

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA



**CODIFICACIÓN DE SECUENCIAS VIBRATORIAS USANDO
FRECUENCIAS FUNDAMENTALES DISCRETAS PARA LA
OPTIMIZACIÓN DE LA ADQUISICIÓN SÍSMICA CON FUENTES
SIMULTÁNEAS**

Trabajo Especial de Grado presentado por
Sena D'Anna Felipe Antonino
ante la Facultad de Ciencias de la
Ilustre Universidad Central de Venezuela
como requisito parcial para optar al título
de: **Licenciado en Física**
Con la tutoría de: Prof. Esteban Alvarez

Abril-2018

Caracas-Venezuela

Escuela de Física

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA



**CODIFICACIÓN DE SECUENCIAS VIBRATORIAS USANDO
FRECUENCIAS FUNDAMENTALES DISCRETAS PARA LA
OPTIMIZACIÓN DE LA ADQUISICIÓN SÍSMICA CON FUENTES
SIMULTÁNEAS**

Trabajo Especial de Grado presentado por
Sena D'Anna Felipe Antonino
ante la Facultad de Ciencias de la
Ilustre Universidad Central de Venezuela
como requisito parcial para optar al título
de: **Licenciado en Física**
Con la tutoría de: Prof. Esteban Alvarez

Abril-2018
Caracas-Venezuela



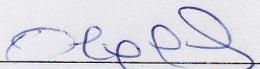
VEREDICTO

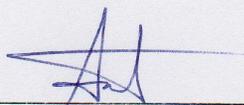
Quienes suscriben, miembros del Jurado designado por el Consejo de la Escuela de Física de la Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Venezuela, para examinar el Trabajo Especial de Grado presentado por **Felippe Antonino Sena D'Anna**, Cédula de Identidad **V-8682993**, bajo el título **“Codificación de secuencias vibratorias usando frecuencias fundamentales discretas para la optimización de la adquisición sísmica con fuentes simultáneas”**, a los fines de cumplir con el requisito legal para optar al grado de **Licenciado en Física**, dejan constancia de lo siguiente:

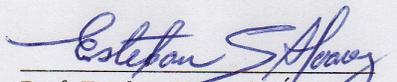
1. Leído como fue dicho trabajo por cada uno de los miembros del Jurado, éste fijó el día 22 de mayo de 2018, a las 2:00 pm, para que el autor lo defendiera en forma pública, lo que éste hizo en la Sala de Seminarios Guillermo Ruggeri de la Escuela de Física, mediante un resumen oral de su contenido, luego de lo cual respondió satisfactoriamente a las preguntas que le fueron formuladas por el jurado; todo ello conforme a los artículos 20, 21, 22, 25, 26 y 28 de la Normativa de Trabajo Especial de Grado de la Licenciatura en Física de la Facultad de Ciencias de la UCV vigente.
2. Finalizada la defensa pública del trabajo, el jurado decidió declararlo aprobado por considerar que se ajusta a lo dispuesto y exigido en la Normativa de Trabajo Especial de Grado de la Licenciatura en Física de la Facultad de Ciencias de la UCV vigente en sus artículos 1, 5 y 6.

Se levanta la presente acta a los 22 días del mes de mayo de 2018, dejándose también constancia de que, conforme a la normativa jurídica vigente, actuó como coordinador del jurado el tutor del Trabajo Especial de Grado Prof. Esteban Segundo Álvarez .

Firma del jurado evaluador


Prof. Aly Rafael Pérez Pérez
UCV


Prof Fermín Arturo Dalmagro
Alonso
UCV


Prof. Esteban Segundo Álvarez
UCV



Dedicatoria

Dedico este trabajo a la memoria de mi padre Salvatore Sena, a mi madre Maria D'Anna de Sena , a mis hermanos e hija:

Maria Sena D'anna

Arcangelo Sena D'anna

Armando Sena D'anna

Lucia Sena D'anna

Maria Kisbel Sena Mora

Agradecimiento

Es mi deseo agradecer:

- A mi tutor, el Dr. Esteban Álvarez por ayudarme y supervisarme durante la realización de este trabajo.
- De manera muy especial a mi Madre y hermanos, por su imprescindible y constante apoyo durante toda mi carrera, y en la realización de este trabajo.
- A mis hijos y cónyuge por apoyarme siempre de manera incondicional.
- A todas las personas y amigos que me han brindado su apoyo para la realización de este trabajo.
- Infinitamente a DIOS por haberme permitido llegar hasta aquí y realizar este trabajo.

RESUMEN

El uso de fuentes simultaneas es la forma más atractiva o eficiente para reducir el tiempo y costos operativos en la adquisición sísmica, por tal razón, en este trabajo, se desarrolla y sobre la base de nuestro conocimiento se propone un novedoso método de codificación de paquetes de onda o vibración, basado en el uso de frecuencias discretas (múltiplos de una frecuencia fundamental) para tratar de mejorar la ortogonalidad de la señal producida por las fuentes simultaneas, y por ende, mejorar su posterior separación. Adicionalmente, se propuso y desarrollo un algoritmo de optimización que permite obtener los tres paquetes de onda (de un conjunto dado) que son lo más ortogonales posible entre sí, y por ende, permiten obtener la mejor separación posible de la respuesta sísmica cuando se usa solo la distinción temporal de las fuentes (es decir, solamente se considera la forma de los paquetes de onda y no la diferencia que se produce en la respuesta sísmica debido a la distinta ubicación de las fuentes). La generalización de dicho algoritmo de optimización para obtener más de tres paquetes óptimos es también presentada y discutida. Los resultados obtenidos indican que la separación de la respuesta sísmica de fuentes simultaneas empleando paquetes codificados mediante frecuencias discretas, propuesto y desarrollado en este trabajo, es más adecuado que el método de codificación con pulsos pseudo-aleatorios, que es uno de los más empleados en la actualidad. Más aún, si las frecuencias discretas empleadas en la codificación de los paquetes son múltiplos primos de la frecuencia fundamental seleccionada, la separación de la respuesta sísmica con fuentes simultaneas presenta un mayor estado de resistencias con la aparición de armónicos que normalmente son generados debido a no linealidades en el comportamiento intrínseco del vibrador y su acoplamiento con el suelo.

Palabras clave: Sísmica, Codificación, Fuentes simultaneas

Índice general

Lista de figuras	13
Lista de tablas	21
1. Introducción	23
2. El problema	27
2.1. Planteamiento del problema	27
2.2. Justificación	27
2.3. Objetivos de la investigación	28
2.3.1. Objetivos generales	28
2.3.2. Objetivos específicos	28
3. Marco teórico	31
3.1. Antecedentes de la investigación	31
3.2. Fundamentos de sísmica	32
3.2.1. Ondas sísmicas	32
3.2.2. Medio elástico, y los tensores de esfuerzo y deformación	32
3.2.3. Ecuación de onda sísmica	36
3.2.4. Tipos de ondas	36
3.2.5. Otras definiciones y principios relacionados a la propagación de ondas	38
3.3. Método sísmico de reflexión	40
3.3.1. Vibradores	41
3.3.2. Introducción al procesamiento e interpretación de los datos sísmicos de reflexión	41
3.4. Distorsión de la secuencia vibratoria	45
3.5. Atenuación de las ondas sísmicas	46
3.6. Transformada de Fourier	48

3.6.1.	Ortogonalidad de las funciones seno y coseno	52
3.7.	Teorema de muestreo y “aliasing”	54
3.8.	Teorema de Parseval	55
3.9.	Convolución y sísmica	55
3.9.1.	Teorema de Convolución	56
3.10.	Deconvolución	57
3.11.	Correlación cruzada	57
3.12.	Expresión genérica de la respuesta debida a una fuente puntual	58
3.13.	Expresión genérica de la respuesta debida a una fuente distribuida no impulsiva (caso general)	59
3.14.	Procesamiento de datos adquiridos con vibradores	59
3.15.	Fuentes simultaneas y ruido de interferencia (“cross-talk noise”)	59
3.16.	Reducción del ruido de interferencia	60
4.	Metodología	63
4.1.	Escogencia de las frecuencias a utilizar en los paquetes de onda o vibración	64
4.2.	Métodos de combinación de las frecuencias escogidas para la construcción de los paquetes de onda o vibración	66
4.2.1.	Métodos de permutación simple y variaciones sin repetición	67
4.2.2.	Método de variaciones restringidas basadas en bandas de frecuencias	67
4.2.3.	Método de combinación pseudo-aleatoria de frecuencias	68
4.3.	Construcción de los paquetes de onda o vibración en función del tiempo . .	68
4.4.	Selección de los paquetes de onda más ortogonales posibles (optimización)	69
4.4.1.	Energía y amplitud máxima de la correlación cruzada entre dos paquetes de onda	70
4.4.2.	Matriz de medidas de energía y correlaciones cruzadas	70
4.4.3.	Método de optimización de paquetes: caso $M=2$	71
4.4.4.	Método de optimización de paquetes: caso $M=3$	71
4.4.5.	Método de optimización de paquetes: caso $M \geq 4$	72
4.5.	Paquetes de onda codificados mediante pulsos pseudo-aleatorios	73
4.6.	Simulación de grabaciones sísmicas con fuentes simultáneas	74
4.7.	Creación de modelos unidimensionales del subsuelo	74
4.8.	Simulación de la distorsión no lineal de los paquetes de onda	78
5.	Resultados y discusión	79
5.1.	Escogencia de las frecuencias a utilizar en los paquetes de onda o vibración	79
5.2.	Construcción de los paquetes de onda o vibración	79

5.3.	Construcción de los paquetes codificados mediante pulsos pseudo-aleatorios	81
5.4.	Paquetes de onda usando frecuencias discretas: variaciones ordinarias y restringidas por bandas de frecuencias	83
5.5.	Separación de fuentes simultáneas: comparación entre la codificación por combinación pseudo-aleatoria de frecuencias discretas vs. pulsos pseudo-aleatorios	91
5.5.1.	Paquetes de onda de frecuencias discretas	92
5.5.2.	Paquetes de onda de frecuencias discretas que son múltiplos primos de la frecuencia fundamental	105
5.5.3.	Paquetes de ondas codificados con pulsos pseudo-aleatorios	112
5.6.	Distorsión no lineal y su efecto en la separación de la señal sísmica con fuentes simultáneas	118
5.6.1.	Efecto de la no linealidad sobre las triadas óptimas codificadas con frecuencias discretas	124
5.6.2.	Efecto de la no linealidad sobre las triadas óptimas codificadas con frecuencias discretas múltiplos primos de la frecuencia fundamental	128
5.6.3.	Efecto de la no linealidad sobre las triadas óptimas codificadas mediante pulsos pseudo-aleatorios	130
6.	Conclusiones y sugerencias	133
A.	Interfaces de entrada y salida de las funciones generadas	137

Índice de figuras

2.1. Diseños de arreglos sísmicos en 3D : ladrillo triple, diagonal y muestreo de campo de onda completo (Tomado de [1], Pág. 22, figuras 4 y 5 respectivamente).	28
3.1. Comportamiento mecánico general de un medio sólido (Tomado de [2], fig. 3.2(a), pág. 123).	33
3.2. Visualización de la definición de las componentes del <i>stress</i> (Tomado de [2], fig. 3.3, pág. 123).	34
3.3. Deformaciones generadas en el material, debido a la aplicación de fuerzas. (Tomado de [3], fig. 2.1, pág. 36).	35
3.4. Desplazamiento de las partículas en el medio para cada tipo de ondas (Tomado de [3], fig. 1.2, pág. 6).	37
3.5. Ejemplo de conversión de las ondas sísmicas (en este caso una onda “P”) cuando inciden en una interface entre dos medios elásticos distintos, e ilustración de la ley de Snell que aplica a los rayos asociados (Tomado de [2], fig. 3.58, pág. 175).	39
3.6. a) prospección sísmica de reflexión terrestre. Tomado y modificado de: https://sismicidad.wikispaces.com/file/view/exploracion-2.jpg/343566964/exploracion-2.jpg y http://www.glossary.oilfield.slb.com/es/~media/PublicMedia/OGL98176-t.ashx . b) prospección sísmica de reflexión Marina. Tomado de: http://www.gea.com.uy/images/antecedentes/spectrum.jpg	41
3.7. Descripción del tiempo de viaje de la onda de reflexión sísmica en un medio simple (una sola capa en este caso), donde “v” es la velocidad de la onda sísmica en el medio, “h” es la profundidad del reflector, y “x” es la distancia horizontal (“offset”) entre la fuente sísmica y el receptor.	42
3.8. Ilustración del los conceptos de Punto Medio Común (CMP) y Punto común en profundidad (CDP).	42

3.9.	Agrupamiento de CDP antes (lado izquierdo) y después de aplicar la corrección NMO (lado derecho). Tomado de: http://sepwww.stanford.edu/sep/prof/bei/vela/Gif/stretch.gif	44
3.10.	Ejemplo de un análisis espectral de la fuerza aplicada por un vibrador durante un barrido lineal y ascendente desde 1,5 hasta 11,5 Hz, realizado con el propósito de analizar los armónicos generados. Nótese la aparición de armónicos importantes hasta al menos el quinto orden. La escala de colores está en dB. Extraído de [4].	46
3.11.	Ejemplo de resultados experimentales que muestran la atenuación de las ondas sísmicas en el subsuelo. Nótese la diferente escala asociada a la grafica de la señal de cada geófono (Tomado de [3], fig. 3.32, pág. 110).	47
4.1.	Diagrama de la metodología empleada en este trabajo para la generación y optimización de paquetes de ondas y el estudio de su efectividad para la separación de señales en la adquisición sísmica con fuentes Simultáneas. . .	63
4.2.	Grafica que corresponde a la figura 9 del artículo [5] . Sobre la cual se ha superpuesto la función de ajuste obtenida y empleada en este trabajo. . . .	75
4.3.	Función de ajuste para el perfil de velocidad de las ondas P en función de la profundidad obtenida de las curvas típicas reportadas por [5]. Según la fórmula de ajuste en el texto principal, pero con los valores convertidos a metros por segundos. Esta función de ajuste es empleada en este trabajo para construir modelos (perfiles) sintéticos del subsuelo.	76
4.4.	Figura 1 reportada por [5] mostrando la relación entre la velocidad de ondas P y la densidad en rocas de distintas litologías. La curva de ajuste es mostrada en líneas punteadas.	76
4.5.	Ejemplo de una secuencia impulsiva de reflexiones primarias (serie de reflectividad) calculada empleando las curvas de ajuste para valores típicos de velocidad de ondas P en función de la velocidad y la relación típica entre velocidad de ondas P y densidad (basados en los resultados reportados por [5]) y los algoritmos de construcción del modelo del subsuelo y de cálculo de la secuencia impulsiva de reflexiones primarias desarrolladas en este trabajo.	77
5.1.	(a) Función paquete de onda sin modular, (b) Función moduladora y (c) el paquete de onda o vibración resultante, el cual es continuo (y también posee su primera derivada continua) en todos sus puntos.	80
5.2.	Ejemplo de secuencia de pulsos pseudo-aleatorios.	81

5.3. (a) función de Ricker y (b) paquete de onda pseudo-aleatoria (convolución de la función de pulsos-pseudo-aleatorios con la función de Ricker).	81
5.4. (a) Espectro en frecuencia del paquete de onda pseudo-aleatorio y (b) Espectro en frecuencia de la función de Ricker.	82
5.5. (a) Secuencia de reflectividad; (b) paquete de onda V2.1; (c) paquete de onda V2.2; y (d) paquete de onda V2.3.	86
5.6. (a) Respuesta sísmica debido al paquete de onda V2.1; (b) respuesta sísmica debido al paquete de onda V2.2; y (c) respuesta sísmica debido al paquete de onda V2.3.	86
5.7. (a) Secuencia de reflectividad; (b) correlación cruzada del paquete V2.1 con la respuesta sísmica obtenida con dicho paquete; (c) correlación cruzada del paquete V2.2 con la respuesta sísmica obtenida con dicho paquete; y (d) correlación cruzada del paquete V2.3 con la respuesta sísmica obtenida con dicho paquete. Nótese que la secuencia de reflectividad no es distinguible en (b), (c) o (d); esto se debe al ancho de la auto-correlación de estos paquetes, lo cual se discute posteriormente.	87
5.8. Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes usando los paquetes de onda V2.1, V2.2 y V2.3 (superposición de las tres respuestas sísmicas)	88
5.9. (a) Serie de reflectividad. (b) correlación cruzada del paquete V2.1 con la respuesta sísmica de las fuentes simultaneas; (c) correlación cruzada del paquete V2.2 con la respuesta sísmica las fuentes simultaneas; y (d) correlación cruzada del paquete V2.3 con la respuesta sísmica de las fuentes simultaneas.	88
5.10. Auto correlación cruzada del paquete de onda V2.1.	89
5.11. Auto correlación cruzada del paquete de onda que es un barrido continuo de frecuencia (sweep) desde 2 hasta 100 Hz.	89
5.12. Auto correlación cruzada de un paquete compuesto de 28 frecuencias discretas seleccionado al azar.	90
5.13. (a) Serie de reflectividad, (b) Paquete de onda B1, (c) Paquete de onda B2 y (d) Paquete de onda B3. Una ampliación de una sección del paquete B1 es mostrada para hacer visible las oscilaciones de alta frecuencia presente en dicha sección; nótese la continuidad de la función y su primera derivada al pasar de un intervalo de oscilación con una frecuencia dada a otro intervalo de oscilación con distinta frecuencia.	94

5.14. (a) Respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda B1, (b) respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda B2 y (c) respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda B3.	95
5.15. (a) Serie de reflectividad, (b) correlación cruzada del paquete de onda B1 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda B1, (c) correlación cruzada del paquete de onda B2 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda B2 y (d) correlación cruzada del paquete de onda B3 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda B3.	96
5.16. Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes usando los paquetes de onda B1, B2 y B3 (superposición de las tres respuestas sísmicas).	97
5.17. (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) son la correlación cruzada de los paquetes de onda B1, B2 y B3, respectivamente, con la respuesta sísmica debida a la vibración simultánea de las tres fuentes (mostrada en la figura 5.16).	98
5.18. (a) serie de reflectividad, (b) paquete de onda C1, (c) paquete de onda C2 y (d) paquete de onda C3.	100
5.19. (a) Respuesta sísmica debido al paquete de onda C1, (b) respuesta sísmica debido al paquete de onda C2 y (c) respuesta sísmica debido al paquete de onda C3.	101
5.20. (a) Serie de reflectividad, (b) correlación cruzada del paquete de onda C1 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda C1, (c) correlación cruzada del paquete de onda C2 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda C2 y (d) correlación cruzada del paquete de onda C3 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda C3.	102
5.21. Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes usando los paquetes de onda C1, C2 y C3 (superposición de las tres respuestas sísmicas).	103
5.22. (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) son la correlación cruzada de los paquetes de onda C1, C2 y C3, respectivamente, con la respuesta sísmica debida a la vibración simultánea de las tres fuentes (mostrada en la figura 5.21).	104
5.23. (a) Serie de reflectividad, (b) paquete de onda D1, (c) paquete de onda D2 y (d) paquete de onda D3.	107

5.24. (a) Respuesta sísmica debido al paquete de onda D1, (b) respuesta sísmica debido al paquete de onda D2 y (c) respuesta sísmica debido al paquete de onda D3.	108
5.25. (a) Serie de reflectividad, (b) correlación cruzada del paquete de onda D1 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda D1, (c) correlación cruzada del paquete de onda D2 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda D2 y (d) correlación cruzada del paquete de onda D3 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda D3.	109
5.26. Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes usando los paquetes de onda D1, D2 y D3 (superposición de las tres respuestas sísmicas).	110
5.27. (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) son la correlación cruzada de los paquetes de onda D1, D2 y D3, respectivamente, con la respuesta sísmica debida a la vibración simultánea de las tres fuentes (mostrada en la figura 5.26).	111
5.28. (a) Serie de reflectividad, (b) paquete de onda E1, (c) paquete de onda E2 y (d) paquete de onda E3.	113
5.29. a) Respuesta sísmica debido al paquete de onda E1, (b) respuesta sísmica debido al paquete de onda E2 y (c) respuesta sísmica debido al paquete de onda E3	114
5.30. (a) Serie de reflectividad, (b) correlación cruzada del paquete de onda E1 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda E1, (c) correlación cruzada del paquete de onda E2 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda E2 y (d) correlación cruzada del paquete de onda E3 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda E3.	115
5.31. Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes usando los paquetes de onda E1, E2 y E3 (superposición de las tres respuestas sísmicas).	116
5.32. (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) son la correlación cruzada de los paquetes de onda E1, E2 y E3, respectivamente, con la respuesta sísmica debida a la vibración simultánea de las tres fuentes (mostrada en la figura 5.31).	117
5.33. (a) Función seno con frecuencia de 5 Hz en función del tiempo, (b) la función seno con frecuencia de 5 Hz con una distorsión no lineal de hasta tercer orden con coeficientes (α_2 y α_3) igual a uno para los términos no lineales.	119

