

# **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

## **VALIDACIÓN DE LOS DATOS GRAVIMÉTRICOS SATELITALES DEL MODELO EIGEN-6C4 EN UN SECTOR DEL MUNICIPIO CEDEÑO, ESTADO BOLÍVAR**

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela  
Para optar al título de Ingeniero Geofísico  
Por la Bra. Rosales. P. Rosmery. N

Ciudad Universitaria de Caracas, octubre de 2023

# **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

## **VALIDACIÓN DE LOS DATOS GRAVIMÉTRICOS SATELITALES DEL MODELO EIGEN-6C4 EN UN SECTOR DEL MUNICIPIO CEDEÑO, ESTADO BOLÍVAR**

**TUTOR:** Dra. Nuris Orihuela.

**CO-TUTOR:** Prof. José Cavada.

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela  
Para optar al título de Ingeniero Geofísico  
Por la Bra. Rosales. P. Rosmery. N.

Ciudad Universitaria de Caracas, octubre de 2023

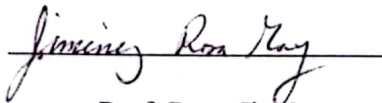
## ACTA DE APROBACIÓN DE TESIS

Caracas, 19 de octubre de 2023

Los abajo firmantes, miembros del jurado designado por el Consejo de Escuela de Geología, Minas y Geofísica, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por la **Bra. Rosmery N. Rosales P.**, titulado:

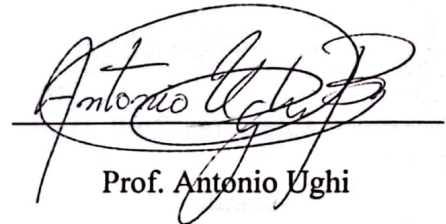
*“Validación de los datos gravimétricos satelitales del modelo EIGEN-6C4 en un sector del municipio Cedeño, estado Bolívar”*

consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el plan de estudios conducentes al título de Ingeniero Geofísico, y sin que ello signifique que se hacen solidarios con las ideas del autor, lo declaran **APROBADO**.



Prof. Rosa Jiménez

Jurado



Prof. Antonio Ughi

Jurado



Prof. Nuris Orihuela

Tutor Académico

## DEDICATORIA

*A Dios y a mi familia por su guía y apoyo a lo largo de mi vida.*

*A la Rosmery del ayer, que no se rindió y trabajó de manera constante.*

*A la vida, por su belleza, misterio, aventuras y desafíos.*

## AGRADECIMIENTOS

Inicialmente, quiero agradecer a Dios por ser mi fuente de motivación y fortaleza en todos estos años. En momentos de incertidumbre, confié en su plan perfecto y en su amor incondicional, y eso me impulsó a seguir adelante.

A mis padres, Marisol Parra y José Rosales, por su inquebrantable amor, dedicación sacrificio y esfuerzo. A pesar de las adversidades que han enfrentado, nunca se rindieron y siempre buscaron darme lo mejor. Ustedes han sido un ejemplo de perseverancia y determinación, enseñándome el valor del trabajo arduo y la importancia de creer en mí misma.

A mis hermanas Karla Rosales y Solmaira Rosales, y a mis sobrinos, por su constante apoyo. Su presencia ha sido parte importante de mi fuente de inspiración y motivación durante estos años.

A Wilfredo Salazar, por su amor incondicional, sus palabras de aliento y motivación en los momentos justos. Su creencia en mí y en mis capacidades ha sido un impulso invaluable en mi carrera profesional.

A mis mejores amigos Kisber Rosal y José León, quienes han estado apoyándome a pesar de la distancia. Ustedes han estado allí a través de llamadas y mensajes para celebrar mis logros y brindar palabras de aliento en momentos de duda.

A mis compañeros desde que emprendí esta carrera: Yacquelin, Johan, David, Jordan, Dorielba, Elizabeth, Vanesa, Sirei, Gabriel, Exdi, Gerardo, Alejandro, Antonio, Emily, Saúl, Maidelyn, Humberto, Emely, Engelbert, y todos los que fueron parte de mis días universitarios. Gracias por hacer mis días de clases, prácticas y exámenes inolvidables. Con ustedes pude compartir de los mejores momentos en la universidad y aprender cosas maravillosas.

A la Universidad Central de Venezuela por recibirme de brazos abiertos, brindarme una educación excepcional y oportunidades de crecimiento académico. Asimismo, agradezco a todos los profesores y preparadores, tanto de la escuela de Geología, Minas y Geofísica, como los del ciclo básico, por su dedicación y pasión por enseñar, por su guía y apoyo constante. Sé que trabajan arduamente para formar a todos los que queremos construir una mejor Venezuela.

A mi tutora, la Dra. Nuris Orihuela, a mi cotutor, el profesor José Cavada, y a mi profesora Inírida Rodríguez, por su constante apoyo, conocimientos, consejos, y su paciencia. Su impacto en mi formación académica y personal será siempre valorado y recordado con gratitud.

Por último, pero no menos importante, agradecida con mi país, que en medio de las dificultades me ha enseñado a nunca rendirme. He encontrado inspiración en aquellos que luchan por un mejor futuro, en los que trabajan incansablemente para construir una mejor sociedad.

**Rosales P., Rosmery N.**

**VALIDACIÓN DE LOS DATOS GRAVIMÉTRICOS SATELITALES DEL MODELO  
EIGEN-6C4 EN UN SECTOR DEL MUNICIPIO CEDEÑO, ESTADO BOLÍVAR**

**Tutor: Dra. Nuris Orihuela. Co-Tutor: José Cavada. T.E.G. Caracas, U.C.V. Facultad de  
Ingeniería. Escuela de Geología, Minas y Geofísica. Departamento de Geofísica. Año 2023,  
91 p.**

**Palabras clave:** datos gravimétricos satelitales, modelo combinado EIGEN-6C4, análisis  
comparativo, estadística, geoestadística.

**RESUMEN**

El presente estudio tuvo como objetivo principal validar los datos gravimétricos satelitales del modelo EIGEN-6C4 en un sector del Municipio Cedeño, estado Bolívar, a partir de la comparación con datos gravimétricos terrestres. Para ello, se realizó un análisis estadístico descriptivo y espacial. La primera fase del trabajo consistió en la comparación de ambos conjuntos de datos por medio del análisis estadístico descriptivo. En la siguiente etapa, se cuantificaron las diferencias entre los datos terrestres y los satelitales; y se establecieron posibles causas que explicaran dichas diferencias. La fase geoestadística permitió representar las estimaciones del error estándar para cada observación del conjunto de datos terrestres y definir el intervalo de confianza alrededor de los valores estimados (95%). A partir de los resultados se observaron similitudes entre los datos satelitales y terrestres en términos numéricos y estadísticos. En general, los datos presentan entre ellos una dependencia lineal positiva y un alto coeficiente de correlación. Se delimitó que, en un 80% de los casos los datos satelitales cumplen con los límites de incertidumbre permitidos. Asimismo, se concluyó que, parte de las diferencias entre los datos de tierra y de satélite se deben a las diferencias geomorfológicas presentadas en la zona de estudio y a los errores provenientes de las cotas del DEM SRTM-GL1 elipsoidal. Estos resultados aunados a las correspondencias numéricas y espaciales observadas permitieron validar los datos gravimétricos satelitales como equivalentes a los terrestres siempre y cuando sean utilizados en estudios regionales y de reconocimiento.

# ÍNDICE DE CONTENIDOS

	Pág.
<b>DEDICATORIA .....</b>	<b>iv</b>
<b>AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>v</b>
<b>RESUMEN .....</b>	<b>vii</b>
<b>ÍNDICE DE CONTENIDOS .....</b>	<b>viii</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS .....</b>	<b>xi</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS .....</b>	<b>xiv</b>
<b>CAPÍTULO I .....</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	3
1.2.1 Objetivo general .....	3
1.2.2 Objetivos específicos.....	3
1.3 LOCALIZACIÓN DE LA ZONA DE ESTUDIO Y ALCANCE .....	3
1.4 JUSTIFICACIÓN.....	4
1.5 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN .....	5
<b>CAPÍTULO II.....</b>	<b>8</b>
<b>MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>8</b>
2.1 GRAVIMETRÍA .....	8
2.1.1 Geoide.....	8
2.1.2 Elipsoide de referencia .....	9
2.1.3 Modelos Gravitatorios Globales.....	10
2.2 MODELOS DIGITALES DE ELEVACIONES .....	12
2.3 REDUCCIONES DE LA GRAVEDAD .....	14



	<b>Pág.</b>
2.3.1 Anomalía de Gravedad .....	14
2.3.2 Gravedad teórica elipsoidal .....	14
2.3.3 Corrección de Aire Libre .....	15
2.3.4 Corrección de Bouguer .....	15
2.3.5 Corrección topográfica .....	15
2.3.6 Anomalía de Aire Libre y Bouguer .....	20
2.4 MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN.....	22
2.5 ESTADÍSTICA .....	23
2.5.1 Estadística descriptiva .....	24
2.6 CORRELACIÓN LINEAL Y ANÁLISIS DE REGRESIÓN .....	25
2.6.1 Métodos de mínimos cuadrados .....	26
2.6.2 Correlación entre dos variables .....	26
2.7 ESTADÍSTICA ESPACIAL Y/O GEOESTADÍSTICA .....	27
2.7.1 Variogramas y/o semivariogramas .....	28
2.7.2 Kriging.....	31
<b>CAPÍTULO III .....</b>	<b>33</b>
<b>MARCO METODOLÓGICO.....</b>	<b>33</b>
3.1 COMPILACIÓN Y VERIFICACIÓN DE DATOS GRAVIMÉTRICOS TERRESTRES	33
3.2 DESCARGA DE DATOS GRAVIMÉTRICOS SATELITALES Y TOPOGRÁFICOS...	34
3.3 METODOLOGÍA ESTADÍSTICA .....	36
<b>CAPÍTULO IV .....</b>	<b>42</b>
<b>RESULTADOS Y ANÁLISIS .....</b>	<b>42</b>
4.1 DESCRIPCIÓN CUALITATIVA DE LA GRAVEDAD EN LA ZONA DE ESTUDIO..	42
4.2 ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA .....	45
4.2.1 Comparación basada en los valores de altitud del DEM SRTM-GL1 elipsoidal.....	45

	<b>Pág.</b>
4.2.2 Comparación basada en los valores de altitud suministrados referidos al elipsoide WGS84 .....	51
4.2.3 Comparación entre valores de cotas .....	56
4.3 ANÁLISIS DE REGRESIÓN Y MODELOS LINEALES .....	59
4.4 GEOESTADÍSTICA: KRIGING .....	65
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>70</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>72</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
Figura 1.1 Localización de la zona de estudio. ....	<b>4</b>
Figura 1.2 Datos de gravedad terrestre (puntos amarillos) y datos de gravedad satelital (puntos verdes) contenidos dentro de las superficies asociadas a los límites de incertidumbre (tomado de Garzón, 2010). ....	<b>6</b>
Figura 2.1 Superficie geoidal, modelo EGM2008 (tomado de Ince <i>et al.</i> , 2019) .....	<b>9</b>
Figura 2.2(a) Representación de las tres superficies de referencia de un cuerpo planetario. (b) Relaciones de altura entre el elipsoide, geoide y la superficie topográfica (tomado y modificado de Li y Gotze, 2001). ....	<b>10</b>
Figura 2.3 Funciones Esféricas Armónicas (tomado de Valverde, 2014) .....	<b>12</b>
Figura 2.4 La corrección topográfica se realiza a) dividiendo la topografía en prismas verticales, b) añadiendo la influencia de cada prisma que depende de su posición y altura con respecto al nivel de referencia (tomado y modificado de Lowrie, 2007) .....	<b>16</b>
Figura 2.5 Anillos concéntricos usados para calcular las correcciones topográficas de gravedad (tomado y modificado de Lowrie, 2007). ....	<b>17</b>
Figura 2.6 Zonas determinadas en Oasis Montaj para el cálculo de la corrección topográfica (tomado de Geosoft, 2006) .....	<b>18</b>
Figura 2.7 Sección triangular de un prisma rectangular recto (tomado de Geosoft, 2006).....	<b>19</b>
Figura 2.8 Prisma cuadrado truncado (tomado de Geosoft, 2006).....	<b>19</b>
Figura 2.9 Aproximación del segmento anular del anillo a un prisma cuadrado (tomado de Geosoft, 2006) .....	<b>20</b>
Figura 2.10 Geometría del casquete esférico en relación a la laja horizontal (tomado de LaFehr, 1991).....	<b>21</b>
Figura 2.11 Parámetros del variograma.....	<b>30</b>
Figura 2.12 Comparación de los modelos exponencial, esférico y gaussiano .....	<b>31</b>
Figura 3.1 Diagrama general de la metodología de trabajo empleada .....	<b>33</b>

	<b>Pág.</b>
Figura 3.2 Mapa de ubicación de las estaciones gravimétricas terrestres .....	34
Figura 3.3 Descarga de datos gravimétricos satelitales .....	35
Figura 3.4 Modelo de tabla de procesamiento para el cálculo de la Gravedad Observada .....	36
Figura 3.5 Diagrama de la metodología estadística empleada .....	37
Figura 3.6 Construcción de semivariogramas en ArcMap .....	39
Figura 3.7 Metodología de validación cruzada .....	40
Figura 3.8 Límites de incertidumbre .....	41
Figura 4.1 Mapa de gravedad observada terrestre .....	43
Figura 4.2 Mapas de gravedad observada. ....	44
Figura 4.3 Mapas de diferencias de gravedad en estaciones, utilizando datos de modelo EIGEN-6C4 compensado por aire libre utilizando cotas DEM SRTM1-GL1 (4.3a) y cotas puntuales suministradas referidas al elipsoide WGS84 (4.3b) .....	45
Figura 4.4 Histogramas de frecuencia para ambos conjuntos de datos de gravedad (DEM SRTM-GL1). ....	47
Figura 4.5 Gráficos Normal Q-Q (DEM SRTM-GL1). ....	47
Figura 4.6 Gráfico de dispersión de GObs. satelital (DEM SRTM-GL1) contra GObs. terrestre	48
Figura 4.7 Diagrama de caja y bigotes (DEM SRTM-GL1) .....	49
Figura 4.8 Mapa de valores atípicos de GObs. terrestre.....	50
Figura 4.9 Mapa de valores atípicos de GObs. satelital (DEM SRTM-GL1 elipsoidal).....	51
Figura 4.10 Histogramas de frecuencia para ambos conjuntos de datos de gravedad (Cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84).....	53
Figura 4.11 Gráficos Normal Q-Q (Cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84).....	53
Figura 4.12 Gráfico de dispersión de GObs. Satelital (Cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84) contra GObs. Terrestre .....	54
Figura 4.13 Diagrama de caja y bigotes (Cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84) ....	55

Figura 4.14 Mapa de valores atípicos de GObs. satelital teniendo en cuenta las cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84.....	<b>56</b>
Figura 4.15 Histogramas de frecuencias para ambos conjuntos de cotas (suministradas referidas el elipsoide WGS84 y del DEM SRTM-GL1 elipsoidal).....	<b>58</b>
Figura 4.16 Mapa de pendientes con las discrepancias entre las cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84 y las cotas del DEM SRTM-GL1 elipsoidal .....	<b>59</b>
Figura 4.17 Histograma de frecuencias y gráfico Q-Q para las diferencias de gravedad. ....	<b>60</b>
Figura 4.18 Grafico de dispersión: diferencia de GObs. Vs. Alturas elipsoidales (DEM SRTM-GL1) .....	<b>61</b>
Figura 4.19 Grafico de dispersión: diferencia de GObs. Vs. diferencia de cotas.....	<b>61</b>
Figura 4.20 a) Mapa de valores atípicos de las diferencias entre GObs. terrestre y satelital (DEM SRTM-GL1 elipsoidal); b) Mapa de valores atípicos de las diferencias entre cotas suministradas y cotas del DEM SRTM-GL1.....	<b>62</b>
Figura 4.21 a) Mapa de valores atípicos de las diferencias entre GObs. terrestre y satelital (cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84); b) Mapa de valores atípicos de las cotas suministradas .....	<b>63</b>
Figura 4.22 a) Diferencia de GObs. Vs. Latitud; b) Diferencia de GObs. Vs. Longitud .....	<b>64</b>
Figura 4.23 Mapa de variograma para el conjunto de datos gravimétricos terrestres .....	<b>65</b>
Figura 4.24 Modelo de semivariograma autorizado ajustado para dirección de máxima continuidad .....	<b>65</b>
Figura 4.25 Mapa de GObs. Terrestre estimado a partir del método kriging.....	<b>66</b>
Figura 4.26 Mapa de Desviación Estándar estimado a partir de kriging para GObs. terrestre .....	<b>67</b>
Figura 4.27 Ubicación de los datos de GObs. Satelital fuera de los límites de confianza .....	<b>68</b>
Figura 4.28 Ubicación de los datos de GObs. Satelital en un mallado regular, con separación entre estaciones de 1 km con los datos fuera de los límites de confianza .....	<b>69</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
Tabla 2.1 Elipsoides de referencia (tomado de Mendoza, 2012) .....	<b>10</b>
Tabla 2.2 Modelo Digitales de Elevaciones .....	<b>13</b>
Tabla 2.5.1 Descriptivos estadísticos (tomado de Walpole <i>et al.</i> , 2012) .....	<b>24</b>
Tabla 2.5.2 Gráficos estadísticos .....	<b>25</b>
Tabla 4.1 Valores Estadísticos Descriptivos de Gravedad Observada ( <i>DEM SRTM-GLI elipsoidal</i> ) .....	<b>46</b>
Tabla 4.2 Valores Estadísticos Descriptivos de Gravedad Observada (cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84).....	<b>52</b>
Tabla 4.3 Valores Estadísticos Descriptivos de Cotas Elipsoidales .....	<b>57</b>
Tabla 4.4 Resumen de los valores del modelo lineal planteado para diferencias de GObs. ....	<b>64</b>

# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La gravimetría es una técnica de prospección geofísica, basada en la medición y análisis de variaciones del campo de gravedad terrestre (Castaing y Deblegia, 1992). Esta técnica nace dentro del campo de trabajo de la Geodesia, en el siglo XVIII (Torge, 1989), donde las primeras medidas de gravedad fueron un medio para caracterizar la forma planetaria de la Tierra, esto permitió derivar los primeros modelos geoidales de nuestro planeta. La gravimetría en Venezuela empieza a generar productos a partir de la segunda década del siglo XX (Nibighiam *et al.*, 2005). El primer levantamiento gravimétrico, realizado con fines prospectivos se realizó en 1925 en la Costa Oriental del Lago de Maracaibo (Orihuela, 2014).

La instrumentación utilizada en la gravimetría desde el siglo XVIII hasta la actualidad, ha pasado de péndulos absolutos y relativos a gravímetros digitales y sensores de caída de peso, hasta llegar a los recientes avances en las tecnologías espaciales, dando inicio a una nueva etapa en los estudios de gravedad en Venezuela (Garzón, 2010). Los estudios que se han realizado en los últimos años relacionados con el campo gravitatorio terrestre, han sido favorecidos por el desarrollo de nuevas misiones satelitales científicas (CHAMP, GRACE, GOCE), permitiendo mejorar la resolución y precisión de los modelos gravitacionales de la Tierra (Martín *et al.*, 2005).

Uno de los actuales modelos gravitacionales de acceso libre que incluye datos del satélite GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) es el EIGEN-6C4, el cual es denominado por Förste *et al.*, (2014), como el modelo de campo de gravedad global más reciente combinado de GFZ Potsdam y GRGS Toulouse, que tiene un grado y orden esférico máximo de 2019. Los datos correspondientes al satélite GOCE son de mayor precisión y detalle, que los

modelos previos, debido a que logró orbitar ligeramente por debajo de los 255 km de altitud (The European Space Agency, 2009).

Los modelos de campos geopotenciales terrestres obtenidos de sensores satelitales representan las longitudes de onda larga del campo (Martín *et al.*, 2005) haciéndolos eficaces en los estudios a nivel macro tectónico y/o de reconocimiento inicial de estructuras geológicas. Sin embargo, los datos de misiones satelitales deben ser calibrados con mediciones marinas o terrestres para obtener un valor más preciso del campo potencial y así aumentar la resolución del mallado de datos, es por esta razón que es importante establecer un método de validación a través de la comparación con datos terrestres y/o marinos.

La geoestadística representa un conjunto de herramientas y técnicas que sirven para analizar y predecir valores de una variable que se muestra distribuida en el espacio, por lo que es de utilidad para validar datos de gravedad reticulares regulares, aumentando así la resolución espacial de los datos gravimétricos derivados de modelos geopotenciales de origen satelital. Entre los estudios gravimétricos, donde se ha empleado la geoestadística en Venezuela, resalta la validación de datos gravimétricos satelitales (obtenidos mediante el modelo EGM2008), a partir de un análisis geoestadístico comparativo con datos gravimétricos de adquisición terrestre, correspondiente a la Faja Petrolífera del Orinoco y la Cordillera de la Costa (Garzón, 2010).

Con base en lo anteriormente expuesto, el presente proyecto de Trabajo Especial de grado se propone emplear la estadística básica y la geoestadística como herramientas fundamentales para la validación de los datos satelitales del EIGEN-6C4 mediante la comparación con datos terrestres en una ventana geográfica del Municipio Cedeño, Estado Bolívar.



## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 Objetivo general**

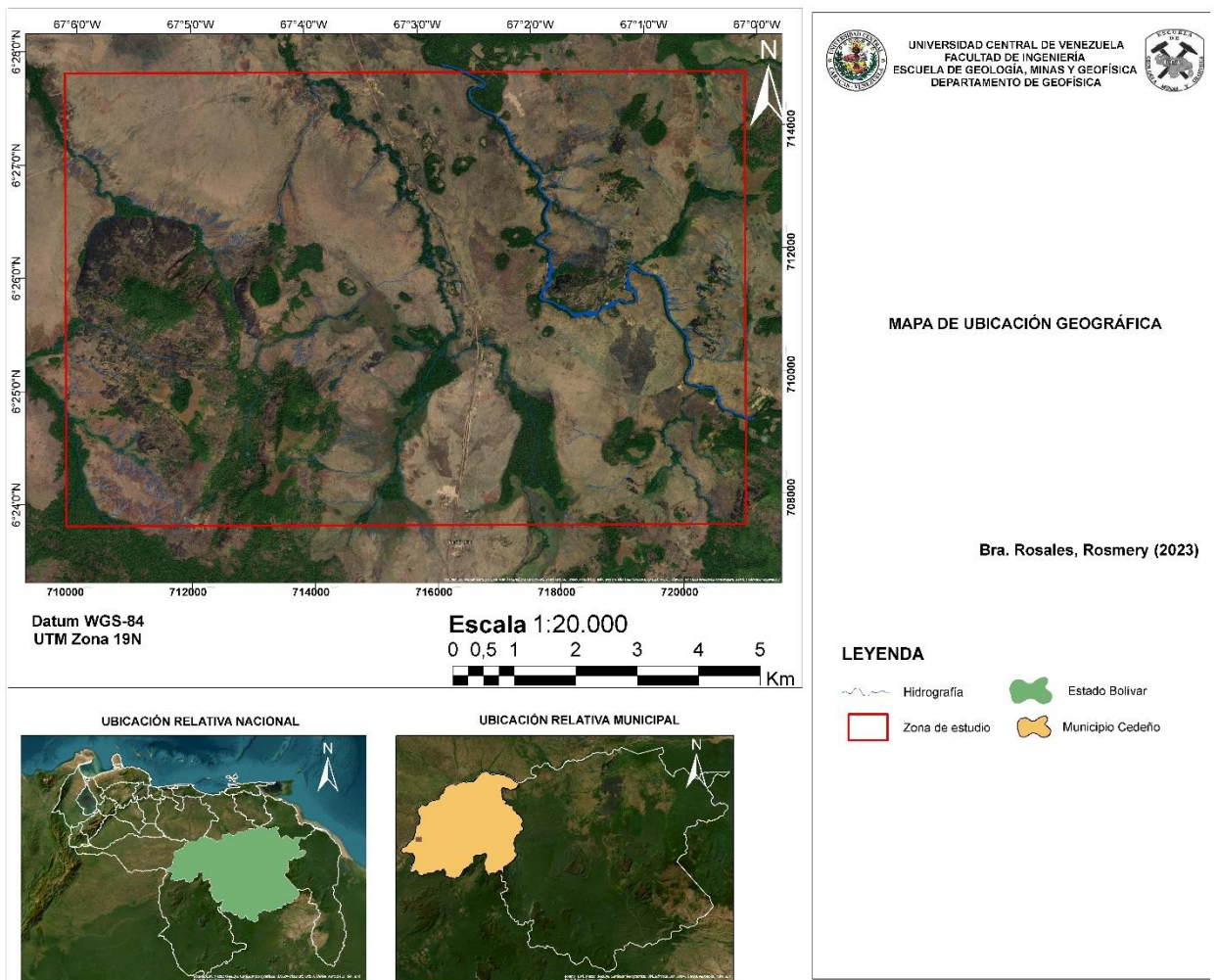
Validar los datos gravimétricos satelitales del modelo EIGEN-6C4 en un sector del Municipio Cedeño, estado Bolívar.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

- Realizar un análisis geoestadístico detallado de los datos gravimétricos terrestres y satelitales, que incluya estadística descriptiva básica y estadística espacial.
- Comparar los datos de gravedad observada del modelo EIGEN-6C4 con los datos de adquisición terrestre, mediante el análisis estadístico de ambos conjuntos de datos.
- Cuantificar las diferencias entre los datos satelitales y terrestres en la zona de estudio.
- Establecer las posibles causas que generan las diferencias entre los datos satelitales y terrestres.
- Comparar mapas de gravedad terrestre y satelitales del área estudiada.

## **1.3 LOCALIZACIÓN DE LA ZONA DE ESTUDIO Y ALCANCE**

La zona de estudio se encuentra ubicada al oeste del municipio Cedeño, estado Bolívar, cercano a los límites con Amazonas y Apure. La misma comprende un área de  $81.59 \text{ km}^2$  de superficie y está comprendida entre las longitudes  $[67^{\circ}0'6.62''\text{W}$  a  $67^{\circ}6'6.64''\text{W}]$  y latitudes  $[6^{\circ}23'48.5''\text{N}$  a  $6^{\circ}27'48.5''\text{N}]$ , referidas al datum geodésico WGS84 y al Sistema de Coordenadas Universal Transverse Mercator (UTM) de huso 19N (recuadro color rojo de la figura 1.1).



**Figura 1.1 Localización de la zona de estudio.**

En la parte inferior de la figura se muestra la ubicación relativa nacional y municipal.

## 1.4 JUSTIFICACIÓN

Realizar una campaña de adquisición gravimétrica representa altos costos, y en ocasiones las zonas de estudios presentan relieve topográfico agreste y de difícil acceso. Estas y otras condiciones pueden limitar un estudio geofísico, donde se requiera la aplicación de métodos gravimétricos. Estos factores condicionan la calidad de los datos, pudiendo ocasionar errores significativos de precisión, durante la adquisición y procesamiento de los mismos, ya que existirán zonas sin información suficiente y limitando la realización de continuaciones ascendentes y descendentes del campo gravitatorio, derivadas y otras operaciones que operan mejor con datos reticulados regulares. Es por esta razón que estudiantes y profesionales de las geociencias, utilizan modelos gravitacionales, obtenidos de misiones satelitales para la

realización de estudios a nivel macro tectónico y/o de reconocimiento inicial de estructuras geológicas. Un ejemplo, es el estudio correspondiente al análisis gravimétrico y flexural de la cuenca de Venezuela, realizado por Sánchez (2018), en el cual utilizó el modelo gravitacional EIGEN-6C4.

Con base a lo anteriormente explicado, es necesario realizar la validación de los datos gravimétricos satelitales, para que estos sean de utilidad como complemento a datos terrestres. La Geoestadística permite realizar estimaciones mediante ajustes estadístico-matemáticos sobre el comportamiento espacial de los datos y caracterización de la variabilidad. Por lo cual la implementación de este método para realizar estimaciones y comparaciones basados en modelos de mayor precisión resulta ser de utilidad en estudios geofísicos. Un caso de interés es la validación de los datos gravimétricos satelitales del modelo EIGEN-6C4 en un sector del municipio Cedeño, estado Bolívar, realizando la comparación con datos gravimétricos terrestres mediante el uso de herramientas estadísticas básicas y espaciales, con la finalidad de validar la calidad de los mismos.

