentación con los alumnos y a la discusión de las soluciones, en particular de los errores cometidos por sus estudiantes (Morales-López & Font, 2019). Estos autores terminan concluyendo que el enfoque ontosemiótico resulta ser tanto una base teórica adecuada para guiar las prácticas pedagógicas en la clase de matemática como una herramienta para la autoevaluación de esas prácticas por parte de los propios profesores. Recomiendan que las actividades de autovaloración sean complementadas con la valoración hechas por colegas, en particular, sugieren como alternativa el uso del estudio de la lección.

En algunos estudios sobre las prácticas pedagógicas se ha puesto especial atención al papel que juegan en estas algunas de las nuevas tecnologías (Torres, 2015; Vaillant et al., 2015; Henríquez et al., 2021). Torres (2015) estudia la manera cómo los profesores de matemáticas piensan sobre las situaciones didácticas y cómo las implementan en el aula, en el contexto de un proyecto de incorporación de las tecnologías de la información a la clase de matemáticas. Este proyecto contemplaba específicamente el uso de un software de geometría dinámica. Torres parte del supuesto que las concepciones que tiene el profesor sobre las ciencias matemáticas y su enseñanza y sus prácticas pedagógicas están estrechamente relacionadas. Entre los principales resultados de esta investigación tenemos que los profesores se apropiaron con facilidad de los elementos básicos de la teoría de las situaciones didácticas, los profesores encontraron ciertas dificultades en la implementación del programa por significar cambios importantes en sus prácticas pedagógicas y, por último, en los liceos

se encuentran una serie de circunstancias que no facilitan la implementación de este tipo de programas. En los liceos considerados no se cuenta con la infraestructura tecnológica adecuada para la generalización de estas prácticas a todos los años, las condiciones laborales en que trabajan los profesores no facilitan tampoco su implementación, en particular el poco tiempo de que disponen los profesores en el liceo que no está dedicado al trabajo en el aula.

Vaillant, Rodríguez y Bernasconi (2015) estudiaron el impacto sobre las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas de un programa nacional de incorporación de computadoras personales a la escuela, denominado Plan Ceibal en Uruguay, bajo el esquema “uno a uno”. Este esquema consiste en la entrega de una computadora a cada estudiante, similar al programa Canaimita en Venezuela. Estos autores no centraron su estudio alrededor de un contenido particular de matemáticas. Vaillant, Rodríguez y Bernasconi (2015) reportan un bajo impacto del uso de estas tecnologías sobre el cambio en las prácticas pedagógicas, el 68% de los profesores participantes señalaron que cambiaron poco o nada sus prácticas de enseñanza. Estos autores afirman que la experiencia de los profesores y el contexto institucional influyen positivamente sobre su apreciación del uso de tecnologías en la enseñanza. Y resaltan el impacto positivo de este proyecto en cuanto a la democratización del acceso a las computadoras por parte de las y los estudiantes.

Henríquez, Ponce, Carrillo, Climent y Espinoza-Vázquez (2021) se propusieron caracterizar el trabajo matemático de un profesor de matemáticas partiendo de las tareas y ejemplos que este propone en el aula. En su investigación centraron la atención en las prácticas del profesor apoyadas en el uso de un programa de geometría dinámica para enseñar el Teorema de Thales. Fundamentan su investigación en el enfoque Espacio de Trabajo Matemático (ETM), en particular destacan el concepto de ETM idóneo, el cual definen como: “el modo en que un contenido matemático desarrollado por un profesor se diseña, adapta y propone para la enseñanza en un lugar y contexto determinados” (Henríquez et al., 2021, p. 127). Estos autores reportan que el profesor participante en su estudio seleccionó ejemplos en los

que privilegiaba las representaciones figurales, al igual que en la verificación de la validez del teorema. Específicamente el profesor presentó el teorema como una consecuencia de la semejanza de triángulos, en cuyo énfasis no favoreció la puesta en juego de diversos procesos cognoscitivos ni la relación con otros contenidos matemáticos. Más bien privilegió el tratamiento algebraico de los problemas y ejemplos y su resolución promoviendo la fluidez en el uso del teorema. Por último, se tiene que el profesor realmente no hizo un uso provechoso de las potencialidades del programa de geometría dinámica y mostro tener dificultades en usarlo.

De estos tres estudios sobre el papel de las tecnologías en las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas en tres diferentes niveles de complejidad, tenemos que la incorporación de estas tecnologías no necesariamente provocan un cambio sustancial en estas prácticas. Si bien los autores repostan algunos beneficios en la introducción de estas tecnologías, nos muestran que esto no es suficiente.

El problema de la justicia social, relacionado con diversas formas de discriminación, ha sido considerado recientemente en el campo de la didáctica de las matemáticas en algunos países de Latinoamérica. En particular, varias investigadoras han examinado la relación entre estas prácticas sociales y las prácticas pedagógicas en las clases de matemáticas. En estas investigaciones se han estudiado específicamente las influencias de prácticas racistas (Valoyes, 2015; 2017; Valoyes-Chávez & Zapata-Ramos, 2021; Valencia-Salas, 2021), de la discriminación de género (Espinoza & Tut, 2016) y en atención a la diversidad (Martínez et al., 2015). La mayoría de estos estudios han sido realizados en Colombia. Según la información disponible en internet, este problema no ha sido investigado por la comunidad de didáctica de las matemáticas en Venezuela. La poca atención prestada a este tema se debe en parte a la percepción generalizada de que en nuestro país funciona una especie de “democracia racial”, es decir, donde se percibe que prácticamente no hay discriminación basada en prejuicios raciales. Esta concepción de la sociedad venezolana como igualitaria ha sido cuestionada desde diferentes perspectivas (Jaimes, 2021; 2022; Quintero, 2003).

Además, por lo general los matemáticos y las profesoras de matemáticas conciben las matemáticas como una meritocracia. Como un campo en el que se destacan los mejores sin distinciones o prejuicios, solo por su habilidad para hacer matemáticas (Crowell, 2021). Desde ese punto de vista no tendría sentido plantearse el problema de la segregación o la discriminación en las clases de matemáticas. Por ejemplo, Campos (2016) realizó una investigación sobre prácticas pedagógicas en una zona marginada de Caracas y no consideró aspectos relacionados con ningún tipo de discriminación. Por el contrario, las investigaciones aquí revisadas, que tocan el asunto de la justicia social, nos invitan a reflexionar sobre el papel que juegan los prejuicios en las prácticas pedagógicas.

Valoyes (2015) investigó, desde la perspectiva de las representaciones sociales, acerca de las posibles influencias de lo que denomina como “identidades raciales de los estudiantes” sobre las expectativas y prácticas de enseñanza del álgebra de un grupo de profesores colombianos. Esta investigadora asume que las prácticas de enseñanza del álgebra pueden ser determinantes del acceso al conocimiento de parte de los estudiantes de sectores históricamente marginalizados. Plantea que en la escuela se encuentra una “cultura de las matemáticas”, la cual se caracteriza como un sistema de prácticas. Además, las ideologías raciales juegan un papel fundamental en la “justificación, explicación y naturalización del fracaso escolar en matemáticas de los estudiantes” (Valoyes, 2015, p. 200). Las ideologías raciales configuran las prácticas, los profesores adaptan sus prácticas de enseñanza a las habilidades percibidas de sus estudiantes. Por tanto, al considerarlos como incapaces de aprender matemáticas, las profesoras se centran en la enseñanza de procedimientos rutinarios, en la memorización de conceptos y procedimientos y en la resolución de ejercicios de baja demanda cognoscitiva. En un estudio posterior, Valoyes-Chávez y Zapata-Ramos (2021) encuentran discrepancias entre las prácticas de enseñanza en el aula y las recomendaciones curriculares oficiales en lo que respecta a la enseñanza de las matemáticas relacionándolas con contextos significativos para sus estudiantes. Estas recomendaciones no son incorporadas a los rituales en la enseñanza de las matemáticas,

en las culturas locales de las matemáticas escolares (Valoyes-Chávez & Zapata-Ramos, 2021). Los resultados de su investigación revelan la presencia de ideologías en la escuela que posicionan a las y los estudiantes negros o afrodescendientes como incapaces de aprender matemáticas. Estas investigadoras concluyen que:

es importante transcender aproximaciones individualistas y esencialistas hacia el análisis de las dinámicas de exclusión y marginalización en la educación matemática para privilegiar el estudio de las estructuras que configuran las prácticas de enseñanza y aprendizaje e la escuela. (Valoyes-Chávez & Zapata-Ramos, 2021, p. 171)

Valencia-Salas (2021), en la misma línea de los dos estudios anteriores, indagó sobre cómo se conforman los sujetos en el liceo y cómo son reproducidas las prácticas racistas expresadas en los procesos pedagógicos que realizan los profesores de matemáticas en sus clases. Esta autora asume que el liceo es una institución que reproduce ideas sobre la superioridad racial y prácticas racistas. Muchas veces se minimiza la importancia de estas ideas y prácticas o incluso son negadas por parte de los profesores de matemáticas en su mayoría mestizos/blancos, lo cual dificulta las indagaciones sobre estas ideas y prácticas (Valencia-Salas, 2021).

Valencia-Salas (2021) identificó tres elementos constitutivos de las prácticas racistas en la clase de matemáticas: la justificación del bajo desempeño de las y los estudiantes afrocolombianos mediante su naturalización, la orientación de estos estudiantes hacia actividades como la danza por considerarlas como las actividades que a ellos les interesan y, por último, la propia estigmatización de las y los estudiantes afrocolombianos como malos estudiantes en matemáticas. Esto último funciona de manera perversa, porque además estos estudiantes no reconocen ni siquiera tener alguna capacidad actual o potencial de aprender matemáticas.

Espinoza y Taut (2016) afirman que existen, en Chile, diferencias significativas de género, favorables a los hombres, en los resultados de las pruebas estandarizadas de matemáticas nacionales e internacionales. Por tanto, se propusieron investigar si en las aulas se manifiestan diferencias de género en las interacciones entre los profesores y

sus estudiantes que afecten el aprendizaje de las matemáticas de diferentes maneras a los estudiantes varones y a las hembras. Espinoza y Taut (2016) sustentan su investigación en una revisión de la literatura sobre el papel del aula en la socialización de género y las interacciones pedagógicas diferenciadas según el género realizadas en varios países. A diferencia de la mayoría de los estudios considerados en esta investigación, el trabajo de investigación realizado por Espinoza y Taut es de tipo cuantitativo.

Espinosa y Taut (2016) encontraron que las profesoras y profesores incluidos en la muestra interactúan menos con las alumnas que con los alumnos y, además, las interacciones con las alumnas son por lo general de menor complejidad cognoscitiva. En particular, reportan que los profesores plantean a las alumnas menos preguntas que requieren de habilidades cognitivas más avanzadas que a los alumnos. Sumado a lo anterior, Espinosa y Taut encontraron que las alumnas participan en menor medida que los alumnos y que los profesores comentan también mucho menos las intervenciones en clase de las alumnas. también el nivel de participación espontánea de las alumnas en las clases es mucho menor que la de los alumnos. Estos patrones de interacción entre los profesores y sus estudiantes se observaron de manera casi invariable entre las profesoras y los profesores, en otras palabras el género del profesor resultó no ser una variable que modifique sustancialmente las prácticas pedagógicas en el aula. Por último, las evidencias recolectadas en su investigación llevan a concluir que existe una concordancia entre las creencias de las y los profesores de matemáticas sobre el género, estereotipos explícitos de género sobre las capacidades para aprender matemáticas, y las prácticas pedagógicas desplegadas en el aula (Espinoza & Tut, 2016). Este resultado contrasta con los reportados en la mayoría de los estudios incluidos en esta revisión, en los cuales se señala, que por lo general, existen discrepancias entre aquello que los docentes profesan y expresan en las entrevistas y lo que realmente hacen en el aula.

Martínez, Mosquera, Ordoñez y Jiménez (2015) se propusieron indagar acerca de la manera en que las profesoras y los profesores responden a la diversidad de sus estudiantes. Estos investigadores centran su atención en los imaginarios que los

profesores construyen sobre la diversidad y las tensiones entre estos y sus prácticas pedagógicas en el aula (Martínez et al., 2015). Estos investigadores reportan que si bien las profesoras participantes son conscientes de la diversidad entre sus estudiantes y de la necesidad de cambiar sus prácticas pedagógicas, sin embargo, las profesoras conservan en buena medida las viejas prácticas no favorables a un ambiente diverso. Además, documentaron, al igual que en otras investigaciones, que hay una discrepancia importante entre aquello que las profesoras describen como prácticas pedagógicas adecuadas y lo que realmente sucede en el aula. Por otro lado, Martínez, Mosquera, Ordoñez y Jiménez (2015) señalan que las investigaciones realizadas sobre las prácticas pedagógicas y sus respuestas ante la diversidad en el aula han tenido muy poco impacto en la realidad del aula, donde se continúan reproduciendo prácticas tradicionales. Por último, estos autores recomiendan la capacitación y actualización permanente de los profesores de matemáticas como una manera de incentivar cambios en esas prácticas para que verdaderamente respondan a las necesidades de un aula diversa.

El tema tratado anteriormente está estrechamente relacionado con el de las prácticas pedagógicas democráticas en la clase de matemáticas. En las clases como las descritas en los párrafos anteriores se realizan precisamente prácticas contrarias a las prácticas propias de una sociedad democrática. Vanegas y Giménez (2021) estudiaron las prácticas democráticas en el aula de matemáticas, las cuales regulan las formas de participación de las y los estudiantes y su interacción con el profesor. En su estudio establecen una relación entre prácticas y normas. Estos autores sitúan la enseñanza de las matemáticas en el contexto más amplio de la educación desde el enfoque del desarrollo de competencias críticas necesarias para funcionar en una sociedad democrática. Y asumen la distinción de cuatro rasgos significativos de una clase democrática hecha por Ellis y Malloy (2007; Vanegas & Giménez, 2021), los cuales son:

- a) un currículo basado en la resolución de problemas;
- b) una cultura de la inclusión y los derechos;

- c) una participación igualitaria en la toma de decisiones; y
- d) la generación de oportunidades y estímulos para que todos aprendan matemática en forma exitosa. (citado en Vanegas y Giménez, 2021, p. 72)

Vanegas y Giménez (2021) invitan a una revalorización del sentido ético de la responsabilidad profesional. Resaltan que es necesario considerar los sistemas de creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje para comprender las prácticas sociales de la educación matemática. Punto en el que coincide con Valoyes (2015) quien hace referencia a las creencias racistas sobre la capacidad de los estudiantes negros para aprender matemáticas.

Vanegas y Giménez (2021) parten del supuesto que el profesor y sus estudiantes conviven en una sociedad democrática. Se refieren a la sociedad española, supuesto que es cuestionable dado que en esa sociedad se registra un alto índice de feminicidios, racismo, censura, rechazo a los inmigrantes africanos y suramericanos, etc. Se trataría de prácticas democráticas entre determinados grupos sociales privilegiados.

Otra vertiente en la investigación sobre las prácticas pedagógicas, también conectada con las dos temáticas tratadas anteriormente, es la enseñanza mediante prácticas no tradicionales de las matemáticas en comunidades de zonas urbanas deprimidas económicamente. Campos (2016) reporta una investigación sobre el cambio en las prácticas pedagógicas de profesores de matemáticas en un liceo ubicado en un sector económicamente deprimido de Caracas. La investigadora realizó una investigación acción participativa e implementó junto con los profesores participantes la enseñanza por proyectos en las clases de matemáticas con alumnos del tercer año de la Educación Media General, específicamente para la enseñanza de un tema de geometría. En esta investigación, Campos (2016) confirma resultados de otras investigaciones, tales como la discrepancia entre lo que los profesores declaran que hacen y lo que realmente hacen en el aula, la influencia de las condiciones materiales objetivas del liceo sobre las prácticas pedagógicas y de las disposiciones de los otros actores en la comunidad educativa, como los administradores y los padres y representantes. Esta autora señala

que la infraestructura de los liceos no es favorable a la enseñanza por proyectos, pero cree que con cambios menores se lograría algún avance que la favorezca.

En el estudio de las prácticas pedagógicas de las matemáticas, ciertos aspectos subjetivos de estas prácticas han sido consideradas por las y los investigadores, tales como: creencias y concepciones de las matemáticas (Jimenez & Gutierrez, 2017), conocimiento profesional (Climent et al., 2021; Zakaryan & Sosa, 2021) y el dominio afectivo (Niño-Blanco et al., 2019). Jiménez y Gutiérrez (2017) examinaron las influencias de las creencias y las concepciones de los profesores, las interacciones en el aula y los modelos didácticos sobre las prácticas pedagógicas en el aula. Estos autores encontraron que entre los profesores predomina un enfoque didáctico tradicional, con algunas leves influencias del constructivismo, debido a las concepciones de las matemáticas y de su enseñanza que ellos sostienen. En sus prácticas incluyen muy pocas acciones que fomenten el desarrollo del pensamiento matemático de sus estudiantes.

El estudio de la influencia de las creencias y las concepciones ha sido considerado junto a otras variables en diversos estudios sobre las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas, en el caso del trabajo de Jiménez y Gutiérrez (2017) este fue el tema central. Estos autores encontraron que en las clases estudiadas predominaba el denominado enfoque tradicional, con algunos rasgos de constructivismo, apoyados en una concepción particular de la enseñanza de las matemáticas como la presentación ordenada de un conjunto de contenidos. Desde este enfoque las actividades de las y los estudiantes en el aula son limitadas y, por lo general, no favorecen el desarrollo del razonamiento matemático (Jimenez & Gutierrez, 2017).

Jiménez y Gutiérrez (2017) comentan que las profesoras participantes elaboran, por lo general, planes de clase en los que incluyen los momentos de introducción, explicación y ejercitación, y en algunos casos incluyeron la evaluación. Pero en el desarrollo de las clases seguían el esquema presentación-explicación. Es decir, que en el aula no dejaban espacio para la discusión con sus estudiantes ni para la validación del trabajo realizado en el aula. Muy pocas veces los profesores solicitaron a sus

estudiantes explicara sus respuestas a las tareas propuestas. Además, cuando realizaban actividades adicionales a las planeadas, estas se reducían a la repetición de la explicación previa y a la realización de más ejercicios. Las tareas propuestas a las y los estudiantes en los diversos momentos de la clase son de poca exigencia cognitiva y están orientadas hacia la ejercitación y la repetición (Jimenez & Gutierrez, 2017).

El segundo aspecto subjetivo, entre los señalados anteriormente, tratado en las investigaciones sobre las prácticas profesionales es el conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Al igual que en el caso de las creencias y las concepciones, este aspecto ha sido considerado como parte de otros asuntos en numerosas investigaciones sobre estas prácticas. Climent, Espinosa-Vásquez, Carillo, Hernández-Rivas y Ponce (2021) estudiaron, desde la perspectiva del Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTKS), una lección sobre el teorema de Thales desarrollada por un profesor de matemáticas chileno. En el análisis de esta lección, los autores identificaron tres núcleos de conocimiento: “1) la relación que el profesor establece entre el teorema de Thales y la semejanza, 2) el énfasis en el registro numérico y 3) sus expectativas de aprendizaje en relación con el teorema” (Climent et al., 2021, p. 118). En cuanto a la enseñanza de este teorema en conexión con la semejanza observaron estos investigadores que el profesor en este punto no sugirió la propuesta curricular oficial que lo relaciona con la homotecia. Sobre el segundo núcleo de conocimiento, estos autores encontraron que aunque el profesor pone en juego representaciones figural y numérica, en su exposición predomina el registro arimético. Siguiendo con su enfoque en la semejanza, el profesor enfatiza la proporcionalidad y el cálculo con fracciones. Y respecto al tercer núcleo de conocimiento, se tiene que en las tareas propuestas se enfatiza el cálculo de un valor desconocido mediante ecuaciones de primer grado y la aplicación del teorema de Tales. En general, el profesor asume un tratamiento algorítmico del tema a enseñar, apuntando a una enseñanza instrumental de las matemáticas. El profesor pone el énfasis en la aplicación del teorema y descuida la enseñanza de la demostración del mismo.

Climent, Espinosa-Vásquez, Carillo, Hernández-Rivas y Ponce (2021) señalan que el conocimiento de la práctica matemática (KPM por sus siglas en inglés) es el subdominio del modelo MTKS menos estudiado. Estos autores se refieren en particular a la demostración entendida como una práctica matemática. A continuación veremos un estudio en el que se combinan ambos modelos.

Zakaryan y Sosa (2021) se propusieron comprender y caracterizar el conocimiento de la práctica matemática. En su estudio se basaron en el modelo MTKS y en el KPM (Zakaryan & Sosa, 2021). Se entiende por KPM,

el conocimiento de cualquier actividad matemática llevada a cabo sistemáticamente que respresenta un pilar de la creación matemática y que conforma una base lógica de la cual se pueden extraer reglas. (Zakaryan & Sosa, 2021, p. 73)

En pocas palabras, la práctica matemática desde esta perspectiva se refiere al hacer matemáticas durante el proceso de enseñanza. Entre estas prácticas se incluyen hacer demostraciones y justificaciones, formular definiciones, hacer deducciones e inducciones, proponer ejemplos y entender el rol de los contraejemplos. En una sección siguiente me referiré otros aspectos de la práctica matemática.

Zakaryan y Sosa (2021) utilizaron un conjunto de indicadores del KPM de una profesora de matemáticas, poniendo énfasis en el uso de símbolos, para caracterizar su conocimiento especializado de las matemáticas y sus prácticas en el aula. Estos autores encontraron discrepancias considerables entre la caracterización de los datos recogidos durante las entrevistas y lo recogido en las observaciones de las clases. Zakaryan y Sosa (2021) atribuyen estas discrepancias a las dificultades encontradas durante el reconocimiento y registro del KPM durante el proceso de enseñanza en el aula. En otras palabras, aspectos del KPM que la profesora mostraba conocer y manejar durante las entrevistas no se manifestaban luego necesariamente en sus clases de matemáticas. Un aobservación similar hicieron (Climent et al., 2021), pero argumentaron que era posible que algunos aspectos del MTKS no se activaran durante la lección observada. Finalmente, Zakaryan y Sosa (2021) resaltan la importancia de estudiar acerca de

dónde y cuándo las y los profesores aprenden acerca de la práctica matemática y sobre cómo las profesoras hacen matemáticas.

En cuanto al factor afectivo, consideramos la investigación de Niño-Blanco, Hernández-Suárez y Bonilla-González (2019) quienes investigaron sobre la interrelación entre el dominio afectivo y las prácticas pedagógicas de profesores de matemáticas que laboran en instituciones educativas públicas. En esa investigación los datos fueron organizados para su análisis en tres dimensiones: creencias, actitudes y procesos matemáticos. Estos autores reportan que los profesores participantes en su estudio realizaron actividades que resultaron atractivas para sus estudiantes, como tareas basadas en situaciones de la vida cotidiana, las cuales incentivaron el interés de los estudiantes por las matemáticas. Comentan que con este tipo de actividades se disminuía considerablemente el énfasis en las tareas hechas en el cuaderno como principal centro del estudio (Niño-Blanco et al., 2019). Las y los profesores mostraron estar conscientes del papel que juegan las emociones en el aprendizaje de las matemáticas, las cuales consideran que deben ser manejadas adecuadamente por los profesores. Estas pueden marcar la diferencia en el aula entre estudiantes que se apropien de los conocimientos presentados y estudiantes, que por falta de motivación, fracasen en el intento. Rescatando así la importancia de la actitud para el aprendizaje (Niño-Blanco et al., 2019).

Además de los factores subjetivos antes señalados, algunos investigadores en didáctica de las matemáticas se han ocupado de estudiar el proceso de toma de decisiones de las profesoras de matemáticas en el aula. Tal es el caso de Garzón Castro (2017) quien centró su investigación en las decisiones que toman los profesores en lo que denomina momentos de enseñanza. En su trabajo, Garzón concatena dos aproximaciones teóricas para elaborar su fundamentación teórica.

Como he comentado anteriormente, la separación entre la teoría y la práctica es tratada en algunas investigaciones sobre la enseñanza, las prácticas pedagógicas y los profesores. Dentro de esta problemática se distingue el problema de la influencia de las diversas teorías sobre las prácticas de enseñanza de los profesores en el aula. Por

ejemplo, Jiménez-Espinosa y Sánchez-Bareño (2019) resaltan el poco impacto que tienen las teorías y propuestas de reforma sobre las prácticas de los profesores de matemáticas en el aula. Para estos autores la práctica pedagógica es una actividad que se realiza más allá de los límites físicos del aula, la dinámica de la clase y la evaluación del aprendizaje. Plantean que la práctica pedagógica es una actividad compleja y resaltan el impacto que sobre ella tienen las características del contexto escolar.

En conclusión, en esta revisión de estudios iberoamericanos sobre las prácticas pedagógicas de profesores de matemáticas tenemos que la mayoría de estos fueron realizados en instituciones educativas colombianas. Muchos de estos estudios tomaron en cuenta un contenido de matemáticas en particular, tales como el teorema de Tales, logaritmos, geometría analítica y medidas de longitud. Los temas más estudiados fueron de geometría seguidos de temas de álgebra. No encontré ninguna investigación sobre prácticas pedagógicas en la que se considerará algún tema de álgebra lineal y su enseñanza en la Educación Media. Si hay investigaciones sobre esta problemática, pero con profesores universitarios, especialmente en facultades de ingeniería. Como señalé más arriba, considero que estas investigaciones en distintos niveles y subsistemas educativos no son necesariamente extrapolables al caso de las profesoras de matemáticas de la Educación Media General y Técnica.

En estas investigaciones han sido estudiados aspectos subjetivos y objetivos de las prácticas pedagógicas. Entre los aspectos subjetivos, el conocimiento de la práctica matemática y el conocimiento profesional del profesor están entre los más estudiados. Otro aspecto considerado es el de las prácticas democráticas y las prácticas discriminadoras en la clase de matemáticas. En estas investigaciones se reconoce que, si bien estas prácticas están afectadas por aspectos subjetivos como las ideologías y las creencias compartidas por las profesoras, en ellas también juegan un papel importante las condiciones sociales e históricas en la que el profesor realiza sus prácticas pedagógicas. También se reconoce el papel de las condiciones materiales e institucionales, tales como el currículo oficial, en la conformación de las prácticas pedagógicas. Se reconoce que, si bien el profesor actúa solo en el aula, por lo general

con muy poca supervisión, está sometido a una serie de tradiciones y regulaciones sociales visibles e invisibles que moldean sus prácticas. Otro resultado relevante es el poco impacto que tienen las teorías sobre el trabajo diario del profesor en el aula, incluyendo las recomendaciones curriculares oficiales. Los enfoques ontosemiótico y espacio de trabajo matemático y el modelo MTKS están entre los referentes teóricos más adoptados en las investigaciones aquí revisadas. Por último, también se reconoce que las condiciones materiales de los liceos y la disponibilidad de instrumentos (computadoras, *video beams*, materiales manipulables, etc.) tienen una influencia considerable sobre las prácticas pedagógicas de las y los profesores de matemáticas.

Prácticas Matemáticas

El contenido matemático a enseñar es el conocimiento central de las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas. Sin embargo, la comunidad de educadores matemáticos reconoce desde hace tiempo la relevancia de las prácticas matemáticas en conjunción con el conocimiento. Desde hace ya varias décadas se reconoce que en el mundo de las matemáticas solo hay un conjunto de matemáticos, el conjunto activo, no existe una persona que sea un matemático pasivo; que incluso las y los estudiantes en una clase de matemáticas son matemáticos activos (Phillips, 2005). Por tanto, la enseñanza de las matemáticas en el liceo no debe centrarse solamente en un contenido matemático determinado, como los temas de álgebra lineal, sino que debe también incluir las prácticas matemáticas. Estas prácticas y su importancia para la educación en matemáticas han sido estudiadas y consideradas tanto en el diseño curricular como en el campo de la filosofía de las ciencias matemáticas. Incluso ha surgido un campo dentro de la filosofía cuyo tema central de estudio es la práctica matemática.

En las propuestas curriculares basadas en estándares, tanto en los Estados Unidos como en países bajo su influencia, son tomadas en cuenta de una forma u otra las prácticas matemáticas. En los lineamientos curriculares denominados *Common Core State Standards Initiative* (CCMSSI), promovida por el Asociación Nacional de

Gobernadores de Estados Unidos, aparecen explícitamente una lista de ocho estándares referidos a prácticas matemáticas a ser desarrolladas en todos los niveles del sistema escolar. Estos estándares son los siguientes:

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas:

1. Dan sentido a los problemas y perseveran en su resolución;
2. Razonan de forma abstracta y cuantitativa;
3. Construyen argumentos viables y critican el razonamiento de otros;
4. Representan a través de las matemáticas;
5. Utilizan las herramientas apropiadas estratégicamente;
6. Ponen atención a la precisión;
7. Reconocen y utilizan estructuras y
8. Reconocen y expresan regularidad en el razonamiento repetitivo. (Council of Chief State School Officers, 2012)

Los estándares de prácticas matemáticas se refieren a habilidades y destrezas que todas y todos los alumnos deben desarrollar a lo largo de su formación durante la edad escolar, incluyendo los años de la educación secundaria. El profesor de matemáticas tiene el encargo social de promover el desarrollo de estas prácticas en sus estudiantes. Por tanto, es de esperarse que el profesor mismo tenga dominio de esas prácticas matemáticas.

La práctica matemática también ha sido objeto de estudio de la filosofía de las matemáticas en tiempos recientes. Incluso ha surgido un campo de estudio independiente denominado la filosofía de la práctica matemática. En 2009, fue creada la *Association for the Philosophy of Mathematical Practice* (APMP), esta asociación organizó su primer congreso internacional en 2010 y hasta la fecha han organizado seis de estos congresos. Este interés por la práctica matemática desde una perspectiva filosófica no ha pasado desapercibido por la comunidad de educadores matemáticos. En 2020, la revista *ZDM: Mathematics Education* publicó un número especial dedicado al papel de la práctica de los matemáticos en la investigación en didáctica de las matemáticas.

La interconexión entre la filosofía de la práctica matemática y la didáctica de las matemáticas ha sido reconocida por varios autores (Van Bendegem, 2018; Hamami & Morris, 2020). Van Bendegem (2018) reconoce la relevancia de la etnomatemática y de la educación matemática (expresión anglosajona usada para referirse a la didáctica de las matemáticas) para los estudios filosóficos de las prácticas matemáticas. Para este autor, la etnomatemática y la didáctica de las matemáticas están estrechamente conectadas, las distintas formas de educación en matemáticas se relacionan con la dimensión diacrónica sobre cómo el conocimiento matemático es situado en el tiempo, mientras que la etnomatemática se relaciona con la dimensión sincrónica sobre cómo el conocimiento se ubica en el espacio (Van Bendegem, 2018). Por otro lado, Van Bendegem (2018) propone un modelo para describir todas las prácticas matemáticas. Una característica esencial de este modelo es su estructura estratificada en tres niveles: micro, meso y macro. El objetivo de esta estratificación es distinguir entre el desarrollo global, los grandes períodos y las transiciones entre ellos, y la vida diaria de un matemático no especificado que se encuentra trabajando en la resolución de un problema matemático particular altamente especializado. En este último nivel, la discusión acerca de las revoluciones tiende a pasar desapercibida y solo se muestra relevante al nivel macro. Mientras que en el nivel intermedio, el nivel meso, es donde los problemas relevantes son propuestos y donde las y los matemáticos encuentran los ingredientes (conceptos, técnicas, etc.) necesarios para resolver un problema matemático determinado (Van Bendegem, 2018). Esta estratificación puede servirnos de alguna utilidad para comprender mejor las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas en el liceo.

Hamami y Morris (2020) presentan un inventario de la investigación filosófica sobre la práctica matemática dirigido a especialistas en didáctica de las ciencias matemáticas. Estos especialistas y los filósofos están preocupados por asuntos que son hasta cierto punto similares. Como por ejemplo, el estudio de las demostraciones formales e informales hechas por los matemáticos es uno de los temas de estudio de los filósofos, las y los educadores matemáticos también se interesan por estos tipo de

demostraciones y los problemas de aprendizaje y de enseñanza a ellas asociados. Dadas estas coincidencias, Hamami y Morris (2020) se plantean cómo estos campos se pueden beneficiar mutuamente. Por lo general, se asume que la didáctica de las ciencias matemáticas es una disciplina que se beneficia de muchas otras disciplinas. Pero, pocas veces se plantea cómo otras disciplinas se pueden beneficiar de los resultados de las investigaciones en didáctica. Hammami y Morris (2020) consideran cómo la filosofía de las matemáticas, en especial el campo de la práctica matemática, puede tomar datos y resultados de la investigación hecha en la didáctica de las matemáticas para enriquecerse. Estos autores resaltan el valor que tienen los datos empíricos acumulados producto de las investigaciones didácticas y el papel que juega la enseñanza en el desarrollo de las ciencias matemáticas. Hammami y Morris (2020) consideran que en particular este último aspecto ha recibido poca atención de parte de las y los filósofos y concluyen que es importante reconocer que la práctica matemática es fundamentalmente una empresa multidisciplinaria y que todos los campos que la estudian se beneficiarían de la interacción, comunicación y colaboración entre ellos.

Otra vertiente de este giro hacia la práctica en la filosofía de las matemáticas es el papel de la práctica matemática, como la realizan los matemáticos profesionales, tanto en la investigación en didáctica de las matemáticas como en la metodología de su enseñanza. El estudio sobre cómo las y los matemáticos practican su disciplina es considerado también como un tema legítimo de la didáctica de las matemáticas (Weber et al., 2020).

En algunas de las investigaciones en español sobre las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas, comentadas más arriba, el KPM (siglas en inglés de Conocimiento de la Práctica Matemática) es tomado en consideración. Éste es tratado desde la perspectiva curricular, siguiendo principalmente la propuesta de los estándares *Common Core*. Mientras que las perspectivas filosófica e histórica no han sido tomadas en cuenta hasta ahora. Esta es una vertiente que debe ser explorada tomando en cuenta la realidad latinoamericana. Tampoco ha sido explorado en nuestro medio la práctica matemática de las y los matemáticos profesionales y su papel en la enseñanza de las

matemáticas. Esto último se podría explicar por la poca vinculación de los matemáticos con los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de esta ciencia y, por el otro, por el estado de la investigación en matemáticas en los países de América Latina. Investigación que pasa desapercibida para las y los profesores de matemáticas de los liceos.

La teoría de la Actividad

Como ya señalé previamente esta indagación acerca de las prácticas pedagógicas en la enseñanza de temas del álgebra lineal en la Educación Media General se basa en la teoría de la actividad como principal referente teórico. En esta sección presento, en la primera parte, una visión general de la teoría de la actividad. En esta parte se muestran diferentes enfoques en esta teoría y algunos de sus desarrollos recientes. En la segunda parte comento algunas investigaciones en el campo de la didáctica de las matemáticas relevantes para el tema de esta indagación en las que se ha asumido la teoría de la actividad. Y en la tercera parte reviso la investigación hecha en Venezuela sobre el aprendizaje de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas realizadas desde la perspectiva de la teoría de la actividad.

Introducción a la Teoría de la Actividad

La teoría de la actividad fue elaborada en la Unión Soviética a mediados de los años treinta del siglo pasado. Esta teoría se fundamenta en aspectos del idealismo alemán y en el materialismo dialéctico. S. L. Rubinstein es reconocido por algunos autores como el fundador de la teoría de la actividad en psicología (Bedny, 2015), mientras que en la literatura occidental es mencionado con más frecuencia A. N. Leontiev, quien fuera colega de S. L. Vigotski, como el iniciador de dicha teoría (Werstch, 1981). La divulgación de la teoría de la actividad en Occidente, en particular en los Estados Unidos, comienza con la publicación, en 1978, de una traducción al inglés del libro de A. N. Leontiev, titulado en español *Actividad, Conciencia y Personalidad*, y en 1981, una colección de artículos sobre esta teoría escritos por varios autores rusos editada y traducida por James V. Wertsch (Werstch, 1981). El interés por

la teoría de la actividad disminuyó considerablemente en parte debido al entusiasmo que ocasionó en occidente la obra del psicólogo soviético L. S. Vigotski (Kaptelinin & Nardi, 2006). En los países de habla hispana, la difusión de la teoría de la actividad ha sido muy limitada, aunque el libro de A. N. Leontiev, antes mencionado, fue publicado en español en 1978 y tres libros de S. L. Rubinstein fueron publicados en este idioma por primera vez en 1963, 1976 y 1978 respectivamente.

Desde sus inicios, la teoría de la actividad se ha caracterizado por su diversidad, en especial por las diferencias entre los enfoques de Rubinstein y de Leóntiev. Desde su aceptación en Occidente, la teoría de la actividad ha sido desarrollada en distintas direcciones, en parte, debido a los contextos en los que ha sido aplicada. Por un lado, tenemos las aplicaciones a la educación y por el otro lado las aplicaciones a la producción. En este último caso se destacan las investigaciones sobre el diseño de interfaces de interacción del ser humano con las computadoras, la ergonomía y la organización de procesos de producción. La evolución de la teoría de la actividad, fuera de Rusia, ha sido caracterizada por algunos autores en términos de generaciones (Klen-Alves, 2021). Escapa de los fines de esta investigación presentar un inventario de todas estas aplicaciones y de la evolución de la teoría de la actividad. En los párrafos que siguen haré una breve mención a algunas de ellas según su relevancia para este trabajo.

Tal como señalé anteriormente, desde sus comienzos la teoría de la actividad se ha desarrollado en diferentes vertientes. En este estudio asumo el enfoque de S. L. Rubinstein, fundador de la teoría de la actividad (Bedny, 2008; Bedny, 2015), y sus desarrollos recientes llevados adelante por Gregory Z. Bedny y sus colaboradores (Bedny & Bedny, 2019).

El término “actividad” en la expresión teoría de la actividad tiene un significado distinto al que se le da a éste en el lenguaje común. Aún más, el término “actividad” en español no es una traducción del todo correcta del sustantivo *dayatel'nost'* (o *deiatelnost*, en ruso). Este término integra los componentes motor y mental de la conducta humana (Bedny, 2015). En la expresión teoría de la actividad, la actividad a la que se refiere no es aquella que usamos en expresiones como “actividad respiratoria”,

“actividad volcánica” o los “los niños están activos”. En este sentido este término se refiere a la actividad de un órgano o de una cosa y a cualquier movimiento de un ser humano. La actividad no es una mera conducta externa, la cual está inexorablemente ligada a los componentes mentales internos de la actividad y la conciencia de las abstracciones de una situación concreta que le permite al individuo anticipar las secuencias de sus situaciones y le provee de revelaciones de los procesos mentales que guían la conducta consciente (Bedny, 2015). La unidad de la conciencia y de la conducta constituye un principio central en la teoría de la actividad. En esta teoría, la actividad se refiere a la actividad de los seres humanos en el sentido siguiente:

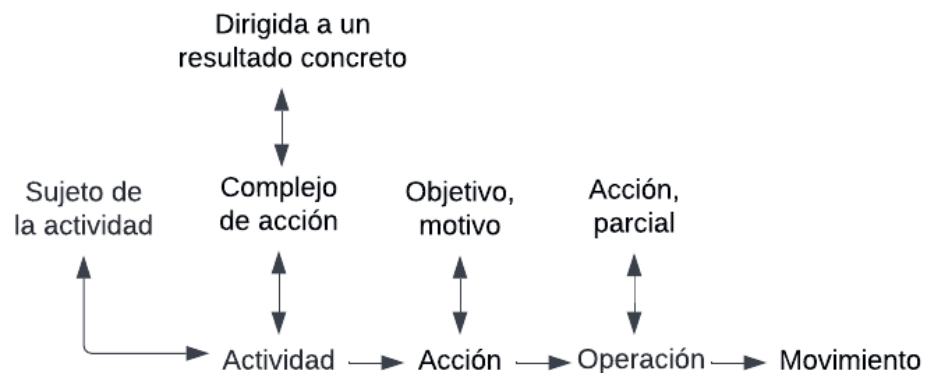
La peculiaridad específica de la actividad humana, consiste en que se trata de una actividad consciente y orientada a un fin. En ella y por medio de ella, el ser humano realiza sus objetivos, objetiva sus proyectos e ideas dentro de la realidad que ha modificado. Al mismo tiempo trasciende a su psique como principio determinante el contenido objetivo de las cosas con las cuales opera o manipula el individuo y el contenido de la vida social en la cual coordina con su actividad. La significación de la actividad consiste también ante todo en que ésta y por ella se establece un lazo activo entre el hombre y el mundo, por medio del cual la existencia representa una unidad real y una misma influencia entre el sujeto y el objeto. (Rubinstein, 1978, pág. 590)

Rubinstein (1963) señala que es necesario distinguir entre actividad y proceso. Sin bien toda actividad es un proceso o incluye varios procesos, no todo proceso es una actividad. Esta última es consciente y está orientada hacia un fin. Como ya fue señalado, la actividad es un concepto que se aplica al ser humano como objeto de ésta. La actividad es el proceso a través del cual el ser humano hace efectiva una determinada actitud con respecto a otros seres humanos, al contexto y frente a aquellos problemas que le son propuestos. En el caso específico del pensamiento, éste es una actividad si tomamos en cuenta los motivos del ser humano, su actitud ante los problemas que resuelve pensando, se hace referencia a la persona que piensa, que tiene un plan. Mientras que el pensamiento como proceso se asume al estudiar ciertos elementos

procedimentales de la actividad del pensar, tales como los procesos de análisis, síntesis y generalización, los cuales son usados por el ser humano como instrumentos para resolver los problemas que se le presentan.

Figura 5

Composición de la Estructura de la Actividad según Rubinstein



Fuente: Traducción y adaptación de esquema elaborado por Shadrikov (2019)

Rubinstein (1983) enfatiza que el pensamiento como proceso es considerado como algo activo pero no como una actividad. Se trataría de una actividad o una acción sólo cuando se ejerza alguna influencia, algún cambio de la realidad. El sentido asignado a esta palabra es de una actividad material, es la práctica. Lo cual no significa que la actividad teórica sea excluida del concepto de actividad.