5.34. Grafica de la amplitud espectral (en decibeles) de la función seno de frecuencia 5 Hz con distorsión no lineal hasta de tercer orden. La amplitud del seno y los valores de los coeficientes no lineales α_2 y α_3 fueron ajustados para que la amplitud de los picos a la frecuencia fundamental 5 Hz, primer armónico a 10 Hz ($2f_0$) y segundo armónico a 15 Hz ($3f_0$), coincidan con los valores extraídos de la figura 5(a) de [4] que se muestra (superpuesta) del lado derecho de la gráfica.	120
5.35. Amplitud espectral no normalizada de la función seno de frecuencia 5 Hz distorsionada individualmente por los términos no lineales de: (a) segundo orden, (b) tercer orden, y (c) cuarto orden. Todos los términos no lineales poseen un coeficiente igual a la unidad.	121
5.36. Amplitud espectral (en decibeles) de la función seno de frecuencia 5 Hz con distorsión no lineal de hasta cuarto orden, empleando los coeficientes α_2, α_3 y α_4 determinados en esta sección.	122
5.37. (a) función seno de frecuencia 5 Hz, (b) amplitud espectral de la función seno mostrada en (a), (c) función seno de frecuencia 5 Hz con distorsión no lineal de hasta cuarto orden, (d) amplitud espectral de la función seno distorsionada mostrada en (c).	123
5.38. (a) paquete de onda B.1 distorsionado no linealmente con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida, (b) Amplitud espectral del paquete de onda distorsionado mostrado en (a). La aparición de armónicos se observa claramente a frecuencias superiores a 100 Hz, donde es fácil identificarlas porque el paquete no distorsionado no posee componentes apreciables por encima de 100 Hz.	125
5.39. Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de los tres paquetes de onda B1 , B2 y B3 distorsionados con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida (superposición de las tres respuestas sísmicas). 126	126
5.40. (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) correlación cruzada del paquete B1, B2 y B3 respectivamente, con la respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes, cada una con los paquetes de onda B1 , B2 y B3 distorsionados no linealmente con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida.	127
5.41. Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de los tres paquetes de onda D1 , D2 y D3 distorsionados con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida (superposición de las tres respuestas sísmicas) 128	128

5.42. (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) correlación cruzada del paquete D1, D2 y D3 respectivamente, con la respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes, cada una con los paquetes de onda D1 , D2 y D3 distorsionados no linealmente con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida.	129
5.43. Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de los tres paquetes de onda E1 , E2 y E3 distorsionados con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida (superposición de las tres respuestas sísmicas).	130
5.44. (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) correlación cruzada del paquete E1, E2 y E3 respectivamente, con la respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes, cada una con los paquetes de onda E1 , E2 y E3 distorsionados no linealmente con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida.	131

Índice de tablas

5.1. Resultados de optimización de los paquetes generados mediante variaciones ordinarias y variaciones restringidas por bandas de frecuencia. El nombre designado a los paquetes es para referirlos en resultados posteriores.	84
5.2. Óptima triada obtenida para frecuencias discretas pseudo-aleatorias usando la medida de amplitud máxima de correlación cruzada.	93
5.3. Óptima triada obtenida para frecuencias discretas pseudo-aleatorias usando la medida de energía de correlación cruzada.	99
5.4. Óptima triada obtenida para frecuencias discretas múltiplos primos de la frecuencia fundamental y combinadas pseudo-aleatoriamente usando la medida de la amplitud máxima de correlación cruzada.	106
5.5. Óptima triada obtenida para los paquetes codificados por pulsos pseudo-aleatorios usando la medida de la amplitud máxima de correlación cruzada.	112



Capítulo 1

Introducción

En la actualidad, una de las principales tendencias en prospección sísmica es la de reducir el tiempo y costos operativos para la adquisición de los datos. En este sentido, los avances alcanzados se han logrado, en gran medida, gracias a la utilización de fuentes de vibración controlada, comúnmente llamadas “vibradores” o “Vibroseis” (nombre dado al primer dispositivo comercial), pues si se emplean varias fuentes vibratoras y el momento de actividad de las mismas ocurre al unísono (es decir, simultáneamente o en un tiempo muy cercano), esto permite reducir el tiempo de adquisición de los datos y, como consecuencia, gran parte de los costos operativos. Un grupo de diversos autores ([6] y [7]) presentan una revisión de distintas técnicas que han sido desarrolladas para la adquisición y procesamiento de datos sísmicos con fuentes simultaneas.

El principal problema que aparece en la utilización de fuentes vibratoras activadas simultáneamente (fuentes simultáneas) es que, en la traza sísmica (grabación de la respuesta detectada por los geófonos) se obtiene la superposición de las ondas sísmicas generadas por fuentes cercanas (entre ellas) y activadas simultáneamente. Como el procesamiento de los datos requiere la respuesta del subsuelo debida a cada una de las fuentes por separado, la señal de las otras fuentes (es decir, que no pertenece a la fuente de interés), se denomina “ruido de interferencia” y en dicho caso se requiere la separación de la traza sísmica generada por cada una de las fuentes, siendo este aspecto de importancia relevante y el foco principal en el desarrollo de distintas técnicas de fuentes simultaneas implementadas en la actualidad. A continuación se describe, muy brevemente, las principales técnicas de fuentes simultáneas que se emplean actualmente en [6] y que en gran medida tratan de lograr la separación óptima de los datos (reducción del ruido de interferencia) mediante distintos mecanismos que se mencionan (los acrónimos indicados corresponden a los nombres en Ingles de dichas técnicas, o familia de técnicas):

- Fuentes simultaneas separadas por distancia (DS3)
-

Consiste en la separación suficientemente amplia entre las fuentes simultáneas con el fin de evitar el ruido de interferencias durante el tiempo de grabación y apertura de interés.

- Sísmica vibratoria de alta fidelidad (HFVS)

En este método se emplean secuencias vibratorias pseudo-ortogonales para disminuir el ruido de correlación cruzada, y las secuencias generalmente empleadas son basadas en el método de codificación de pulsos pseudo-aleatorios.

- Fuentes sísmicas activadas independientemente (ISS)

En esta técnica, las fuentes simultáneas se activan independientemente y la separación de los datos se consigue mediante el apilamiento en un dominio de agrupamiento donde el ruido de interferencia es incoherente. Un retraso o deslizamiento aleatorio (“dithering”, en Inglés) en la activación de las fuentes puede también ser empleado en este tipo de técnica.

El método desarrollado en este trabajo pertenece a la familia de técnicas de alta fidelidad (HFVS), con la diferencia que se propone una construcción distinta de las secuencias vibratorias, empleando frecuencias discretas con el propósito de optimizar la ortogonalidad entre ellas (también llamadas paquetes de vibración o paquetes de onda) y, adicionalmente, hacerlas resistentes a la aparición de armónicos generados por la no linealidad en la respuesta de los vibradores y/o el imperfecto acoplamiento de los vibradores con el suelo (ver, por ejemplo,[8]).

En este trabajo se implementan distintas técnicas para la construcción de secuencias vibratorias empleando frecuencias discretas y se desarrolla un procedimiento para obtener, de un conjunto dado de secuencias vibratorias, el subconjunto óptimo de tres (3) secuencias vibratorias que son lo más ortogonales posible entre sí. Adicionalmente, se indica como dicho método puede ser generalizado para obtener subconjuntos óptimos que contienen más de tres secuencias de vibración, aunque dichas extensiones requieren de mayor tiempo y recursos computacionales, y en la práctica, pudiera ser necesario emplear otros métodos de optimización (que no necesariamente permiten obtener la respuesta más óptima). Sin embargo, la exploración de métodos alternativos para la solución aproximada de este problema de optimización está más allá de los objetivos planteados para este trabajo, y por ende, no serán considerados en este estudio.

Los fundamentos teóricos en los cuales se basa la separación de datos sísmicos según la familia de técnicas de vibración de alta fidelidad (HFVS), a la cual pertenece el método desarrollado en este trabajo, se presenta en el capítulo de Marco teórico (capítulo 3), y la

metodología empleada en este trabajo, incluyendo una descripción de los procedimientos para la construcción de secuencias vibratorias empleando frecuencias discreta y la obtención del sub-conjunto óptimo de tres (3) paquetes de vibración que son lo más ortogonales posible entre sí, se presentan en el capítulo de metodología (capítulo 4).

El lenguaje de programación Matlab fue empleado para la implementación de los procedimientos propuestos y desarrollados en este trabajo, así como para la verificación, visualización y análisis de los resultados. En el apéndice A, se presentó una explicación breve de las interfaces de las funciones desarrolladas. Finalmente, los resultados y discusiones se presentan en el capítulo 5, y las conclusiones y sugerencias (para trabajos futuros) en el capítulo 6.

Capítulo 2

El problema

2.1. Planteamiento del problema

Los vibradores no reproducen la función deseada (señal de control) exactamente debido a causas internas (no linealidad) en el mecanismo del vibrador hidráulico y el imperfecto acoplamiento con el medio, por ende los vibradores generan una fuerza (respuesta) que contiene no solo las frecuencias de la señal de control pero además sus armónicos.

Dichos armónicos, disminuyen la eficacia y exactitud de los métodos actualmente existentes para la codificación y separación (“deblending”) de datos sísmicos.

Por lo antes mencionado, en esta investigación se propone un tipo de codificación de secuencias vibratorias sísmicas usando frecuencias fundamentales discretas que pueden ser optimizadas para mejorar la separación de los datos sísmicos de fuentes simultáneas respecto a técnicas existentes y reducir el efecto de los armónicos en la separación.

2.2. Justificación

El tiempo y costo de adquisición de los datos sísmicos es impráctico cuando se emplean fuentes no simultáneas y se requiere obtener una mejor cobertura y resolución de la imagen sísmica. El uso de fuentes simultáneas permite reducir el tiempo y costo de la adquisición sísmica.

El procesamiento de los datos sísmicos adquiridos con fuentes simultáneas requiere la separación (“deblending”) de la respuesta sísmica correspondiente a cada fuente cuando la relación de señal a ruido (“S/N ratio”) debe tener un mínimo nivel requerido para el análisis cuantitativo de los datos, como por ejemplo: la variación de la amplitud por la apertura (“ AVO ” por sus siglas en ingles).

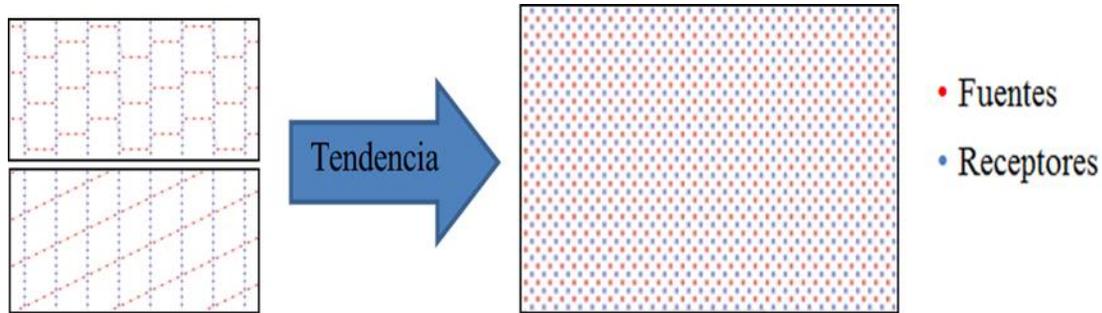


Figura 2.1: Diseños de arreglos sísmicos en 3D : ladrillo triple, diagonal y muestreo de campo de onda completo (Tomado de [1], Pág. 22, figuras 4 y 5 respectivamente).

Los métodos empleados actualmente no son completamente satisfactorios para la separación de los datos sísmicos adquiridos con fuentes simultáneas. En este trabajo se propone una técnica que podría mejorar (respecto a las técnicas existentes) la separación de los datos sísmicos adquiridos con fuentes simultáneas.

2.3. Objetivos de la investigación

2.3.1. Objetivos generales

Desarrollar un tipo de codificación de secuencias de vibraciones sísmicas usando frecuencias fundamentales discretas que pueden ser optimizadas para mejorar la separación de los datos sísmicos de fuentes simultáneas respecto a técnicas existentes y reducir el efecto de los armónicos en la separación.

2.3.2. Objetivos específicos

1. Desarrollar un método, e implementar el correspondiente algoritmo en Matlab, para la codificación de secuencias de vibración (señal vibratoria en función del tiempo) para fuentes sísmicas vibratoras empleando frecuencias fundamentales discretas. Las secuencias de vibración también las denominamos en este trabajo como paquetes de onda o vibración.
2. Determinar las frecuencias discretas más adecuadas para construir las secuencias vibratorias que permitan optimizar la pseudo ortogonalidad entre dichas secuencias y disminuir el efecto de los armónicos inherentemente generados durante la operación de las fuentes sísmicas vibratoras.

3. Desarrollar un procedimiento e implementar el correspondiente algoritmo en Matlab para obtener, de un conjunto dado de secuencias vibratorias, el subconjunto óptimo de tres (3) secuencias vibratorias que son lo más ortogonales posible entre sí.
 4. Comparar los resultados de la nueva técnica propuesta con otras técnicas existentes para la separación de fuentes simultáneas, específicamente la técnica de codificación mediante pulsos pseudo aleatorios.
 5. Analizar la afectación de las secuencias vibratorias (paquetes de onda o vibración) obtenidas respecto a la no linealidad producida por los vibradores y su acoplamiento con el suelo.
-

Capítulo 3

Marco teórico

3.1. Antecedentes de la investigación

Para este trabajo se tomó en consideración trabajos previos relacionados al tema de investigación, entre los cuales, los más importantes se mencionan y discuten brevemente a continuación:

- [6].

Numerosos métodos se han desarrollado en las últimas tres décadas para acelerar el tiempo de adquisición de los datos sísmicos con vibradores; el trabajo referido ofrece una visión general de los métodos más prometedores y propone una clasificación de los mismos en tres categorías: disparos simultáneos, cascada de barridos y deslizamiento de barrido. También se discuten los principios sobre los que se basan estos métodos, las técnicas de procesamiento desarrolladas para separar los datos adquiridos de manera simultánea y sus principales características. Por último, se proponen algunos criterios para la selección de los métodos más adecuados para la adquisición y las etapas de separación.

- [7].

En el pasado, vibraciones pseudo-aleatorias de barridos largo han sido sugeridos como una alternativa a los estándares de barridos lineales debido a su potencial para obtener ortogonalidad, una menor probabilidad de generar daños a la infraestructura civil cercana, aumento del contenido de bajas frecuencias y una mejor forma de la función de auto-correlación (aunque este último aspecto es menos importante hoy en día). Su uso ha sido limitado, pero el aumento de la popularidad de las técnicas de adquisición simultánea ha reavivado el interés en ellas debido a que

ofrecen la posibilidad de reducir el ruido de interferencia. Una amplia variedad de métodos para generar barridos pseudo-aleatorios se han desarrollado durante los últimos 45 años. En dicho trabajo, se presenta una visión sobre las motivaciones para su uso, y luego se clasifican y describen los diferentes tipos de barrido. Por último, se hace una comparación de los tipos de barridos presentados (secuencias vibratoras) en términos de sus principales atributos, incluyendo su idoneidad para los levantamientos sísmicos con fuentes simultáneas

Sin embargo, en ninguno de los trabajos revisados (incluyendo los arriba indicados, que son revisiones extensas y recientes) la construcción de secuencias vibratoras empleando frecuencias discretas no es indicada. En este trabajo especial de grado, se propone, desarrolla y estudia una técnica para construir secuencias vibratoras empleando frecuencias discretas. Las frecuencias discretas pueden ser preseleccionadas empleando un criterio físico que permitiría hacer la separación de los datos más resistentes a las no linealidades introducidas por los vibradores o su acoplamiento con el suelo, fenómeno que se presenta al usar vibradores [8]. Finalmente, se desarrolla e implementa un método para obtener, a partir de un conjunto de secuencias vibratoras dadas, el sub-conjunto óptimo de tres (3) secuencias vibratoras que son lo más ortogonales posible entre sí, y se discute la posible extensión de dicho método para obtener los sub-conjuntos óptimos con un mayor número de secuencias vibratoras que son lo más ortogonales posible entre sí.

3.2. Fundamentos de sísmica

3.2.1. Ondas sísmicas

Las ondas sísmicas consisten en la propagación de perturbaciones mecánicas a través de un medio material (en este caso el subsuelo) las cuales transportan energía. Las ondas sísmicas pueden ser esencialmente de dos tipos: ondas de presión (llamadas ondas “P”) las cuales pueden existir en todos los medios materiales (en estado gaseoso, líquido o sólido) y las ondas de corte o cizalla (transversales), las cuales solo pueden existir en medios sólidos. Dicha propagación ocurre mediante desplazamientos elásticos en el medio [3].

3.2.2. Medio elástico, y los tensores de esfuerzo y deformación

Cuando una fuerza es aplicada a un material, las partículas son desplazadas. Cuando esta fuerza es removida, si las partículas regresan a su posición original, es decir, el material no permanece deformado, entonces estamos en presencia de un material elástico. Sin

embargo, todos los medios sólidos (incluyendo los que componen el subsuelo) presentan un intervalo de comportamiento elástico que depende de la fuerza aplicada por unidad de área. Si la fuerza supera un valor crítico (que depende de cada medio), el medio se deforma parcialmente de manera irreversible (comportamiento dúctil o inelástico). La figura 3.1 muestra la relación genérica que existe entre la deformación de un cuerpo (strain) y el esfuerzo aplicado (stress). La definición formal de deformación (strain) y esfuerzo (stress) se explican en mayor detalle a continuación.

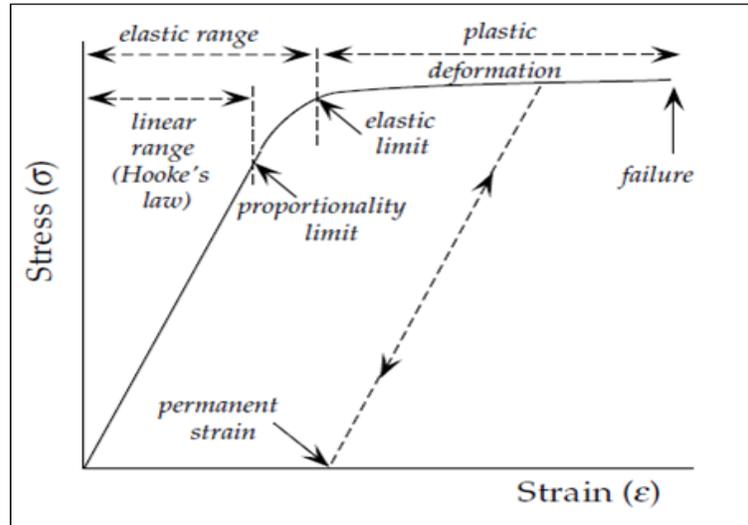


Figura 3.1: Comportamiento mecánico general de un medio sólido (Tomado de[2], fig. 3.2(a), pág. 123).

Suponiendo que el material se encuentra dentro de la región elástica, y considerando un diferencial de volumen dentro del medio, la fuerza por unidad de área actuante sobre cada cara de dicho diferencial de volumen definen el “stress” o tensor de esfuerzo y la deformación relativa de dicho volumen se define como el “strain” o tensor de deformación.

Para visualizar la definición del tensor de esfuerzo, en la figura 3.2, se muestra: (a) la fuerza actuante en coordenadas cartesianas, (b) un elemento de superficie A_x (A_x es un vector en la dirección normal del elemento de superficie y su magnitud igual al área de dicho elemento) y (c) las componentes de dicha fuerza actuando sobre el elemento de superficie. La componente de la fuerza a lo largo del eje “x” actuando sobre ese elemento de superficie y normalizada por la magnitud de A_x se define como la normal de *stress* σ_{xx} , mientras que las componentes de la fuerza sobre el elemento de superficie A_x a lo largo del eje “y” y del eje “z”, igualmente normalizadas definen las componentes del *stress* σ_{xy} y σ_{xz} respectivamente.

$$\sigma_{xx} = \lim_{A_x \rightarrow 0} \left(\frac{F_x}{A_x} \right), \sigma_{xy} = \lim_{A_x \rightarrow 0} \left(\frac{F_y}{A_x} \right), \sigma_{xz} = \lim_{A_x \rightarrow 0} \left(\frac{F_z}{A_x} \right)$$

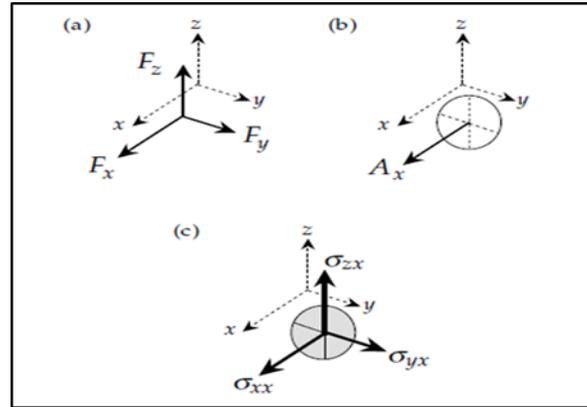


Figura 3.2: Visualización de la definición de las componentes del *stress* (Tomado de [2], fig. 3.3, pág. 123).

Considerando las tres superficies perpendiculares que pasan por un punto dado, el *stress* es el arreglo de 3x3 elementos:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Para el *strain*, consideramos primero una simple extensión del material debida a un par de fuerzas aplicadas en la dirección del eje “x” como se muestra en la figura 3.3(a). La razón (cambio relativo) de elongación del material en dicha dirección define una de las deformaciones normales (normal *strain*) es decir ε_{xx} de manera similar se definen ε_{yy} y ε_{zz}

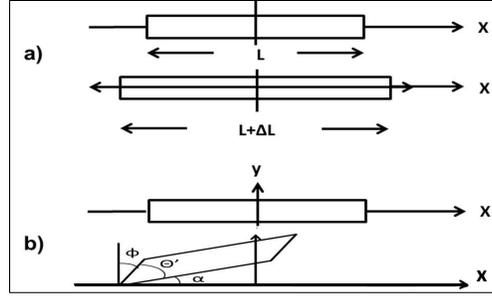


Figura 3.3: Deformaciones generadas en el material, debido a la aplicación de fuerzas. (Tomado de [3], fig. 2.1, pág. 36).