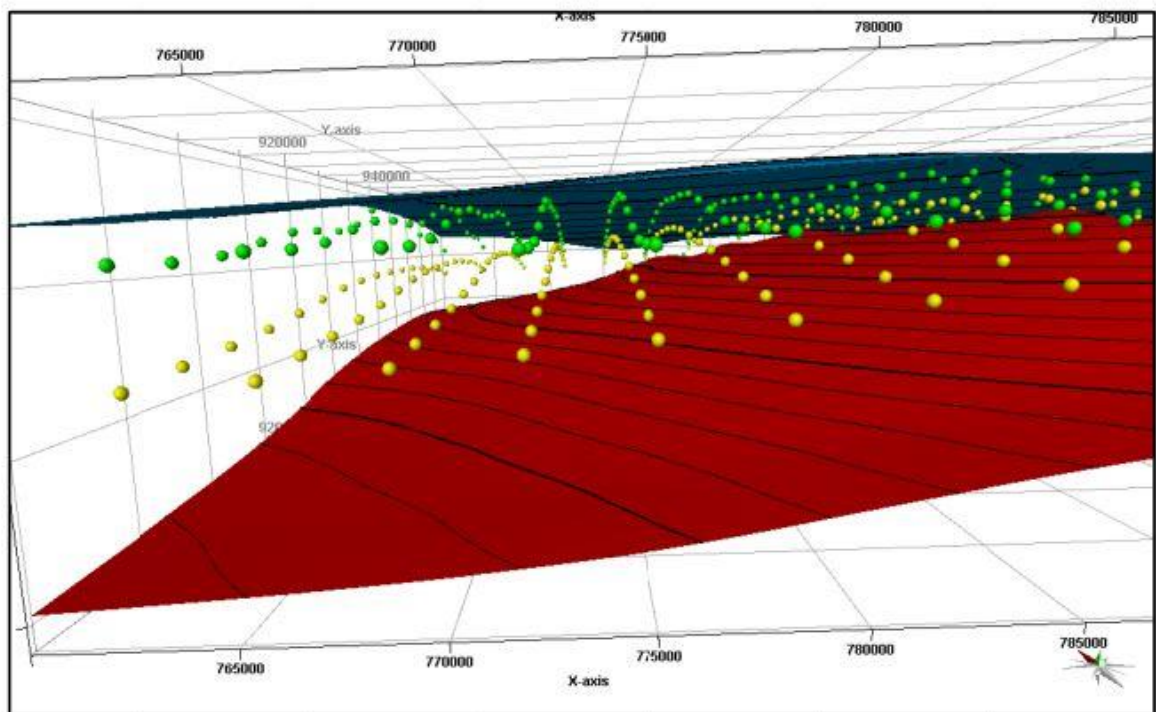
## **1.5 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN**

La geoestadística ha sido ampliamente aplicada en diversas ramas de las ciencias y en las ingenierías (petróleo, minas, geofísica, hidrogeología, medio ambiente, estudios forestales, salud pública, ingeniería civil, procesamiento de imágenes, cartografía, finanzas, ciencias de materiales, meteorología, edafología, etc.), como una herramienta para analizar y predecir valores de una propiedad distribuida en espacio o tiempo, suponiendo de manera implícita que los datos a analizar están correlacionados unos con otros.

Entre algunos trabajos que emplean la estadística básica y la geoestadística como herramienta para validar datos gravimétricos satelitales se encuentran: Garzón (2010) y el de Linares *et al.*, (2015).

Garzón (2010), realiza un estudio de validación de datos gravimétricos satelitales del modelo gravitacional EGM2008, a partir de un análisis geoestadístico comparativo con datos gravimétricos de adquisición terrestre. La metodología aplicada en el trabajo de Garzón (2010), se basó en generar el mapa de variograma de la variable en cuestión, con el objetivo de determinar las direcciones de anisotropía (máxima y mínima continuidad). Luego a partir de estas

direcciones generó los variogramas experimentales, los cuales fueron ajustados a partir de un modelo teórico con unos parámetros dados, como etapa previa al kriging. Adicionalmente a las predicciones de la variable, Garzón (2010), comenta que el kriging también ofrece como resultado la varianza de las predicciones para cada observación. El cálculo de la varianza al momento de resolver las ecuaciones de kriging permite establecer intervalos de confianza alrededor de los valores estimados (95%) para poder determinar qué porcentaje de los datos se encuentran dentro de los límites de incertidumbre de la variable (Figura 1.2).



**Figura 1.2 Datos de gravedad terrestre (puntos amarillos) y datos de gravedad satelital (puntos verdes) contenidos dentro de las superficies asociadas a los límites de incertidumbre (tomado de Garzón, 2010).**

A diferencia del trabajo realizado por Garzón (2010), Linares *et al.*, (2015), realizaron la comparación entre los modelos combinados EIGEN-6C4 y EGM2008, y datos terrestres en Venezuela a partir de herramientas estadísticas y el análisis de los resultados, desde el estudio de la composición espectral de los datos y la integración con la información geológica disponible. Este trabajo les permitió establecer las principales discrepancias entre los dos modelos satelitales, asociándolas posiblemente con la elección del modelo digital de elevación utilizado. La validación del modelo EIGEN-6C4 con datos terrestres mostró la mejora significativa que presenta en la región de Guayana, marcando de manera efectiva la heterogeneidad geológica en

los estados de Amazonas y Bolívar, y realzando características tectónicas como la sutura del Caura, la sutura de Atabapo, la falla de Guri y el efecto de subsidencia del supergrupo Roraima (Linares *et al.*, 2015).

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

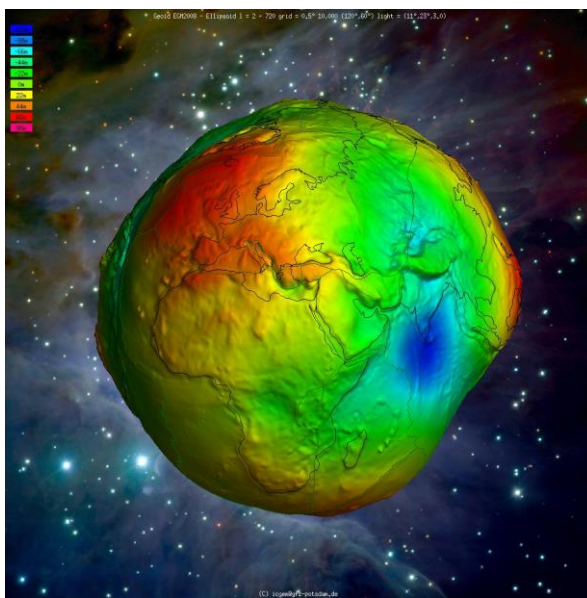
El enfoque teórico presentado a continuación incluye conceptos relacionados con la gravimetría, métodos de interpolación y aspectos estadísticos, como base para el análisis y validación de datos gravimétricos satelitales.

#### 2.1 GRAVIMETRÍA

En el marco de un estudio gravimétrico, es fundamental obtener valores instrumentales y teóricos de la aceleración de la gravedad ( $g$ ) para, por diferencia, establecer las anomalías. Para lograr esto, es crucial considerar los efectos causados por la forma general del planeta y su fuerza centrífuga de rotación, siendo necesario inicialmente comprender los conceptos de geoide y elipsoide de referencia. Estas definiciones fueron introducidas en el siglo XVIII a través de una discusión entre dos escuelas científicas: la escuela francesa y la inglesa, con el objetivo de determinar si la Tierra estaba achatada en los polos o en el ecuador. Como resultado, se descubrió que la Tierra está achatada en los polos. Además, esta discusión llevó a otros descubrimientos importantes, como que la distribución de masas, particularmente de las montañas, tiene un efecto sobre las mediciones geodésicas que se realicen.

##### 2.1.1 Geoide

El Geoide es una superficie equipotencial definida como el nivel del mar en ausencia del efecto de las corrientes, mareas y presión atmosférica (Mather, 1978; Rapp, 1995). En la Tierra, se describe como el nivel que tendría un canal imaginario conectado a los océanos por ambos extremos. La diferencia entre el Geoide y el elipsoide de revolución se produce debido a las variaciones en la densidad de la corteza y manto a gran escala (figura 2.1).



**Figura 2.1 Superficie geoidal, modelo EGM2008 (tomado de Ince *et al.*, 2019)**

En general esta superficie equipotencial presenta dificultades de medición en la superficie terrestre. Sin embargo, la medición por satélite se ve favorecida, por la influencia de la distribución interna de las masas en la órbita del satélite. Por lo tanto, la medición del Geoide mediante satélites puede ser más precisa y fácil de realizar en comparación con la medición en la superficie terrestre.

### **2.1.2 Elipsoide de referencia**

En contraste con el Geoide, el elipsoide de referencia es una superficie matemática descrita por una ecuación que modela a la Tierra como una elipse de revolución con una distribución uniforme de sus masas.

El elipsoide de referencia es una forma de tres dimensiones creada a partir de una elipse de dos dimensiones. La elipse posee un eje mayor y un eje menor. En el caso de la Tierra, el semieje mayor es el radio desde el centro de la Tierra hasta el ecuador, mientras que el semieje menor es el radio desde el centro de la Tierra hasta el polo.

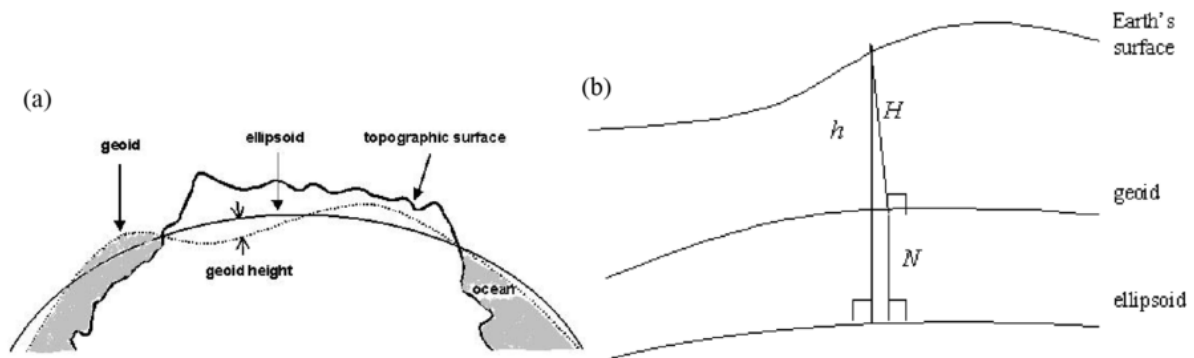
Un elipsoide de referencia se distingue de otro por las longitudes de sus semiejes (mayor y menor), en la tabla 2.1, se reflejan algunos elipsoides de referencia con sus respectivos valores.

**Tabla 2.1 Elipsoides de referencia (tomado de Mendoza, 2012)**

<i>Elipsoide de referencia</i>	<i>Semieje mayor (m)</i>	<i>Semieje menor (m)</i>
Clarke 1866	6378206,4	6356583,8
GRS80 1980	6378137	6356752,31414
WGS84 1984	6378137	6356752,31424518

Para aplicaciones prácticas, diversos autores establecen que los elipsoides de referencia GRS80 y WGS84 son idénticos.

Aunque el Geoide y el Elipsoide de referencia son modelos propuestos para describir la forma de la Tierra, el Geoide tiene una pequeña variación en su altitud en comparación con el elipsoide de referencia (figura 2.2). De acuerdo con Chelotti *et al.*, (2009), esta diferencia alcanza un máximo de unos 60 m en el Atlántico Norte y un mínimo de -90 m al sur de la India. Estas variaciones en la altitud del Geoide son importantes para la precisión en las mediciones geodésicas y geofísicas.



**Figura 2.2(a) Representación de las tres superficies de referencia de un cuerpo planetario. (b) Relaciones de altura entre el elipsoide, geoide y la superficie topográfica (tomado y modificado de Li y Gotze, 2001).**

### 2.1.3 Modelos Gravitatorios Globales

Los modelos gravitatorios globales, como el EIGEN-6C4, se obtienen a través de la combinación entre los datos producidos por un satélite de órbita baja, la altimetría del mismo y los datos de superficie. Los satélites en órbita terrestre baja se ven afectados por un amplio



espectro de perturbaciones debidas al campo gravitatorio de la Tierra, siendo el achatamiento de los polos la mayor de estas perturbaciones.

La metodología utilizada por los satélites en órbita baja para modelar el campo gravitatorio de la Tierra se basa en los armónicos esféricos. Barthelmes (2009), conceptúa los armónicos esféricos como un conjunto de soluciones de la ecuación de Laplace, que son representadas en un sistema de coordenadas esféricas. De esta manera, cada potencial armónico, que cumple con la ecuación de Laplace, se puede expandir en armónicos esféricos sólidos. Es por ello, que la parte estacionaria del potencial gravitacional de la Tierra, en cualquier punto, esta expresado en una escala global por la suma de los grados de la expansión de los armónicos esféricos. Los armónicos esféricos o también conocidos como los coeficientes de Stokes, representan en el dominio espectral la estructura y las irregularidades del campo gravitatorio terrestre.

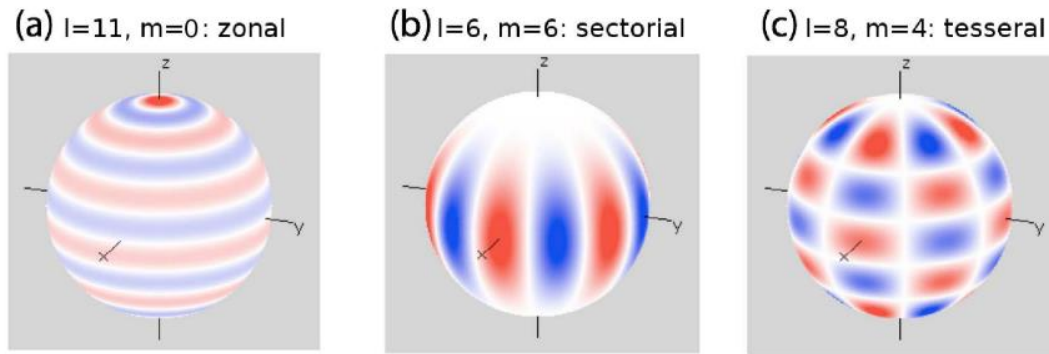
El cálculo para el campo geopotencial a través del desarrollo de los coeficientes de Stokes, en el dominio espectral y del espacio, viene dado por la siguiente ecuación:

$$W_a(r, \lambda, \varphi) = \frac{GM}{r} \sum_{l=0}^{l_{max}} \sum_{m=0}^l P_{lm}(\sin\varphi) [C_{lm}^W \cos m\lambda + S_{lm}^W \sin m\lambda]$$

Donde:  $r, \lambda, \varphi$ : son las componentes del sistema de coordenadas esféricas (radio, longitud, latitud);  $R$ : radio de referencia;  $GM$ : producto de la constante gravitacional por la masa de la Tierra;  $l, m$ : grado y orden de los armónicos esféricos;  $P_{lm}$ : funciones de Legendre normalizadas; y  $C_{lm}^W, S_{lm}^W$ : coeficientes de Stokes (normalizados).

La ecuación anterior, representa el campo de gravedad de la Tierra, la precisión va a depender de los coeficientes de Stokes, y la resolución espacial depende del máximo grado usado para el desarrollo de los esféricos armónicos.

En el contexto de los armónicos esféricos, Valverde (2014), establece que las superficies generadas mediante esta técnica se clasifican según su naturaleza. Aquellas en las que se produce una variación exclusivamente en las coordenadas latitudinales se denominan zonales, con un valor de  $m$  igual a cero ( $m=0$ ). Cuando los valores de  $l$  y  $m$  son iguales, se producen variaciones longitudinales, y el resultado es una superficie denominada sectorial. Por último, cuando  $m$  y  $l$  son valores distintos, se denominan superficies tesseractales (figura 2.3).



**Figura 2.3 Funciones Esféricas Armónicas (tomado de Valverde, 2014)**

## 2.2 MODELOS DIGITALES DE ELEVACIONES

Una imagen digital con información altimétrica de alta precisión y exactitud es esencial para estudios geocientíficos específicos, trabajos geofísicos y, en particular, para estudios de gravimetría. Los valores de altura ( $Z$ =elevación) con su correspondiente coordenada plana ( $X$  e  $Y$ ), o geográfica (latitud y longitud) son de gran relevancia para las diferentes correcciones de terreno, corrección topográfica y corrección de aire libre, que se deben generar en el cálculo de las anomalías gravimétricas para su posterior interpretación.

De acuerdo con Felicísimo (1994), un modelo digital de elevación es un modelo simbólico, de estructura numérica y digital que pretende representar la distribución espacial de la altitud de la superficie del terreno. En otras palabras, un DEM es un conjunto de datos topográficos digitalizados que representa la altura de diferentes puntos en un área geográfica específica, normalizado a un nivel de referencia (generalmente el nivel del mar) y almacenados en un archivo de tipo ráster con estructura regular (figura 2.4), que se genera utilizando equipo de cómputo y software especializados.

Desde la década de 1950, el modelo digital de elevación se ha utilizado como medio para conocer y representar el terreno, y para realizar análisis de los elementos presentes en él. Para llevar a cabo estas tareas, se requiere del uso de equipo y software especializado para tal fin. En la actualidad los modelos constituyen un medio para lograr la representación del relieve muy versátil y funcional ya que a partir del mismo se puede conocer tanto la conformación o morfología del terreno (MDT) como los elementos de origen antrópico y la vegetación presente en el mismo (MDS).

En los modelos digitales de elevación existen dos cualidades esenciales que son la exactitud y la resolución horizontal o grado de detalle digital de representación en formato digital, las cuales varían dependiendo del método que se emplea para generarlos y para el caso de los que son generados con tecnología LIDAR se obtienen modelos de alta resolución y gran exactitud (valores submétricos).

Según Alonso (2006), existen varios métodos para generar un modelo digital de elevación (DEM). Uno de ellos es la radargrametría o interferometría de imágenes radar, en el cual un sensor radar emite un impulso electromagnético que se refleja en la superficie terrestre. Con la medición del tiempo de retardo del pulso y su velocidad, se puede estimar la distancia entre el satélite y el terreno.

En la tabla 2.2 se especifican dos modelos digitales de elevaciones.

**Tabla 2.2 Modelo Digitales de Elevaciones**

<i>DEM</i>	<i>Características</i>	<i>Error</i>
SRTM (Shuttle Radar Topographic Mission)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conjunto de datos de elevación casi global. Posee una cobertura de 60 grados norte y 56 grados sur de latitud (Farr <i>et al.</i>, 2007).</li> <li>• Datum horizontal: WGS84.</li> <li>• Datum Vertical: EGM96.</li> <li>• Dispone de 2 tipos de resoluciones espaciales, una de 1 arco-segundo, que corresponde a una resolución de unos 30 m en el Ecuador, y una versión de 3 arco-segundos (90 m).</li> </ul>	Para el continente Sudamericano el conjunto de datos SRTM tiene un error horizontal promedio de 9,0 m y un error vertical absoluto (altura) promedio de 6,2 m (Rodríguez, 2005).
SRTM-GL1 Global 30 Elipsoidal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Este DEM es una modificación del SRTM. Las alturas ortométricas del SRTM respecto al geoide EGM96 fueron reducidas al elipsoide WGS84.</li> <li>• Datum horizontal: WGS84.</li> <li>• Su resolución espacial es de 1 arco-segundo (30 m).</li> </ul>	De acuerdo con Satge <i>et al.</i> , (2016), el DEM SRTM GL1 posee un error vertical de $\pm 7$ m.

## 2.3 REDUCCIONES DE LA GRAVEDAD

Las mediciones de gravedad realizadas en trabajos de campo se ven afectadas por diversas fuentes de amplitud, período y longitud de onda variables. Estas variaciones suelen ocultar o enmascarar las variaciones de gravedad de interés geológico o geofísico (Hinze *et al.*, 2005). Por lo tanto, es necesario aplicar procedimientos de conversión a las observaciones de campo para minimizar estos efectos, conocidos como corrección o reducción de los datos de gravedad.

En este contexto, es importante destacar que la corrección no implica la existencia de errores en los datos de gravedad, y la reducción no implica que los datos se reduzcan a un solo valor vertical. Ambos términos se refieren, más bien, a la transformación de las mediciones de gravedad en forma de anomalía.

### 2.3.1 Anomalía de Gravedad

La anomalía de gravedad se refiere a la diferencia entre la gravedad medida en un punto específico y la gravedad teórica esperada en ese mismo punto, según la ecuación 2.1. Sin embargo, la estimación de esta anomalía presenta dificultades debido a que las mediciones se realizan en una topografía real, mientras que los modelos teóricos se basan en elipsoides de revolución que no pueden representar con precisión la forma real del planeta.

$$\text{Anomalía de gravedad} = G_{Obs} - G_T; \text{ (ecuación 2.1)}$$

Esto conduce a que la gravedad observada sea procesada para hacer factible la resta de la ecuación 2.1, lo que significa que la gravedad medida a topografía real debe ser proyectada al nivel de estimación de la gravedad teórica.

### 2.3.2 Gravedad teórica elipsoidal

De acuerdo con Hinze *et al.*, (2005) la gravedad teórica o normal se refiere a la aceleración gravitatoria esperada en la superficie elipsoidal de la Tierra que mejor se ajusta, y que toma en cuenta la masa, la forma y la rotación de la Tierra. El último elipsoide recomendado por la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica es el Sistema Geodésico de 1980 (GRS80) (Moritz, 1980). La fórmula de forma cerrada de Somigliana (Somigliana, 1930) para la gravedad teórica  $g_T$  en este elipsoide en latitud (sur o norte)  $\varphi$  es:

$$g_T = \frac{g_e(1+k\sin^2\varphi)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{1/2}}; \text{ (ecuación 2.2)}$$

Donde, el elipsoide de referencia GRS80 tiene un valor de gravedad normal en el ecuador  $g_e$  de 978032.67715 mGal; una constante derivada  $k$  de 0.001931851353 y la primera excentricidad numérica al cuadrado igual a 0.0066943800229.

### 2.3.3 Corrección de Aire Libre

Según Telford *et al.*, (1990), debido a que la gravedad varía inversamente con el cuadrado de la distancia, es necesario realizar correcciones por cambios de elevación entre las estaciones. Esto se hace para reducir las mediciones de campo a una superficie de referencia, sin considerar el material entre la estación y dicha superficie. La corrección se puede calcular utilizando la ecuación 2.3.

$$C_{al} = 0,3086 * h; \text{ (ecuación 2.3)}$$

Siendo  $h$  la altura de la estación en metros sobre el geoide.

### 2.3.4 Corrección de Bouguer

La corrección de Bouguer se utiliza para explicar la atracción gravitatoria del material presente entre la estación de medición y el nivel de referencia. Esta corrección ( $C_B$ ) se aplica suponiendo que la sección montañosa ubicada entre la estación y el nivel de referencia se extiende hasta el infinito en los dos ejes que representan el terreno en la superficie. Aunque esta suposición puede sobreestimar su valor, permite un cálculo sencillo mediante una fórmula que se obtiene a partir de una integral triple de fácil solución, como se describe en Parasnis (1996). La corrección de Bouguer viene dada por la siguiente expresión:

$$C_B = 0,04191 * \rho * h; \text{ (ecuación 2.4)}$$

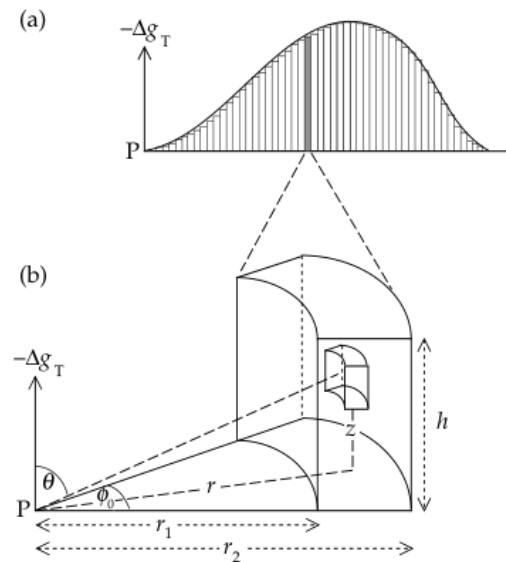
Donde  $\rho$  representa la densidad de las rocas sobre el nivel de referencia en  $g/cm^3$ , y es conocida como la densidad de Bouguer; y  $h$  la altura de la estación en metros sobre el geoide.

### 2.3.5 Corrección topográfica

La Corrección Topográfica compensa la atracción gravitacional ejercida por las montañas circundantes sobre el sensor de gravedad, así como el exceso de gravedad incorporado por la corrección de Bouguer.

La Corrección Topográfica no cuenta con una ecuación simple que facilite su estimación: todos los desniveles topográficos son distintos, con lo cual es imposible su representación a partir

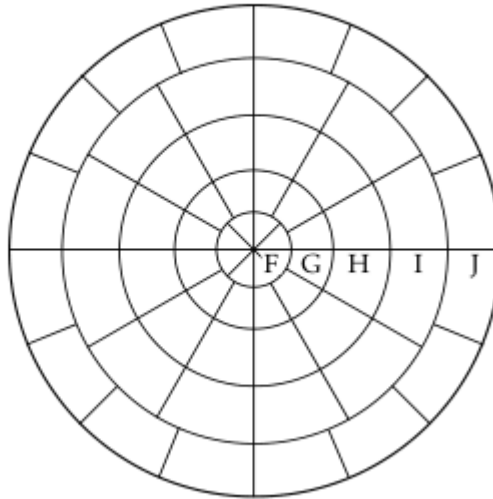
de una única ecuación. Las montañas sobre la estación y los valles debajo de la misma tienen un efecto sobre la gravedad medida. Estas irregularidades en la topografía se modelan dividiéndola en una cantidad de prismas verticales cuyas contribuciones a la aceleración de un punto de observación se calculan suponiendo una simetría cilíndrica alrededor de la estación. La altura de este prisma es  $h$ , su radio interno es  $r_1$ , el externo es  $r_2$  y  $\phi_0$  el ángulo respecto a la estación (figura 2.4).



**Figura 2.4 La corrección topográfica se realiza a) dividiendo la topografía en prismas verticales, b) añadiendo la influencia de cada prisma que depende de su posición y altura con respecto al nivel de referencia (tomado y modificado de Lowrie, 2007)**

Esta corrección puede ser realizada por medio de una retícula ideada por Hammer (1939), que consiste en círculos concéntricos alrededor de la estación y su correspondiente valor debe ser sumado a la gravedad medida (figura 2.5).

(c)



**Figura 2.5 Anillos concéntricos usados para calcular las correcciones topográficas de gravedad (tomado y modificado de Lowrie, 2007).**

La fórmula para la corrección viene dada por:

$$\Delta g_T = G\rho\phi_o \left( (\sqrt{r^2 + h^2} - r_1) - (\sqrt{r^2 + h^2} - r_2) \right); \text{ (ecuación 2.5)}$$

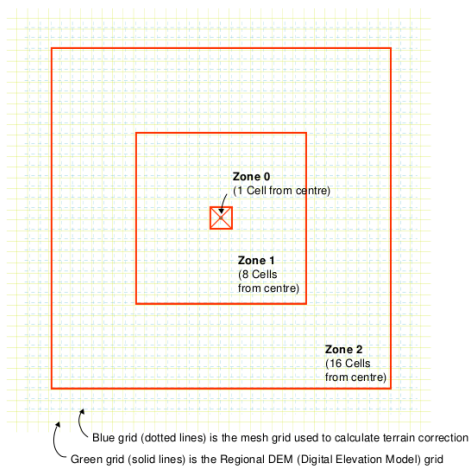
La retícula de Hammer es dibujada en hoja transparente, el cual se superpone en un mapa topográfico impreso de la misma escala y es centrada sobre cada estación de gravedad. Dentro de cada sector de la cuadrícula, se va estimando la elevación media con la mayor precisión posible y se calcula la diferencia de elevación del sector en relación con la estación. Esto se multiplica por el factor de corrección (relación de densidad media de las rocas entre la densidad estimada en las tablas de Hammer) para que el sector contribuya a la corrección del terreno. Finalmente, la corrección del terreno en la estación de gravedad es obtenida al sumar las contribuciones de todos los sectores.

Cuando el gráfico se encuentra centrado en nuevas estaciones, el relieve topográfico principal en cada sector cambia, debiendo ser registrado de nuevo.

En consecuencia, Lowrie (2007), sostiene que el cálculo de las correcciones de terreno utilizando la grátícula de Hammer constituye un trabajo sumamente laborioso, pero que se hacen necesarias cuando la diferencia topográfica para un determinado sector es mayor que 5% de su distancia desde la estación.