La actividad del ser humano como sujeto es práctica y teórica. La diferencia entre la actividad práctica y la actividad teórica se basa en el resultado de cada una de ellas. La práctica produce cambios en el mundo material, la teórica produce ideas, conceptos, obras artísticas y científicas. No se trata de actividades totalmente separadas. No existe una actividad teórica totalmente separada de la acción práctica. Como tampoco existe una actividad práctica que no incluya componentes de la actividad psíquica. Como señala Rubinstein (1978), los aspectos de la actividad

humana se determinan por el carácter del producto fundamental que el ser humano crea como resultado del hacer y que constituye la finalidad del mismo.

Uno de los principios fundamentales de la teoría de la actividad de S. L. Rubinstein es el principio del determinismo dialéctico. Según este principio, las causas externas actúan por medio de las condiciones internas. Con la formulación de este principio se marca una clara separación de la concepción determinista mecánica. Según este principio, las causas internas no actúan inmediatamente, sino que son mediadas por las condiciones internas de cada ser humano.

Los fenómenos psíquicos están determinados, dado que los seres humanos se encuentran inmersos en una red de interconexiones entre los fenómenos del mundo material. El estudio de esta determinación es fundamental para comprender cómo esos fenómenos psíquicos pueden ser modificados con determinados fines, en especial, con el fin de desarrollar integralmente al ser humano. Estos fenómenos estarían determinados por condiciones externas y por las características internas del sujeto. En un párrafo anterior hice referencia al principio del determinismo dialéctico según el cual estas características internas sirven de mediadoras ante las causas externas. En cuanto a las determinaciones externas, Rubinstein (1978) distingue entre las circunstancias externas y las condiciones de vida propiamente dichas. Las circunstancias externas son aquellas que constituyen el medio en el cual transcurre la vida del ser humano y en el que realiza su actividad. Mientras que en las condiciones de vida se consideran separadas solo aquellas que se encuentran en determinadas relaciones objetivas en relación con la vida del ser humano, son esas condiciones que realmente condicionan su vida (Rubinstein, 1978). De esta manera, las condiciones de vida no se corresponden con el medio ambiente, estas son el sistema de relaciones reales a las cuales el ser humano se incorpora, se trata del medio social entendido como conjunto de condiciones sociales objetivas dentro de las cuales el ser humano ocupa un lugar determinado. Estas condiciones presentan unas exigencias a los individuos, dentro de ellas se le plantean problemas, las cuales le obligan a definirse por sí mismo. Estas relaciones objetivas en las que se incluye el ser humano definen su actitud

subjetiva hacia lo que le rodea, la cual se manifiesta en tendencias, inclinaciones, etc. Las condiciones de vida determinan los actos de los seres humanos, pero a su vez son modificadas por ellos (Rubinstein, 1978).

Las maneras básicas de actuar que utiliza el ser humano en sus diversas actividades se deben a toda la humanidad. Cada individuo se apropia de ellas por medio de la comunicación con los demás seres humanos, de la enseñanza y de la educación. Estas maneras de actuar elaboradas históricamente y socialmente se suman a las aptitudes naturales del individuo. Estas mismas aptitudes del ser humano se presentan concretamente como un producto de la evolución social. Así, el ser humano es caracterizado como un ser social.

Siendo el ser humano un ser social, tenemos que su potencia tanto espiritual como física, así como el nivel de su actividad dependen en buena medida no sólo de sus características individuales, sino, además, del nivel de desarrollo alcanzado por la humanidad en su proceso de desarrollo histórico y social. Por otro lado, la sociedad en particular en la que realiza sus actividades un determinado ser humano ha alcanzado a su vez un nivel de desarrollo. Se puede decir, que esta sociedad en cierta medida es mediadora del desarrollo alcanzado por la humanidad. No todas las sociedades participan o se han apropiado del desarrollo histórico y social alcanzado por la humanidad.

Lo anterior podría aplicarse al caso de comunidades específicas, tales como la de las y los matemáticos profesionales. El desarrollo alcanzado por un ser humano particular en estas ciencias no depende solo de sus características individuales. Sino que depende, en gran medida, del nivel de desarrollo de las matemáticas alcanzado por la humanidad y la sociedad en la que este se desenvuelve. Resultaría muy difícil a una persona desarrollarse como matemático profesional en una sociedad en la que las matemáticas estén muy poco desarrolladas y en las que se requiera muy poco de ellas. Lo anterior se aplica igualmente a las y los profesores de matemáticas, en el sentido que la enseñanza de las matemáticas estaría en buena medida influenciada por el nivel

del desarrollo histórico y social de las matemáticas de la sociedad en que realizan su labor docente.

Por otro lado, la asimilación de las maneras de actuar social e históricamente elaboradas tiene como resultado que prácticamente todas las personas, salvo quienes sufran de deficiencias agudas de sus capacidades, se encuentran en condiciones de llevar a cabo cualquier actividad humana de entre las que ya realizan todos los seres humanos (Rubinstein, 1963).

El individuo debe dominar los modos de actuar elaborados por la humanidad, estos no le son dados inmediatamente. De sus características personales dependerá la medida en que llegué a dominar tales modos de actuar y la técnica. Igualmente, dependerá de sus cualidades personales el modo de aplicarlos y, aún más allá, los aportes que haga al proceso continuo del desarrollo de la cultura, de la técnica y de la ciencia. Así como crear nuevos modos de actuar aplicables a un ámbito determinado de la actividad humana, de contribuir al fondo cultural común de la humanidad (Rubinstein, 1963).

El ser humano, como ser social, se distingue de otros seres vivientes en que es parte de la humanidad la cual posee una historia y que no evoluciona por la repetición de determinados ciclos. Lo cual se debe a que el ser humano en su actividad, mediante la cual transforma la realidad, se objetiva en sus productos que forman parte de la cultura material y espiritual. Estos productos se transmiten socialmente por diversos medios, incluyendo la enseñanza y la educación, de una generación a otra. A través de esta actividad se entretajan los lazos entre las generaciones, en especial en el liceo las y los estudiantes quienes asimilan en el proceso de estudio conocimientos ya objetivados por las ciencias, es decir, son productos del proceso histórico-social.

Rubinstein distingue tres tipos principales de actividad humana: trabajar, jugar y estudiar. El trabajo es “la forma fundamental históricamente originaria de la actividad humana” (Rubinstein, 1978, pág. 626). En este trabajo de investigación, la actividad de trabajo es la de mayor interés. El trabajo es una actividad consciente y orientada a determinados fines, a la cual el ser humano aspira lograr un resultado, el cual está en

forma de representación para el trabajador antes de actuar y el cual es regulado por la voluntad según con el objetivo consciente (Rubinstein, 1978). En esta caracterización resalta el hecho que el producto de la actividad de trabajo está primero potencialmente en forma de representación en la mente del trabajador. El resultado de la actividad de trabajo es un producto que es considerado como útil o necesario para la sociedad.

El trabajo es considerado, desde la perspectiva de la teoría de la actividad, como el medio de mayor importancia para el desarrollo de la personalidad. El trabajo es “la forma fundamental históricamente originaria de la actividad humana” (Rubinstein, 1978, p. 626). El ser humano no solo transforma la realidad mediante su trabajo para crear un producto, sino que en ese proceso se crea a sí mismo. Rubinstein (1978) afirma que en la actividad de trabajo el ser humano desarrolla sus aptitudes, se forma su carácter, se forman sus principios ideológicos y es transformada su posición ante la actuación práctica.

Desde la perspectiva dialéctica materialista, en la que se fundamenta la teoría de la actividad, el trabajo es caracterizado como una actividad consciente y orientada al logro de determinados fines, la cual aspira a la concreción de un resultado, el cual está previamente dado en forma de representación en la mente del trabajador antes de comenzar a actuar y que es regulada por su voluntad según su objetivo consciente (Rubinstein, 1978).

Para Rubinstein (1978), trabajar significa siempre la resolución de una tarea determinada. Toda la actividad es sometida al logro de un objetivo previamente establecido. Por tanto, la actividad de trabajo requiere de un proyecto y de control para su realización, ésta lleva implícita siempre ciertos deberes y requiere disciplina interna. Estas son características fundamentales de la actividad de trabajo que la distinguen de otros tipos de actividad, como la del juego.

Rubinstein (1978) afirma que: “el fin de la actividad o su objetivo no está implícito en ella misma, sino en su producto” (p. 627). Esta cuestión se hace más compleja debido a la división social del trabajo. En las sociedades complejas, los individuos no pueden producir todos los objetos que necesitan para satisfacer sus

necesidades inmediatas, así el motivo de la actividad no es el producto de ésta, sino más bien de la actividad de otros seres humanos, es decir, es producto de la actividad social. De esta situación surge en la actividad de trabajo la aptitud de los seres humanos sobre la base de un programa amplio, es decir, se trata de una motivación mediata, de largo alcance, diferente de la motivación a corto plazo. En esto último se diferencia precisamente el ser humano de los animales y su actuación se separa de los actos reactivos e impulsivos, los cuales son motivados por situaciones momentáneas.

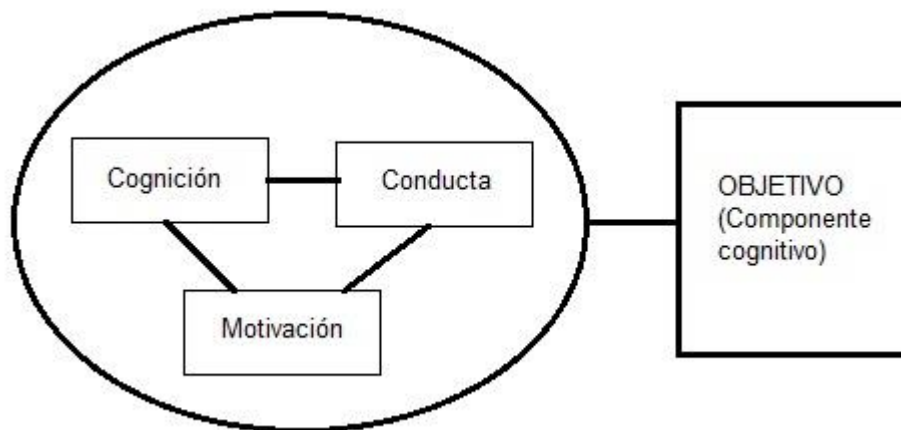
En el trabajo el ser humano se objetiva en sus productos, enriquece y extiende su propia existencia, es creador y formador. Los intereses y los motivos personales están, en cierta medida, vinculados a los intereses sociales. Mientras esto último tengan más influencia, los primeros se transforman radicalmente. Además de los motivos, en el trabajo encontramos los procesos y operaciones mediante las cuales éste es realizado. En todo trabajo participan procesos mentales y movimientos físicos. Todo trabajo requiere el dominio de ciertas técnicas más o menos complicadas. Por tanto, el conocimiento y los hábitos son muy importantes para el trabajo, el cual es imposible realizar sin ellos. En el trabajo, el ser humano se encuentra con situaciones cambiantes en las cuales se presentan contratiempos inesperados, por tanto, éste debe tener iniciativa y capacidad para resolver problemas. Así, se tiene que en todo trabajo hay implícitos procesos intelectuales de variados niveles de complejidad. Por último, en todo trabajo se encuentra la inventiva y la creación (Rubinstein, 1978).

Bedny y Chebkyn (2013) definen la actividad, desde una perspectiva práctica, como un sistema autorregulado que integra componentes cognitivo, conductual y motivacional y que está dirigido hacia el logro de un objetivo consciente de la actividad del sujeto. Esta definición se puede esquematizar tal como se muestra en la Figura 6. En esta definición se destaca que no es la cognición por sí sola la que regula la conducta, la cual también regula a la cognición por medio de la retroalimentación. Desde esta perspectiva, la cognición, la conducta y la motivación influyen unas sobre las otras. También es importante remarcar que los procesos motivacionales y

emocionales interactúan por medio de caminos de pre-alimentación (o ante-alimentación) y retroalimentación.

Figura 6

Esquema Simplificado de la Actividad como un Sistema



Fuente: Adaptación de Bedny y Chebkyn (2013)

En la teoría de la actividad, las acciones son elementos de la tarea que pueden incluir algunos aspectos cognitivos y de resolución de problemas, las acciones tienen que ser distinguidas de las tareas (Bedny & Chebykin, 2013).

Otro asunto relevante en la teoría de la actividad es la relación sujeto-objeto. Desde el punto de vista de Rubinstein, como señalan Bedny y Chebykin (2013), un objeto se convierte en natural solo durante la interacción con un sujeto. La actividad es concebida como un sistema orientado al objeto. Aquí surge otra distinción necesaria, en la teoría de la actividad es necesario distinguir entre objeto de estudio y sujeto de estudio, en la cual hay un solo objeto de estudio y diversos sujetos de estudio. Una misma actividad puede ser descrita desde diversas perspectivas, resaltando sus variados aspectos. Así tenemos que la actividad sirve de objeto de estudio, mientras que diferentes aspectos analizados de la actividad son los sujetos de tal estudio. Además, resaltan Bedny y Chebkyn (2013), que el objeto de estudio tiene que ser distinguido de las unidades de análisis. La actividad es un objeto de estudio, mientras que las unidades

de análisis son los componentes unificados en los cuales el todo es dividido con el propósito de estudiar sus componentes y su integración en un todo dinámico (Bedny & Chebykin, 2013). Bedny, Seglin y Meister (2000) representan con el siguiente esquema los componentes y las unidades de análisis:

Actividad → Tarea → Acción → Operación → Bloque funcional

La actividad y la tarea son consideradas como objetos de análisis porque están compuestas de diversas unidades con estructuras internas complicadas que representan tipos particulares de actividades que están dirigidas hacia el logro de los objetivos finales. Mientras que las acciones, las operaciones y los bloques funcionales emergen como unidades de análisis. Las acciones tienen objetivos conscientes intermedios (Bedny et al., 2000).

La actividad puede ser representada simplificada de forma lineal (Bedny et al., 2000), tal como sigue:

Motivo → Método → Objetivo → Resultado

En la realidad la actividad es mucho más compleja, compuesta de ciclos de retroalimentación y reinicios y repeticiones. Tal como se muestra en la Figura 6

Esquema *Simplificado de la Actividad como un Sistema*, en la actividad están integrados la cognición, la motivación y la conducta, por tanto, ninguno de estos aspectos debe ser considerado por separado. Mantener ambos esquemas en mente es importante para comprender la complejidad de la actividad humana, en especial las relaciones entre los motivos y el objetivo Bedny y Bedny (2019).

La Teoría de la Actividad y la Didáctica de las Ciencias Matemáticas

La teoría de la actividad, en particular la derivada del enfoque histórico cultural de Vigotski, ha tenido influencia en el desarrollo de propuestas de didácticas general y de las ciencias matemáticas en la extinta Unión Soviética, posteriormente en Rusia y en la República Democrática Alemana (Davidov et al., 1987), unificada a finales de los años 80 del siglo pasado con la República Federal Alemana, y en China (Hu & Webb, 2009). El acceso a la literatura sobre estos desarrollos es difícil, en especial por no

contar con traducciones de estos trabajos al español y han tenido una divulgación limitada en los países occidentales. Mientras que la psicología histórico-cultural de Vigotski y el enfoque de la teoría de la actividad desarrollado por Leontiev han sido divulgadas y aceptadas por investigadores occidentales.

Aunque la teoría de la actividad es conocida por la comunidad de educadores matemáticos occidentales, por lo menos desde los años ochenta del siglo pasado (Bauersfeld, 1988; Mellin-Olsen, 1987) y comienzos de los noventa (Bishop, 1991), ésta es una de las teorías menos usadas en la investigación en didáctica de las ciencias matemáticas. En el caso de las investigaciones publicadas en español, el número de artículos basados en el enfoque de las teorías socioculturales es reducido (Planas, 2010), en comparación con otros modelos o teorías. Escapa de los objetivos de esta investigación presentar una relación exhaustiva del papel de la teoría de la actividad en la didáctica de las ciencias matemáticas. Haré referencia primero a algunos autores en particular que han centrado su atención en la actividad y en especial a la influencia de la teoría de la actividad en una corriente de la didáctica de las ciencias matemáticas en Francia.

Una de las primeras propuestas didácticas occidentales que incorporó como uno de sus fundamentos la teoría de la actividad fue elaborada por Mellin-Olsen (1987) en Noruega. El programa de Mellin-Olsen es la politización de la educación en matemáticas. En ese programa incorpora algunas de las ideas educativas del pedagogo brasileño Paulo Freire. Para Mellin-Olsen la actividad es política y social, sostiene que en el contexto de la teoría de la actividad tenemos que mirar a los estudiantes como portadores de ideologías y tomar en cuenta las implicaciones de estas ideologías en la planificación de la enseñanza. Este autor plantea que en la psicología soviética no se consideraba este aspecto y tampoco la posición de Freire sobre la importancia de conceptualizar las restricciones impuestas sobre la actividad que resultan en pasividad, silencio y distorsiones del comportamiento de los estudiantes. Por ejemplo, un grupo de estudiantes para los cuales las matemáticas no tienen ningún significado en sus vidas, por tanto, las rechazarían y no harían ningún esfuerzo por aprenderlas. Hasta

donde tengo conocimiento este enfoque de Mellin-Olsen es muy poco conocido en nuestra comunidad de didáctica de las matemáticas, en parte porque sus trabajos no han sido publicados en español. Pienso que su trabajo tiene elementos de importancia para nosotros.

Bishop (1991) también incorpora la actividad humana a su concepción de la educación en matemáticas como un proceso de inculturación. Aunque este autor no hace referencia a la teoría de la actividad, le asigna a la actividad un papel protagónico en la creación de la cultura matemática. Bishop argumenta que todos los pueblos han creado algún tipo de matemáticas relacionadas con seis actividades básicas que todos ellos llevan a cabo. Las siete actividades identificadas como universales son: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar. Entre las actividades universales que realizan los seres humanos, Bishop no considera el trabajo. Las ideas de este autor pueden ser concatenadas, especialmente por su enfoque antropológico, dentro del programa de investigación de la teoría de la actividad en la didáctica de las ciencias matemáticas, aunque su concepción de la actividad no se corresponda con la manera en que ésta es definida en dicha teoría.

Francia es uno de los países europeos en los que la teoría de la actividad ha tenido mayor aceptación entre miembros de la comunidad de didáctica de las ciencias matemáticas (Vandebrouck, 2018; Artigue & Trouche, 2021; Abboud-Blanchard y otros, 2017). La comunidad francesa de ergonomistas cognitivos, según Vandebrouck (2018), ha expandido las herramientas teóricas y metodológicas proporcionadas por la primera generación de la teoría de la actividad. Una parte de la comunidad de investigadores en didáctica de las ciencias matemáticas en ese país ha continuado este trabajo en su campo. Vandebrouck (2018) señala que las principales características de este desarrollo en la didáctica son: la distinción entre tarea y actividad y la dialéctica entre el sujeto de la actividad y la situación dentro de la cual esta actividad es realizada. Estos investigadores franceses asumen una comprensión individual y cognitiva de la teoría de la actividad en la cual combinan aspectos de las teorías de Piaget y de

Vigotski. En sus investigaciones se han enfocado principalmente en las actividades matemáticas de los estudiantes.

Otros investigadores franceses se han ocupado de estudiar las prácticas del profesor de matemáticas (Chevallard, 1999; Rogalski, 2013). Estas investigaciones se han enfocado principalmente en la actividad del profesor en ambientes con tecnologías disponibles para el profesor y sus estudiantes. Aunque muestran resultados muy interesantes, su aplicación entre nosotros es limitado dado que nuestros profesores de matemáticas laboran en ambientes de baja intensidad tecnológica.

La Teoría de la Actividad en Venezuela

La teoría de la actividad ha pasado prácticamente desapercibida entre los académicos de nuestro país. Son muy escasos los trabajos académicos dedicados a esta teoría o en los que esta ha sido asumida como marco teórico. Podríamos decir que en nuestro país se cumple la afirmación hecha por Engeström y Miettine (1999) que la teoría de la actividad es un secreto muy bien guardado por la academia occidental. Hay unos pocos trabajos en filosofía (Vasquez, 1964), en psicología (Reverand, 2004) y en didáctica de las ciencias matemáticas (Andonegui, 2006; Castillo Vallejo, 2007; Guerra, 2008) de autores venezolanos sobre la teoría de la actividad o en los que esta teoría les sirve de fundamento teórico. Además, no existe ninguna conexión entre estos trabajos tal como lo evidencian sus referencias bibliográficas. En otras, palabras no se puede decir que las y los investigadores venezolanos que han asumido la teoría de la actividad en algunos de sus trabajos de investigación conformen una comunidad en torno a ésta.

El artículo de Vázquez (1964) es el primero publicado en nuestro país, del que tengo noticias, en el que se hace referencia a la actividad como categoría filosófica en el marco de una discusión sobre el trabajo. Si bien Vázquez (1964) no se refiere a la teoría de la actividad tal como fue desarrollada por los psicólogos soviéticos, lo cual se justifica porque ésta era muy poco conocida fuera de la extinta Unión Soviética para ese momento, hace una amplia consideración filosófica sobre la actividad. Cito este

trabajo porque como señala Dakers (2011), para comprender la teoría de la actividad es necesario entender sus bases filosóficas y, además, también es relevante conocer su evolución histórica.

Vásquez (1964) captura los principios esenciales de la teoría de la actividad. Primero, la actividad del ser humano “en el proceso de trabajo no es una actividad ciega sino dirigida por una finalidad que se representa en la mente del trabajador” (Vásquez, 1964, p. 165), “El trabajo es, pues, una actividad encaminada a un fin” (Ibid, p. 166). Segundo, “el trabajo humano es un proceso activo pero que para manifestarse necesita una materia a la cual elaborar” (Vásquez, 1964, p. 167). Tenemos que el ser humano se encuentra con dos tipos de materiales, uno que encuentra directamente en la naturaleza y otro que es el producto de un trabajo anterior. Hasta aquí tenemos dos polos en el proceso de trabajo: la actividad humana y la materia sobre la que actúa el ser humano en su actividad. Tercero, entre esos dos polos antes señalados se interpone el medio de trabajo, en otras palabras, entre el ser humano y el objeto se interpone el instrumento de trabajo por él elaborado. Resalta Vásquez (1964) que “precisamente, lo que caracteriza el proceso de trabajo humano, (...), es esta fabricación de instrumentos” (p. 168). Cuarto, lo que distingue las diversas formaciones económico-sociales es el grado de desarrollo y perfeccionamiento de esos instrumentos. Quinto, “la actividad no sólo transforma el objeto, sino que también transforma al sujeto” (Vásquez, 1964, p. 169). Más detalladamente,

La perfección del *objeto* de la producción es expresión de la perfección del *sujeto* que lo produce. El sujeto productor sólo puede manifestarse a través de su producción. No puede considerarse un sujeto llegando a expresar totalmente sus potencias y facultades fuera de la relación con el producto. Ni tampoco un desarrollo pleno de los productos que deje inmodificado el sujeto que los produce. La relación es, pues, dialéctica; el sujeto modifica o transforma a la naturaleza, y transformando a ésta se transforma a sí mismo. (énfasis en el original) (Vásquez, 1964, pp. 169-170)

Y, por último, “primero es la acción y luego el conocimiento de lo producido y modificado por la acción” (Vásquez, 1964, p. 170). Hasta aquí la caracterización que hace Vásquez (1964) del proceso de trabajo, de la actividad humana, en el contexto de una obra donde este autor presenta sus traducciones de una selección de las obras de Ludwig Feuerbach, desde la perspectiva marxista. De manera sucinta este autor nos adelanta algunos de los principios de la teoría de la actividad. Este trabajo de Vásquez no es citado por ninguno de los autores venezolanos que han considerado en sus investigaciones la teoría de la actividad. Hay dos posibles razones por la que el trabajo del Vásquez no es citado por estos autores. Una por la circulación limitada de dicho trabajo, solo se encuentra en formato impreso. Y la otra, por la idea que predomina entre algunos grupos de investigadores sociales en particular que se debe evitar hacer referencia a trabajos de más de cinco años anteriores a la fecha actual. Ambas cuestiones atentan contra nuestra memoria académica y silencian aquellos trabajos que no son incorporados a las corrientes dominantes.

Reverand (2004) nos presenta una visión panorámica de la teoría de la actividad desde una perspectiva psicológica, en particular de la versión desarrollada en los Estados Unidos. En esta versión se asume como punto de partida básico investigaciones de L. S. Vigotski y de A. N. Leontiev. Nos referimos a este trabajo porque aparece incluido como un capítulo de un libro dedicado a temas de educación matemática (Mora D. , 2004). Se trata, según la información que he podido recolectar hasta ahora, de la primera presentación de la teoría de la actividad desde el punto de vista psicológico para educadores y psicólogos escrita en nuestro país. En su trabajo, Reverand (2004) presenta una reseña histórica de la teoría de la actividad, revisa sus bases filosóficas y muestra algunas perspectivas teóricas que consideró relevantes, y ofrece una reseña de la metodología utilizada por algunos investigadores.

El trabajo de Reverand (2004) tiene algunas limitaciones, entre las que se destacan: su exclusiva fundamentación en autores estadounidenses y europeos occidentales, principalmente Wertsch y Engeström, quienes ofrecen una visión muy particular de la teoría de la actividad, y su confusión de esta teoría con el enfoque

histórico cultural y con la psicología sociocultural. Una consecuencia de la primera limitación, que vale la pena mencionar, es el desconocimiento del trabajo de S. L. Rubinstein, uno de los fundadores de la teoría de la actividad.

El primer trabajo en el campo de la didáctica de las ciencias matemáticas realizado y publicado en nuestro país en el que fue adoptado una versión de la teoría de la actividad, tuvo como objetivo investigar sobre las prácticas educativas en la enseñanza de las matemáticas entre los miembros de una comunidad de docentes de educación primaria (Andonegui, 2006). Andonegui (2006) presenta partes del sustento teórico y del diseño metodológico que usó en una investigación de campo. Para desarrollar este diseño metodológico se apoyó en el modelo triangular de Engeström del sistema de actividad. Si bien Andonegui hace referencia a algunos autores soviéticos asociados al desarrollo de la teoría de la actividad, tales como Davidov, Leontiev y Vigotski, se basa principalmente en la versión de la teoría de la actividad de Engeström.

En otro artículo de didáctica de las ciencias matemáticas, Castillo Vallejo (2007) reporta avances de una indagación teórica, que forma parte de su tesis doctoral, en la que explora las conexiones entre la teoría de la actividad y el desempeño del profesor de matemáticas que incorpora en su enseñanza las tecnologías de la información y la comunicación. Esta autora asume principalmente la versión de la teoría de la actividad desarrollada por A. N. Leontiev. Castillo Vallejo (2007) concluye que, entre muchas otras teorías, la teoría de la actividad, por orientarse hacia la praxis permite guiar la metodología y servir de referente teórico para sustentar el uso de las tecnologías de la información y la comunicación tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de las matemáticas en el liceo. Desde esta perspectiva esas tecnologías son consideradas como mediadores.

Por su parte, Guerra (2008) afirma asumir la teoría de la actividad como parte de sus referentes teóricos en su trabajo sobre aprendizaje cooperativo, utilizando nuevas tecnologías de la información y la comunicación, en un curso de Cálculo III en una facultad de ingeniería en una universidad venezolana. Guerra (2008) se refiere a la

teoría de la actividad como una teoría del aprendizaje, visión muy restringida de dicha teoría. En este trabajo la teoría de la actividad juega un papel prácticamente marginal, y en la bibliografía no aparece ninguna referencia a trabajos sobre la misma.

Un comentario adicional, notamos que las autoras de estos trabajos (Reverand, 2004, Andonegui, 2006, Castillo Vallejo, 2007 y Guerra, 2008) no citan trabajos en español sobre la teoría de la actividad y tampoco hacen referencia entre ellos mismos de los trabajos publicados previamente. Por ejemplo, Guerra (2008) no cita ninguno de los trabajos anteriores hechos por venezolanos sobre la teoría de la actividad. Hemos encontrado este patrón bibliográfico entre publicaciones de autores venezolanos, sobre otros temas que hemos estudiado, donde no se hace referencia a trabajos relevantes hechos en Venezuela o de otros países iberoamericanos. Considero que éste es uno de los aspectos que ha limitado el desarrollo de una comunidad de didáctica de las ciencias matemáticas más fuerte en nuestro país.

De este limitado número de trabajos podemos concluir que la teoría de la actividad ha recibido muy poca atención por parte de las y los académicos venezolanos. Sería interesante indagar a qué se debe esta actitud hacia una teoría que en las últimas décadas ha ido incrementando su presencia en la investigación en educación en general, y en la didáctica de las ciencias matemáticas en particular, así como en muchas otras disciplinas en el ámbito mundial. Por tanto, una de las contribuciones de este trabajo sería divulgar la teoría de la actividad entre la comunidad de investigadores en educación y en didáctica de las ciencias matemáticas en Venezuela.

Reflexiones Finales

Después de haber presentado la revisión de la literatura pertinente para la investigación aquí reportada, me parece oportuno dedicar unas líneas a mis reflexiones hechas durante la realización de dicha revisión. Estas reflexiones se refieren, por un lado, a asuntos relacionados con las condiciones en las que trabajamos los académicos venezolanos y, por el otro, a aspectos internos del contenido de los trabajos de investigación revisados.

Una de las mayores limitaciones que tenemos los profesores venezolanos para realizar investigaciones es la falta de acceso a bases de datos propietarias. Esta situación nos hace depender exclusivamente de los buscadores de acceso libre, tales como Google Académico, donde no necesariamente están incluidos todos los trabajos académicos que pudieran ser relevantes para una determinada investigación. Más grave que el anterior, es no tener acceso a publicaciones periódicas actuales ni impresas ni en formato digital. Los artículos publicados en revistas importantes de didáctica de las ciencias matemáticas no están por lo general disponibles libremente. El acceso temporal a un solo artículo puede tener un costo de entre quince y cuarenta dólares estadounidenses. Esta situación dificulta aún más el acceso al conocimiento de frontera en el campo de la didáctica de las ciencias matemáticas. Afortunadamente, existen algunas bases de datos y repositorios de artículos en español donde las publicaciones están disponibles libremente y cada vez más crece el número de revistas académicas publicadas bajo el formato abierto.

Sumamos a la limitación anterior el costo de los programas (software) y las aplicaciones para el procesamiento de datos cualitativos y cuantitativos. Aunque hay algunas herramientas de análisis de datos en formato libre, algunas muy útiles como R para la investigación cuantitativa, esto no es suficiente para cubrir todas las necesidades de análisis de datos que puedan surgir en una investigación sobre todo de tipo cualitativo. Por ejemplo, la herramienta *EPPI-Reviewer*, diseñada especialmente para la realización de varios tipos de revisiones de la literatura, requiere del pago de una suscripción para su uso.

En cuanto a los aspectos internos de la literatura académica, tenemos que el número de investigaciones publicadas en español sobre problemas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Media venezolana es muy pequeño. Y, sobre algunos temas, la investigación es prácticamente inexistente. Tal es el caso, como ya comenté anteriormente, del uso del pizarrón en la clase de matemáticas o de objetos simbólicos alternativos, tales como el retroproyector o el *video beam*. Tal situación nos coloca en la posición de tener que revisar casi exclusivamente investigaciones, teóricas

y empíricas, hechas en otros países, incluso en algunos de los cuales la realidad escolar es muy diferente a la nuestra.

Capítulo III

Marco Metodológico

Este capítulo está dedicado a la presentación del marco metodológico adoptado en esta investigación. Esta investigación es de tipo cualitativo, específicamente de tipo etnográfico. El método asumido fue el estudio de casos, en particular una versión denominada Método de Caso Extendido (Burawoy, 1991; 1998; 2009). Las técnicas que usé son el análisis de documentos, la observación participante y la entrevista no estructurada. Ese método y estas técnicas están guiadas por una explicación de las ciencias alternativa a la explicación positivista. La explicación aquí adoptada es conocida como ciencia reflexiva (Burawoy, 2009). Como afirma Burawoy (2009), cuando se aplica la ciencia reflexiva a la técnica de la observación participante se obtiene el Método de Caso Extendido. La ciencia reflexiva establece un diálogo entre nosotros y ellos, entre los científicos sociales y las personas que estudiamos, así como entre miembros de la comunidad científica, en este caso particular entre especialistas en didáctica de las matemáticas. Desde la perspectiva de la ciencia reflexiva, la ciencia no es creada desde cero, ésta comienza con el reservorio de teorías académicas existentes por un lado y la teoría folklórica o narrativas autóctonas, también llamadas cotidianas, por el otro. Ambos lados del diálogo entran en interacción en los sitios o lugares reales donde se produce la investigación.

Siguiendo a Burawoy (2009), entendemos por etnografía el escribir acerca del mundo desde la perspectiva de la observación participante, por ciencia entendemos explicaciones falsables, en el sentido de Lakatos, y generalizables de fenómenos empíricos. Burawoy (2009) señala que es necesario distinguir: (a) el método de investigación, el cual es la puesta en escena de las (b) técnicas de investigación empírica para aproximarse mejor a (c) un modelo científico que establece los presupuestos y principios para la producción de la ciencia. Como ya mencioné, el método escogido es el Método de Caso Extendido.

El contenido de este capítulo está distribuido en cuatro secciones. La primera sección está dedicada a una presentación del Método de Caso Extendido. En la segunda

sección expongo la concepción de las prácticas pedagógicas desarrollada en el diálogo entre la literatura existente y la teoría de la actividad. La tercera sección está dedicada a una explicación detallada de recolección y el análisis de los datos. Por último, presentó algunas de las características de los profesores y profesoras participantes en este estudio y de las instituciones en las que ellos laboran.

El Método de Caso Extendido

La investigación cualitativa puede clasificarse en dos categorías principales. En la primera se encuentran aquellas investigaciones del estilo de la teoría fundamentada, en las que el investigador no se plantea un problema de investigación inicialmente ni asume una teoría como guía para sus indagaciones. El problema de investigación y las preguntas correspondientes surgirían de aquello que los actores perciben como problemático en los contextos o situaciones en las que ellos actúan. El o la investigadora se propone la construcción de una teoría la cual emergería inductivamente durante el proceso de análisis de los datos. Se asume de esta manera que las y los investigadores pueden ir al campo como una tabla rasa, totalmente ignorantes de las teorías existentes relevantes para comprender la situación que escudriñarán para extraer de ella preguntas, problemas y teorías.

En la segunda categoría están aquellas investigaciones en las que las y los investigadores seleccionan desde el principio una teoría, la cual consideran como la mejor hasta ese momento o su teoría “favorita”, como la llama Burawoy (2009), para explicar los procesos y las cosas que se proponen estudiar. Se asume dentro de este tipo de investigaciones que no es posible para la o el investigador despojarse completamente de las teorías que ya conoce y, además, que esas teorías influyen sobre lo que este investigador ve o percibe en la realidad que estudia. En el desarrollo de este tipo de investigaciones, los investigadores ponen más en juego el razonamiento deductivo e inductivo. Entre estas investigaciones se encuentra en particular un enfoque que se propone además mejorar la teoría escogida, en caso que el investigador logre identificar anomalías en la práctica que no puedan ser explicadas por dicha teoría. Las investigaciones hechas siguiendo el Método de Caso Extendido se ubican en esta segunda categoría.

El Método de Caso Extendido se fundamenta, como mencioné anteriormente, en una concepción de la ciencia que Burawoy (2009) denomina como ciencia reflexiva. Esta concepción de la ciencia no es postulada por Burawoy como un sustituto de la concepción positivista de la ciencia, sino más bien como una parte de una posición dual, de coexistencia con ella. Este modelo alternativo de la ciencia toma al contexto como su punto de partida y tematiza nuestra presencia en el mundo que estudiamos (Burawoy, 1998). La ciencia reflexiva propone impedimentos a la concepción positiva y postula cuatro principios. Estos principios se derivan de efectos de contexto que se corresponden precisamente con esos impedimentos, estos principios son: intervención, proceso, estructuración y reconstrucción.

El principio de la intervención se refiere a la intervención que hace el investigador en la vida diaria de los participantes durante la realización de su investigación. Desde la perspectiva de la ciencia reflexiva la intervención no solo es una parte inevitable de las ciencias sociales, sino que es una virtud a ser aprovechada. Como señala Burawoy (2009), las intervenciones crean perturbaciones que no son consideradas como ruido a ser eliminado, sino más bien son asumidas como música a ser apreciada. Las intervenciones revelan los secretos ocultos para el investigador del mundo de los participantes. Por ejemplo, el mundo del aula, de la clase de matemáticas, se nos revela en gran medida en las intervenciones que en ella hacemos. De otra manera solo tendríamos un acceso indirecto a la realidad del aula.

El principio de proceso se refiere a que el conocimiento situacional es un conocimiento localizado en el espacio y en el tiempo. Burawoy (2009) resalta que ni el tiempo ni el espacio pueden ser congelados, por tanto, el conocimiento situacional está en un constante flujo. Para los fines de la investigación, la ciencia reflexiva tiene que realizar alguna reducción. Para Burawoy (2009) esta reducción es una agregación, la agregación del conocimiento social en un proceso social. La ciencia reflexiva recolecta múltiples lecturas de un solo caso y las agrega en un proceso social. Se trata de un movimiento de la situación a un proceso social que siempre se apoya en la teoría existente (Burawoy, 2009).

El principio de estructuración tiene que ver con el hecho que el investigador reflexivo insiste en estudiar el mundo desde el punto de vista de su estructuración, considerándolo simultáneamente como influenciado e influyente sobre el campo externo de fuerzas (Burawoy, 2009). Explica este autor que este campo de fuerzas tiene características propias, las cuales operan con sus propios principios de coordinación y contradicción, y con su propia dinámica, en la medida que se impone sobre múltiples localidades. Este campo no puede ser suspendido y está fuera del control del investigador, por tanto, es asumido como el conjunto de condiciones de la existencia de lo local en el cual la investigación ocurre (Burawoy, 2009). Por ejemplo, la Educación Media, los liceos tienen una estructura sobre la que el investigador no tiene ninguna influencia y existen antes de entrar en el campo, tienen que ser asumidas como dadas y ser consideradas como influencias sobre los procesos locales que se dan en el aula. Se trata de fuerzas sociales que ejercen influencias en lo local.

Y, en cuarto lugar, tenemos el principio de reconstrucción, el cual se refiere al problema de la generalización. Desde la perspectiva de la ciencia reflexiva, en lugar de la generalización directa a partir de los datos, se propone un movimiento de generalización en generalización, de una a otra generalización más incluyente (Burawoy, 2009). El investigador, observador participante, comienza con su teoría favorita, tal como afirma Burawoy (2009), buscando refutaciones que inspiren una profundización de dicha teoría, éste elabora sobre la teoría existente. La teoría asumida puede ser una teoría cotidiana de los participantes o una teoría general existente en la literatura especializada. En este punto, Burawoy (2009) hace una observación relevante, el investigador no se preocupa por la singularidad de su caso porque no está interesado en su representatividad, sino en su contribución a la reconstrucción de la teoría. Las reconstrucciones que se buscan desde la perspectiva de la ciencia reflexiva dejan intacto el núcleo de la teoría e intentan absorber las anomalías con parsimonia, ofreciendo nuevos puntos de vista. Las reconstrucciones deberían llevar a predicciones que nos sorprendan, algunas de las cuales serían corroboradas. Para Burawoy (2009) estas demandas son muy exigentes y son alcanzadas raramente, pero deben servir como guía para la reconstrucción progresiva de la teoría.

Por último, Burawoy (2009) señala que el diálogo es el principio unificador de la ciencia reflexiva, diálogo que es guiado principalmente por la teoría. Esta ciencia requiere de la intervención del observador en la vida de los participantes en su estudio; exige un análisis de la interacción entre situaciones sociales, revela procesos locales en una relación de determinación mutua con fuerzas externas y considera a la teoría como emergente no solo del diálogo entre el participante y el observador sino también entre observadores vistos como miembros de una comunidad científica. Las teorías no surgen de la nada desde dentro de los datos, sino que son llevadas adelante por medio del debate y la confrontación intelectual (Burawoy, 2009). Luego, las teorías son insertadas de nuevo en el mundo de los participantes para ser adoptadas, refutadas y extendidas de maneras previstas o no previstas circulando nuevamente al campo de las ciencias. Finalmente, desde la perspectiva de la ciencia reflexiva la ciencia no nos ofrece verdades finales, sino que existen en un estado de continua revisión (Burawoy, 2009).

Para Burawoy (1998) es necesario distinguir entre (a) el método de investigación (el Método de Caso Extendido), el cual es el despliegue de (b) técnicas de investigación empírica (la observación participante y la entrevista) para aproximarse mejor a (c) un modelo científico (reflexivo) que establece unos supuestos y unos principios para producir conocimiento científico. La ciencia reflexiva aplicada a la etnografía, específicamente a la observación participante, produce el Método de Caso Extendido. Con este método se busca extraer lo general de lo único, lo cual nos permite desplazarnos de lo micro a lo macro. Además, nos lleva a conectar el presente con el pasado en anticipación del futuro, siempre construyendo sobre la teoría ya existente (Burawoy, 1998).

La metodología nos proporciona un enlace entre las técnicas y la teoría. Mediante ésta exploramos maneras de utilizar las técnicas para hacer avanzar la teoría. Mientras las técnicas se ocupan de los instrumentos y las estrategias para la recolección de los datos, la metodología se ocupa de la relación recíproca entre los datos y la teoría (Burawoy, 1991).

El Método de Caso Extendido es usado para reconstruir la teoría a partir de los datos recolectados mediante la observación participativa. Este método es una respuesta a dos de las principales críticas que se hacen a la observación participativa. Por un lado, que ésta es incapaz de producir generalizaciones y, por tanto, no podría contribuir a una verdadera ciencia. Y, por el otro lado, que ésta es inherentemente micro y ahistórica, por lo tanto, no es ciencia social. Burawoy (1991) argumenta que, enfocándose en las macro determinaciones de la vida diaria, el Método de Caso Extendido es la forma más apropiada de usar la observación participativa para reconstruir las teorías sobre diversos aspectos sociales. En este trabajo me propongo una tarea mucho más modesta, reconstruir la teoría de la actividad aplicada para comprender mejor las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas de la Educación Media General.