Así tenemos que, para la extensión del material, los tres normal strain son:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{L_x + \Delta L_x - L_x}{L_x} = \frac{\partial L_x}{\partial x}, \varepsilon_{yy} = \frac{\partial L_y}{\partial y}, \varepsilon_{zz} = \frac{\partial L_z}{\partial z}$$

Por otra parte, las llamadas deformaciones de cizalla (shear strain) son las que representan la deformación rotacional (u oblicua) del material, como se muestra en la figura 3.3(b). Dicha figura muestra el objeto deformado en el plano xy , por consiguiente el ángulo $\frac{\pi}{2} - \theta'$ corresponde en realidad a la suma de dos distorsiones angulares, un ángulo con respecto al eje “x” (α), y el otro con respecto al eje “y” (ϕ). Los ángulos α y ϕ son pequeños, de manera que $\tan(\alpha) = \alpha$ y $\tan(\phi) = \phi$. De esta figura (correspondiente a el plano xy), podemos visualizar la definición de ε_{xy} y ε_{yx} , pero una situación análoga sucede en los otros dos planos, donde los ángulos γ y β (análogos a θ') pueden ser visualizados y empleados para definir las componentes de “shear strain”:

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \theta'\right) = \varepsilon_{yx}, \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \gamma'\right) = \varepsilon_{zy}, \varepsilon_{zx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \beta'\right) = \varepsilon_{zx}$$

Finalmente, el *strain* en tres dimensiones (cubo de volumen infinitesimal) puede ser obtenido mediante su relación con el desplazamiento de los puntos dentro de dicho volumen, donde las componentes del vector de desplazamiento se denotan como U_i (donde i puede ser x , y o z). Considerando la variación del vector desplazamiento para cada vértice del diferencial de volumen (de dimensión dx , dy y dz) el *strain* está dado por ([3], de (2.18, pág. 40):

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\right) & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right) & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

3.2.3. Ecuación de onda sísmica

De la aplicación de la segunda ley de Newton a un diferencial de volumen en un medio continuo se obtiene:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$$

Donde ρ es la densidad del medio, “ u ” es el vector desplazamiento del punto central (centro de masa) del diferencial de volumen en el medio, “ σ ” es el *stress* en el medio, “ f ” es la fuerza externa aplicada por unidad de volumen, y la convención de suma de Einstein (en índices iguales) es empleada. Tomando en cuenta la definición del tensor de deformación “ ε ” (para pequeñas deformaciones):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

y su relación con el *stress* “ σ ” en un medio elástico lineal:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

donde “ c_{ijkl} ” es el tensor de rigidez del medio.

Se obtiene así la ecuación de onda elástica (o sísmica):

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = f_i + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(c_{ijkl} \left(\frac{\partial u_l}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) \right)$$

3.2.4. Tipos de ondas

Existe una clasificación de las ondas según el medio donde se propagan: las ondas de cuerpo y las ondas superficiales o de superficie (es decir, ondas que solo existen alrededor o en la cercanía de la interface entre dos medios).

- Ondas de Cuerpo: las mismas existen (se propagan) dentro del medio y son las primeras en arribar luego de la acción de una fuente. Dentro de este grupo están las llamadas ondas primarias “P” (o de presión) y las ondas Secundarias “S” (o de corte, cizalla o “shear” en Inglés). Las ondas primarias (ondas “P”) son las que tienen mayor velocidad, y por ende, son las primeras en ser detectadas, y además, en materiales isótropos, el desplazamiento de las partículas en el medio es a lo largo de la dirección de propagación de la onda. Por otro lado, las ondas secundarias (ondas “S”) tienen menor velocidad y la dirección de desplazamiento de las partículas, en un medio isotrópico, es ortogonal (transversal) respecto a la dirección de propagación de la onda. Las ondas “S” son posibles solo en medios sólidos o que poseen, al

menos, algún grado de rigidez, es decir, que son capaces de sostener una fuerza de restauración elástica en la dirección perpendicular a la dirección de propagación de la onda.

- Ondas superficiales: Estas son generadas por la interacción de las ondas de cuerpo en la superficie (interface) entre dos medios mecánicamente distintos. Estas son las denominadas ondas Love y Rayleigh. Las ondas Love corresponden a un desplazamiento de las partículas que es ortogonal a la dirección de propagación de la onda y a la vez paralela a la superficie, mientras que las ondas Rayleigh corresponden a un desplazamiento de las partículas en el plano vertical (es decir, normal a la superficie) con un movimiento elipsoidal y retrogrado respecto a la propagación de la onda (es decir, el movimiento de las partículas posee una componente vertical y otra horizontal a lo largo de la dirección de propagación). En la figura 3.4, se muestra de manera esquemática como es el desplazamiento de las partículas en el medio para cada tipo de onda.

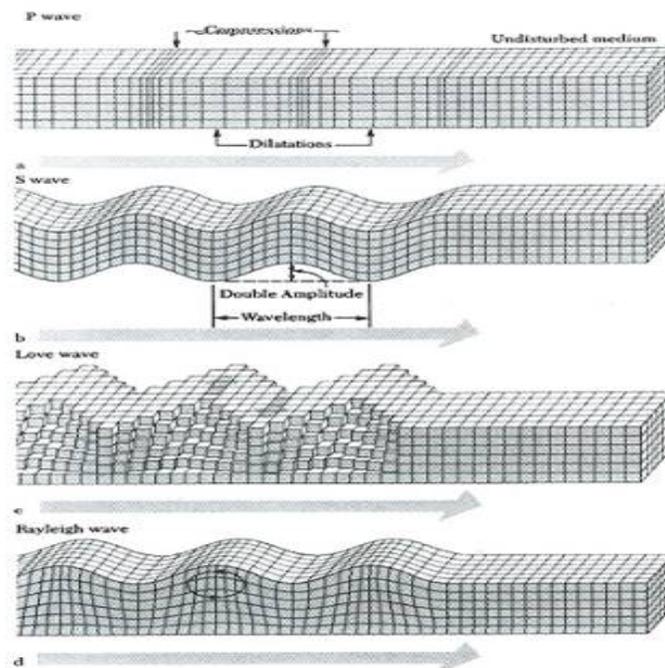


Figura 3.4: Desplazamiento de las partículas en el medio para cada tipo de ondas (Tomado de [3], fig. 1.2, pág. 6).

3.2.5. Otras definiciones y principios relacionados a la propagación de ondas

- Rayos: son líneas (construcción matemática) que indican o siguen la dirección de propagación (de la energía) de la onda en un punto dado, dirección que, en un medio isotrópico, corresponde a la dirección normal del frente de onda (superficie de igual fase). En el caso de una onda plana, los rayos son una familia de líneas rectas, paralelas entre si y perpendiculares al frente de onda. En el caso de una onda esférica (en un medio isotrópico y homogéneo) los rayos son radios (líneas radiales) que salen desde (o cuyo origen es) la posición de la fuente sísmica (supuesta puntual). Los rayos son una abstracción o herramienta matemática conveniente para entender la propagación de un frente de onda y proporcionan una aproximación matemática (bastante simple) para simular la propagación de ondas (los llamados métodos de rayos).
 - Principio de Huygens: establece que todos los puntos de un frente de onda pueden ser considerados como fuentes de una onda secundaria que se emite preferencialmente en la dirección de propagación de la onda primaria (incidente) en dicho punto, y la superposición de dichas ondas secundarias en un instante posterior (de tiempo) conforman el nuevo frente de onda incidente.
 - Principio de Fermat: Expresa que entre dos puntos “A” (punto de partida o emisión de la onda) y “B” (punto de llegada) pueden existir muchos caminos (medio heterogéneo), pero el rayo correspondiente a la primera llegada (del frente de onda) sigue el camino que toma el menor tiempo posible para la onda viajar del punto A al punto B.
 - Ley de Snell: Cuando un frente de onda incide sobre una interface (superficie límite entre dos capas o volúmenes con distintas propiedades elásticas), se generan diversas ondas (transmitidas y reflejadas) que pueden ser de igual o distinto tipo (conversión de ondas en la interface entre distintos medios elásticos), y el ángulo entre los rayos que representan dichas ondas cumplen con una relación que podemos describir como una generalización de la ley de Snell en óptica. Para visualizar la ley de Snell en el caso de conversión de ondas, supongamos una fuente sísmica generando ondas “P” que inciden sobre una interface, como se muestra en la figura 3.5. El rayo asociado a dicha onda P se divide luego en varios rayos (asociados a las distintas ondas generadas) al incidir sobre la interface. La ley de Snell indica que la variación de fase para todas las ondas involucradas, es decir, la onda incidente y
-

las distintas ondas reflejadas y transmitidas (que, en general pueden ser ondas “P” y “S”) y oscilan con la misma frecuencia, debe ser igual para todas las ondas a lo largo de la interface, esta condición implica la siguiente condición o relación entre los ángulos de los rayos correspondientes a dichas ondas y velocidad de dichas ondas en cada uno de los medios donde ellas aparecen (es decir, se propagan):

$$\frac{\sin(i_p)}{\alpha_1} = \frac{\sin(i_s)}{\beta_1} = \frac{\sin(r_p)}{\alpha_2} = \frac{\sin(r_s)}{\beta_2}$$

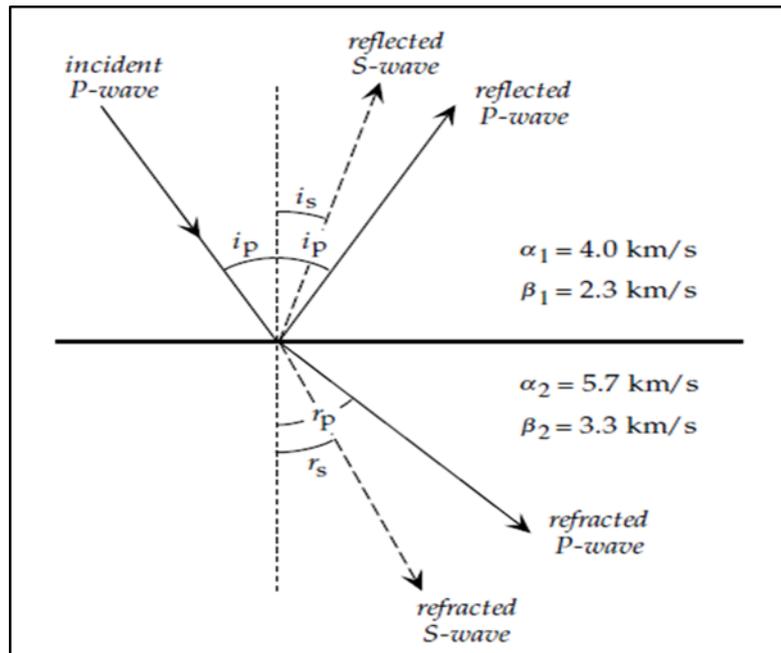


Figura 3.5: Ejemplo de conversión de las ondas sísmicas (en este caso una onda “P”) cuando inciden en una interface entre dos medios elásticos distintos, e ilustración de la ley de Snell que aplica a los rayos asociados (Tomado de [2], fig. 3.58, pág. 175).

La conversión de energía (de las ondas incidentes) en la interfaces entre distintas capas o medios en el subsuelo, en ondas de otros tipos, es un factor que limita (aún más) la iluminación (llegada) de la energía sísmica a mayores profundidades, pero dichas ondas convertidas pueden generar información adicional que puede emplearse en el procesamiento e interpretación de los datos sísmicos.

- Coeficientes de reflexión y transmisión: En la práctica, la sismica de reflexión se puede llevar a cabo usando solo los eventos (reflexiones) que corresponden a ángulos pequeños de incidencia (de las ondas) relativos a la normal de las interfaces de los estratos del subsuelo (entre los cuales existe un contraste de impedancia acústica o

elástica), y suponer que, como ocurre generalmente, dichos estratos están orientados cercanos a un plano horizontal. Bajo estas condiciones, la onda “P” no excita tensiones o desplazamientos apreciables tangenciales o paralelas a las superficies de separación entre los estratos, y por ende, la conversión en ondas de corte no se produce de manera apreciable en las interfaces. Esta explicación cualitativa se corresponde con los resultados cuantitativos que se pueden obtener de los coeficientes de reflexión y transmisión dados por las denominadas ecuaciones de Zoeppritz (ver por ejemplo [9]). De esta forma, ignorando la conversión de ondas “P” en otras ondas (que es exacto para la incidencia normal), la división de energía entre las mismas ondas “P” (reflejadas y refractadas) se simplifica considerablemente y depende únicamente de la propiedad de cada medio conocida como la impedancia acústica “ z ”, la cual se define como el producto de la densidad (“ ρ ”) del medio y la velocidad de la onda “P” (la cual denominamos aquí, por simplicidad, como “ V ”); por lo tanto, $z = \rho V$. La solución de las ecuaciones para las amplitudes A_1 y A_2 de las ondas “P” reflejadas y transmitidas, respectivamente, en términos de la amplitud A_0 de la onda “P” incidente. (ver, por ejemplo, [2], pág.180) está dada por los coeficientes de reflexión (“ R ”) y transmisión (“ T ”):

$$R = \frac{A_1}{A_0} = \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1} = \frac{\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1}{\rho_2 V_2 + \rho_1 V_1}, \quad T = \frac{A_2}{A_0} = 1 - R$$

3.3. Método sísmico de reflexión

El método sísmico de reflexión se basa en la generación de ondas sísmicas y la detección en la superficie (grabación) de las ondas reflejadas que se producen en las distintas interfaces (superficies) que separan regiones del subsuelo que poseen distinta impedancia acústica o en general elástica.

La prospección sísmica de reflexión es el método más aceptado y aplicado en los últimos años para conocer la estructura del subsuelo a distintas profundidades, como por ejemplo, cuencas petrolíferas, hidrológicas, vetas mineras, etcétera. [10].

En el caso de prospección sísmica, las fuentes de las ondas sísmicas son artificiales, por ejemplo: detonación de explosivos, camiones vibradores, cañones de aire (en sísmica marina), entre otras.

Las reflexiones son detectadas por los receptores: típicamente geófonos para la prospección terrestre e hidrófonos para la prospección marina.

La adquisición de datos consta principalmente de un arreglo espacial de fuentes y receptores ubicados sobre la zona de estudio, y el uso de equipos (instrumentos) para la

grabación (comúnmente, conversión digital y almacenamiento) de los datos.

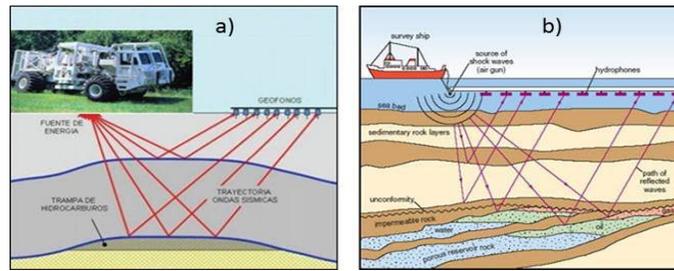


Figura 3.6: a) prospección sísmica de reflexión terrestre. Tomado y modificado de: <https://sismicidad.wikispaces.com/file/view/exploracion-2.jpg/343566964/exploracion-2.jpg> y http://www.glossary.oilfield.slb.com/es/~/_media/PublicMedia/OGL98176-t.ashx. b) prospección sísmica de reflexión Marina. Tomado de: <http://www.gea.com.uy/images/antecedentes/spectrum.jpg>

3.3.1. Vibradores

Los vibradores son sistemas mecánicos capaces de aplicar una fuerza sobre la superficie de la tierra con una amplitud, fase y frecuencia controlada, diseñados específicamente para generar ondas sísmicas en el subsuelo. Los vibradores terrestres están constituidos, esencialmente, por una base (plato en contacto con el suelo), una masa reactante, un sistema hidráulico de aplicación de fuerza entre la masa reactante y el plato, y un sistema electrónico (y servo-mecánico) de control (ver, por ejemplo [11], para una descripción más detallada sobre los vibradores en uso actualmente y su funcionamiento). Los vibradores son capaces de generar una fuerza oscilatoria a determinada frecuencia o en realizar un barrido continuo de frecuencias, y en general, pueden generar una fuerza en función del tiempo (secuencia de vibración) deseada dentro del rango dinámico (rango de frecuencias) de funcionamiento del vibrador.

Existen vibradores terrestres y marinos. Los marinos son muy poco utilizados actualmente debido a que la energía emitida es aun inadecuada (sobre todo, a bajas frecuencias, necesarias para objetivos ubicados a profundidades de algunos kilómetros o mayores).

3.3.2. Introducción al procesamiento e interpretación de los datos sísmicos de reflexión

La mayor parte de los métodos (algoritmos) empleados para el procesamiento de los datos sísmicos de reflexión se basan en la suposición (aproximación) de que el subsuelo

está compuesto de capas que son, esencialmente, horizontales (medio horizontalmente estratificado), y fuentes (que denotamos como “s”) y receptores (que denotamos como “g”) que normalmente están ubicados en la superficie.

La figura 3.7, muestra un concepto fundamental asociado a la mencionada geometría: el denominado tiempo de viaje (“travel time” en inglés) de la onda de reflexión sísmica, el cual está dado, como puede deducirse de la figura, por una función hiperbólica:

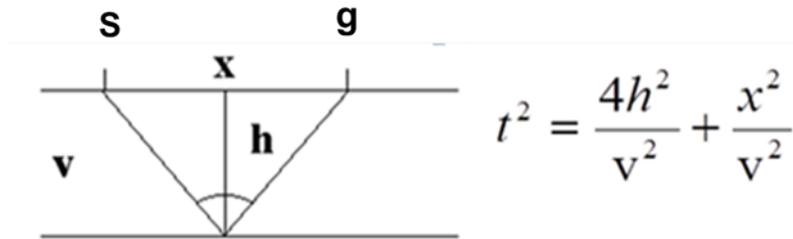


Figura 3.7: Descripción del tiempo de viaje de la onda de reflexión sísmica en un medio simple (una sola capa en este caso), donde “v” es la velocidad de la onda sísmica en el medio, “h” es la profundidad del reflector, y “x” es la distancia horizontal (“offset”) entre la fuente sísmica y el receptor.

Una característica que permite mejorar el procesamiento e interpretación de los datos sísmicos es la adquisición de grabaciones con fuentes y receptores en torno a un punto de reflexión común como se muestra en la figura 3.8, donde se ilustra también el concepto de Punto Medio Común o Punto Común en Profundidad (“CMP” y “CDP”, respectivamente, por su siglas en inglés).

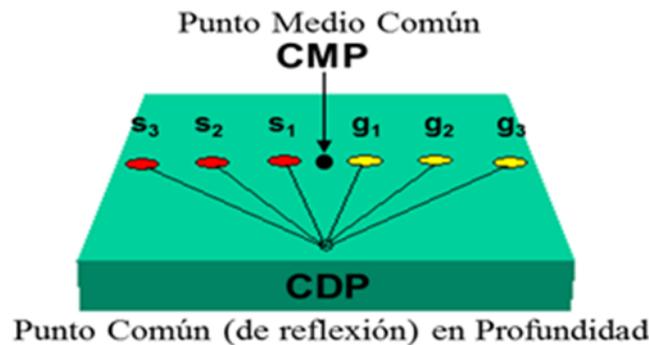


Figura 3.8: Ilustración de los conceptos de Punto Medio Común (CMP) y Punto común en profundidad (CDP).

Si se suma o apila (denominado “stack” en inglés) todas las señales de una reflexión dada (es decir, correspondiente a una interface dada) contenidas en un CDP, se obtiene un aumento de la señal/ruido para dicha reflexión. Sin embargo, para lograr dicha suma de forma coherente, los eventos de reflexión observados en el arreglo de datos CMP (“CMP gather”), es necesario corregir (o considerar) la diferencia de los tiempos de llegada de dichas reflexiones para cada traza debido a la variación de distancia (“offset” en inglés) entre los pares fuente y receptor (ver ecuación hiperbólica descrita en la figura 3.6). Esta corrección se denomina NMO (que corresponde a las siglas en Inglés de “Normal Move Out”). Para aplicar dicha corrección, se realiza un análisis de velocidad para establecer la velocidad óptima de apilamiento (que luego permite obtener, la velocidad de las ondas, en las distintas capas en las cuales se propagan).