La  $C_T$  aplicada a partir de gráficas se desglosa en corrección interna, de la estación a 2 m a la redonda, intermedia, de 2 m a 16 km y externa de 16 km en adelante. La interna debe ser estimada a partir de la medición de desniveles en campo, su estimación amerita la selección del tipo de desnivel en cada caso (Telford *et al.*, 1990), la intermedia y externa se calcula con las gráficas empleando cartas topográficas de diversas escalas. El paso de la gráficas al software de estimación de  $C_T$  ha permitido ampliar la sección de compensación, en este caso la corrección se divide en interna, para el primer km del entorno y externa para la sección que puede extenderse hasta 160 km, en estudios regionales. Los programas de cálculo requieren de un MDT, las coordenadas y la altura de cada punto medido, y la estimación la realiza para los intervalos establecidos por el usuario

Para la corrección topográfica regional se hace uso de medios computacionales que agilizan el trabajo. A través del programa Oasis Montaj se implementan los métodos desarrollados por Nagy (1966) y Kane (1962) (Geosoft, 2006) para realizar las correcciones. Estos métodos dividen las contribuciones de la topografía en tres zonas (figura 2.6), una cercana, una intermedia y otra lejana de la siguiente forma:

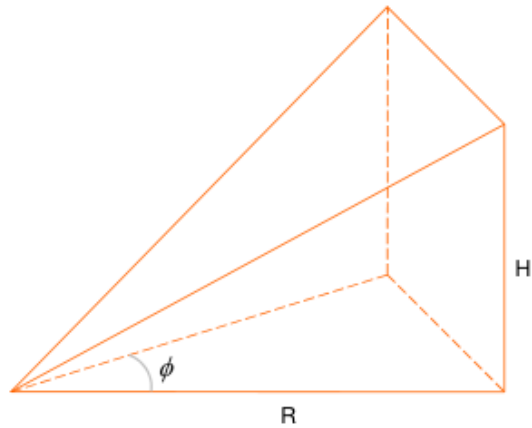


**Figura 2.6 Zonas determinadas en Oasis Montaj para el cálculo de la corrección topográfica (tomado de Geosoft, 2006)**

- Zona cercana: toma en cuenta entre la celda 0 y 1 y suma los efectos de 4 secciones triangulares mostradas en la figura 2.7, mediante la fórmula:

$$\Delta g_T = GD\phi_o(R - \sqrt{R^2 + H^2} + \frac{H^2}{\sqrt{R^2 + H^2}}); \text{ (ecuación 2.6)}$$

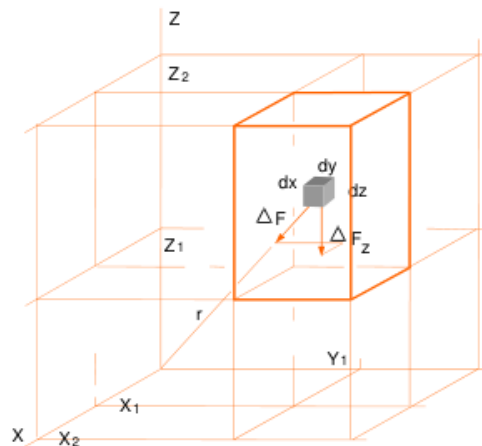




**Figura 2.7 Sección triangular de un prisma rectangular recto (tomado de Geosoft, 2006)**

- Zona intermedia: toma los efectos entre las celdas 1 y 8 utilizando prismas cuadrado truncados mostrados en la figura 2.8, mediante la fórmula:

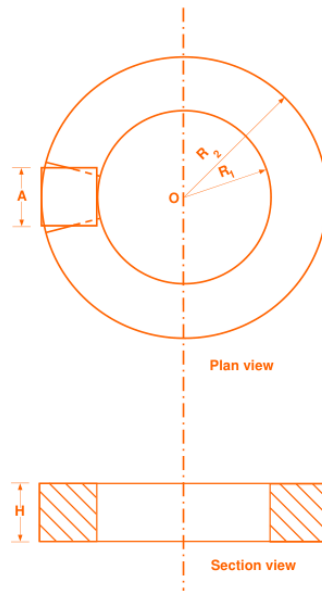
$$\Delta g_T = -GD \int_{z_1}^{z_2} \int_{Y_1}^{Y_2} \int_{X_1}^{X_2} x * \ln(y + R) + y * \ln(x + R) + Z \arctan\left(\frac{Z * R}{X * Y}\right); \text{ (ecuación 2.7)}$$



**Figura 2.8 Prisma cuadrado truncado (tomado de Geosoft, 2006)**

- Zona lejana: para las celdas mayores a 8 se corrige el efecto de topografía basándose en una aproximación del segmento anular del anillo a un prisma cuadrado mostrado en la figura 2.9. La fórmula para esta corrección es:

$$\Delta g_T = 2GDA^2 \frac{(R_2 - R_1) \sqrt{R_1^2 + H^2} - \sqrt{R_2^2 + H^2}}{(R_2^2 - R_1^2)}; \text{ (ecuación 2.8)}$$



**Figura 2.9 Aproximación del segmento anular del anillo a un prisma cuadrado (tomado de Geosoft, 2006)**

Siendo  $G$  la constante de gravitación universal igual a  $6.673 \pm 0.001 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}/\text{s}^2$ ;  $D$  la densidad de reducción;  $A$  la longitud del lado del prisma;  $R_1$  el radio interno de la sección prismática anular;  $R_2$  el radio externo y  $H$  la altura de la sección prismática anular.

### 2.3.6 Anomalía de Aire Libre y Bouguer

Las ecuaciones previamente mencionadas son las empleadas para el cálculo de las anomalías de aire libre y Bouguer.

El nombre de “anomalía de aire libre” intenta ilustrar que la gravedad observada es medida en el aire libre, lo que no corresponde a la realidad, pero el tratamiento dado al dato es como si ese fuese el caso, se ignora el efecto gravitacional de las rocas existentes entre la superficie del terreno y el nivel de referencia (Lowrie,2007). Esto supone que en zonas de topografía muy plana (llanos, sabanas) hay poca variabilidad lateral de las rocas existentes, lo que no necesariamente es cierto.

$$A_{al} = G_{Obs} \pm C_{al} - g_T; \text{ (ecuación 2.9)}$$

El doble signo de la corrección de aire libre refleja la posibilidad de que la estación de medida se encuentre por encima o por debajo del nivel de referencia al cual se calcula la gravedad

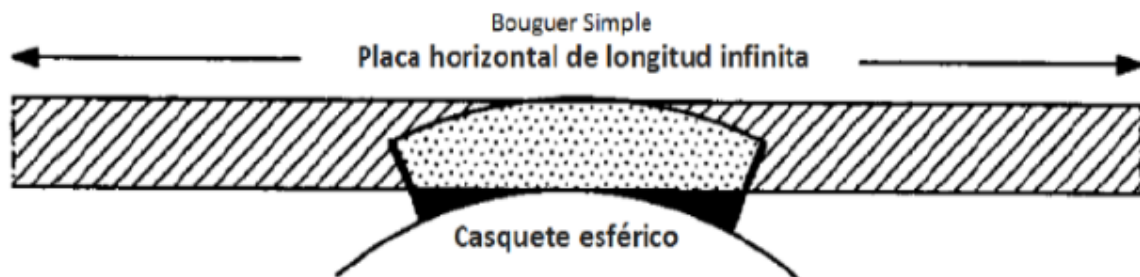
teórica, este signo representa topografías positivas sobre el nivel de referencia y negativas por debajo de este.

Por otro lado, la anomalía de Bouguer (ecuación 2.10) incorpora la compensación por efectos gravitacionales de las rocas que se localizan entre la estación de medida y el nivel de referencia.

$$A_B = G_{Obs} \pm C_{al} \mp C_B + C_T - g_T; \text{ (ecuación 2.10)}$$

Los signos reflejados en la ecuación 2.6 revelan que cuando la  $C_{al}$  tiene signo positivo (estación por encima del nivel de referencia) la  $C_B$  aplica con signo negativo. Si la pérdida de gravedad por la altura se debe compensar sumando su efecto, la atracción adicional que ejerce la roca sobre el sensor de gravedad se debe compensar restándolo, en pocas palabras: la estación no está en el aire, existe un cuerpo rocoso que le atrae y su efecto debe ser compensado restando a la gravedad observada la cantidad estimada por la ecuación 2.4

De acuerdo con Hinze *et al.*, (2005), las ecuaciones 2.9 y 2.10 suponen que los efectos gravitacionales de altura y laja intermedia derivan de ecuaciones de primer orden, desestimando la curvatura de la laja intermedia (figura 2.10) y la atenuación de la gravedad con la altura por factores de orden superior.



**Figura 2.10 Geometría del casquete esférico en relación a la laja horizontal (tomado de LaFehr, 1991)**

La existencia de modernos sistemas de cómputo y la disponibilidad de modelos digitales de terreno cada vez más precisos permite abordar las correcciones aplicadas para estimar anomalías con mayor número de términos con lo cual actualmente la tendencia mundial es estimar la anomalía incorporando estos factores (Hinze *et al.*, 2005), bajo estas condiciones las correcciones de Aire Libre y Bouguer a ser utilizadas son:

$$C_{al} = -(0,3087691 - 0.0004398 \sin^2\theta) * h + 7.2125 * 10^{-8} * h^2; \text{ (ecuación 2.11)}$$

Donde  $h$ , es la diferencia en metros entre el elipsoide y el punto de medición, y  $\theta$  es la latitud. Dada la dependencia con la latitud, la diferencia entre la corrección de primer orden y segundo orden puede presentar variaciones que alcancen varios mGal en zonas de grandes alturas.

Por otro lado, para tener en cuenta el efecto de la curvatura de la Tierra, se le debe sumar a la ecuación de la losa horizontal (ecuación 2.4) la fórmula de forma cerrada para un casquete esférico de radio 166,7 km (LaFehr, 1991), planteada como:

$$C_{SB} = 2 * \pi * G * \rho * (\mu h - \lambda R); \text{ (ecuación 2.12)}$$

Donde  $G$  es la constante gravitacional;  $\rho$  la densidad de laja intermedia;  $\mu$  y  $\lambda$  coeficientes sin unidades definidos por LaFehr (1991);  $R$  es el radio de la tierra ( $R_o + h$ ) en la estación donde  $R_o$  es el radio medio de la tierra (6371000 m) y  $h$  es la altura de la estación en metros sobre el elipsoide.

Factor adicional a ser incorporado en los nuevos estándares de corrección es la corrección atmosférica, esto representa la atracción gravitacional ejercida por la columna de aire sobre el sensor en una estación de medida:

$$C_{At} = 0.874 - 9.9 * 10^{-5} * h + 3.56 * 10^{-9} * h^2; \text{ (ecuación 2.13)}$$

Donde el efecto gravedad es dado en mGal y  $h$  es la altura de la estación en metros sobre el elipsoide.

Esta corrección, es necesaria en zonas que cubran una amplia gama de alturas. La aplicación de la corrección atmosférica aumenta la anomalía de gravedad en aproximadamente 0.86 mGal a una altura de 100 m, y en aproximadamente 0.77 mGal a 1000 m (Hinze *et al*, 2005).

## 2.4 MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN

La interpolación se utiliza para estimar los valores de datos faltantes en una determinada ubicación utilizando los valores de datos conocidos en otros puntos.

De acuerdo con Burrough y McDonnell (1998), la mayoría de los métodos de interpolación se pueden dividir en dos tipos principales llamados globales y locales. Los métodos globales utilizan todos los datos disponibles para proporcionar estimaciones de los puntos con valores desconocidos, mientras que los métodos locales sólo utilizan la información en la vecindad del

punto que se está estimando. Los métodos de interpolación también se pueden clasificar en exactos o inexactos. Usando la interpolación exacta, los valores pronosticados en los puntos para los cuales se conocen los valores de los datos serán los valores conocidos, en cambio, los métodos de interpolación inexactos eliminan esta restricción (es decir, los valores de datos observados y los valores interpolados para un punto dado no son necesariamente los mismos). Por otra parte, los métodos de interpolación pueden ser clasificados como deterministas o estocásticos. Los métodos deterministas no proporcionan ninguna indicación del alcance de los posibles errores, mientras que los métodos estocásticos proporcionan estimaciones probabilísticas.

Uno de los métodos determinísticos comúnmente utilizado en la creación de mapas gravimétricos es el método de mínima curvatura. También conocido como método de cuadrícula aleatorio, emplea fórmulas matemáticas en la solución de un sistema lineal de ecuaciones para la interpolación de un conjunto de datos (Varouchakis y Hristopulos, 2013). Este método de interpolación crea una superficie lisa de curvatura mínima atravesando cada punto del espacio, tanto como sea posible de acuerdo con la posición de los datos originales. Dicho proceso puede ser comparado con la toma de una “hoja elástica muy delgada” que recorre todos los puntos de datos, flexionándola de tal manera que estos puntos se encuentren en esta hoja con la menor cantidad de flexión. La cuadrícula resultante se genera a partir de la aplicación continua de una ecuación al área de la grilla en un intento de lograr el suavizamiento de la misma. Las iteraciones finalizarán “cuando el error se encuentre dentro de un residual preestablecido o cuando se haya alcanzado el número máximo de iteraciones preestablecidas”. Geosoft (2014), recomienda usar este método cuando los datos son relativamente uniformes entre los puntos de muestreo o las líneas topográficas.

## **2.5 ESTADÍSTICA**

La estadística comprende la recolección, organización, análisis, interpretación y presentación de los datos a través del empleo de diversos métodos, con la finalidad de realizar juicios científicos frente a la incertidumbre y a la variación, así como tomar decisiones razonables. Es por esta razón que desde los años 80 del siglo XX hasta la actualidad, el empleo de los métodos estadísticos ha permitido el desarrollo y el mejoramiento de la calidad en diversas empresas (manufactureras, farmacéuticas, informáticas, etc).

### 2.5.1 Estadística descriptiva

La estadística descriptiva es de gran utilidad para describir los datos observados de forma sintética y significativa, es decir, con este método se puede realizar una especie de resumen mostrando la ubicación del centro de los datos, su variabilidad y la naturaleza general de la distribución de observaciones en la muestra, a través de medidas, gráficos y diagramas. Algunas medidas utilizadas en la estadística descriptiva se resumen en la tabla 2.5.1

**Tabla 2.5.1 Descriptivos estadísticos (tomado de Walpole *et al.*, 2012)**

<i>Tipo de medida</i>	<i>Descriptivo</i>	<i>Definición</i>	<i>Expresión general</i>
<b>Localización (centralización)</b>	Media	Promedio numérico del número total de observaciones.	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
	Mediana	Valor que refleja la tendencia central de la muestra sin estar influida por los valores extremos. Para ello los valores deben ser ordenados de magnitud creciente.	Si la cantidad de datos (n) es impar: $\tilde{x} = x_{\frac{(n+1)}{2}}$ Si la cantidad de datos (n) es par: $\tilde{x} = \frac{1}{2} (x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{(n}{2}+1)})$
	Moda	Valor que ocurre con mayor frecuencia en un conjunto de datos.	-
<b>Variabilidad</b>	Desviación estándar	Medida de dispersión, utilizada para calcular cuánto difieren los datos de la media.	$s = \sqrt{s^2}$
	Varianza	Medida de la desviación cuadrática promedio de la media.	$s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$

Por otra parte, los gráficos estadísticos, al igual que las medidas anteriormente mencionadas, son de gran relevancia en un estudio estadístico, ya que los mismos permiten visualizar cuantitativamente los datos. En la tabla 2.5.2 se describen algunos de los gráficos y/o diagramas estadísticos que se utilizarán durante la realización de este proyecto.

**Tabla 2.5.2 Gráficos estadísticos**

<i>Gráfico</i>	<i>Características y utilidad</i>
<b>Diagrama de caja y bigotes</b>	Permite reflejar propiedades de una muestra, encerrando el rango intercuartil de los datos en una caja que contiene la mediana representada. El rango intercuartil tiene como extremos el percentil 75 (cuartil superior) y el percentil 25 (cuartil inferior). Además de la caja se prolongan “bigotes”, que indican las observaciones alejadas en la muestra, así como los valores atípicos (Walpole <i>et al.</i> , 2012).
<b>Histograma de frecuencias</b>	Permite mostrar la distribución de frecuencias en forma de barras, así como el comportamiento de la variabilidad de los resultados (Walpole <i>et al.</i> , 2012).
<b>Q-Q</b>	Este tipo de gráfico es utilizado para comparar visualmente dos distribuciones de datos, de las cuales se espera que dichas distribuciones sean similares (Moreno, 2009).
<b>Gráfico de dispersión</b>	Utilizado para representar cada par observado como un punto en el plano cartesiano y evaluar si la nube de puntos formados se agrupa cerca de alguna recta o no. Si es así, se dice que existe una correlación lineal y la recta se denomina recta de regresión (Moreno, 2009).

## **2.6 CORRELACIÓN LINEAL Y ANÁLISIS DE REGRESIÓN**

De acuerdo con Montgomery *et al.*, (2012), el análisis de regresión es una técnica estadística que se utiliza para investigar la relación entre una variable dependiente (la variable que se quiere predecir o explicar) y una o más variables independientes (variables que se utilizan para predecir o explicar la variable dependiente). El objetivo principal del análisis de regresión es desarrollar un modelo matemático que pueda predecir con precisión los valores de la variable dependiente en función de los valores de las variables independientes.

En el análisis de regresión, se ajusta una línea (en regresión lineal simple) o una superficie (en regresión lineal múltiple) a los datos para determinar la relación entre las variables. El ajuste se realiza minimizando el error entre los valores observados y los valores predichos por el modelo.

Kutner *et al.*, (2004), comentan que el modelo de regresión lineal simple, supone que el valor medio de “y” para un valor dado de “x” se grafica como una línea recta y que los puntos se desvían de esta línea de medias en una cantidad aleatoria (positiva o negativa) igual a  $\varepsilon$ , es decir:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon; \text{ (ecuación 2.14)}$$

Donde  $\beta_0$  (intercepto) y  $\beta_1$  (pendiente) son parámetros desconocidos de la porción determinística del modelo denominados coeficientes de regresión, mientras que  $\varepsilon$  es el error aleatorio asociado. En este caso, la media de la distribución de probabilidad de los errores debe ser cero y la varianza constante para todos los valores de la variable independiente x.

### 2.6.1 Métodos de mínimos cuadrados

El método de mínimos cuadrados es una técnica ampliamente utilizada en el análisis de regresión para encontrar la mejor línea de ajuste a un conjunto de datos. Este método busca minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores observados y los valores predichos por el modelo de regresión (Montgomery *et al.*, 2012).

Para la estimación de los parámetros (intercepto y pendiente) el método de mínimos cuadrados emplea las siguientes fórmulas:

$$\text{Pendiente de la recta de ajuste: } \hat{\beta}_1 = \frac{SS_{xy}}{SS_{xx}}; \text{ (ecuación 2.15)}$$

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}); \text{ (ecuación 2.16)}$$

$$SS_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2; \text{ (ecuación 2.17)}$$

$$\text{Intercepto: } \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}; \text{ (ecuación 2.18)}$$

### 2.6.2 Correlación entre dos variables

La correlación es un tipo de asociación entre dos variables numéricas, específicamente evalúa la tendencia (creciente o decreciente) en los datos (Ferrero, 2020).



Dos variables están asociadas cuando una variable nos da información acerca de la otra. Por el contrario, cuando no existe asociación, el aumento o disminución de una variable no nos dice nada sobre el comportamiento de la otra variable.

Una medida estadística que cuantifica la relación o asociación entre dos variables es el denominado coeficiente de correlación. Este es un número que varía entre -1 y 1, donde:

- Un coeficiente de correlación de 1 indica una correlación positiva perfecta, lo que significa que las dos variables tienen una relación lineal creciente perfecta.

- Un coeficiente de correlación de -1 indica una correlación negativa perfecta, lo que significa que las dos variables tienen una relación lineal decreciente perfecta.

- Un coeficiente de correlación cercano a 0 indica una correlación débil o nula, lo que significa que no hay una relación lineal clara entre las variables.

El coeficiente de correlación se calcula utilizando diferentes métodos, siendo el coeficiente de correlación de Pearson el más comúnmente utilizado. Este coeficiente es útil para cuantificar tendencias lineales y se basa en la covarianza entre las variables.

El coeficiente de correlación es útil para entender la relación entre dos variables y puede ayudar a identificar patrones o tendencias en los datos. Sin embargo, es importante tener en cuenta que la correlación no implica causalidad, es decir, el hecho de que dos variables estén correlacionadas no significa necesariamente que una variable cause cambios en la otra.

## **2.7 ESTADÍSTICA ESPACIAL Y/O GEOESTADÍSTICA**

El término “geoestadística” fue utilizado por primera vez por Georges Matheron en 1962 en un contexto geográfico para clasificar técnicas estadísticas cuyo objetivo principal era la ubicación dentro de las distribuciones regionales. Posterior a ello, se ha empleado el término en un contexto geológico para denotar la teoría y métodos para predecir reservas de mineral a partir de datos espacialmente a lo largo de un cuerpo de mineral (Lucero, 2018).

En la actualidad, la geoestadística posee un papel más universal, y es definida formalmente como el estudio de las variables numéricas que se encuentran distribuidas de manera dependiente en una determinada porción del espacio (Chauvet, 1994, citado por Maximiano, 2007). Por lo que cada valor observado perteneciente a una distribución, se encuentra asociado a una posición

espacial, en donde el cambio en los valores de la variable, dependerá de su localización. En otras palabras, el interés principal de esta rama de la estadística es el de estimar, predecir y simular variables regionalizadas.

La geoestadística es sólo una de las áreas del análisis de datos espaciales, utiliza funciones para modelar la variación espacial, y estas funciones son utilizadas posteriormente por la técnica conocida como kriging para interpolar en el espacio el valor de la variable en sitios no muestreados (Moreno, 2009).

### **2.7.1 Variogramas y/o semivariogramas**

Una de las herramientas centrales en la geoestadística que permite analizar el comportamiento espacial de una propiedad o variable sobre una zona dada son los variogramas o también conocidos como semivariogramas. De acuerdo con Díaz (2002), el semivariograma es una función que relaciona la semivarianza con el vector  $h$  conocido como "lag", el cual denota la separación en distancia y dirección de cualquier par de valores  $Z(x)$  y  $Z(x+h)$ , y se define como sigue:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x) - Z(x + h)] = \frac{1}{2} E[\{Z(x) - Z(x + h)\}^2]; \text{ (ecuación 2.19)}$$

Donde,

$x$ : ubicación de la observación

$h$ : distancia entre dos observaciones

$Z(x)$ : Valor de la propiedad observada en la posición  $x$

#### **2.7.1.1 Variograma experimental**

Condal *et al.*, (2021), comentan que, el variograma experimental es comúnmente utilizado en geoestadística como una gráfica para explorar la interdependencia espacial-temporal. Esta herramienta proporciona información sobre la distribución de la variabilidad espacial-temporal en relación a las diferentes escalas presentes en los datos. En otras palabras, ofrece una descripción de cómo las mediciones varían en el espacio y en el tiempo, y cómo se relacionan según su ubicación.

Este puede ser calculado mediante la siguiente expresión:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum [Z(S_i) - Z(S_i + h)]^2; \text{ (ecuación 2.20)}$$

Donde  $Z$  representa la variable de interés;  $Z(S_i)$  el valor de dicha variable a la posición  $S_i$ ;  $Z(S_i + h)$  el valor de la variable en la ubicación  $(S_i + h)$ ;  $h$  el paso entre las muestras (distancias iterativas) y  $N(h)$  el número de pares.

Para el cálculo de un variograma experimental es necesario tener en cuenta ciertos factores, entre los cuales destacan:

- La distribución anisotrópica de los datos. El análisis anisotrópico, permitirá primero determinar si los datos tienen un componente direccional y, segundo, identificar esta dirección. La manera óptima de evaluar el grado de anisotropía presente en un conjunto de datos es utilizar la superficie de semivarianza anisotrópica o también conocido como mapa variográfico, el cual está disponible en la gran mayoría de los softwares geoestadísticos.
- Muestreo de los datos. Idealmente, en la construcción de un variograma experimental el método descrito supone datos igualmente espaciados (muestreados regularmente), pero, cuando el muestreo es irregular esta condición no se cumple. Se requiere adoptar, por lo tanto, parámetros de tolerancia sobre las distancias y las direcciones en el cálculo del variograma experimental, permitiendo de esta manera aumentar el número de pares de puntos a cada distancia; o sea, habrá que definir una distancia  $h \pm \Delta h$  y una dirección  $\theta \pm \Delta \theta$ .

También, para definir completamente un variograma se requiere tomar en cuenta los siguientes parámetros (figura 2.11):

- Meseta: representa el valor máximo de variabilidad presente en los datos; es decir, se trata en este caso del comportamiento del variograma al infinito. En general, el variograma se estabiliza en torno a una meseta cuando la distancia crece infinitamente. El variograma aumenta a partir de  $h=0$  y toma eventualmente un límite máximo.
- Alcance o rango: es la distancia (lag) en la cual el variograma presenta un valor constante e igual al valor de la meseta. Es decir, este parámetro representa la máxima distancia de separación a la cual un punto podrá ser correlacionado con cualquier otro punto en el conjunto de datos.

- Efecto pepita: este parámetro está relacionado con el comportamiento del variograma en el origen. Se interpreta como una discontinuidad debido a dos factores: errores en las observaciones y dado el diseño de muestreo adoptado.

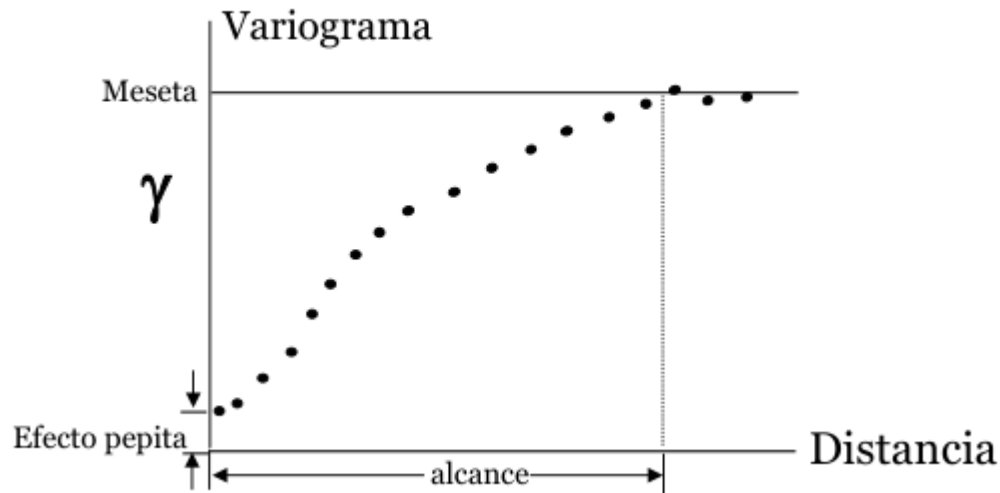


Figura 2.11 Parámetros del variograma

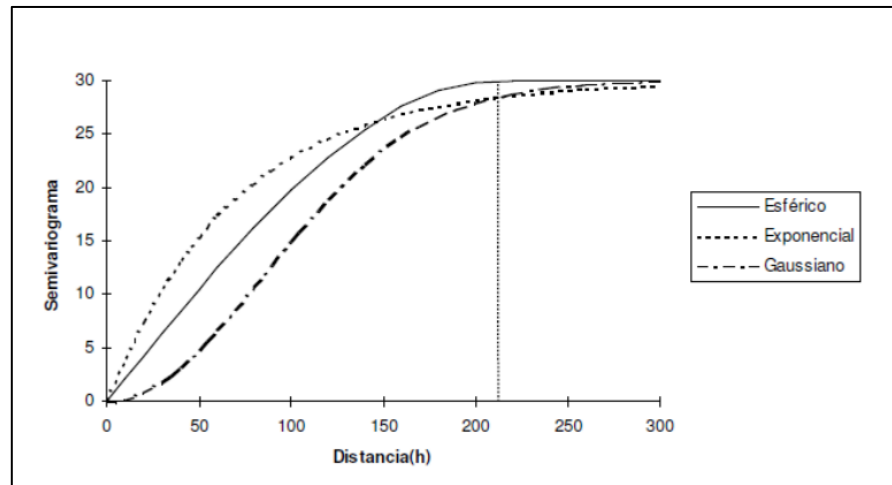
### 2.7.1.1 Variograma teórico

Los modelos teóricos de variogramas autorizados más utilizados en la práctica se presentan en función de dos características claves. La primera es el comportamiento en el origen, que puede ser lineal, parabólico o presentar el denominado “efecto pepita”. La segunda característica es la presencia o no de meseta (Giraldo, 2002). A continuación, se enumeran los modelos correspondientes:

- Efecto de pepita: corresponde a un fenómeno puramente aleatorio (ruido blanco), sin correlación entre las muestras, cualquiera sea la distancia que las separe.
- Modelo Esférico: este modelo es probablemente el más utilizado, es una expresión polinomial simple, presenta un crecimiento casi lineal y después a cierta distancia finita del origen se alcanza una estabilización, la meseta.
- Modelo Exponencial: a diferencia del esférico, este modelo crece inicialmente más rápido y después se estabiliza de forma asintótica. Como la meseta no se alcanza a una distancia finita, se usa con fines prácticos el “alcance efectivo” o “alcance práctico”.