El Método de Caso Extendido adopta el análisis situacional evitando los escollos del relativismo y del universalismo mirando a la situación como influenciada desde arriba en lugar de construida desde abajo (Burawoy, 1991). En este método se acepta que lo micro y lo macro son discretos y que son niveles de la realidad causalmente relacionados. Además, en este método se sostiene que las generalizaciones pueden ser derivadas de la comparación de situaciones sociales específicas. Desde esta perspectiva se constituye la situación social en términos de las fuerzas externas particulares que la moldean. También, el Método de Caso Extendido puede dar origen a generalizaciones a través de la reconstrucción de la teoría (Burawoy, 1991).

El método de caso extendido se caracteriza por sus cuatro extensiones:

(...) la extensión del observador en las vidas de los participantes bajo estudio; la extensión de las observaciones en el tiempo y el espacio; la extensión de micro procesos a macro fuerzas; y, finalmente, y más importante, la extensión de la teoría. Cada extensión incluye un diálogo: entre el participante y el observador, entre eventos sucesivos en el campo, entre lo micro y lo macro, y entre reconstrucciones sucesivas de la teoría. Esto diálogos orbitan uno alrededor de los otros, cada uno en el campo gravitacional de los otros. [Mi traducción] (Burawoy, 2009, p. xv)

Cada una de estas extensiones incluye un diálogo. Recordemos que el diálogo es el principio central de la ciencia reflexiva. Un diálogo entre los participantes y el observador, un diálogo entre eventos sucesivos en el campo, un diálogo entre lo micro y lo macro, y un diálogo entre sucesivas reconstrucciones de la teoría. Estos diálogos orbitan cada uno alrededor de los otros, cada uno en el campo gravitacional de los otros (Burawoy, 1991).

Wadham y Warren (2014), basados en el trabajo de Burawoy (1991, 1998) y Burawoy et al. (2000), distinguieron tres fases en la aplicación del Método de Caso Extendido en la investigación de las organizaciones. Por su parte, Williams (2019) identificó cuatro características del Método de Caso Extendido, las cuales le sirvieron de guía en el desarrollo de su investigación sobre clínicas oftalmológicas en ciertos países asiáticos. Tomando en cuenta esas fases y esas características, elaboré un esquema con cinco fases para la aplicación de este método a la investigación en didáctica de las matemáticas. Estas fases aparecen en la Tabla 1.

Tabla 1

Fases de la Aplicación del Método de Caso Extendido

-
- 1 Identificar una “buena teoría” y un caso (grupo, organización o comunidad) que probablemente confirme y desafíe la teoría, dicha teoría se aplica a priori al caso.
 - 2 Desarrollar una comprensión histórica del caso.
 - 3 Examinar las vidas diarias de las personas dentro del entorno elegido (o varios entornos), entrar en diálogo con esas personas e identificar cualquier anomalía que no encaja en la “buena teoría”.
 - 4 Revisitar el entorno elegido.
 - 5 Reconstruir la teoría para acomodar las anomalías, esto es, refutar la “buena teoría” y generar una teoría mejorada o una nueva teoría.
-

Fuente: Traducción propia de Wadham y Warren (2014, p. 6) y Williams (2019, p. 317)

En la investigación reportada en esta tesis no apliqué cabalmente todas estas fases. En especial la última fase puede resultar la más difícil de aplicar. Sin embargo,

creo que este esquema es un aporte metodológico a la didáctica de las matemáticas. Manteniendo en cuenta que, desde la perspectiva del Método de Caso Extendido, de la ciencia reflexiva, este esquema no se trata de una receta a seguir sino de una guía abierta. En este sentido me apoyo en la metáfora del software abierto en el que muchas personas de manera independiente contribuyen a su desarrollo (Glaser, 2005). Por otro lado, se trata de un esquema que se aplica en espiral, lo cual depende del tiempo con que se cuente para realizar la investigación.

Seleccioné como caso el liceo venezolano, sitio en el que se realiza la enseñanza de las matemáticas de la Educación Media y, en especial, donde los profesores despliegan sus prácticas pedagógicas en la enseñanza de temas del álgebra lineal. Desarrollé una comprensión histórica del caso mediante la revisión de los documentos curriculares oficiales, los textos escolares de Matemáticas y reflexionando sobre mi propia práctica pedagógica en el liceo y sobre el diálogo con colegas profesores de matemáticas. En esta investigación el trabajo de campo fue realizado en varios sitios, tres instituciones educativas de Educación Media. En esos sitios entré en la vida diaria de dos profesores y una profesora mientras enseñaban matemáticas en determinados salones de clase. La cuarta fase, la revisita del campo (sitio o entorno) no la pude realizar por la declaración de la pandemia por la COVID-19 a comienzos de 2020. El diálogo con los participantes se llevó a cabo principalmente fuera de sus lugares de trabajo. La última fase, la reconstrucción de la teoría, es la fase más complicada y exigente para el investigador. Los resultados los muestro en el capítulo dedicado a la presentación de los datos y su análisis.

En las secciones que siguen presentaré más detalles sobre el Método de Caso Extendido en lo que respecta a la aplicación de las técnicas usadas en esta investigación: el análisis de documentos, la observación participativa y la entrevista; y sobre la recolección y el análisis de los datos recogidos mediante estas técnicas. Pero antes presentaré la conceptualización de las prácticas pedagógicas que asumo desde este punto de la investigación, es decir, desde el primer ciclo de la revisión de la literatura.

Conceptualización de las Prácticas Pedagógicas

Tal como he señalado previamente, la concepción de las prácticas pedagógicas adoptada en esta investigación está fundamentada en la teoría de la actividad. También incorporo en esta conceptualización algunos elementos tomados de la investigación sobre las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas y de otras disciplinas.

Entiendo las prácticas pedagógicas como un tipo de actividad humana, tal como ésta es concebida en la teoría de la actividad. En toda actividad entran en juego un conjunto de elementos o componentes. Es oportuno recordar que el término actividad no lo uso aquí en el sentido cotidiano de este término. Ya en un capítulo anterior presenté detalles sobre la teoría de la actividad y el enfoque adoptado en esta investigación.

La práctica pedagógica, entonces, al igual que toda actividad humana es una actividad consciente y está dirigida a un fin, dentro de la vida socialmente organizada. Por medio de esta actividad el profesor de matemáticas logra los objetivos propuestos en el currículo, asumidos como suyos, y objetiva sus proyectos e ideas dentro de la realidad que él puede modificar, la realidad del aula. En la práctica pedagógica no solo se manifiesta la personalidad del profesor de matemáticas, sino que también se forma en ella. Esas prácticas tienen como parte de su contenido el conocimiento matemático, un producto histórico y cultural. El profesor de matemáticas está inmerso en un entramado de relaciones sociales y de una estructura organizativa. Por ejemplo, la relevancia que el profesor le asigne a las matemáticas en las prácticas pedagógicas estaría influenciada por el significado que estas tengan para la sociedad y no solo depende de sus consideraciones individuales. Estas fuerzas macro tienen una influencia dinámica sobre las prácticas al nivel micro. No se trata de una influencia mecánica e inmediata, esta influencia es mediada tanto por cada institución en particular como por la propia condición personal de cada profesor. En otras palabras, una misma fuerza social, una misma política pública, puede expresarse de maneras diferentes en contextos diferentes con personas diferentes.

Con esta conceptualización inicial de las prácticas pedagógicas, basada en teorías existentes, en el diálogo con el método, planifiqué la recolección y el tratamiento de

los datos. La selección de las técnicas fue guiada por la visión reflexiva de la ciencia y el Método de Caso Extendido.

La Recolección y el Tratamiento de los Datos

Este estudio fue realizado en dos etapas. En la primera etapa analicé un conjunto de documentos curriculares con un doble propósito. Primero, realizar un cuadro de alcance y secuencia de los contenidos de álgebra lineal tanto en el currículo oficial como en el currículo potencialmente implementado, tal como está expresado en los textos escolares oficiales de matemáticas. Segundo, identificar en esos documentos curriculares elementos definatorios de las prácticas pedagógicas esperadas de las y los profesores de matemáticas en la Educación Media General. Este trabajo de revisión y análisis de documentos contribuyó a la comprensión histórica del caso. En la segunda etapa observé, durante varios meses, las clases de dos profesores y una profesora de matemáticas de este nivel educativo y los entrevisté cuatro veces a cada uno de ellos. Posteriormente incluí una cuarta profesora que había enseñado matemáticas por muchos años y en sus últimos años como docente activa ocupó el cargo de directora de un liceo. La inclusión de esta cuarta participante se debió a que emergieron temas concernientes con la administración escolar y su influencia en las prácticas pedagógicas.

Spradley (2016) afirma que en el trabajo de campo el investigador hace referencias culturales a partir de tres fuentes principalmente. Las fuentes a las que se refiere este autor son: (a) aquello que los participantes dicen, (b) la manera en que los participantes actúan y (c) aquello que los participantes conocen. De estas fuentes se obtienen datos mediante determinadas técnicas. Complemento este punto de vista con el de Burawoy (2009), para quien la etnografía significa escribir acerca de una determinada realidad desde la perspectiva de la observación participante.

Tres tipos de datos fueron considerados en esta investigación. El corpus de donde se obtuvo el primer conjunto de datos estuvo constituido por los documentos curriculares oficiales de interés para esta investigación. El segundo conjunto de datos está formado por las notas tomadas durante y después de las sesiones de observación en las aulas de cada uno de los profesores participantes. Y el tercer conjunto de datos

lo forman las grabaciones en audio de las entrevistas y las transcripciones selectivas de éstas. Además, escribí un número de memos con reflexiones sobre las observaciones, las entrevistas y la revisión de la bibliografía. Estos memos recogen en cierta forma los diálogos entre la práctica y la teoría, entre los datos y la teoría, y entre los profesores participantes y el observador.

Los Documentos

Seleccioné un conjunto de documentos curriculares que conformaron la materia prima para la primera etapa de la investigación. Los documentos curriculares analizados fueron el currículo oficial (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2017b), el currículo parcialmente implementado expresado en un conjunto de recomendaciones para maestros (Ministerio del Poder Popular para la Educación, MPPE, 2011) y en los textos escolares oficiales de Matemática (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2012a; 2012b; 2013a; 2013b; Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2013c) y un informe oficial sobre la Micromisión “Simón Rodríguez” (López de D'Amico, 2018). Los documentos oficiales analizados fueron todos recuperados de internet en formato PDF. Estos documentos fueron obtenidos directamente de la página web del Ministerio del Poder Popular para la Educación y de otros sitios web.

Seleccioné aquellos documentos curriculares en los que aparecían expuestos los fines de la educación, los contenidos de álgebra lineal y las recomendaciones sobre las maneras en que los profesores deberían arreglar sus prácticas pedagógicas para alcanzarlos. En la primera etapa del análisis fueron seleccionadas aquellas partes de los documentos curriculares cuyo contenido estaba relacionado con el contenido de interés, las prácticas pedagógicas, orientaciones metodológicas e indicaciones acerca de las relaciones entre los diferentes elementos del currículo. Por ejemplo, en los textos escolares oficiales de Matemática seleccioné la presentación dirigida a los profesores y otros actores de la comunidad educativa y las lecciones con contenidos del álgebra lineal.

En la segunda etapa del análisis cada una de las partes seleccionadas fue examinada usando elementos del análisis del discurso de la corriente francesa

(Pecheux, 1978; Orlandi, 2008; 2014). Desde esta perspectiva del análisis del discurso se busca identificar las condiciones de producción del discurso y los posibles efectos de sentido. No se trata, como en el análisis del contenido, de identificar cierto contenido y su frecuencia de aparición y de la comunicación como transmisión de información. En este trabajo específicamente me centré en aquellos aspectos relacionados con la manera en qué los profesores, sus prácticas y los contenidos del álgebra lineal son tratados en esos textos.

Observación Participante

La observación participante, tal como señalé anteriormente, es la técnica principal usada en el Método de Caso Extendido. La observación participante es el estudio de las personas en su propio tiempo y espacio (Burawoy, 1991). En esta investigación, la observación participante la realicé principalmente dentro de las aulas en las que los profesores enseñan. Realicé todas las observaciones durante finales de 2017 y los años 2018 y 2019. Visité otros espacios en las instituciones educativas, con menor frecuencia y duración, tales como: cafetín, Centro Bolivariano de Informática y Telemática (CEBIT) y pasillos. El proceso de observación participante fue desigual tanto en el tiempo como en el espacio, esto es, los niveles de participación no fueron los mismos durante todo el tiempo ni en todos los sitios. Con el profesor Juan no se presentaron oportunidades que permitieran mi participación en sus clases, mi presencia en el aula parecía totalmente desapercibida por los estudiantes. Mientras que con el profesor José se dieron muchas oportunidades de participación en las actividades en el aula. En varias ocasiones el profesor José me involucró en el trabajo de revisión del trabajo escrito por los estudiantes en sus cuadernos para solucionar problemas propuestos en el aula o de tarea. En la clase de la profesora María, al igual que en la clase del profesor Juan, no hubo oportunidades para la participación directa en las clases, sin embargo, los estudiantes y la profesora notaban mi presencia en el aula. La profesora hizo referencia a mi presencia en el aula en varias oportunidades. Además, la profesora María y yo con frecuencia establecíamos un diálogo al terminar las clases sobre asuntos relacionados con las mismas.

Tomé notas de campo durante y después de las observaciones de cada clase. Estas notas constituyeron la principal fuente de datos obtenidos de la observación participante. También elaboré algunos memos con reflexiones hechas después de las observaciones. Muchos de estos memos fueron realizados en diálogo entre lo recogido en la experiencia en la práctica y la revisión de la literatura. Algunos nuevos temas emergieron de este diálogo.

No tenía acceso a una tecnología adecuada para grabar las clases en video. Tampoco contaba con la aprobación de los profesores participantes para grabar sus clases en video. En algunas clases intenté hacer algunos registros de audio, pero los resultados no fueron satisfactorios, la acústica, la capacidad del equipo de grabación y el ruido no permitían obtener grabaciones que tuvieran algún valor.

Tanto las notas de campo como los memos fueron procesados con la ayuda del programa para el análisis de datos cualitativos WeftQDA. Para el análisis de las notas de campo como de los memos me apoyé, al igual que en el análisis de los documentos curriculares, en elementos del análisis del discurso de la escuela francesa y en categorías y conceptos de la teoría de la actividad.

Entrevista Etnográfica

Después de iniciadas unas cuantas observaciones en el campo, comencé a realizar las entrevistas con los profesores participantes. Las sesiones de encuentro para el diálogo con las y los profesores se desarrollaron entre el año 2018 y el año 2021 inclusive. Estas entrevistas fueron registradas de manera escrita y grabadas en audio. La primera de estas entrevistas, principalmente sobre datos personales profesionales y laborales, fue solo registrada en notas y las restantes fueron grabadas primero en registros de audio. Escribí algunas notas durante la realización de las entrevistas que fueron grabadas en audio. Después de oír varias veces las entrevistas, en búsqueda de información relevante, transcribí aquellos fragmentos que consideré importantes y no redundantes. Es decir, las entrevistas grabadas no las transcribí completamente, solo transcribí aquellas partes de las respuestas de las y los participantes que consideré necesarias para continuar el análisis. En algunos casos, debido al modo conversacional

de las entrevistas, había redundancias o comentarios sobre asuntos que no consideré relevantes para los fines de esta investigación.

Previo a la localización de los participantes y, por tanto, a la realización de las entrevistas, había conversado en diversos contextos con profesores de Matemáticas de la Educación Media. Conversaciones en la que tratamos diversos temas, tales como: los textos escolares, su calidad y su uso en la enseñanza; las condiciones laborales como obstáculos al trabajo docente; las oportunidades de desarrollo profesional en didáctica de las matemáticas; las motivaciones y disposición de las y los estudiantes para el estudio de las matemáticas; la disponibilidad de tecnologías para la enseñanza de las matemáticas en el aula y la investigación en didáctica de las matemáticas y su relevancia para las prácticas pedagógicas. Estas conversaciones me colocaron ante el conocimiento práctico objetivado por parte de algunos profesores, lo cual me permitió ir delineando el problema a investigar e incrementar mi comprensión de las prácticas docentes y las condiciones en que son realizadas en la Educación Media. En otras palabras, los diálogos entre el conocimiento académico y el conocimiento práctico, entre el observador y posibles profesores participantes, se iniciaron antes de la realización de esta investigación. Se trata pues de la continuación de un diálogo iniciado hace tiempo.

Las entrevistas no son vistas como un simple estímulo para revelar el estado real de los entrevistados sino como una intervención en sus vidas. La entrevista, como señala Burawoy (2009), extrae a los entrevistados de su propio espacio y tiempo, y los sujeta al espacio y tiempo del entrevistador. Los participantes llegan a las entrevistas con diversas experiencias derivadas de las situaciones en que realizan sus prácticas pedagógicas. En las entrevistas el investigador exige al entrevistado colapsar muchos aspectos de su experiencia en un solo dato. Tal como afirma Burawoy (2009), se produce una doble reducción, primero por la agregación y luego la condensación de la experiencia de los participantes.

Realicé cuatro entrevistas a cada profesor participante. Cada entrevista tuvo una duración de entre 45 y 90 minutos. Los encuentros con las y los profesores para dialogar sobre diversos temas tuvieron lugar en diversos sitios, la mayoría de las veces nos

reunimos fuera de las instituciones educativas donde ellos laboran. Las entrevistas fueron realizadas en los momentos indicados por las y los profesores participantes.

Cada una de las entrevistas se centró en una temática identificada previamente como de importancia para la comprensión de las prácticas pedagógicas. La primera entrevista versó sobre aspectos personales y profesionales de cada profesor participante y sobre aspectos generales de sus actividades en el liceo. La segunda entrevista estaba centrada en asuntos relacionados con la planificación de las clases. En la tercera entrevista se planteaba un diálogo acerca del desarrollo de las clases. Y, en la cuarta entrevista, la temática central fue la evaluación de los aprendizajes en matemáticas como un elemento de las prácticas pedagógicas. Siguiendo las recomendaciones de Spradley (2016) las entrevistas contenían tres tipos de preguntas: descriptivas, estructurantes y contrastantes (ver anexos).

Todas las entrevistas que guiaron el diálogo con los participantes fueron del tipo semi-estructuradas. Desde la perspectiva del Método de Caso Extendido, el diálogo entre los participantes y el observador es un tamiz siempre cambiante para recolectar datos (Burawoy, 2009). Tanto la secuencia de las entrevistas como las preguntas planteadas en cada una de ellas estaban basadas principalmente en la teoría. Sin embargo, incluí nuevas preguntas en las entrevistas según emergieran nuevos temas en el transcurso de las mismas o las incluí en entrevistas posteriores. También, emergieron nuevos temas al analizar las entrevistas realizadas que me llevaron a formular preguntas que no había previsto. En cuanto a la secuencia de las entrevistas seguí en buena medida las indicaciones de Spradley (2016).

Transcribí las entrevistas con la ayuda del programa Listen N Write, un programa libre especialmente diseñado para esta tarea. Cada una de las transcripciones fue guardada en el formato texto simple para su procesamiento con la ayuda del programa para el análisis de datos cualitativos WeftQDA.

En resumen, los datos para esta investigación, tal como he señalado antes, se obtuvieron de diferentes fuentes. Una de estas fuentes son los documentos curriculares oficial y parcialmente implementado. Otros datos fueron obtenidos mediante la observación participantes de las clases de tres profesores de matemáticas de Educación

Media. Durante estas observaciones no fue posible grabar en video ni en audio las clases, por tanto, tomé notas de campo durante la observación y después de las clases. Por último, recogí datos complementarios mediante entrevistas con los profesores participantes cuyas clases observé y con otra profesora que fue incorporada más tarde al estudio y no observé sus clases. En definitiva, los datos analizados en esta investigación fueron todos textos: documentos, notas de campo y transcripciones de las entrevistas. En la sección siguiente presento más detalles sobre la realización de las observaciones y las entrevistas.

El Ingreso a las Instituciones Educativas

Desde la perspectiva de la ciencia reflexiva, en la que se inspira el Método de Caso Extendido, se comienza con un diálogo, virtual o real, entre el observador y los participantes, luego se inserta ese diálogo dentro de un segundo diálogo entre procesos locales y fuerzas extra-locales, las cuales a su vez solo pueden ser comprendidas a través de un tercer y expandido diálogo de la teoría consigo misma (Burawoy, 2009). En esta sección me refiero a esos dos primeros diálogos que se dan entre el observador y los participantes y que luego se inserta en un diálogo entre lo local y lo global.

Previo a la localización de los participantes y de sus lugares de trabajo, ya había comenzado un diálogo, en diversos contextos, con profesores de matemáticas en la Educación Media. Conversamos sobre diversos temas, tales como: los textos escolares, las condiciones laborales, las oportunidades para el desarrollo profesional, las motivaciones o disposiciones de los estudiantes hacia el estudio y la investigación en didácticas de las matemáticas. En estas conversaciones pude ponerme ante el conocimiento artesanal objetivado desplegado por esos profesores. Este conocimiento me permitió ir afinando el problema de investigación, entender su relevancia y mejorar mi comprensión de la labor docente en la Educación Media.

Antes de ingresar a las instituciones en las que laboran los profesores participantes, me reuní con las subdirectoras académicas de dos de esas instituciones, aquellas que están ubicada en la misma ciudad. En el caso de la tercera institución, ubicada en otra ciudad, pude ingresar solo con la invitación del profesor participante. En esas reuniones expliqué detalladamente de qué trataba la investigación y el tiempo

estimado de mi estadía en la institución. Como contraprestación por la colaboración prestada ofrecí un taller para los profesores de matemáticas en cada institución. En el caso de estas dos instituciones también me solicitaron llevar una comunicación escrita explicando el motivo de mis visitas y el tiempo que me tomaría realizar todas ellas. Una vez autorizado a ingresar regularmente a las instituciones procedí a iniciar las observaciones en los salones de clases. Además, realicé un recorrido por las instalaciones de cada una de estas instituciones educativas para conocer su estructura y la distribución de sus espacios.

Uno de los compromisos acordados con los directivos y con los profesores participantes fue que no revelaría la identidad tanto a los profesores participantes como a las instituciones educativas donde realicé las observaciones. En el caso de los profesores participantes hago uso de pseudónimos para referirme a cada uno de ellos. En el caso de las instituciones no menciono sus nombres ni su ubicación precisa.

Las y los Participantes y sus Contextos Laborales

En esta sección describo en detalle la manera en que fueron contactadas las y los cuatro profesores participantes en esta investigación, sus características y las de los contextos laborales en que ellos trabajan. La tarea de encontrar profesores de matemáticas que estuvieran dispuestos a aceptar que un extraño ingresara a observar sus clases no fue fácil. Las y los participantes fueron contactados gracias a la colaboración de varios colegas profesores universitarios y de educación media. Una vez contactadas las y los potenciales participantes pautamos un primer encuentro en los que les expliqué el propósito de la investigación y su metodología. Los tres profesores contactados inicialmente estuvieron de acuerdo en participar en el estudio. La cuarta profesora participante, con quien solo realicé entrevistas, la contacté directamente y fue escogida por sus características profesionales, las cuales detallaré más abajo. La participación fue voluntaria y las y los profesores participantes no recibieron ningún tipo de gratificación por su colaboración. Estas profesoras y profesores gentilmente aceptaron ceder una parte de su valioso tiempo para dedicarlo a las entrevistas, las cuales se realizaron en su mayoría fuera de su horario de labores

en el liceo. Estoy muy agradecido a mis colegas por haberme permitido entrar a sus clases y conversar conmigo sobre su labor profesional.

Las y los participantes

En esta investigación participaron dos profesoras y dos profesores de matemáticas que trabajan en el nivel de Educación Media del Subsistema de Educación Básica. Tres de estos profesores participaron desde el inicio de la investigación. Dos de estos profesores trabajan en escuelas técnicas y uno en un liceo. El currículo del Área de Formación Matemáticas en uso en las escuelas técnicas es el mismo que el usado en los liceos. La cuarta profesora participante fue incorporada a esta investigación posteriormente de las observaciones de las clases, porque surgieron temas relacionados con procesos administrativos en el liceo que ameritaban el concurso de un profesor con experiencia en labores administrativas. Esta profesora además de profesora de matemáticas fue directora de un liceo público durante varios años y al momento de las entrevistas ocupaba un cargo de coordinadora en un liceo privado. En este caso extendí el grupo de participantes ante las evidencias encontradas durante el desarrollo de la investigación en el campo. Las y los profesores participantes son identificados en esta investigación con los seudónimos Juan, José, María y Susana respectivamente.

El profesor Juan egresó de un instituto pedagógico en el centro del país como profesor de especialidad matemáticas, culminó estudios de maestría en enseñanza de las matemáticas y cursa estudios en un doctorado en esta misma área. Comenzó a ejercer la docencia antes de graduarse de profesor. El profesor Juan ha ejercido la docencia desde el año 1992 y ha dado clases de Matemáticas en todos los años de la Educación Media. Este profesor trabaja en una escuela técnica, donde llegó a ocupar los cargos de subdirector académico y administrativo, también fue jefe de sector y coordinador del Programa de Alimentación Escolar. El profesor Juan también enseña Matemáticas a estudiantes de Administración de Empresas en el núcleo de una universidad pública en el estado Aragua.

El profesor José estudió Administración de Empresas en una universidad en el centro del país y muchos años después egresó como Licenciado en Educación del

programa municipalizado de la Universidad Bolivariana de Venezuela. Actualmente realiza estudios de especialización en Educación Matemática en la Universidad Nacional Experimental del Magisterio “Samuel Robinson”. Para el momento de esta investigación el profesor José tenía 33 años trabajando en la docencia, la cual ha ejercido en varios niveles y modalidades: educación primaria, bachillerato en parasistema y regular. También ejerce la docencia en un liceo privado compartiendo su dedicación con la del liceo público. En el liceo privado ha dado clases de Matemáticas y Física en todos los años de la Educación Media y en el liceo público ha dado solo clases de Matemáticas en los tres primeros años de este nivel.

La profesora María se graduó de profesora de la especialidad Matemática en un instituto pedagógico en el centro del país. Ejerce la docencia desde el año escolar 2011-2012. La profesora María ha dado clases en todos los años de la Educación Media, en algunas oportunidades enseñó Dibujo Técnico y Física de tercer año. Hasta el momento de la participación en este estudio la profesora María no había estudiado cursos de postgrado.

La profesora Susana estudió en una universidad pública del centro del país de donde egresó como Licencia en Educación Mención Trabajo Escolar. Ella ejerce la docencia desde 1984, aunque está jubilada de la educación pública continúa trabajando en un liceo privado. La profesora Susana ha enseñado Matemáticas, Dibujo Técnico y Comercio en la Educación Media y Matemáticas, Estadística, Didáctica de las Matemáticas y Geometría a estudiantes de la mención Preescolar de un instituto pedagógico en el estado Aragua. La asignatura que enseñó durante más tiempo fue Comercio y siempre le llamó la atención enseñar matemáticas. Durante los últimos siete últimos años de su labor como profesora en un liceo público ejerció el cargo de directora.

Todas las profesoras y profesores participantes en esta investigación realizaron sus estudios de bachillerato en instituciones educativas públicas ubicadas en el mismo estado en el que han laborado como profesores. Además, todos son egresados de instituciones universitarias públicas, dos de institutos pedagógicos, una de una universidad autónoma y uno de una universidad experimental de reciente creación.

Solo uno de ellos, el profesor José se graduó como Licenciado en Educación muchos años después de haberse iniciado en el ejercicio de la docencia. Dos de los profesores, el profesor José y la profesora Susana, no son egresados de programas de formación de profesores de especialidad o licenciados en educación mención matemáticas. Se formaron como profesores de matemáticas en la práctica profesional, uno principalmente en instituciones educativas privadas y la otra en instituciones educativas públicas. Dos de los profesores participantes han tenido experiencia en cargos administrativos. Todos los profesores participantes tenían diez años o más de experiencia como docentes para el momento en que colaboraron con la realización de esta investigación.

Los Contextos Laborales

Tal como señalé más arriba las y los profesores de matemáticas participantes en esta investigación laboran en tres instituciones educativas públicas de educación media diferentes. Dos de ellos trabajan en escuelas técnicas y uno en un liceo. En la sección dedicada a los contextos, en el capítulo siguiente, describo de manera detallada esas instituciones, principalmente las aulas en las que los profesores participantes realizan sus labores docentes. Dos de estas instituciones, una escuela técnica y un liceo, están ubicadas en una misma ciudad de un estado del centro del país y la otra, una escuela técnica, está ubicada en otra ciudad de ese mismo estado.

Estas dos ciudades se caracterizan por tener unas extensas zonas industriales, en las cuales se encuentran localizadas importantes empresas de alimentos y metalmecánica. También hay en ellas una actividad considerable en el sector del comercio y los servicios, en buena medida ligado a la actividad industrial. En estas ciudades un gran porcentaje de la población trabaja en esas empresas, tanto directamente en el proceso de producción como obreros, técnicos y profesionales, como en las áreas de mantenimiento, administración, gerencia, etc. Ello explica en parte por qué en estas dos ciudades cuentan con escuelas técnicas entre las instituciones educativas públicas de Educación Media más antiguas.

Es oportuno aclarar que en las escuelas técnicas se sigue el currículo de la Educación Media General para las áreas de formación no técnicas. Para el momento de

realizar esta investigación el ministerio con competencia en materia de educación básica no ha aprobado un nuevo currículo oficial para la Educación Media Técnica, solo ha publicado unos planes de estudio para las especialidades técnicas y sus respectivas menciones. Además, los textos escolares de Matemática de la Colección Bicentenario, junto a los textos escolares de otras áreas de formación, fueron distribuidos también en las escuelas técnicas.

Capítulo IV

Integración de Contenidos y Alineación con el Currículo oficial de los Textos Escolares Oficiales

El tema de la integración tomó un nuevo auge en el discurso pedagógico oficial en las últimas dos décadas en Venezuela. Hasta ahora, las discusiones sobre propuestas de currículo integrado se habían mantenido en el ámbito de la educación primaria. En 2004, el Ministerio de Educación y Deportes (2004) publicó un documento sobre el Liceo Bolivariano, en este documento se declara que el currículo de este liceo será integrado. Pero, no ofrece detalles de la composición de dicho currículo. En 2005, con el Currículo Nacional Bolivariano (CNB) fue propuesto por primera vez en nuestro país, por el ministerio con competencia en materia educativa, un currículo integrado para el bachillerato. En el CNB el contenido estaba organizado en Áreas de Aprendizaje, de esta manera fueron eliminadas todas las asignaturas tradicionales. Por ejemplo, la asignatura Matemática quedaba eliminada del currículo del bachillerato y los contenidos de matemáticas seleccionados para este nivel fueron agrupados, junto a contenidos de otras ciencias, en un Área de Aprendizaje denominada *Ser Humano y su Interacción con otros Componentes del Ambiente*. El CNB nunca llegó a convertirse en el currículo oficial, aunque se implantó experimentalmente en un número de liceos públicos. En el currículo oficial aprobado en 2016, *Proceso de Transformación Curricular de la Educación Media* (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2016), los contenidos están organizados en Áreas de Formación, supuestamente como alternativa al currículo basado en asignaturas y bajo el enfoque de currículo integrado. Aunque se trató de una integración a medias, comparado con la propuesta del CNB. En el nuevo currículo oficial, las asignaturas de ciencias (Física, Química, etc.) fueron eliminadas y una selección de sus contenidos fueron agrupados en una sola Área de Formación denominada Ciencias Naturales, tal como se venía denominando desde la educación primaria, y los contenidos de matemáticas quedaron en un Área de Formación separada denominada Matemática. Luego, en 2017, el MPPE realizó

algunos cambios al currículo oficial de 2016. Entre los cambios más relevantes encontramos la eliminación del Área de Formación Ciencias Naturales para los años tercero, cuarto y quinto, y la inclusión en el plan de estudio de las áreas de formación Biología, Ciencias de la Tierra, Física y Química. Al Área de Formación Matemática le cambiaron el nombre a Matemáticas, en plural. En el currículo no se ofrece ninguna explicación de las razones para el cambio del nombre de esta Área de Formación del singular al plural. Sobre este tema volveremos más adelante. A pesar de estos cambios, se mantuvieron los contenidos y orientaciones del currículo anterior, así como el discurso de la integración de los contenidos.

A partir de 2011, el gobierno de la Revolución Bolivariana publicó y distribuyó gratuitamente textos escolares en las escuelas primarias. Estos textos escolares forman parte de la llamada Colección Bicentenario. En 2012 fue publicada la primera edición de los textos escolares de esta colección para la Educación Media General. Para ese año, el currículo oficial de la Educación Media era todavía, para los tres primeros años, el currículo de la Tercera Etapa de la Educación Básica de los años ochenta del siglo XX y, para los dos últimos años, el currículo de articulación de la Educación Media Diversificada y Profesional de los años noventa del siglo pasado. Estos programas se mantenían vigentes oficialmente dado que la propuesta curricular de 2005 nunca fue oficializada. Los textos escolares de la Colección Bicentenario para los cinco años de la Educación Media General no estaban adaptados a los programas oficiales vigentes e incorporaron elementos de esa fallida reforma curricular. El elemento que consideramos más relevante es el enfoque integrador, el cual se revela con mayor claridad en la elaboración de un libro de Ciencias Naturales para cada año del bachillerato donde se agrupan una selección de contenidos de Biología, Física y Química. De esta manera, tenemos que el MPPE en lugar de diseñar un nuevo currículo para la Educación Media, decidió realizar cambios curriculares por medio de la introducción de nuevos textos escolares. No tenemos información sobre ninguna evaluación del efecto real de esta estrategia de cambio curricular en las prácticas de enseñanza en los liceos.

Aún después de la aprobación del nuevo currículo oficial en 2016 y de los cambios introducidos al mismo en 2017, el gobierno ha continuado publicando los textos escolares de la Colección Bicentenario sin mayores modificaciones. Para el año escolar 2019-2020, el Gobierno Bolivariano anunció que invirtió más de 17 millones de euros para la impresión de 30 millones de libros de textos para ser distribuidos gratuitamente (Prensa Presidencial, 2019).

En la Resolución No. 083, del 4 de septiembre de 2015, en su artículo 9 se dicta la prohibición de solicitud de textos escolares en todas las instituciones educativas oficiales de Educación Básica. Esta prohibición solo aplica para aquellas instituciones “cuyos estudiantes reciben los textos de la Colección Bicentenario”. Si suponemos que los estudiantes de todos los liceos públicos reciben estos textos escolares; entonces, a los profesores de Matemáticas, en estos liceos, solo les está permitido solicitar a sus estudiantes el uso de los libros de texto de dicha colección.

Tal como hemos descrito hasta ahora, tenemos un discurso pedagógico en el que predomina el enfoque integrador del currículo, materializado en un nuevo currículo, y una colección de textos escolares para la Educación Media que fueron elaborados varios años antes de la aprobación de dicho currículo. Nos interesa entonces indagar hasta qué punto los libros de textos de Matemática de la Colección Bicentenario realmente incorporan el enfoque integrado, cómo se desarrolla la propuesta integradora en el currículo oficial para la educación media general y el grado de alineación entre ambos documentos curriculares oficiales.

Tradicionalmente el currículo de Matemática para la Educación Media venezolana, el nivel educativo para jóvenes de 11 a 18 años de edad, se ha caracterizado por el predominio de temas de álgebra. Tendencia que se acentuó con la reforma de la “matemática moderna” a comienzos de los años 70 del siglo pasado. A diferencia de otros países latinoamericanos, en la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria en Venezuela tradicionalmente han sido incluidos muy pocos contenidos que preparen para el estudio del cálculo diferencial e integral. En su lugar, se ha puesto énfasis en la enseñanza de temas de álgebra lineal, tales como los vectores, los

polinomios y las matrices, y algunas de sus aplicaciones. Por tanto, como ya señalamos en el Capítulo I, decidimos restringir este estudio a los contenidos de álgebra lineal en los textos escolares de la Colección Bicentenario y en el currículo oficial. Asumimos que, al considerarse un conjunto particular de temas de una determinada área de las ciencias matemáticas, su tratamiento en el currículo tomaría en cuenta la conexión interna entre estos temas y externa con otras ramas de las matemáticas y con otras ciencias, así como con diversos ámbitos de la actividad humana. Lo cual estaría a su vez en sintonía con el enfoque integrador adoptado en el currículo oficial.

En esta parte de la investigación nos planteamos responder las preguntas siguientes: a) ¿Cuál es el grado de integración de los contenidos de álgebra lineal en el currículo oficial y en los textos escolares de la Colección Bicentenario? y b) ¿Cuál es el grado de alineación de los libros de texto de la Colección Bicentenario con el currículo oficial de Matemática para la Educación Media General en lo que respecta a los temas de álgebra lineal?

El contenido de este capítulo está organizado en cinco secciones. En la primera presentamos detalles acerca de currículo oficial de Matemática para la Educación Media, en especial destacamos los contenidos de álgebra lineal que deben ser enseñados en este nivel educativo. En la segunda mostramos los fundamentos, características y contenidos de álgebra lineal en los textos escolares de Matemática de la Colección Bicentenario para la Educación Media General. En la tercera reportamos los resultados del análisis del contenido de los textos escolares de Matemática realizado con la finalidad de evaluar el grado de integración, tanto interna como externa, de los contenidos en dichos textos. En la cuarta presentamos los resultados del estudio comparativo de los textos de Matemática y el currículo oficial de esta Área de Formación para determinar el grado de correspondencia entre ambos. Y, por último, presentamos las contribuciones de esta parte de la investigación para el problema principal planteado en esta tesis.

Integración en el Currículo Oficial

Antes de examinar la integración en el currículo oficial de Matemáticas para la Educación Media General, consideramos oportuno conocer el contexto histórico reciente en el que éste fue diseñado. La Revolución Bolivariana, desde su llegada al poder en 1999, ha dado prioridad entre sus políticas públicas a la educación. Por muchos años ha realizado esas políticas fuera del sistema escolar tradicional, por medio de las denominadas misiones educativas. Así implementó la Misión Robinson I para la alfabetización de adultos, la Misión Robinson II para ofrecer educación primaria a adultos, la Misión Ribas para la educación secundaria, la Misión Ribas Técnica para la educación técnica de adultos que habían culminado la Misión Ribas y la Misión Sucre para extender el acceso a la educación universitaria. También crearon la Misión Alma Mater para la educación universitaria en instituciones universitarias y la Micro Misión Samuel Robinson para la formación de profesores de especialidad para la Educación Media General. El contenido, la metodología de enseñanza y los materiales curriculares (textos escolares y videos) para casi todas estas misiones, fueron elaborados en Cuba. Tenemos así que se han adelantado importantes programas educativos con el objetivo de ampliar la cobertura y el acceso, sin introducir mayores modificaciones en el sistema educativo formal.

Durante los primeros veinte años del siglo XXI, el proceso de transformación del currículo oficial para la educación obligatoria ha sido muy lento. Si bien el Gobierno Bolivariano anunció, a comienzos de este siglo, la creación del Sistema Educativo Bolivariano, con el cual se proponía regresar a la estructura clásica del sistema escolar en educación inicial, educación primaria de seis años y bachillerato de cinco o seis años según la mención, se tardó muchos años en formalizar esos cambios. Las instituciones educativas para estos niveles pasaron a ser denominadas simoncitos, escuelas bolivarianas, liceos bolivarianos y escuelas técnicas robinsonianas y zamoranas¹

¹ El adjetivo “robinsonianas” se refiere al seudónimo Samuel Robinson usado por el maestro venezolano Simón Rodríguez (-) y el de “zamoranas” se refiere a Ezequiel Zamora (-) líder militar del bando liberal en la Guerra Federal.

respectivamente. Sin embargo, en estas instituciones se mantenían prácticamente sin modificaciones formales el currículo oficial, las leyes y reglamentos aprobados por gobiernos anteriores. Fue después de diez años de haber llegado al poder, en 2009, que fue aprobada una nueva Ley Orgánica de Educación, la cual fue elaborada bajo la influencia de las ideas educativas de la Revolución Bolivariana. Mediante esta ley fue reestructurado oficialmente el sistema escolar venezolano tal como se indicó anteriormente, pero sin el uso del adjetivo “bolivariano(a)” en cada una de las denominaciones de los subsistemas, niveles y modalidades. En cuanto al currículo de la Educación Media, tenemos que en 2004 fue aprobado un plan de estudio para las escuelas técnicas, ajustándolo a una reorganización de la Educación Media Técnica, y en 2005 fue presentada una reforma curricular para el Liceo Bolivariano. Hasta ahora no ha sido publicado un nuevo programa de estudio oficial para las asignaturas que se enseñan en las escuelas técnicas robinsonianas y zamoranas. Y la propuesta de reforma curricular de 2005 nunca fue oficializada, incluso el presidente Chávez ordenó paralizar su implementación y someterla a revisión. El ministerio con competencia en materia de educación nunca más comentó sobre esta fallida reforma curricular. Luego, en 2011, el Ministerio del Poder Popular para la Educación propuso una reforma curricular por medio de la introducción de textos escolares para todas las asignaturas de la Educación Primaria y de la Educación Media General. Los textos escolares para este último nivel incorporaron elementos de la reforma curricular de 2005 y no se ajustaban completamente a los programas de estudio oficiales vigentes para el momento, heredados de gobiernos anteriores. Hasta el año 2016 estuvieron vigentes en la Educación Media los programas oficiales de Matemática para los tres últimos años de la Educación Básica de nueve grados aprobados en 1980 y los dos últimos años los programas de articulación de la Educación Media Diversificada y Profesional (EMDP) aprobados en 1991. En 2016, el MPPE presentó el documento *Proceso de Transformación Curricular en la Educación Media*, aprobado oficialmente ese mismo año, mediante el cual fue materializado el primer currículo oficial para este nivel del

sistema educativo en tiempos de la Revolución Bolivariana, después de más de una década en el poder.