En un medio horizontalmente estratificado y suponiendo ángulos de incidencia pequeños, [12], demostró que la expresión hiperbólica de reflexión correspondiente a una sola capa de velocidad sísmica “ ν ” (expresión ilustrada en la figura 3.7) también puede ser empleada para un medio compuesto de varias capas usando una velocidad efectiva de apilamiento (“stack”) “ V_n ” para cada evento de reflexión “ n ” (la reflexión producida en la interface entre la capa “ n ” y “ $n + 1$ ”, y que por ende depende de la profundidad y/o el tiempo vertical de propagación), la cual estaría dada por:

$$V_n = \sqrt{\frac{\nu_{(n)}^2 (\tau_{(n)} - \tau_{(n-1)}) + V_{(n-1)}^2 \tau_{(n-1)}}{\tau_{(n)}}}$$

Donde:

” $\nu_{(n)}$ ” es la velocidad (de la ondas) en la n-ésima capa

” $V_{(n)}$ ” es la velocidad efectiva de apilamiento para la n-ésima reflexión

” $\tau_{(n)}$ ” es el tiempo de viaje vertical ida y vuelta para la n-ésima reflexión

Siendo que $\tau_{(1)} = \frac{2h_{(1)}}{\nu_{(1)}}$ y definiendo $\tau_{(0)} = 0$, la relación puede aplicarse recurrentemente para obtener las velocidades de apilación para cada evento de reflexión observado. Estas velocidades de apilamiento son también denominadas, por algunos autores (ver [10]), como velocidades NMO o RMS, pues las mismas son obtenidas de la corrección NMO (forma de la hipérbola) que permite la óptima apilación de los datos. De hecho, a partir de dichas velocidades de apilamiento se pueden obtener las velocidades en cada

capa (es decir, obtener los $\nu_{(n)}$ a partir de los $V_{(n)}$) invirtiendo la expresión recurrente anterior (la expresión que se obtiene es, de hecho, la fórmula original de Dix).

La figura 3.9, muestra, en su lado izquierdo, un ejemplo de las trazas correspondientes a un agrupamiento de CMP (o CDP) donde se puede observar la forma hiperbólica de los eventos de reflexión, y en el lado derecho de la figura el mismo agrupamiento luego de aplicar la corrección NMO.

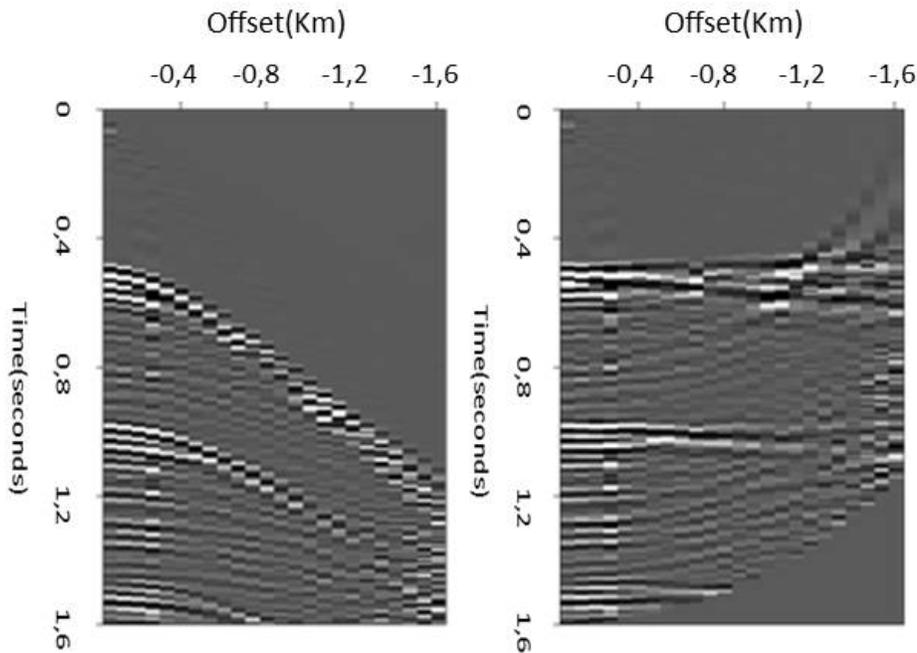


Figura 3.9: Agrupamiento de CDP antes (lado izquierdo) y después de aplicar la corrección NMO (lado derecho). Tomado de: <http://sepwww.stanford.edu/sep/prof/bei/vela/Gif/stretch.gif>

Las velocidades obtenidas para las capas del subsuelo (en las distintas localidades correspondientes a cada CMP, a partir de las velocidades óptimas de apilamiento) son interpoladas lateralmente para formar un modelo de velocidades (de las ondas sísmicas) en el subsuelo que posteriormente se emplea como modelo (inicial) para la migración de los datos sísmicos, proceso que consiste en enfocar las ondas sísmicas (que fueron reflejadas en el subsuelo y grabadas en la superficie) a su posición de origen (superficies de reflexión) mediante la propagación inversa (numéricamente) de dichas ondas (en el

modelo del subsuelo). El resultado final de la migración sísmica es una imagen de la reflectividad del subsuelo convolucionada con el paquete efectivo de la onda sísmica (el cual varía con la profundidad debido a la atenuación y dispersión de las ondas).

Para concluir esta introducción sobre el método de reflexión sísmica, debemos indicar que el subsuelo (interior de la tierra) es en realidad más complejo que los modelos considerados anteriormente. No solo el subsuelo es variable (heterogéneo) vertical y lateralmente (presentando estructuras complejas, tales como estratos con buzamientos, fallas, anticlinales, etcétera.), pero además sus propiedades físicas (como las velocidades de las ondas sísmicas) pueden ser anisotrópicas. Por ende, se requiere tomar en cuenta aspectos adicionales para el procesamiento e interpretación de los datos sísmicos, tales como: reflexiones no hiperbólicas, correcciones por buzamiento, correcciones estáticas, etcétera., y decidir, el procesamiento adecuado a ser aplicado, por ejemplo, si realizar una migración en tiempo (que supone homogeneidad lateral de las velocidades en el subsuelo) o migración en profundidad (la cual supone heterogeneidad tanto vertical como lateral, y por ende, requiere obtener un modelo en 2 ó 3 dimensiones, y un costo computacional mayor).

3.4. Distorsión de la secuencia vibratoria

Al emplear los vibradores terrestres, se proporciona al sistema de control (del vibrador) la secuencia vibratoria (fuerza en función del tiempo) que se desea aplicar al suelo. Sin embargo, debido a comportamientos no lineales en el vibrador y acoplamiento del vibrador con el suelo (ver [8]), la señal transmitida no corresponde a la señal deseada. En efecto, la misma se distorsiona debido a la presencia de armónicos creados por los efectos no lineales ya mencionados. La figura 3.10, muestra un ejemplo de análisis espectral en función del tiempo durante un sweep (o barrido) vibratorio lineal y ascendente de frecuencia, en el cual se observa la aparición de armónicos. El pico alargado inferior (de mayor amplitud y menor frecuencia) corresponde a la frecuencia fundamental de vibración durante el sweep (que sería la señal ideal o deseada), mientras que los picos superiores (de mayores frecuencias y menores amplitudes) corresponden a los armónicos de distintos órdenes que aparecen debido a las no linealidades mencionadas. Estos armónicos representan una distorsión de los paquetes de onda que puede afectar la separación de los datos sísmicos con fuentes simultáneas. Con la técnica de codificación presentada en este trabajo se espera reducir el efecto adverso que estos armónicos producen en la separación de los datos sísmicos.

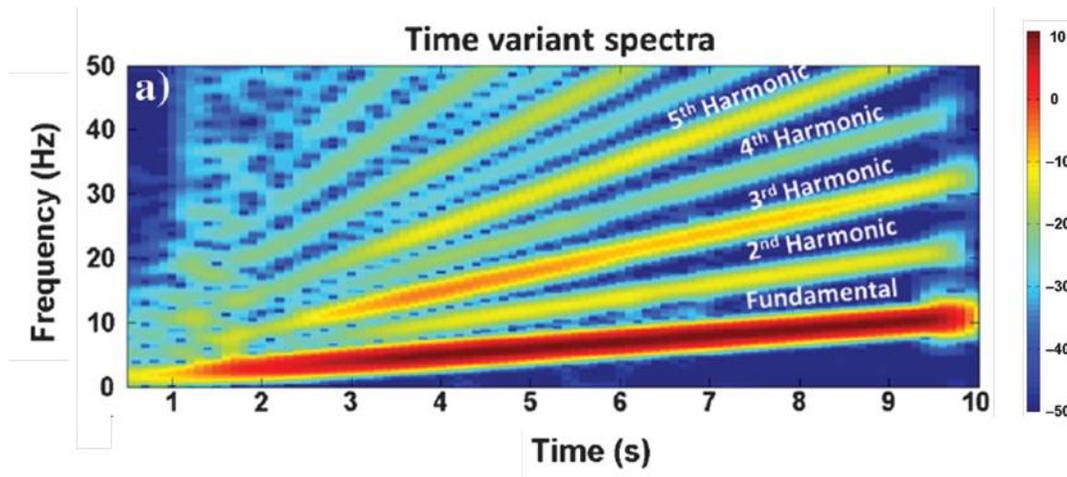


Figura 3.10: Ejemplo de un análisis espectral de la fuerza aplicada por un vibrador durante un barrido lineal y ascendente desde 1,5 hasta 11,5 Hz, realizado con el propósito de analizar los armónicos generados. Nótese la aparición de armónicos importantes hasta al menos el quinto orden. La escala de colores está en dB. Extraído de [4].

3.5. Atenuación de las ondas sísmicas

Cuando una onda mecánica se propaga a través de la tierra, la amplitud de las ondas sísmicas disminuye por factores tales como: la divergencia esférica, la transmisión y reflexión de las ondas en las distintas interfaces, pérdidas (absorción) de la energía de la onda debido a la fricción (entre los cristales/minerales que componen la roca), etcétera.

Para entender la importancia que las pérdidas por fricción tiene en la definición de la banda de frecuencia típica empleada en el método de reflexión sísmica, consideremos la expresión de atenuación de la amplitud de las ondas sísmicas debido a la absorción de las mismas [3]:

$$A_x = A_0 \exp -\left(\frac{\pi\nu}{VQ}\right)x$$

” ν ” es la frecuencia de la onda

” V ” es la velocidad de propagación de la onda

” x ” es la distancia recorrida por la onda

” Q ” es el factor de calidad sísmica del medio, el cual es inversamente proporcional a la pérdida de energía relativa por ciclo de vibración:

$$\frac{1}{Q} = -\frac{\Delta E}{2\pi E}$$

De la expresión de atenuación de la amplitud, puede concluirse que las componentes de alta frecuencia serán más atenuadas que las componentes de baja frecuencia para una misma distancia recorrida “ x ”, lo cual es físicamente esperable pues la pérdida de energía por fricción es proporcional a la velocidad de las partículas al vibrar (la cual es proporcional a la frecuencia de vibración) y al número de ciclos de vibración por unidad de longitud. De esta forma, la propagación de las componentes de alta frecuencia (del paquete de ondas) se atenúan más rápidamente con la distancia recorrida (y, por ende, profundidad de los objetivos en el subsuelo) que las componentes de baja frecuencia, las cuales, como consecuencia, tendrán menor alcance de penetración. En la práctica se observa que, para profundidades de exploración de algunos kilómetros, las componentes de frecuencia superiores a 100 Hz son, esencialmente, atenuadas por debajo del nivel de ruido de adquisición, y por ende, las fuentes vibradores normalmente aplican una fuerza oscilatoria con componentes de frecuencia en una banda que está por debajo de dicho límite práctico para objetivos exploratorios a dichas profundidades. En la figura 3.11 se muestra un ejemplo (resultados experimentales) de la atenuación de las ondas sísmicas en el subsuelo. En dicho experimento, la fuente está ubicada en la superficie, los geófonos están ubicados a distintas profundidades en un pozo, y la señal que se muestra corresponde a la onda directa detectada.

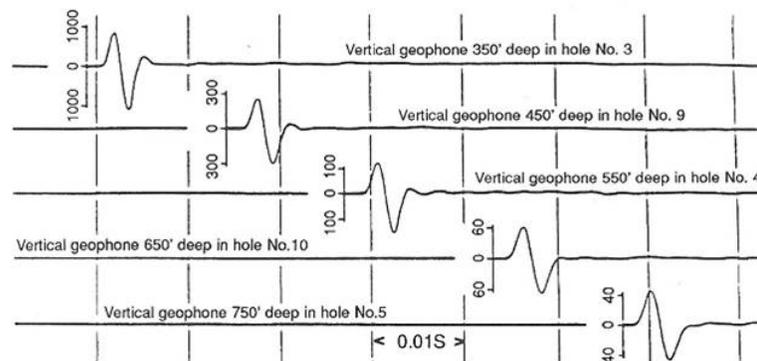


Figura 3.11: Ejemplo de resultados experimentales que muestran la atenuación de las ondas sísmicas en el subsuelo. Nótese la diferente escala asociada a la grafica de la señal de cada geófono (Tomado de [3], fig. 3.32, pág. 110).

3.6. Transformada de Fourier

En el procesamiento e interpretación de los datos sísmicos, el análisis en el dominio de la frecuencia y del número de onda son de suma importancia pues, en muchas circunstancias, es más sencillo (o eficiente) trabajar en el dominio de la frecuencia y/o el número de ondas, porque existen propiedades o teoremas (como el de convolución) y una amplia gama de algoritmos desarrollados (en dichos dominios) que permiten procesar los datos de manera más eficientemente o extraer atributos importantes de los datos sísmicos, por ejemplo: la generación y aplicación de filtros, el análisis de la amplitud (y fase) la señal sísmica, el análisis de velocidades de ondas de superficie, métodos de migración implementados en el espacio de frecuencia y número de onda (dominio comúnmente denominado como “fk”), etcétera. En este sentido, la transformada de Fourier ha sido de fundamental importancia, en particular, su versión discreta y rápida, pues esta última permite (mediante el uso de computación digital) la transformación eficiente de los datos del dominio del tiempo (y/o el espacio), al dominio de frecuencia (y/o número de onda), y viceversa.

Para una función del tiempo “ $h(t)$ ”, cuya integral de amplitud al cuadrado en todo el tiempo es finita, la transformada de Fourier “ $\tilde{h}(\omega)$ ” en el espacio de la frecuencia (aquí usamos la frecuencia angular (ω) como está definida en [13]):

$$F(h(t)) \equiv \tilde{h}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (3.1)$$

La transformación de Fourier “ F ” es lineal, unívoca e invertible, con la transformación inversa de Fourier dada por:

$$F^{-1}(\tilde{h}(\omega)) = h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (3.2)$$

Como hemos mencionado antes, los datos sísmicos son función del espacio y del tiempo. Si consideramos por ahora solo el dominio temporal, sabemos que una traza sísmica (que corresponde a la grabación de la señal recibida en un receptor dado) es una función del tiempo que tiene duración finita, lo que implica en teoría, según la ecuación (3.1), que su transformada de Fourier no podría ser calculada (pues se requiere conocer los valores de la función en todo el tiempo, es decir, un intervalo infinito). Sin embargo, si suponemos que la traza sísmica se repite (es decir, que es cíclica o periódica), la misma puede representarse como una suma discreta de senos y cosenos que tiene un número infinito de términos y se conoce como serie de Fourier [13] en la cual, la amplitud de los senos y cosenos, para cada frecuencia, son los denominados coeficientes de la serie de Fourier y dichas

frecuencias son múltiplos de la frecuencia fundamental, la cual es el inverso del periodo de la señal (en nuestro caso, el inverso de la duración de la traza, pues hemos supuesto que la misma se repite indefinidamente). La serie de Fourier también puede representarse de forma compleja si se emplea la identidad de Euler y se permite que los coeficientes de la serie sean complejos. De esta forma, la traza “ $h(t)$ ” grabada en un receptor dado, puede expresarse como:

$$h(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{h}_n \exp(i\omega_n t) \quad (3.3)$$

donde $\omega_n = n\omega_0$, con $\omega_0 = \frac{2\pi}{\tau}$ y “ τ ” es el periodo de la función (en este caso, la duración de la traza, pues hemos supuesto que la misma se repite indefinidamente) y los “ \tilde{h}_n ” son los coeficientes de Fourier dados por:

$$\tilde{h}_n = \frac{1}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} h(t) \exp(-i\omega_n t) \quad (3.4)$$

Nótese que, en el límite cuando $\tau \rightarrow \infty$ la serie de Fourier se convierte en la transformada de Fourier [13] y sus propiedades matemáticas también aplican (o tienen un equivalente o análogo) para la serie. Esto se debe a que ambos operadores son lineales, basados en las funciones senos y cosenos, y sus propiedades de ortogonalidad semejantes (en los espacios correspondientes). Entre las propiedades importantes de la transformada de Fourier podemos mencionar, por ejemplo, los teoremas de convolución, correlación cruzada, y de Parseval, los cuales se emplean en este trabajo y se describen brevemente en posteriores secciones de este capítulo.

El número de coeficientes “ \tilde{h}_n ” en la serie de Fourier es, en teoría, infinito, y para calcularlos se requiere conocer la función “ $h(t)$ ” en todos los puntos del intervalo continuo $[-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2}]$. En la práctica, la traza sísmica es muestreada en solo determinados instantes de tiempo, separados entre sí por un intervalo de tiempo “ Δt ”, lo que implica que el número de muestras en la traza es finito. Aunque un cálculo aproximado de los coeficientes de la serie de Fourier es posible, el número de dichos coeficientes continúa siendo, en teoría, infinito.

Los últimos dos aspectos mencionados hacen que la representación de la señal usando los coeficientes de la serie de Fourier, tal y como se expresa en las ecuaciones (3.3) y (3.4), no sea práctica. Sin embargo, si se relaja el requerimiento de que la serie represente (o reproduzca) los valores de la señal en cualquier tiempo “ t ”, y solo se requiere que la

serie genere (o reproduzca) exactamente los valores medidos (es decir, en los instantes de tiempo separados por el intervalo “ Δt ”), entonces la serie de Fourier se puede truncar y los coeficientes de la misma se pueden obtener de manera exacta mediante una sumatoria finita en función de los valores muestreados (en cambio de la integral en la ecuación 3.4). Tal versión de la serie Fourier, la cual contiene una banda de frecuencia limitada (pues la serie es truncada), se conoce como la Transformada Discreta de Fourier (“DFT” por sus siglas en Ingles) y está dada por [13] :

$$\tilde{h}_n = \sum_{k=0}^{N-1} h(k\Delta t) \exp\left(-i\frac{2\pi}{\tau}nk\Delta t\right) \quad (3.5)$$

donde $n=0,1,\dots,N-1$, “ τ ” es la duración de la traza (periodo), “ $k\Delta t$ ” son los instantes en que se muestrea la señal (traza), y “ N ” es el número de muestras en la traza. Nótese que $\tau = N\Delta t$, pero la muestra en el instante “ τ ” se excluye de la suma porque dicha muestra corresponde al inicio (primera muestra) del siguiente ciclo. La inversa de la transformada discreta de Fourier está dada por:

$$h(k\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{h}_n \exp\left(i\frac{2\pi}{\tau}nk\Delta t\right) \quad (3.6)$$

Nótese que los índices de las sumatorias no hacen un barrido simétrico en torno a $n=0$ (es decir, desde un valor negativo a un valor positivo de igual magnitud), esto se debe, simplemente, a la escogencia (arbitraria) del instante $t=0$. Si el instante $t=0$ se escoge como la muestra correspondiente a $k = (\lfloor \frac{N}{2} \rfloor + 1)\Delta t$, donde “[]” denota la función parte entera, las sumatorias pueden expresarse en forma simétrica, y por ende, las frecuencias positivas y negativas aparecen de forma explícita y ordenada (creciente) junto con sus correspondientes coeficientes (es decir, desde la frecuencia más negativa a la mas positiva). Sin embargo, dicha escogencia no se emplea en la práctica, pues se supone que el instante inicial ($t=0$) corresponde al instante en que se inicia la grabación de la traza (correspondiente a la muestra $k=0$). A pesar de esto, el orden en que aparecen las frecuencias (y sus respectivos coeficientes) en las ecuaciones (3.5) y (3.6) no es muy diferente: para $0 \leq n \leq \lfloor \frac{N}{2} \rfloor + 1$, las frecuencias (y sus respectivas componentes) aparecen en forma creciente con $\omega_n = n(\frac{2\pi}{\tau})$, mientras que para $\lfloor \frac{N}{2} \rfloor + 1 < n \leq N-1$, las frecuencias (y sus respectivas componentes) son en realidad negativas, pero aun aparecen en forma creciente (es decir, inician con el valor más negativo de frecuencias), y pueden interpretarse

como las componentes correspondientes a las frecuencias dadas por: $\omega_n = (n - N)(\frac{2\pi}{T})$, en efecto, esta es la forma (u orden) en que la función intrínseca “fft()” de Matlab regresa el resultado de la transformada discreta de Fourier para un arreglo unidimensional de datos.

Es importante mencionar que existen algoritmos que permiten calcular la transformada discreta de Fourier (es decir, los “N” coeficientes), o su inversa, en un número de operaciones (multiplicaciones y sumas) que es proporcional a $N \ln(N)$ en cambio de N^2 , como se esperaría si se calculara la misma de manera simple según las definiciones en las ecuaciones (3.5) y (3.6). Estos algoritmos se conocen como “Transformada Rápida de Fourier” (“Fast Fourier Transform” o FFT, por sus siglas en inglés), pero dichos algoritmos aplican solo para determinados valores de “N”. Los primeros FFT algoritmos desarrollados aplicaban solo para valores de “N” simples (por ejemplo, valores de “N” que son potencias de 2), pero en [14], formalizaron la teoría y presentaron algoritmos para valores compuestos de “N”, por lo cual se acredita el nacimiento de estos métodos a dichos autores. Es gracias a la aceleración en el computo que introduce estos algoritmos (FFT) que la transformada (discreta) de Fourier es empleada universalmente en muchos problemas de procesamiento digital de señales, incluyendo, por supuesto, muchos métodos empleados en el procesamiento de datos sísmicos.