- **Modelo Gaussiano:** este es un modelo extremadamente continuo, inicialmente presenta un comportamiento parabólico en el origen, después al igual que en el modelo exponencial se alcanza la meseta de forma asintótica.

Algunos ejemplos de estos modelos se muestran en la figura 2.12.



**Figura 2.12 Comparación de los modelos exponencial, esférico y gaussiano**

La línea punteada vertical representa el rango en el caso del modelo esférico y el rango efectivo en el de los modelos exponencial y gaussiano. Este tiene un valor de 210, respecto a una escala simulada entre 0 y 300. El valor de la meseta es 30 y el de la pepita 0. El 95% de la meseta es igual a 28.5 (tomado de Giraldo, 2002).

Es importante mencionar que, su elección debe realizarse en base a su ajuste, a los resultados de experiencias anteriores y a conocimiento sobre el área de estudio y sus condiciones.

### 2.7.2 Kriging

La predicción espacial de puntos a partir de una muestra es uno de los principales intereses de la estadística espacial y/o geoestadística. Algunos autores como Díaz (2002), consideran que el kriging es una técnica de estimación local y predicción que ofrece el mejor estimador lineal insesgado de una característica desconocida que se estudia, ya que minimiza la varianza de la estimación. La limitación a la clase de estimadores lineales es bastante natural ya que esto significa que solamente se requiere el conocimiento del momento de segundo orden de la función aleatoria (la covarianza o el variograma) y que en general en la práctica es posible inferir a partir de una realización de la misma.

Mediante el método de kriging el valor de la propiedad en cada punto no observado viene dado por la combinación lineal de las observaciones cercanas. (Ambrosio, 2007).

$$\hat{z}(x_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z(x_i); \text{ (ecuación 2.21),}$$

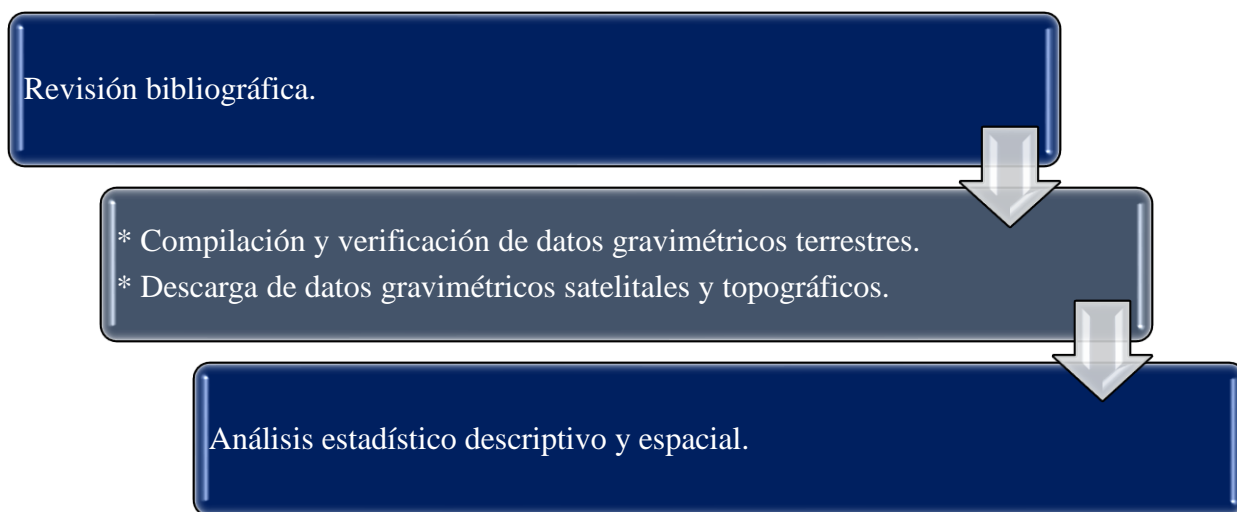
$$\text{con } \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1$$

El método de kriging ordinario (OK), permite considerar variaciones locales en la media al limitar el dominio de estacionariedad a la vecindad local centrada en el punto (ubicación) donde se requiere una estimación del valor del atributo.

## CAPÍTULO III

### MARCO METODOLÓGICO

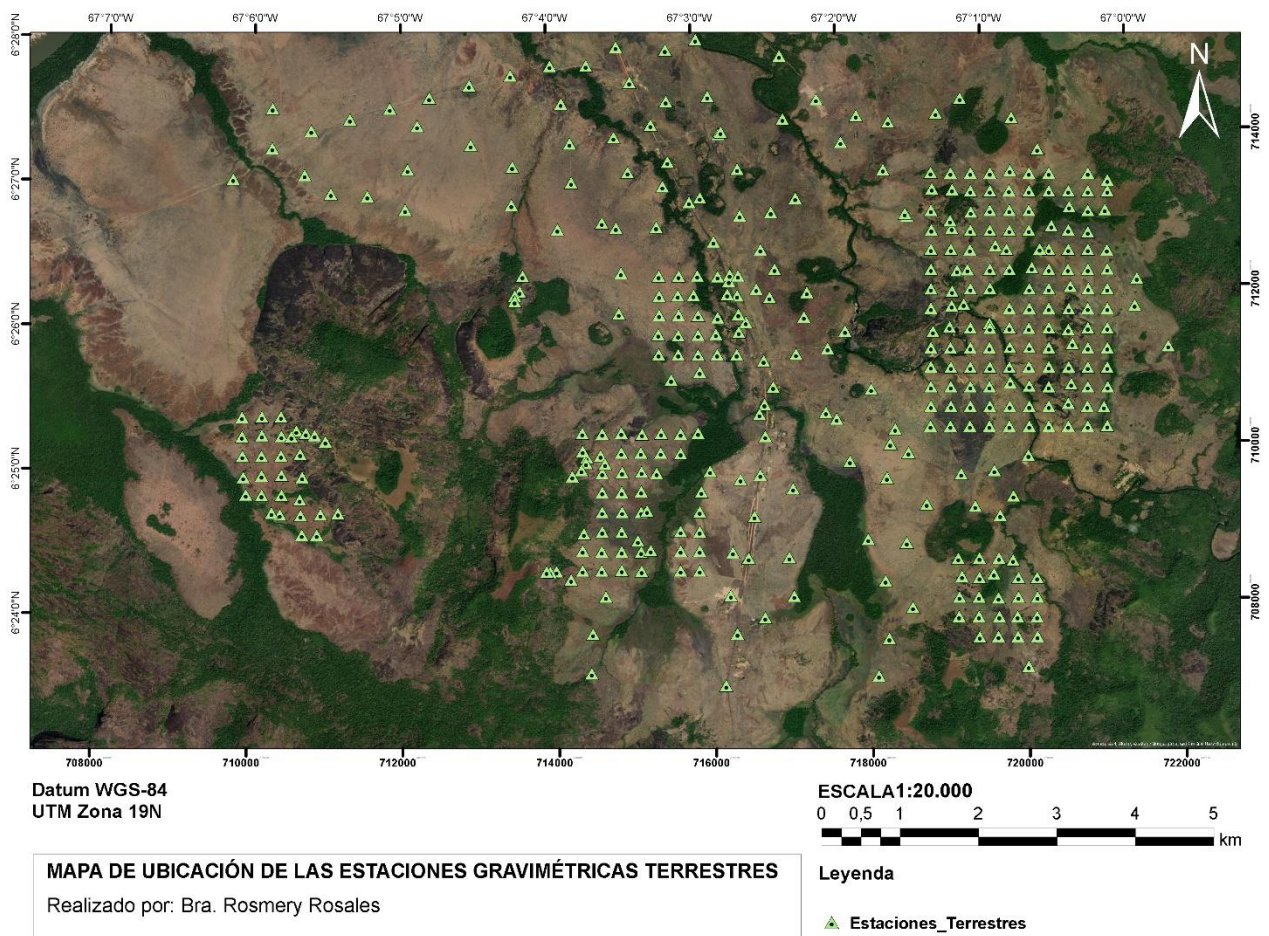
Con el fin de alcanzar los objetivos establecidos, se ejecutaron una serie de pasos, los cuales se representan gráficamente en la figura 3.1.



**Figura 3.1 Diagrama general de la metodología de trabajo empleada**

#### **3.1 COMPILACIÓN Y VERIFICACIÓN DE DATOS GRAVIMÉTRICOS TERRESTRES**

Los datos gravimétricos terrestres fueron suministrados por Orihuela (2023), y los mismos forman parte de un proyecto de exploración geofísica y geológica realizados en la zona de estudio. En total se contó con una densidad de 396 datos de gravedad observada, que contienen adicionalmente información relativa a coordenadas, topografía, y gravedad observada. Estos datos se ubican en aproximadamente cinco mallados regulares en la ventana de estudio, y algunas estaciones vecinas, teniendo una separación entre estaciones de 250 - 300 m (figura 3.2).

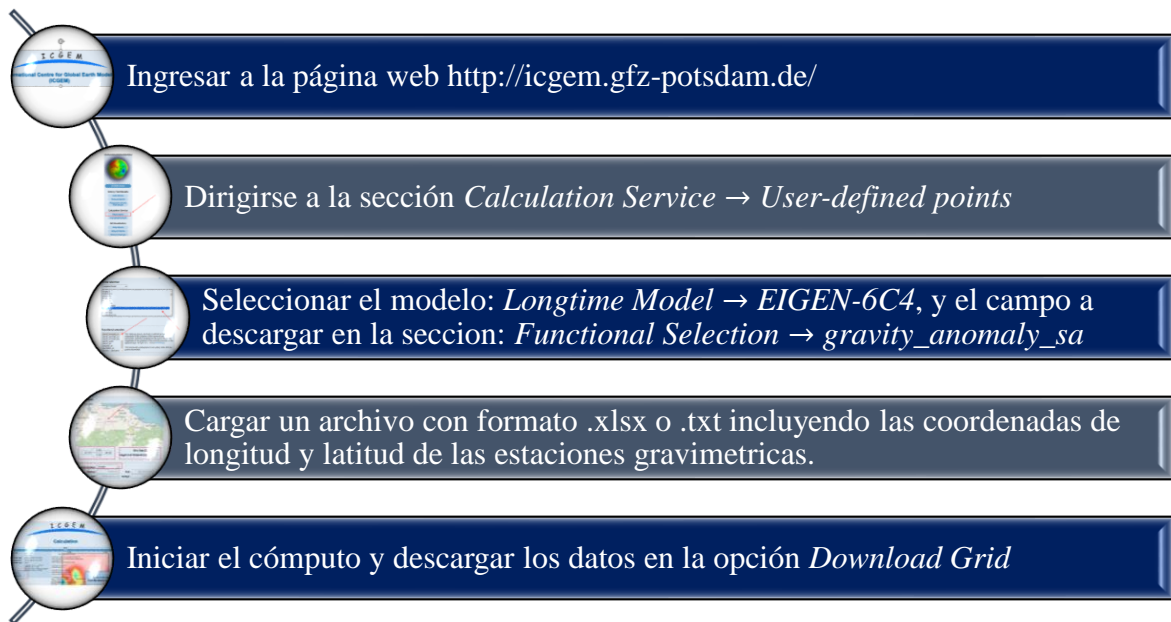


**Figura 3.2** Mapa de ubicación de las estaciones gravimétricas terrestres

### 3.2 DESCARGA DE DATOS GRAVIMÉTRICOS SATELITALES Y TOPOGRÁFICOS

Los datos gravimétricos satelitales del modelo EIGEN-6C4 fueron extraídos de la página web del *International Center for Global Gravity Field Models*, también conocido por sus siglas como ICGEM (figura 3.3). Este conjunto de datos corresponde a valores de anomalías de aire libre reducidos al elipsoide WGS84.





**Figura 3.3 Descarga de datos gravimétricos satelitales**

El modelo EIGEN-6C4 basa su modelo de elevación en el GTOPO2, siendo el SRTM30 la versión más actualizada y mejorada del mismo. Por lo tanto, para el estudio de los valores de gravedad, es necesario contar con este conjunto de datos topográficos, pero corregidos al elipsoide WGS84. El modelo SRTM-GL1 se considera la opción más adecuada en este caso.

Este DEM puede ser descargado libre y gratuitamente en el portal web del OpenTopography (NASA Shuttle Radar Topography Mission (SRTM), 2013), plataforma que facilita el acceso de datos topográficos y batimétricos de alta resolución a la comunidad científica.

La sustracción de la información topográfica se llevó a cabo mediante la aplicación SIG (Sistema de Información Geográfica) de escritorio del software ArcGIS, denominado Arcmap de la versión 10.3.1. Inicialmente se crea una capa de puntos, por medio de la carga de un archivo de Excel a ArcGis con las coordenadas de longitud y latitud de las estaciones gravimétricas, también se carga el DEM con formato dem.tiff en el programa. Se selecciona en la barra de herramientas la opción ArcToolbox > Spatial Analyst Tools > Extraction > Extract Values to Point, cuya acción despliega una ventana que solicita los archivos concernientes a los puntos de coordenadas y el archivo de cotas del DEM descargado. Esto permite que se genere una tabla con los datos de coordenadas geográficas, cota y otros atributos. Los datos de cota son catalogados y guardados con el nombre de RasterValue, mediante la selección de propiedades de atributos del

archivo generado (formato ESRI shapefile), una vez seleccionadas las propiedades, se habilita la opción para guardar el archivo con la información de las coordenadas y cotas, en formato CSV.

Una vez obtenidos los valores de cota elipsoidales de cada estación gravimétrica satelital, se procede al cálculo de la gravedad observada. Esto se realiza mediante una tabla de procesamiento (figura 3.4), utilizando el programa Microsoft Excel 2016 para calcular los datos numéricos. Se emplean las ecuaciones 2.2 y 2.3 para obtener inicialmente el valor de la gravedad teórica elipsoidal y la corrección de aire libre, y posteriormente se calcula la gravedad observada (GObs), despejando su valor a partir de la ecuación 2.9

Estaciones gravimétricas satelitales, modelo EIGEN-6C4														
Long (°)	Lat (°)	UTMx (m)	UTMy (m)	Cota (m)	AAL (mGal)	CAL (mGal)	Gteo (mGal)	Gobs (mGal)						
-67.0454365	6.40165521	716187.9994	708016.0044	64.39	-8.16	19.872	978096.8666	978068.8343						
-67.0460001	6.39127826	716130.0002	706868.0043	66.43	-7.47	20.502	978096.6595	978068.6919						
-67.0446942	6.39723133	716271.9993	707527.0044	64.41	-7.80	19.878	978096.7783	978069.1040						
-67.0433686	6.40595989	716414.9995	708493.0044	65.38	-8.35	20.177	978096.9526	978068.4270						
-67.0427086	6.41076719	716486.0002	709025.0043	65.36	-8.67	20.171	978097.0487	978068.2079						
-67.0420034	6.41556526	716561.9998	709556.0044	60.35	-8.99	18.623	978097.1447	978069.5305						
-67.0414117	6.42002023	716625.0003	710049.0043	54.33	-9.30	16.766	978097.2339	978071.1712						
-67.0414934	6.42369117	716614.9996	710455.0043	52.31	-9.59	16.144	978097.3074	978071.5695						
-67.0415465	6.42870912	716607.0002	711010.0044	57.29	-10.00	17.681	978097.408	978069.7300						
-67.0436172	6.43316522	716375.9999	711502.0044	51.27	-10.53	15.821	978097.4974	978071.1506						
-67.0455423	6.43789199	716160.9996	712024.0043	58.24	-11.06	17.974	978097.5923	978068.5553						
-67.0473145	6.4424464	715962.9995	712527.0044	50.22	-11.58	15.497	978097.6838	978070.6112						
-67.0500809	6.44701366	715654.9993	713031.0044	52.19	-12.16	16.106	978097.7756	978069.5057						
-67.0525667	6.45167929	715378.0004	713546.0044	49.17	-12.74	15.172	978097.8695	978069.9609						
-67.0545299	6.45593608	715159.0001	714016.0044	45.14	-13.24	13.931	978097.9552	978070.7871						

$$g_T = \frac{g_e(1+k\sin^2\varphi)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{3/2}}$$

$$C_{ai} = 0.3086 * h_z$$

$$A_{ai} = G_{Obs} \pm C_{ai} - g_T$$

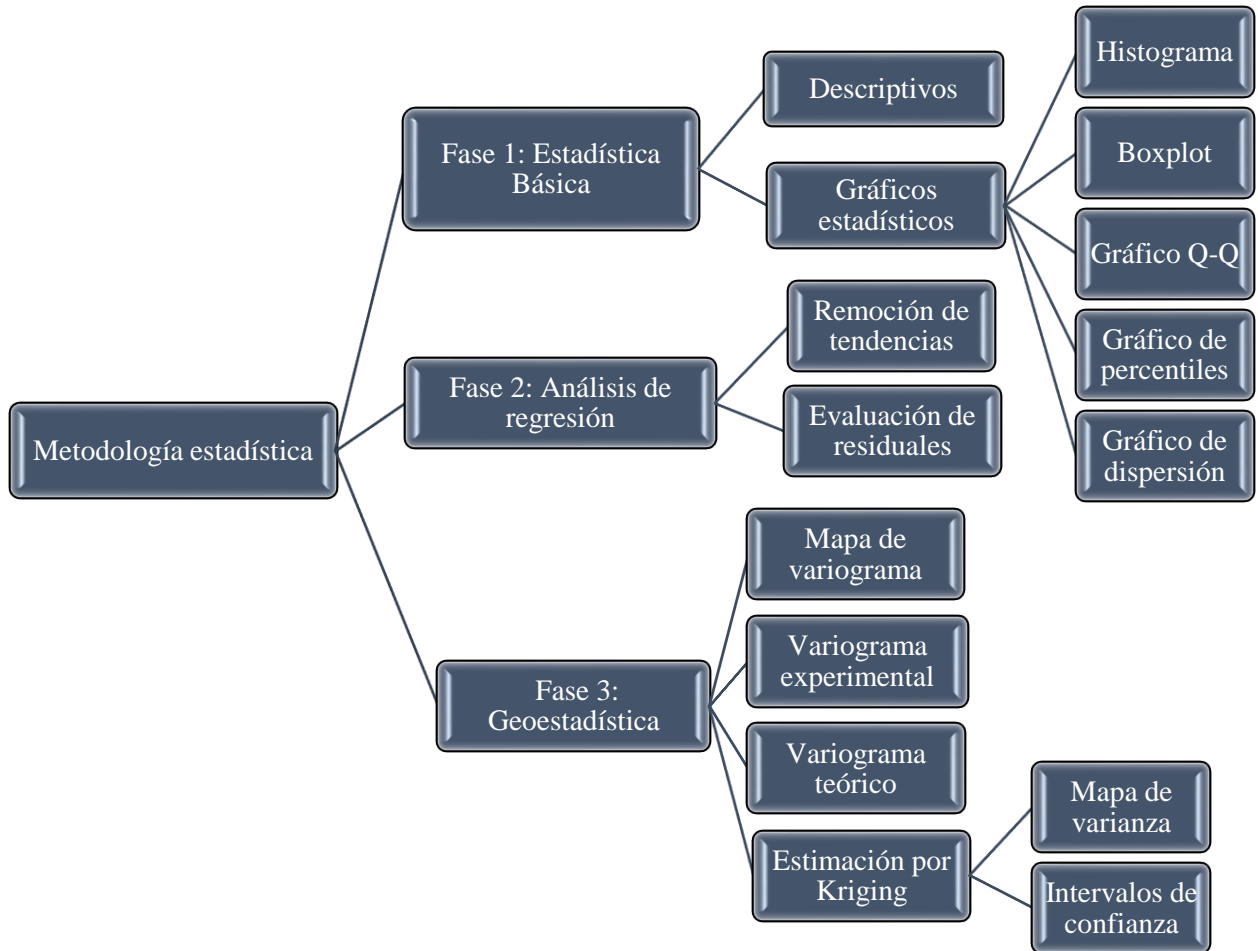
Ge	k	e2
978032.67715	0.001931851353	0.0066943800229

**Figura 3.4 Modelo de tabla de procesamiento para el cálculo de la Gravedad Observada**

Asimismo, partiendo igualmente de los valores de  $A_{AL}$  satelitales reducidos al elipsoide WGS84, se realiza el cálculo de la gravedad observada, pero esta vez utilizando los valores de cotas suministrados. Es importante mencionar que estos valores inicialmente fueron ortométricos, por lo que se debe utilizar un calculador en línea de alturas geoidales (<https://geographiclib.sourceforge.io/cgi-bin/GeoidEval>), para el posterior cálculo de las alturas sobre el elipsoide WGS84.

### 3.3 METODOLOGÍA ESTADÍSTICA

El análisis estadístico descriptivo y espacial se realizó mediante la implementación de tres fases, que se encuentran ilustradas en la figura 3.5.



**Figura 3.5 Diagrama de la metodología estadística empleada**

La primera fase de la metodología estadística se llevó a cabo utilizando el lenguaje de programación Python en su versión 3.8.3. Esta fase implica el cálculo de medidas descriptivas fundamentales, así como la creación de histogramas de frecuencia, gráficos Q-Q, diagramas de caja y bigotes (boxplot) y gráficos de dispersión. Estas herramientas permiten evaluar el comportamiento numérico y gráfico de los datos y variables involucradas, en relación a su distribución de probabilidad.

En la segunda fase, que comprende el análisis de regresión, se aplican modelos lineales con el objetivo de examinar las tendencias conjuntas entre las variables gravimétricas, topográficas y geográficas. Como parte de este proceso, se remueven las tendencias identificadas y se evalúan los residuos correspondientes. La evaluación de los residuos nos permite determinar si el proceso

continúa o si el modelo propuesto es capaz de explicar las variabilidades encontradas en cada caso.

La fase geoestadística, comprende inicialmente el cálculo de la semivarianza y su representación por medio del variograma experimental. Esta fase incluye como decisiones fundamentales la escogencia de la distancia máxima y el intervalo de distancias (h), ya que conforme se varíen estos valores va a variar la semivarianza y su posterior uso en la interpolación.

Para llevar a cabo este estudio, se utilizó tanto el entorno y lenguaje de programación R en su versión 4.3.1 como la aplicación de escritorio del software ArcGIS, denominado ArcMap de la versión 10.3.1.

Inicialmente, en el entorno R es necesario transformar el conjunto de datos a objeto “SpatialPoints”, esto se realiza mediante las funciones de bibliotecas “spatial” (sp). Posterior a ello, para la construcción del variograma se utiliza la función variogram del paquete gstat, en ella se pueden especificar los siguientes parámetros de acuerdo al tipo de estudio: variogram(formula, locations = coordinates(data), data, cutoff, width = cutoff/15, cressie = FALSE, cloud = FALSE, covariogram = FALSE, ...). Para un análisis exploratorio de la anisotropía, podemos obtener variogramas direccionales indicando el ángulo y los grados de tolerancia en cada eje. Complementariamente, se puede obtener un mapa de semivarianzas discretizadas en dos dimensiones.

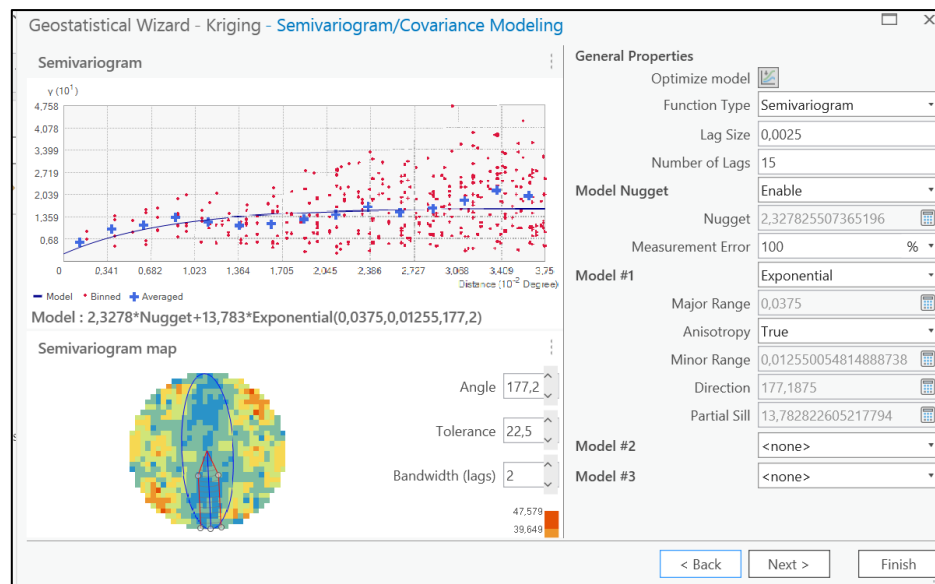
Una vez establecidas las direcciones de anisotropía, es importante definir un modelo de semivariograma autorizado teniendo en cuenta sus diferentes parámetros, esto se realiza empleando la función vgm. Esta función permite modificar los parámetros como se muestra a continuación:

```
vgm(psill = NA, model, range = NA, nugget, add.to, anis, kappa = 0.5, ...)
```

Siendo psill: umbral parcial ( $c_1$ ); model: cadena de texto que identifica el modelo ("Exp", "Sph", "Gau", "Mat"...); range: rango o parámetro de escala (proporcional a  $a$ ); nugget: efecto nugget ( $c_0$ ); kappa: parámetro de suavizado; add.to: permite combinar modelos; anis: parámetros de anisotropía.

La aplicación de escritorio del software ArcGIS, denominado ArcMap de la versión 10.3.1 también permite la construcción de semivariogramas, sin embargo, es importante realizar el

proceso necesario para obtener resultados significativos, confiables y reproducibles. La herramienta para este tipo de análisis se puede encontrar en la sección: Geostatistical Analyst-> Geostatistical wizard. Al hacer clic en la opción se despliega una ventana con una variedad de métodos de kriging que pueden ser utilizados. Al elegir el método de interpolación, se muestra una nueva ventana con el semivariograma construido de forma automática. Los parámetros: Lag size, Numbers of Lags, Ángulo de mayor continuidad, tolerancia, etc, pueden ser adaptados al caso de estudio, posteriormente se debe elegir el modelo de semivariograma autorizado (figura 3.6).



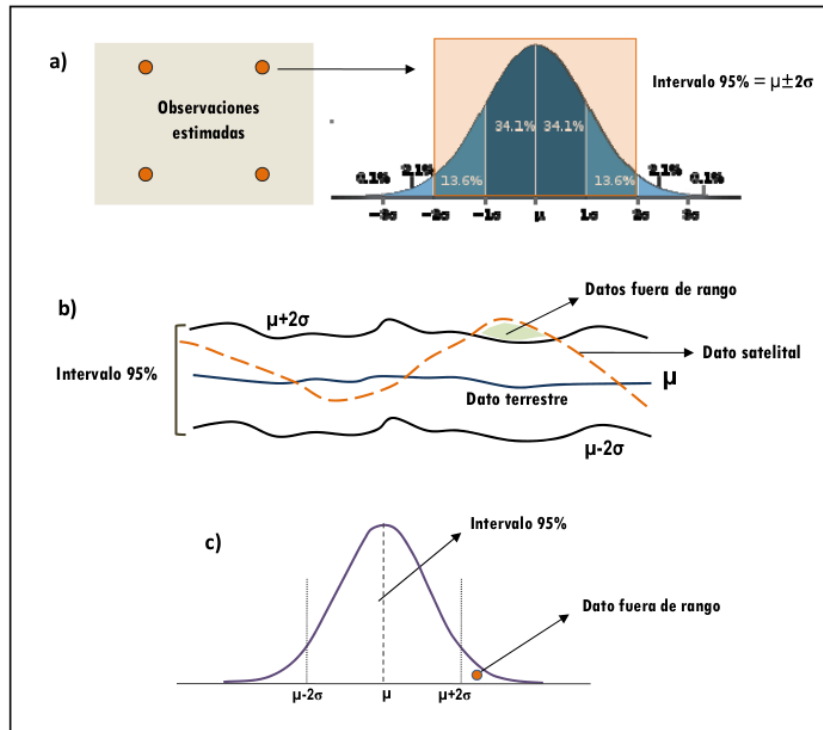
**Figura 3.6 Construcción de semivariogramas en ArcMap**

Una vez ajustado el modelo de semivariograma autorizado con todos los parámetros, se procede a la construcción del mapa. Para ello, en el método kriging se evalúa el ajuste de un modelo específico sobre el variograma experimental por medio de la validación cruzada. El tipo de validación cruzada más usado es LOO (*leave-one-out*), donde se deja por fuera una observación a la vez, se reajusta el modelo y se predice el valor de la variable para cada observación por separado (figura 3.7).