Presentamos este análisis del currículo oficial (MPPE, 2016, 2017a) siguiendo el orden en que está organizado el texto del documento *Áreas de Formación en la Educación Media General* (MPPE, 2017a). En este documento es modificada la estructura de las áreas de formación que fue presentada en MPPE (2016). Comenzamos comentando los principios generales del currículo que consideramos relevantes para este estudio. Seguimos con la descripción y análisis de los componentes del currículo. Luego pasamos a considerar los contenidos de Matemática, y de álgebra lineal en particular, propuestos en el currículo. Y, por último, tratamos las orientaciones metodológicas para el Área de Formación Matemática.

Nunca como antes en la historia de la educación venezolana, se le había dado tanta preponderancia al currículo. En el documento oficial publicado por el MPPE en 2016, se declara que: “El currículo es todo” (p. 39). Se especifica en este documento que: “(...) el currículo abarca mucho más que los planes de estudio y los programas de las unidades curriculares (...)” (MPPE, 2016, p. 39). Esta es una definición muy amplia del currículo. En la que, además, se le resta por lo tanto importancia a la pedagogía al englobar todo en el currículo. Se escapa del objetivo de este artículo profundizar en este tema, Continuemos pues con el análisis de los componentes del currículo y del Área de Aprendizaje Matemáticas.

El currículo oficial está conformado por cuatro componentes, los cuales son: (1) Finalidades educativas, (2) Referentes éticos y procesos indispensables, (3) Temas o problemáticas indispensables y (4) Áreas de formación. Tal como se declara en el currículo, “todos los elementos forman parte de los contenidos” (MPPE, 2017a, p. 4). Es decir, que todos los componentes del currículo son asumidos como contenidos, estos no quedan reducidos a los temas seleccionados de las disciplinas que componen cada área de formación. En el currículo oficial son especificados nueve Referentes éticos y procesos indispensables, catorce Temas o problemáticas indispensables y catorce áreas de formación.

Cada Área de Formación está compuesta de un cierto número de unidades de aprendizaje. Cada una de estas unidades de aprendizaje contiene los tres elementos siguientes: (1) Temas generadores, (2) Tejidos temáticos y (3) Referentes teórico-prácticos. A los temas generadores se les atribuye la propiedad de generar “(...) aprendizaje con sentido y pertinencia con respecto a los temas indispensables y a través de las experiencias indispensables planificadas. (...)” (MPPE, 2017a, p. 6). A lo cual se agrega que:

(...) Para que un tema GENERE aprendizaje, motivación, reflexión, asociación con lo previamente aprendido, debe partir de lo conocido, de lo concreto, de los objetos y sus relaciones, sus interconexiones, de sus regularidades en las experiencias de los y las estudiantes, más allá de leyes y teorías preestablecidas como verdades absolutas. (...). (énfasis en el original) (MPPE, 2017a, p. 7)

Los temas generadores servirían de enlace entre los temas indispensables y los referentes teórico-prácticos por medio de un tejido temático particular. Los tejidos temáticos son presentados como referencia para que los profesores elaboren su planificación. Se espera que el profesor seleccione de estos tejidos los aspectos que le permitan familiarizar a los estudiantes con el nuevo contenido e irlo profundizando gradualmente. Los asuntos seleccionados siempre deben estar relacionados con un contexto significativo para los estudiantes según la apreciación del profesor.

Entendiendo pedagógicamente que los y las estudiantes aprenden desde lo concreto, lo conocido, desde su realidad y su regularidad de vida en el contacto con las cosas, se propone siempre que el profesorado planifique el desarrollo de los temas generadores desde ese entorno directo, y que luego propicie espacios específicos de conceptualización, generalización y sistematización de lo aprendido. (MPPE, 2017a, p. 8)

En este párrafo se enfatiza que el conocimiento se forma a partir de lo cotidiano, de lo inmediato conocido. Y se sugiere al profesor que, a partir del entorno directo de los estudiantes, propicie la elaboración de conceptualizaciones, generalizaciones y sistematizaciones. Al examinar la exposición sobre estos asuntos en el currículo,

podemos concluir que se trata de conceptualizaciones, generalizaciones y sistematizaciones empíricas. No encontramos elementos que nos permitan deducir que se propone en el currículo el desarrollo del pensamiento teórico. Lo cual es una característica bastante común en las propuestas curriculares no solo en nuestro país y de larga data. Tal como señala Davidov (1988), el pensamiento empírico es “el más ampliamente representado en la práctica de la escuela tradicional y que ésta cultiva en los alumnos” (p. 5) y, tenemos que: “Para éste es característica una relación cotidiana, utilitaria hacia las cosas y por ello es ajeno a la valoración y comprensión teóricas de la realidad” (p. 5). Sobre este asunto volveremos más adelante.

Por otra parte, tenemos que la redacción los tejidos temáticos no es uniforme. Algunos son redactados en términos de acciones, como por ejemplo en la Unidad de Aprendizaje (UA) 1 del Primer Año tenemos: “Aplicación de la estadística en diversas áreas” (MPPE, 2017a, p. 144). Mientras que otros se refieren a un contenido, por ejemplo, en la UA 2 del Tercer Año: “Proporciones en la naturaleza” (MPPE, 2017a, p. 147). Además, tenemos que unos tejidos temáticos, como el anterior, se refieren a un contenido matemático con una conexión externa a la matemática, otros tratan sobre contenidos no matemáticos como la UA 4 del Quinto Año: “Satélites Simón Bolívar y Miranda en la democratización y soberanía tecnológica y comunicacional” (MPPE, 2017a p. 150); y aún otros se refieren a un contenido estrictamente matemático, como la UA 5 del Cuarto Año: “Sistemas de coordenadas en el plano y en el espacio” (MPPE, 2017a p. 149).

En lo que respecta al tema de la integración del currículo encontramos que es considerado uno de los aspectos de ésta identificados por Ernest (1984). Se trata de la integración metodológica y organizativa, en sus especificaciones relacionadas con el trabajo conjunto de los profesores. En el currículo oficial es planteado de la manera siguiente:

Se presentan todas las áreas de formación en un mismo documento, de tal forma que los y las docentes se apoyen en los temas generadores, tejidos temáticos y referentes teórico-prácticos de distintas áreas para la planificación de sus

actividades. De allí la importancia de la conformación de colectivos pedagógicos de investigación, estudio y planificación para desarrollar las áreas con una visión integral e integrada de los aprendizajes.

En este sentido, la sistematización que realicen los equipos docentes en las unidades de aprendizaje permitirá ir redimensionando los temas generadores, tejidos temáticos y referentes teórico-prácticos, conforme a los contextos, sujetos, necesidades y proyectos que se integran y articulan en los procesos didácticos y pedagógicos en la escuela, el circuito educativo y con las comunidades. (MPPE, 2017a, p. 3)

Sin embargo, a lo largo del currículo no se hacen explícitas estrategias, métodos, etc. que hagan viable esta declaración. Tenemos en cuenta que los profesores de especialidad que actualmente enseñan en nuestra Educación Media General fueron formados en su mayoría con una sola especialidad y algunos con dos especialidades. Por tanto, no cuentan con la formación adecuada para llevar adelante una integración de temas de diferentes áreas de formación en la práctica. Ernest (1984) llama la atención precisamente sobre la formación adecuada de los profesores para la integración, el desarrollo de su habilidad integradora, como una de las variables más importantes para lograrla en la práctica.

En el componente del currículo Referentes Teórico-Prácticos aparecen especificadas:

(...) leyes, teorías, principios, teoremas, conceptos, operadores, reglas, estructuras, fenómenos, hechos, procesos, sistemas, manifestaciones, géneros, nomenclaturas, lenguajes, códigos, taxonomías, modelos, categorías, clasificaciones, variables, propiedades, personajes, entre otros. (MPPE, 2017a, p. 7)

Sin embargo, se apunta en el currículo que:

(...) Es necesario partir de que los contenidos van más allá de los referentes teórico-prácticos de las disciplinas o áreas de formación, e inclusive, en el proceso de cambio curricular, es necesario superar el enfoque que reduce el

currículo a contenidos de la llamada “malla” curricular, dejando saberes y experiencias esenciales como actividades complementarias, extracurriculares, o “extracátedras”. (MPPE, 2016, p. 39)

No sabemos exactamente a cuáles “saberes y experiencias esenciales” se refieren los diseñadores del currículo en esta declaración. ¿Cuáles son esos saberes y experiencias que han sido relegados y tratados en actividades extracurriculares? Si ya los habían identificado, ¿por qué no los incluyeron en el currículo?

Se declara en el currículo oficial que la lógica secuencial de los referentes teórico-prácticos está determinada por los propósitos de cada área de formación (MPPE, 2017a, p. 9). Y agregan que se recomienda a los profesores dar la secuencia y la importancia a estos referentes según los propósitos y procesos a desarrollar. Tomando en consideración el desarrollo de los estudiantes y los contextos. Y apoyándose en los libros de texto de la Colección Bicentenario. Además, invitan a los profesores a agregar aquellos referentes teórico-prácticos que consideren importantes y que no aparezcan explícitamente prescritos en el currículo, tomando en cuenta los contenidos de los textos escolares de la mencionada colección (MPPE, 2017a). El asunto de la correspondencia entre los contenidos de Matemática en el currículo oficial y en los textos escolares será discutido más adelante.

En el caso del Área de Formación Matemáticas, entre los Referentes teórico-prácticos encontramos solo una lista de contenidos para cada unidad de aprendizaje. Muy similar a la lista de contenidos que encontramos en los programas de estudio de años anteriores. En la Tabla 1 mostramos los temas de álgebra lineal incluidos en este componente de las correspondientes unidades de aprendizaje para los cinco años de la Educación Media General.

Tal como podemos comprobar en la Tabla 2, algunos temas se repiten en más de una Unidad de Aprendizaje en el mismo año y en unidades de aprendizaje de otros años. Caso notable es el de las razones y las proporciones, las cuales aparecen en unidades de aprendizaje del Primero al Cuarto Año y en cada uno de estos años se repiten respectivamente en dos unidades de aprendizaje. Las ecuaciones lineales es el

tema que más se repite después de las razones y las proporciones, están aparecen en unidades de aprendizaje desde el Primero hasta el Tercer Año y en estos los dos primeros años se repiten en más de una unidad en cada año. La función polinómica se repite en dos unidades en el Segundo Año y luego aparece en el Tercer Año en una unidad. Los sistemas de ecuaciones lineales aparecen en el Tercero y en el Quinto Año. Por último, las matrices y los determinantes se repiten en dos unidades de aprendizaje en el Quinto Año. Tal como puede verse en la Tabla 2, hay otros temas que se repiten.

Tabla 2

Temas de Álgebra Lineal por Unidad de Aprendizaje por Año

Años				
Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto
UA1	UA1	UA2	UA3	UA1
Representaciones gráficas de proporciones	Representación gráfica de proporciones	Razones y proporciones	Proporción, fracción, porcentajes	Correlación lineal
UA3	UA2	UA3	UA4	Regresión lineal
Ecuaciones con números enteros	Funciones	Ecuaciones	Proporciones	Ecuación de la recta,
UA4	Ecuaciones	Función polinómica	UA5	pendiente, ordenada
Proporciones	UA3	Sistemas de ecuaciones lineales y métodos de resolución	Coordenadas cartesianas en dos y tres dimensiones	UA2
UA5	Traslación, tipos de movimientos de traslación	Intervalos, desigualdades e inequaciones	Los vectores	Matrices y determinantes
Razones y proporciones	UA4	Sistemas de inequaciones con una incógnita	UA6	Sistemas de ecuaciones lineales
UA6	Ecuaciones con números enteros	UA4	Programación lineal	Gauss-Jordan
Sistemas de coordenadas (cartesiano, globales o esféricos, verticales)	Ecuaciones en Z	UA5		Inecuaciones de dos variables.
Ecuaciones lineales	Función polinómica	UA6		Sistemas de inequaciones
	UA5	UA6		UA6
	Proporciones y porcentajes	Proporciones y porcentajes		Análisis de correlación y regresión lineal simple
	UA6			Modelación gráfica, función lineal, ajuste de modelos
	Función polinómica			Matrices, tipos, operaciones.
	Polinomios			Determinantes
	Productos notables			

Nota: Elaboración propia con información tomada de MPPE (2017a)

Esta repetición de temas podría justificarse porque en el currículo, tal como señalamos anteriormente, se adopta una organización de los contenidos según los propósitos de cada área de formación. La adopción del currículo centrado en temas generadores, el carácter pragmático-cotidiano de dichos temas y el rechazo a la consideración de la estructura interna del contenido de la asignatura, lleva inevitablemente a la repetición de algunos contenidos. Además, se declara en el currículo oficial que el contenido está organizado en espiral. Específicamente, se afirma que: “El docente puede REVISITAR distintos temas” (MPPE, 2016, p. 40). Y se refuerza esta afirmación con una cita textual de Bruner, sin indicar la referencia bibliográfica exacta, donde éste declara que:

El currículo debe organizarse de forma espiral, es decir, trabajando periódicamente los mismos contenidos, cada vez con mayor profundidad, esto para que el estudiante continuamente modifique las representaciones mentales que ha venido construyendo. (Bruner, citado en MPPE, 2016, p. 40).

Aunque se escapa del objetivo de este trabajo, creemos oportuno hacer notar que Bruner fue uno de los principales promotores del currículo basado en asignaturas organizadas según la estructura de las disciplinas. Y jugó un papel muy importante en el abandono de la enseñanza integrada, bajo la bandera de la “escuela nueva”, a comienzos de la década de los sesenta del siglo pasado en los Estados Unidos. Por tanto, nos parece contradictorio que se asuma esta propuesta de organización en espiral del contenido, característico de un currículo basado en asignaturas, para un currículo basado en temas generadores.

Por otro lado, tenemos temas que aparecen una sola vez en un mismo año y en la secuencia de temas para los cinco años. Tal es el caso de la traslación, los vectores, la programación lineal y el método de Gauss-Jordan. Al estar el currículo centrado en temas generadores, no es relevante el orden lógico de los contenidos para la selección de los temas y su ordenamiento en el currículo. Pareciera que primero fueron seleccionados dichos temas y luego establecidos los contenidos de Matemática que se

ajustaban a estos; sin importar su secuencia y sin evitar repeticiones, en algunos casos excesivas a nuestro parecer.

En cuanto al alcance, no es establecido explícitamente en el currículo oficial para el caso de los temas que se repiten con cual nivel de profundidad o complejidad deben ser tratados en cada oportunidad. Dentro del esquema del currículo organizado en espiral, se asume que un mismo tema se repite en varios años, pero cada año siguiente en tratado con un grado de profundidad o complejidad mayor que los anteriores. Este no pareciera el caso en este currículo, dado que lo que determina la repetición de un contenido es su adecuación al Tema Generador de la Unidad de Aprendizaje y no necesariamente su relación con contenidos de años anteriores o del mismo año.

Tal como ya hemos mencionado anteriormente, cada Unidad de Aprendizaje está compuesta de un Tema Generador, un Tejido Temático y unos Referentes Teórico-Prácticos, en ninguno de estos componentes encontramos indicaciones explícitas de cómo se integran los contenidos y procedimientos matemáticos de una unidad con los de otras unidades del mismo año o de otros años. El contenido de cada una de las unidades de aprendizaje es tratado de manera aislada de las otras. Tampoco se indica en ninguna parte explícitamente cómo se relacionan los contenidos de Matemática con los de otras áreas de formación. Si bien es cierto, que en el documento curricular se encuentran muchas declaraciones de principio sobre la inter y la transdisciplinariedad, no encontramos ningún ejemplo donde se le muestre a los profesores cómo estas se realizan en el desarrollo del currículo. De esta manera se estaría acentuado el fraccionamiento del conocimiento matemático y su aislamiento de otras ciencias.

En las Orientaciones Metodológicas (MPPE, 2017a), los diseñadores del currículo proponen a los profesores un conjunto de organizadores, “que permitirán a los y las docentes una planificación coherente e integrada para el estudio de las matemáticas” (MPPE, 2017a, p. 119) y los cuales sirven de “(...) apoyo a los y las docentes en la planificación del estudio de los diferentes temas generadores y así hacer seguimiento de los aspectos matemáticos que está abordando” (MPPE, 2017a, p. 150). Se trata de cuatro organizadores, los cuales son los siguientes: forma y dimensión,

cambio, cantidad e incertidumbre. Una descripción breve de cada uno de estos organizadores es presentada en el currículo. Sin embargo, no se explica explícitamente cómo es que estos sirven para organizadores de la planificación curricular. Explicación que consideramos necesaria más aún cuando se ha declarado que cada unida de aprendizaje está centrada en un tema generador que es seleccionado del contexto social y económico principalmente.

Estos organizadores son tomados de unas orientaciones para posibles diseños curriculares formuladas por un grupo de matemáticos convocados por el *Mathematical Sciences Education Board* (MSEB), dependiente del *National Research Council de los Estados Unidos* (Steen, 1990). El MSEB propone cinco orientaciones, las cuales son: patrón, dimensión, cantidad, incertidumbre, forma y cambio. En el currículo oficial venezolano fueron asumidos cinco de estas orientaciones, patrón no fue considerado, y dos de estas, forma y dimensión, fueron agrupadas en una sola. Esa omisión es fundamental, ya que para el MSEB la matemática es concebida como el lenguaje y la ciencia de los patrones. Para el MSEB, estas orientaciones no debían ser consideradas como recomendaciones definitivas para un nuevo currículo sino como muestras de aquello que es posible hacer para reorientar el currículo predominante en Estados Unidos, como estímulos para el desarrollo de programas novedosos e imaginativos que reflejen la vitalidad y los usos de las matemáticas (Steen, 1990). Dedicaremos unas líneas a la propuesta del MSEB por la relevancia que tiene para el currículo oficial venezolano.

Hay otros dos aspectos importantes en las orientaciones para el desarrollo del currículo propuestas por el MSEB. Primero, en este esfuerzo por promover un cambio en el currículo de matemáticas en los Estados Unidos, esta institución se apoyó en el trabajo conjunto de un grupo de matemáticos y de educadores matemáticos. Y enfatizó la importancia de centrar el currículo en la práctica emergente en matemática (Steen, 1990). En el caso de la elaboración del currículo oficial, específicamente del Área de Formación Matemáticas, no participaron miembros activos de la comunidad matemática venezolana.

Y segundo, el MSEB se sumaba a los esfuerzos de otras organizaciones estadounidenses que en la década de los noventa del siglo pasado se proponían ofrecer una visión coherente y urgente que ayudaría a los Estados Unidos a recuperar la excelencia en la educación en matemática (Steen, 1990). Esta propuesta era considerada como una primera fase del trabajo del MSEB para expresar a esa nación una nueva visión de la educación en matemática, de cómo un currículo de siglos de antigüedad podría ser modificado para responder a los retos del siglo XXI. Tenemos pues que esta propuesta del MSEB es una respuesta muy particular a una situación peculiar en un momento dado en los Estados Unidos. Recordemos que la propuesta del MSEB se centra en la práctica emergente de la matemática y tiene por objetivo recuperar el liderazgo de los Estados Unidos en el campo de las ciencias matemáticas, punto de vista y propósito nada coherentes con los planteamientos políticos declarados en el currículo oficial.

Veamos como ejemplo de estos planteamientos uno de los últimos párrafos, que sirve de manera de resumen, de las orientaciones metodológicas.

En el país se generó la creencia de lo difícil e incomprensible de la matemática, probablemente por los índices de aplazados en esta área año tras año, de ahí que los y las docentes de matemática han dedicado gran parte de su didáctica a que los y las estudiantes entiendan la matemática, muchas veces sin los resultados esperados. Sin desconocer todos los esfuerzos, queremos invitar a los profesores y las profesoras a dar un giro de enfoque en el sentido de que **SIN DESCONOCER LA IMPORTANCIA DE LA MATEMÁTICA EN SÍ MISMA, SE ENSEÑE A LOS Y LAS ESTUDIANTES A COMPRENDER EL MUNDO, LA REALIDAD Y SUS CONTEXTOS DESDE LA MATEMÁTICA COMO PUENTE PARA LLEGAR A DICHA COMPRENSIÓN.** (énfasis en el original) (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2016, p. 129)

En esta declaración queda establecida con claridad cuál es la orientación del currículo oficial. No queda claro cómo lograr este propósito. Aquí es donde los textos escolares de la Colección Bicentenario, entendidos como el currículo parcialmente

implementado, cumplen una función complementaria al currículo oficial. De allí entonces la importancia de su estudio y de su correspondencia con dicho currículo.

Integración en los Textos Escolares de la Colección Bicentenario

La Colección Bicentenario está integrada por los textos escolares de Matemática para todos los años de la Educación Básica, la cual incluye los dos niveles siguientes: Educación Primaria y Educación Media. Aunque esta última tiene dos menciones, General y Técnica, el MPPE solo produjo textos escolares para los cinco años de la Educación Media General. Los libros para la Educación Primaria de esta colección están acompañados de un documento con orientaciones educativas para su uso (Ministerio del Poder Popular para la Educación, MPPE, 2011). No así los textos escolares para la Educación Media General. Sin embargo, tomando en consideración que los libros de esta colección comparten un tejido conceptual, este documento nos muestra las concepciones de la Matemática y su enseñanza en la que se fundamentan todos los textos, incluyendo los de la Educación Media General. Explícitamente se indica en este documento que:

Propiciamos como un hilo conductor de los libros de primero a sexto el contexto local, nacional y latinoamericano, así como la construcción colectiva del conocimiento, lo cual estimulará la colaboración en el trabajo de las niñas y los niños. El aprendizaje de la matemática se propicia con observación y acción directa de los estudiantes, sus docentes, padres, representantes y comunidad educativa en general. (MPPE, 2011, p. 16)

A lo cual agregan que:

En los libros de Matemática que hoy presentamos podrán **descubrir nuevas formas de relacionar la disciplina con los sucesos de la cotidianidad de sus estudiantes. La defensa del medio ambiente y el uso consciente de los recursos** encuentran un espacio preponderante en los libros, así se tienen varias lecciones, la estructura asumida para el desarrollo de los contenidos, referidas al

consumo del agua, la electricidad, el petróleo, la utilización de plantas medicinales, los huertos escolares y conocimientos sobre reforestación.

Desarrollamos valores como la responsabilidad, el respeto por los ancianos y ancianas. **Propiciamos también el aprecio y valor por nuestras tradiciones y costumbres** con el baile de joropo, los versos y canciones infantiles, nuestros dulces criollos, juegos tradicionales venezolanos como el trompo, la zaranda, los papagayos; el conocimiento y orgullo por nuestro sistema nacional de orquestas juveniles e infantiles. Mostramos también nuestros billetes y monedas venezolanas ganadores de premios internacionales, el satélite Simón Bolívar, así como los programas estatales de alimentación como el PAE y los programas de salud.

Propiciamos la revalorización de lo nacional y latinoamericano, colocando los conocimientos de nuestros pueblos ancestrales al lado de los universales, como el calendario Maya, el sistema de numeración de los Incas y Waraos; las pirámides de México y Guatemala, entre otros. (énfasis añadido) (MPPE, 2011, p. 16)

Por último, los autores de los textos escolares de la Colección Bicentenario declaran explícitamente que éstos se fundamentan en dos premisas referidas a las y los estudiantes:

(...) la primera que estudien y reflexionen sobre conceptos matemáticos unidos a su contexto y a sus vivencias. La segunda se refiere a la reivindicación de la matemática como una disciplina cuyo aprendizaje y enseñanza permite la generación de valores que están ligados a la conformación de ciudadanía y al desarrollo de una verdadera sociedad democrática. (MPPE, 2011, p. 17)

En la Tabla 3 mostramos los temas de álgebra lineal incluidos en los textos escolares oficiales de Matemática y las respectivas lecciones en las que se encuentran. Tal como podemos ver en dicha tabla, hay lecciones con temas de álgebra lineal en todos los años de la Educación Media General y su distribución es bastante desigual a lo largo de estos años.

Tal como mencionamos antes, para evaluar la integración entre los contenidos de álgebra lineal en los textos escolares de la Colección Bicentenario usaremos la categorización de ésta en: integración interna e integración externa (Krygowska, 1979) dentro del esquema de integración débil (Ernest, 1984; 1986). Evaluaremos la integración en dos componentes de cada texto escolar, a saber: la exposición del contenido y las tareas propuestas a los estudiantes.

Tabla 3

Temas de Álgebra Lineal en los Textos Escolares Oficiales

	Años				
Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto	
L1	L2	L4	L12	L1	
Sistema de coordenadas cartesianas	Vectores en el plano	Vectores	Vectores en el espacio.	Análisis de correlación simple y análisis de correlación lineal	
L7	L3	Operaciones.	Dependencia e independencia lineal	de correlación lineal	
Ecuaciones de primer grado	Transformaciones en el plano (traslación, rotación y simetrías)	Magnitud vectorial y magnitud escalar		lineal	
	L5	L5		L3	
	Función lineal	Sistemas de ecuaciones lineales y métodos de resolución		Polinomios (división, factorización y raíces)	
	Pendiente de una recta	L6		L4	
	Gráficas de dispersión	Intervalos, desigualdades,		Matrices y determinantes	
	L6	Sistema de inecuaciones con una incógnita		L5	
	Función polinómica	L9		Sistemas de ecuaciones lineales	
	Polinomios	Razones y proporciones		L6	
	Valor numérico			Transformación lineal	
	Operaciones (adición y sustracción)			L7	
	L8			Inecuaciones en dos variables.	
	Función polinómica			Sistemas de inecuaciones	
	Polinomios (multiplicación, propiedades)				
	Producto notable				

Fuente: Elaboración propia con datos de la Colección Bicentenario 2^a edición 2014.

Del examen de las exposiciones de los contenidos en cada una de las lecciones seleccionadas, tenemos que estas exposiciones se inician todas con un tema generador. Por ejemplo, la lección 8 del libro de texto para el Segundo Año comienza con una situación de almacenamiento de granos en un silo. El contenido matemático de esta lección es la función polinómica, los polinomios, la multiplicación de polinomios y sus propiedades y los productos notables. Podemos afirmar que en todas las lecciones se integra externamente el contenido de matemáticas con alguna situación social, económica, etc. Lo mismo no puede decirse de la integración interna. En las exposiciones del contenido en cada lección prácticamente no encontramos referencia alguna a contenidos de otras lecciones.

Analizamos todas las tareas propuestas en las lecciones sobre temas de álgebra lineal de los cinco libros de texto oficiales. Aplicamos el esquema de Ernest (1984) para evaluar las tareas y determinar su índice de integración. Encontramos básicamente dos tipos de tareas. Unas tareas en las que se proponen problemas en contextos o situaciones que se resuelven aplicando los conceptos y procedimientos tratados en la respectiva lección. Tenemos así que hay tareas de integración externa. El otro tipo de tareas son problemas y ejercicios de matemáticas, en las que se debe aplicar un concepto o procedimiento enseñado en la lección correspondiente. En este segundo tipo de tareas el grado de integración es cero, en estas tareas no se contempla ninguna conexión entre conceptos matemáticos.

Comentarios sobre la Integración en el Currículo

En esta sección presentamos algunos comentarios acerca de cuestiones que surgen en la implementación de un enfoque integrado en el currículo. Tal como ya señalamos antes, en la escuela encontramos varios currículos funcionando simultáneamente. Cuando hablamos de integración en el currículo en esta sección nos referimos tanto al currículo oficial como al currículo potencialmente implementado expresado en los libros de texto o simplemente libros de texto. Tenemos que en el currículo oficial se asume la integración curricular como un enfoque no problemático

para su implementación en el liceo. Podríamos decir que se asume una visión ingenua de la integración, ligada a la creencia de que resultaría suficiente formular por escrito lo que se desea para que esto se logre. Algo así como una magia de las palabras, decirlo o escribirlo sería suficiente, y si se dice o se escribe es asumido como hecho en la realidad. Tampoco se muestran evidencias de investigaciones que soporten las afirmaciones que sobre las bondades del enfoque integrador se hacen en el currículo. Como veremos, numerosas investigaciones muestran que la realización de una enseñanza bajo el enfoque integrador no es una tarea sencilla, no necesariamente produce resultados deseados y los profesores encuentran dificultades para enseñar bajo un enfoque integrador. No pretendemos presentar aquí una revisión de estas investigaciones, solo haremos referencia a algunas de ellas cuyos resultados consideramos relevantes para la discusión adelantada en este trabajo.

McDowall y Hipkins (2019), en un estudio sobre la integración curricular en escuelas de Nueva Zelanda, reportan que la integración tiene impactos negativos y positivos en la enseñanza. Los profesores que enseñaron usando un enfoque integrado encontraron: más fácil explorar asuntos y contextos auténticos, más estimulante para trabajar con otros profesores y más atractivo para ellos mismos como profesores. Sin embargo, en especial los profesores de ciencias y matemáticas, que participaron en el estudio, fueron más propensos a estar de acuerdo o totalmente de acuerdo con que la integración hace más difícil cubrir los temas con profundidad.

Wong y Dillon (2019) indagaron sobre las dificultades que enfrentaron un grupo de profesores de matemáticas y ciencias para trabajar colaborativamente. Esto investigadores identificaron lo que denominaron como asimetría de dependencia, y por tanto de beneficios, la cual dificulta a los profesores de estas asignaturas trabajar juntos de maneras que resulten productivas.

Ryu, Mentzer y Knobloch (2019) desarrollaron un curso sobre métodos de enseñanza bajo el enfoque integrado STEM (siglas en inglés para Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemática), dirigido a profesores especialistas de educación secundaria. Estos investigadores encontraron entre los principales obstáculos para la

implementación de una enseñanza integradora basada en el enfoque STEM: la cultura y estructura escolar, conocimiento limitado de las disciplinas STEM y la ausencia de modelos a seguir.

Braber, Krüger, Mazereeuw y Kuiper (2019) investigaron acerca de las maneras en que las matemáticas se manifiestan en la asignatura Naturaleza, Vida y Tecnología, diseñada bajo el enfoque integrador STEM, que se dicta en la educación secundaria superior en los Países Bajos. Reportan estos investigadores que los estudiantes con frecuencia no reconocen las matemáticas en esta asignatura o consideran que el nivel de matemática en esta asignatura es muy bajo y poco interesante. En cuanto a los profesores, encontraron que a los profesores de matemáticas se les hace más difícil su papel en la enseñanza interdisciplinaria que a los profesores de ciencias. Algunos de ellos sienten que su dominio del conocimiento matemático no es necesario dado el nivel en que las matemáticas son usadas. Concluyen den Braber et al. (2019) resaltando que es necesario atender una serie de cuestiones que surgen de la implementación de un enfoque integrado si deseamos que las matemáticas sean parte de una educación interdisciplinaria.

Alineación de los Textos Escolares con el Currículo Oficial

Tal como dijimos más arriba, los libros de la Colección Bicentenario para la Educación Media General fueron publicados por primera vez en 2012, los cuales han sido reimpresos en varias oportunidades hasta 2014 sin mayores modificaciones, y el currículo oficial para la Educación Media fue aprobado en 2016. Cabe preguntarse, ¿tiene sentido estudiar la alineación entre estos libros y el programa oficial dada esta situación? Tal como veremos, a pesar de que los libros fueron elaborados antes que los programas oficiales, si debería existir una alineación entre ellos. Porque, como se afirma en MPPE (2016),

LOS TEMAS INDISPENSABLES Y TEMAS GENERADORES QUE SE PROPONEN COMO CONTENIDOS FUNDAMENTALES DEL CURRÍCULO DE LA EDUCACIÓN MEDIA DEL PAÍS ESTÁN CONTENIDOS EN TODOS

LOS LIBROS DE LA COLECCIÓN BICENTENARIO, por lo que se orienta a los y las docentes a apoyarse en estos para el desarrollo de los temas generadores y la construcción del tejido temático y de los referentes teórico prácticos. (énfasis en el original) (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2016, p. 160)

También se señala en ese mismo documento que “(...) para la presentación de los contenidos y orientaciones, se consideraron fundamentalmente (...) [entre otros], los contenidos de los textos de la Colección Bicentenario a la luz de las necesidades de integración, actualización y simplificación; (...) (MPPE, 2016, p. 10).

En cuanto al currículo enseñado, el MPPE manifiesta su intención que el “(...) profesorado construya el currículo desde los planes, orientaciones, planteamientos y recursos (Canaima educativa, Colección Bicentenario, laboratorios, entre otros) (...)” (p. 36). Se espera que el profesorado incorpore a su planificación “(...) la Colección Bicentenario y la Canaima Educativa como recurso fundamental y apoyo didáctico en el logro de los procesos de formación. (...) (p. 9).

En la descripción de cada Área de Formación es incluida “(...) una síntesis de los propósitos expresados por los y las docentes en la consulta nacional realizada en educación media (cruzado con los presentados en la Colección Bicentenario y aportes de docentes especialistas) (...)” (MPPE, 2016, p. 95). Y agregan que: “Al final de cada área de formación, se presentan orientaciones metodológicas que permitan servir de apoyo para que los equipos docentes puedan realizar sus planificaciones. (...) apoyándose con los textos de la Colección Bicentenario y la Canaima Educativa como recursos para los aprendizajes. (...)” (MPPE, 2016, p. 95). Por otro lado, tenemos que en el currículo oficial fueron incorporadas “(...) las opiniones y propuestas de autores y autoras de la Colección Bicentenario, (...) (MPPE, 2016, p. 6).

Por último, en la sección dedicada a las orientaciones pedagógicas también se hace referencia a los textos escolares oficiales. En estas orientaciones, se indica a los profesores “(...) Tomar como referencia y apoyarse la Colección Bicentenario cuyos textos presentan una diversidad de temas y contenidos integradores que trascienden lo

abstracto y conectan a los y las estudiantes en la realidad concreta y aplicaciones en y para la vida. (...)” (MPPE, 2016, p. 154).

En las citas anteriores mostramos evidencias de que los textos de la Colección Bicentenario son considerados en el currículo oficial, en cuyo diseño participaron algunos de los autores de estos textos, en cuanto a los contenidos, la planificación del docente y las orientaciones pedagógicas. Tenemos así suficientes evidencias de que, según los diseñadores del currículo, todos los libros de texto de la Colección Bicentenario, y en particular los libros de Matemática, están alineados con el currículo vigente para la Educación Media General.

Valoramos la alineación de los libros de texto oficiales con el currículo oficial en cuatro aspectos básicos. El primero de estos aspectos tiene que ver con los principios y fines del currículo oficial y su manifestación en los libros oficiales. El segundo aspecto está relacionado con los contenidos, prestamos atención tanto a la presencia de los contenidos como su secuencia y alcance. Valoramos si realmente todos los temas de álgebra lineal en los libros de texto oficiales son prescritos en el currículo oficial y viceversa, si los contenidos prescritos en el currículo oficial se encuentran todos incluidos en los libros de texto oficiales. El tercer aspecto incluye orden de presentación de los contenidos, la secuencia, y la profundidad con que son tratados, el alcance. Y, por último, consideramos la alineación entre ambos currículos, el oficial y el potencialmente implementado, en cuanto a la evaluación de los aprendizajes.

En cuanto a los contenidos, tenemos que no resulta difícil determinar que no hay una completa alineación en lo que respecta a los temas de álgebra lineal entre el currículo oficial y los textos escolares de Matemática de la Colección Bicentenario. Al comparar los contenidos de la Tabla 1 y de la Tabla 2 por el orden de presentación de los contenidos y por la coincidencia de los mismos comprobamos deficiencias en la alineación. Veamos algunos casos ejemplares. El tema razones y proporciones es introducido por primera vez en el currículo oficial en el Primer Año, y luego es repetido en los tres años siguientes, mientras que en los textos escolares de la Colección Bicentenario es introducido por primera vez en el Tercer Año y no es tratado

explícitamente en los años siguientes. En cuanto al tema vectores, encontramos que los vectores en el plano son introducidos por primera vez en los textos escolares oficiales en el Segundo Año y presentados otra vez el Tercer Año. Y a los vectores en el espacio les es dedicada una lección en el Cuarto Año. Mientras que en el currículo oficial los vectores, en general, aparecen solo explícitamente en el Cuarto Año. Es decir, que en los libros de texto oficiales los vectores aparecen en tres años, a partir del Segundo Año, mientras que en el currículo oficial aparecen solo en el Cuarto Año. Otro ejemplo, de falta de alineación entre ambos documentos curriculares en un mismo año son los temas matrices y determinantes. Estos temas son tratados en dos unidades didácticas diferentes en el Área de Formación Matemáticas en el currículo oficial del Quinto Año, mientras que en el texto escolar oficial para este mismo año ese tema aparece en una sola lección.

En lo que respecta al alcance, es decir a la profundidad con que son tratados los temas, es muy difícil determinar la alineación entre el currículo oficial y el currículo potencialmente enseñando, el que aparece expresado en los textos escolares oficiales. En el currículo oficial solo son presentadas las listas de temas generadores, ejes temáticos y referentes teóricos-prácticos para cada una de las unidades de aprendizaje que componen a las áreas de formación. De estas listas es imposible determinar el alcance de cada tema según las intenciones de los diseñadores. Solo en el caso de los textos escolares oficiales es posible determinar el alcance de cada uno de los temas incluidos en las lecciones. Por tanto, como ya señalamos, no es posible valorar la alineación entre estos dos currículos en cuanto al alcance de los temas.

Otro aspecto a considerar al valorar la alineación entre el currículo oficial y los textos escolares oficiales es la evaluación. En el documento curricular de 2016 el término evaluación aparece mencionado 29 veces (MPPE, 2016) y en la versión de 2017 (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2017b) aparece diez veces. Este término aparece en párrafos donde se hacen declaraciones generales acerca de la evaluación del proceso de transformación curricular, del desarrollo del currículo de parte de los supervisores, la participación de los miembros de la comunidad escolar en

la evaluación, la evaluación de proyectos, la evaluación de la calidad de la educación y la evaluación de los aprendizajes. Pero, no aparece ninguna indicación en especial acerca esta última, y de ningún otra, según las especificidades de cada Área de Formación. Solo aparecen unas referencias específicas a la evaluación de los aprendizajes en matemáticas en el contexto de la crítica a la enseñanza basada en objetivos (MPPE, 2017, pp. 33-34). En conclusión, solo son presentados comentarios genéricos y de principios acerca de la evaluación en el currículo oficial.

A partir del análisis de las tareas propuestas en los textos escolares oficiales de Matemática podríamos hacer algunas deducciones acerca de la evaluación de los aprendizajes tal como es vista por los diseñadores de este currículo potencialmente implementado. Por ejemplo, en la Lección 4, Mensajes Cifrados, del libro para el Quinto Año cuyos contenidos son las matrices y los determinantes, son propuestas 28 tareas. De este total de tareas tenemos que 1 requiere definir, 1 deducir, 1 investigar, 1 codificar, 2 demostrar, 2 ejemplificar y 18 calcular. Tenemos que el 67% de las tareas propuestas en esta lección son de calcular. Por otro lado, tenemos que en 16 tareas se refieren a los estudiantes en plural y una de estas específicamente se indica organizarse en pequeños grupos para resolverlas, mientras que en una se usa el verbo en infinitivo y en las otras no se indica el sujeto, como por ejemplo en la pregunta: “¿Qué matriz es triangular superior e inferior?” (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2013c, p. 107). Profundizar en este análisis de las tareas propuestas en los libros de textos oficiales para dilucidar las características de la evaluación en ellos promovidas para los fines de determinar la alineación con el currículo oficial no nos llevaría a ningún lugar, ya que en este último currículo (MPPE, 2016, MPPE, 2017) no se ofrecen detalles sobre la evaluación de los aprendizajes en Matemáticas. Lo que si podemos decir es que la mayoría de las tareas propuestas no se corresponden con los fines y principios del currículo, Tal como se expresa en uno de los libros de texto en el que se declara que los estudiantes: “Están invitadas e invitados a modelar, conjeturar, contar, medir, estimar, diseñar, jugar, localizar y argumentar” (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2012a, p. 3), por ser en su mayoría tareas de bajo nivel cognitivo.

Conclusiones Parciales

Esta parte de nuestra investigación sobre las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas tuvo como objetivo examinar la integración de contenidos en el currículo oficial, Área de Formación Matemáticas, para la Educación Media General y en los libros de texto de Matemática de la Colección Bicentenario para este nivel educativo, y la alineación de estos libros con el currículo oficial. La integración la examinamos usando el esquema de Ernest (1984; 1986) y la alineación siguiendo el procedimiento descrito en la metodología. Obtuvimos como principales resultados que la integración predominante es la basada en el enfoque de la aplicación de las matemáticas a situaciones sociales, económicas, etc., no se evidencia una integración entre contenidos de diferentes lecciones o unidades de aprendizaje y que, aunque la integración es uno de los principios fundamentales del currículo, ésta no se operacionaliza explícitamente ni en el currículo oficial ni en los textos escolares. En ninguno de los dos documentos curriculares se explica claramente a los profesores cómo operacionalizar en la práctica del aula el enfoque integrador. Por ejemplo, en estos últimos más que enseñar a los estudiantes una metodología de cómo aplicar las matemáticas, se les enseñan varios ejemplos de aplicaciones de las matemáticas a ciertas situaciones, algunas de ellas no del todo reales.

En cuanto a la alineación entre los textos escolares oficiales y el currículo tenemos que nos encontramos ante una situación atípica, en la que los libros de textos fueron elaborados antes que el currículo. Además, que estos textos fueron usados inicialmente por el MPPE como un dispositivo para promover un cambio curricular sin modificar el currículo nacional oficial para el momento de la publicación de dichos libros. Ante la decisión del gobierno de seguir publicando y distribuyen los libros de texto de la Colección Bicentenario sin modificaciones, el MPPE diseño un nuevo currículo oficial al que supuestamente se ajustan dichos libros. En lo que respecta a los principios generales encontramos que existe un alto grado de alineación entre ambos documentos. Pero no así en lo que respecta a los contenidos y su orden de presentación. Por último, en relación con la evaluación, debido a la falta de información sobre la

operacionalización de la evaluación de los aprendizajes en el currículo oficial no es posible valorar la alineación en esta materia de los libros de texto oficiales con dicho currículo.

Esta falta de integración en cuanto a los contenidos entre los textos escolares y el currículo oficial supondría un problema para la planificación de la enseñanza por parte de los profesores de matemáticas. Por un lado, tenemos que los formatos oficiales que los profesores deben seguir para reportar su planificación están basados en la estructura del currículo oficial. Y, por el otro lado, tenemos que los profesores cuentan con los textos escolares para lo que respecta a los detalles del desarrollo de los contenidos. Le corresponde pues a los profesores como profesionales de la enseñanza resolver las discrepancias que detecte entre los documentos curriculares en la elaboración de la planificación de la enseñanza.