Finalmente, se debe mencionar que, si bien la traza sísmica está constituida de valores reales, las definiciones de la transformada de Fourier (y su versión discreta) aplican para funciones $h(t)$ que pueden ser complejas (así como son, en general, las correspondientes transformadas). Esto permite calcular, de manera eficiente, la transformada de Fourier para funciones (o arreglos, en el caso discreto) de varias dimensiones mediante la aplicación sucesiva (en cada dimensión) de la transformada unidimensional. Por ejemplo, para una función de dos variables (espacio y tiempo), que es el caso de los datos sísmicos multicanal a lo largo de una línea en la superficie (denominados línea sísmica 2D), tenemos que la transformada de Fourier del dominio espacio-temporal al dominio de número de onda-frecuencia (y viceversa), están dadas por:

$$\tilde{P}_{(k,\omega)} = \iint_{-\infty}^{\infty} P_{(x,t)} e^{i(kx - \omega t)} dx dt = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} \left(\int_{-\infty}^{\infty} P_{(x,t)} e^{-i\omega t} dt \right) dx \quad (3.7)$$

y

$$P_{(x,t)} = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{P}_{(k,\omega)} e^{-i(kx - \omega t)} dk d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{P}_{(k,\omega)} e^{i\omega t} d\omega \right) dk \quad (3.8)$$

Nótese que en las últimas igualdades del lado derecho se indica explícitamente como la transformada bidimensional se puede calcular mediante dos sucesivas transformadas unidimensionales: primero a lo largo de una dimensión, y luego a lo largo de la otra.

Nótese también que la convención de signo para las transformada asociada a la dimensión del espacio es contraria a la del tiempo, esto se debe a razones históricas (de esa forma, la fase de la exponencial corresponde a la fase de una onda plana propagándose en el sentido positivo del eje x , en cambio del sentido opuesto; que es útil cuando se consideran ondas esféricas divergentes en coordenadas esféricas). Las expresiones correspondientes a las ecuación (3.7) y (3.8) para la transformada discreta serian:

$$\tilde{P}(k_p, \omega_j) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} P(m\Delta x, n\Delta t) \exp[ik_p(m\Delta x) - i\omega_j n\Delta t] \quad (3.9)$$

y

$$P(m\Delta x, n\Delta t) = \frac{1}{MN} \sum_{p=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \tilde{P}(k_p, \omega_j) \exp[-ik_p(m\Delta x) + i\omega_j n\Delta t] \quad (3.10)$$

donde: $k_p = \frac{2\pi p}{x}$ con $p = 0, 1, \dots, M - 1$; y $x = M\Delta x$ (longitud de grabación espacial) y $\omega_j = \frac{2\pi j}{T}$ con $j = 0, 1, \dots, N - 1$; y $T = N\Delta t$ (longitud de grabación temporal).

3.6.1. Ortogonalidad de las funciones seno y coseno

La transformada de Fourier, la serie y la versión discreta, son operadores lineales que son unívocamente invertibles gracias a la ortogonalidad de las funciones seno y coseno que las componen (nótese que el factor exponencial contiene estas funciones mediante la identidad de Euler ($\exp(i\varphi) = \cos \varphi + i \sin \varphi$). Las funciones seno y coseno son continuas y periódicas, y las mismas cumplen con las siguientes relaciones de ortogonalidad en cualquier intervalo de longitud 2π (aquí usamos $(-\pi, \pi)$):

$$\langle \cos mx, \cos nx \rangle = \pi \delta_{m,n}$$

$$\langle \sin mx, \sin nx \rangle = \pi \delta_{m,n}$$

$$\langle \cos mx, \sin nx \rangle = 0, \text{ para todo } m \text{ o } n$$

donde $\delta_{m,n}$ es la delta de Kronecker, dada por

$$\delta_{m,n} = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}$$

y “ \langle, \rangle ” es el producto interno (escalar) definido por:

$$\langle f(x), g(x) \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g^*(x)dx$$

donde $()^*$ implica conjugación compleja, para una definición más general.

Considerando la identidad de Euler, y las expresiones anteriores, se puede demostrar que las exponenciales complejas cumplen con la relación de ortogonalidad:

$$\langle e^{ikx}, e^{ilx} \rangle = 2\pi\delta_{k,l}$$

Estas expresiones de ortogonalidad se usan (o intervienen) en la serie de Fourier, y son también empleadas para la consideración de ortogonalidad de las secuencias vibratorias compuestas de frecuencias discretas propuestas y desarrolladas en este trabajo. Para dichas secuencias vibratorias, las cuales usan frecuencias discretas que son múltiplos de una frecuencia fundamental “ f_0 ” (los detalles sobre la construcción de dichas secuencias se explican en el capítulo de metodología), el intervalo de integración de longitud 2π en estas fórmulas se sustituye por el periodo de la frecuencia fundamental, es decir: $T_0 = \frac{1}{f_0}$, la variable de integración es el tiempo “ t ”, los enteros “ m ” y “ n ” se cambian por las correspondientes frecuencias angulares $\omega_m = m2\pi f_0$ y $\omega_n = n2\pi f_0$. Sin embargo, es de hacer notar que, para cualquiera dos frecuencias múltiplos de f_0 , digamos $f_n = nf_0$ y $f_m = mf_0$, sus senos y cosenos serán ortogonales (cumplirán relaciones de ortogonalidad semejantes a las anteriores), en un sub-intervalo de tiempo “ τ ” (o múltiplo de “ τ ”), con $\tau = mcm(\frac{T_0}{n}, \frac{T_0}{m})$, donde “mcm(a,b)” denota el mínimo común múltiplo entre a y b. Este aspecto es importante al considerar la ortogonalidad de las secuencias vibratorias con frecuencias discretas.

Para la transformada discreta de Fourier, la condición de ortogonalidad (entre las exponenciales complejas) está dada por la siguiente expresión:

$$\sum_{k=0}^{N-1} e^{\left(\frac{-i2\pi km}{N}\right)} e^{\left(\frac{i2\pi kn}{N}\right)} = \sum_{k=0}^{N-1} e^{\left(\frac{i2\pi k(n-m)}{N}\right)} = N\delta_{m,n}$$

En relación a la transformada de Fourier per se, las relaciones de ortogonalidad entre los senos y cosenos son similares a los de la serie de Fourier, solo que los coeficientes enteros “ m ” y “ n ” se substituyen por variables continuas (frecuencias angulares o número de ondas) α y β , la integral del producto escalar se extiende a todo el intervalo de tiempo o espacio: $(-\infty, \infty)$, y la delta de Kronecker entre m y n se substituye por la delta (distribución) de Dirac de la diferencia entre α y β :

$$\langle \cos \alpha x, \cos \beta x \rangle = \pi\delta(\alpha - \beta)$$

$$\langle \sin \alpha x, \sin \beta x \rangle = \pi\delta(\alpha - \beta)$$

$$\langle \cos \alpha x, \sin \beta x \rangle = 0$$

$$\langle e^{i\alpha x}, e^{i\beta x} \rangle = 2\pi\delta(\alpha - \beta)$$

donde “ \langle, \rangle ” es el producto interno (escalar) definido como:

$$\langle f(x), g(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)g^*(x)dx$$

donde $()^*$ implica conjugación compleja.

3.7. Teorema de muestreo y “aliasing”

Cuando una señal, función de una variable continua “ ξ ” (por ejemplo, el tiempo o el espacio), se muestrea, es decir, se mide para valores de la variable continua separados por intervalos informes “ $\Delta\xi$ ”, el teorema de muestreo establece que, si la señal está compuesta por una banda limitada de frecuencias correspondiente a la variable “ ξ ”, es decir, existe una frecuencia máxima “ f_{max} ” por encima de la cual todas las componentes de frecuencia son nulas, entonces, el intervalo de muestreo “ $\Delta\xi$ ” debe cumplir con la condición:

$$\Delta\xi < \frac{1}{2f_{max}}$$

para que las muestras tomadas permitan reproducir la señal para cualquier valor de la variable continua “ ξ ”. En la práctica, la señal a medir suele ser filtrada analógicamente antes de ser muestreada, y por esa razón, se suele hablar de esta condición en la dirección contraria, es decir, dado el intervalo de muestreo más bajo posible “ $\Delta\xi$ ”, cuál es la frecuencia máxima permitida para la señal para que el muestreo sea apropiado. Dicha frecuencia se denomina frecuencia de Nyquist:

$$f_{Nyquist} = \frac{1}{2\Delta\xi}$$

Y la condición del teorema de muestreo puede expresarse como:

$$f_{max} < f_{Nyquist}$$

De esta forma, el filtro analógico se diseña para eliminar (filtrar) todas las componentes de frecuencias que estén por encima (o igual, inclusive) a la frecuencia de Nyquist.

Si la señal que se muestrea posee componentes de frecuencia por encima de la frecuencia de Nyquist, la transformada discreta de Fourier trasladará la energía correspondiente a dichas frecuencias, a componentes de frecuencia que están por debajo de la frecuencia de Nyquist (pues, en efecto, la máxima frecuencia que aparece en la transformada discreta de

Fourier es la frecuencia de Nyquist). Específicamente, si una frecuencia $f' > f_{Nyquist}$ está presente en la señal muestreada, entonces, la transformada discreta de Fourier introducirá contribuciones a la siguiente componente de frecuencia (que puede denominarse como frecuencias aparente o alias):

$$f_{alias} = |f' - M f_{Nyquist}| \leq f_{Nyquist}, \text{ donde } M \text{ es un entero.}$$

Este fenómeno se conoce como “aliasing” porque la componente de la señal a la frecuencia “ f' ” aparecerá (en las muestras) como si fuera una componente a la frecuencia “ f_{alias} ”. Por ejemplo, si $f' = (3,25)f_{Nyquist}$, entonces $f_{alias} = (0,25)f_{Nyquist}$ y $M=3$.

En la práctica, el fenómeno de “aliasing” debe evitarse en lo posible, pues las componentes alias interfieren con las componentes legítimas de la señal a dichas frecuencias, introduciendo artefactos o ruido indeseado en la señal sísmica. Para evitar el aliasing, se usan filtros analógicos y se escogen los intervalos de muestreos apropiados en el tiempo (y espacio) de acuerdo a la banda de frecuencia de la señal sísmica (y al número de onda que se obtiene en el medio, cercano a los receptores, para dichas frecuencias).

3.8. Teorema de Parseval

El Teorema de Parseval establece que la integral de la amplitud al cuadrado de la señal en el espacio del tiempo (o espacio) es igual a la integral de la amplitud espectral al cuadrado en el espacio de la frecuencia (o número de onda), es decir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |X(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

donde $|X(\omega)|^2 = X(\omega)X(\omega)^*$, y $X(\omega)^*$ es la conjugada de $X(\omega)$.

El teorema de Parseval es importante porque dichas integrales están asociadas con la “energía” total de la señal, cantidad que se puede calcular en cualquiera de los espacios en que esté representada la señal. En la versión discreta, las integrales simplemente se sustituyen por las respectivas sumatorias.

3.9. Convolución y sísmica

En muchos sistemas físicos, las ecuaciones que describen la evolución o dinámica del sistema son ecuaciones diferenciales lineales. En sísmica, la ecuación que describe la propagación de las ondas sísmicas en el subsuelo es una ecuación diferencial lineal (ecuación de ondas). En dichos sistemas (denominados lineales), la solución debida a una fuente puntual e impulsiva se conoce como función de Green o simplemente “respuesta impulsiva del

sistema” si las coordenadas espaciales no intervienen. La función de Green describe la solución del problema dadas las condiciones de fronteras (en sísmica, estas son, por ejemplo, las interfaces donde ocurren cambios de impedancia, las cuales generan las reflexiones).

Ahora bien, la traza sísmica es la respuesta del sistema a una fuente (que puede considerarse) puntual, pero que, en el caso de usar vibradores, no es impulsiva. Afortunadamente, cuando la función de Green (solución para una fuente puntual e impulsiva) se conoce para un sistema lineal dado, la solución para una fuente distribuida (en el espacio) o no impulsiva (en el tiempo) se puede obtener mediante el principio de superposición en el espacio o el tiempo. La superposición implica una suma de las soluciones para las distintas fuentes. Si las fuentes están distribuidas (en el espacio y/o el tiempo), la suma se convierte en una integral. Dicha integral se conoce como convolución, y en una dimensión, que suponemos aquí como la coordenada del tiempo, la misma se puede escribir como:

$$y(t) = x(t) * f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)f(t - \tau)d\tau$$

dónde el símbolo (*) denota la operación de convolución, $x(t)$ es la señal de entrada (fuente), $f(t)$ es la respuesta impulsiva del sistema, y $y(t)$ es la convolución, la cual representa la respuesta del sistema para la fuente $x(t)$.

En el caso de sísmica, dada una posición de la fuente y una posición del receptor, $f(t)$ sería la respuesta impulsiva del subsuelo (serie o secuencia de reflectividad), $x(t)$ sería la secuencia de vibración del vibrador (paquete de vibración o de onda), y $y(t)$ correspondería a la señal sísmica (traza) detectada en dicho receptor.

3.9.1. Teorema de Convolución

Aplicando la transformada de Fourier a ambos lados de la ecuación que define la operación de convolución temporal, se obtiene que, en el espacio de la frecuencia, dicha operación se convierte en una multiplicación:

$$\tilde{y}(\omega) = \tilde{x}(\omega)\tilde{f}(\omega)$$

donde, $\tilde{y}(\omega)$, $\tilde{x}(\omega)$ y $\tilde{f}(\omega)$ son las transformadas de Fourier de $y(t)$, $x(t)$ y $f(t)$, respectivamente.

A este resultado se le conoce como “Teorema de Convolución” y es de suma importancia en procesamiento de datos cuando la longitud de ambas funciones ($x(t)yf(t)$)

muestreadas son de considerable y comparable longitud, y para la resolución de problemas, tales como el de deconvolución, el cual presentamos en la siguiente sección.

3.10. Deconvolución

La deconvolución, en sísmica, es la operación matemática utilizada para conocer la reflectividad del subsuelo, es decir la respuesta impulsiva del medio elástico para cada posición dada de la fuente y el receptor.

Como se mencionó en la sección anterior, la traza sísmica para una posición de la fuente y el receptor, puede escribirse como la convolución entre la señal (temporal) de la fuente y la respuesta del subsuelo (secuencia de reflectividad). Así, si despreciando el ruido ambiental, podemos escribir :

$$y(t) = x(t) * f(t)$$

Pasando al dominio de la frecuencia (mediante la transformada de Fourier) y despejando la respuesta del subsuelo, tenemos:

$$Y(\omega) = F(\omega)X(\omega) \Rightarrow F(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{Y(\omega)X^*(\omega)}{X(\omega)X^*(\omega)}$$

donde $X^*(\omega)$ es la conjugada de $X(\omega)$ y, por razones de simplicidad y claridad, de ahora en adelante las transformadas (en el espacio de frecuencia) se representan con letras mayúsculas.

En el lado derecho de esta última expresión, vemos que en el denominador se tiene la magnitud de $X(\omega)$ elevada al cuadrado, mientras que en el numerador tenemos el producto $Y(\omega)X^*(\omega)$, el cual representa la correlación cruzada en el espacio del tiempo (como se explica en la próxima sección) entre la traza sísmica $y(t)$ y la señal de la fuente $x(t)$.

3.11. Correlación cruzada

La correlación cruzada es una operación que permite cuantificar la semejanza entre dos funciones (por ejemplo, paquetes de onda), y está dada por la convolución de una señal con la reflexión temporal (o respecto a la variable continua en cuestión) de la otra señal, es decir:

$$C_{A,B}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\tau)B(\tau - t)d\tau$$

En el espacio de frecuencias, la correlación cruzada está dada simplemente por:

$$C_{A,B}(\omega) = A(\omega)B^*(\omega)$$

donde $B^*(\omega)$ denota la conjugada de $B(\omega)$.

La auto correlación cruzada, es un caso especial de la correlación cruzada, donde se correlaciona una señal consigo misma:

$$C_{A,A}(\omega) = A(\omega)A^*(\omega) = |A(\omega)|^2$$

Así, la auto correlación cruzada no es más que la amplitud del espectro elevada al cuadrado.

Si la correlación cruzada entre dos señales se normaliza por la raíz cuadrada del producto de las amplitudes máximas de las auto-correlaciones de cada señal, entonces una amplitud máxima igual a la unidad indica una correlación perfecta (es decir, ambas funciones son idénticas), mientras que si las funciones son diferentes, la amplitud máxima de la correlación cruzada normalizada tendrá un valor menor a la unidad y tenderá a cero en la misma medida en que las dos señales (o funciones) sean más diferentes.

3.12. Expresión genérica de la respuesta debida a una fuente puntual

Una fuente puntual ubicada en \vec{r}' que emite un impulso en el instante t' puede expresarse como:

$$\vec{f}(\vec{r}, t) = \vec{f}_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}') \delta(t - t')$$

En exploración sísmica, los coeficientes de la ecuación de onda dependen en general del espacio (medio heterogéneo) pero no del tiempo (al menos no en la escala de tiempo en que ocurre la propagación de la onda sísmica), por ende, la solución debe poseer invariancia de traslación temporal. Así, la solución (respuesta) generada por la fuente puntual impulsiva puede escribirse en forma genérica como:

$$u_i(\vec{r}, t) = G_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', t - t') f_{0j}, \text{ con } t \geq t'$$

Nótese que la función de Green G_{ij} (en realidad, una distribución) es, en este caso, un tensor (debido al carácter vectorial de la ecuación de onda elástica).

3.13. Expresión genérica de la respuesta debida a una fuente distribuida no impulsiva (caso general)

Debido a la linealidad de la ecuación de ondas elásticas, la solución (respuesta) debida a una fuente general $\vec{f}(\vec{r}, t)$ se obtiene mediante el principio de superposición:

$$u_i(\vec{r}, t) = \int_V \int_{-\infty}^t G_{ij}(\vec{r}, \vec{r}'; t - t') f_j(\vec{r}', t') dV' dt'$$

Si la extensión espacial de la fuente es mucho menor que la longitud de onda de la señal transmitida (que es generalmente el caso en exploración sísmica), la integral espacial es solo un factor constante y la expresión se reduce a una convolución temporal de la función de Green con la fuente, resultado que se conoce como Modelo Convolutivo de la respuesta sísmica.

3.14. Procesamiento de datos adquiridos con vibradores

Considerando el modelo convolutivo (explicado anteriormente), tenemos que la señal sísmica puede expresarse como:

$$s(\vec{r}, t) = G(\vec{r}, \vec{r}_1, t) * w_1(t) + n(t)$$

Donde el símbolo de asterisco (*) denota convolución temporal y $n(t)$ representa el ruido durante la adquisición. Si el ruido puede despreciarse, la respuesta impulsiva $G(\vec{r}, \vec{r}_1, t)$ puede obtenerse deconvolucionando la señal vibratoria $w_1(t)$ de la grabación sísmica $s(\vec{r}, t)$. Esto puede expresarse en el espacio de frecuencias como:

$$G(\vec{r}, \vec{r}_1, \omega) \cong \frac{\tilde{s}(\vec{r}, \omega)}{\tilde{w}_1(\omega)} = \frac{\tilde{s}(\vec{r}, \omega) \tilde{w}_1^*(\omega)}{\tilde{w}_1^*(\omega) \tilde{w}_1(\omega)}$$

Esta última expresión es la correlación cruzada de la señal sísmica con la señal vibratoria normalizada por la amplitud al cuadrado del espectro de la señal vibratoria.

3.15. Fuentes simultaneas y ruido de interferencia (“cross-talk noise”)

Supongamos que se activan dos (2) fuentes simultáneamente, una ubicada en \vec{r}_1 y otra en \vec{r}_2 . Entonces, la respuesta sísmica $s(\vec{r}, t)$ (detectada por un receptor ubicado en \vec{r})

debido a ambas fuentes con vibraciones $w_1(t)$ y $w_2(t)$, respectivamente, puede escribirse como:

$$s(\vec{r}, t) = G(\vec{r}, \vec{r}_1, t) * w_1(t) + G(\vec{r}, \vec{r}_2, t) * w_2(t) + n(t)$$

En el espacio de frecuencia (es decir, aplicando la transformada de Fourier del espacio de tiempo al de frecuencia) se tiene que:

$$\tilde{s}(\vec{r}, \omega) = \tilde{G}(\vec{r}, \vec{r}_1, \omega)\tilde{w}_1(\omega) + \tilde{G}(\vec{r}, \vec{r}_2, \omega)\tilde{w}_2(\omega) + n(\omega)$$

Para obtener, por ejemplo, la respuesta impulsiva $\tilde{G}(\vec{r}, \vec{r}_1, \omega)$ (proceso denominado separación o “deblending”), se procede como en el caso de una sola fuente, así, multiplicando la ecuación por $\frac{\tilde{w}_1^*(\omega)}{\tilde{w}_1(\omega)\tilde{w}_1^*(\omega)}$ y despejando se obtiene:

$$\tilde{G}(\vec{r}, \vec{r}_1, \omega) = \tilde{s}(\vec{r}, \omega) \frac{\tilde{w}_1^*(\omega)}{\tilde{w}_1(\omega)\tilde{w}_1^*(\omega)} - \tilde{G}(\vec{r}, \vec{r}_2, \omega) \frac{\tilde{w}_2(\omega)\tilde{w}_1^*(\omega)}{\tilde{w}_1(\omega)\tilde{w}_1^*(\omega)} - n(\omega) \frac{\tilde{w}_1^*(\omega)}{\tilde{w}_1(\omega)\tilde{w}_1^*(\omega)}$$

El primer término (de la derecha) es la expresión que se obtiene si solo una fuente (fuente 1) estuviese activa, y por ende, es el resultado deseado. El segundo término está asociado a la presencia de la energía proveniente de la fuente dos (2). Este término contamina la respuesta impulsiva $\tilde{G}(\vec{r}, \vec{r}_1, \omega)$ y se conoce como ruido de interferencia. El tercer término es debido al ruido de adquisición, el cual habíamos despreciado anteriormente (al suponer que $n(\omega)$ es relativamente pequeño).