**Figura 3.7 Metodología de validación cruzada**

Este método permite también, obtener y representar las estimaciones del error estándar para cada observación, con lo cual se puede definir el intervalo de confianza alrededor de los valores estimados (95%), aproximadamente equivalente a sumar o restar dos veces la desviación estándar a la media de una distribución normal, y determinar qué porcentaje de los datos se encuentran dentro de los límites de incertidumbre de la variable (figura 3.8).



**Figura 3.8 Límites de incertidumbre**

a) Cada estimación contiene información sobre su distribución en términos de su media y varianza, con lo cual se puede definir el intervalo de 95%. b) Una vez definidas las superficies se verifica si los datos satelitales se encuentran dentro de los límites establecidos o si se encuentran fuera de rango (zona en color verde). c) Un dato fuera de rango equivale a que se encuentre por fuera de la distribución del punto terrestre correspondiente (tomado de Garzón, 2010)

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y ANÁLISIS

En lo que sigue de este trabajo el término “datos de gravedad observada satelital” significa: valores de gravedad calculados por el modelo EIGEN-6C4; “datos de gravedad observada terrestre” significa: valores de gravedad medidos en la superficie de la Tierra; “cotas satelitales” significa: valores de elevación respecto al elipsoide WGS84 del modelo de elevación digital SRTM-GL1 elipsoidal; “cotas suministradas”: significa elevaciones ortométricas respecto al modelo de geoide EGM2008, a las que se le sumó en cada punto la elevación de dicho geoide respecto al elipsoide WGS84.

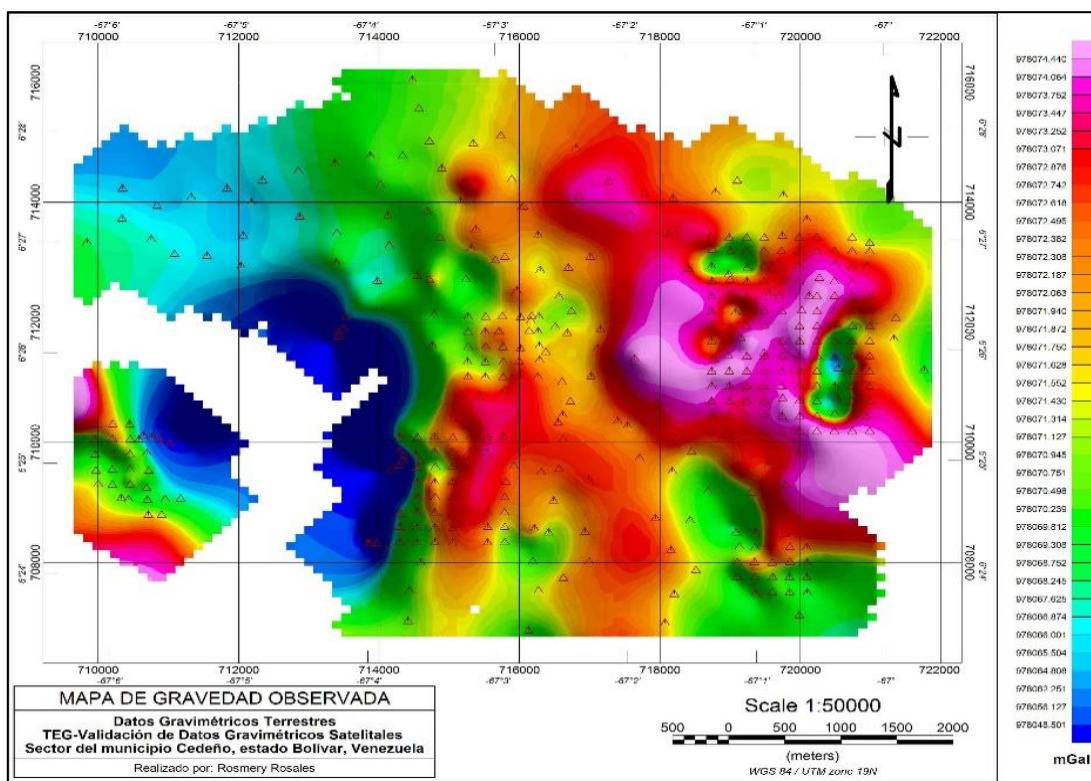
#### 4.1 DESCRIPCIÓN CUALITATIVA DE LA GRAVEDAD EN LA ZONA DE ESTUDIO

El mapa de la figura 4.1 representa la distribución de la gravedad observada a partir de datos gravimétricos terrestres.

En la región occidental, se observan valores de gravedad más bajos, los cuales se correlacionan con la presencia de elevaciones topográficas prominentes en la zona de estudio. Esta área se caracteriza por altitudes que varían entre 120 y 190 metros, con pendientes pronunciadas. El valor mínimo de gravedad registrado es de 978039.650 mGal, ubicado en las coordenadas geográficas de latitud 6.435653287 N y longitud 67.07023438 W, o en coordenadas UTM: 19N X: 713429.99935275 m, Y: 711766.004357605 m.

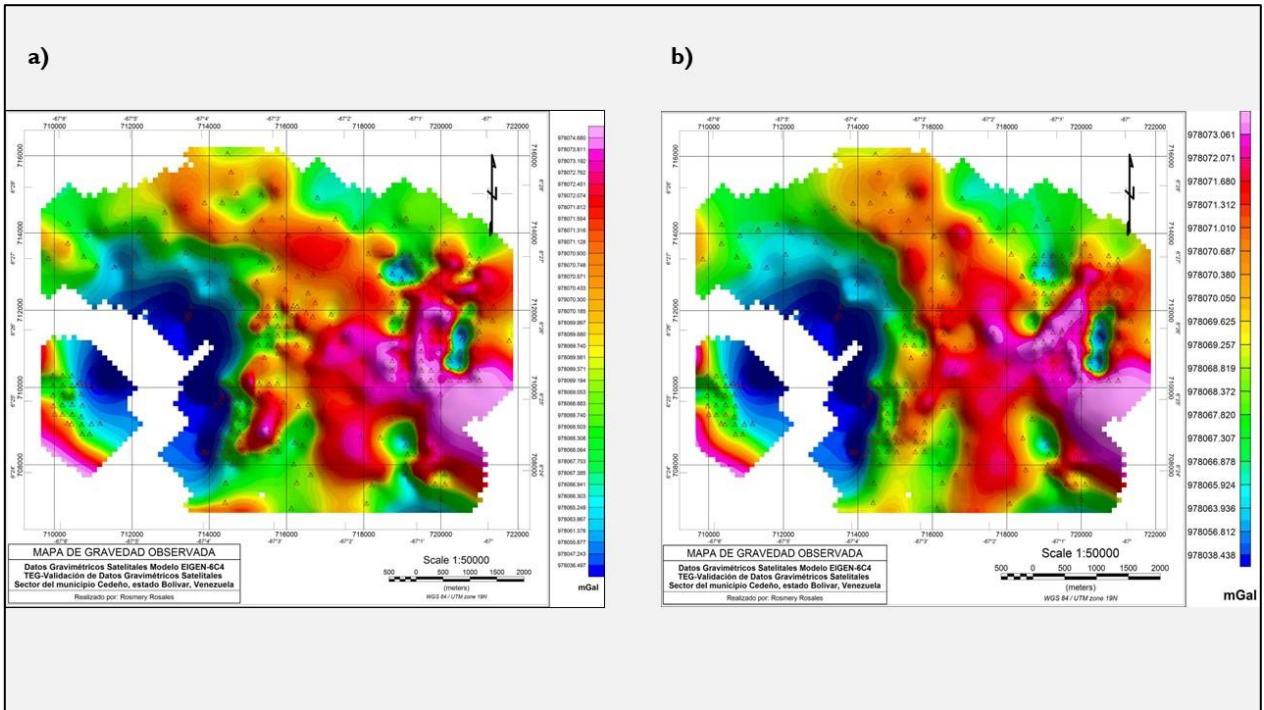
La zona oriental geomorfológicamente presenta paisajes de planicie con cotas menores de 60 m y pendientes que no superan los 5°, conformados tanto por material residual, producto de la erosión "*in situ*" del basamento geológico, como por sedimentos transportados (coluviales y aluviales). Los valores más altos de gravedad se encuentran en esta región de la zona de estudio. El valor máximo reportado es de 978075.748 mGal, y se localiza en las coordenadas geográficas de latitud 6.432135904 N y longitud 67.03219699 W, o en coordenadas UTM: 19N X: 717639.99990843 m, Y: 711393.004427255 m.





**Figura 4.1 Mapa de gravedad observada terrestre**  
 Mapa generado en el software Oasis Montaj v6.4.2 empleando el método de mínima curvatura

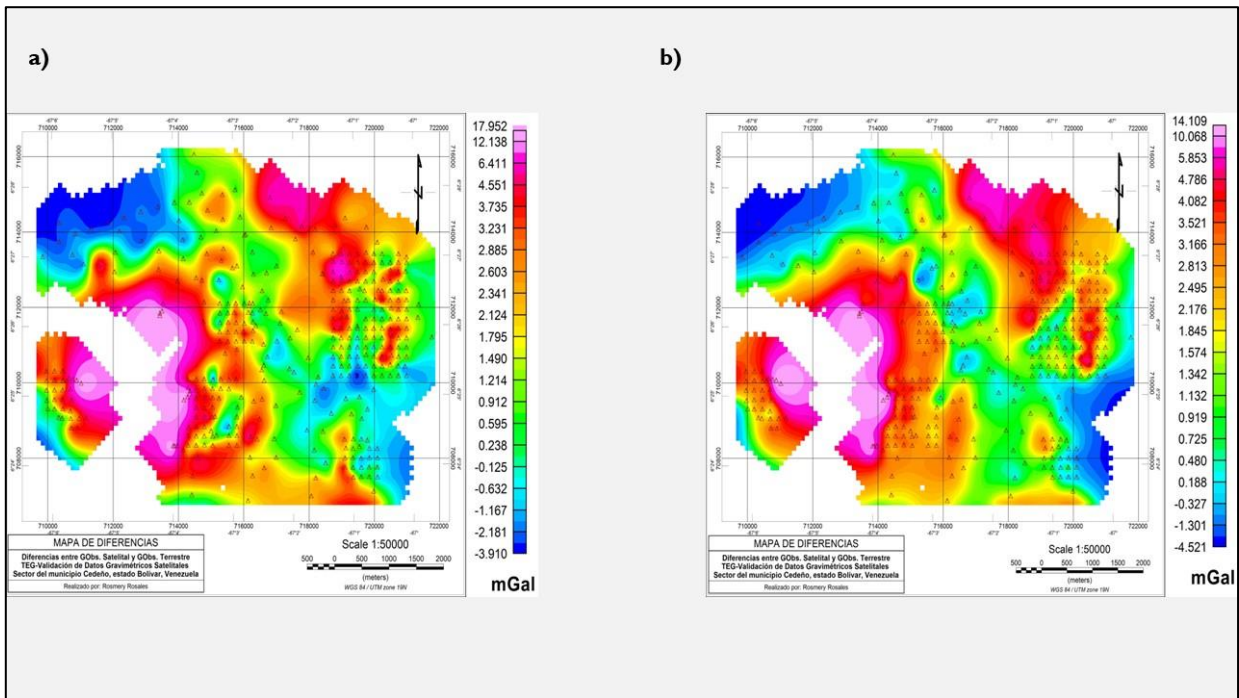
Los mapas de gravedad observada satelital generados a partir del modelo de elevación digital SRTM-GL1 elipsoidal (figura 4.2 a) y los datos topográficos suministrados referidos al elipsoide WGS84 (figura 4.2 b), muestran similitud, en cuanto a la forma de los contornos, con el mapa de gravedad observada terrestre (figura 4.1).



**Figura 4.2 Mapas de gravedad observada.**

a) Mapa de gravedad observada construido a partir de datos gravimétricos satelitales, teniendo en cuenta los valores de cotas del DEM SRTM-GL1 elipsoidal. b) Mapa de gravedad observada construido a partir de datos gravimétricos satelitales, teniendo en cuenta los valores de cotas suministrados referidas al elipsoide WGS84. Ambos mapas fueron generados en el software Oasis Montaj v6.4.2 empleando el método de mínima curvatura.

En la figura 4.3 se observan los mapas de diferencias entre la gravedad observada terrestre y satelital (generados a partir del DEM y cotas suministradas), se puede notar que los contornos tienen una forma similar en ambos casos. No obstante, se observa que la variación de valores es menor en el mapa que utiliza datos basados en la topografía suministrada (figura 4.3 b). Esto resalta la influencia de la topografía en la zona de estudio, en los valores de gravedad satelital.



**Figura 4.3 Mapas de diferencias de gravedad en estaciones, utilizando datos de modelo EIGEN-6C4 compensado por aire libre utilizando cotas DEM SRTM1-GL1 (4.3a) y cotas puntuales suministradas referidas al elipsoide WGS84 (4.3b)**

## 4.2 ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Se realizó la estadística descriptiva de los conjuntos de datos (gravedad observada satelital, considerando tanto los valores de cotas del DEM SRTM-GL1 como las suministradas referidas al elipsoide WGS84 y los valores de gravedad observada terrestre), a partir de la cual se obtuvo información sobre algunas características resaltantes en las variables.

### 4.2.1 Comparación basada en los valores de altitud del DEM SRTM-GL1 elipsoidal

En primer lugar, al realizar la comparación entre los valores de gravedad observada satelital y terrestres presentan valores similares dentro de los intervalos considerados, con un valor de desviación estándar de 4.647 mGal en el conjunto de datos terrestres y 6.767 mGal en los satelitales (tabla 4.1).

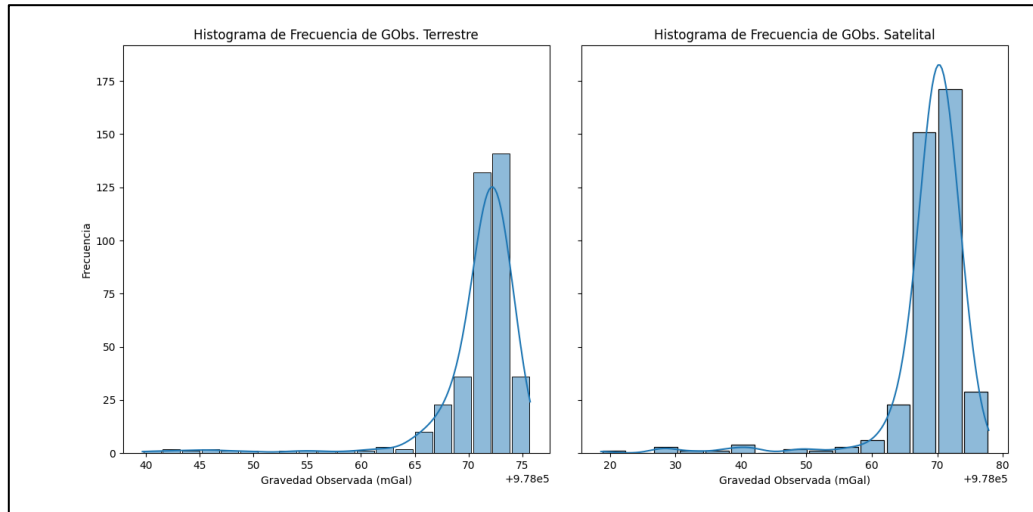
El valor mínimo, tanto de gravedad observada satelital y terrestre, coinciden en ubicación, pero la diferencia entre estos valores es de 21.014 mGal, la cual representa la mayor diferencia entre ambos conjuntos de datos. El valor mínimo de gravedad terrestre es de 978039.650 mGal, mientras que el valor mínimo de gravedad satelital es de 978018.636 mGal.

Los valores máximos en ambos conjuntos de datos de gravedad no coinciden en ubicación ni en valor. En el conjunto de datos de gravedad observada terrestre, el valor máximo es de 978075.748 mGal, mientras que, en el conjunto de datos satelitales, el valor máximo es de 978077.852 mGal, ubicado en las coordenadas UTM: 19N X: 719484.9995 m, Y: 710178.0044 m, respectivamente.

**Tabla 4.1 Valores Estadísticos Descriptivos de Gravedad Observada (*DEM SRTM-GLI elipsoidal*)**

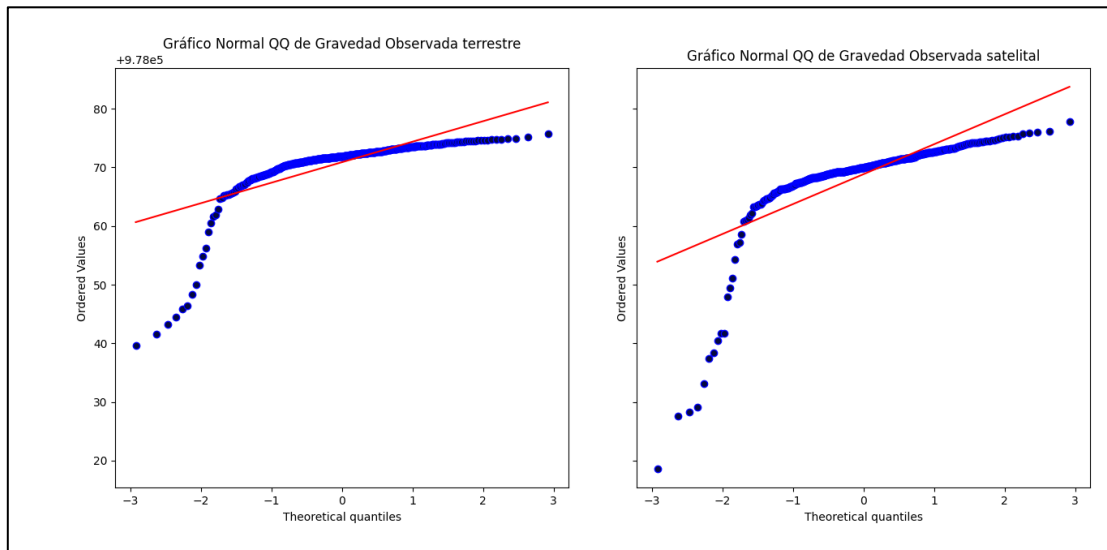
<i>Variable</i>	<i>GObs. Terrestre (mGal)</i>	<i>GObs. Satelital (mGal)</i>	<i>Diferencia (mGal)</i>
<b><i>DEM SRTM-GLI</i></b>			
<b><i>Cantidad de datos</i></b>	396	396	396
<b><i>Media</i></b>	978070.873	978068.829	2.044
<b><i>Desv. Est.</i></b>	4.647	6.767	2.773
<b><i>Mínimo</i></b>	978039.650	978018.636	-4.504
<b><i>25%</i></b>	978070.695	978068.258	0.591
<b><i>50%</i></b>	978071.867	978069.981	1.819
<b><i>75%</i></b>	978072.981	978071.638	3.113
<b><i>Máximo</i></b>	978075.748	978077.852	21.014

Además, se realizaron dos análisis gráficos para evaluar la normalidad de los datos de gravedad observada: el histograma de frecuencia (figura 4.4) y el gráfico Q-Q (figura 4.5). En ambos casos, se observa que tanto los datos terrestres como los satelitales presentan distribuciones similares y sesgadas hacia la izquierda. En particular, los valores por debajo de 978071.867 mGal en los datos terrestres y 978069.981 mGal en los datos satelitales muestran una menor frecuencia. Sin embargo, se destaca que los valores de gravedad observada satelital presentan una mayor frecuencia en los valores más altos, a diferencia del conjunto de datos terrestres.



**Figura 4.4 Histogramas de frecuencia para ambos conjuntos de datos de gravedad (DEM SRTM-GL1).**

Asimismo, en la figura 4.5 se observa una desviación considerable de los datos para los valores extremos respecto a la línea recta de distribución normal.

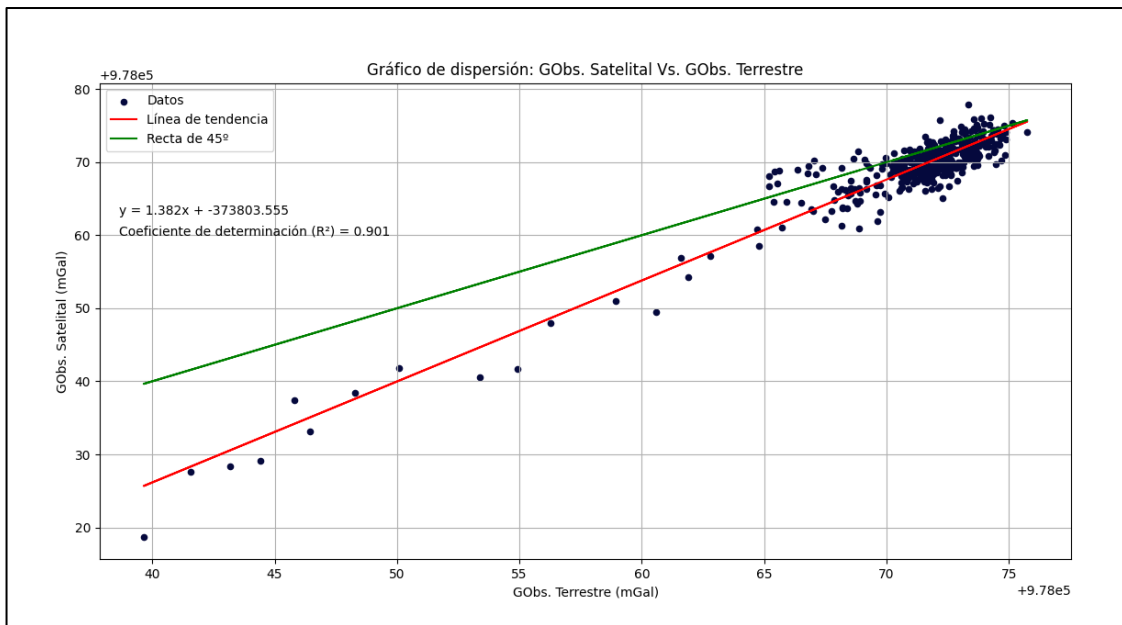


**Figura 4.5 Gráficos Normal Q-Q (DEM SRTM-GL1).**

El gráfico de dispersión (figura 4.6) construido para determinar el grado de dependencia lineal entre ambos conjuntos de datos de gravedad muestra la relación positiva lineal que existe entre los valores de GObs. satelital y GObs. terrestre. Esta relación se cuantificó mediante una línea de regresión, la ecuación que la describe y el valor de coeficiente de determinación ( $R^2$ ). Asimismo,

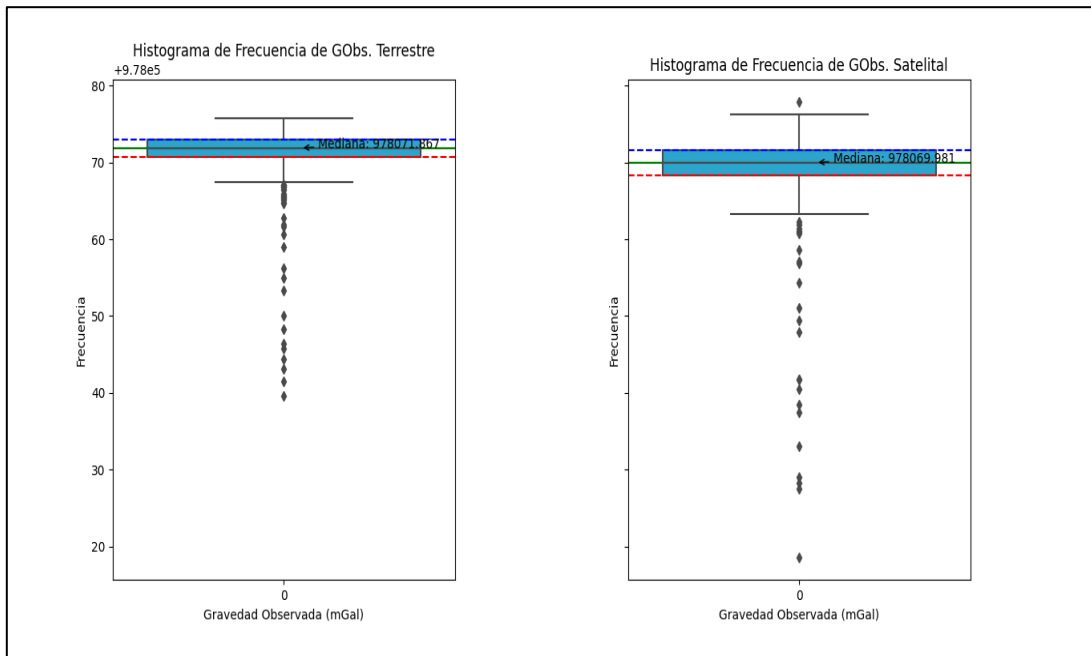
el coeficiente de correlación obtenido es de 0.949, indicando que los datos de GObs. satelital y GObs. terrestre poseen una relación altamente positiva y significativa.

Asimismo, se graficó la línea de tendencia ideal (recta de 45°, y pendiente de 1) sobre la figura 4.6 para representar la desviación de la tendencia de los datos. Como se observa en el gráfico de dispersión, los valores de menor gravedad observada ubicados en la larga cola a la izquierda se alejan más de la recta de referencia.



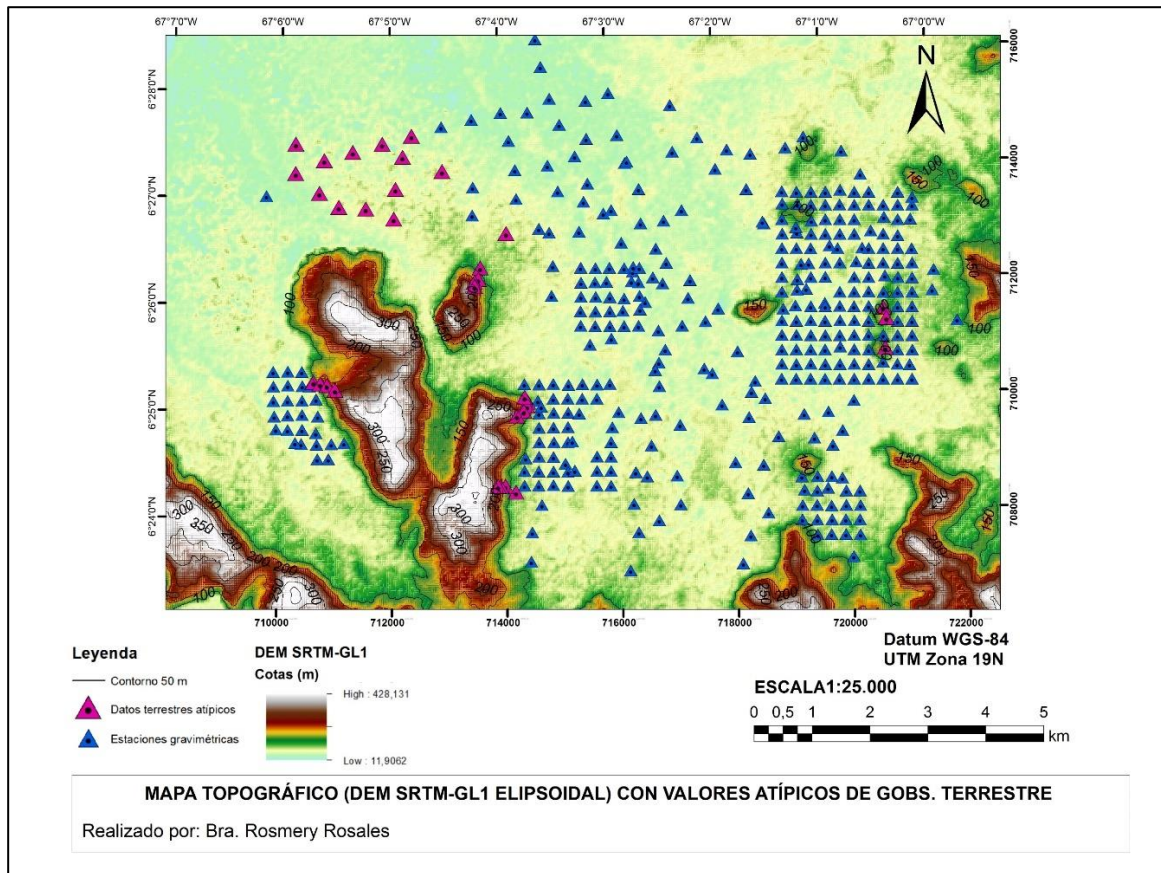
**Figura 4.6** Gráfico de dispersión de GObs. satelital (DEM SRTM-GL1) contra GObs. terrestre

La construcción de los diagramas de caja y bigotes (figura 4.7) se llevó a cabo con el propósito de identificar posibles valores atípicos presentes en los conjuntos de datos. Se observaron algunos valores que se encontraban fuera del rango establecido en ambos casos. Es importante tener en cuenta que se parte de la premisa de que el conjunto de datos gravimétricos terrestres es preciso y confiable, y que uno de los objetivos de este estudio consiste en cuantificar las diferencias entre los datos satelitales y terrestres en la zona de estudio, con el fin de validar los datos gravimétricos obtenidos por satélite. En términos generales, se busca conservar la totalidad de los datos sin realizar filtrados o eliminaciones adicionales.