Capítulo V

Análisis y Síntesis de los Datos

En este capítulo presento el análisis de los datos recogidos durante las sesiones de observación de un número de clases de matemáticas de la profesora y los profesores participantes en este estudio y mediante las entrevistas a dichos profesores. Las observaciones fueron realizadas durante los años escolares 2017-2018, 2018-2019 y comienzos del año escolar 2019-2020. Mientras que las entrevistas fueron realizadas en diferentes momentos entre los años 2019 y 2021. Tuve algunas conversaciones adicionales con algunos de los profesores participantes durante el año 2022. Diversos factores personales y ocupacionales tanto del investigador como de las y los profesores participantes llevaron a que esta investigación se extendiera durante esos años. El contenido de este capítulo está organizado en tres partes. En la primera parte presento una descripción de las condiciones materiales en las que trabajan la y los profesores participantes, basada en los datos recogidos durante las visitas a las aulas. La segunda parte está dedicada al análisis y síntesis de los datos recogidos mediante la observación de las clases y de las entrevistas. Por último, en la tercera parte presento unas reflexiones sobre la teoría de la actividad a la luz del análisis y la síntesis de los datos.

Unas palabras adicionales sobre la metodología, en este capítulo presento una narrativa elaborada a partir de las notas de campo tomadas durante la observación de las clases, los memos elaborados después de las observaciones, el análisis y la transcripción de las entrevistas y memos escritos después de las entrevistas. Esta narrativa es una síntesis de los datos, tomando en cuenta que en este tipo de investigación el investigador es el principal instrumento, en este caso no contamos con instrumentos como un telescopio o tomógrafo. Esa síntesis está influenciada por las vivencias significativas para esta investigación, mi experiencia como profesor, las reflexiones sobre esa práctica y la teoría asumida como fundamento.

Las Condiciones Materiales en las que Trabajan la Profesora y los Profesores

El trabajo de campo fue realizado principalmente dentro de las aulas en las que la profesora y los profesores participantes desarrollaban sus clases. Tal como expliqué en el capítulo dedicado a la metodología, realicé observaciones participantes dentro del aula de dos profesores y una profesora de matemáticas de Educación Media. La profesora y uno de los profesores trabajan en escuelas técnicas diferentes y el otro profesor trabaja en un liceo, estas tres instituciones educativas son oficiales. Realicé algunas observaciones en otras áreas de estas instituciones, tales como el patio central, la biblioteca y el CEBIT. Tomé notas de campo durante las observaciones porque los profesores participantes no autorizaron la grabación en audio o video de sus clases. Escribí notas y memos después de cada observación y en otros momentos cuando revisaba las notas de campo.

En algunas oportunidades pude conversar brevemente con la profesora y los profesores después de terminada la clase. La profesora y los profesores cuentan con muy poco tiempo libre durante sus días laborables. Tampoco hay espacios especiales donde los profesores puedan permanecer en sus instituciones después de clases o en horas libres entre clases. Esta falta de espacios para las y los profesores dificulta la interacción entre ellos y otros actores, tales como investigadores que deseen apoyarles en el desarrollo de sus clases. Estas condiciones laborales dificultaron en particular la realización de las entrevistas. Resultó muy complicado hallar tiempo y espacios disponibles para conversar tranquilamente con la y los profesores participantes.

El Liceo y la Escuela Técnica

El liceo y la escuela técnica son las instituciones donde se desempeñan las y los profesores de matemáticas de Educación Media. Estas instituciones funcionan, por lo general, en edificaciones con una arquitectura determinada, construidas de manera específica para fines educativos. Dos de las tres instituciones donde realicé las observaciones de clases tienen edificaciones principales idénticas, un edificio de tres plantas. La tercera fue edificada muchos años antes que las otras dos con un diseño

arquitectónico diferente, de una sola planta. La infraestructura de estas edificaciones estaba en bastante buen estado y las mantenían muy limpias.

El espacio en estas edificaciones está organizado en distintas áreas. Básicamente, estas tres edificaciones tienen aulas, un patio (interno o a la entrada), un área de cafetín, oficinas, cocina, biblioteca y una o dos aulas para diversos usos. Por ejemplo, en una de estas instituciones funciona un Centro Bolivariano de Informática y Telemática (CEBIT). En ninguna de estas tres instituciones hay un espacio para el uso exclusivo de las y los profesores.

El Aula como el Lugar de Trabajo del Profesor

El profesor y la profesora de matemáticas son trabajadores que realizan una determinada función social en espacios físicos determinados. El lugar de trabajo de estos profesores es fundamentalmente el aula. Las características arquitectónicas del liceo y de la escuela técnica, el equipamiento de sus espacios y, en especial, de las aulas proporcionan las condiciones materiales objetivas en las que el profesor realiza su trabajo.

Las y los profesores de matemáticas están dentro de un aula, según el plan de estudio vigente (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2017b), durante un tiempo promedio de 40 horas de clase a la semana. La duración de una hora de clase es de 45 minutos. Es decir, la mayor parte del tiempo que los profesores están en el liceo lo pasan dentro de las aulas.

Las Aulas por Dentro

Tal como comenté anteriormente, los profesores participantes no dieron su consentimiento para la grabación ni en audio ni en video de sus clases. Solo me permitieron tomar fotografías de algunos de los salones en los que dictaban sus clases. Además, solo pude tomar fotografías de aulas en dos de las instituciones educativas donde realicé las observaciones.

Figura 7

Pizarra en una de las Aulas Usadas por la Profesora María



Las aulas son espacios rectangulares con escasa iluminación artificial, por lo general se iluminan solo con la luz solar. En las paredes de las aulas comúnmente solo está colocado un pizarrón. En las aulas observadas no había carteleras, afiches, etc. con información alusiva a las matemáticas, ni de ninguna otra área de formación. En algunas aulas había ilustraciones alusivas a héroes nacionales y símbolos patrios.

Como se puede observar en algunas de las fotografías, hay muy pocos tomacorrientes en las aulas. Por lo general hay uno solo ubicado justo debajo de los pizarrones. Esto se explica por la época en que fueron construidas estas edificaciones, había muy pocos equipos disponibles y en uso que requirieran electricidad para su funcionamiento. A lo sumo se usaba en esa época un retroproyector. Pude constatar que en la mayoría de los salones de clase donde realicé observaciones no había electricidad en las tomas de corriente. La falta de electricidad imposibilita el uso de tecnologías que la requieran para su funcionamiento, tales como un *video beam*.

En ninguno de los salones de clase había pantallas para proyección. Tampoco cuentan las aulas con mobiliario adicional como estantes para libros o los útiles de las y los estudiantes.

Figura 8

Pizarra en otra Aula de la Institución en que Trabaja la Profesora María



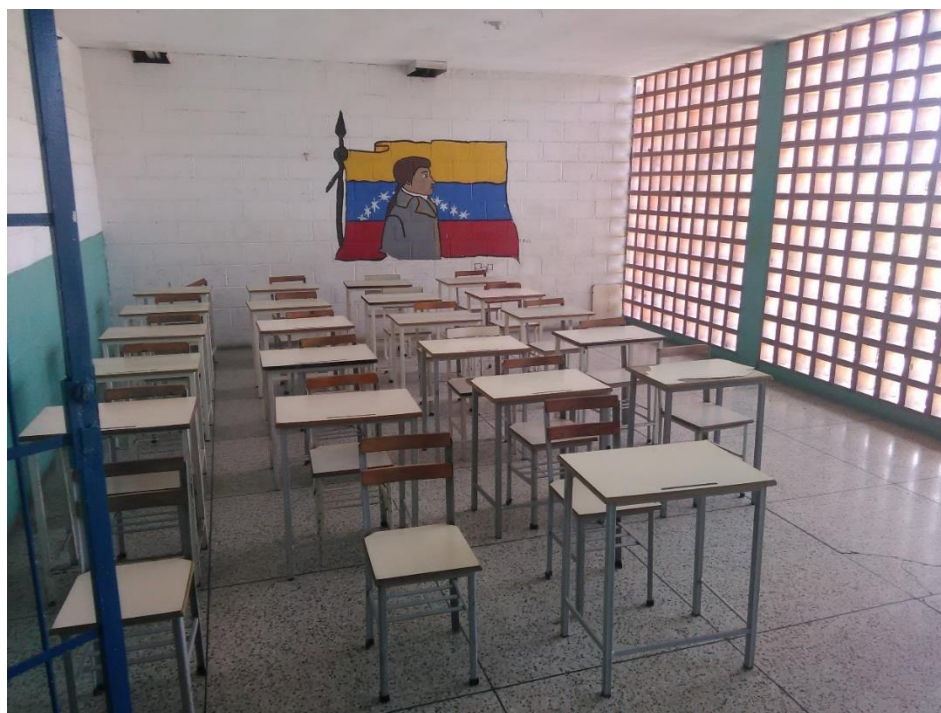
El mobiliario dentro de las aulas es mínimo y está arreglado en forma rectangular, con los pupitres o sillas con mesas orientadas hacia el pizarrón. Un escritorio y una silla para la profesora, en algunas aulas hay dos sillas (ver Figura 8), ubicadas al frente del salón de clase entre los muebles de los estudiantes y el pizarrón. También hay dentro de las aulas una papelera. Esa es la dotación que se encuentra en todas las aulas observadas.

Las aulas de dos de las instituciones visitadas están dotadas de mesas individuales y sillas para cada una de las y los estudiantes. Las mesas y las sillas estaban siempre arregladas en filas y columnas. Durante las clases observadas, este orden de las mesas y las sillas nunca fue alterado de manera considerable. La organización del trabajo realizado por los estudiantes no lo requería. Algunos estudiantes se levantaban y se acercaban a la mesa de otro estudiante mientras hacían un ejercicio, pero nunca

trabajaron en grupos. Se puede afirmar que el orden rectangular es el predominante durante todo el tiempo del desarrollo de las clases.

Figura 1

Un Aula de la Escuela Técnica donde Labora la Profesora María



Los salones de clase están dotados de pizarras acrílicas de color blanco para el uso de marcadores. En muy pocas aulas hay dos pizarrones, uno para tiza y otro para marcador, uno al lado del otro (ver la **Figura**). En ninguno de los salones de clase había sólo un pizarrón para tiza. El profesor que frecuentaba el aula con dos pizarrones usaba solamente el pizarrón acrílico.

Las aulas en las que trabajan la y los profesores participantes en este estudio son de características físicas bastante similares. Estas condiciones físicas objetivas son un factor influyente sobre las prácticas pedagógicas. El solo hecho de no contar con tomas de electricidad funcionales limita el uso de herramientas para la proyección, tales como un *video beam*. Lo cual también se ve limitado por los problemas de control de la iluminación dentro del salón de clase.

Figura 10

Pizarras en una de las Aulas Usadas por el Profesor Juan



Por otro lado, la dotación de mobiliario es bastante limitada, la cual se reduce solo a los pupitres o mesas y sillas para las y los estudiantes y un escritorio y una silla para la o el profesor. La y los profesores no cuentan con muebles donde puedan almacenar material didáctico en el aula para tenerlo disponible durante las clases. Si la o los profesores se propusieran utilizar algún material didáctico, como un juego de escuadras y compas para la pizarra, tendrían que cargarlos con ellos de una clase a la otra durante todo el día.

Como señalé anteriormente, al aula constituye el lugar privilegiado en el que la y los profesores de matemáticas realizan su trabajo en el liceo. Es el aula donde se producen los encuentros entre el profesor y sus estudiantes. Las instituciones educativas visitadas no cuentan con espacios adicionales dedicados especialmente para que las y los profesores se reúnan entre ellos o para atender a sus estudiantes fuera de las horas de clase. Por lo tanto, la configuración y dotación del aula es una variable con

una enorme influencia sobre la forma en que la y los profesores organizan su labor de enseñanza.

Figura 11

Aula Dotada de Pupitres



En conclusión, la y los profesores de matemáticas, participantes en esta investigación, realizan su trabajo en aulas con una dotación mínima de mobiliario escolar, sin recursos didácticos y sin acceso a tecnologías digitales. En estas aulas, el pizarrón es la única herramienta disponible para la enseñanza de las matemáticas. La y los profesores no llevan al aula herramientas adicionales de apoyo a la enseñanza en el aula. Las y los estudiantes tampoco traen al aula implementos como juegos de escuadra, reglas, calculadoras, etc. Unos pocos estudiantes tenían teléfonos celulares en el aula. En muy pocas ocasiones las y los estudiantes usaron la calculadora del celular para realizar algunos cálculos.

Estructura Organizativa

Hasta aquí he considerado las condiciones materiales en las que la y los profesores trabajan. En esta sección me referiré brevemente a la estructura organizativa del liceo, la cual también influye sobre el trabajo de la y los profesores. Una de las cosas que encontré en relación con la organización interna del liceo fue la desaparición de los departamentos de matemáticas. Desde esta instancia coordinaban y supervisaban, por lo menos teóricamente, la labor de las y los profesores de matemáticas. El departamento además constituía un espacio en el que se reunían las y los profesores de la especialidad. Éste constituía una base material y organizativa para la creación de una comunidad de profesores.

La primera instancia organizativa a la que las y los profesores responden en el día a día de su trabajo en el aula es la Coordinación del Año. Estas coordinaciones agrupan todas las secciones de un mismo año y, dependiendo del número de secciones, pueden incluir secciones de dos años consecutivos.

La otra unidad organizativa que le conciernen directamente aspectos del trabajo de las y los profesores es la Coordinación de Evaluación. Las y los profesores tienen que entregar ante esta coordinación su programación. Según el testimonio de la y los profesores en esta coordinación revisan las estrategias y técnicas de evaluación que ellos proponen para evaluar a sus estudiantes en cada tema de cada lapso. Producto de esa revisión pueden surgir recomendaciones sobre cambios que las y los profesores deben realizar en materia de evaluación, en especial para responder a orientaciones provenientes del ministerio con competencia en la educación básica. No es común, según la y los profesores participantes, que la coordinadora o coordinador de evaluación haga comentarios o sugerencias sobre asuntos relacionados con la enseñanza de los contenidos.

Hasta donde tengo información no se han realizado en nuestro país investigaciones sobre el papel de los departamentos de matemáticas, o de otras unidades organizativas, de los liceos en la calidad de las oportunidades de aprendizaje que las y los profesores de matemáticas proporcionan a sus estudiantes. Pero, hay

investigaciones, en otros países, que reportan efectos positivos de las actividades de un departamento de matemáticas en el aprovechamiento académico de estudiantes de minorías en escuelas secundarias urbanas (Gutiérrez R. , 1999). Otras investigaciones reportan el papel de los departamentos de matemáticas en el desarrollo profesional de las y los profesores en ejercicio (Wong J. L., 2010). En otros trabajos se reconoce la complejidad de estas organizaciones en el liceo y su carácter contradictorio, estas no necesariamente constituyen comunidades de participación, sino que más bien pueden ser pseudo-comunidades por medio de las cuales se controla el trabajo de las y los profesores de maneras no democráticas (Weinberg, 2019). Este es un tema de investigación abierto en nuestro país y la indagación sobre éste es necesaria para valorar el papel de las unidades organizativas del liceo en las prácticas pedagógicas de las y los profesores de matemáticas y sobre el rendimiento académico de las y los estudiantes.

Hay otras instancias organizativas, externas al liceo, cuya finalidad es influir sobre las prácticas pedagógicas y contribuir al cumplimiento de las políticas públicas en materia de educación. Una de estas instituciones surgió de resultados de la Consulta Nacional por la Calidad de la Educación realizada en 2014. El Sistema Nacional de Investigación y Formación Docente del Magisterio Venezolano, adscrito al Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC), está conformado por los centros, regionales y locales, de investigación y formación del magisterio, los cuales son concebidos como:

espacios de encuentro e interacción donde las y los docentes organizados en colectivos de investigación y formación permanente en sus escuelas, se apoyan para desarrollar sus procesos de investigación y formación a partir de la sistematización y reflexión sobre su propia práctica. (Viceministerio de Educación, 2018, p. 8)

Los centros regionales y locales de investigación y formación están diseminados por todo el territorio nacional. Hay 426 centros regionales y locales de investigación y formación. En 2017, el MPPE modificó el nombre de este sistema a Sistema Nacional

de Investigación y Formación de las y los Trabajadores de la Educación (Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia, 2018).

Producto de los resultados de una consulta a diversos actores relacionados con este sistema realizada en 2018, las autoridades educativas concluyeron que:

Aunque se mencionan a los colectivos de autores y, también, que se cuenta con un personal “investigativo”, no se resalta la existencia de una red de docentes investigadores. Lo que destaca es una estructura organizativa de los Centros que tiene un carácter más operativo en cuanto gestiona procesos de formación, pero donde la investigación no parece ocupar un lugar central. (Viceministerio de Educación, 2018, p. 10)

A lo anterior agregan que;

la consulta no refleja la existencia de una red de docentes investigadores para la transformación de la práctica articulados en torno a los programas de formación y en estrecha participación a través de los Centros de Investigación y Formación. (Viceministerio de Educación, 2018, p. 11)

Además,

los centros parecen más ocupados en acompañar procesos administrativos de formación que como lugares donde se generan experiencias investigativas transformadoras de la práctica pedagógica que alimentan la formación y viceversa y que, además, tenga repercusión en el currículo cotidiano de la escuela y del circuito educativo. (Viceministerio de Educación, 2018, p. 14)

Producto del análisis de los resultados de esta consulta, fueron identificados seis desafíos que enfrentan los centros de investigación y formación de los trabajadores de la educación. De estos desafíos, el sexto es el de mayor relevancia para los efectos de esta investigación, el cual:

apunta a los procesos de investigación y formación en clave transformadora y su repercusión en las cuestiones curriculares de las instituciones educativas. Puesto que el currículo encuentra su materialización en la cotidianidad pedagógica de la escuela y su entorno, la experiencia pedagógica que deriva de ello y la

investigación y formación en clave transformadora han de tener, necesariamente, una vinculación. (Viceministerio de Educación, 2018, p. 14)

A pesar de los esfuerzos realizados, las autoridades educativas reconocen que se ha avanzado muy poco en cuanto a la investigación en educación basada en las instituciones educativas y promovida desde los centros regionales y locales de investigación y formación de los trabajadores de la educación. Tampoco se ha logrado incorporar a profesoras y profesores de ciencias naturales al Proyecto Nacional de Ciencia, por lo que “se ha propuesto desarrollar el Plan de Semilleros científicos desde la escuela pública nacional” (Romero, 2020, Noviembre, p. 26). El programa Semilleros Científicos

está dirigido por el Ministerio del Poder Popular para Ciencia y Tecnología y el Sistema Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación (SNCTI), en coordinación con el Ministerio del Poder Popular para Educación. (Ministerio del Poder Popular para la Ciencia y la Tecnología, 2021)

Su objetivo es:

el diseño e implementación un sistema científico-educativo que incentive el estudio de las ciencias naturales y sociales, mediante procesos orgánicos y formativos, para identificar, acompañar y apoyar talentos y capacidades científico-tecnológicos infantiles, adolescentes y juveniles, a fin de preservar la reserva generacional del pensamiento y la inventiva nacional. (Ministerio del Poder Popular para la Ciencia y la Tecnología, 2021)

Otro elemento del sistema de formación son los congresos pedagógicos, los cuales son jornadas semanales de reflexión pedagógica. En estos congresos las y los profesores se reúnen para compartir sus experiencias e innovaciones pedagógicas.

Del discurso oficial sobre los centros regionales y locales de investigación y formación de los trabajadores de la educación se evidencia que sus actividades están dirigidas principalmente al fomento de la investigación en ciencias naturales y sociales. De la revisión de varias publicaciones donde son reportadas actividades de estos centros pareciera que el foco de atención está puesto principalmente en las escuelas

primarias. Por otro lado, la y los profesores de matemáticas participantes manifestaron no haberse involucrado en actividades relacionadas con estas instancias de promoción de la investigación en sus instituciones educativas. En conclusión, se puede decir que estos centros de investigación y formación no han tenido ningún impacto sobre las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas participantes en esta investigación. Tampoco han logrado incentivar en estos profesores la realización de investigaciones basadas en el liceo.

Las Condiciones Subjetivas

En la sección anterior presenté aspectos relacionados con el contexto material y organizativo en el que la y los profesores realizan su trabajo en el liceo. Desde la perspectiva de la teoría de la actividad, este ambiente, incluyendo el acceso a herramientas, influye sobre el tipo de tareas que son planteadas y la manera en que las actividades correspondientes son realizadas tanto por el profesor como por sus estudiantes. En esta sección, presento aquellos aspectos sociales que tiene que ver con la actividad de la profesora y los profesores en el aula durante el desarrollo de las clases. Las condiciones, materiales y sociales, constituyen el contexto en el que la y los profesores realizan sus prácticas pedagógicas. Si bien el conocimiento y las creencias de las y los profesores juegan un papel importante en sus prácticas pedagógicas, las condiciones materiales y sociales son determinantes. Por otro lado, esas condiciones sociales no las escoge el profesor y algunas resultan sumamente difíciles de cambiar. En otras palabras, las y los profesores difícilmente pueden realizar por sí solos cambios en determinadas condiciones sociales.

Los datos sobre la actividad de la y los profesores fueron recogidos durante la observación participante y memos elaborados a posteriori. Las observaciones participantes en el aula fueron realizadas en un lapso de tres años. Este lapso se prolongó más de lo previsto por diversas razones. Una de estas fue la situación política que en algunos momentos llevó a interrupciones de las actividades en las instituciones

educativas. Y otra razón fue la situación económica, la cual limitó severamente la movilidad de la y los profesores, las y los estudiantes y a mí mismo.

Los datos sobre las apreciaciones de la y los profesores sobre sus propias prácticas fueron recogidos mediante entrevistas semiestructuradas y conversaciones sostenidas después de las clases, la mayoría realizadas fuera del liceo. Las preguntas surgieron de la teoría, de la revisión de la literatura y de las observaciones. También elaboré algunos memos después de las entrevistas sobre temas que emergieron durante las mismas. Una vez realizadas las primeras entrevistas surgió la necesidad de extender el grupo de participantes para incluir a una profesora o profesor, preferiblemente de matemáticas, con experiencia en cargos administrativos y a un profesor que trabajara en una institución educativa privada.

En esta investigación me propuse inicialmente indagar acerca de las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas de la Educación Media al enseñar temas del álgebra lineal. Me propuse este tema basándome en mi propia experiencia como profesor de matemáticas de Educación Media, mi revisión de numerosos textos escolares de matemáticas para todos los años de este nivel, mi análisis del currículo de la educación media desde mediados de los años 70 del siglo pasado hasta la propuesta curricular de 2005 y una revisión de la investigación sobre la enseñanza y los profesores de matemáticas.

En el conjunto de aspectos sociales que sirven de factor marco al trabajo de las y los profesores de matemáticas incluyo el currículo. En el capítulo anterior presenté un análisis del currículo oficial y del currículo parcialmente implementado, en especial el currículo del texto escolar. Este análisis se enfocó en los temas de álgebra lineal incluidos en estas dos instancias del currículo. El currículo establece el marco que regula tanto la secuencia como el alcance de la enseñanza de los contenidos de matemáticas en éste estipulados. Este análisis no se limitó al contenido. También tomé en cuenta aquellos segmentos en los cuales se dan recomendaciones para la enseñanza de las matemáticas y las maneras de conducirse las y los profesores

Del análisis de los datos sobre las condiciones sociales establecí unas categorías. Estas categorías se refieren a diversos aspectos que condicionan las prácticas pedagógicas. En el análisis de estos datos me enfoqué principalmente sobre las diferencias entre los profesores. Sin embargo, hay aspectos comunes entre ellos que resultan valiosos para comprender la labor del profesor de matemáticas en el aula. Tanto la recolección de los datos como su análisis los realicé siguiendo los principios de la teoría de la actividad.

La Cuadratura

La cuadratura es uno de los dispositivos administrativos de control de la dedicación del profesor en el liceo. Este dispositivo consiste de una matriz de horas de clases disponibles en cada asignatura por horas asignadas a los profesores en el liceo. Mediante la cuadratura, la administración del liceo justifica ante la Zona Educativa la dedicación de cada profesor y las horas por asignatura que le son asignadas para el año escolar correspondiente. La cuadratura también sirve para justificar la necesidad de contratar más profesores o de incrementar el número de horas a un determinado profesor.

¿Cómo afecta la elaboración de la cuadratura a la enseñanza de las matemáticas en el liceo? La elaboración de la cuadratura afecta la enseñanza de las matemáticas en el liceo de varias formas. Supongamos que, este ejemplo fue propuesto por el profesor Juan, un profesor de Química tiene una dedicación semanal de 30 horas de clase y por alguna razón en un determinado año escolar solo hay 24 horas disponibles en esa asignatura. Entonces, la dirección del liceo decide asignarle las restantes 6 horas para que enseñe otra asignatura. La directora asume que el profesor de Química tiene conocimientos suficientes de matemáticas como para enseñar esta asignatura a estudiantes de la Educación Media, entonces le asigna esas 6 horas para que enseñe matemáticas. En la cuadratura son solo incluidos los profesores graduados, en ella no son contabilizados los profesores no graduados y los interinos. Porque, a los no

graduados e interinos le son asignadas las horas que quedan después de asignarle la carga horaria a las y los profesores graduados.

Además, en la cuadratura se establece en cuál año enseñará matemáticas cada profesor de esa asignatura o de otras a los cuales se les asigne esa responsabilidad. La y los profesores participantes manifestaron su preferencia por enseñar en un determinado año de la Educación Media, sin embargo, no siempre le pueden asignar ese o esos años de su preferencia.

¿Quiénes participan en la elaboración de la cuadratura? La cuadratura la hacen los directivos del liceo. El profesor Juan me informó que la cuadratura en su escuela técnica la hace el director, uno de los subdirectores y el jefe del Departamento de Evaluación. Y según el profesor José la cuadratura la elabora la o el director del liceo. Respecto a la participación de las y los profesores en la elaboración de la cuadratura no existe una única manera de proceder. El profesor José fue enfático.

Profesor José: No, los profesores no participan.

Y agregó que:

Profesor José: La directora le dice a uno la cuadratura quedó de tal manera ... según la materia que uno dé.

De las conversaciones con la y los profesores sobre la cuadratura, se puede concluir que la participación de ellos en su elaboración es muy limitada.

Además, la cuadratura también es usada por las autoridades educativas para valorar el cumplimiento de las y los profesores con sus obligaciones laborales. En resumen, mediante este dispositivo se determina cada año escolar el número de horas estudiante y de horas profesor que estarán disponibles y su correspondencia.

La Planificación

La y los profesores participantes elaboraron sus planificaciones anuales respectivas, las cuales entregaron a la Coordinación de Evaluación. Hay dos aspectos importantes en esta planificación. Uno es la secuencia de los contenidos y las estrategias de enseñanza a utilizar en cada caso. El otro es el relacionado con la

evaluación. Este último aspecto es el único que es revisado realmente por dicha coordinación.

En cuanto a las prácticas docentes que tienen que ver con la realización de la planificación, el aspecto más influyente es la secuencia de los contenidos. Y el más problemático es el del alcance de los contenidos. Este no queda claramente establecido en la planificación, es decir, no es planificado con detalle con qué profundidad o extensión serán tratados en un determinado año escolar. Esto resulta aún más problemático en el caso de aquellos contenidos que están incluidos en más de un año escolar, tales como los sistemas de ecuaciones lineales y los vectores. En el caso de las razones y las proporciones, las cuales aparecen en el currículo desde el Primero hasta el Cuarto Año de la Educación Media General, no es establecido claramente cuál es la diferencia en profundidad que deben ser tratados estos temas al avanzar de un año al siguiente.

En la planificación que realizan la y los profesores para responder a los requerimientos de la institución en la que trabajan no es contemplada la planificación de las clases. En otras palabras, en el liceo no se exige a los profesores mostrar la manera en que planifican las clases en particular. Esa planificación queda en el dominio privado del ejercicio de la profesión de profesor. Por otro lado, las maneras de enseñar determinados temas, expresadas en las formas en que se desarrollan las clases, tampoco son compartidas regularmente entre las y los profesores.

Sobre la Estructura de la Clase

Tanto el inicio como el cierre de las clases pueden ser caracterizados como de espontáneos. No encontré en las clases observadas un patrón dominante. La profesora María y el profesor Juan mostraron un comportamiento más regular en cuanto al inicio de las clases. Mientras que el profesor José iniciaba sus clases de maneras más variadas. Algunas veces comenzaba preguntando a las y los estudiantes sobre cuál fue el tema que quedó pendiente de la clase anterior o cuál sería el tema nuevo a tratar. Otras veces

comenzó la clase con preguntas para comprobar si los estudiantes habían realizado las tareas asignadas para la casa.

En cuanto al desarrollo de la exposición durante la clase, por lo general los profesores siguen el esquema ejemplos-ejercicios. El desarrollo de la clase sigue la forma marcador-exposición, denominada como tiza-exposición (chalk-talk) en investigaciones anglosajonas (Viirman, 2021), donde el profesor explica en voz alta lo que va escribiendo en la pizarra con el marcador.

Al igual que con el inicio de las clases, no observé ningún patrón predominante en lo que respecta al cierre de las clases. Algunas veces la clase culminó de manera intempestiva. La y los profesores terminaron algunas de las clases asignando tareas para la casa.

En definitiva, de las clases observadas puedo concluir que la y los profesores no siguen un patrón evidente en la estructuración de las clases.

Duración y Orden en la Clase

Como he señalado anteriormente, si bien la clase se realiza dentro del aula, no todo el tiempo que dura la hora de clase es dedicado a la exposición del contenido correspondiente. Durante la clase suceden eventos que no están directamente relacionados con la enseñanza de las matemáticas. Una clase suele tener una duración de dos horas académicas, cada una de 45 minutos.

En las clases observadas, no todos los estudiantes llegan al aula al mismo tiempo. Es común que un grupo de estudiantes se encuentre en el aula o ingrese a ella al momento de llegar el profesor. Luego, durante un lapso de unos 15 minutos se va incorporando el resto de los estudiantes.

Los profesores no suelen iniciar la parte expositiva de la clase inmediatamente después de ingresar al aula. Hay unos minutos iniciales de espera mientras los estudiantes se ordenan en sus sillas o pupitres. Una vez completado este período es que los profesores dan inicio a la exposición del contenido.

Otro asunto es la permanencia de las y los estudiantes en el aula. En algunas ocasiones, uno o varios estudiantes abandonaban el aula para realizar alguna actuación no relacionada con el aprendizaje de las matemáticas. En la mayoría de estos casos se trató de acciones que tenían que ver con la alimentación proveída a las y los estudiantes de manera gratuita en el liceo. En otras oportunidades, algunos estudiantes salieron del aula para ir a ver a una profesora o profesor de otra asignatura. Sobre este asunto que tiene que ver con interrupciones de las clases volveré más adelante.

Las y los estudiantes se comportaron la mayor parte del tiempo de manera respetuosa con el profesor y entre ellos mismos. Las relaciones entre ellos suelen ser bastante cordiales. El orden en la clase nunca fue alterado por incidentes relacionados con indisciplina de las y los estudiantes.

La y los profesores no propusieron a sus estudiantes tareas para ser resueltas en pequeños grupos dentro del aula. Las tareas propuestas fueron todas resueltas por las y los estudiantes de manera individual. Durante la realización de las tareas algunos estudiantes comentan entre ellos de manera bastante ordenada, sin ocasionar mayores disrupciones en el desarrollo de la clase.

Durante el tiempo que dura la hora de clase se realizan procesos de educación, y de enseñanza. Los procesos de educación, aunque no son necesariamente propuestos de manera explícita o planificada, suceden de diversas maneras dentro y fuera del aula. Por ejemplo, las y los estudiantes son expuestos constantemente a una concepción del álgebra como aritmética generalizada, como cálculo con letras, sin que esto sea una intención explícita del profesor. La clase es dedicada fundamentalmente y de manera consciente a procesos de enseñanza.

Trabajo Independiente en el Aula

El tiempo de trabajo independiente realizado por las y los estudiantes en el aula y conducido por estos con la ayuda del profesor es un indicador de su compromiso con el desarrollo de la adquisición independiente de conocimientos de parte de sus

estudiantes. El tiempo dedicado al trabajo independiente es inversamente proporcional al tiempo que dedica el profesor a exponer contenido en el pizarrón.

En todas las clases de matemáticas observadas, la mayor parte del tiempo es dedicado a la exposición del contenido por parte del profesor. Como ya comenté anteriormente, la y los profesores dedicaron muy poco tiempo de las clases al trabajo independiente de las y los estudiantes, tanto individualmente como en pequeños grupos, en la resolución de tareas. En pocas oportunidades algunos estudiantes leyeron ante toda la clase sus respuestas escritas en el cuaderno a tareas propuestas con anterioridad, pequeños grupos de estudiantes presentaron la biografía de algún matemático antiguo y el producto de un proyecto. La y los profesores además dedicaron muy poco tiempo de las clases al trabajo de los estudiantes en la pizarra para resolver alguna tarea ante toda la clase.

En la práctica diaria de la enseñanza de las matemáticas en el aula, observé muy pocas instancias en las que la y los profesores incentivaban y proponían a sus estudiantes tareas en las que debían trabajar de manera independiente.

El ingreso y Permanencia de las y los Estudiantes en el Aula

El ingreso, la permanencia y la salida de las y los estudiantes al aula fue bastante irregular e informal. Las y los estudiantes no ingresan necesariamente juntos al aula. Cuando fui estudiantes de educación media, solíamos hacer una fila e ingresábamos ordenadamente al aula. En las instituciones visitadas, las y los estudiantes se van incorporando progresivamente al aula en pequeños grupos o individualmente. Durante el desarrollo de la clase algunos alumnos salen del aula por diversas razones como, por ejemplo: a buscar comida para el resto de la sección o culminar una evaluación con un profesor de otra área de formación. La salida del aula al final de la clase suele ser un poco más ordenada, por lo general las y los estudiantes esperan que el profesor termine la clase. Los profesores pasan la lista al final de la clase como manera de comprobar cuáles estudiantes ingresaron al aula y permanecieron en esta hasta el final de la clase,

aunque salieran del aula por unos momentos. Pasar la lista es el indicador más común del final de la clase.

Interrupciones de las Clases

Observé tres tipos de interrupciones de las clases de matemáticas en el liceo. El primer tipo de interrupción tiene que ver con la ejecución de determinadas políticas públicas en educación. El caso particular observado estaba relacionado con la ejecución del Programa de Alimentación Escolar (PAE). Este programa no es ejecutado de manera coordinada con las actividades académicas contempladas en el horario de clases. Al no contar el liceo con un comedor, las y los estudiantes tienen que consumir los alimentos dentro del aula. Los alimentos son repartidos y consumidos durante las horas dedicadas a las clases. En lugar de repartir y consumir los alimentos en el tiempo del horario dedicado al recreo o en otro momento dedicado especialmente para ello. El desayuno, alguna fruta, fue repartido dentro del aula por una profesora y un pequeño grupo de estudiantes a cada uno de los estudiantes de la sección, también al profesor. El desarrollo de la clase queda suspendido durante todo el tiempo que dure el proceso de repartición y de consumo del desayuno en el aula. Una vez terminado el desayuno, el profesor trata de retomar el hilo de la clase, aunque no todos los estudiantes están listos para seguir con la misma. Otra interrupción es cuando un pequeño grupo de estudiantes de la misma sección comienza a recolectar los recipientes de cada estudiante para llevarlos a la cocina para que les entreguen la comida para el almuerzo. Luego hay otra breve interrupción cuando las y los estudiantes regresan al aula con los recipientes llenos con la comida. Ese pequeño grupo encargado de trasladar los recipientes al comedor y de regreso al aula se pierde prácticamente toda la clase correspondiente.

El segundo tipo de interrupción es aquel en el que otro profesor ingresa al aula por alguna razón. Puede ser que el profesor ingrese al aula para solicitar alguna información o para alertar sobre la necesidad de cumplir con ciertas normas o requisitos. Observé un caso en particular en el que la profesora coordinadora del año

ingresó al aula para solicitar al profesor las calificaciones del lapso. Este tipo de interrupción es poco frecuente. Habría que indagar sobre el impacto que puede tener este tipo de interrupciones sobre la percepción que se forman sus estudiantes de su profesor. En otro caso hubo una interrupción de parte de una profesora quien ingresó al aula para entregarle al profesor de matemática una información relacionada con el proyecto del liceo. Me llamó la atención que al ver lo que estaba escrito en la pizarra, la profesora exclamó: “¡Bicho!”, acompañada de un gesto de desagrado. Este tipo de manifestaciones de parte de un profesor de otra asignatura contribuiría al rechazo de los estudiantes hacia las matemáticas.

El tercer tipo de interrupciones es aquel en el que las actividades de otro profesor interfieren con la clase del profesor de matemáticas. En algunos casos observé que las y los estudiantes no se incorporaban al aula desde el inicio de la hora de clases o salían y entraban al aula porque estaban en una actividad de evaluación con otro profesor.

Hechos que no Interrumpen las Clases

Hay un conjunto de elementos perturbadores o distractores que no llegan a interrumpir las acciones que realizan el profesor y los estudiantes durante la clase. En uno de los liceos frecuentemente había mucho ruido fuera del aula, ocasionado la mayoría de las veces por grupos de estudiantes conversando en voz alta en los pasillos. Otro de estos elementos, que ya comenté anteriormente, es la entrada no organizada y salida de algunos estudiantes del aula durante la clase. Este ruido externo y la movilización de algunos estudiantes prácticamente no afectaba el desarrollo de las clases. Además, había en algunas aulas problemas con la iluminación artificial. Por lo tanto, cuando el día era nublado o por momentos se ponía nublado disminuía considerablemente la iluminación del aula, lo cual no interfería con el desarrollo de la clase.

Por último, en cuanto al tema de las interrupciones de la clase, no observé en ningún momento interrupciones ocasionadas intencionadamente por los estudiantes o por otras actividades estudiantiles, diferentes de las ya mencionadas. En ningún

momento las actividades académicas fueron interrumpidas por actividades políticas organizadas por las y los estudiantes. No hubo en esas instituciones, durante mi estadía en ellas, actividades políticas organizadas por las y los estudiantes. Por otro lado, tampoco observé interrupciones debidas a la realización de actividades culturales o deportivas. Tampoco hubo interrupciones de las clases debidas al mal comportamiento de uno o más estudiantes dentro del aula. Por lo general, las relaciones de las y los estudiantes con la y los profesores fueron bastante respetuosas.

Un hecho que me llamó la atención fue que en muchas ocasiones las preguntas o comentarios de los alumnos sobre la comprensión de lo que la profesora o los profesores escribían en la pizarra no interrumpieron la clase ni alteraron el ritmo de sus exposiciones. En muchas oportunidades las preguntas de las y los estudiantes fueron ignoradas por la y los profesores, quienes continuaban con su exposición.

Factores que Afectan el Ritmo o Modo de las Clases

Hay factores dentro del aula que modifican el ritmo de las clases sin llegar a interrumpirlas. La y los profesores se desempeñan según sus posturas hacia las matemáticas y su enseñanza, sobre lo cual volveré más adelante, y siguen un ritmo particular en el desarrollo de sus clases. Unos hablan rápido y acompañan sus verbalizaciones con gestos, otros hablan pausadamente y son poco expresivos gestualmente. Esos ritmos personales son a veces afectados por ciertos factores presentes en el aula. Uno de esos factores es la actitud de los estudiantes hacia el aprendizaje.

En el caso de la profesora María se presentaron momentos en los que explícitamente justificaba su manera de enseñar por la actitud de poco interés por aprender matemáticas mostrada por sus estudiantes. En unas de las clases se dio este diálogo:

Estudiante: No entendemos nada.

Profesora María: A mí no me importa mucho si aprenden o no. Yo tengo la misma actitud de ustedes. Nos vemos en julio. El 2 de julio yo estoy aquí.

En otra oportunidad ella comentó:

Profesor María: Como ustedes tienen una cara de flojera a uno le da flojera enseñar.

Estas fueron algunas de las reacciones de la profesora ante las manifestaciones de desinterés por aprender de parte de sus estudiantes. Ella manifestaba explícita y abiertamente que asumía la misma actitud de ellos.

Mientras que los profesores Juan y José, por el contrario, mostraban no prestarle mayor atención a la actitud de sus estudiantes sobre el aprendizaje de las matemáticas. Los profesores Juan y José desarrollaban sus lecciones sin alterarlas por la actitud de sus estudiantes.

Las manifestaciones de las y los estudiantes indicando que no comprendían el procedimiento que el profesor estaba enseñando, afectaron en muy pocas oportunidades el ritmo de su exposición. Hubo muy pocos momentos en los que la profesora y los profesores pausaron su explicación ante la solicitud de una explicación de parte de algunos estudiantes. Y, cuando atendieron esa demanda, la profesora y los profesores repetían el mismo ejemplo anterior y luego continuaban con su explicación, resolviendo otras tareas.

El humor en la Clase

Como ya señalé en una oportunidad anterior, la interacción entre la y los profesores y sus estudiantes se da en términos bastante respetuosos. Lo cual no significa que fueran rígidamente formales. En algunos momentos hubo manifestaciones de humor tanto de parte de los profesores como de las estudiantes.

Se presentaron casos en las que las manifestaciones de humor fueron de parte del profesor. En una clase del profesor José se produjo este diálogo cuando él propuso unas tareas para la casa:

Estudiante: ¿Pa' la casa profe?

Profesor José: No, son para ustedes. [Risas]

En otros casos las manifestaciones de humor fueron de parte de los estudiantes. En una de las clases de la profesora María en las que estaba reduciendo una matriz se presentó el siguiente diálogo:

Profesora María: ¿A quién voy a restar?

Estudiante: Será usted policía. [Risas]

Y, en otra clase sobre matrices con la misma profesora, se dio la siguiente situación:

Profesora María: ¿Cómo hago un uno en el cinco?