3.16. Reducción del ruido de interferencia

En la sección anterior, vimos que el término asociado a la presencia de otra fuente simultánea (en ese caso, la fuente 2) se conoce como ruido de interferencia. Dicho término contiene dos factores importantes que se resaltan a continuación:

$$\tilde{G}(\vec{r}, \vec{r}_2, \omega) \cdot \tilde{w}_2(\omega) \cdot \tilde{w}_1^*(\omega) / (\tilde{w}_1(\omega) \cdot \tilde{w}_1^*(\omega))$$

Factor
Espacial y espectral

Factor de ortogonalidad
entre las secuencias vibratorias (Correlación cruzada)

El factor espacial (y espectral) permite la reducción del ruido de interferencia mediante técnicas basadas en la diferencia de ubicación espacial de las fuentes y la fase, mientras que el factor de ortogonalidad entre las secuencias vibratorias permite la reducción del ruido de interferencia mediante la escogencia de secuencias vibratorias cuya correlación cruzada sea cero (propriadamente ortogonales) o mínima (pseudo-ortogonales). Ambos factores pueden

emplearse simultáneamente para reducir el ruido de interferencia, pero en este trabajo nos enfocamos solamente en el segundo factor, y tratamos de obtener paquetes vibratorios que tengan la menor correlación cruzada entre ellos.

Capítulo 4

Metodología

Para alcanzar los objetivos planteados en este trabajo, se empleó la metodología indicada en el diagrama de la figura 4.1. Los procedimientos allí indicados se describen en detalle en las siguientes secciones de este capítulo.

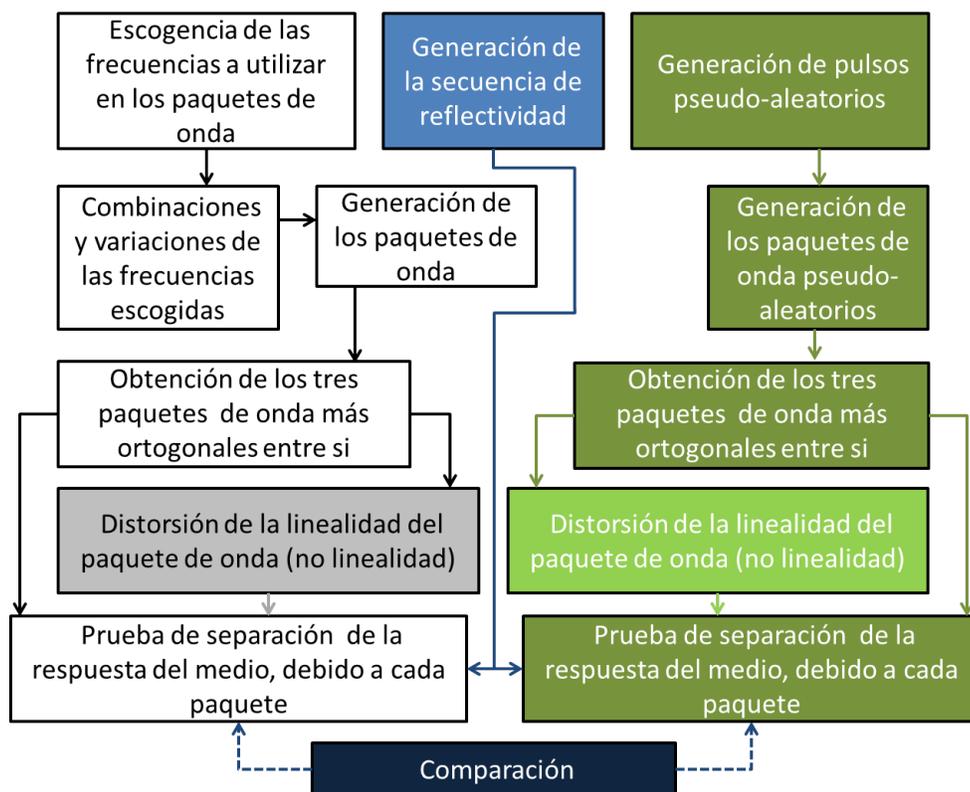


Figura 4.1: Diagrama de la metodología empleada en este trabajo para la generación y optimización de paquetes de ondas y el estudio de su efectividad para la separación de señales en la adquisición sísmica con fuentes Simultáneas.

En el apéndice A, se presenta una descripción breve de las funciones desarrolladas en MATLAB que implementan la mayor parte de estos procedimientos, junto con una descripción detallada de sus correspondientes interfaces (es decir, las variables de entrada y salida).

4.1. Escogencia de las frecuencias a utilizar en los paquetes de onda o vibración

Debido a la atenuación de las ondas sísmicas en el subsuelo (ver marco teórico) y las limitaciones prácticas de los vibradores, la banda de frecuencia empleada para alcanzar profundidades típicas de algunos kilómetros es aproximadamente entre 1 y 100 Hz. Por ende, el conjunto de frecuencias a emplear en este trabajo se restringió a dicha banda, pero el procedimiento desarrollado para la construcción y optimización de los paquetes de onda puede ser empleado para cualquier banda de frecuencia deseada.

El método propuesto para la construcción de los paquetes de onda emplea frecuencias discretas múltiplos de un valor dado de frecuencia “ f_0 ” que puede ser interpretado como un intervalo de frecuencia (es decir, como un “ Δf ”) o como una frecuencia fundamental; en consecuencia, las frecuencias a utilizar pueden ser expresadas como: $f = p f_0$, donde “ p ” es un número entero positivo y mayor que cero.

En este trabajo, se escogió emplear $f_0 = 1$ Hz, lo que implica que los valores de las frecuencias “ f ” pueden ser leídos (ignorando las unidades de “Hz”) como los valores de “ p ”. La interpretación en función de los valores de “ p ” es importante porque el conjunto de paquetes óptimos obtenido no cambia si: las frecuencias reportadas se interpretan como valores de “ p ”, se emplea un nuevo valor para el intervalo de frecuencia (o frecuencia fundamental), digamos “ f'_0 ”, y el tiempo total de oscilación del paquete (con correspondientes sub-intervalos de oscilación de cada frecuencia) se extiende en un factor igual a f_0/f'_0 . Esta interpretación directa de los resultados de paquetes óptimos obtenidos (mediante la regla de re-escalamiento mencionada) es de suma importancia práctica, pues a medida que la tecnología de los vibradores mejora (para poder oscilar de manera efectiva a menores frecuencias) y los tiempos de vibración puedan ser incrementados (lo cual es posible mediante el uso de fuentes simultáneas, si se emplean paquetes de onda (o vibración) codificados y optimizados, los cuales pueden ser obtenidos mediante procedimientos similares a los desarrollados en este trabajo), en tal caso, la frecuencia fundamental “ f_0 ” puede ser reducida y la duración de vibración aumentada (según la regla de re-escalamiento mencionada) para garantizar que los conjuntos de paquetes óptimos (es decir, maximización de ortogonalidad) aquí obtenidos, interpretados en función de “ p ”, continúen siendo válidos.

Otra condición importante empleada en este trabajo para la construcción de los paquetes de onda (o vibración) con frecuencias discretas es que, durante el sub-intervalo de tiempo en que oscila cada frecuencia, la señal (fuerza que aplica el vibrador sobre el suelo) debe oscilar exactamente un número de ciclos completos a dicha frecuencia. Esta condición permite unir la señal entre dichos sub-intervalos en el punto en que ambas tienen amplitud máxima (o mínima) y donde las derivadas laterales se igualan (con valor cero), garantizando la continuidad de la señal y su derivada en el momento (instante) de unión entre los sub-intervalos de oscilación (o vibración) de distinta frecuencia. Esta condición y el hecho que el tiempo total de vibración (del paquete) es limitado, implica que frecuencias muy bajas no pueden ser incluidas para la construcción de los paquetes pues ocuparían gran parte del tiempo total de vibración y por ende (como se muestra y discute en el capítulo de resultados) limitarían la obtención de una resolución sísmica aceptable cuando la duración total del paquete es limitado. Por tal razón, para construir los paquetes de ondas usando valores discretos de frecuencia, se empleó el rango de frecuencia de 7 hasta 100 Hz. El límite inferior de 7 Hz fue escogido para mantener un tiempo total de vibración cercano a 8 segundos. Si el tiempo total de vibración puede ser incrementado, la frecuencia fundamental puede ser reducida (siguiendo la regla de re-escalamiento mencionada) y en consecuencia la frecuencia mínima. Nótese, sin embargo, que la frecuencia mínima de vibración efectiva en vibradores más recientes y avanzados, es de aproximadamente 4 ó 5 Hz ([4]), lo que implica que el valor mínimo de 7 Hz, empleado en este trabajo, es apropiado en la práctica considerando las limitaciones de los vibradores actuales. En todo caso, la regla de re-escalamiento mencionada puede siempre ser empleada para reducir el límite inferior de frecuencia. Nótese, igualmente, que al limitar las frecuencias entre 7 y 100 Hz, y emplear una frecuencia fundamental $f_0 = 1$ Hz, este trabajo se limitó al uso de valores de “p” en el intervalo o rango de 7 a 100. Sin embargo, el procedimiento presentado puede ser empleado para un intervalo más amplio de valores de “p” (tan grande como sea requerido) siempre y cuando se disponga de los recursos computacionales necesarios (esta limitante se discute brevemente en el capítulo de resultados).

Finalmente, un aspecto importante de la construcción de los paquetes de onda (o vibración) empleando frecuencias discretas, es que, mediante la escogencia de las frecuencias a emplear (dentro del mencionado rango) se puede minimizar la interferencia (“cross-talk”) entre las frecuencias y los armónicos producidos por el comportamiento no lineal de los vibradores y su imperfecto acoplamiento con el suelo. Para implementar esta idea (minimizar el “cross-talk” entre frecuencias y armónicos), se desarrolló una función que permite descartar, del conjunto inicial de frecuencias, las frecuencias que coincidan con múltiplos (hasta cierto orden) de las frecuencias previamente seleccionadas por la misma

función (nótese que las frecuencias son seleccionadas en orden creciente). En resumen, la función desarrollada escoge (del conjunto inicial de frecuencias dado) las frecuencias que cumplan con las siguientes condiciones o reglas:

- Que la distancia consecutiva entre frecuencias sea mayor o igual a un valor predeterminado “ Δf ”, es decir, si una frecuencia “ f ” del conjunto de entrada es seleccionada, la siguiente frecuencia a seleccionar debe ser igual o mayor que “ $f + \Delta f$ ”.
- Que descarte las frecuencias que sean múltiplos hasta de orden “ k ” de frecuencias que ya hayan sido escogidas, es decir, si una frecuencia “ f ” ha sido escogida, las frecuencias que sean iguales a $2f$, $3f$, \dots y kf serán descartadas (no escogidas) durante el proceso de selección de frecuencias a utilizar.

La función que implementa las condiciones mencionadas para la selección de frecuencias, es la función “*Selec_frec*”, y su interface es detallada en el apéndice A.

4.2. Métodos de combinación de las frecuencias escogidas para la construcción de los paquetes de onda o vibración

Una vez escogido el conjunto de frecuencias a utilizar, los paquetes de onda (o vibración) se construyen mediante la combinación de dichas frecuencias de acuerdo al número de frecuencias “ m ” que tendrá el paquete y el orden en que dichas frecuencias pueden aparecer en el paquete. La secuencia de frecuencias en el paquete de ondas (o vibración) se expresa mediante un arreglo (o vector) cuyos “ m ” elementos contienen los valores de frecuencia a utilizar en el paquete de ondas. El arreglo (o vector) también expresa el orden o secuencia en que dichas frecuencias compondrán el paquete, es decir, el valor de frecuencia contenido en el primer elemento (o componente) del arreglo (o vector), será la primera frecuencia de vibración del paquete y así sucesivamente.

Finalmente, el sub-conjunto de frecuencias a utilizar contiene “ n ” frecuencias y no se permite la repetición de ninguna frecuencia dentro en un mismo paquete. Esto significa que el número de frecuencias en cualquiera de los paquetes “ m ” debe ser menor o igual a “ n ”.

4.2.1. Métodos de permutación simple y variaciones sin repetición

Si “ m ” es igual a “ n ”, los paquetes son permutaciones simples de las “ n ” frecuencias, mientras que si “ m ” es menor que “ n ” los paquetes son variaciones sin repetición (de “ n ” frecuencias en grupos de “ m ” elementos). Si los valores de “ n ” y “ m ” son pequeños, el proceso de optimización que prosigue (selección de un número de paquetes lo más ortogonales posible entre sí) es computacionalmente realizable, es decir, todos los paquetes contruidos por permutaciones simples o variaciones sin repetición pueden ser considerados para la optimización.

La construcción de los arreglos que representan los paquetes de onda mediante variaciones sin repetición es implementada mediante la función “*Variaciones_ordinarias*” y su interface se describe en el apéndice A. Por otra parte, todas las permutaciones simples (de un arreglo) pueden ser generadas directamente con la función “perm” de Matlab.

En general, el número de permutaciones o variaciones sin repetición obtenibles puede ser muy grande ($n!$ para las permutaciones simples ó $n!/(n-m)!$ para las variaciones sin repetición), lo cual implica que todo el conjunto de paquetes posibles no podría ser considerado para el proceso de optimización que prosigue (pues el tiempo de cálculo sería prohibitivo). Por ende, criterios o condiciones adicionales para la construcción (o pre-selección) de los paquetes se desarrollaron y aplicaron en este trabajo para los casos en que $n!$ ó $n!/(n-m)!$ son muy grande (en el orden de algunos miles en este trabajo, debido a las limitaciones en recursos computacionales). Dichos procedimientos de construcción o pre-selección de paquetes se presentan en las siguientes secciones.

4.2.2. Método de variaciones restringidas basadas en bandas de frecuencias

Este método restringe el número de variaciones sin repetición al imponer la condición de que por lo menos una frecuencia de cada banda de frecuencia (previamente definidas) estará presente en los paquetes de onda resultantes. El procedimiento es útil cuando el número de frecuencias a utilizar “ n ” es mucho mayor que el número de frecuencias “ m ” que compone cada paquete.

Para construir los paquetes, primero se divide el conjunto de frecuencias a utilizar en “ m ” sub-conjuntos, cada uno representando una banda de frecuencia y asociado a un elemento (posición) del arreglo que representa el paquete de ondas. Luego, se construyen los arreglos asignando a cada elemento del paquete una frecuencia de la banda de frecuencia que está asociada al mismo. Al construir los paquetes, se realizan todas las combinaciones

posibles, es decir: si la banda (o sub-conjunto) de frecuencia “ j ”, contiene “ k_j ” frecuencias, entonces, el número de combinaciones (arreglos) posibles es $\prod_{j=1}^m K_j$, finalmente, los arreglos obtenidos son permutados y la unión de todas las permutaciones obtenidas ($m! \prod_{j=1}^m K_j$) constituyen el conjunto de paquetes de onda que serán analizados en el proceso de optimización. Este procedimiento de construcción es implementado en la función “*Variacion_banda_frec*” y su interface se presenta en el apéndice A.

Aunque el procediendo de variaciones restringidas por bandas de frecuencia reduce el número de paquetes de vibraciones a analizar (respecto al procedimiento de variaciones sin repetición) el número de paquetes obtenido puede aún resultar prohibitivo para su consideración en el proceso de optimización que prosigue si el número de frecuencias que constituyen el paquete (“ m ”) es grande. Por tal motivo, este procedimiento (como los de permutaciones simples o variaciones sin repetición) se emplearon solo para casos en que “ m ” y “ n ” son pequeños, los cuales se analizaron de primero en este trabajo. Sin embargo, debido a la limitación que esta condición implica para la reducción del ancho del pico central de la auto correlación cruzada del paquete (como se muestra y discute en el capítulo de resultados), se procedió a desarrollar otro(s) método(s) de construcción basado(s) en técnicas de selección pseudo-aleatoria que se puede emplear cuando el número de frecuencias por paquete (“ m ”) es grande. Dicho método se describe a continuación

4.2.3. Método de combinación pseudo-aleatoria de frecuencias

Este método consiste en elegir pseudo-aleatoriamente, del conjunto de “ m ” frecuencias preseleccionadas (a utilizar), las frecuencias que van siendo asignadas al arreglo de “ n ” frecuencias (con $n \leq m$) que representa el paquete de ondas. Una vez que una frecuencia es escogida o usada (es decir, incluida en un paquete de ondas), dicha frecuencia es excluida del proceso de selección durante la construcción de dicho paquete para evitar su repetición en el paquete. La función que implementa este procedimiento es “*Comb_pseud_aleat_frec*” y su interface se presenta en el apéndice A.

4.3. Construcción de los paquetes de onda o vibración en función del tiempo

Una vez que los arreglos de frecuencia que representan los paquetes de ondas han sido creados, la señal temporal de los paquetes de onda (o vibración), pueden ser construidas cuando es necesario en los cálculos de optimización que prosiguen, en particular, en el cálculo de las correlaciones cruzadas entre los paquetes de ondas. El proceso de construc-

ción de los paquetes de onda en función del tiempo garantiza la continuidad de la señal y su derivada en los puntos de unión entre intervalos de oscilación con distintas frecuencias. Luego que los intervalos de oscilación han sido construidos y unidos para formar el paquete de onda, el mismo se multiplica por una función moduladora (“tapering”) para evitar discontinuidades al comienzo y al final del paquete. De esta forma, la construcción de los paquetes se hace en el espacio del tiempo donde es más sencillo construirlos, y son, en realidad, una representación discreta de los paquetes de onda (con muestras a intervalos uniformes de tiempo). Sin embargo, es importante notar que, la correlación cruzada entre los mismos se realiza luego en el espacio de frecuencia, donde la correlación cruzada es una multiplicación, y por ende, más eficiente calcularla (ver Marco Teórico). La función que realiza la construcción (representación discreta) de los paquetes de onda en función del tiempo es “*Paquete_de_onda*” y una breve descripción de la misma y su interface se presentan en el apéndice A.

4.4. Selección de los paquetes de onda más ortogonales posibles (optimización)

La selección óptima de los paquetes de onda (es decir, paquetes que son lo más ortogonales posible) es la solución al siguiente problema de optimización discreta:

Dado un conjunto de “ N ” paquetes de ondas (elementos), cual es el sub-conjunto compuesto de “ M ” paquetes de onda para el cual una “medida” dada, función de las correlaciones cruzadas entre los paquetes de onda que componen el sub-conjunto, es el mínimo posible. Nótese que, dado el conjunto de “ N ” paquetes de onda, la solución del problema depende del valor de “ M ” y de la definición de la “medida” (que es función de las correlaciones cruzadas entre los paquetes de onda que componen el sub-conjunto).

En este trabajo consideramos los casos en que $M = 2$ (caso más simple o trivial) y $M=3$ (primer caso no trivial), y explicamos como el procedimiento (algoritmo) podría ser extendido (por inducción) para valores mayores de “ M ”.

En relación a la “medida”, en este trabajo se consideran solo dos medidas (funciones):

- Medida de Energía:

Es el valor máximo de la “energía” de la correlación cruzada entre cualquier par de paquetes de onda que componen el sub-conjunto de “ M ” paquetes de onda.

- Medida de Amplitud Máxima:

Es el valor máximo de la amplitud máxima (en el espacio del tiempo) de las correlaciones cruzadas entre cualquier par de paquetes de onda que componen el subconjunto de “ M ” paquetes de onda.

4.4.1. Energía y amplitud máxima de la correlación cruzada entre dos paquetes de onda

La energía y amplitud máxima de la correlación cruzada mencionadas en la sección anterior, y usadas en este trabajo, son valores normalizados por la raíz cuadrada del producto de los valores correspondientes a las auto correlaciones de cada paquete de onda del par correlacionado.

La “Energía” es la integral del cuadrado de la amplitud de la función de correlación cruzada (integral que puede calcularse en el espacio del tiempo o de la frecuencia debido al teorema o identidad de Parseval).

La “Amplitud Máxima” es el valor máximo de la amplitud de la función de correlación cruzada en el espacio del tiempo.

4.4.2. Matriz de medidas de energía y correlaciones cruzadas

Antes de proceder con la explicación del procedimiento de optimización (selección del sub-conjunto de paquetes más ortogonales) para $M = 2$ y 3 , debemos mencionar la construcción de una estructura (matriz) que nos permite implementar dichos procedimientos (algoritmos) de optimización. Dicha estructura la denominamos “Matriz de Medidas de las Correlaciones Cruzadas” y es explicada a continuación.