**Figura 4.7 Diagrama de caja y bigotes (DEM SRTM-GL1)**

Los valores atípicos en el conjunto de datos gravimétricos terrestres se concentran en su gran mayoría en la zona occidental, los cuales pueden ser atribuidos a un cambio en la densidad de los materiales presentes, así como a la variación de la geomorfología (figura 4.8). En particular, la zona suroccidental del área de estudio se caracteriza por presentar paisaje de lomerío alto y muy escarpado. Posee desniveles que varían entre 120 m y 190 m y topografía muy escarpada con pendientes superiores a 60°. Dicha unidad geomorfológica se ha modelado a partir de rocas graníticas y volcánicas que han sido sometidas a procesos tectónicos y denudacionales intensos, los cuales han favorecido la formación de varios tipos de relieves de carácter erosivo, como lomas, domos y vegas.

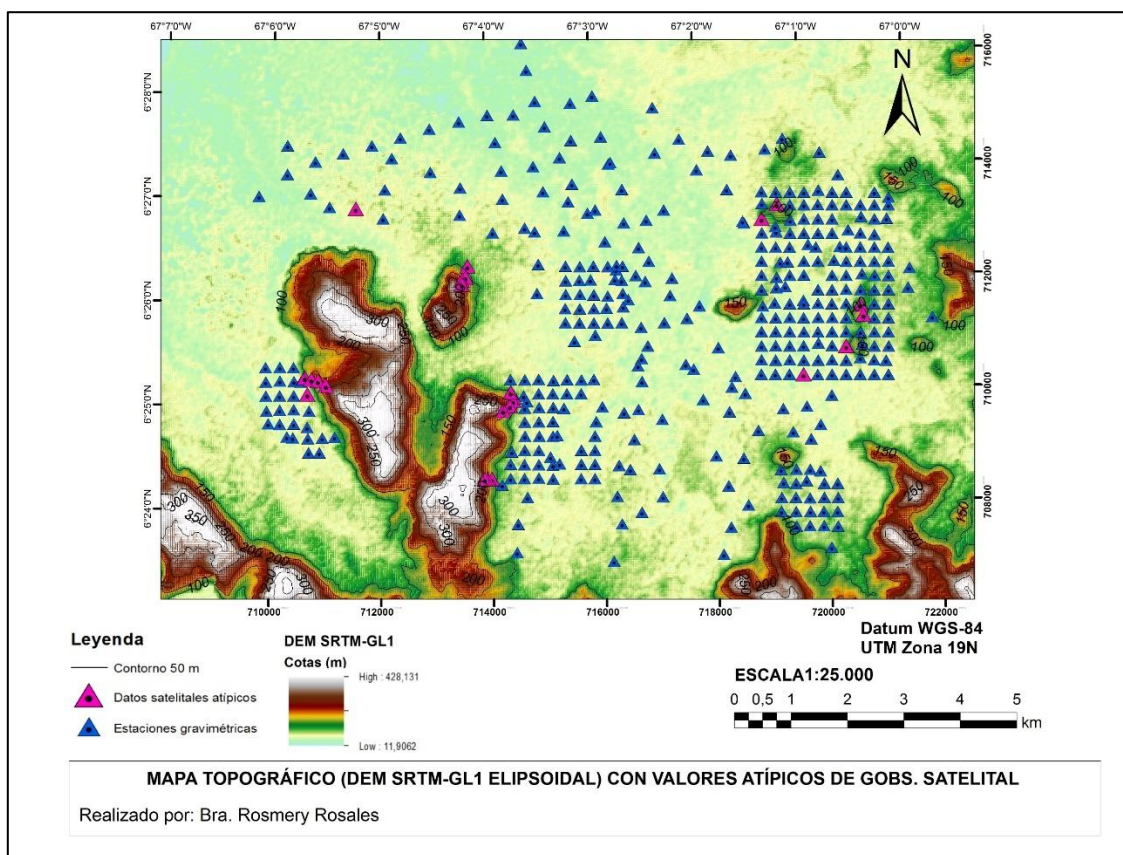


**Figura 4.8 Mapa de valores atípicos de GObs. terrestre**

Los valores atípicos aquí expresados corresponden a aquellos valores por fuera de los límites inferior y superior de los diagramas de caja y bigotes.

Los valores atípicos del conjunto de datos gravimétricos satelitales coinciden en ubicación en un 79% con los datos atípicos de gravedad terrestre. Esta coincidencia ocurre en las estaciones con valores de altitud respecto al elipsoide WGS84 mayores a los 70 m (figura 4.9).





**Figura 4.9 Mapa de valores atípicos de GObs. satelital (DEM SRTM-GL1 elipsoidal)**  
Los valores atípicos aquí expresados corresponden a aquellos valores por fuera de los límites inferior y superior de los diagramas de caja y bigotes.

#### 4.2.2 Comparación basada en los valores de altitud suministrados referidos al elipsoide WGS84

Al comparar los valores de gravedad observada terrestre y satelital (teniendo en cuenta los valores de cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84), ambos conjuntos de datos presentan valores análogos dentro de los intervalos considerados (tabla 4.2). De hecho, en este caso de estudio, la desviación estándar disminuye de 6.767 mGal a 6.192 mGal.

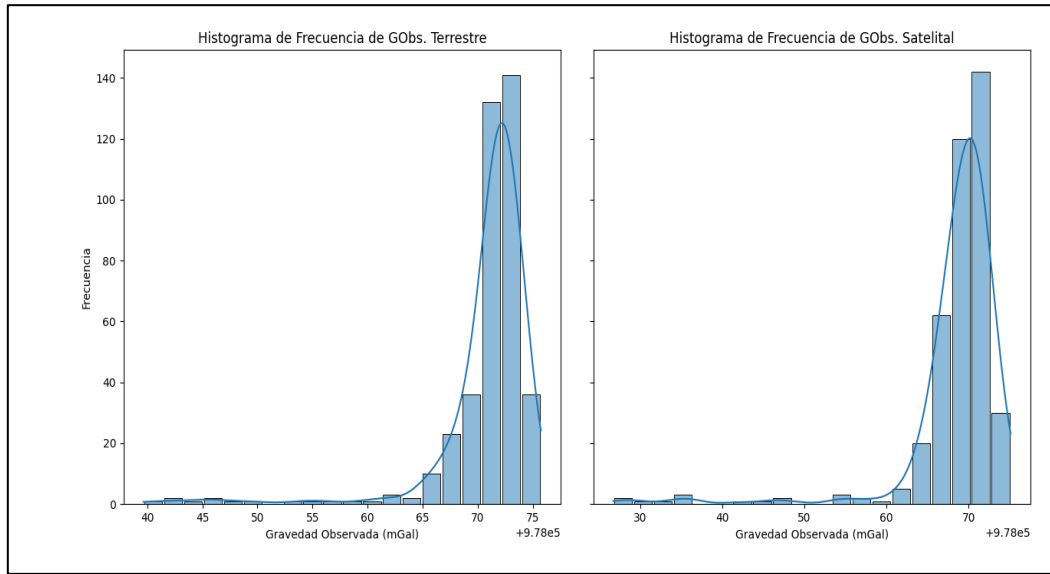
Igualmente, la mayor diferencia (13.957 mGal), se observa en el valor mínimo de gravedad reportado, el cual corresponde al valor 978039.650 mGal en el conjunto de estaciones terrestres, coincidente en ubicación con el valor mínimo reportado para el conjunto de datos satelitales el cual posee un valor de gravedad observada de 978026.680 mGal.

Con respecto a los valores máximos reportados, existe una diferencia tanto en el valor de gravedad observada como en sus ubicaciones. En el conjunto de datos gravimétricos terrestres este posee un valor de 978075.748 mGal, y en el conjunto de datos satelitales el valor correspondiente es de 978075.132 mGal ubicado en las coordenadas de longitud y latitud geográfica 67.00197199 W y 6.42107026 N, o coordenadas UTM: 19N X: 720988.9999 m, 710182.0045 m, respectivamente.

**Tabla 4.2 Valores Estadísticos Descriptivos de Gravedad Observada (cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84)**

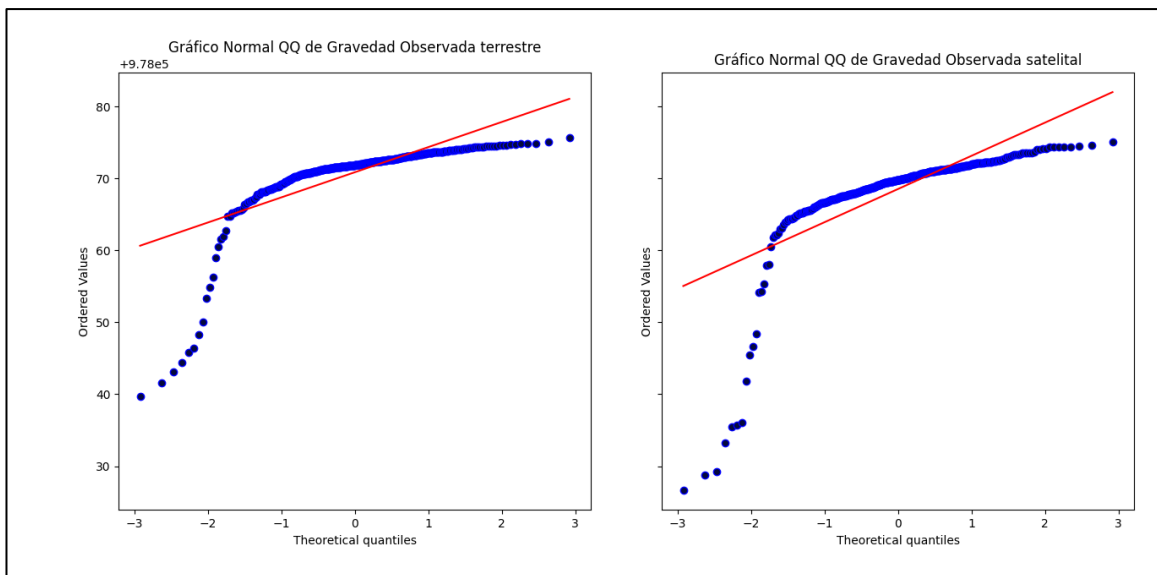
<i>Variable</i>	<i>GObs Terrestre (mGal)</i>	<i>GObs Satelital (mGal)</i>	<i>Diferencia (mGal)</i>
	<i>Cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84</i>		
<i>Cantidad de datos</i>	396	396	396
<i>Media</i>	978070.873	978068.540	2.333
<i>Desv. Est.</i>	4.647	6.192	2.128
<i>Mínimo</i>	978039.650	978026.680	-2.807
<i>25%</i>	978070.695	978067.749	0.937
<i>50%</i>	978071.867	978069.822	2.026
<i>75%</i>	978072.981	978071.302	3.311
<i>Máximo</i>	978075.748	978075.132	13.957

En la evaluación cualitativa de la normalidad de los datos, se puede observar que ambos conjuntos de datos reflejan igualmente distribuciones similares, sesgadas hacia la izquierda, con pocos casos de valores por debajo de 978071.867 mGal en los datos terrestres y 978069.822 mGal en los datos satelitales (figura 4.10). En contraste con el caso de estudio anterior, se observa que el número de frecuencias en los valores altos es similar al igual que la función de densidad de kernel.



**Figura 4.10 Histogramas de frecuencia para ambos conjuntos de datos de gravedad (Cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84)**

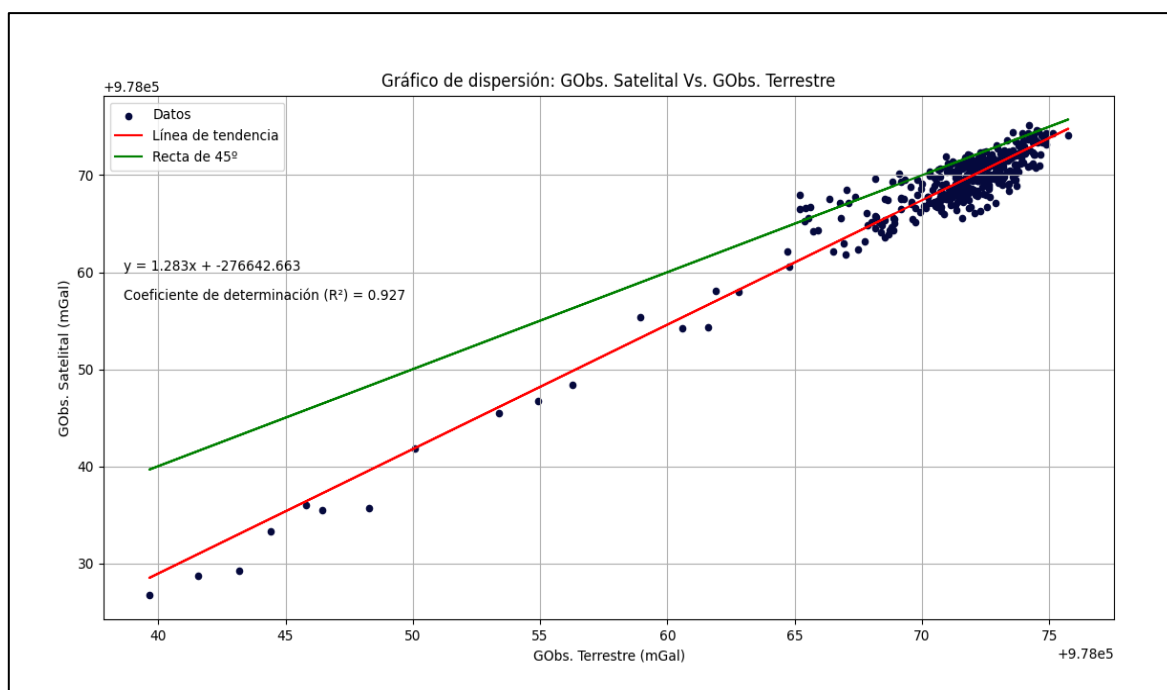
La figura 4.11 muestra de igual manera que ambos conjuntos de datos presentan una distribución similar, con una desviación considerable de los datos para los valores extremos con respecto a la línea recta de distribución normal.



**Figura 4.11 Gráficos Normal Q-Q (Cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84)**

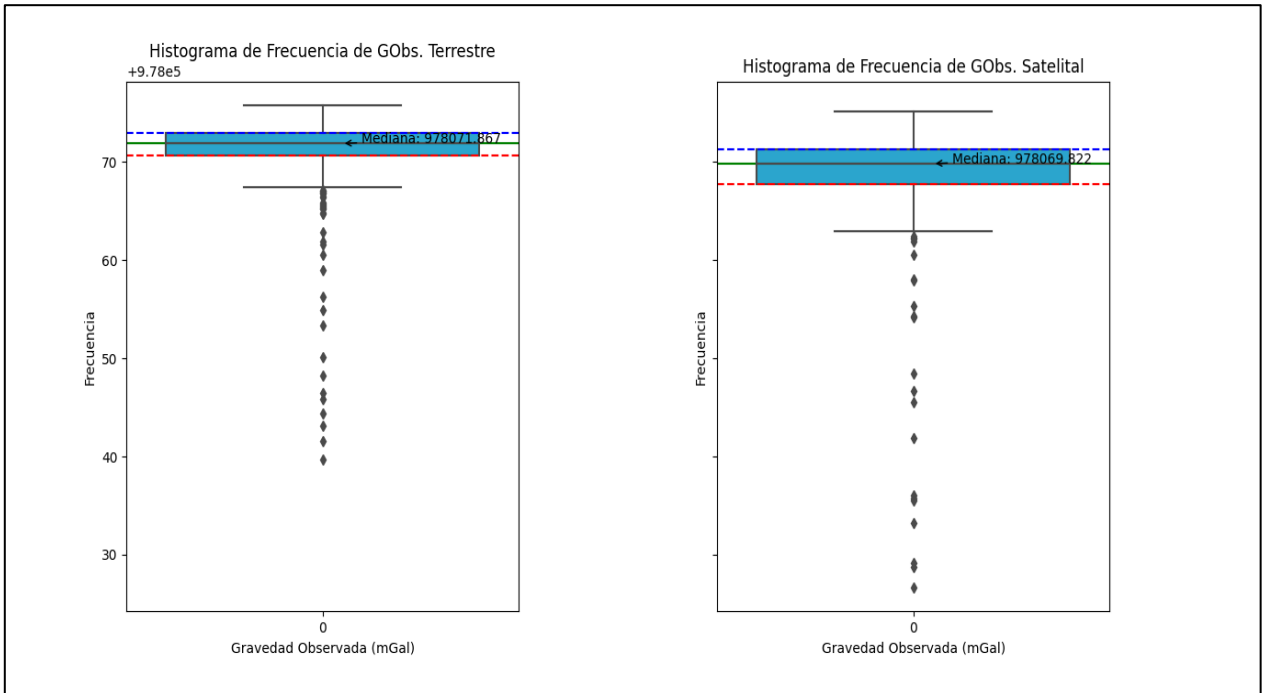
Asimismo, la figura 4.12 muestra la relación positiva lineal que existe entre los valores de GObs. satelital y GObs. terrestre, cuantificada mediante una línea de regresión, la ecuación que la

describe y el valor del coeficiente de determinación ( $R^2$ ), implicando que ambas variables se comportan espacialmente de forma análoga. Es importante mencionar que, tanto el coeficiente de determinación como el coeficiente de correlación obtenido que es de 0.963, son mayores en este caso de estudio, también, el valor de la pendiente es más cercano a 1 (pendiente de la recta ideal) y el intercepto menor, indicando así mayor correlación entre los datos gravimétricos terrestres y satelitales.



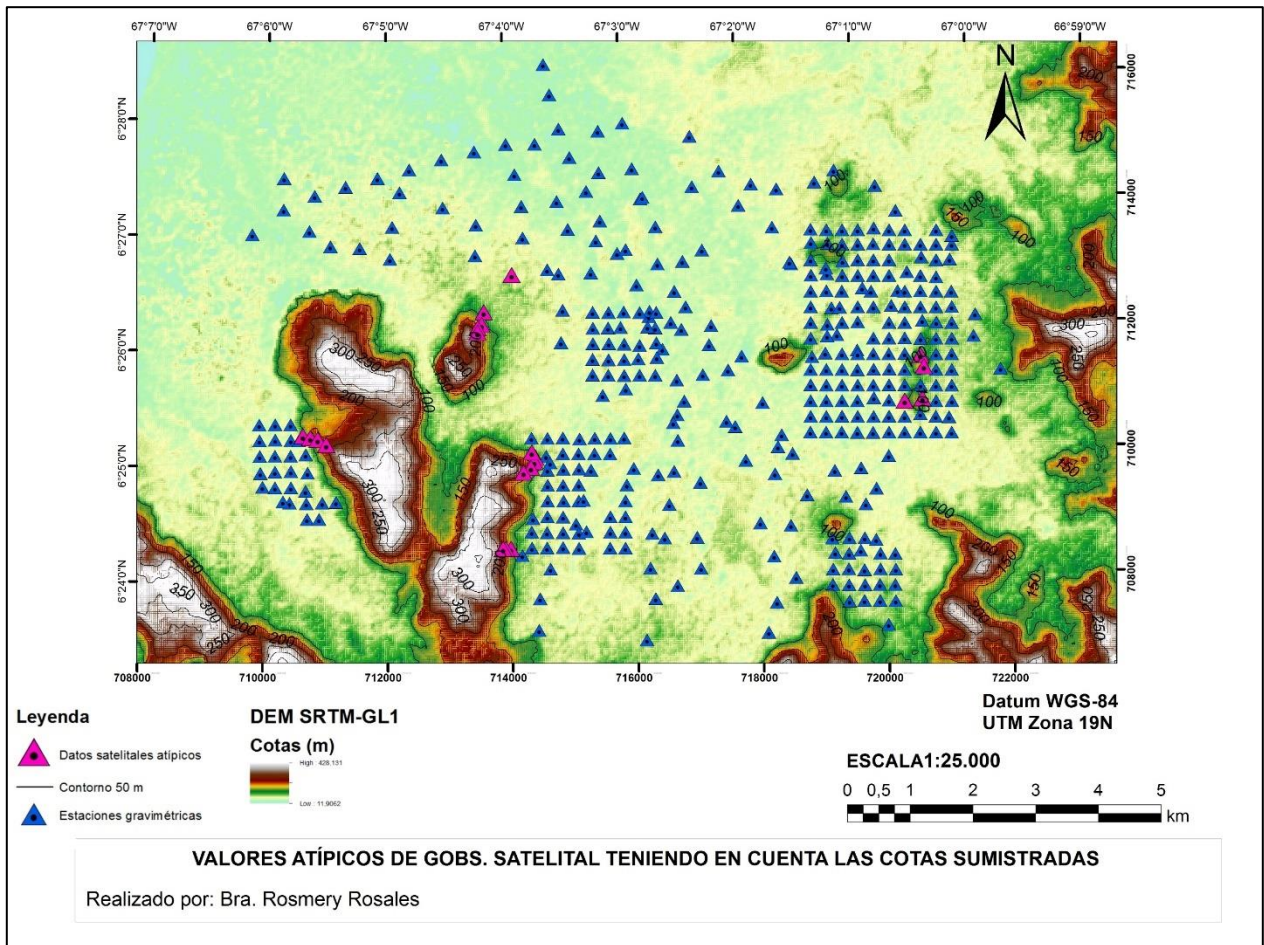
**Figura 4.12 Gráfico de dispersión de GObs. Satelital (Cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84) contra GObs. Terrestre**

Igualmente, se observaron algunos valores que se encontraban fuera del rango establecido en ambos casos (figura 4.13). A diferencia del caso de estudio anterior, no se observan valores atípicos por encima del extremo superior del diagrama correspondiente al conjunto de datos satelitales.



**Figura 4.13 Diagrama de caja y bigotes (Cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84)**

Los valores atípicos del conjunto de datos gravimétricos satelitales teniendo en cuenta las cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84 (figura 4.14) coinciden en ubicación en un 85% con los datos atípicos de gravedad terrestre (figura 4.8). Esta coincidencia ocurre en las estaciones con valores de altitud respecto al elipsoide WGS84 mayores a los 70 m (figura 4.9).



**Figura 4.14 Mapa de valores atípicos de GObs. satelital teniendo en cuenta las cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84**

Los valores atípicos aquí expresados corresponden a aquellos valores por fuera de los límites inferior y superior de los diagramas de caja y bigotes.

### 4.2.3 Comparación entre valores de cotas

En la sección previa, se destacó la relevancia del valor de cota de las estaciones gravimétricas. Dado que la gravedad varía respecto a la altura, para una correcta comparación de los datos de gravedad es necesario contar con un conjunto de datos de altitud precisos. Por consiguiente, fue imprescindible llevar a cabo una comparación entre los dos conjuntos de valores de cotas con el fin de evaluar, además, las discrepancias existentes entre ellos.

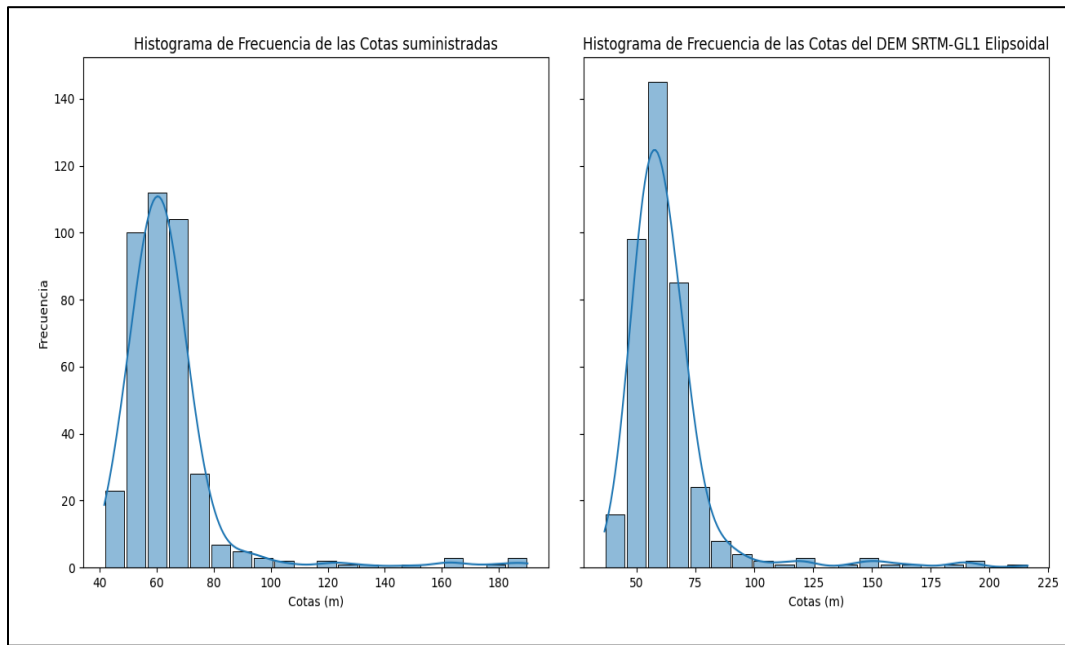
En la tabla 4.3 se muestran los valores estadísticos descriptivos para ambos conjuntos de datos de altitud (suministrados referidos al elipsoide WGS84 y DEM SRTM-GL1 elipsoidal). Estos valores presentan similitudes en los intervalos considerados, con un valor de desviación estándar

de 19.36 en el caso de las cotas suministradas y 21.05 en los datos del DEM SRTM-GL1, indicando así que la zona de estudio presenta una topografía variable.