Estudiante: Lo borra y escribe uno. [Risas]

Estas manifestaciones de humor nunca fueron consideradas como irrespetuosas ni como indisciplina. Tampoco produjeron influyeron de manera negativa sobre la continuidad del desarrollo de la exposición del contenido de parte del profesor.

El papel del humor y su impacto tanto en la clase como su uso en los textos escolares de matemáticas han sido muy poco estudiados (Toh, 2009; Azevedo et al., 2021). Algunas investigaciones sobre este tema han sido realizadas en España y Portugal (Menezes et al., 2020) y en África (Tap et al., 2019). Opino que este tema merece nuestra atención, en especial en nuestra cultura, dado que somos propensos a hacer chistes de cualquier cosa o situación por muy dramática que ésta sea.

Comentarios Políticos

Durante las clases observadas, en muy pocas oportunidades surgieron comentarios sobre la política actual, incluso en momentos en que había manifestaciones en las calles en contra del gobierno. En una de esas oportunidades, un grupo de estudiantes en clase conversaban con el profesor sobre la repartición de las tabletas y uno de ellos se refirió a la posición política del profesor, el estudiante dijo:

Estudiante: Profesor a usted no le dieron porque usted es escuálido.

En una de las clases de la profesora María, un pequeño grupo de estudiantes conversaba entre ellos sobre el estudio y sus intereses futuros. Uno de los estudiantes

dijo que a él sólo le interesaba aprender lo que le sirviera para llegar a ser presidente de la República.

Puedo afirmar que, la y los profesores mantenían el tema político partidista fuera de consideración explícita durante el desarrollo de sus clases. Lo cual no quiere decir que sus prácticas pedagógicas no reflejaran posiciones políticas y no tuvieran consecuencias políticas, en el sentido más amplio de este término. El profesor José manifestó que había una diferencia entre los estudiantes del liceo público y los de un colegio privado en el que trabaja, según su apreciación los segundo mostraban mayor interés por aprender que los primeros.

Estos profesores trabajan en instituciones educativas en las que la mayoría de las y los estudiantes provienen de sectores poco favorecidos económicamente, por tanto, las oportunidades de ellos les ofrecen podrían tener un impacto en su futuro. Apreciaciones como la manifestada por el profesor José influiría sobre sus prácticas de enseñanza, al considerar que sus estudiantes del liceo público muestran menor interés por aprender matemáticas. Aunque, como indiqué anteriormente, no lo manifestara abiertamente. Se trata de una posición política invisible o tácita, pero que sí funciona, es decir, que tiene efectos.

Movimiento del Profesor en el Aula

La y los profesores participantes pasan la mayor parte del tiempo parados frente al pizarrón, bien sea de espaldas a las y los estudiantes o de lado, y en otros momentos se colocaba de frente hacia ellos para decirles algo directamente. En especial cuando se dirigían a un estudiante en particular. En muy pocas oportunidades recorrían el salón de clases entre las filas de pupitres o mesas. El resto del tiempo la y los profesores se mantenían sentados en sus escritorios. De los tres profesores, la profesora María era la que pasaba mayor tiempo sentada en su silla junto al escritorio, debido a que las tareas de cálculos con matrices que asignaba a los estudiantes en clase tomaban más tiempo que las tareas de otros contenidos.

El profesor José algunas veces recorrió el aula pasando por las mesas de las y los estudiantes para comprobar si estaban trabajando en sus cuadernos. Mientras que la profesora María y el profesor Juan se desplazaban en la zona entre el pizarrón y sus escritorios.

El estilo de enseñanza predominante no requiere que la o los profesores se muevan alrededor del aula para interactuar con las y los estudiantes. En ninguna de las clases observadas las y los estudiantes realizaron tareas en pequeños grupos. Y cuando le asignaban tareas individuales para resolverlas en clase, las y los estudiantes iban al escritorio del profesor a preguntar dudas o a solicitar que les revisará el trabajo hecho.

El espacio del aula que la y los profesores utilizan durante el desarrollo de sus clases es bastante limitado. Este espacio es la franja entre la pared en la que se encuentra el pizarrón y la primera fila de pupitres o mesas de las y los estudiantes.

Prácticas de Evaluación

Durante el tiempo que duró mi estadía en las instituciones educativas observé muy pocos eventos dedicados especialmente a la evaluación. Algo resaltante es el poco uso de los exámenes escritos en el aula como técnica de evaluación. El profesor José fue el único que utilizó la exposición como técnica de evaluación. La utilizó en dos casos particulares, uno donde los estudiantes exponían biografías de matemáticos antiguos y el otro donde presentaban el trabajo final de un proyecto. En el primero de estos casos, las exposiciones no estaban directamente relacionadas con el tema que el profesor estaba enseñando en ese momento. La técnica más utilizada por la y los profesores fue la asignación de tareas para ser resueltas en casa. Estas tareas fueron de distintos tipos, por ejemplo: buscar unos conceptos y copiar sus definiciones en el cuaderno y resolver un conjunto de tareas. Por lo general, estas tareas eran similares a los ejercicios resueltos en clase y de muy baja demanda cognoscitiva. Además, en muy pocas oportunidades las y los estudiantes resolvieron tareas en clase como parte de la evaluación.

La corrección de las evaluaciones fue realizada por lo general en el aula. Esta se reducía a la revisión de los cuadernos de las y los estudiantes por parte de los profesores. El profesor José en algunas oportunidades solicitó a ciertos estudiantes que leyeran en voz alta lo que habían escrito en sus cuadernos como respuestas a una tarea designada para la casa. El profesor José fue el único que recurrió a la auto-evaluación como forma de valorar el trabajo de los estudiantes. Además, asignó puntos a los estudiantes a su clasificación de final de lapso por haber participado en una jornada de limpieza del liceo. En una ocasión, el profesor José me pidió que le ayudara a corregir las tareas resueltas por las y los estudiantes en sus cuadernos.

Las y los estudiantes por lo general no mostraron mayor preocupación ante los eventos de evaluación. En particular las y los estudiantes de Quinto Año estaban muy poco preocupados por las calificaciones del último lapso, algunos manifestaron que con las notas que tenían acumuladas ya habían aprobado la asignatura.

En algunas oportunidades la y los profesores usaron la evaluación con el propósito de controlar el comportamiento de las y los estudiantes. Por ejemplo, en una clase el profesor José escribió unas tareas en la pizarra y en vista de que los estudiantes estaban un poco distraídos, señaló que evaluaría la resolución de dichas tareas. La asignación de tareas de evaluación también fue usada como acción de cierre de las clases.

Efecto del Tamaño de la Sección

Las secciones de cada uno de los profesores participantes variaban considerablemente en el número de estudiantes que las conformaban. Observé clases de matemáticas desde el segundo hasta el quinto año, el número de estudiantes en cada sección disminuía sucesivamente en ese orden. El tamaño de las secciones ha sido considerado como una variable que afecta el rendimiento de las y los estudiantes en el liceo. Sin embargo, los resultados de las investigaciones sobre el efecto del tamaño de las secciones sobre el rendimiento de las y los estudiantes en las matemáticas y en otras asignaturas no son concluyente (Shen & Konstantopoulos, 2021).

Entre las clases de matemáticas de los diferentes años observadas no encontré ninguna diferencia notable en las prácticas pedagógicas de la y los profesores de matemáticas. El número de estudiantes asistentes a las clases no tuvo ninguna influencia en la manera en que la y los profesores realizaron sus actividades de enseñanza. Lo anterior confirma resultados de la investigación de Sanni et al. (2021). Por otro lado, algunos investigadores reportan que el efecto del tamaño de las secciones sobre el rendimiento y el interés por aprender varían según las asignaturas y los países (Shen & Konstantopoulos, 2021). Además, la preocupación por el efecto del tamaño de las secciones se ha asociado negativamente con el rendimiento solo en investigaciones con estudiantes de clases sociales privilegiadas (Köhler, 2022). Este autor sostiene que la reducción del tamaño de las secciones será solamente efectiva, en el contexto sudafricano, una vez que otros factores relacionados con la calidad educativa sean abordados. Considero que esta observación de Köhler es igual de relevante para la situación actual de la educación en nuestro país.

Tal como ya mencioné, el tamaño de las secciones no afecta de manera considerable las prácticas pedagógicas de la y los profesores de matemáticas. Este asunto requiere de mayor investigación.

El Acompañamiento Pedagógico o Supervisión

La supervisión teóricamente debe ser realizada desde el nivel del liceo y desde instancias externas al liceo. En el discurso escolar se suele hablar de acompañamiento pedagógico en lugar de supervisión. Según manifiestan los profesores, con este cambio de términos, se trata de expresar un cambio en la práctica de supervisión como evaluación, muchas veces con fines punitivos, por la supervisión como un acto que busca el mejoramiento de la práctica docente con el acompañamiento del supervisor. En ninguna oportunidad observé un acto de acompañamiento pedagógico. La y los profesores participantes nunca recibieron la visita de otro profesor con fines de valorar u observar su desempeño como docentes en el aula.

La revisión de la planificación es prácticamente la única práctica de supervisión, es decir de control externo al trabajo del profesor. Esta revisión suele centrarse casi exclusivamente en las estrategias de evaluación propuestas por el profesor. Tal revisión la realiza la o el profesor encargado de la Coordinación de Evaluación. Los cambios en la evaluación sugeridos por este coordinador suelen ser acatados por los profesores, porque dichos cambios suelen responder a lineamientos oficiales. Es costumbre, según las opiniones de la y los profesores participantes, que los directivos del liceo hagan descansar en ese coordinador el cumplimiento de las directrices que llegan del distrito escolar.

Uso de Tecnologías en el Aula

En la sección anterior describí la precariedad de las aulas en las que las y los profesores de matemáticas realizan su trabajo. Se trata de ambientes donde no hay tecnologías disponibles, excepto el pizarrón, para realizar tareas matemáticas durante la clase que incorporen su uso. Tampoco tienen las y los estudiantes tecnologías disponibles de uso individual dentro del aula. Aunque el gobierno nacional ha anunciado en diversas oportunidades que ha repartido tabletas a las y los estudiantes de la Educación Media en instituciones educativas públicas y subsidiadas, no observé ni uno de estos aparatos en el aula durante el tiempo que observé las clases. Pude notar que algunos estudiantes tenían teléfonos celulares. Aunque hay aplicaciones para estos aparatos que podrían ser usadas como apoyo a la enseñanza de temas de álgebra lineal, estas nunca fueron consideradas por los profesores. En unas pocas oportunidades algunos estudiantes usaron la calculadora incluida en sus teléfonos celulares. Su uso fue circunstancial, no estaba contemplado de manera planificada en el desarrollo de la clase.

En la literatura sobre la enseñanza de las matemáticas, el uso de las llamadas tecnologías de la información y la comunicación aparece como una de las principales preocupaciones. Mucho se ha escrito sobre las ventajas del uso de estas tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en especial durante la pandemia de la

COVID-19 en el ámbito internacional y en Venezuela (Prieto & Ortiz, 2019). La implementación de estas propuestas de enseñanza requiere que las aulas estén dotadas convenientemente. Pero tales tecnologías no forman parte del contexto material en que trabajan las y los profesores de matemáticas en nuestros liceos y escuelas técnicas. No solo no se encuentran estas tecnologías en el aula, como acabo de mencionar más arriba, sino que, en los liceos si acaso hay unas pocas computadoras y, por lo general, sin acceso a internet.

Por último, los textos escolares de matemáticas usados por la profesora y los profesores como apoyo para sus clases no incluyen el uso de tecnologías o lo hacen en muy pocas veces. Igualmente, en los libros de texto de la Colección Bicentenario promueven de forma sistemática el uso de tecnologías tales como calculadoras y programas de computación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En unas pocas lecciones de estos libros se resuelven tareas con el uso de tecnologías. En particular, las tecnologías están ausentes en las lecciones que tratan temas del álgebra lineal. Tampoco es establecida explícitamente, en el currículo oficial, una posición acerca del uso de calculadoras y otras tecnologías en la enseñanza de las matemáticas.

En las conversaciones con la y los profesores sobre el uso de tecnologías en la enseñanza de las matemáticas surgió el tema de las diferencias en cuanto a la procedencia de sus estudiantes y el tipo de liceos en los que trabajan. El profesor José era el único de ellos que trabajaba en el liceo oficial y en un colegio privado, él comentó que en este colegio era obligatorio el uso de las redes sociales como apoyo a la gestión de sus labores. Para indagar un poco más sobre esta situación consulté a otro profesor de matemáticas, extendiendo el caso, que trabajaba en el mismo colegio privado donde trabaja el profesor José. El profesor Ernesto me comentó lo siguiente:

Profesor Ernesto: (...), los ejercicios se los paso por WhatsApp. En el colegio donde trabajo con matemáticas se utiliza el WhatsApp como herramienta indispensable.

A lo cual agregé algunos comentarios sobre la manera en que esta tecnología es usada por sus estudiantes.

Profesor Ernesto: Ellos [sus estudiantes] los tienen en su teléfono y el día que vamos a desarrollar el tema, ya ellos tienen en teoría que hayan leído y ya tengan idea. Algunos que son más astutos y más responsables. Ya tiene la parte teórica copiada. Cuando yo estoy explicando ya los tienen copiados en sus cuadernos y los que han ido es adelantando

La incorporación de estas tecnologías, según lo relatado por los profesores, no genera ningún cambio significativo en sus prácticas pedagógicas. Como vemos en el comentario del profesor Ernesto, las y los estudiantes transcriben a sus cuadernos el contenido que él les envía por WhatsApp. Esta tecnología es solo una manera de transmitirles información, pero no es incorporada al proceso de enseñanza como ayuda para hacer matemáticas.

Las condiciones materiales objetivas sirven de contexto y justifican formas de enseñanza donde el uso de tecnologías es desdeñado o son asimiladas a las prácticas y costumbres dominantes. Aunque hay autores, como García (2018), quienes sostienen que la actitud del profesor hacia las tecnologías es el principal obstáculo a vencer para poder implementar su uso en el liceo. Contrario a esa opinión, sostengo que sin la dotación tecnológica adecuada y un currículo (oficial y parcialmente enseñado) que incorpore el uso de las tecnologías a la enseñanza y el aprendizaje poco se logrará, aunque el profesor individualmente tenga la disposición y la actitud para adoptarlas. Esto no significa, según la teoría de la actividad, que las características internas del profesor no tengan ninguna influencia, lo que significa es que las condiciones materiales son las determinantes.

La pizarra y su uso

Uno de los principales elementos materiales dentro de las aulas del liceo y la escuela técnica es la pizarra. Al comienzo de esta investigación no propuse entre sus objetivos estudiar el uso de la pizarra en la clase de matemáticas. Este tema surgió durante el proceso de observación participante, por lo tanto, lo trataré aquí someramente. El uso de la pizarra en la clase de matemáticas requiere ser investigado.

La pizarra es la principal herramienta para la comunicación entre el profesor y sus estudiantes. La profesora y los profesores pasan la mayor parte del tiempo dedicado a la exposición del contenido escribiendo en la pizarra y narrando lo que van haciendo. La pizarra también es utilizada para comunicar información sobre la gestión de la asignatura, tales como fechas de evaluaciones y del fin del lapso. Además, la pizarra es usada para asignar las tareas que los estudiantes deben copiar en sus cuadernos para realizarlas fuera del horario de clases de matemáticas.

Las y los estudiantes hacen un uso muy limitado de la pizarra. En muy pocas oportunidades algún estudiante pasó a la pizarra a resolver una tarea. Durante las exposiciones, micro-clases o presentación de proyectos, las y los estudiantes no utilizaron la pizarra. Las y los estudiantes complementaron sus exposiciones con carteles o maquetas.

El uso de la pizarra pareciera más bien espontáneo que planificado. Uno de los profesores, que también da clases de física, afirma que divide el pizarrón en tres columnas para organizar la resolución de las tareas de física. Esta organización del pizarrón la usaba en las clases de física, pero nunca observé que la usara en las de matemáticas. La profesora María dividía el pizarrón en tres columnas separadas por líneas verticales y escribía comenzando por la columna de la izquierda. Mientras que el profesor Juan separaba el espacio de trabajo en la pizarra de manera definida, comenzaba a escribir en la zona del pizarrón más cercana a su escritorio. La distribución del trabajo de estos profesores en la pizarra, aunque es bastante ordenado no sigue un patrón basado en alguna orientación metodológica. La y los profesores manifestaron que durante sus estudios de pregrado o de educación continua no recibieron formación sobre el uso de la pizarra en la clase de matemáticas.

El profesor José fue el único profesor que introdujo elementos simbólicos, no matemáticos, para enfatizar un aspecto de su exposición del contenido presentado en forma escrita en la pizarra. Este profesor dibujaba una curva dirigida, con punta de flecha al final, para resaltar una relación entre el exponente de un binomio al cuadrado y el coeficiente del segundo término del polinomio correspondiente, ver ejemplo en la

Figura 12. El profesor José en ningún momento explicó por qué estos dos números eran iguales.

Figura 12

Ejemplo de Simbología Introducida por el Profesor José en la Pizarra

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2$$

Fuente: Elaboración propia para ilustrar tipo de escritura introducida por el Prof. José.

Los otros dos profesores escribían en la pizarra de la misma forma en que escriben con papel y lápiz. La profesora María y el profesor Juan escribieron en la pizarra en el lenguaje matemático usual, sin el uso de símbolos adicionales extra-matemáticos en apoyo a su presentación del contenido.

Una característica del método de caso extendido es revisitar el lugar de la investigación un tiempo después de culminada. Me propongo revisitar estas instituciones educativas en un futuro para indagar en profundidad acerca del uso de la pizarra en la clase de matemáticas.

El Texto Escolar en el Aula

Los textos escolares son considerados en nuestra legislación como un útil escolar para uso de las y los estudiantes (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2015). Esta consideración se corresponde con la concepción tradicional del texto escolar, el cual es diseñado como herramienta de estudio dirigida a las y los estudiantes. Algunas editoriales acompañan el texto escolar de una versión para el profesor, lo cual no es muy común en nuestro país. En el currículo oficial no hay especificaciones claras y detalladas acerca del papel de los textos escolares en la enseñanza y el aprendizaje

de las matemáticas. En el caso de los textos escolares oficiales de matemáticas, se cuenta solo con recomendaciones sobre su uso dirigidas a docentes de la Educación Primaria. Estos libros de texto tampoco incluyen una introducción o presentación dirigida solo a las y los profesores de matemáticas, donde se den detalles sobre cómo usarlos en la clase. En el currículo oficial aprobado en 2015, se recomienda a las profesoras y los profesores apoyarse en los textos escolares oficiales para desarrollar los temas generadores y construir el tejido temático y los referentes teórico prácticos (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2016). Pero, no hay una explicación sobre cómo lograr esto en la clase. En este documento no es mencionado en ningún momento el uso de los libros como apoyo para el estudio independiente. En la presentación dirigida a docentes, padres y representantes sólo son expuestas algunas ideas generales sobre los textos, tales como: “Este libro, (...), ha sido escrito y pensado como instrumento de liberación” (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2012a, p. 4).

En la práctica, los textos escolares son una herramienta usada principalmente por la y los profesores participantes. Ellos usan el texto escolar como fuente para preparar la planificación y seleccionar tareas para resolver en el aula y para que sus estudiantes las resuelvan en casa. Es decir, el texto escolar es utilizado principalmente como una herramienta de apoyo a la enseñanza y, en buena medida, determina el currículo enseñado.

El hecho que el texto escolar de matemáticas no sea utilizado como medio de estudio se debe en parte a las restricciones impuestas por las regulaciones escolares. La y los profesores alegan que ellos no pueden pedir a sus estudiantes un libro de texto en particular porque está prohibido. Incluso el profesor José me comentó que en una oportunidad escribió una guía de ejercicios y solicitó a sus estudiantes que la fotocopiaran y tuvo problemas porque algunos padres y representantes se quejaron ante la dirección. Ante eso tuvo que retirar la guía de circulación. Sin embargo, la más reciente resolución sobre textos escolares no prescribe tal prohibición (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2015). Según lo establecido en el Artículo 9 de esta

resolución sólo queda prohibido solicitar textos escolares en aquellos liceos y escuelas técnicas oficiales en las que las y los estudiantes reciban los textos escolares de la Colección Bicentenario.

En las instituciones de educación en las que realicé las observaciones, las y los estudiantes no llevaban a clases los textos escolares oficiales de matemáticas. En una de las instituciones, según me informó el profesor José, estos libros de texto estaban disponibles en la biblioteca. La y los profesores tampoco usaban estos textos escolares.

Relevancia de la Actividad de Estudio

Tal como señala Rubinstein (1978), la actividad de estudio es una de las actividades humanas fundamentales. Por medio del estudio, influenciado por la enseñanza, las y los estudiantes se apropian del conocimiento histórico y socialmente producido por la humanidad. Además, esta actividad juega un papel muy importante en la preparación de las personas para el trabajo, en especial en sociedades avanzadas económicamente. Como en cualquier otra actividad, la persona transforma la realidad cuando la realiza y se transforma a sí misma. En ninguna de las clases observadas encontré evidencias de que las y los profesores participantes reconocieran la importancia de la actividad de estudio.

Las acciones de las y los estudiantes en las clases eran fundamentalmente copiar de la pizarra, resolver en su cuaderno tareas similares a las resueltas previamente por la o el profesor y responder oralmente preguntas formuladas por el profesor en medio de su exposición. Todas estas acciones involucraban tareas de muy bajo nivel cognitivo. Mientras que las acciones más comunes realizadas fuera del aula eran copiar en el cuaderno información tomada de varias fuentes y resolver tareas similares a las resueltas en clase. Al igual que estas últimas tareas, las tareas para la casa eran de muy baja demanda cognitiva.

Tal como describí más arriba, la pizarra y el texto escolar eran usados como herramientas principalmente por la y los profesores participantes. Aún el texto escolar, diseñado especialmente para las y los estudiantes, era usado exclusivamente por la o el

profesor para planificar y como fuente de tareas para resolver en clase como ejemplos o para asignarlas a sus estudiantes. En ningún momento la y los profesores incentivaron a sus alumnos a estudiar de manera independiente usando un texto escolar o cualquier otro libro. Las y los estudiantes tampoco usaban el texto escolar como complemento a la enseñanza en el aula. El aprendizaje de las y los estudiantes queda así limitado a lo que puedan aprender durante las clases.

Encuentro dos posibles explicaciones a esta actitud de la y los profesores hacia el uso del texto escolar como herramienta de estudio. Por un lado, la y los profesores manifestaron en conversaciones conmigo que en los cursos de matemáticas que tomaron en pregrado nunca estudiaron usando un texto determinado. El estudio se reducía a la resolución de problemas presentados en guías que preparaban los profesores o copias de las secciones de problemas de textos de matemáticas. En esos cursos, las y los profesores universitarios no enfatizaban la importancia de estudiar la teoría. Usaban las notas tomadas en clase en aquellos cursos que requirieran hacer demostraciones de algunos teoremas o para resolver problemas. Por el otro lado, como ya señalé anteriormente, la y los profesores participantes alegan que no pueden solicitar a sus estudiantes el uso de textos escolares determinados, lo cual generalizan en la práctica a no usar ningún texto escolar para estudiar.

Motivos y Fines de la Enseñanza

Los motivos y los fines son dos de los principales elementos que constituyen la actividad humana. La concordancia entre los motivos y los fines caracterizan a la actividad. Por tanto, resulta importante tratar de determinar en la investigación sobre las prácticas pedagógicas, o la actividad de enseñar, cuáles son los motivos y fines de los mismos. Sabemos que estos están establecidos formalmente tanto en el currículo oficial como en el currículo parcialmente implementado, particularmente en los textos escolares. Se puede decir que estos son los fines y motivos socialmente aceptados. Sin embargo, la y los profesores tiene sus propios motivos y fines personales que no son

idénticos a esos motivos y fines sociales, y que además no necesariamente los expresan articuladamente.

En las clases observadas, la y los profesores nunca presentaron explícitamente a sus estudiantes cuales era los motivos y fines de la enseñanza. Las clases se centraban en la presentación de determinados contenidos sin un propósito claramente establecido. Tampoco quedaba claro, en muchos, cuál era el objetivo de una determinada acción. Esto se evidenció con mayor claridad en la enseñanza de determinados algoritmos, sobre todo en algoritmos con matrices.

Integración Vertical y Horizontal de los Contenidos

La y los profesores de matemáticas enseñan los contenidos de álgebra lineal, incluidos en el currículo de la Educación Media, con prácticamente ninguna relación entre ellos ni con otros contenidos de matemáticas del mismo año. Salvo en contadas excepciones, tales como: las transformaciones lineales expresadas como matrices y la resolución de sistemas de ecuaciones mediante métodos matriciales. Además, estos contenidos son escasamente relacionados con contenidos de otras áreas de aprendizaje. Sólo el profesor Juan propuso una tarea de operaciones con los números complejos referida a un circuito eléctrico, tema del Área de Formación Física.

Los temas de álgebra lineal son enseñados por lo general sin integrar los unos con otros. Una excepción es el uso de la representación matricial de las transformaciones lineales y de los sistemas de ecuaciones lineales, y de la resolución de estos mediante operaciones con columnas de la matriz correspondiente. Pero no se integran temas como el sistema de los números complejos y el plano cartesiano de la geometría analítica con el concepto de espacio vectorial.

El currículo de la Educación Media está organizado en unidades de aprendizaje. Los contenidos de estas unidades no están organizados por bloques temáticos como en el currículo de la Educación Primaria. Esto podría explicar en parte la poca integración horizontal de los contenidos de matemáticas. Lo mismo puede decirse de los textos escolares de Matemáticas de la Colección Bicentenario. Revisé todas las tareas

propuestas en dichos libros en las lecciones dedicadas a temas del álgebra lineal y en ninguna de ellas se establecen conexiones con contenidos de otras lecciones en el mismo libro, ni con contenidos de otras áreas de formación (ver capítulo anterior).

Otro aspecto resaltante es la falta de relación entre los temas de álgebra lineal y la geometría analítica. A partir del primer año de la Educación Media son introducidos los primeros conceptos de geometría analítica, tales como el sistema de coordenadas rectangulares para determinar puntos en el plano euclidiano. Este mismo sistema de coordenadas es usado para enseñar los vectores en el plano y la representación geométrica de los números complejos, y luego extendido a tres dimensiones para tratar los vectores en el plano. Sin embargo, estas conexiones no son enseñadas de manera explícita.

En las entrevistas, la y los profesores manifestaron que tomaban en cuenta los contenidos de otras asignaturas, principalmente de física, para la planificación y la enseñanza en el aula. Sin embargo, esto no se evidenció en sus prácticas pedagógicas cotidianas, sólo el profesor Juan resolvió en clase una tarea de aplicación de los números complejos a un circuito eléctrico.

Tipos de Representación

Las clases de matemáticas son por lo general del tipo tiza-charla (o más bien marcador-charla), donde el profesor escribe en la pizarra y describe verbalmente aquello que va escribiendo. La mayor parte de la información sobre el desarrollo de la asignatura es presentada oralmente. La interacción entre el profesor y sus estudiantes se realiza también principalmente de forma oral, muchas veces complementando lo escrito en la pizarra.

En las clases observadas, la y los profesores usaban casi exclusivamente la representaciones algebraica y numérica del contenido matemático. La mayoría de las tareas trataban sobre la manipulación de expresiones algebraicas o numéricas. Lo anterior revela el predominio de la concepción del álgebra como aritmética generalizada. Es decir, en la clase de matemáticas en la Educación Media predomina

la enseñanza de algoritmos para calcular con letras y números. El cálculo con números enteros y racionales con frecuencia se convertía en un obstáculo para entender temas más avanzados. Esta situación muestra la poca eficiencia didáctica de este estilo de enseñanza.

Esta concepción del álgebra influye sobre la manera en que la y los profesores enseñan temas de álgebra lineal. En la enseñanza de temas de esta rama de las matemáticas, tales como matrices y determinantes, la y los profesores casi exclusivamente resolvían tareas de tipo numérico. Estos contenidos eran raramente presentados en otras formas de representación y tampoco eran asociados con otros contenidos representados gráficamente.

En las clases de la profesora María, dedicadas a operaciones con matrices, las tareas fueron exclusivamente sobre matrices numéricas. En este caso, solo se trataba de calcular con matrices cuyos elementos eran número enteros o fracciones, a los cuales no les correspondía significado alguno en relación con una situación dada. Se puede decir que su enseñanza se centraba en una aritmética de matrices.

Enseñanza de los Algoritmos

Como ya señalé en el capítulo dedicado a la metodología, tanto la recolección de los datos como su análisis e interpretación estuvieron guiadas por la teoría de la actividad y por aspectos propios del contenido del álgebra lineal. Estos aspectos tienen que ver con el álgebra lineal como disciplina y los temas de álgebra lineal incluidos en el currículo del Área de Formación Matemáticas, es decir, como asignatura. Uno de estos aspectos es el papel de los algoritmos en el álgebra lineal. Ya comenté en el capítulo anterior el rechazo a la enseñanza de algoritmos manifestado en el currículo oficial de Matemáticas para la Educación Media General. Este rechazo es motivado a mi manera de ver, por una concepción limitada y sesgada de los algoritmos, ligado a una visión reducida sólo a los algoritmos de las operaciones aritméticas. Esta perspectiva podría limitar la apreciación de la importancia actual de los algoritmos en muchos ámbitos de la actividad humana. Muchos procesos que afectan nuestra vida

cotidiana, personal y profesional, están controlados por algoritmos y particular algoritmos del álgebra lineal. Encontré en este punto una situación contradictoria en la actividad de enseñanza de temas de álgebra lineal. Por un lado, la y los profesores desconocen en su práctica pedagógica la crítica que se hace en el currículo oficial a la enseñanza de los algoritmos. La mayoría de las clases observadas estuvieron dedicadas a la enseñanza de algoritmos. Sin embargo, no se realizaba una enseñanza explícita de los algoritmos, indicando sus características y propiedades. La profesora y los profesores realizaban paso a paso los algoritmos ante sus estudiantes sin una explicación previa general del mismo. Ante esta manera de enseñar, las y los estudiantes parecían no comprender los pasos del algoritmo y su final. Con frecuencia algunos estudiantes formulaban preguntas como:

Estudiante 1: ¿Por qué comenzó por ese número?

Estudiante 2: ¿Por qué multiplicó por ese número?

Estudiante 3: ¿Eso es todo?

En el tratamiento de los temas de álgebra lineal incluidos en el currículo de la Educación Media General, y en el componente académico de la Educación Media Técnica, los algoritmos más comunes son aquellos que tienen que ver con la resolución de los sistemas de ecuaciones lineales. Como indique más arriba, estos algoritmos no son enseñados como casos particulares de algoritmos, el concepto de algoritmo no es enseñado explícitamente en la clase de matemáticas. Al no comprender qué es un algoritmo las y los estudiantes tienen dificultades para comprender cómo funciona un algoritmo en particular, tal como el método de Gauss-Jordan para resolver un sistema de ecuaciones lineales. Las y los estudiantes mostraron dificultades para comprender cuando se inicia un algoritmo, como se procede paso a paso y como finaliza.

El caso específico de la enseñanza de la factorización de polinomios y de los productos notables no sirve para ilustrar como influye sobre la enseñanza la falta de comprensión del concepto de algoritmo. La enseñanza de estos temas queda reducida a la resolución de ejemplos sobre un número de casos particulares. Estos casos

particulares el profesor José los llamaba “modelitos”, los cuales eran enseñados sin conexión entre ellos.

Tampoco se realizan comparaciones entre diversos algoritmos que se aplican para resolver un mismo problema. Por ejemplo, en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales pueden aplicarse diversos algoritmos (sustitución, igualación, etc.) y cada uno de ellos puede resultar más eficiente que los otros en la resolución de determinados problemas. En ningún momento fueron discutidas las ventajas y desventajas de uno u otro algoritmo para la resolución de un determinado problema. Las y los estudiantes no fueron expuestos a tareas en las que ellos debían escoger el algoritmo que consideraran el más adecuado para resolver cada una de ellas. En las tareas propuestas en las clases y en la mayoría de los textos escolares se indica explícitamente a las y los estudiantes el algoritmo que deben utilizar para resolverlas.

El Papel de las Definiciones

Las definiciones jugaron un papel marginal en la enseñanza de las matemáticas en las clases observadas. La profesora María fue la única que escribió en la pizarra algunas definiciones para que sus estudiantes las copiaran en los cuadernos. Esas acciones eran aisladas dentro del hilo del desarrollo de la clase. El profesor José solicitó en varias oportunidades a sus estudiantes que buscaran en diversas fuentes definiciones de ciertos conceptos y las anotaran en sus cuadernos. En una clase posterior verificaba si ellos habían realizado la tarea asignada llamando a algunos estudiantes para que leyeran en voz alta alguna de las definiciones copiadas en el cuaderno. Esas definiciones no necesariamente tenían que ver con el tema tratado en la clase en la que se realizada esa acción de comprobación.

Dado que la enseñanza de las matemáticas, en general, la centran la y los profesores en mostrar la ejecución de procedimientos, el aspecto conceptual es tratado marginalmente. Desde esa perspectiva de la enseñanza, las definiciones juegan un papel poco relevante. En una de las conversaciones sobre la parte conceptual en matemáticas, uno de los profesores señaló lo siguiente.

Prof. Ernesto: Es complicado, son escasos los contenidos que tienen teoría. Creo que los que tienen más teoría son vectores y estadística, probabilidad.

Esta postura de la y los profesores hacia lo conceptual tiene una consecuencia particular en la enseñanza de los temas de álgebra lineal, que no enseñan el concepto de linealidad. Postura que es promovida por la manera en que los temas de álgebra lineal son propuestos en el currículo oficial y en los textos escolares.

La Demostración y la Justificación en la Clase

Una de las características fundamentales de las matemáticas es la demostración de sus proposiciones. Toda proposición que no haya sido demostrada es considerada como una conjetura y su veracidad es aceptada sólo si es demostrada. Por otro lado, tenemos que la enseñanza de temas de álgebra lineal es considerada como una manera de iniciar a las y los estudiantes en la práctica de la demostración en matemáticas (Uhlig, 2002; Weber K. , 2010). En las matemáticas escolares, las y los estudiantes suelen encontrarse con demostraciones sólo al estudiar temas de geometría. también se encuentran con algunas demostraciones al estudiar los productos notables y las identidades trigonométricas. Estos dos últimos casos, basándome en mi propia experiencia como profesor y el examen de los textos escolares, estas no son vistas necesariamente como demostraciones.

La práctica de la demostración en matemática es una práctica verdaderamente extraña en las clases de matemáticas observadas. Las proposiciones y procedimientos son presentados como verdades a ser aceptadas más por convicción que por demostración. En algunos casos, al enseñar los productos notables, el profesor José mostró como obtener el desarrollo de un binomio, pero sin hacer alusión que se trataba de una demostración. Estos eran desarrollados como un cálculo algebraico para luego ser usado como un algoritmo.

En la enseñanza de los temas de álgebra lineal, la y los profesores observados presentaron proposiciones y procedimientos sin demostrarlos. Solo en el caso de la enseñanza de la factorización de un polinomio y de los productos notables, donde se

trata de expresar un polinomio en producto de factores lineales o desarrollar esos factores, los profesores ofrecieron una justificación de los resultados. Pero en ningún momento, como comenté anteriormente, fueron presentadas estas justificaciones como demostraciones.

La Historia de las Matemáticas en la Clase

La comunidad de didáctica de las matemáticas reconoce, desde hace varias décadas, el papel positivo que puede jugar la introducción de la historia de las matemáticas en la enseñanza de estas ciencias en el mejoramiento de su comprensión de parte de las y los estudiantes (Fauvel, 1991). Además, se reconoce la conveniencia de incluir cursos de historia de las matemáticas en los programas de formación de profesores (Clark, 2012). También se recomienda incluir elementos de la historia de las matemáticas en los textos escolares (Baki & Bütüner, 2013; Mersini & Karabörkii, 2022). En las clases observadas, sólo el profesor José incluyó elementos de la historia de las matemáticas en algunas de sus clases.

El profesor José solicitó a sus estudiantes que investigaran sobre la biografía de matemáticos de la antigüedad y prepararan unas exposiciones para ser presentadas en la clase. Observé algunas de esas exposiciones, las cuales versaban sobre la vida de matemáticos griegos de la antigüedad. En las presentaciones, las y los estudiantes hicieron muy poca referencia a las matemáticas elaboradas por esos personajes. Por otro lado, las matemáticas a las que contribuyeron esos matemáticos no estaban relacionadas con los contenidos que el profesor enseñaba en ese momento. Esta inclusión de elementos de la historia de las matemáticas servía más propósitos motivacionales que de la enseñanza propiamente dicha. Sin embargo, el resto de los y las estudiantes no mostró mucho entusiasmo en interés por los temas de las exposiciones. Este enfoque de la inclusión de elementos de la historia de las matemáticas en su enseñanza se corresponde con el adoptado por las y los autores de los textos escolares de matemáticas de la Colección Bicentenario.

Aplicaciones en la Clase de Matemáticas

Nadie pone en duda hoy en día la relevancia de la inclusión de las aplicaciones de las matemáticas en su enseñanza en la Educación Media. En el currículo oficial vigente, las unidades de aprendizaje se organizan a partir de un tema generador el cual es una situación lo más real posible en la que surgen problemas que se pueden resolver matemáticamente. Los textos escolares modernos inician la presentación de los temas de cada capítulo o lección con una situación problemática que motiva el estudio de dichos temas, también incluyen una que otra actividad que requiera la aplicación de algún concepto o procedimiento matemático para resolverla. Lo cual no significa que las aplicaciones de las matemáticas estén integradas en su enseñanza.

El profesor Juan fue el único de los profesores participantes que resolvió problemas en clase de aplicación de las matemáticas. En particular se trató de unos problemas de un circuito eléctrico que se resolvían aplicando propiedades y procedimientos de los números complejos. Mientras que, en la enseñanza de los temas generalmente reconocidos como temas de álgebra lineal, la y los profesores no propusieron tareas de aplicación.

Cuando pregunté a la y los profesores sobre la importancia de incluir aplicaciones de las matemáticas en la enseñanza de estas ciencias, todos ellos manifestaron que lo consideraban importante. Sin embargo, este reconocimiento no se traducía efectivamente en su actividad de enseñanza.

Algunos Obstáculos para Aprender lo Nuevo

Durante las clases en las que se desarrollaba un nuevo contenido, siempre se presentaba alguna dificultad, debido a que algunos estudiantes no dominaban ciertos procedimientos o conocimientos previos. Básicamente encontré obstáculos de dos tipos, unos que tenían que ver con las operaciones con números y los otros con el manejo de expresiones algebraicas. En el desarrollo de varias clases la y los estudiantes mostraron dificultad en seguir la realización de un procedimiento por tener problemas para operar con números enteros y fracciones. En la mayoría de sus clases

la profesora María enseñó operaciones con matrices y el uso de métodos matriciales para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Todas las tareas resueltas como ejemplos en la clase y las asignadas a sus estudiantes para ser resueltas en casa trataban con matrices con elementos numéricos. Se puede afirmar que, en lugar de álgebra la profesora enseñaba una aritmética de matrices. Si a lo anterior agregamos el rechazo al uso de calculadoras, no es de extrañar que las deficiencias en la realización de las operaciones con enteros y fracciones se convierta en un problema para avanzar en el aprendizaje de matemáticas más avanzadas.

Los Objetos Matemáticos del Álgebra Lineal en el Aula

Hasta aquí he tratado un conjunto de prácticas pedagógicas de la profesora y los profesores participantes desplegadas en el aula durante las clases. Esas prácticas pedagógicas tenían que ver con la gestión de la clase y las maneras de interactuar de los profesores con sus estudiantes. También se referían a las condiciones materiales en las cuales están inmersos nuestros profesores y profesoras y que considero determinantes para sus prácticas pedagógicas. En esta sección me referiré de manera más específica a algunos de los objetos del álgebra lineal que fueron tratados por la profesora y los profesores participantes. Como ya indiqué antes, la profesora María trabajaba con estudiantes de Cuarto y Quinto Año, el profesor José con estudiantes de Segundo Año y el profesor Juan con estudiantes de Cuarto año. En las clases de cada uno de esos años observé la enseñanza de determinados conceptos y procedimientos del álgebra lineal y otros relacionados. Sobre ellos trata precisamente esta sección.

Los temas propios del álgebra lineal tratados en las clases observadas fueron: ecuaciones de primer grado, vectores, matrices y determinantes. Los temas y procedimientos relacionados fueron los números complejos y la factorización de polinomios. Los primeros constituyen uno de los ejemplos más sencillos de espacio vectorial y el segundo es un procedimiento para expresar un polinomio de segundo grado como producto de factores de primer grado. Me refiero solo a polinomios de segundo grado porque esos fueron los únicos tratados en clase. Comentaré más adelante

sobre la conexión entre estos conceptos y procedimientos y la manera en que fueron tratados en las clases observadas.

Las clases que pude observar del profesor Juan estuvieron dedicadas a la enseñanza de los números complejos. En una de las primeras clases sobre este tema, el profesor escribió en la pizarra una sucesión de potencias del número i , desde i^0 hasta i^4 . Una vez escrita esa sucesión en la pizarra se dio el diálogo siguiente:

Profesor: ¿Si tengo una base sea positiva o negativa, cualquier número, que da?

Alumno 1: Da 0

Alumno 2: Da la misma base

Profesor: A ver. ¿Si tengo una base real positiva o negativa, cualquier número, que da?

Los estudiantes continúan afirmando que da cero. El profesor interviene nuevamente.

Profesor: Recuerden que ayer expliqué de dónde venía la i .

Alumno 3: Yo no vine

Alumno 4: Yo tampoco

Profesor: ¿Cuál es la $\sqrt{-16}$?

Alumno 5: 4

Alumno 6: Se suma

Profesor: Recuerden que hay que salir de los números reales.

Alumno 3: Profesor no estoy entendiendo nada.