Para el conjunto de “ N ” paquetes de onda, existen solamente $N(N + 1)/2$ posibles pares de correlaciones cruzadas (entre par de paquetes) cuyos valores de medida (Energía o Amplitud Máxima) pueden ser distintos, incluyendo las auto correlaciones, ya que dichas medidas son simétricas respecto al orden de correlación cruzada entre el par de paquetes. Excluyendo las auto correlaciones cruzadas, tendremos solamente $N(N - 1)/2$, cada uno correspondiente a la correlación cruzada entre un paquete “ i ” y un paquete “ j ” del conjunto de “ N ” paquetes (con “ i ” distinto de “ j ”). Estos valores son organizados en un arreglo (matriz) de tres columnas y $N(N - 1)/2$ filas. La primera columna contiene el índice “ i ” de un paquete, la segunda el índice “ j ” del otro paquete, y la tercera el valor de medida (Energía o Amplitud Máxima) correspondiente a la correlación cruzada entre dichos paquetes (identificados por los valores de “ i ” y “ j ”).

El cálculo (y construcción) de la Matriz de Medidas de las Correlaciones Cruzadas usando el valor de energía o de amplitud máxima para los paquetes de ondas constituidos

por frecuencias discretas, son las funciones: *Matriz_med_energ* y *Matriz_med_ampmax*, respectivamente. Mientras que para los paquetes de ondas de pulsos pseudo-aleatorios son las funciones: *Matriz_med_energ_paq_pse_ale* y *Matriz_med_ampmax_paq_pse_ale*, respectivamente. Una descripción breve de las mismas y sus interfaces se presentan en el apéndice A.

4.4.3. Método de optimización de paquetes: caso $M=2$

Este caso corresponde a determinar, dentro del conjunto de “ N ” paquetes, cuales son los dos paquetes ($M=2$) que son lo más ortogonales posible. Este caso es el más simple posible y mencionamos que es trivial porque simplemente corresponde a escoger, de la Matriz de Medidas de las Correlaciones Cruzadas, la fila que contenga en su tercer columna, la medida (valor) mínimo. Luego de calcular la Matriz de Medidas de las Correlaciones Cruzadas, esto requiere solamente el ordenamiento de las filas de la Matriz de Medidas según el valor de su tercera columna (medida), y escoger la fila que tenga el menor valor de medida. Este ordenamiento puede ser realizado por una función de Matlab (“*sortrows*”) y por ende, no fue necesario implementarlo como una nueva función en este trabajo.

4.4.4. Método de optimización de paquetes: caso $M=3$

Este caso corresponde a determinar, dentro del conjunto de “ N ” paquetes, cuales son los tres paquetes ($M=3$) que son lo más ortogonales posible entre si (es decir, que el valor máximo de la medida de correlación cruzada entre los paquetes de este sub-conjunto, es el mínimo de todos los sub-conjuntos posibles de tres paquetes).

La solución de este problema desarrollada en este trabajo consiste en varias fases. Primero, se calcula la Matriz de Medidas de Correlación Cruzada y se ordena de menor a mayor (es decir, la primera fila contiene el par con menor medida de correlación cruzada, el cual corresponde a la solución para el caso $M=2$, descrito en la sección anterior). Una vez ordenada la Matriz de Medidas, los paquetes “ i ” y “ j ” de la primera fila (solución para $M=2$) se emplean para hallar un tercer paquete “ k ” cuya medida de correlación cruzada con los paquetes “ i ” y “ j ” es mínima (esto es realizado por la función “*Optimizacion_parcialtriada*”, la cual es llamada por la función “*Optimatriada*” que es la función principal que implementa la solución del problema de optimización para $M=3$). Una vez que el valor de “ k ” es hallado, el valor máximo de la medida de correlaciones cruzada (con “ i ” y “ j ”) se compara con el valor de la medida de correlación cruzada del siguiente par (siguiente fila) en la Matriz de Medidas de Correlaciones Cruzadas. Si el valor obtenido para el paquete “ k ” (con “ i ” y “ j ”) es mayor que el valor de la medida de

correlación cruzada de la siguiente fila (siguiente par), la triada “ i ”, “ j ” y “ k ” junto con su máxima medida de correlación cruzada es temporalmente guardada como primera triada posible en una Matriz de Posibles Triadas (cuyas tres primeras columnas son los tres índices de los paquetes, y la última columna el valor máximo de la medida de correlación cruzada entre ellos), y la segunda fila se usa como el nuevo par “ i ” y “ j ”, y un nuevo valor de “ k ” es hallado. Siendo esta la segunda posible triada hallada, la misma se compara con las Posibles Triadas antes halladas. Si el valor de medida de correlación cruzada es menor que las ya halladas, las posibles triadas previamente halladas se desechan, y la actual se conserva, si la medida es igual, la triada se adiciona a la Matriz de Posibles Triadas, y si la medida es mayor, la triada se desecha. Luego, se compara la medida de la triada con la medida del siguiente par (siguiente fila) de la Matriz de Medidas de Correlación Cruzada, si la medida de la triada es mayor o igual que la del siguiente par, el proceso se repite con el siguiente par (cuyos paquetes son los nuevos “ i ” y “ j ”, y se busca un nuevo paquete “ k ”), pero si la medida de la triada es menor, significa que no otra triada puede ser conseguida, y el proceso para hallar más triadas posibles es terminado. Finalmente, la Matriz de Posibles Triadas obtenida hasta ese momento es filtrada (para reducir las soluciones que son permutaciones simples) y sus filas se reportan como solución del problema (triadas que tendrían exactamente el mismo valor máximo de medida de correlación cruzada entre los paquetes que componen el sub-conjunto de tres paquetes o triada).

Esta solución es implementada mediante la función “*Optimatriada*” la cual, como ha sido mencionado, llama iterativamente a la función “*Optimizacion_parcialtriada*” que haya el paquete “ k ” que tiene la menor medida de correlación cruzada respecto a los paquetes “ i ” y “ j ” (lo cual es realizado mediante una comparación exhaustiva entre todas las correlaciones cruzadas que contienen el paquetes “ i ” o “ j ”). Las interfaces para ambas funciones se presentan en el apéndice A.

4.4.5. Método de optimización de paquetes: caso $M \geq 4$

Si una solución es deseada para $M \geq 4$, el algoritmo para tres paquetes ($M=3$) puede ser extendido inductivamente. Por ejemplo, para $M=4$, primero se debe construir una Matriz de la Medida de Correlación Cruzada máxima para las triadas posibles, y luego, un procedimiento similar al empleado para el caso $M=3$ es empleado para hallar los grupos de cuatro paquetes posiblemente óptimos; el criterio para detener la comparación sería similar: cuando la medida máxima de correlación cruzada del sub-conjunto de cuatro paquetes es menor que el de la siguiente triada en la Matriz de Medida de Correlación Cruzada máxima para las triadas, no otro grupo de cuatro paquetes con menor medida de correlación cruzada máxima entre los paquetes existe, y por ende, la búsqueda se detiene.

Nótese, sin embargo, que el costo computacional crece, al menos, como potencia M del valor N , lo cual podría hacer computacionalmente impráctico implementar la extensión inductiva de este algoritmo para valores mayores de “ M ”. En dicho caso, métodos de solución aproximados (es decir, de búsqueda no exhaustiva) serían la única opción práctica disponible. Sin embargo, el estudio de dichos métodos (por ejemplo, estocásticos), aplicados a este problema, va más allá de los objetivos planteados en este trabajo y se sugiere como tema de investigación futura.

4.5. Paquetes de onda codificados mediante pulsos pseudo-aleatorios

Para realizar una comparación de la técnica de codificación presentada en este trabajo con otras ya existentes, se implementó uno de los métodos actuales mayormente empleados para la codificación de paquete de onda (o vibración) para fuentes simultáneas denominado codificación mediante pulsos pseudo-aleatorios. Para construir dichos paquetes, se desarrollaron dos funciones que trabajan en secuencia: la función “*Pulsosaleatorios*” que genera secuencias de pulsos pseudo-aleatorios de manera codificada y los guarda en una matriz (donde cada fila corresponde a un paquete de pulsos pseudo-aleatorios), y la función “*Ondaleatoria*” que decodifica el paquete codificado (una fila de la matriz mencionada) para generar una secuencia temporal de pulsos que inmediatamente convoluciona con una ondícula de Ricker para generar el paquete de ondas en función del tiempo. La convolución con la ondícula de Ricker (u otra ondícula de duración finita, según se prefiera) se realiza porque un vibrador real no puede ejecutar (o realizar) un pulso ideal (es decir, de duración infinitesimal).

La secuencia de pulsos pseudo-aleatorios generados y codificados por la función “*Pulsosaleatorios*” consisten en pulsos de amplitud unitaria con signo aleatorio, separados por un intervalo aleatorio de tiempo cuyo rango es limitado por los valores de frecuencia máxima y mínima que se deseen en el paquete (variables de entrada de la función). Por otra parte, la función “*Ondaleatoria*”, además de recibir como entrada la secuencia codificada de pulsos pseudo-aleatorios, debe recibir los parámetros de la ondícula de Ricker a utilizar. El producto de ambos espectros de frecuencia define el espectro de frecuencia resultante para el paquete de ondas de pulsos pseudo-aleatorios resultante. En el apéndice A, se explica en mayor detalle las interfaces de entrada y salida de estas funciones.

4.6. Simulación de grabaciones sísmicas con fuentes simultáneas

Para realizar las pruebas de separación (“deblending”) de grabaciones sísmicas con fuentes simultáneas, las grabaciones se generan de manera sintética suponiendo un modelo horizontalmente estratificado (unidimensional) del subsuelo y que las ondas sísmicas son planas y se propagan verticalmente en el subsuelo. Bajo esta suposición, se genera la respuesta impulsiva de reflexiones primarias del subsuelo empleando el método descrito en el capítulo 3, y se emplea el modelo de convolución sísmica usando cada uno de los paquetes de onda (correspondiente a las fuentes) para generar las trazas sísmicas correspondientes que luego se suman (principio de superposición) para generar la traza o grabación sintética con fuentes simultáneas correspondientes a los paquetes de onda usados.

La generación de la secuencia impulsiva de reflexiones primarias es realizado mediante la función “*Secuencia_reflec*” desarrollada en Matlab, y cuya interface se describe en detalle en el apéndice A. mientras que el proceso de convolución y suma se implementó como un simple script en Matlab.

4.7. Creación de modelos unidimensionales del subsuelo

Para generar modelos del subsuelo que sean cercanos a la realidad, se empleó los perfiles de velocidad (de ondas P) típicos del subsuelo reportado por [5], y se construyó una función que se escogió como la suma de una recta con una exponencial, y los coeficientes se ajustaron para que la función este contenida en el rango de dichos perfiles de velocidad típicos. La figura 4.2 muestra la gráfica reportada por [5] (con los perfiles de velocidad típicos para distintas litologías) con la función ajustada en este trabajo superpuesta en la gráfica (curva en azul).

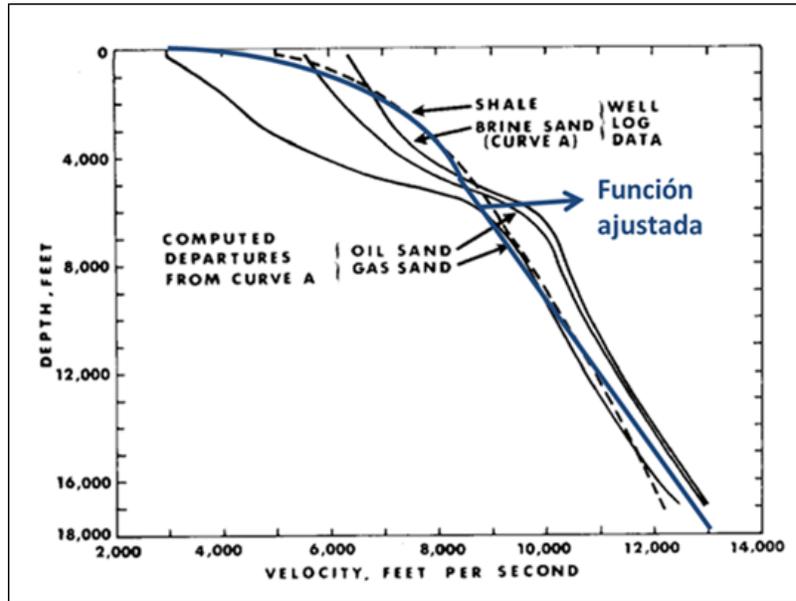


Figura 4.2: Grafica que corresponde a la figura 9 del artículo [5] . Sobre la cual se ha superpuesto la función de ajuste obtenida y empleada en este trabajo.

La expresión matemática de la función ajustada, con los valores de los coeficientes obtenidos, es la siguiente:

$$V_{(z)} = \left(\frac{V_{zmax} - V_{interc-superf}}{Z_{max}} \right) Z + V_{interc-superf} - (V_{interc-superf} - V_{min-superf})e^{-(z/\lambda)}$$

Dónde: $V_{zmax}=13400$ feet/s, $V_{min-Superf} = 3000$ feet/s , $\lambda=800$ feet, y $V_{Interc-Superf} =6700$ feet/s.

Para una mejor visualización, la gráfica de esta función (de ajuste) se muestra en la figura 4.3. Y en la figura 4.4, se muestran los valores típicos de densidad reportados por [5], y su función de ajuste.

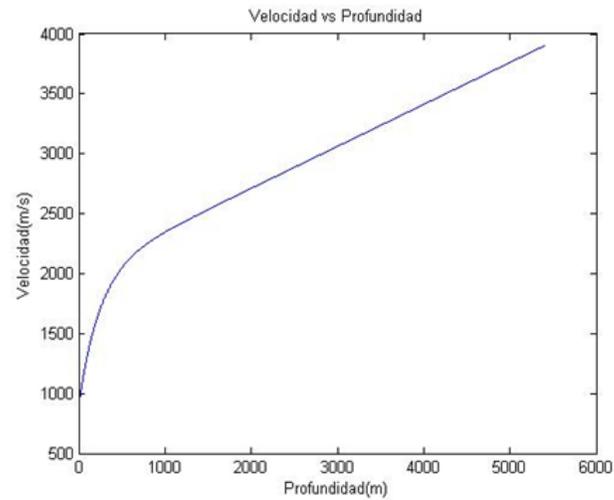


Figura 4.3: Función de ajuste para el perfil de velocidad de las ondas P en función de la profundidad obtenida de las curvas típicas reportadas por [5]. Según la fórmula de ajuste en el texto principal, pero con los valores convertidos a metros por segundos. Esta función de ajuste es empleada en este trabajo para construir modelos (perfiles) sintéticos del subsuelo.

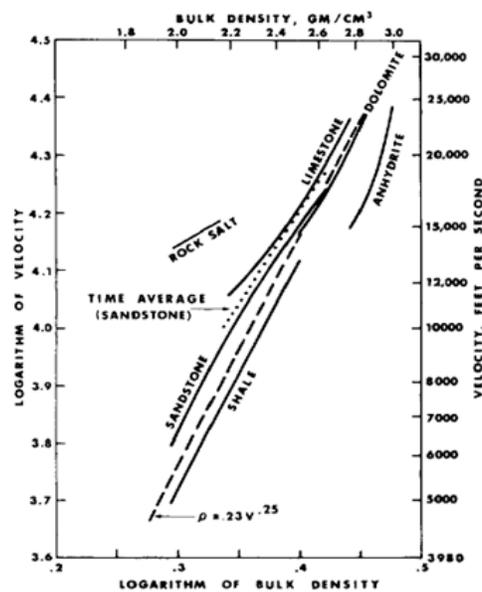


Figura 4.4: Figura 1 reportada por [5] mostrando la relación entre la velocidad de ondas P y la densidad en rocas de distintas litologías. La curva de ajuste es mostrada en líneas punteadas.

Para la determinación de la densidad utilizamos la relación empírica entre la densidad y la velocidad reportada también en [5].

Si la velocidad se expresa en m/s , y la densidad en gr/cm^3 , entonces la relación de la curva de ajuste reportada por [5] es la siguiente:

$$\rho = 0,31 * V^{0,25}$$

A partir de estas funciones de ajuste (velocidad de ondas P y la densidad) se generan los perfiles en una dimensión (es decir, en función de la profundidad) y se considera un posible cambio (que asignamos pseudo-aleatoriamente) de $\pm 5\%$ la velocidad y de la densidad independientemente, relativo al valor calculado usando las funciones de ajuste antes mencionada para la profundidad del centro de la capa. Los espesores de los estratos son también asignado de forma pseudo-aleatoria.

Una vez obtenido el modelo de capas (o estratificado) para el sub-suelo, se genera la secuencia impulsiva de reflexiones primarias. Un ejemplo de secuencia impulsiva de reflexiones primarias (o serie de reflectividad) se muestra en la figura 4.5.

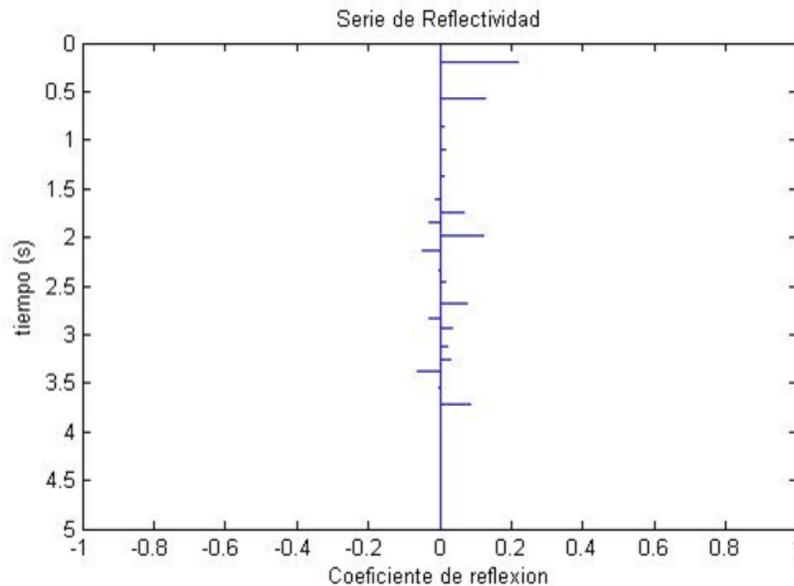


Figura 4.5: Ejemplo de una secuencia impulsiva de reflexiones primarias (serie de reflectividad) calculada empleando las curvas de ajuste para valores típicos de velocidad de ondas P en función de la velocidad y la relación típica entre velocidad de ondas P y densidad (basados en los resultados reportados por [5]) y los algoritmos de construcción del modelo del subsuelo y de cálculo de la secuencia impulsiva de reflexiones primarias desarrolladas en este trabajo.

4.8. Simulación de la distorsión no lineal de los paquetes de onda

En este trabajo, la distorsión no lineal del paquete de onda se simula mediante la aplicación de un polinomio de cuarto grado a la amplitud del paquete de onda. El grado de distorsión no lineal es controlado mediante los coeficientes “ α_n ” de los términos de grado $n \geq 2$ del polinomio:

$$A_{distor}(t) = A_{orig}(t) + \sum_{n=2}^4 (A_{orig}(t))^n$$

Como se mencionó anteriormente, una distorsión no lineal de la amplitud generará la aparición de armónicos que afectan la efectividad de separación (“deblending”) de los datos sísmicos. En este trabajo, empleamos esta función de distorsión con el propósito de evaluar como una distorsión no lineal (con la consecuente aparición de armónicos) afecta la separación de los datos sísmicos para distintos esquemas de codificación de los paquetes, en particular, paquetes por codificación de pulsos pseudo-aleatorios vs. el esquema propuesto de codificación con frecuencias discretas (con diferentes criterios de preselección de las frecuencias para la codificación).

Los coeficientes de los términos no lineales “ α_n ” fueron ajustados (ver resultados y discusión) para reproducir la magnitud de los armónicos generados en un ejemplo real (resultados reportados en la figura 5(a) de [4]).

Capítulo 5

Resultados y discusión

5.1. Escogencia de las frecuencias a utilizar en los paquetes de onda o vibración

Para la escogencia de las frecuencias utilizamos la función “*Selec_freq*” explicada en el capítulo de metodología. Como ejemplo de su utilización, empleamos los siguientes valores de entrada: $f_0 = 1$ Hz, “p” igual al conjunto de números enteros en el rango de 7 hasta 100, $\Delta f = 2$ Hz y $k = 2$, obteniendo como salida el siguiente conjunto de frecuencias:

{ 7 9 11 16 20 24 26 28 30 34 36 38 42 44 46 50 54 58 62 64 66 70 74 78 80 82 86 90 94 96 98} en Hz.

Se puede observar que treinta y uno (31) frecuencias fueron obtenidas de un conjunto de entrada “p” de noventa y cuatro (94) enteros. Nótese, por ejemplo, que las frecuencias 13, 14 y 15 Hz no aparecen en el conjunto obtenido, esto se debe a que la frecuencia de 14 Hz es el múltiplo ($k=2$) de la frecuencia 7 Hz y por ende debe ser descartada, y que siendo $\Delta f = 2$ Hz las frecuencias 13 y 15 Hz también deben ser descartadas. Para las otras frecuencias que no aparecen aplica un razonamiento similar (por ejemplo, la frecuencia 22 Hz, es el múltiplo ($k=2$) de 11 Hz que ya ha sido seleccionada, y las frecuencias adyacentes a 22 Hz con separación menor que $\Delta f = 2$ Hz, es decir, las frecuencias de 21 y 23 Hz, también son descartadas.