**Tabla 4.3 Valores Estadísticos Descriptivos de Cotas Elipsoidales**

<i>Variable</i>	<i>Cotas suministradas (m)</i>	<i>Cotas del DEM SRTM-GL1 elipsoidal (m)</i>	<i>Diferencia (m)</i>
<i>Cantidad de datos</i>	396	396	396
<i>Media</i>	64.29	63.35	0.94
<i>Desv. Est.</i>	19.36	21.05	5.20
<i>Mínimo</i>	41.55	36.29	-26.07
<i>25%</i>	54.95	53.34	-1.63
<i>50%</i>	59.98	59.20	0.66
<i>75%</i>	66.74	66.41	3.88
<i>Máximo</i>	190.11	216.18	20.73

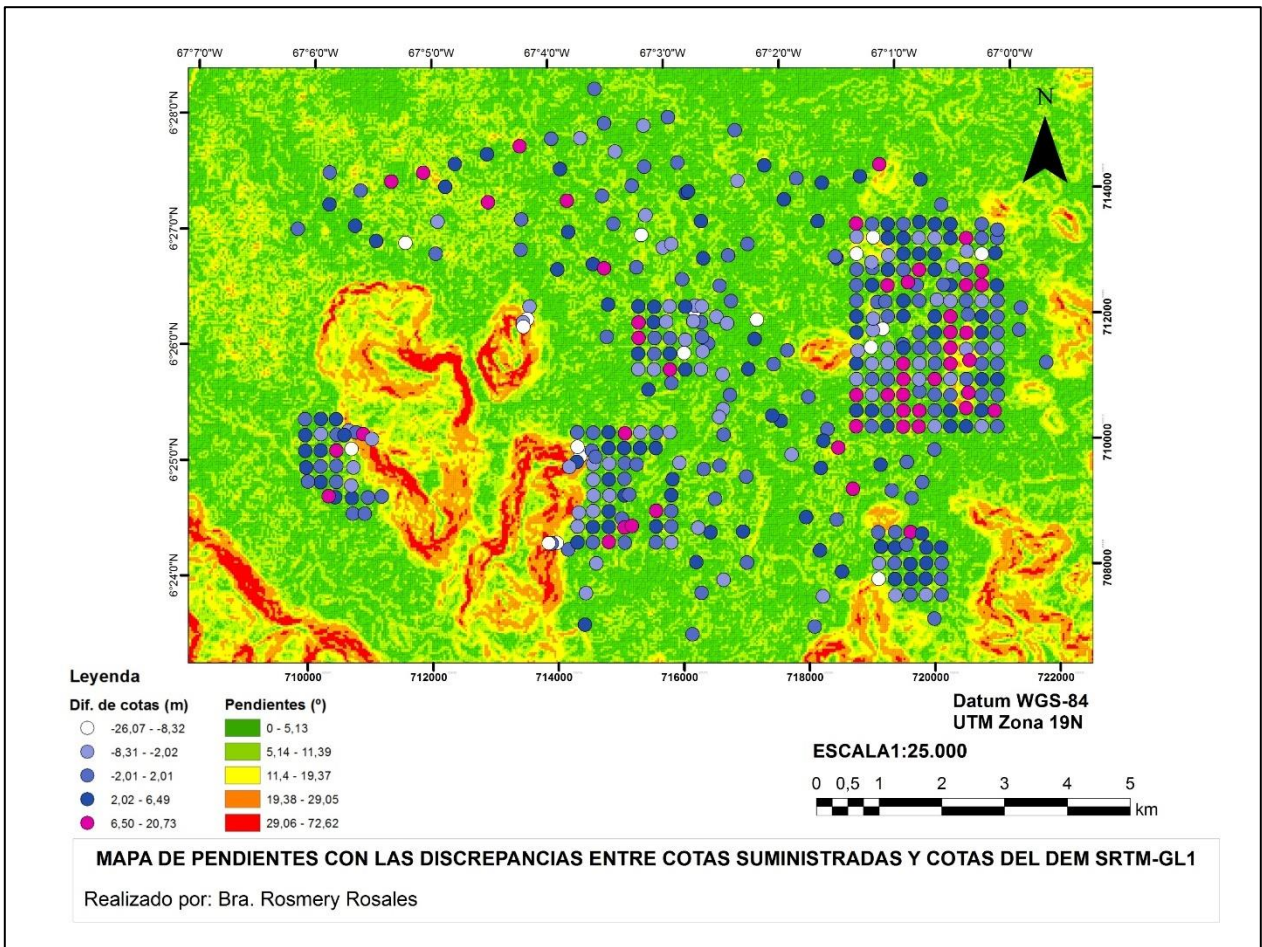
En la evaluación cualitativa de la normalidad de los datos a partir de los histogramas de frecuencia (figura 4.15), se puede observar que tanto las cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84 como las provenientes del DEM SRTM-GL1 elipsoidal presentan distribuciones similares y sesgadas hacia la derecha. En particular, los valores por encima de 80 m en las cotas suministradas y 90 m en las cotas del DEM SRTM-GL1 muestran una menor frecuencia. Sin embargo, se destaca que los valores de cotas provenientes del DEM SRTM-GL1 elipsoidal presentan una mayor frecuencia en los valores más bajos, a diferencia del conjunto de cotas suministradas.



**Figura 4.15 Histogramas de frecuencias para ambos conjuntos de cotas (suministradas referidas el elipsoide WGS84 y del DEM SRTM-GL1 elipsoidal)**

En la figura 4.16 se muestra un mapa de pendiente de la zona de estudio con los datos de diferencia entre las cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84 y las cotas del DEM SRTM-GL1 elipsoidal. Gran parte de las diferencias que se encuentran por encima de los 8 m (puntos de color blanco) están ubicadas en zonas de pendientes elevadas cuyo valor sobrepasa los 20°, al suroeste de la zona de estudio, específicamente en el pie de monte del cerro La Mina, la cual presenta cambios rápidos en los valores de elevación y una topografía predominantemente muy escarpada. Estos valores de discrepancias entre ambos conjuntos de datos de cotas, pueden estar asociado con las diferencias temporales que presentan los datos en su adquisición, o problemas de precisión del DEM SRTM-GL1 derivado de factores como la variación en el relieve, pendientes elevadas y la vegetación, afectando las medidas del mismo, ya que este modelo de elevación digital presenta menor precisión en ventanas de estudios a pequeña escala con variaciones bruscas en el relieve.

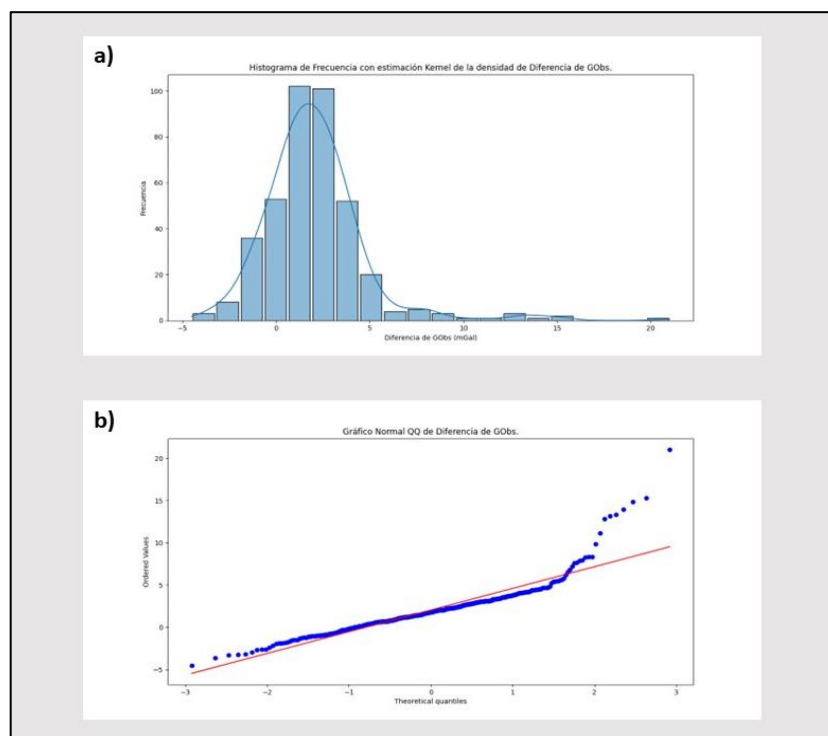




**Figura 4.16** Mapa de pendientes con las discrepancias entre las cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84 y las cotas del DEM SRTM-GL1 elipsoidal

### 4.3 ANÁLISIS DE REGRESIÓN Y MODELOS LINEALES

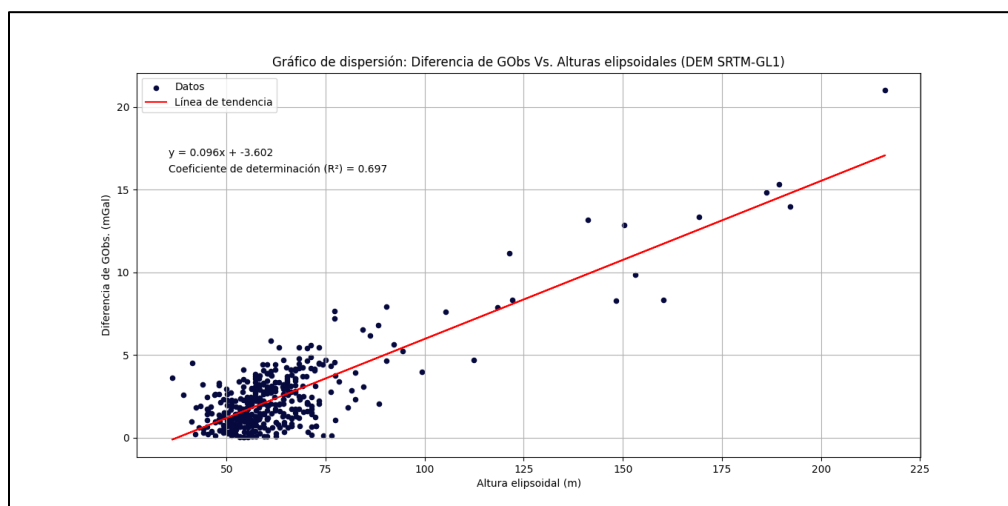
La evaluación de la causalidad de las diferencias entre los datos de gravedad observada se llevó a cabo inicialmente mediante el análisis del histograma y el gráfico Q-Q. En la Figura 4.17, se puede observar que el resultado de restar GObs. terrestre menos GObs satelital compensado por aire libre utilizando cotas del DEM SRTM-GL1 se aproxima a una distribución normal. Sin embargo, es importante destacar que estos valores no están centrados en cero, sino en 2.044 mGal, y presentan algunos valores extremos positivos, los cuales pueden verse en el gráfico Q-Q distorsionando el ajuste con la recta de distribución normal teórica, esto puede ser indicativo de que las diferencias de gravedad observada presentadas no son casuales ni aleatorias.



**Figura 4.17 Histograma de frecuencias y gráfico Q-Q para las diferencias de gravedad.**

Continuando con la metodología, se procedió a construir gráficos de dispersión con el fin de determinar y cuantificar la relación entre las características intrínsecas de los datos, como la ubicación geográfica, topografía y error de cotas del DEM SRTM-GL1 elipsoidal, y las diferencias entre los valores de gravedad observada. Para ello, se evaluó la diferencia entre valores de gravedad observada (GObs. terrestre menos GObs. satelital teniendo en cuenta los valores de cota del DEM SRTM-GL1 elipsoidal). Estos gráficos permitieron visualizar y analizar la relación entre estas variables identificando posibles patrones o correlaciones.

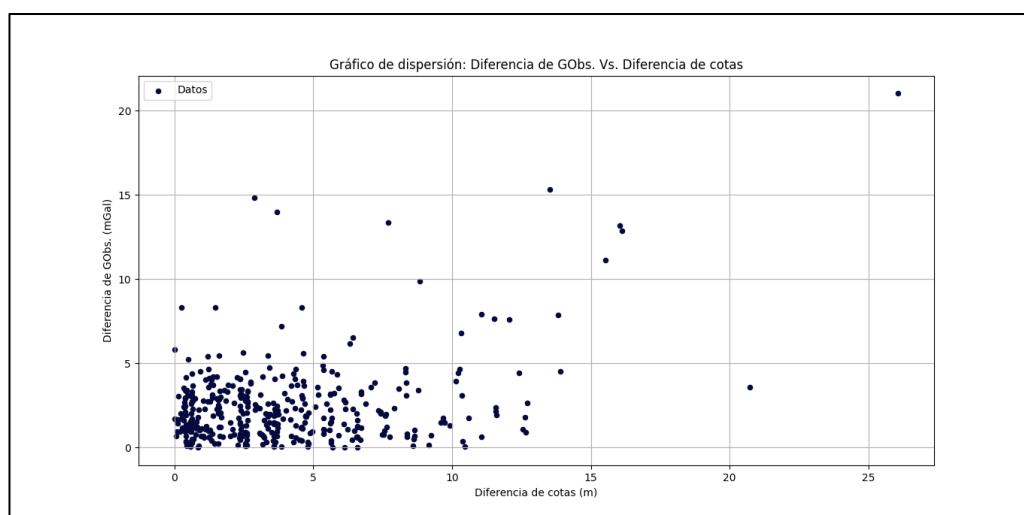
La figura 4.18 muestra la relación entre los valores de alturas elipsoidales del DEM SRTM-GL1 elipsoidal y las diferencias entre los valores de gravedad observada. El coeficiente de correlación entre ambas variables calculado posee un valor de 0.84, indicando que ambas variables poseen una relación positiva y significativa. En el gráfico, se puede apreciar que, a partir de una altura de 75 metros, el valor de la diferencia de gravedad en las estaciones experimenta un aumento superior a 5 mGal.



**Figura 4.18 Gráfico de dispersión: diferencia de GObs. Vs. Alturas elipsoidales (DEM SRTM-GL1)**

La principal hipótesis que se plantea, partiendo de las observaciones anteriores y el estudio realizado, es que los atípicos de gravedad pueden estar relacionados principalmente a los errores de cotas, los cuales afectan a los valores del modelo EIGEN-6C4 compensados por aire libre a través de las cotas del DEM SRTM-GL1 elipsoidal.

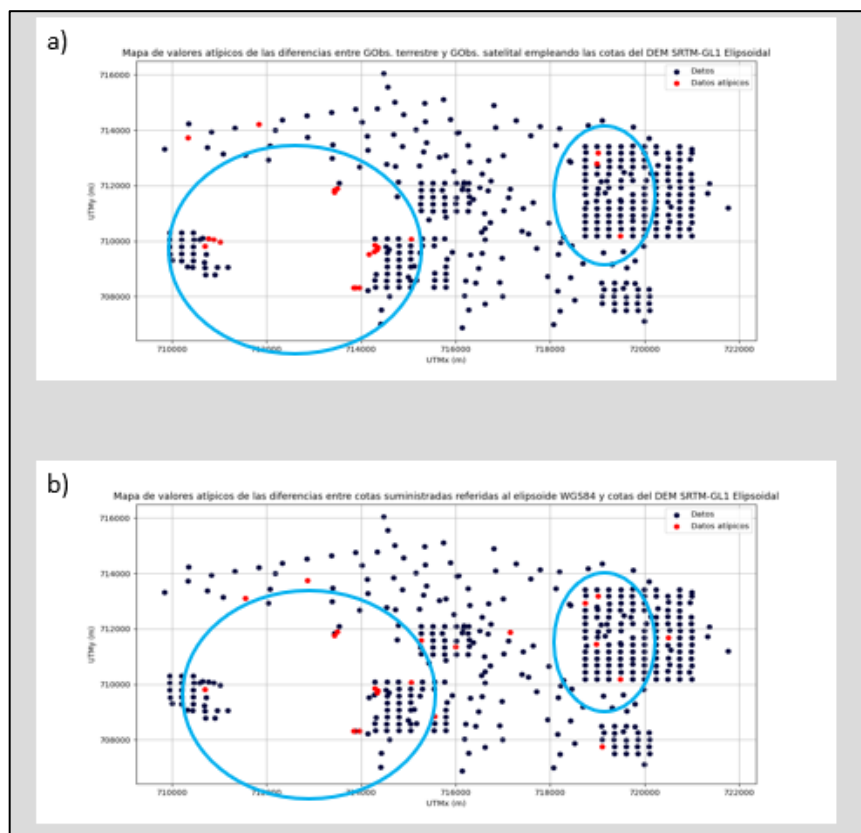
La figura 4.19 muestra la relación entre las diferencias de los valores de cota y las diferencias entre los valores de gravedad observada. El coeficiente de correlación entre ambas variables calculado posee un valor de 0.36, indicando que aproximadamente el 13% de las diferencias entre los valores de gravedad observada pueden ser explicadas por la diferencia de alturas.



**Figura 4.19 Gráfico de dispersión: diferencia de GObs. Vs. diferencia de cotas**

La figura 4.20a destaca las mayores discrepancias entre los datos de gravedad terrestre y los calculados con el modelo EIGEN-6C4 y compensados por aire libre con las cotas del DEM SRTM-GL1 elipsoidal. Por otro lado, la figura 4.20b destaca las mayores discrepancias entre los datos de cotas suministrados y referidos al elipsoide WGS84 y los valores de cotas provenientes del DEM SRTM-GL1 elipsoidal.

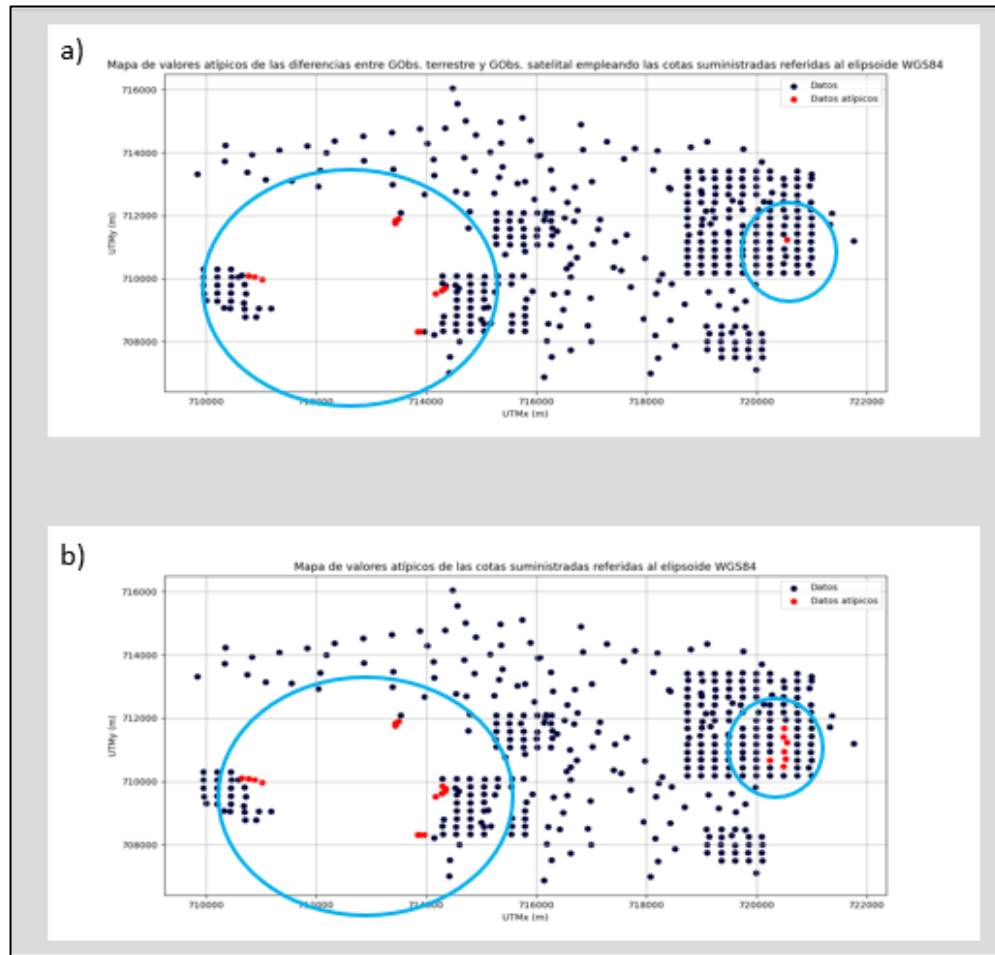
Al observar la figura 4.20a algunos de los datos con mayores diferencias de gravedad coinciden en ubicación con las mayores diferencias de cotas. Esto puede suceder por la influencia de la cota SRTM-GL1 elipsoidal errada que afecta el valor de compensación por aire libre de la gravedad del modelo EIGEN-6C4. Es decir, el error proveniente del uso del DEM SRTM-GL1 elipsoidal produce discrepancias puntuales importantes con el modelo EIGEN-6C4, generando valores atípicos en el mapa de diferencias de gravedad. La coincidencia espacial de los valores atípicos en las figuras 4.20a y 4.20b constituye una evidencia que respalda la hipótesis de partida.



**Figura 4.20 a) Mapa de valores atípicos de las diferencias entre GObs. terrestre y satelital (DEM SRTM-GL1 elipsoidal); b) Mapa de valores atípicos de las diferencias entre cotas suministradas y cotas del DEM SRTM-GL1**

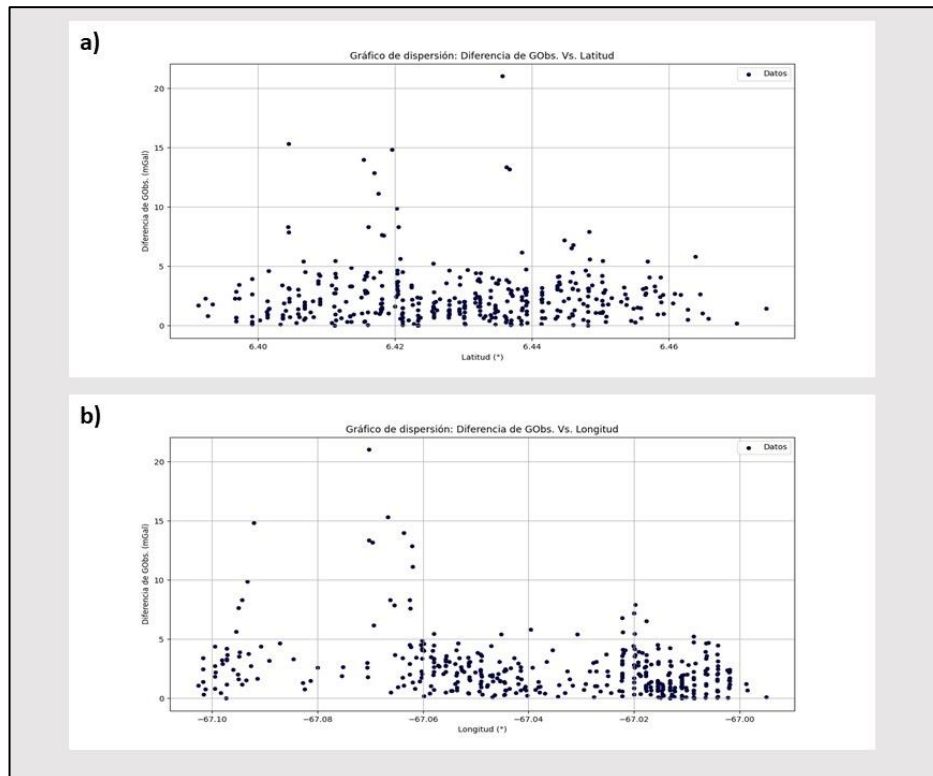
Nótese que algunos datos atípicos en la figura a y b (encerrados en un círculo azul) se corresponden en ubicación

También, se planteó la evaluación de las diferencias de gravedad, pero teniendo en cuenta las cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84 para el modelo EIGEN-6C4. La figura 4.21a muestra las mayores discrepancias entre los valores de gravedad terrestre y los valores de gravedad satelital. En esta se puede observar que, los datos atípicos se concentran donde el error de las cotas puntuales puede ser aún mayor (figura 4.21b); es decir en las lomas.



**Figura 4.21 a) Mapa de valores atípicos de las diferencias entre GObs. terrestre y satelital (cotas suministradas referidas al elipsoide WGS84); b) Mapa de valores atípicos de las cotas suministradas**

Con respecto a la ubicación geográfica de los datos de gravedad, tanto la figura 4.22a (variación respecto a la latitud) como la figura 4.22b (variación respecto a la longitud) no muestran una relación relevante, pudiendo ser esto una respuesta al tamaño reducido de la ventana de estudio, sin obtener variaciones significativas con respecto al factor geográfico del dato.



**Figura 4.22 a) Diferencia de GObs. Vs. Latitud; b) Diferencia de GObs. Vs. Longitud**

Posteriormente, se planteó un modelo lineal en función de la diferencia de alturas en valor absoluto. La diferencia de cotas y el intercepto tienen una alta significancia estadística dentro del modelo (tabla 4.4).

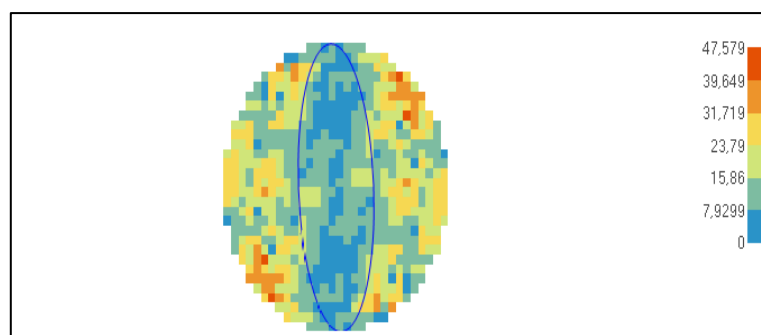
**Tabla 4.4 Resumen de los valores del modelo lineal planteado para diferencias de GObs.**

$R^2$	0.131	<i>Estimado</i>	<i>Desv. Est.</i>	<i>Valor t</i>	<i>Pr(&gt; t )</i>
<i>Error</i>					
<i>Coefficientes</i>	<i>Intercepto</i>	1.4908	0.169	8.809	0
	<i>Dif. de cotas</i>	0.2468	0.032	7.695	0
<i>Residuales</i>	<i>Min</i>	<i>IQ</i>	<i>Mediana</i>	<i>3Q</i>	<i>Max</i>
	-4.006	-1.399	-0.317	0.968	13.100

En resumen, los resultados anteriores indican que parte de las diferencias entre los datos de tierra y de satélite se deben a las diferencias geomorfológicas presentadas en la zona de estudio y a los errores provenientes de las cotas del DEM SRTM-GL1 elipsoidal.

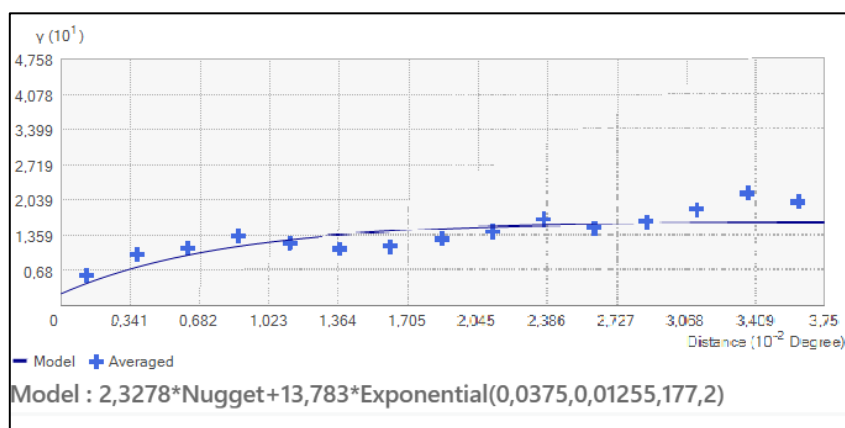
#### 4.4 GEOESTADÍSTICA: KRIGING

La etapa antecedente al kriging, correspondió a la creación del mapa de variograma para establecer las tendencias preferenciales de continuidad. Para el conjunto de datos gravimétricos terrestres el cutoff o distancia máxima de alcance empleada fue de  $0.037^\circ$  (equivalente a 4162,5 m) y el lag size igual a  $0.0025^\circ$  (277 m). La dirección de máxima continuidad corresponde a  $177.2^\circ$  y la mínima de  $87.2^\circ$ , con una tolerancia angular de  $22.5^\circ$  (figura 4.23).