Alumno 3: A me terminan explicando [No se entendió con claridad el resto de la oración, pero entendí que se refería a que algún familiar le explicaría luego sobre la clase]

Ante esta situación el profesor procedió a presentar varios ejemplos para ilustrar como expresar la raíz cuadrada de un número entero negativo en términos del número i . Sin embargo, entre los estudiantes persistía la idea que la raíz cuadrada de un número se obtiene sumando la mitad del número a sí misma. El profesor continúa presentando

ejemplos, pero no logra que los estudiantes comprendan. Ellos tratan de desviar la atención del profesor iniciando una conversación sobre basquetbol y lo invitan a jugar con ellos. El profesor controla la situación y regresa al tema que estaba tratando, propone unos ejercicios de adición de un número real más un número complejo como, por ejemplo: $\sqrt{9} + \sqrt{-9}$. Un estudiante manifiesta que quiere resolver uno de los ejercicios en el pizarrón y el profesor le indica que pase adelante. El estudiante no pudo resolver el ejercicio correctamente y se sentó. Luego el profesor procedió a resolverlo. Seguido el profesor copia unos ejercicios adicionales en la pizarra.

Profesor: 1) i^{256} 2) i^{3656} 3) $i^{576.764}$ [Escribió en la pizarra]

Alumno 1: Profesor, ¿nos va a explicar eso?

Los estudiantes parecieran no ver la conexión entre estos ejercicios y los iniciales sobre las potencias de i . Actuaban como si estuvieran ante algo totalmente nuevo, con lo cual no sabían cómo actuar. Los estudiantes seguían manifestando que no entendían nada.

Esta secuencia de diálogos en la clase muestra la insistencia del profesor en la enseñanza de procedimientos, calcular potencias de i y calcular la raíz cuadrada de un número negativo. A pesar de que el profesor recurría a la resolución de más ejemplos, las y los estudiantes no lograban comprender lo que estaba pasando. El profesor insistía en lo procedimental, ilustrado con ejemplos específicos, en lugar de recurrir a la enseñanza conceptual. Sumado a lo anterior, tenemos que las y los estudiantes presentaban serias deficiencias en la realización de operaciones con números enteros y con las fracciones. En una oportunidad se presentó una discusión en clase sobre el algoritmo de la división de números enteros. Uno de los estudiantes llegó a manifestar en clase: “Yo soy realista, yo no sé ni leer”.

En clases siguientes el profesor presentó las operaciones con número complejos expresado en la forma binomial: $a + bi$. En otra clase resolvió un problema de aplicación de números complejos a la resolución de un circuito eléctrico. En todos estos casos las y los alumnos manifestaban no entender nada. Y, al igual que en las otras

clases, reaparecían continuamente los problemas con las operaciones con números enteros y fracciones. El profesor tenía que detener la explicación por las frecuentes interrupciones de las y los estudiantes debido a sus comprensión limitada y deficiente de las operaciones con los números enteros y las fracciones.

Como ya indiqué arriba, las clases se centraban en la enseñanza de procedimientos para cálculos con los números complejos. Solo en una oportunidad, el profesor resolvió en la pizarra un ejercicio que requería el uso de números complejos para su resolución. En ningún momento fue presentado el conjunto de los números complejos como un ejemplo de espacio vectorial. Tampoco fueron presentados los números complejos en otras formas de representación, como la vectorial o matricial, la cual permitiría una mejor comprensión de este conjunto numérico y de sus aplicaciones. Por ejemplo, relacionar las rotaciones en el plano con la multiplicación por un número complejo. En conclusión, los números complejos fueron enseñados de manera aislada, sin conexión alguna con otros conceptos matemáticos que se enseñan en la educación media y siempre con ejemplos sin realizar generalizaciones.

Todas las clases observadas de la profesora María estuvieron dedicadas a la enseñanza de las matrices y los polinomios, principalmente operaciones entre estos objetos matemáticos. Los temas tratados en esas clases fueron: operaciones con matrices, matriz identidad, operaciones con filas, matriz equivalente, matriz escalonada, matriz inversa, método de Gauss-Jordan, polinomios y operaciones con polinomios. En la presentación de la mayoría de estos temas la profesora siguió el esquema definición-ejemplos. Por otro lado, la presentación de los algoritmos no fue muy clara. La profesora no indicó explícitamente dónde comenzar ni dónde culminar la ejecución de cada algoritmo.

Uno de los primeros ejercicios que la profesora María resolvió en la pizarra fue el siguiente:

$$\left(-\frac{1}{4}\right) \left[\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} + \left(-\frac{1}{4}\right) \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} \frac{1}{8} & -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Después de la resolución de este y otros ejemplos, algunos estudiantes exclamaron:

Estudiante 1: Llegué tarde y mi mente está embotada.

Estudiante 2: Mi cerebro colapsó.

Estamos ante unos ejercicios de muy poca complejidad. Sin embargo, los estudiantes manifiestan sentirse abrumados. Al igual que en las clases de los otros profesores, las y los estudiantes encuentran difíciles aquellos ejercicios en los que tienen que realizar cálculos con números enteros y con fracciones. Aún en caso de ejercicios sobre algoritmos fáciles de ejecutar, los cuales no representan mayor dificultad desde el punto de vista operatorio. El asunto se complica más adelante con otros procedimientos.

La profesora María, como ya mencioné anteriormente, comenzó algunos temas con definiciones copiadas de un texto escolar publicado por una editorial comercial. Por ejemplo, comenzó el tema sobre método de Gauss-Jordan escribiendo la expresión de abajo en la pizarra, la cual presentó como una definición de matriz escalonada.

Matriz escalonada, es de la forma

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & m \\ 0 & 1 & 0 & r \\ 0 & 0 & 1 & k \end{array} \right), \text{ con } k, r \text{ y } m \in \mathbb{R}$$

Se trataba de la primera vez que la profesora presentaba a los estudiantes una matriz aumentada. No explicó que significaba ese separador entre las dos últimas

columnas de la derecha, ni el significado de la última columna. La profesora leía en voz alta la definición mientras la escribía y algunos alumnos copiaban la definición en sus cuadernos. Un estudiante hizo una pregunta que generó este breve diálogo:

Estudiante 1: ¿Copiamos eso?

Profesora: Si no lo quieres copiar no lo copies. Lo que tú quieras hacer.

Estudiante 1: ¿Qué hago?

La profesora no continuó con la conversación y siguió con su exposición. Este tipo de diálogos, en los que se desvía la atención hacia cuestiones no relevantes para el desarrollo del contenido matemático es muy común. Las preguntas de los estudiantes durante el desarrollo de la clase por lo general tuvieron que ver con asuntos accesorios al aprendizaje.

La definición del objeto matemático matriz escalonada, al igual que otros, fue presentada por la profesora sin mayores consecuencias para el desarrollo del resto de la clase. Las estudiantes no formularon ninguna pregunta sobre la definición. La profesora tampoco regresó a la definición al resolver los ejercicios en la pizarra.

Después de escribir la definición de matriz escalonada, la profesora planteó un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas para ser resuelto mediante el Método de Gauss-Jordan. La profesora procedió a resolver el ejercicio propuesto y se dirigía a los estudiantes formulándole preguntas sobre pasos en el procedimiento. Por ejemplo:

Profesora: Ahora tengo que hacer 0 a ese 4. ¿Cómo puedo hacer cero a ese cuatro?

Estudiante: ¿Cómo hago para que no cambie el resultado del uno?

Profesora: Ya vas a ver.

Estudiante: ¡Ah!... Ya.

Como ya comenté en la sección sobre los algoritmos, la profesora va desarrollando el algoritmo mientras resuelve un ejercicio en particular. La situación particular se convierte en una cadena de obstáculos que no permite comprender el algoritmo en su totalidad y dificulta aplicarlo a otros casos. Porque de esta manera el

algoritmo no es comprendido en general sino en cada aplicación específica. Lo cual queda evidenciado en el siguiente diálogo:

Estudiante 1: ¿Estamos haciendo todo esto para que dé cero?

Estudiante 2: Claro, cero, uno, cero, uno, cero, ...

Estudiante 3: Cada vez lo veo más lejos.

Profesora: Ahora siguen ustedes.

Estudiante 3: O sea, que hay que seguir simplificando.

En la enseñanza de los polinomios al igual que las matrices, la profesora María puso énfasis en las operaciones con estos objetos matemáticos. Tampoco estableció conexiones entre este nuevo tema y temas anteriores. Los polinomios fueron presentados como un objeto matemático y cuyo objetivo es realizar operaciones entre ellos. De esta manera, la profesora enfatizaba la concepción del álgebra como aritmética generalizada.

La mayoría de las clases que observé del profesor José trataban sobre los productos notables y la factorización de polinomios de segundo grado. En otras clases el profesor trató algunos temas de geometría y vectores. Los productos notables y la factorización son interesantes para tratar el tema de la expresión de un polinomio dado como producto de binomios de primer grado. En otras palabras, para expresar la gráfica de un polinomio como “producto” de gráficas de líneas rectas.

El profesor José trabajó siempre la enseñanza de los temas matemáticos en el registro algebraico. Se podría afirmar que enseñaba el álgebra como una aritmética generalizada, en el sentido, del álgebra como un cálculo con letras. Además, los objetos matemáticos tratados siempre estaban estáticos. No había movimiento.

El tema de los vectores no fue tratado en clase en primera instancia. El profesor José asignó a sus estudiantes como tarea para la casa investigar sobre el concepto de vector y las operaciones con vectores. El profesor solicitó a sus estudiantes que tomaran notas en sus cuadernos y que luego, en clases posteriores, él iría llamándolos uno por uno para que leyeran ante toda la clase sus anotaciones. Llegada la clase correspondiente el profesor José comenzó a llamar a estudiantes para que leyeran la

definición de vector que habían copiado en su cuaderno. Un estudiante leyó una definición que comenzaba: “En matemáticas se define un vector como un elemento de un espacio vectorial (...)”. Otro estudiante se paró y leyó la misma definición. El profesor José manifestó que no le parecían bien esas definiciones porque no se relacionaban con el tema que estaban tratado en clase. Terminado este comentario, otros estudiantes siguieron leyendo más definiciones de sus cuadernos, entre las definiciones leídas estaban las de vectores equipolentes, vector unitario y vector nulo. Entre una y otra intervención de los estudiantes, uno de ellos exclamó:

Estudiante: ¡Ah! Eran vectores, yo y que vectores, con razón.

Una vez culminadas las intervenciones de los estudiantes, el profesor José manifestó que por lo visto los estudiantes no habían comprendido los vectores, su representación y las operaciones.

En una clase posterior, el profesor José dictó una definición de vector y resolvió uno ejemplos de operaciones con vectores expresados como pares ordenados. Mostró también como identificar las componentes de un vector representado gráficamente en el plano con un sistema de coordenadas rectangulares. Después de esta presentación, el profesor José no realizó ninguna otra actividad de evaluación sobre el tema para comprobar la comprensión lograda por las y los estudiantes.

En cuanto a algunos de los conceptos de geometría tratados en el aula observé lo siguiente. El profesor asignó a los estudiantes la tarea de realizar una maqueta de un reloj de péndulo, esta tarea él la denominó como un proyecto. En una de las clases los estudiantes que habían realizado las maquetas en pequeños grupos pasaban al frente del salón a presentar sus relojes. Cuando describían los relojes tenían que referirse a aquellos conceptos matemáticos que ellos consideraban que estaban relacionados con una determinada parte del reloj. Por ejemplo, señalaban aquellas partes del reloj que tenían forma de triángulo, cuadrado o círculo. Al igual que en la enseñanza de otros temas, los contenidos de geometría fueron tratado de manera aislada del resto de los contenidos de matemáticas.

La enseñanza de los objetos matemáticos del álgebra lineal en el liceo se centra en su tratamiento como objetos para calcular. En ningún momento fueron tratados como conceptos, como generalizaciones interconectados unos con los otros. El énfasis fue puesto en el cálculo con ejemplos particulares numéricos. La concepción del currículo donde predominan los temas del álgebra lineal no es materializada en los textos escolares oficiales ni en las clases. Cada uno de los temas es enseñado de manera aislada y sin referencia al concepto unificador de espacio vectorial.

Posturas de la Profesora y los Profesores ante su Actividad

La postura de la profesora y los profesores frente a la actividad de enseñanza, el estilo de sus prácticas pedagógicas, es un elemento muy importante en el estudio de dichas prácticas. Según la teoría de la actividad de L. S. Rubinstein, las influencias externas actúan en el individuo por medio de sus condiciones internas. La profesora y los profesores que participaron en este estudio han recorrido distintos senderos en sus procesos de formación, tanto antes de comenzar a ejercer la profesión de profesor de matemáticas como durante su ejercicio de la profesión en el aula. Estas diferencias en su formación hacen que el impacto de las condiciones materiales y sociales sobre su trabajo sean distintas, que no tengan el mismo efecto en cada uno de ellos. Lo cual se evidencia en las maneras en que orientan sus clases.

El profesor José realizaba su actividad docente siguiendo algunos de los lineamientos curriculares recientes y mostró una mayor amplitud en cuanto a la elección de técnicas de evaluación. Trató de incorporar, aunque de manera bastante limitada, la realización de proyectos de parte de sus estudiantes. En una de las clases los estudiantes mostraron unas maquetas de relojes de péndulo que realizaron en pequeños grupos y su relación con algunos conceptos de geometría. Pero, en cuanto a la manera de enseñar regularmente en el aula el profesor se basaba en tareas propuestas en textos escolares previos a la publicación de la Colección Bicentenario.

La profesora María se basaba en el currículo parcialmente implementado recogido en ciertos textos escolares. Estos textos escolares se correspondían con

currículos anteriores al aprobado en 2015. Cabe mencionar que esto no ocasionaba mayores problemas en cuanto al contenido, porque la mayoría de los temas de esos currículos anteriores se mantienen en el currículo actual. Sin embargo, si hay una diferencia fundamental en lo que respecta al enfoque didáctico, el cual no se reflejaba en las prácticas pedagógicas de esta profesora. La profesora continuaba usando esos textos escolares aún después de la publicación de los libros de texto de la Colección Bicentenario.

El profesor Juan manifestó en las entrevistas tener conocimiento de resultados de algunas investigaciones y propuestas metodológicas en el campo de la didáctica de las ciencias matemáticas, especialmente sobre la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales. En el momento que realicé las observaciones de sus clases, el profesor Juan estaba realizando una maestría en enseñanza de las matemáticas y ese era precisamente uno de los temas de su interés. Pude observar que esta postura no la mostraba el profesor Juan cuando enseñaba otros temas distintos de los temas propios del álgebra lineal. Este profesor también se apoyaba regularmente en los textos escolares para la elección de tareas para resolver en clases y para proponerle a sus estudiantes para que las resolvieran fuera del horario de clases.

Algunas Reflexiones sobre la Teoría de la Actividad

La teoría de la actividad fue la teoría “favorita”, según los términos usados en el método de caso extendido, que escogí para guiarme en la conducción de esta investigación. Tal como mencioné en el Capítulo II, el motivo, los fines y las tareas son componentes principales de la actividad. Entonces, puse especial atención sobre estos componentes durante las observaciones de las clases y en las entrevistas. Me enfoqué más en la manera en que estos podían evidenciarse en la práctica, que en cómo los declararan la y los profesores en sus conversaciones. Encontré que la y los profesores no necesariamente se conducen en el aula según lo que manifiestan en las entrevistas.

Uno de los principios de la teoría de la actividad es que, si bien las condiciones subjetivas son importantes, las condiciones objetivas son las predominantes, teniendo en cuenta que no hay una relación mecánica entre ellas y se influyen mutuamente. Por tanto, en este estudio presté especial atención a las condiciones materiales dentro del aula en las cuales la y los profesores realizan su trabajo docente.

Un asunto no contemplado en la teoría de la actividad es la interrupción de la actividad por actores externos a ésta y cómo reanudarla. En el caso de la y los profesores de matemáticas participantes observé en varias oportunidades como la actividad de enseñanza era interrumpida por actores externos a la clase. Por tanto, es necesario considerar este asunto e investigar sobre sus implicaciones.

Otro tema que requiere de una atención especial es el papel que juega la relación entre motivos y fines en la actividad. Esta relación se hace más patente en la medida que el profesor de matemáticas tome conciencia de su trabajo. Si el trabajo es visto sólo como una manera de reproducirse el profesor particular como ser humano, es decir, como actividad cotidiana, los motivos y los fines, así como la relación entre ellos, quedarán confinados a la inmediatez de la vida escolar. Pero si este trabajo docente es visto y realizado como una manera de participar en la historia, de apropiarse del conocimiento social e históricamente producido por la humanidad, los motivos y los fines superaran el confinamiento de la cotidianidad.

La teoría de la actividad no sólo es útil como fundamento teórico para la investigación, sino que sería de mucha utilidad como guía para las prácticas pedagógicas de las profesoras y los profesores de matemáticas en el aula. Muchas de las limitaciones y deficiencias detectadas en esta investigación podrían superarse con la aplicación consciente de esta teoría.

Un Modelo de las Prácticas Pedagógicas

De la síntesis del análisis de los datos, guiada por la teoría de la actividad y resultados de la investigación sobre prácticas pedagógicas, emergió un modelo de estas prácticas. Este modelo no es normativo, es decir, no pretende ser una propuesta para

guiar las prácticas las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas dentro y fuera del aula. Se trata de un modelo explicativo en el que se sintetizan los hallazgos del estudio de las prácticas reales de profesores concretos en situaciones materiales determinadas. El desarrollo de la investigación condujo a una extensión del conjunto de conocimientos considerado inicialmente. El objetivo inicial de esta investigación fue indagar sobre las prácticas pedagógicas de las profesoras de matemáticas al enseñar temas de álgebra lineal en la Educación Media General. El modelo explicativo propuesto se aplica a las prácticas pedagógicas el enseñar otros contenidos, éste no se limita al conjunto de contenidos propuestos inicialmente.

Tal como indiqué, este modelo explicativo se derivó del análisis y la síntesis de los datos recogidos en esta investigación basadas en una teoría en particular. Nuestro sistema educativo y nuestro currículo de matemáticas tienen unas particularidades que lo distinguen de los sistemas educativos y currículos de otros países, aún de países latinoamericanos con los que tenemos afinidades culturales e históricas. Por tanto, con este modelo sólo me propongo explicar la dinámica de las prácticas pedagógicas de los profesores venezolanos de matemáticas que trabajan en el nivel de la Educación Media. Como ya señalé anteriormente en el Capítulo 3 y este mismo, el desarrollo del currículo en nuestro país presenta unas características distintivas, la más resaltante es que los libros de texto oficiales fueron diseñados antes que el currículo oficial. Las autoridades educativas afirman que el currículo oficial está adaptado a los libros de texto oficiales y que éste recoge todos los temas de matemáticas contenidos en dichos libros. Por otro lado, los profesores de matemáticas usan textos escolares producidos por editoriales privadas que están adaptados a currículos anteriores al actual. En la literatura sobre currículo y en los estudios internacionales comparativos

El modelo de prácticas pedagógicas está compuesto de dos componentes básicos. Cada uno de esos componentes está constituido a su vez por un conjunto de elementos e interacciones entre ellos que fueron identificados en el transcurso de la investigación. Estos componentes básicos están representados en forma de diagrama tal como aparecen en las figuras 13 y 14.

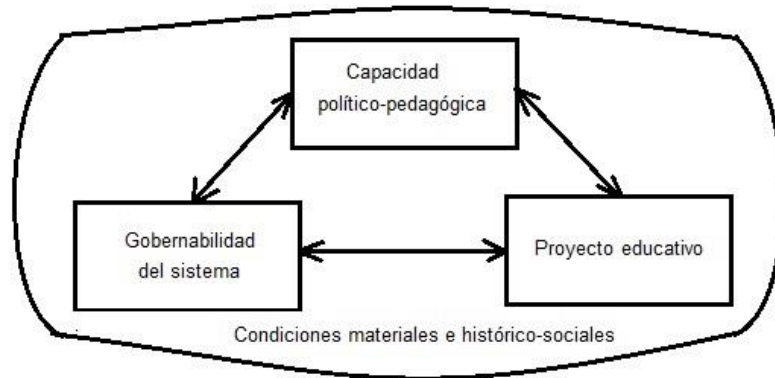
El primer componente del modelo de las prácticas pedagógicas incluye tres variables: (a) capacidad político-pedagógica, (b) proyecto educativo y (c) gobernabilidad del sistema. Este modelo es una adaptación del triángulo de liderazgo de Matus (2007). La capacidad político-educativa se refiere a la pericia de la profesora de matemáticas para realizar su trabajo en el liceo. Aquí se incluye el conocimiento que debe tener el profesor sobre los diversos aspectos de su profesión y del contexto laboral. La dimensión política de esta variable se refiere a la capacidad del profesor para movilizar recursos y apoyos a favor de cambios en sus prácticas pedagógicas en la dirección del enfoque propuesto en el proyecto educativo. Tal vez sea este aspecto uno de los más débiles en la formación de los profesores de matemáticas. Si bien cada vez más la comunidad de especialistas en didáctica de las ciencias matemáticas reconoce la importancia de la dimensión política en la educación en matemáticas, estas consideraciones no han llegado a incorporarse en la formación de profesoras de matemáticas.

La variable proyecto educativo toma en cuenta tanto la declaración formal de ese proyecto materializada en el currículo oficial, en todos sus niveles, como los recursos materiales puestos a la disposición de las profesoras y los profesores en los liceos para la realización de su trabajo. Estas dos dimensiones de esta variable, en particular la segunda, son con frecuencia ignoradas en la investigación en didáctica de las ciencias matemáticas. Como ya comenté anteriormente, entre las investigaciones sobre la enseñanza y los profesores predomina el enfoque cognitivo, lo cual lleva a enfocar las investigaciones en aspectos subjetivos exclusivamente. Aunque en algunas de ellas se haga referencia al contexto y a los recursos disponibles, este aspecto no suele ser concebido como determinante. También es necesario considerar la interacción entre la capacidad político-educativa y el proyecto educativo, donde a pesar de las declaraciones oficiales, la profesora sigue, en la práctica, siendo considerada como un aplicador de dicho proyecto. Las profesoras y profesores de matemáticas no participan en la elaboración de dicho proyecto. Además, la capacidad político-pedagógica del

profesor también juega un papel que no se puede despreciar en la interpretación y desarrollo en el aula de dicho proyecto.

Figura 13

Primer componente del modelo de prácticas pedagógicas.



Fuente: Elaboración propia basada en el triángulo de Matus (2007)

Hay que tener en cuenta que el proyecto educativo de Venezuela está expresado en documentos legales, como la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela, la Ley Orgánica de Educación, leyes ordinarias y reglamentos, y en documentos curriculares. En nuestro país se asume la política del Estado Docente, la cual es desarrollada en la Ley Orgánica de Educación. Las profesoras y los profesores de matemáticas no necesariamente conocen adecuadamente este proyecto educativo y algunos de ellos no lo comparten. Lo cual influye sobre la realización de dicho proyecto en las prácticas pedagógicas en el aula.

La variable gobernabilidad del sistema se refiere a aquellos aspectos relacionados con la complejidad del proyecto educativo y las posibilidades reales que tienen los profesores de influir sobre las condiciones concretas para realizar dicho proyecto. En esta variable juega un papel importante también el grado de conocimiento que tenga el profesor del proyecto educativo y la calidad e intensidad de la divulgación que hagan de él las autoridades educativas. Dentro de los liceos se configuran relaciones de poder que se sustentan en buena medida en el manejo y dosificación de la información. La

debilidad de las comunidades de profesores, además casi inexistente, contribuye a que la influencia positiva de estos en la gobernabilidad del sistema sea poco efectiva.

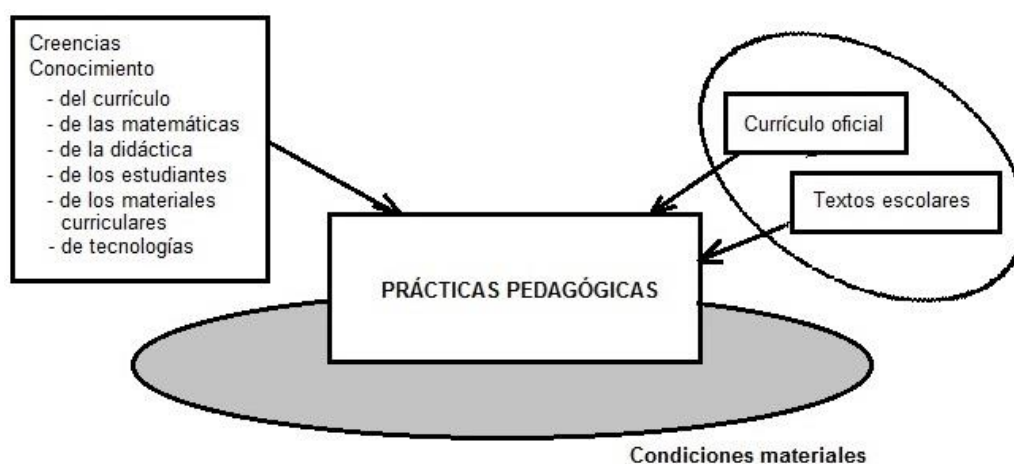
Este primer componente del modelo se refiere al agente, las y los profesores, y su interacción con otras variables, la gobernabilidad del sistema y el proyecto educativo. Las flechas en el diagrama, mostrado en la Figura 13, indican las posibles direcciones de la influencia. La realidad nos muestra que esas interacciones no se producen con la misma intensidad en ambas direcciones. Por ejemplo, las y los profesores tienen muy poca influencia en el diseño del proyecto educativo y, por otro lado, su conocimiento de dicho proyecto es bastante limitado. El currículo oficial no es público, en el sentido que no está disponible abiertamente por medio de canales de información oficiales, como por ejemplo la página web del Ministerio del Poder Popular para la Educación. Asunto que está a su vez afectado por la gobernabilidad del sistema, la escasa supervisión del trabajo docente no contribuye al desarrollo del proyecto educativo en el ámbito del aula. Por el otro lado, las profesoras y los profesores cuentan con muy pocos recursos pedagógico-políticos para influir en la gobernabilidad del sistema. Con sus prácticas pedagógicas ellos contribuyen a la estabilidad del sistema educativo y su reproducción en el tiempo. A pesar de todas las limitaciones, en lo personal y en lo laboral, las profesoras y los profesores garantizan el funcionamiento del sistema educativo.

En el segundo componente del sistema aparecen detalladas variables subjetivas, las cuales no son mostradas de manera explícita en el primer componente. Las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas al enseñar temas de álgebra lineal parecieran no diferenciarse de las prácticas pedagógicas cuando enseñan otros contenidos de matemáticas. Comprobar esta hipótesis requeriría de una extensión de la actual investigación. De las observaciones realizadas se tienen algunos indicios que apoyan esta hipótesis, pero no me permiten generalizarla a otros contenidos. En el modelo en la Figura 14, son resaltados aspectos subjetivos, como las creencias y los conocimientos de las profesoras, aspectos organizativos como el currículo, en sus diversas manifestaciones, y las condiciones materiales histórica y socialmente

constituidas. Estos dos componentes tienen que ser vistos de manera articulada, manteniendo una interacción dinámica, incluso se solapan. Tal es el caso del currículo, tanto el oficial y como el de los textos escolares (principalmente los no oficiales), el cual es parte del proyecto educativo.

Figura 14

Segundo componente del modelo de prácticas pedagógicas.



Fuente: Elaboración propia

En este segundo componente del modelo, enfatizo entre las condiciones materiales aquellas que son específicas al liceo en el que trabaja el profesor. Si bien es de esperarse que las condiciones en todos los liceos públicos de Venezuela sean bastante similares, no puede afirmarse que sean idénticas. Los liceos públicos se diferencian en su infraestructura, dependiendo de la época en que fueron construidas y el mantenimiento que han tenido en el tiempo. La dotación tecnológica de los liceos es también desigual, por ejemplo, en una de las instituciones donde se realizó esta investigación había un Centro Bolivariano de Informática y Telemática y no había en las otras dos instituciones. Lo importante es que esas condiciones materiales resultan determinantes para las prácticas pedagógicas.

La otra variable considerada en este segundo componente del modelo comprende características subjetivas de la personalidad de las profesoras y los profesores de

matemáticas. En particular resalto las creencias y el conocimiento, las cuales también de interrelacionan de manera dinámica. Las limitaciones en el conocimiento, por ejemplo: de las leyes y las normas, son compensadas con creencias, las cuales no siempre se corresponden con la realidad. Tal es el caso de las regulaciones sobre el uso de textos escolares en el liceo. La profesora y los profesores participante manifestaron que está prohibido a los profesores solicitar a sus estudiantes el uso de un texto escolar en particular, cuando eso actualmente no es cierto. Además, ellos extienden esa prohibición a todo tipo de material instruccional, debido a experiencias pasadas. La última resolución del ministerio con competencia en educación básica sobre útiles escolares establece que no se puede solicitar un texto escolar en aquellos liceos cuyos estudiantes reciban los textos escolares oficiales. Desde la perspectiva de la teoría de actividad estas características individuales de cada profesor o profesora juegan un papel importante en sus actividades, pero no son determinantes. Los resultados de esta investigación apoyan esa afirmación. La profesora y los profesores modifican su actividad de manera tal de adaptarla a las condiciones materiales en la que la tienen que llevar a cabo.

Los profesores ponen en juego dos prácticas como respuesta adaptativa a las condiciones materiales en las que laboran. La primera de estas prácticas la denomino como regresión metodológica. Por ejemplo, en las entrevistas los profesores reconocen la importancia de las tecnologías para la enseñanza de las matemáticas, sin embargo, en la práctica hacen uso sólo de tecnologías básicas, principalmente el pizarrón. Es decir, que en sus prácticas pedagógicas se produce una regresión a formas de enseñanza que los profesores mismos reconocen que deben ser superadas, lo cual, en gran medida de debe a las condiciones materiales en que ejecutan esas prácticas. Y, la segunda de estas prácticas, la denomino como simplificación metodológica. Dada las condiciones materiales en las que las profesoras tienen que realizar su trabajo, referidas tanto a la dotación como a la organización, las lleva a reducir la complejidad de sus prácticas y operaciones. Una profesora tiene que trabajar el máximo de horas de clase posible, unas cuarenta horas de clase a la semana. Lo cual significa que debe atender a un número

significativo de estudiantes, preparar las clases, corregir tareas de evaluación, etc. Por ejemplo, en el caso de las tareas de evaluación los profesores escogen estrategias que requieran del menor tiempo posible para su valoración. Y, en el caso de la enseñanza en el aula, simplifican la lección de manera tal que requieran de poco tiempo de preparación y faciliten su reproducción, sobre todo cuando dan clases a varias secciones de un mismo año. Los textos escolares de editoriales privadas resultan de mucha ayuda para las profesoras y los profesores en esta práctica de simplificación metodológica.

El modelo descrito refleja la complejidad de las prácticas pedagógicas, del trabajo de la profesora de matemáticas en el aula del liceo. Proponerse influir sobre dichas prácticas requiere comprender esa complejidad, la interconexión entre esos componentes y los elementos que los integran.

Este modelo es un modelo dinámico que tiene que ser revisado periódicamente. A medida que las condiciones materiales cambian, por ser parte de procesos histórico-sociales y culturales en interacción con procesos políticos, el modelo debe adaptarse a esos cambios. Además, si revisamos condiciones históricas anteriores, el modelo que se correspondería a esa realidad pasada tendría unas características distintas al modelo propuesto actualmente. Tal es el caso de las interrelaciones entre el currículo oficial y los textos escolares, las cuales han ido cambiando en nuestra historia reciente. De una situación en la que los textos escolares estaban adaptados al currículo oficial, pasamos a una situación en la que el currículo de la Educación Media General fue adaptado a los textos escolares oficiales.

Para terminar, insisto en la necesidad de resaltar, conservar y desarrollar la principal característica de nuestro currículo oficial desde finales de los años sesenta del siglo pasado. La cual cobra hoy en día mayor relevancia dado el nivel de desarrollo de las ciencias matemáticas, de las otras ciencias y las tecnologías. Materializar ese currículo requiere tomar en cuenta los componentes del modelo de prácticas pedagógicas presentado anteriormente. Esto permitiría el desarrollo de estrategias de cambio dirigidas a influir en las condiciones las condiciones materiales, históricamente

constituidas, y las variables subjetivas, entendiendo que estas se relacionan dialécticamente. Cambios en solo de uno de estos aspectos del modelo de prácticas pedagógicas no será suficiente para modificar dichas prácticas en la dirección deseada. Sin embargo, se pueden adelantar intervenciones en algunos de estos aspectos que luego se vayan conjugando con cambios en los otros aspectos, de manera tal que las transformaciones se materialicen en el aula.

Cambios en las maneras de enseñar los temas de álgebra lineal en el liceo podrían promover cambios en la enseñanza de los otros temas. Dado el predominio los temas de álgebra lineal en el currículo oficial y ciertas particularidades de esta ciencia matemática. En la enseñanza del álgebra lineal se puede apreciar la belleza de la visualización, la abstracción, el cálculo y las aplicaciones (Strang, 2005). La apreciación de esta belleza puede influir en las creencias y el conocimiento de las profesoras y los profesores sobre otras ciencias matemáticas o temas particulares de matemáticas que se enseñan en el liceo.

Capítulo VI

Conclusiones y Recomendaciones

El objetivo de esta investigación es caracterizar, desde la perspectiva de la teoría de la actividad, las prácticas pedagógicas de las profesoras y los profesores de matemáticas de la Educación Media al enseñar temas de álgebra lineal. La elección de este problema se fundamenta en el hecho que los temas de álgebra lineal ocupan una buena parte del currículo del Área de Formación Matemáticas desde el Primero hasta el Quinto Año de este nivel del subsistema de Educación Básica. Esta relevancia de los temas de álgebra lineal es una característica muy particular del currículo venezolano de matemáticas desde la implantación de llamada “matemática moderna”, a mediados de los años setenta del siglo pasado. La adopción de este enfoque diferencia al currículo venezolano de matemáticas de los currículos de la mayoría de los países americanos e incluso de otras partes del mundo, en los cuales se enfatiza la preparación para el estudio posterior del cálculo diferencial e integral. Además, todos los programas venezolanos de formación de profesores de matemáticas y de licenciados en educación mención matemáticas, y equivalentes, incluyen un curso de álgebra lineal. Por otro lado, el álgebra lineal se ha convertido en una de las ramas de las matemáticas con más aplicaciones tanto en las ciencias matemáticas como en otras ciencias y en las tecnologías. El álgebra lineal también ha alcanzado, en las últimas décadas, una mayor relevancia en la formación matemática de pregrado en el ámbito internacional. Y, por último, la comunidad de investigadores en didáctica de las matemáticas ha puesto una mayor atención a los problemas relacionados con la enseñanza y aprendizaje de temas del álgebra lineal, especialmente en el pregrado universitario.

Es oportuno resaltar la importancia de preservar el enfoque que ha caracterizado al currículo de matemáticas venezolano desde mediados de los años setenta del siglo pasado. Creo que un currículo de educación media orientado hacia el álgebra, con énfasis en temas de álgebra lineal, es hoy en día más pertinente. El hecho que en la práctica haya sido implementado inadecuadamente no es atribuible a este enfoque en sí mismo. Tal como mostré en el capítulo anterior, existe un conjunto de factores

materiales, organizativos y sociales que contribuyen muy poco a la plena realización de este currículo. En las recomendaciones que presento más adelante incluyo algunas de las medidas que podrían tomarse para avanzar en la realización efectiva del currículo centrado en el álgebra lineal.

En este trabajo se parte del hecho que en nuestro país el subsistema de educación básica se rige por un currículo oficial único nacional y que el ministerio con competencia en educación básica publicó y distribuye gratuitamente unos textos escolares oficiales de matemáticas para los cinco años de la educación media desde el año escolar 2011-2012. Considerando que la comunidad de educadores matemáticos reconoce varias instancias del currículo: prescrito (u oficial), parcialmente enseñado, enseñado y evaluado. Los textos escolares son incluidos como uno de los componentes del currículo parcialmente enseñado, junto a otros documentos y materiales curriculares. En Venezuela encontramos una situación única en el mundo, primero fueron escritos los textos escolares oficiales y unos cinco años después fue diseñado el currículo oficial vigente. Las autoridades educativas afirman que existe una correspondencia entre ambos currículos. En el Capítulo IV examiné esa correspondencia y comprobé que no es tal como las autoridades afirman.

Asumí inicialmente que estos dos currículos, el oficial y el parcialmente enseñado expresado en los textos escolares oficiales, constituyen parte del marco que regula la actividad de las profesoras y los profesores de matemáticas en el liceo. Sin embargo, en la práctica pude comprobar que su influencia en las prácticas pedagógicas de los profesores es muy reducida. Algunos de los elementos del currículo oficial, tales como los elementos que constituyen las unidades de aprendizaje, son tomados en cuenta por los profesores para elaborar las planificaciones. Se trata solo de una influencia en el ámbito de lo formal, las planillas oficiales para registrar la planificación contienen esos elementos. Esa planificación recoge principalmente los contenidos a enseñar y su secuencia. Pero, el enfoque de la enseñanza expresado en el currículo oficial y en el currículo parcialmente enseñado no llega a materializarse en las aulas. En cuanto a los contenidos encontré que la profesora y los profesores participantes en este estudio se guían por textos escolares de matemáticas publicados por editoriales

privadas escritos antes de la aprobación del currículo oficial vigente y de la publicación de los textos escolares oficiales. Ninguno de estos profesores usó alguno de los textos escolares de matemáticas oficiales. Es decir, en lo que respecta a la organización del contenido para la enseñanza, la profesora y los profesores se basan en textos escolares de matemáticas que no están adaptados al currículo oficial vigente.

Uno de los principales resultados de esta investigación es que la profesora y los profesores de matemáticas participantes enseñan los contenidos de álgebra lineal desconectados unos de otros y de contenidos de otras asignaturas. Esta desconexión se manifiesta entre contenidos de un mismo año y entre contenidos de años anteriores y siguientes. Puedo afirmar que este conjunto de temas no es visto por estos profesores como un cuerpo organizado de conocimientos que conforman una teoría. Las raíces de esta concepción las encuentro en el currículo oficial, en el currículo parcialmente implementado expresado en los textos escolares y en la formación de profesores. En el Capítulo IV presenté un análisis detallado del currículo oficial y los textos escolares oficiales en el que se evidencia el bajo nivel de integración entre los contenidos en general y los de álgebra lineal en particular. En los libros de texto comerciales que revisé tampoco se presentan los contenidos de álgebra lineal de manera integrada entre ellos o con otros contenidos. Además, de las conversaciones con la profesora y los profesores participantes sobre sus estudios de matemáticas en pregrado se evidencia que no estudiaron usando un texto básico de álgebra lineal, que las matemáticas son estudiadas sin relación a una teoría. Estas son estudiadas comúnmente basándose en la resolución de ejercicios presentados en “guías”, los cuales son tomados de diversas fuentes. Con lo cual resulta muy difícil que los profesores se formen una concepción del álgebra lineal como una ciencia matemática.

Otro resultado importante es el papel determinante que juegan las condiciones materiales y organizativas en la conformación de las prácticas pedagógicas. La profesora y los profesores participantes trabajan en aulas con una precaria dotación y en instituciones con limitado acceso a tecnologías y materiales curriculares. Si bien el conocimiento de las ciencias matemáticas, el conocimiento para enseñar, el conocimiento de contenido pedagógico, los prejuicios y las creencias de las y los

profesores influyen sobre sus prácticas pedagógicas, encuentro que las condiciones materiales objetivas son determinantes. Claro que la profesora y los profesores moldean sus prácticas pedagógicas según sus condiciones personales, pero las despliegan en contextos que ellos no pueden escoger. La profesora y los profesores como individuos tienen a su disposición muy pocos recursos para transformar la realidad del liceo.

Otro resultado importante está relacionado con la influencia de los currículos oficial y parcialmente implementado sobre las prácticas pedagógicas de la profesora y los profesores participantes al enseñar temas de álgebra lineal. Un aspecto de esta influencia ya la comenté anteriormente al referirme a la integración de los contenidos. En cuanto al currículo oficial encontré que éste ha tenido muy poca influencia en las prácticas pedagógicas, en especial en lo que respecta a su enfoque. En las clases observadas, la profesora y los profesores nunca comenzaron la enseñanza de un nuevo tema tomando como punto de partida un tema generador, lo cual constituye una de las propuestas metodológicas centrales del currículo oficial y de los textos escolares oficiales. Mientras que algunos textos escolares comerciales, los cuales forman parte del currículo parcialmente enseñado, juegan un papel más determinante en cuanto a la secuenciación de los contenidos y de la manera de enseñarlos.

Tomando en consideración los resultados de esta investigación, presento a continuación un conjunto de recomendaciones con el propósito de contribuir al mejoramiento de la enseñanza de las ciencias matemáticas en nuestros liceos. Estas recomendaciones incluyen medidas que podrían producir cambios importantes en las prácticas pedagógicas de las y los profesores cuando enseñan temas de álgebra lineal y otros temas incluidos en el currículo oficial. Estas recomendaciones están agrupadas en tres categorías: aspectos materiales, aspectos organizativos y aspectos de la formación profesional. Los asuntos considerados en cada una de estas categorías están estrechamente relacionados e interactúan dinámicamente.

En lo que respecta a los aspectos materiales, de los resultados de esta investigación se desprende que es necesario intervenir en la configuración y dotación de las aulas en las que se realizan las clases de matemáticas. Es necesario mejorar el

mobiliario disponible en las aulas, tanto en calidad como en cantidad. Las aulas deberían contar con un armario para guardar material didáctico y libros de diversos tipos para ser utilizados en clase. También debe mejorarse la infraestructura del aula, en especial con tomas de electricidad funcionales y alumbrado en los casos que sea necesario. Además, sería conveniente que el liceo cuente con una sala para las y los profesores en la que tengan acceso a tecnologías con conectividad. Habría que pensar en la conveniencia de asignar aulas específicamente para la enseñanza de las matemáticas, de manera tal que los profesores de esta área de formación cuenten en ellas con la ambientación y equipamiento que permitan ofrecer mejores oportunidades de aprendizaje a sus estudiantes. En esas aulas especiales también se podrían realizar actividades adicionales como trabajos con grupos estables, clubes de matemáticas, entrenamiento para competencias matemáticas, etc.