**Figura 4.23** Mapa de variograma para el conjunto de datos gravimétricos terrestres

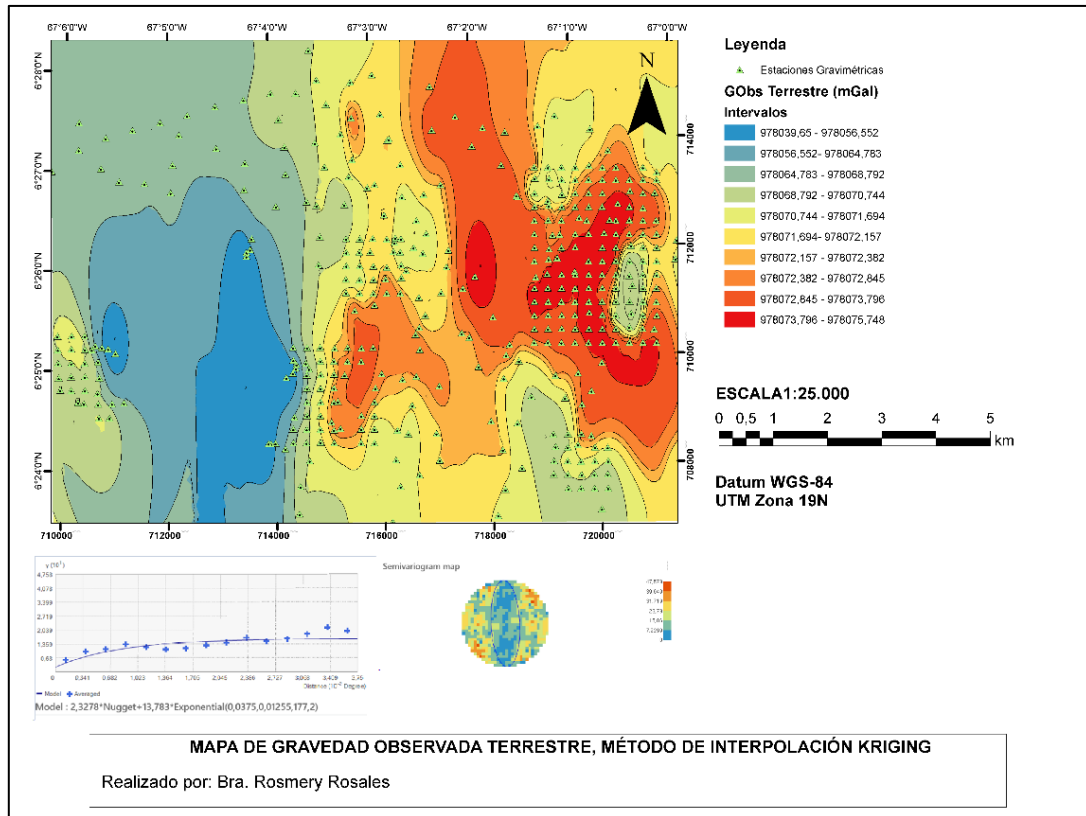
El semivariograma experimental construido en la tendencia de máxima continuidad observada fue ajustado empleando un modelo exponencial, cuyos parámetros de ajustes fueron: sill=13.783; nugget: 2.3278 y rango= $0.01255^\circ$  (figura 4.24).



**Figura 4.24** Modelo de semivariograma autorizado ajustado para dirección de máxima continuidad

Una vez obtenida la variografía, se procedió a la estimación por kriging. La figura 4.25 corresponde al mapa final, producto de la predicción hecha por el kriging para el conjunto de

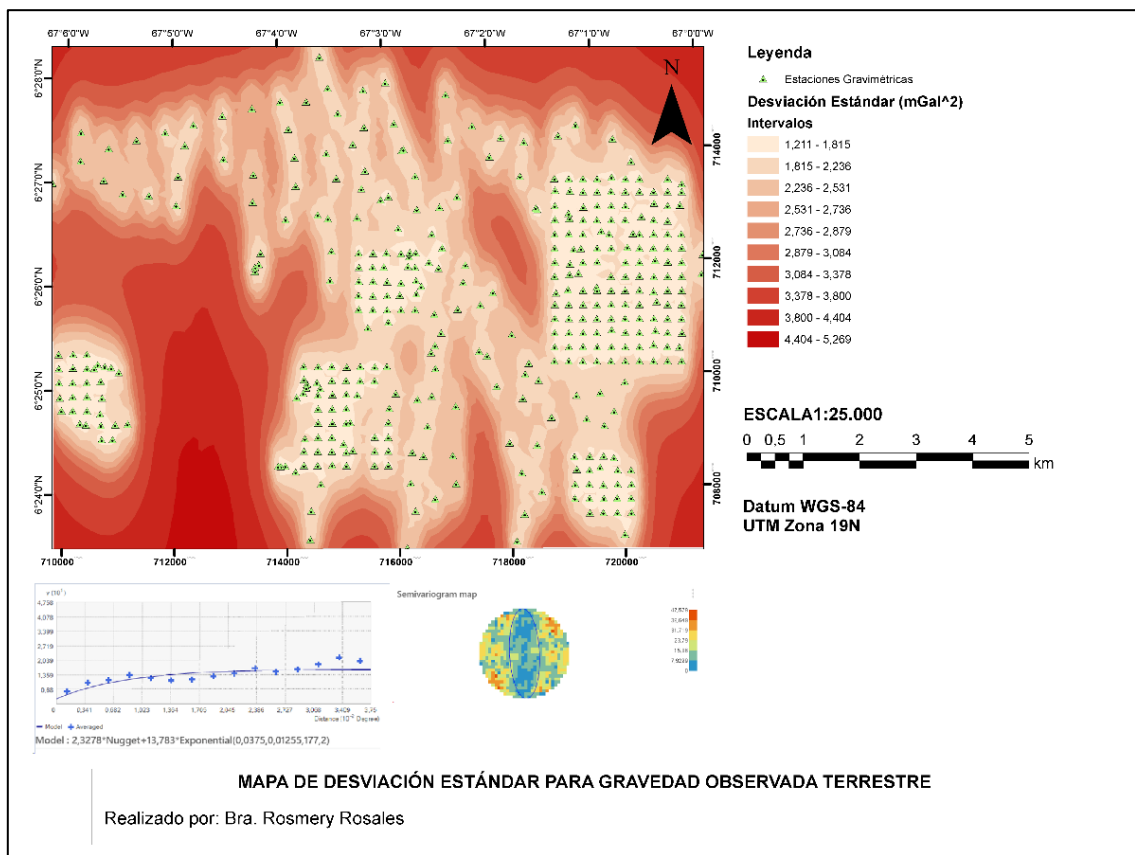
datos de GObs. terrestre. Es notable ver que presenta en general suaves tendencias y muy poca presencia de ruido, dado que las ecuaciones de kriging minimizan la varianza de las estimaciones.



**Figura 4.25** Mapa de GObs. Terrestre estimado a partir del método kriging

La figura 4.26 muestra el mapa de desviación estándar asociado a las estimaciones realizadas por el método kriging, al cual se le han añadido las localizaciones de los datos. Los menores valores de desviación estándar se concentran alrededor de los sitios donde se ubican los datos y los mayores valores en aquellas zonas donde hay carencia de ellos. La zona suroccidental asociada al cerro La Mina presenta las mayores variaciones de gravedad observada, con un rango de valores de desviación estándar que van desde los  $3 \text{ mGal}^2$  hasta los  $5 \text{ mGal}^2$ .



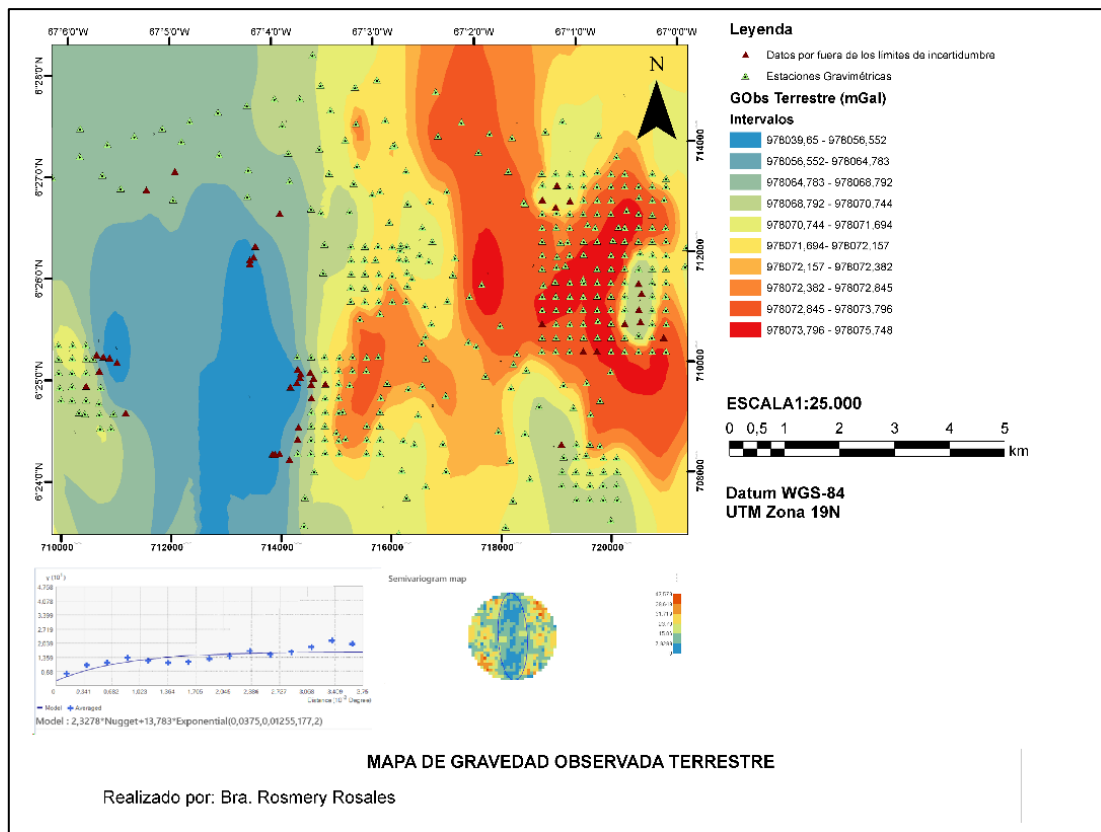


**Figura 4.26 Mapa de Desviación Estándar estimado a partir de kriging para GObs. terrestre**

A partir de los valores puntuales de desviación estándar generados por el kriging, se calcularon las superficies asociadas a los intervalos de confianza alrededor de los valores estimados para los datos de tierra (incertidumbre permitida), usando la fórmula  $\mu \pm n\sigma$ , para un intervalo del 95%. La finalidad de esta prueba era comprobar que las mediciones de GObs. satelital se encontraban dentro de dicho intervalo permitido.

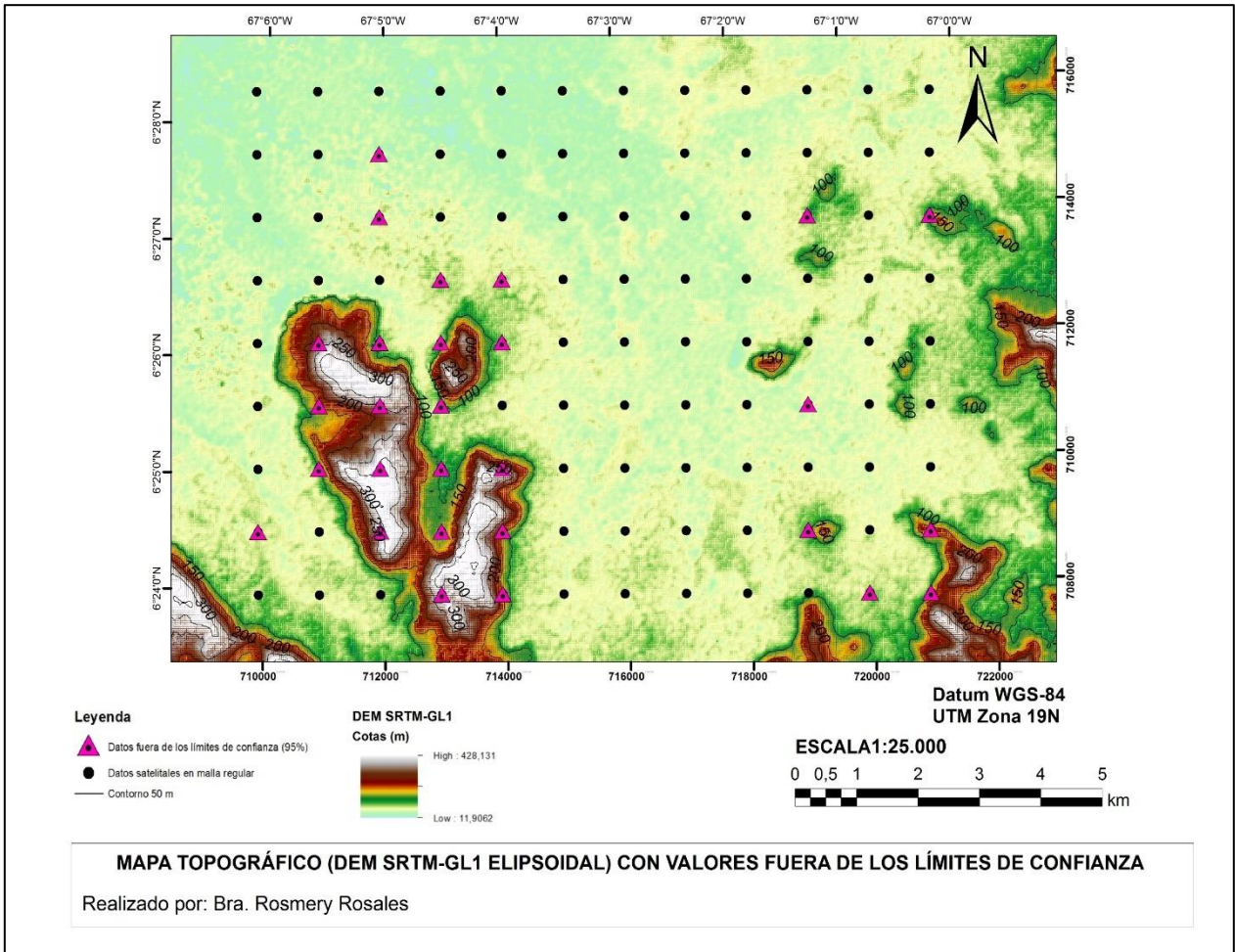
Los cálculos indican que 352 estaciones de gravedad satelital, lo que en porcentaje corresponde a un 88.88% de los datos, cumplen con esa condición y las restantes 44 estaciones se encuentran fuera del intervalo permitido. El 11.11% de los datos que están fuera del intervalo de confianza establecido fueron graficados para conocer su ubicación geográfica y estimar el origen de estas diferencias puntuales, aunque ya a lo largo de todo el estudio se ha establecido que la principal causa de las diferencias entre los datos de gravedad observada satelital y terrestres está asociada con las variaciones geomorfológicas de la zona de estudio y los errores provenientes del DEM SRTM-GL1 elipsoidal. La figura 4.27 muestra los datos fuera del intervalo de confianza

(triángulos rojos) sobre el mapa de gravedad observada terrestre. Una característica común entre las estaciones que conforman este 11.11% es que sus valores de cotas elipsoidales sobrepasan los 70 m y los valores de las pendientes los 20°.



**Figura 4.27 Ubicación de los datos de GObs. Satelital fuera de los límites de confianza**

Se realizó de igual forma el cálculo de las superficies asociadas a los límites de confianza (95%) para el conjunto de datos gravimétricos calculados por el modelo EIGEN-6C4 y compensados por aire libre a partir de las cotas del DEM SRTM-GL1 elipsoidal en un mallado regular, con separación entre estaciones de 1 km, partiendo igualmente de los valores puntuales de desviación estándar generados por el kriging para los datos de gravedad terrestre. En la figura 4.28 se observa que el 74% de las estaciones satelitales se admiten dentro de los límites de confianza. No obstante, el 26% restante no cumplen con estas condiciones. Las estaciones (triángulos de color fucsia) ubicadas específicamente en el cerro La Mina distan considerablemente de los límites de confianzas establecidos.



**Figura 4.28** Ubicación de los datos de GObs. Satelital en un mallado regular, con separación entre estaciones de 1 km con los datos fuera de los límites de confianza

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La comparación entre los datos gravimétricos terrestres y los datos gravimétricos satelitales del modelo EIGEN-6C4 permitió delimitar las siguientes conclusiones y recomendaciones:

- Las semejanzas entre los datos gravimétricos terrestres y derivados de modelos combinados con datos satelitales desde el punto de vista estadístico y espacial, permitieron validar los datos del modelo EIGEN-6C4 como equivalentes a los terrestres en un sector del Municipio Cedeño, estado Bolívar, al evidenciarse notables coincidencias entre ellos y encontrarse entre los límites de incertidumbre permitidos en más de un 80% de los casos. Esto destaca la importancia de la semejanza entre datos gravimétricos satelitales y terrestres, siempre que sean utilizados para estudios regionales y de reconocimiento.
- Del análisis estadístico descriptivo detallado se obtuvo que los datos de gravedad satelital basados en los valores de altitud del DEM SRTM-GL1 elipsoidal y los datos de gravedad terrestres poseen una relación positiva lineal y un coeficiente de correlación de 0.949. Ambos conjuntos de datos poseen distribuciones similares y se encuentran sesgados hacia la izquierda. Los diagramas de caja y bigotes suponen la normalidad en la zona de planicie y los valores atípicos corresponden a los menores valores de gravedad observada, ubicados en las zonas de lomerío.
- Las mayores discrepancias entre el conjunto de datos de gravedad terrestre y el conjunto de datos gravimétricos satelitales se observan en el cerro La Mina, al suroccidente de la zona de estudio. Las diferencias entre los valores de gravedad en esta área sobrepasan los 10 mGal.
- Con respecto a las posibles causas que generan las diferencias entre los datos gravimétricos terrestres y los satelitales se manejaron diversas hipótesis, la principal y la que se sostiene es que los datos erróneos están ligados principalmente a los errores de cota del DEM SRTM-GL1, los cuales afectan a los valores del modelo combinado EIGEN-6C4 compensados por aire libre.
- En el presente trabajo, el factor geográfico de los datos (latitud y longitud) no representaron una posible causa de error, esto puede deberse al tamaño reducido de la ventana de estudio, sin obtener variaciones significativas con respecto a este factor.

- La geoestadística fue una herramienta esencial para la validación de los datos gravimétricos del modelo combinado EIGEN-6C4. Dado que con la geoestadística fue posible obtener los valores de desviación estándar con respecto a los datos de gravedad terrestre en la zona de estudio y establecer los límites de confianza del 95%.
- La zona con mayor desviación estándar ( $3-5 \text{ mGal}^2$ ) es el área suroccidental. En particular, la zona suroccidental del área de estudio se caracteriza por presentar paisaje de lomerío alto y muy escarpado. Posee desniveles que varían entre 120 m y 190 m y topografía muy escarpada con pendientes superiores a  $60^\circ$ . Gran parte de las estaciones satelitales que están ubicadas en esta zona poseen valores de gravedad que distan considerablemente de los límites de incertidumbre establecidos.
- La geomorfología de la zona de estudio representa un factor importante que se debe tener en cuenta al momento de realizar un estudio gravimétrico. El modelo combinado EIGEN-6C4 en conjunto con los datos altimétricos, realiza estimaciones válidas del valor de gravedad en la superficie terrestre donde la geomorfología no es compleja. No obstante, en zonas cuyas elevaciones altimétricas sobrepasen los 75 m y los valores de pendiente sean mayores a  $20^\circ$ , el valor de gravedad puede ser subestimado, lo que implica una alta probabilidad de obtener un dato erróneo, y de realizar interpretaciones falsas en trabajos donde se emplee la gravimetría satelital.
- Para realizar una comparación más detallada, se sugiere contar con datos topográficos más precisos. La precisión de los datos topográficos desempeña un papel crucial en la comprensión y análisis de las relaciones entre los conjuntos de datos. Al utilizar datos más precisos, se obtendrá una mayor exactitud en las mediciones y se podrán identificar patrones más sutiles en las diferencias obtenidas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, F. (2006). *El Modelo Digital de Elevaciones (MDE)*. Universidad de Murcia. Recuperado el 01 de junio de 2023, de <https://www.um.es/geograf/sigmur/temariohtml/node49.html>
- Ambrosio, R. (2007). *Geoestadística: Una herramienta para la interpretación de datos geocientíficos*. IX Congreso Geológico Venezolano. Caracas.
- Barthelmes, F. (2009). *Definition of functional of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models*. Alemania: Scientific Technical Report STR09/02. GFZ German Research Centre for Geosciences.
- Burrough, P. y McDonnell, R. (1998). *Principles of Geographical Information Systems*. Oxford University Press, New York.
- Castaing, C. y Debleglia, N. (1992). *A new method for combining gravimetric and geological data*. *Tectonophysics*, Vol. 204: 151-162. [https://doi.org/10.1016/0040-1951\(92\)90276-C](https://doi.org/10.1016/0040-1951(92)90276-C)
- Chauvet, P. (1994). *Aide-Memoire de Géostatistique Minière*. École des Mines de Paris, 210p.
- Chelotti, L., Acosta, N., y Foster, M. (2009). *Prospección Gravimétrica*. Cátedra de Geofísica Aplicada, U.N.P.S.J.B., Chubut, Argentina.
- Condal, A., Morgado, A., y González, M. (2021). *Geoestadística en el ámbito de las ciencias de la Tierra*. Universidad Tecnológica Metropolitana, Santiago de Chile.

- Díaz, M. (2002). *Geoestadística Aplicada*. Instituto de Geofísica de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) e Instituto de Geofísica y Astronomía, CITMA, Cuba.
- Farr, T., Rose, P., Caro, E., Crippen, R., Duren, R., Hensley, S., Kobrick, M., Paller, M., Rodríguez, E., Roth, L., Seal, D., Shaffer, S., Shimada, J., Umland, J., Werner, M., Oskin, M., Burbank, D., & Alsdorf, D. (2007). *The Shuttle Radar Topography Mission*. *Rev. Geophys.*, 45, RG2004, p 21- 22, <https://doi.org/10.1029/2005RG000183>
- Felicísimo, A. (1994). *Modelos Digitales del Terreno*. Oviedo (España): Pentalfa. ISBN:84-7848-475-2
- Ferrero, R. (2020). *¿Qué es la correlación estadística y cómo interpretarla?* Máxima Formación. <https://www.maximaformacion.es/blog-dat/que-es-la-correlacion-estadistica-y-como-interpretarla/>
- Förste, Ch., Bruinsma, S., Abrikosov, O., Lemoine, J., Schaller, T., Götze, H., Ebbing, J., Marty, J., Flechtner, F., Balmino, G., y Biancale., R. (2014). *EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse*. GFZ Data Services. <https://doi.org/10.5880/icgem.2015.1>
- Garzón, Y. (2010). *Validación de datos gravimétricos satelitales a partir de un análisis geoestadístico comparativo con datos gravimétricos de adquisición terrestre*. Trabajo Especial de Grado. Departamento de Geofísica. Escuela de Geología, Minas y Geofísica. Facultad de Ingeniería. Universidad Central de Venezuela, Caracas.
- Geosoft (2006). *Montaj Gravity & Terrain Correction*. Toronto: Geosoft Inc.
- Geosoft (2014). *Oasis Montaj Gridding*. Tutorial. Canadá. p. 1-5.

- Giraldo R. (2002). *Introducción a la Geoestadística Teoría y Aplicación*. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- Hammer, S. (1939). *Terrain corrections for gravimeter surveys*. *Geophysics* 9: 184-194.
- Hinze, W., C. Aiken, J. Brozena, B. Coakley, D. Dater, G. Flanagan, R. Forsberg, T. Hildenbrand, G. Randy Keller, J. Kellogg, R. Kucks, X. Li, A. Mainville, R. Morin, M. Pilkington, D. Plouff, D. Ravat, D. Roman, J. Urrutia-Fucugauchi, M. Véronneau, M. Webring y D. Winester. (2005). *New standards for reducing gravity data: The North American gravity database*. *Geophysics* 70(4): J25-J32.
- Ince, E., Barthelmes, F., Reißland, S., Elger, K., Förste, C., Flechtner, F., Schuh, H. (2019). *ICGEM – 15 years of successful collection and distribution of global gravitational models, associated services and future plans*. *Earth System Science Data*, 11, pp. 647-674. <http://doi.org/10.5194/essd-11-647-2019>.
- Kane, M. (1962). *A comprehensive system of terrain corrections using a digital computer*. *Geophysics* 27: 455-462.
- Kutner, M., Nachtsheim, C., Neter, J., y Li, W. (2004). *Applied Linear Statistical Models*. McGraw-Hill, 5th ed.
- LaFehr, T. (1991). *An exact solution for the gravity curvature (Bullard B) correction*. *Geophysics*, 56, 1179–1184p.
- Li, X., & Gotze, H. (2001). *Tutorial: Ellipsoid, Geoid, Gravity, Geodesy and Geophysics*. *Geophysics*, 66, 1660–1668.
- Linares, F., Arráiz, D., y Orihuela, N. (2015). *Mapa de anomalías de Bouguer de Venezuela derivado del modelo combinado EIGEN-6C4*. European Association of



Geoscientists & Engineers, Geociencias Aplicadas Latinoamericanas, 2015, 2.  
<http://doi.org/10.3997/2352-8281.20150006>

Lowrie, W. (2007). *Fundamentals of Geophysics (Second edition)*. Cambridge University Press: New York. p. 43-118.

Lucero, C. (2018). *Geoestadística*. Universidad Tecnológica de la Mixteca.

Martín, A., Anquela, A., Padín, J., & Berné, J. (2005). *Análisis y perspectivas sobre la determinación del campo gravitatorio terrestre a partir de las misiones por satélite CHAMP, GRACE y GOCE*. Valencia, España. Universidad Politécnica de Valencia.

Mather, R. (1978). *The role of the geoid in four-dimensional geodesy*. Marine Geodesy 1: 217-252.

Maximiano, C. (2007). *Teoría Geoestadística Aplicada al Análisis de la Variabilidad Espacial Arqueológica Intra-Site*. Universidad Autónoma de Barcelona.

Mendoza, J. (2012). *La georreferenciación y la cartografía dentro de un SIG*. Universidad Nacional Autónoma de México

Montgomery, D., Peck, E., y Vining, G. (2012). *Introduction to Linear Regression Analysis*. Wiley

Moreno, J. (2009). *Introducción a la Geoestadística y su Aplicación*. Universidad Autónoma Chapingo.

Moritz, H. (1980). *Geodetic Reference System 1980*. Journal of Geodesy, 54, 395–405.

Nagy, D. (1966). *The gravitational attraction of a right rectangular prism*. Geophysics 31: 362-371.

NASA Shuttle Radar Topography Mission (SRTM). (2013). *Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) Global*. Distributed by OpenTopography. <https://doi.org/10.5069/G9445JDF>. Accessed: 2023-07-31

Nibighiam, M., Grauch, A., Hansen, V., Lafehr, R., LI, T., Pearson, T., Peirce, W., Phillips, J & Michal R. (2005). *Historical development of the gravity method in exploration*. *Geophysics*, vol. 70, N°. 6; p 63–89, 10.1190/1.2133785.

Orihuela, N. (2014). *Historia de la gravimetría en Venezuela*. GEOS 46, UCV.

Parasnis, D. (1996). *Principles of Applied Geophysics (Fifth Edition)*. Chapman & Hall, London, 456 pp.

Rapp, R. (1995). *A World vertical datum proposal*. *Allg. Verm. Nachr.* 102: 297-304.

Rodríguez, V. (2005). *Estudios sobre geoides terrestres y marinos*. España: Universidad Complutense de Madrid, p 11.

Sánchez, A. (2018). *ANÁLISIS GRAVIMÉTRICO Y FLEXURAL EN LA CUENCA DE VENEZUELA*. Trabajo Especial de Grado. Departamento de Geofísica. Escuela de Geología, Minas y Geofísica. Facultad de Ingeniería. Universidad Central de Venezuela, Caracas.

Satge, F., Denezine, M., Pillco, R., Timouk, F., Pinel, S., Molina, J., Garnier, J., Seyler, F., & Bonnet, M. (2016). *Absolute and relative height-pixel accuracy of SRTM-GL1 over the South American Andean Plateau*. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, vol 121, pp 157-166. <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2016.09.003>

Somigliana, C. (1930). *Geofísica - Sul campo gravitazionale esterno del geoide ellissoidico*. *Atti Reale Acad Naz Lin Rendi* 6: 237-243.

Telford, W., Geldart L., y Sheriff, R. (1990). *Applied Geophysics Cambridge University Pres.* Gran Bretaña. Tercera Edición.

The European Space Agency. (2013). *La misión GOCE llega a su fin.* Recuperado el 10 de abril de 2023, de [https://www.esa.int/Space\\_in\\_Member\\_States/Spain/La\\_mision\\_GOCE\\_llega\\_a\\_s\\_u\\_fin#:~:text=Desde%20su%20lanzamiento%20en%202009,ha%20estado%20orbitando%20la%20Tierra.](https://www.esa.int/Space_in_Member_States/Spain/La_mision_GOCE_llega_a_s_u_fin#:~:text=Desde%20su%20lanzamiento%20en%202009,ha%20estado%20orbitando%20la%20Tierra.)

Torge, W. (1989). *Gravimetry.* Walter de Gruyter, Berlin.

Valverde, J. (2014). *Geodesia Física y Geofísica.* Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia. Universidad Nacional Heredia, Costa Rica.

Varouchakis, E. y Hristopulos, D. (2013). *Comparison of stochastic and deterministic methods for mapping groundwater level spatial variability in sparsely monitored basins.* Environ Monit Assess, Vol. 185: p. 1-19.

Walpole, R., Myers, R., Myers, S., y Ye, K. (2012). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias.* (9.<sup>a</sup>ed). Pearson Education.