En cuanto a los aspectos organizativos sería conveniente retomar el departamento de matemáticas. Este departamento serviría para crear una verdadera comunidad de profesoras y profesores de matemáticas en el liceo, lo cual redundaría en una mejor enseñanza de estas ciencias. También se debería considerar la puesta en funcionamiento de una supervisión especializada, la cual se podría realizar de manera cooperativa entre las profesoras y los profesores. En estas instancias, el departamento y la supervisión, se discutirían asuntos relacionados con la enseñanza de los temas de matemáticas correspondientes a cada año. De manera tal que se estimule la integración de los contenidos que se enseñan en los todos años de la educación media, se preparen intervenciones conjuntas para corregir deficiencias tanto en la enseñanza como en el aprendizaje y se inicie un trabajo colaborativo de elaboración de materiales didácticos, incluyendo complementos de los textos escolares. Es muy importante que sean creadas en el liceo instancias organizativas que permitan y promuevan la formación de una comunidad de profesoras y profesores de matemáticas, la cual interactúe con sus colegas de otras áreas de formación.

En cuanto a los aspectos de la formación profesional planteo que la manera más viable de producir cambios en las prácticas pedagógicas es mediante la formación comunitaria en la propia institución. Por un lado, dada la heterogeneidad de las

instituciones de educación universitaria se dificulta enormemente que se realicen cambios substanciales en sus prácticas promovidos desde fuera de ellas. Por otro lado, existen evidencias de experiencias en otros países de la pertinencia de la formación profesional en la propia escuela y el liceo. Además, muchos profesionales de diversas carreras llegan a ejercer la docencia en matemáticas en la Educación Media. En el caso de los tres profesores participantes en este estudio, dos son egresados de distintas carreras. Ellos se han formado como profesores de matemáticas en la práctica.

La formación profesional de las y los profesores de matemáticas debería basarse en la teoría de la actividad. Existen diversos enfoques en educación matemáticas desarrollados desde una perspectiva histórico-cultural y de la teoría de la actividad.

En esta formación comunitaria deben participar profesores externos a las instituciones educativas. En la práctica hemos podido comprobar que los cambios en las maneras de enseñar matemáticas no surgen espontáneamente de las y los profesores de matemáticas de la Educación Media. Esto se debe a las diversas circunstancias en que las y los profesores realizan su trabajo en los liceos y las escuelas técnicas. Esas condiciones están establecidas para que las y los profesores den clases, lo cual es considerado como su principal responsabilidad laboral. Como señalé más arriba, para que el desarrollo profesional basado en la escuela produzca resultados positivos se requiere de cambios en las condiciones materiales y organizativas en las que las y los profesores realizan su trabajo. Entre esas condiciones hay que considerar aquellas que faciliten el encuentro entre profesores de Educación Media y profesores universitarios, matemáticos e investigadores en didáctica de las matemáticas, para el intercambio productivo orientado hacia el desarrollo profesional.

En el desarrollo profesional del profesor de matemáticas se le debe dar prioridad al diseño de la clase. En el diseño de la clase debe quedar claramente establecido el alcance del contenido a enseñar. La secuencia de la enseñanza ya está establecida en la planificación que hacen regularmente las y los profesores. La clase realizada dentro del aula sigue siendo la unidad organizativa básica del trabajo del profesor de matemáticas. Y dentro del aula el pizarrón, tal como hemos visto anteriormente, es la principal herramienta de la que dispone para presentar el contenido a sus estudiantes,

acompañada la presentación de una narración oral. Por tanto, el uso del pizarrón tiene que ser considerado en el diseño de las clases.

Dado que el enfoque del currículo favorece la enseñanza de temas del álgebra lineal, es oportuno aprovechar las oportunidades que la enseñanza de estos temas ofrece para promover cambios en las maneras de enseñar los otros temas incluidos en el currículo.

En conclusión, cambiar las actuales prácticas pedagógicas de las y los profesores de matemáticas de la Educación Media requiere de cambios en las condiciones en que trabajan. No estamos ante un problema de cambios personales individuales de creencias, actitudes y conocimientos exclusivamente. Es necesario mejorar la dotación de las aulas donde se desarrollan las clases de matemáticas, incluir en el currículo explícitamente el establecimiento de conexiones entre los diversos contenidos del mismo año como de otros años y de otras áreas de formación y promover el desarrollado profesional basado en el liceo o la escuela técnica. Sostengo que las acciones a realizarse en estos tres ámbitos deberían ser orientadas desde la perspectiva de la teoría de la actividad.

Estas condiciones no las escogen las y los profesores y determinan su trabajo. Estas condiciones constituyen el marco institucional establecido, formal o informalmente, según los lineamientos del currículo oficial, en el cual se expresa la política del Estado Docente. En este marco es muy poco lo que pueden hacer las y los profesores para cambiarlo. Pero, lo que si pueden hacer es mejorar la clase dentro de todas esas limitaciones que coloca el marco en el que trabajan. Sería un esfuerzo por introducir transformaciones parciales en las prácticas pedagógicas. El mejoramiento de la clase debería tener como propósito ofrecer a los estudiantes oportunidades de aprendizaje enriquecedoras y desarrollantes que impulsen el razonamiento matemático en todas y todos ellos sin ningún tipo de discriminación.

Contribuciones a la Didáctica de las Ciencias Matemáticas

A continuación, resalto algunos resultados de esta investigación que pueden ser considerados como una contribución al campo de la didáctica de las ciencias

matemáticas. El orden de la presentación de estas contribuciones no indica orden de relevancia.

Pocas investigaciones en didáctica de las ciencias matemáticas se han centrado en las y los profesores de Educación Media (Maher y otros, 2022). Y en particular, muy poco se sabe sobre la vida de las y los profesores venezolanos de matemáticas de Educación Media en las aulas, incluyendo las condiciones materiales en las que trabajan. No tengo razones para pensar que las aulas que visité en el lapso que duró esta investigación sean una excepción. Por tanto, una contribución de este trabajo es mejorar nuestra comprensión de las prácticas pedagógicas de las y los profesores de matemáticas y estimular el interés por investigar sobre ellas y las condiciones reales en que realizan dichas prácticas.

Segundo, los resultados de esta investigación sugieren que en el contexto de la Educación Media venezolana pareciera no haber diferencias entre las prácticas pedagógicas según los contenidos enseñados. La organización y orientación del currículo del Área de Formación de matemáticas como una colección de contenidos tomados de diferentes ramas de las ciencias matemáticas, por ejemplo: estadística y geometría, sin una conexión explícita entre ellos podría ser una de las razones que explique esta situación. En el currículo de la Educación Media los temas no están agrupados en bloques de contenidos según un criterio matemático, sino que cada uno está asociado a una temática extra-matemática. Tampoco observé diferencias significativas entre las prácticas pedagógicas del profesor de liceo y los profesores de las escuelas técnicas. Esto se debería en buena medida a que el currículo de matemáticas para la Educación Media Técnica es el mismo de la Educación Media General.

Tercero, el texto escolar de matemáticas constituye la principal guía para la realización de las prácticas pedagógicas en el aula. En particular, el texto escolar juega un papel preponderante como fuente de tareas para ser resueltas por las y los estudiantes en clase o en la casa, para ser usadas como ejemplos en clase y para las evaluaciones. En las investigaciones en didáctica de las ciencias matemáticas se considera principalmente al texto escolar como un instrumento de uso de las y los estudiantes,

siguiendo la concepción básica de estos. En el caso venezolano, tenemos que el texto escolar es usado por el profesor en el aula más que por sus estudiantes. Este resultado conduce a pensar que es necesario realizar investigaciones en esta dirección.

Cuarto, en las clases observadas predomina las acciones de mostrar y comprobar, prácticamente nunca fue realizada la acción de demostrar. La demostración es una de las acciones centrales en el estudio de las matemáticas, sin embargo, esa importancia no es reconocida en las clases de matemáticas.

Sobre el tamaño de las secciones. Tal como señalan Shen & Konstantopoulos, (2021), investigar sobre el efecto del tamaño de las secciones sobre el rendimiento y el interés por estudiar matemáticas es difícil de determinar porque las y los estudiantes y sus profesores no son asignados aleatoriamente a las secciones. Las secciones está muy lejos de ser homogéneas desde el punto de vista estadístico. Sin embargo, creo que la realización de investigaciones sobre este asunto podría ofrecernos datos adicionales para corroborar o rechazar los resultados encontrados en este estudio. En estas investigaciones habría que considerar la desigualdad y sus efectos según las asignaturas y la clase social de las y los estudiantes. Por otro lado, siguiendo la conclusión de Köhler (2022), pienso que más que asumirse que las clases de menor tamaño son más convenientes para mejorar el rendimiento académico e incrementar el interés de las y los estudiantes por estudiar matemáticas deberían abordarse otros factores que afectan la calidad de la educación, tales como: el acceso y uso de textos escolares en el aula, la disponibilidad de tecnologías digitales para las y los estudiantes y sus profesores en la escuela y oferta de oportunidades de formación permanente en didáctica y metodología de la enseñanza de las matemáticas.

Referencias

- Abboud-Blanchard, P. M., Robert, A., Rogalski, J., & Vandebrouck, F. (2017). Pour une théorie de l'activité en didactique des mathématiques . *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz No. 18*.
- Álvarez-Macea, F., & Costa, V. A. (2019). Enseñanza del Algebra Lineal en carreras de ingeniería: un análisis del proceso de la modelización matemática en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Eco Matemático, 10*(2), 65-78.
- American Psychological Association. (2020). *Publication manual of the American Psychological Association the official guide to APA style (7th ed.)*. Washington: American Psychological Association.
- Andonegui, M. (2006). Diseño metodológico para la investigación de la praxis de la educación matemática en una comunidad de docentes de educación básica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 19*, 695-701.
- Arias, F. G. (2017). Obsolescencia de las referencias citadas: un mito académico persistente en la investigación universitaria venezolana. *E-Ciencias de la Información, 7*(1), 78-90. <https://dx.doi.org/10.15517/eci.v7i1.26075>.
- Artigue, M., & Trouche, L. (2021). Revisiting the french didactic tradition through technological lenses. *Mathematics, 9*, 3-19.
- Azevedo, G., Menezes, L., & Ribeiro, A. (2021). Papel de tarefas baseadas em humor gráfico no desenvolvimento da comunicação escrita em matemática. In *XVI Congresso Internacional Galego-Portugues de Psicopedagogia* (pp. No. 1, pp. 1387-1396). Minho, Portugal: Universidade do Minho.
- Baki, A., & Bütüner, S. Ö. (2013). The ways of using the history of mathematics in 6th, 7th and 8th Grade Mathematics textbooks. *Elementary Education Online, 12*(3), 849-872.
- Barrios, B. (2018). *Concepciones sobre el aprendizaje de la lectura y la escritura de docentes, padres y niños en el inicio de la escolaridad*. Tesis de doctorado no

publicada. Facultad de Humanidades y Educación. Universidad Central de Venezuela.

- Bauersfeld, H. (1988). Activity theory and radical constructivism: What do they have in common, and how do they differ? Trabajo mimeografiado.
- Bedny, G. Z. (2008). Sergey Leodinovich Rubishtein. *Ergonomia IJE&HF*, 30(4), 258-263.
- Bedny, G. Z. (2015). *Application of systematic-structural activity theory to design and training*. Nueva York: CRC.
- Bedny, G. Z., & Bedny, I. S. (2019). *Work activity studies within the framework of ergonomics, psychology, and economics*. Boca Ratón, Florida, Estados Unidos: CRC.
- Bedny, G. Z., & Chebykin, O. Y. (2013). Application off the basic terminology in activity theory. *IIE Transactions on Occupational Ergonomics and Human Factors*, 1(1), 82-92.
- Bedny, G. Z., Seglin, M. H., & Meister, D. (2000). Activity theory: history, research and application. *Theoretical Issues in Ergonomics Science*, 1(2), 168-206.
- Bianchi, A. F. (1995). *La educastración en las escuelas básicas de Carupano*. Caracas: Fundación Educación y Desarrollo.
- Bishop, A. J. (1991). *Mathematicak enculturation*. Nueva York: Springer.
- Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Laborde, C. (Eds.). (1996). *International handbook of mathematics education. Part 1*. Boston: Springer.
- Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Leung, F. (Edits.). (2003). *Second international handbook of mathematics education*. Londres: Springer.
- Bodin, A., & Capponi, B. (1996). Junior secondary school practices. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education. Part 1* (pp. 565-614). Boston: Springer.
- Braber, N. d., Krüger, J., Mazereeuw, M., & Kuiper, W. (2019). Mathematics in an interdisciplinary STEM course (NLT) in the Netherlands. In B. Doig, J. Williams, D. Swanson, R. B. Ferri, & P. Drake (Eds.), *Interdisciplinary*

- mathematics education. The State of the Art and Beyond* (pp. 167-183). Cham, Suiza: Springer.
- Burawoy, M. (1991). The extended case method. In M. Burawoy, C. Kurzman, L. Salzinger, J. Schiffman, & S. Ui, *Ethnography unbound. Power and resistance in the modern metropolis* (pp. 271-287). Berkeley: University of California.
- Burawoy, M. (1998). The extended case method. *Sociological Review*, 16(1), 4-33.
- Burawoy, M. (2009). *The extended case method. Four countries, four decades, four great transformations and one theoretical tradition*. Berkeley: University of California.
- Campos, J. M. (2016). Los proyectos en la enseñanza matemática venezolana. El lazo afectivo de la matemática. *Tribuna del Investigador*, 17(2), <https://www.tribunadelinvestigador.com/ediciones/2016/2/art-12/#>.
- Carlson, D., Johnson, C. R., Lay, D. C., & Porter, A. D. (2002). *Linear algebra gems. Assets for undergraduate mathematics*. Washington: The Mathematical Association of America.
- Carlson, D., Johnson, C. R., Lay, D. C., Porter, A. D., Watkins, A. E., & Watkins, W. (1997). *Resources for teaching linear algebra*. Washington: The Mathematical Association of America.
- Casanova, R. (2007). *Cuaderno con apuntes etnográficos para repensar la escuela*. Caracas: CENDES.
- Castillo Vallejo, S. (2007). Teoría de la actividad: una perspectiva en la enseñanza de la matemática apoyada en el uso de tecnologías de la información y la comunicación. *Kaleidoscopio*, 4(8), 109-115.
- Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia. (2018). *Sistema Nacional de Investigación y Formación de los Trabajadores de la Educación: documento rector*. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.

- Clark, K. M. (2012). History of mathematics: illuminating understanding of school mathematics concepts for prospective mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 81(1), 67-84.
- Clarke, B., Clarke, D., & Sullivan, P. (1996). The mathematics teacher and curriculum development. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education. Part 1* (pp. 1207-1233). Boston: Springer.
- Clements, M. A. (2003). Introduction. Section 4: Professional practice in mathematics education. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 637-641). Londres: Springer.
- Clements, M. A., Bishop, A. J., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Leung, F. (2013). *Third international handbook of mathematics education*. Boston: Springer.
- Climent, N., Espinosa-Vásquez, G., Carillo, J., Hernández-Rivas, C., & Ponce, R. (2021). Una lección sobre el teorema de Thales, vista desde el conocimiento especializado del profesor. *Educación Matemática*, 33(1), 98-124.
- Council of Chief State School Officers. (2012). *Estándares estatales comunes de matemáticas. Octavo grado*. San Diego; California, Estados Unidos: San Diego County Office of Education.
- Crowell, R. (2021). *Modern mathematics confronts its white, patriarchal past*. Retrieved from Scientific American.
- Cusi, A., & Malara, N. A. (2016). The intertwining of theory and practice: Influences on ways of teaching and teachers' education. In L. D. English, & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (Tercera ed., pp. 504-522). Nueva York: Routledge.
- Dakers, J. R. (2011). Activity theory as a pedagogical framework for the delivery of technology education. In M. Barak, & M. Hakher (Eds.), *Fostering human development through engineering and technology education* (pp. 19-34). Boston: Brill.

- Davidov, V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. (M. Shuarre, Trans.) Moscú: Progreso.
- Davidov, V. V., Lompscher, J., & Markova, A. K. (1987). *Formación de la actividad docente de los escolares*. (C. Rodríguez, A. Durán, & C. Valdaña, Trans.) La Habana: Pueblo y Educación.
- Day, J. M., & Kalman, D. (2001). Teaching linear algebra: Issues and resources. *The College Mathematics Journal*, 32(3), 162-168.
- Díaz, V. (2006). Formación docente, práctica pedagógica y saber pedagógico. *Laurus*, 12(Número extraordinario), 88-13.
- Ellis, M., & Malloy, C. E. (2007). Preparing teachers for democratic mathematics education. In D. Pugalee, A. Rogerson, & A. Schinck (Eds.), *Proceedings of the 9th International Conference: Mathematics Education in a Global Community* (pp. 160-164). Charlotte, NC, Estados Unidos: Mathematics in the 21st Century.
- Engeström, Y., & Miettinen, R. (1999). Activity theory: A well-kept secret. In Y. Engeström, R. Miettinen, & R. L. Punamäki (Eds.), *Perspectives on Activity Theory* (pp. 1--16). Cambridge: Cambridge University Press.
- English, L. D. (Ed.). (2002). *Handbook of international research in mathematics education*. Mahwah, Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum.
- English, L. D., & Kirshner, D. (Eds.). (2016). *Handbook of international research in mathematics education* (Tercera ed.). Nueva York: Routledge.
- Equipo CERPE. (1979). *El maestro en el proceso histórico venezolano*. Caracas: CERPE.
- Ernest, P. (1984). Integration within the mathematics curriculum. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 15(5), 631-642.
- Ernest, P. (1986). Integration in mathematics and the assessment of integrative skills in mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 17(1), 103-113.
- Espinoza, A. M., & Tut, S. (2016). El rol de género en las interacciones pedagógicas de aulas de matemática chilenas. *Psyche*, 25(2), 1-18.

- Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. *For the learning of mathematics*, , 11(2), 3-6.
- Fernández, R., Hernández, C. A., Prada, R., & Ramírez, L. (2018). Dominio afectivo y prácticas pedagógicas de docentes de matemáticas: un estudio de revisión. *Espacios*, 39(23), 1-25.
- Fleck, L. (1986). *La génesis y desarrollo de un hecho científico*. Madrid: Alianza.
- Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. In F. K. Lester, *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 225-256). Reston, Virginia, Estados Unidos: Unidos National Council of Teachers of Mathematics.
- García, A. (2018). Transformación curricular y educación digital en la Educación Media venezolana. *Revista de Tecnología de Información y Comunicación en Educación*, 12(2), 214-225.
- García, M., Gavilán, J. M., & Llinares, S. (2012). (2012). Perspectiva de la práctica del profesor de matemáticas de secundaria sobre la enseñanza de la derivada. Relaciones entre la práctica y la perspectiva del profesor. *Enseñanza de las Ciencias*, 30(3), 219-235.
- Garzón Castro, D. (2017). Análisis de las decisiones del profesor de matemáticas en su gestión de aula. *Educación Matemática*, 29(3), 131-160.
- Garzón Castro, D. (2017). Análisis de las decisiones del profesor de matemáticas en su gestión de aula. *Educación Matemática*, 29(3), 131-160.
- Gavilán, J. M., García, M. M., & Llinares, S. (2007a). La modelación de la descomposición genética de una noción matemática.
- Gavilán, J. M., García, M. M., & Llinares, S. (2007b). Una perspectiva para el análisis de la práctica del profesor de matemáticas. Implicaciones metodológicas. *Enseñanza de las ciencias*, 25(2), 157-170.
- Glaser, A. (2005). An ontology for the ethnographic analysis of social processes: extending the Extended-Case Method. *Social Analysis*, 49(3), 16-45.
- Godino, J. (2003). *Teoría de las funciones semióticas*. Granada, España: Universidad de Granada.

- Godino, J. D., Contreras, Á., & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 26(1), 39-88.
- González, A. (2014). Enseñanza y aprendizaje del álgebra lineal a través de sus relaciones intra e inter matemáticas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, 959-967.
- Gracia, M. (2010). Formando docentes de matemática para la enseñanza del álgebra lineal. *Revista Integra Educativa*, 3(2), 235-262.
- Grows, D. A. (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Nueva York: Macmillan.
- Grugnetti, L., & Senior, F. J. (1996). Senior secondary school practices. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education. Part 1* (pp. 615-645). Boston: Springer.
- Gudmundsdottir, S., Reinertsen, A., & Nordtomme, N. P. (2000). Klafki's Didaktik analysis as a conceptual framework for research on teaching. In S. Westbury, Hopmann, & K. Riquarts (Eds.), *Teaching as a reflective practice: the German didaktik tradition* (pp. 319-334). Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Guerra, L. (2008). Estrategias de aprendizaje colaborativo utilizando las nuevas tecnologías de información y comunicación. (Evaluación por grupos). *Docencia Universitaria*, 9(2), 11-34.
- Gutiérrez, A., & Boero, P. (2006). *Handbook of research on the psychology of mathematics education*. Rotterdam, Países Bajos: Sense.
- Gutiérrez, R. (1999). Advancing urban Latina/o youth in mathematics: Lessons from an effective high school mathematics department. *The Urban Review*, 31(3), 263-281.
- Hamami, Y., & Morris, R. L. (2020). Philosophy of mathematical practice: a primer for mathematics educators. *ZDM*, 52, 1113–1126.
- Henríquez, C., Ponce, R., Carrillo, J., Climent, N., & Espinoza-Vázquez, G. (2021). Trabajo matemático de un profesor basado en tareas y ejemplos propuestos para la enseñanza. *Enseñanza de las ciencias*, 39(2), 123-142.

- Hernández, A., Molero, P., Bohórquez, H., Hernández, A., & Rendina, G. (2006). Intereses que orientan a las prácticas pedagógicas de las matemáticas en ingeniería. *Paradigma*, 27(2), 1-24.
- Herrera, M., & González, A. (2011). Dificultades asociadas al aprendizaje del álgebra lineal en entornos mediados tecnológicamente. Experiencia con profesores de matemáticas en formación inicial. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 24, 1214-1221.
- Hu, L., & Webb, M. (2009). Integrating ICT to higher education in China: From the perspective of Activity Theory. *Education and Information Technologies*, 14, 143–161.
- Iglesias, M., & Ortiz, J. (2018). Usos del software de geometría dinámica en la formación inicial de profesores de matemáticas. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 1(2), 21-35.
- Iglesias-Osores, S. (2020). Norma editorial: ¿es adecuado no citar los artículos de más de cinco años de antigüedad? *FEM: Revista de la Fundación Educación Médica*, 23(5), 293.
- Jackson, P. W. (1990). *Life in classroom*. Nueva York: Teacher College-Columbia University.
- Jaimés, H. (2021). Las organizaciones de izquierda en Venezuela y la discriminación étnico-racial. *Gaceta de Pedagogía*(41), 25-42.
- Jaimés, H. (2022). Conflictos étnico-raciales en la industria petrolera de Venezuela, en el primer decenio del siglo XXI. *Montalbán*(59), 205-244.
- Jiménez Espinosa, A., & Gutiérrez Sierra, A. S. (2017). Realidades escolares en las clases de matemáticas. *Educación Matemática*, 29(3), 109-129.
- Jimenez, A., & Gutierrez, A. B. (2017). Realidades escolares en las clases de matemáticas. *Educación Matemática*, 29(3), 109-129.
- Jiménez-Espinosa, A., & Sánchez-Bareño, D. M. (2018). Enseñando matemáticas con situaciones a-didácticas. *Boletín REDIPE*, 7(12), 133-143.

- Jiménez-Espinosa, A., & Sánchez-Bareño, D. M. (2019). La práctica pedagógica desde las situaciones a-didácticas en matemáticas. *Revista Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9(2), 333-346.
- Jiménez-Espinosa, A., & Sánchez-Bareño, D. M. (2019). La práctica pedagógica desde las situaciones a-didácticas en matemáticas. *Revista Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9(2), 333-346.
- Kaptelinin, V., & Nardi, B. A. (2006). *Acting with technology. Activity theory and interaction design*. Cambridge, Estados Unidos: The MIT.
- Kieran, C., Krainer, K., & Shaughnessy, J. M. (2013). Linking research to practice: Teachers as key stakeholders in mathematics education research. En M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. Leung (Edits.), *Third international handbook of mathematics education* (págs. pp. 361-392). Nueva York: Springer.
- Klen-Alves, V. (2021). The four generations of cultural-historical activity theory. *Revista Brasileira da Pesquisa Socio-Histórico-Cultural e Atividade*, 3(2), 1-21.
- Koehler, M. S., & Grouws, D. A. (1992). Mathematics teaching practices and their effects. In D. A. Grouws, *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 115-126). Nueva York: Mcmillan.
- Köhler, T. (2022). Class size and learner outcomes in South African schools: the role of school socioeconomic status. *Development Southern Africa*, 39(2), 126-150.
- Krygowska, A. Z. (1979). Educación matemática en el primer ciclo de la enseñanza post-elemental y secundaria. In CIEM, *Nuevas tendencias en la enseñanza de la matemática. Volumen IV* (pp. 29-48). Paris: UNESCO.
- Leal Huise, S. (2021). Heurística de problemas en la formación de profesores de matemáticas. *REMATEC*, 16(38), 64-85.
- León Gómez, N., Bara, M., & Azocar, K. (2013). Planificación de la matemática escolar como elemento clave en la formación del docente. *Paradigma*, 34(2), 177-200.

- Lester, K. (2007). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Reston, Virginia, Estados Unidos: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lizcano, E. (1993). *Imaginario colectivo y creación matemática*. Barcelona: Gedisa.
- Llinares, S. (1998). La investigación sobre el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional. *Aula*, 10, 153-179.
- Llinares, S. (2000). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. In J. d. Ponte, & L. Serrazina, *Educação matemática em Portugal, Espanha e Italia* (pp. 109-132). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Loef Frank, M., Kazemi, E., & Bettey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 225-256). Charlotte, Carolina del Norte, Estados Unidos: Age.
- López de D'Amico, R. (2018). *Aproximación a la historia de la Micromisión Simón Rodríguez y los programas iniciales*. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- Maher, N., Muir, T., & Chick, H. (2022). Analysing senior secondary mathematics teaching using the Knowledge Quartet. *Educational Studies in Mathematics*, 111, 233-249.
- Malara, N. A., & Zan, R. (2002). The problematic relationship between theory and practice. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 553-580). Mahwah, Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Maltsev, A. I. (1970). *Fundamentos del álgebra lineal*. (D. A. Lozano, Trans.) Buenos Aires: Siglo Veintiuno.
- Martínez Padrón, O. (2013). Las creencias en la educación matemática. *Educere*, 17(57), 235-243.
- Martínez, F. E., Mosquera, D. L., Ordoñez, M. L., & Jiménez, C. P. (2015). *Prácticas pedagógicas matemáticas en atención a la diversidad: el imaginario del*

- docente. Maestría en Educación desde la Diversidad. Universidad de Manizales. Manizales, Colombia.*
- Matus, C. (2007). *Los tres cinturones del gobierno*. Universidad Nacional de La Matanza-Fundación CIGOB-Fundación ALTADIR.
- McDowall, S., & Hipkins, R. (2019). *Curriculum integration: what is happening in New Zealand school?* Wellington, Nueva Zelandia: New Zealand Council for Educational Research.
- Mellin-Olsen, S. (1987). *The politics of mathematics education*. Boston: D. Reidel.
- Menezes, L., Fernandes, J. A., Viseu, F., Ribeiro, A., & Flores, P. (2020). Perspectivas de professores de matemática sobre o humor e o seu valor educacional. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*,(34), 332-353.
- Mersini, N., & Karabörkii, M. A. (2022). Comparative analysis of the history of mathematics content in the Secondary School Mathematics textbooks of Turkey, Singapore Ireland and Canada. *International Journal of Progressive Education* , 18(4), 54-74.
- Ministerio del Poder Popular para la Ciencia y la Tecnología. (2021). Semilleros Científicos. Caracas, Venezuela. http://semilleroscientificos.cnti.gob.ve/semilleros_cientificos/pagina_web/web
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2012a). *Matemática para la vida. Matemática Primer Año*. Caracas: El Autor.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2012b). *La matemática de la belleza. Matemática Tercer Año*. Caracas: El Autor.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2013a). *Conciencia matemática. Matemática Segundo Año*. Caracas: El Autor.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2013b). *Naturaleza matemática. Matemática Cuarto Año*. Caracas: El Autor.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2013c). *La matemática y el vivir bien. Matemática Quinto Año*. Caracas: El Autor.

- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2015, septiembre 4). Normas relacionadas con útiles escolares para los niveles y modalidades del subsistema de educación básica. *Gaceta Oficial de Venezuela, No 40.739*. Caracas.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2016). *Proceso de transformación curricular en Educación Media*. Caracas: El Autor.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2017a). *Proceso de transformación curricular de la educación media*. Caracas: El Autor.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2017b). *Áreas de formación en educación media general*. Caracas: El Autor.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (MPPE, 2011). *Orientaciones educativas en el marco de los textos escolares de la Colección Bicentenario*. Caracas: El Autor.
- Ministerio de Educación y Deportes. (2004). *Liceo Bolivariano*. Caracas: El Autor.
- Molina, C. C., Franco, M. I., & González, V. V. (2021). Desarrollo de una aplicación para espacios vectoriales en álgebra lineal. *RECIE. Revista Electrónica Científica de Investigación Educativa*, 5(2), 167-181.
- Montes, L. C., Caballero, T. P., & Miranda, M. L. (2017). Análisis de las prácticas docentes: estado del conocimiento en DOAJ y EBSCO (2006-2016). *Revista de Investigación Educativa*, 25, 197-229.
- Mora, A., & Ortiz, J. (2013). Aprender a enseñar matemáticas desde la planificación. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 26, 381-389.
- Mora, D. (2004). *Tópicos en educación matemática*. Caracas: GIDEM.
- Morales-López, Y., & Font, V. (2019). Valoración realizada por una profesora de la idoneidad de su clase de matemáticas. *Educacao Pesquisa*, 45, 1-20.
- Moreno, C., & García, M. (2009). La epistemología matemática y los enfoques del aprendizaje en la movilidad del pensamiento instruccional del profesor. *Investigación y Postgrado*, 24(1), 218-240.
- Moreno, I., & Ortiz, J. (2008). Docentes de Educación Básica y sus concepciones acerca de la Evaluación en Matemáticas. *RIEE. Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 1(1), 141-154.

- Mosquera, J. (2019). Historia de la enseñanza del álgebra lineal en la educación secundaria venezolana desde 1918 hasta 1985. *Areté*, 5(9), 29-53.
- Mosquera, J. (2020). Historia reciente de la enseñanza del álgebra lineal en la Educación Media. *Educación en Contexto*, 6(11), 98-122.
- Mosquera, J., & Salcedo, A. (2008). *Didáctica del álgebra y de la probabilidad*. Caracas: Universidad Nacional Abierta.
- Niño-Blanco, J. A., Hernández-Suárez, C. A., & Bonilla-González, M. Y. (2019). Práctica pedagógica, dominio afectivo y procesos matemático de los docentes de matemáticas en el nivel de educación básica del sector público. *Eco Matemático*, 10(1), 19-27.
- Orlandi, E. (2008). *Discurso & lectura*. Sao Paulo: Pontes.
- Orlandi, E. (2014). *Análisis del discurso. Principios y procedimientos*. Santiago: LOM.
- Ortiz-Buitrago, J. (2002). *Modelización y calculadora gráfica en la enseñanza del álgebra. Estudio evaluativo de un programa de formación*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada, España.
- Ortiz-Buitrago, J., & Sánchez-Tovar, L. (2020). Educación en tiempos de incertidumbre. Una mirada a la actuación del docente de matemáticas. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 3(3), 29-43.
- Parra, H. (2005). Creencias matemáticas y la relación entre actores del contexto. *RELIME*, 8(1), 69-90.
- Pecheux, M. (1978). *El análisis automático del discurso (M. Alvar Ezquerro, Trad.)*. Madrid: Gredos.
- Phillips, G. (2005). *Mathematics is not a spectator sport*. Nueva York: Springer.
- Planas, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: reflexiones y datos bibliométricos. In M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T. A. Sierra (Eds.), *Investigación en educación matemática* (pp. 163-195). Lleida, España: SEIEM.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of*

- mathematics education. Past, present and future* (pp. 461-494). Rotterdam, Países Bajos: Sense.
- Porlán, R. (1999). *Constructivismo y escuela. Hacia un modelo de enseñanza-aprendizaje*. Sevilla: Diada.
- Prieto, J. L., & Ortiz, J. (2019). Saberes necesarios para la gestión del trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Bolema*, 33(65), 1276-1304.
- Quintero, M. (2003). Racismo, etnocentrismo occidental y educación. El caso de Venezuela. *Acción Pedagógica*, 12(1), 4-15.
- Ramírez, T. (2005). *El docente venezolano frente a su trabajo: entre el compromiso y el desencanto*. Caracas: Fondo Editorial de Unmanidades y Educación-Universidad Central de Venezuela.
- Rangel-Arzola, J. E., & Ortiz-Buitrago, J. (2022). Modelización matemática, programación lineal y videos instruccionales en la formación de ingenieros. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 5(3), 40-59.
- Reverand, E. (2004). Una aproximación a la teoría de la actividad. In D. Mora (Ed.), *Tópicos en educación matemática* (pp. 151-181). Caracas: GIDEM.
- Rodríguez, M. (2007). El uso del tiempo en la práctica pedagógica en las escuelas adscritas a la Alcaldía Metropolitana. *Sapiens*, 8(2), 83-104.
- Rodríguez, N. (2006). El aula como problema. In M. Balbi (Ed.), *El aula: perspectivas externas e internas* (pp. 147-153). Caracas: Santillana.
- Rogalski, J. (2013). Theory and activity developmental frameworks for an analysis of teachers' practices and students' learning. In F. Vandebrouck (Ed.), *Mathematics classrooms: Students's activities and teachers' practices* (pp. 3-22). Rotterdam: Sense.
- Romero, L. (2020, Noviembre). La investigación educativa y semilleros de la ciencia en educación comunal. *Arawaney*(44), 26-29.
- Roos, H. (2019). *I just don't like math, or I think it is interesting, but difficult ... Mathematics classroom setting influencing inclusion.* . Trabajo presentado en

el Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Utrecht .

- Rubinstein, S. L. (1963). *El ser y la conciencia y el pensamiento y los caminos de su investigación*. (A. Vidal, Trans.) México: Grijalbo.
- Rubinstein, S. L. (1978). *Principios de psicología general*. (S. Trowsky, Trans.) México: Grijalbo.
- Rubinstein, S. L. (1983). *Problemas de psicología general*. (J. M. Güell, Trans.) México: Grijalbo.
- Ryu, M., Mentzer, N., & Knobloch, N. (2019). Preservice teachers' experiences of STEM integration: Challenges and implications for integrated STEM teacher preparation. *International journal of technology and design education*, 29(3), 493-512.
- Sanni, R., Fatima, M., & Sojinu, S. O. (2021). Effect of class size on students' learning achievement In mathematics in junior secondary schools: a case study of Katagum local government Bauchi State. *International Journal of Innovation Research and Advaced Studies*, 81(1), 45-50.
- Santiago, J. O., Vallejo, A. C., de la Vega, H. M., & Trouche, L. (2019). Una propuesta para la enseñanza de valores y vectores propios en un primer curso de álgebra lineal para estudiantes de ingeniería a través de una orquestación instrumental. *Revista de Experiencias Didácticas e Investigación en Educación Matemática*, 1(1), 5-8.
- Serres, Y. (2005). Una propuesta para reconstruir el saber didáctico y matemático en un curso de actualización docente. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18, 399-404.
- Serres, Y. (2009). Prácticas de los docentes de ingeniería. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 22, 1405-1413.
- Serres, Y. (2013). *El rol de las prácticas en la formación de docentes de matemáticas*. Tesis de doctorado no publicada. Instituto Politécnico Nacional, México.

- Shadrikov, V. D. (2019). The activity theory: the activity psychological functional system and abilities as a mechanism of activity implementation. *Psychology. Journal of the Higher School of Economics*, 16(4), 593-607.
- Shen, T., & Konstantopoulos, S. (2021). Estimating causal effects of class size in secondary education: evidence from TIMSS. *Research Papers in Education*, 36(5), 507-541.
- Shulman, L. S. (2000). Teacher development: Roles of domain expertise and pedagogical knowledge. *Journal of applied developmental psychology*, 21(1), 129-135.
- Spradley, J. P. (2016). *The ethnographic interview*. Long Grove, Illinois, Estados Unidos: Waveland.
- Steen, L. A. (1990). *On the shoulder of giants. New approaches to numeracy*. Washington: National Academy.
- Steen, L. A. (Ed.). (1990). *On the shoulders of giants. New approaches to numeracy*. Washington: National Academy Press.
- Stewart, S., Andrews-Larson, C., & Zandieh, M. (2019). Linear algebra teaching and learning: themes from recent research and evolving research priorities. *ZDM*, 51(7), 1017-1030.
- Stigler, J. W., Gonzales, P., Kawanaka, T., Knoll, S., & Serrano, A. (1999). *The TIMSS videotape classroom study*. Washington: National Center for Statistical Studies.
- Strang, G. (2005). *Linear algebra and its applications* (Cuarta ed.). Belmont, California, Estados Unidos: Brooks Cole.
- Tap, W., Mtetwa, D., & Vere, J. (2019). Using humor for generating and maintaining interest in mathematics among secondary school students in South Sudan resettled communities. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 23(8), 1–10.
- Tirosh, D., & Graeber, A. O. (2013). Challenging and changing mathematics teaching classroom practices. In M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (pp. 643-687). Boston: Springer.

- Toh, T. (2009). Use of cartoons and comics to teach algebra in mathematics classrooms. In *Mathematics of prime importance: MAV yearbook* (pp. 230-239).
- Torres, B. Y. (2015). Concepciones y prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas sobre la teoría de las situaciones didácticas. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1), 131-136.
- Tucker, A. (1997). The growing importance of linear algebra in undergraduate mathematics. In D. Carlson, C. R. Johnson, D. Lay, D. C. Porter, A. E. Watkins, & W. Watkins (Eds.), *Resources for teaching linear algebra* (pp. 5-11). Washington: The Mathematics.
- Uhlig, F. (2002). The role of proof in comprehending and teaching elementary linear algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 50(3), 335-346.
- Vaillant, D., Rodríguez, E., & Bernasconi, G. (2015). En qué cambian las prácticas de la enseñanza de la matemática de un "modelo 1:1" a escala nacional. *Revista Complutense de Educación*, 26(2), 295-313.
- Valencia-Salas, Á. P. (2021). Matemáticas y prácticas racistas en la escuela: experiencias con docentes de Bogotá. *Nodos y Nudos*, 7(50), 33-43.
- Valoyes, L. (2015). "Los negros no son buenos para las matemáticas": Ideologías raciales y prácticas de enseñanza de las matemáticas en Colombia. *CS*(16), 169-206.
- Valoyes, L. (2017). Inequidades raciales y educación matemática. *Revista Colombiana de Educación*(73), 127-150.
- Valoyes-Chávez, L., & Zapata-Ramos, P. (2021). Cultura de la enseñanza del álgebra en contextos marginalizados. *TED*(51), 97-114.
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the book*. Nueva York: Springer.
- Van Bendegem, J. P. (2018). The who and what of the philosophy of mathematical practices. In P. Ernest (Ed.), *The Philosophy of mathematics education today* (pp. 39-60). Cham, Suiza: Springer.

- Vandebrouck, F. (2018). Activity theory in Frech didactic research. In G. Kaiser, H. Forgasz, M. Graven, A. Kuzniak, E. Simmt, & B. Xu (Eds.), *Invited lectures from the 13th International Congress on Mathematics Education* (pp. 679-698). Cham, Suiza: Springer.
- Vanegas, Y., & Giménez, J. (2021). Prácticas matemáticas democráticas: Análisis de una experiencia escolar. *AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática*, 19, 71-85.
- Vasquez, E. (1964). Proceso de trabajo y desarrollo de las facultades del hombre . In E. Vasquez, *Ludwing Feuerbach. Textos escogidos* (pp. 161-191). Caracas: Instituto de Investigaciones-Facultad de Economía-UCV.
- Venegas, M. (2000). *Enseñar la pobreza: la visión de los maestros de las escuelas populares*. Caracas: Tropykos.
- Viceministerio de Educación. (2018). *Centros de Investigación y Formación del Magisterio. Documento para su Reimpulso desde la Reflexión de la Propia Práctica. Año Escolar 2018 - 2019*. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- Viirman, O. (2021). University mathematics lecturing as modelling mathematical discourse. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 7, 466–489.
- Wadham, H., & Warren, R. (2014). Telling organizational tales: the Extended Case Method in practice. *Organizational Research Methods*, 17(1), 5-22.
- Weber, K. (2010). Proofs that develop insight. *For the learning of mathematics*, 30(1), 32-36.
- Weber, K., Dawkins, P., & Mejía-Ramos, J. P. (2020). The relationship between mathematical practice and mathematics pedagogy in mathematics education research. *ZDM*, 52(6), 1063-1074.
- Weinberg, P. (2019). Confronting mathematical pseudo-community: a domain-specific analysis of a Middle School Mathematics Department. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(7), 1-13.

- Werstch, J. W. (1981). *The concept of activity in Soviet psychology*. Nueva York: M. E. Sharpe.
- White, A. L., Jaworski, B., Agudelo-Valderrama, C., & Gooya, Z. (2013). Teachers learning from teachers. En M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. Leung (Edits.), *Third international handbook of mathematics education* (págs. 393-430). Nueva York: Springer.
- Williams, L. (2019). *Eradicating blindness: global health innovation from South Asia*. Nueva York: Palgrave-Macmillan.
- Wong, J. L. (2010). What makes a professional learning community possible? A case study of a mathematics department in a junior secondary school of China. *Asia Pacific Education Review*, *11*(2), 131-139.
- Wong, V., & Dillon, J. (2019). Voodoo maths', asymmetric dependency and maths blame: why collaboration between school science and mathematics teachers is so rare. *International Journal of Science Education*, *41*(6), 782-802.
- Wright, P. (2021). Transforming mathematics classroom practice through participatory action research. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *24*(2), 155-177.
- Zakaryan, D., & Sosa, L. (2021). Conocimiento del profesor de secundaria de la práctica matemática de la clase de geometría. *Educación Matemática*, *33*(1), 71-97.