5.2. Construcción de los paquetes de onda o vibración

Para la construcción de los paquetes de ondas constituidos por frecuencias discretas, se utiliza la función “*Paquete_de_onda*” la cual opera en dos etapas como fue explicado

en la metodología. El siguiente ejemplo ilustrativo (ver figura 5.1), emplea los siguientes parámetros: la secuencia de frecuencias de vibración (“B”) igual a [2 20 7 40 10] Hz, el tiempo total de duración del paquete de onda (“t”) igual a 8 s, el intervalo de muestreo (“dt”) igual a 0,0002 s y el intervalo de tiempo de atenuación (“tapering” en ingles) de la modulación al inicio y final del paquete de onda (“Tao”) igual a 1 s.

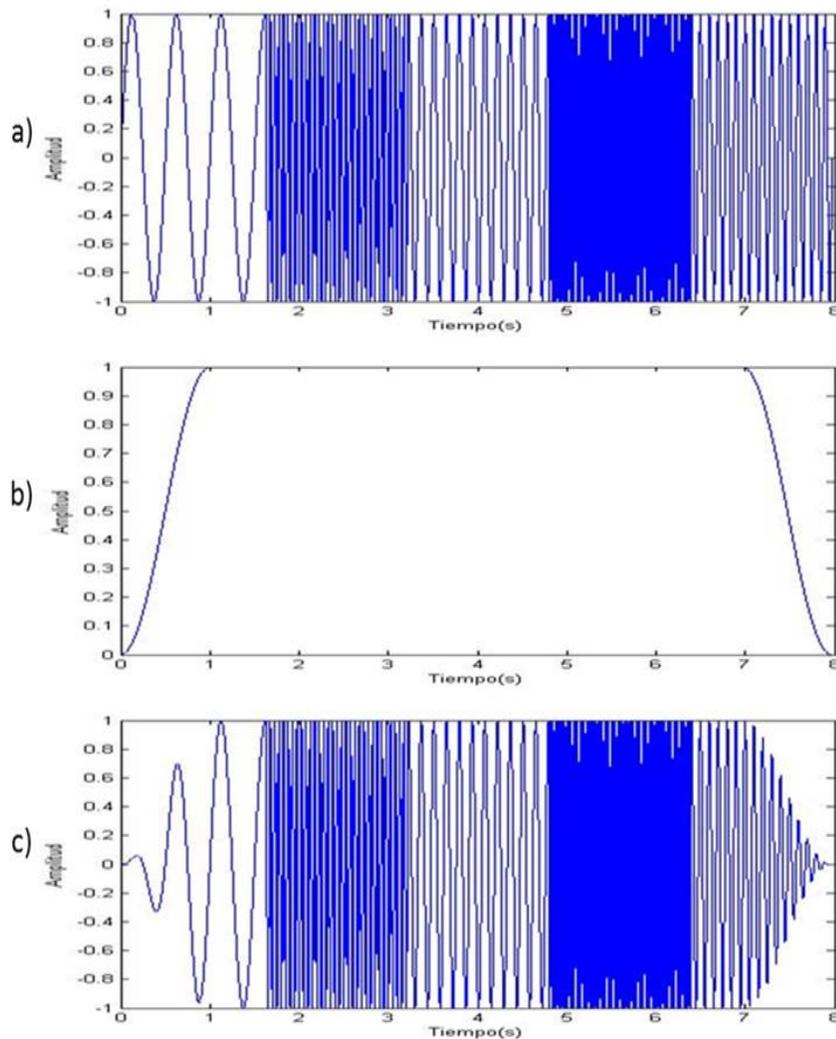


Figura 5.1: (a) Función paquete de onda sin modular, (b) Función moduladora y (c) el paquete de onda o vibración resultante, el cual es continuo (y también posee su primera derivada continua) en todos sus puntos.

5.3. Construcción de los paquetes codificados mediante pulsos pseudo-aleatorios

Para la construcción de los paquetes de onda de pulsos pseudo-aleatorios, se generan primero los pulsos pseudo-aleatorios en función del tiempo (mediante la función Onda-aleatoria implementada). La amplitud de dichos pulsos es uno (1) o menos uno (-1). En la figura 5.2, se muestra un ejemplo la secuencia de pulsos pseudo-aleatorios, para un tiempo total de 8 (s). Nótese que la separación entre pulsos y el signo de la amplitud de los pulsos se producen en forma pseudo-aleatoria, como también se destaca la existencia de un mínimo de separación entre los pulsos.

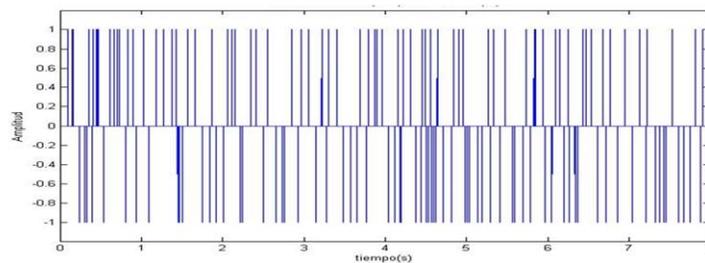


Figura 5.2: Ejemplo de secuencia de pulsos pseudo-aleatorios.

Luego, la secuencia (función del tiempo) de pulsos pseudo-aleatorios (figura 5.2) se convoluciona con la función (o ondícula) de Ricker (figura 5.3(a)), para obtener el paquete de onda pseudo-aleatoria (figura 5.3(b)). Notese que la escala de tiempo en la figura 5.3(a) es distinta que en las figuras 5.2 y 5.3(b).

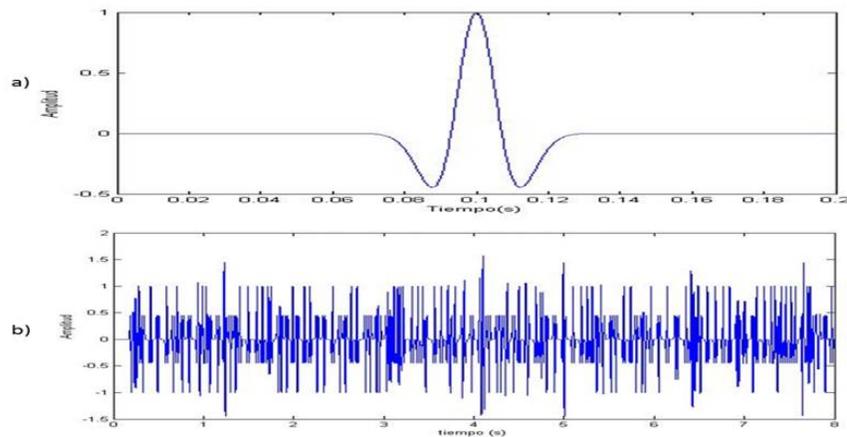


Figura 5.3: (a) función de Ricker y (b) paquete de onda pseudo-aleatoria (convolución de la función de pulsos-pseudo-aleatorios con la función de Ricker).

Para este trabajo de investigación se estimaron la frecuencia mínima y máxima efectivas que estarían representadas por la secuencia de pulsos pseudo-aleatorios (relacionadas al inverso de los intervalos máximo y mínimo de separación entre pulsos) y la banda de frecuencia de Ricker. Para ello se realizaron seis mil (6000) paquetes de onda de pulsos pseudo-aleatorios que posteriormente fueron transformado del espacio tiempo al espacio de frecuencia (transformada de Fourier) y su espectro promediado con la finalidad de verificar que el rango de frecuencia que lo constituyen cumplan aproximadamente con el rango de frecuencias desde 7 hasta los 100 Hz (ver figura 5.4(a)). Igualmente, se verifico que la frecuencia de Ricker también cumple con dicho rango de frecuencias (ver figura 5.4(b)). Notese que, estadísticamente, el promedio de los espectros de los paquetes de onda pseudo-aleatorios se asemeja al espectro del paquete de Ricker (como es de esperarse).

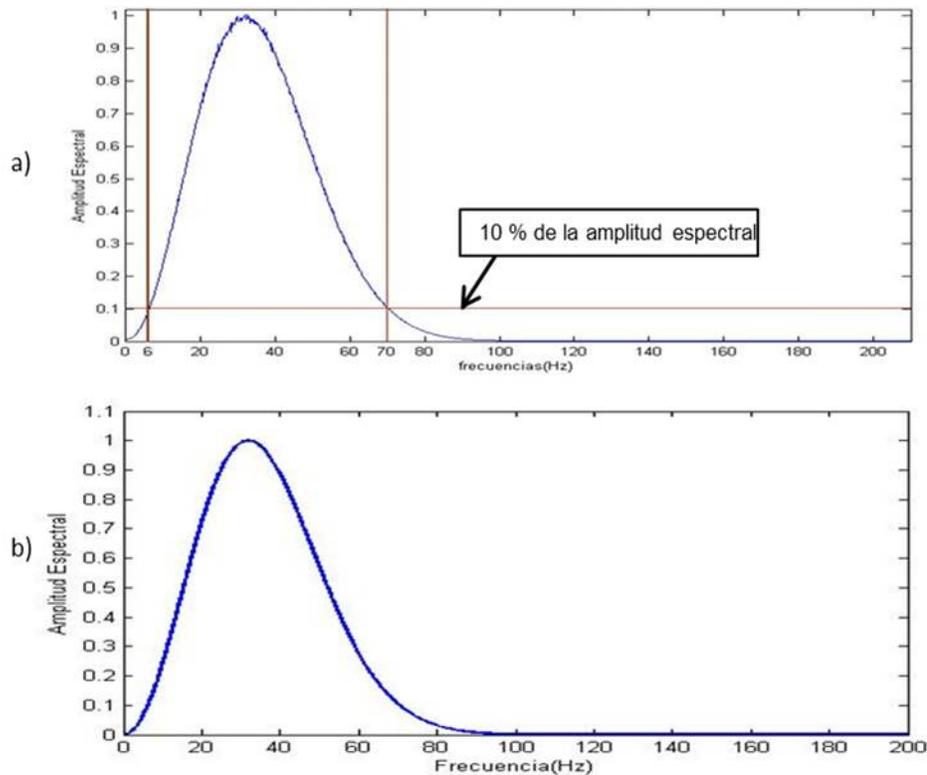


Figura 5.4: (a) Espectro en frecuencia del paquete de onda pseudo-aleatorio y (b) Espectro en frecuencia de la función de Ricker.

De esta manera se establecieron como parámetros los siguientes valores: frecuencia mínima igual 10 Hz, frecuencia máxima 90 Hz y frecuencia de Ricker 200 Hz.

5.4. Paquetes de onda usando frecuencias discretas: variaciones ordinarias y restringidas por bandas de frecuencias

En esta sección se generan paquetes de ondas constituidos de cuatro frecuencias, dichas frecuencias serán escogidas de un conjunto de frecuencias ya seleccionadas por la función “*Selec_frec*”, con los siguientes parámetros de entrada: $f_0 = 1$ Hz, “p” el conjunto de enteros en el rango desde 2 hasta 80, $\Delta f = 1$ Hz y $k = 6$. De esta manera, se obtiene el siguiente conjunto de frecuencias inicial a emplear, pues serán empleadas luego para una segunda selección:

{2 7 9 11 13 16 17 19 23 25 29 31 37 41 43 47 49 53 56 59 60 61 63 67 71 73 77 79} en Hz.

Para conformar paquetes de ondas con cuatro frecuencias utilizando los métodos de variaciones ordinarias y de variaciones restringidas basadas en bandas de frecuencias, no podemos emplear el conjunto completo de frecuencias inicial anterior (debido a la limitante en recurso computacional), por lo que se tomaron al azar seis (6) frecuencias a ser usadas para las variaciones ordinarias y diez (10) frecuencias (que cumplan con una cobertura de bajas, medianas y altas frecuencias) a ser usadas para el método de variaciones restringidas basadas en bandas de frecuencias. Así, para el método de variaciones ordinarias se seleccionó el siguiente conjunto de seis(6) frecuencias: { 7 13 23 31 43 61} en Hz; mientras que para el método de variaciones restringidas basadas en bandas de frecuencias se seleccionó el siguiente conjunto de diez (10) frecuencias, separados en cuatro subconjuntos: { {2 7} {13 17 23} {31 43 53} {61 71} } en Hz. Nótese que el conjunto de frecuencias usadas para las variaciones ordinarias debió limitarse más debido a que el número de variaciones que genera es mayor.

Así, la función “*Variaciones_ordinarias*” tiene como entrada los siguientes parámetros: $B = \{7\ 13\ 23\ 31\ 43\ 61\}$ y $n=4$, y la función “*Variacion_banda_frec*”: $B = \{ \{2\ 7\}, \{13\ 17\ 23\}, \{31\ 43\ 53\}, \{61\ 71\} \}$ y $n=4$. Luego, usando las matrices de paquetes de ondas generadas por cada una de estas funciones (cuyas filas contienen la secuencia de frecuencias de los paquetes) se procede a determinar, bajo el criterio de energía, la optimización para el caso $M=2$; para ello, se utiliza la función “*Matriz_med_energ*” la cual produce como salida otra matriz (denominada “Mac”), la cual contiene la energía de correlación cruzada (normalizada) entre cada par de paquetes en la matriz de entrada; luego, la matriz “Mac” se pasa como entrada a la función “*Optimatriada*”, la cual haya la triada de paquetes de ondas óptima, es decir caso de $M=3$ (conjunto de tres paquetes

lo más ortogonales posible entre ellos según el criterio de energía). De esta manera se obtienen la triada de paquetes de onda óptimos para cada uno de los dos distintos métodos de variaciones mencionados (y conjunto de frecuencias empleadas).

En la tabla 5.1 se muestra un resumen de las variables usadas y los resultados obtenidos (optimización) para los conjuntos de paquetes de ondas generados mediante el método de variaciones ordinarias y variaciones restringidas por bandas de frecuencias.

Tabla 5.1: Resultados de optimización de los paquetes generados mediante variaciones ordinarias y variaciones restringidas por bandas de frecuencia. El nombre designado a los paquetes es para referirlos en resultados posteriores.

	Variaciones_ordinarias		Variacion_banda_frec	
Conjunto de frecuencias usadas	{7 13 23 31 43 61 }		{ {2 7},{13 17 23},{31 43 53},{61 71} }	
Numero de paquetes generados (y comparados durante la optimización)	360		864	
Paquete de ondas de la óptima triada (Secuencia de frecuencias, en Hz)	Nombre	Secuencia	Nombre	Secuencia
	V1.1	[13 23 61 7]	V2.1	[13 61 53 2]
	V1.2	[43 13 7 31]	V2.2	[7 43 17 71]
	V1.3	[61 31 43 23]	V2.3	[2 31 23 71]
Máx. Energía de correlación cruzada normalizada	0.4430		0.1398	

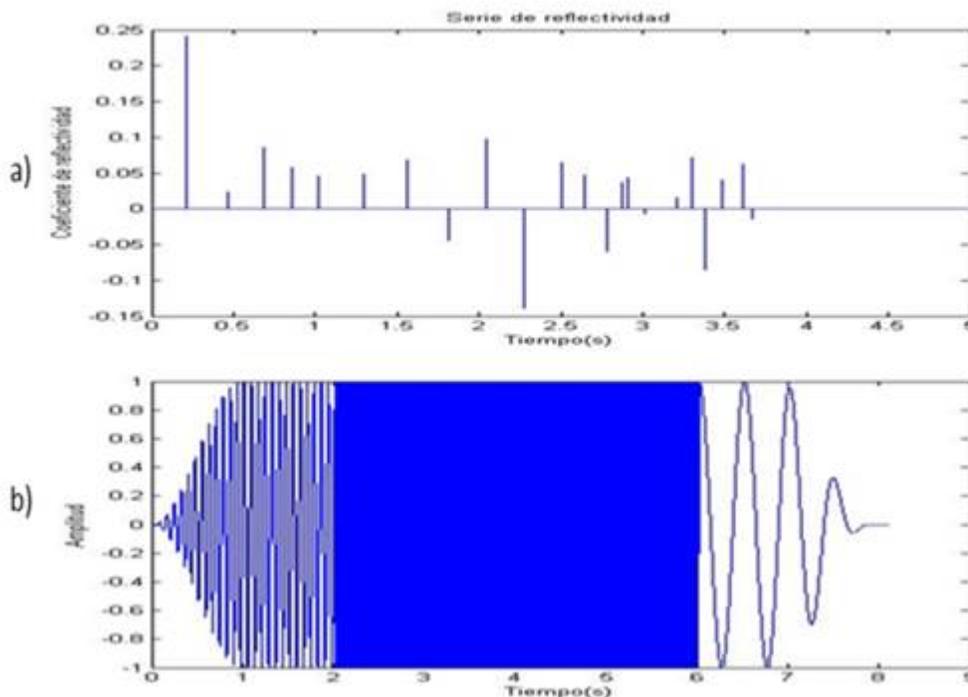
Nótese que el método de variaciones restringidas por bandas de frecuencia es computacionalmente más eficiente pues el número de paquetes (variaciones) generado es 5.8 veces menor, en comparación al método de variaciones ordinarias, si se colocara un igual número de frecuencias en el conjunto de entrada. Además los paquetes generados poseen un mayor grado de ortogonalidad entre sí, que las variaciones simples y ordinarias, esto se debe a la selección por bandas de frecuencias y que el número de frecuencias que pueden ser usadas es mayor a un costo relativamente menor.

Debido a que la máxima energía de correlación cruzada normalizada obtenida para la triada derivada del conjunto de variaciones restringidas por bandas de frecuencia es menor,

dicha triada se utilizará para realizar el estudio de separación de la respuesta sísmica en un caso sintético, es decir, usando una secuencia de reflectividad sintética y la respuesta sísmica debida a los tres paquetes de ondas (de la triada) vibrando simultáneamente.

La secuencia de reflectividad, los paquetes de ondas, la respuesta sísmica y, finalmente, su separación, se realizan a través de un script que emplea (llama) las diferentes funciones desarrolladas. Primero, se generan los paquetes de ondas y la secuencia de reflectividad a usar, luego se realizan las convoluciones de los paquetes de ondas con la secuencia de reflectividad y se obtiene la superposición de las respuestas sísmicas (para obtener la respuesta con fuentes simultaneas), posteriormente se calculan las correlaciones cruzadas con los paquetes de ondas (o vibración) para obtener la respuesta sísmica final en el caso de fuentes individuales y separación en el caso de fuentes simultáneas (superposición). Las gráficas de los resultados son también generadas en el script y se muestran en las siguientes figuras.

La figura 5.5, muestra la secuencia de reflectividad y los paquetes de ondas; la figura 5.6, muestra la respuesta sísmica debido a cada fuente (convolución de cada paquete de onda con la serie de reflectividad); la figura 5.7, muestra la correlación cruzada con el paquete de ondas de la misma fuente usada (señal final que se obtiene cuando se usan fuentes vibradores individuales); la figura 5.8, muestra la respuesta sísmica con las tres fuentes simultaneas (superposición) y la figura 5.9, muestra la separación de las respuestas sísmicas de cada fuente luego de la correlación cruzada con el paquete de vibración de cada fuente.



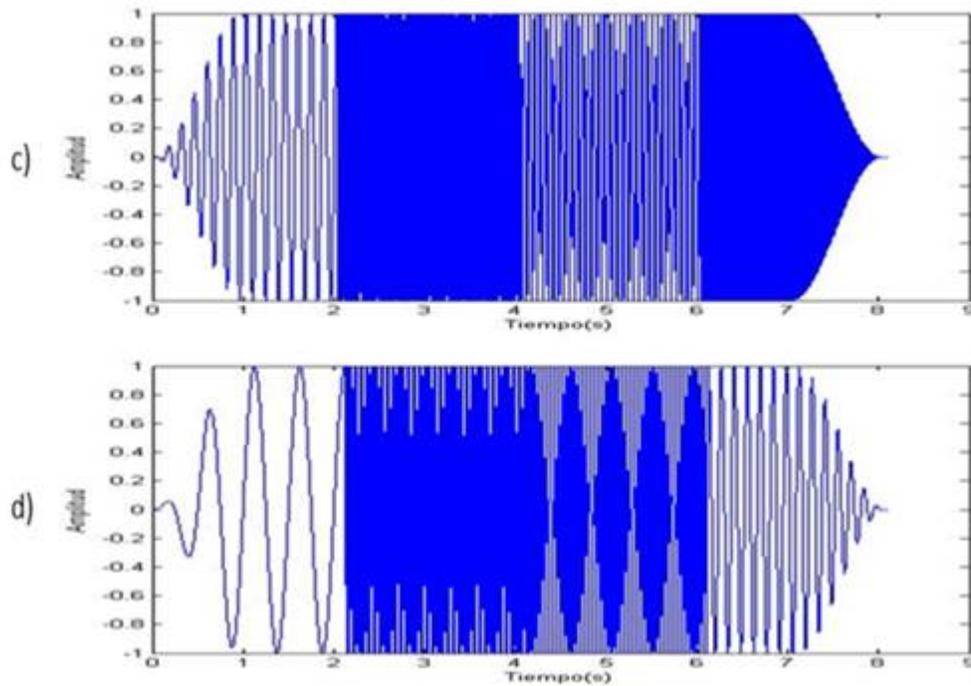


Figura 5.5: (a) Secuencia de reflectividad; (b) paquete de onda V2.1; (c) paquete de onda V2.2; y (d) paquete de onda V2.3.

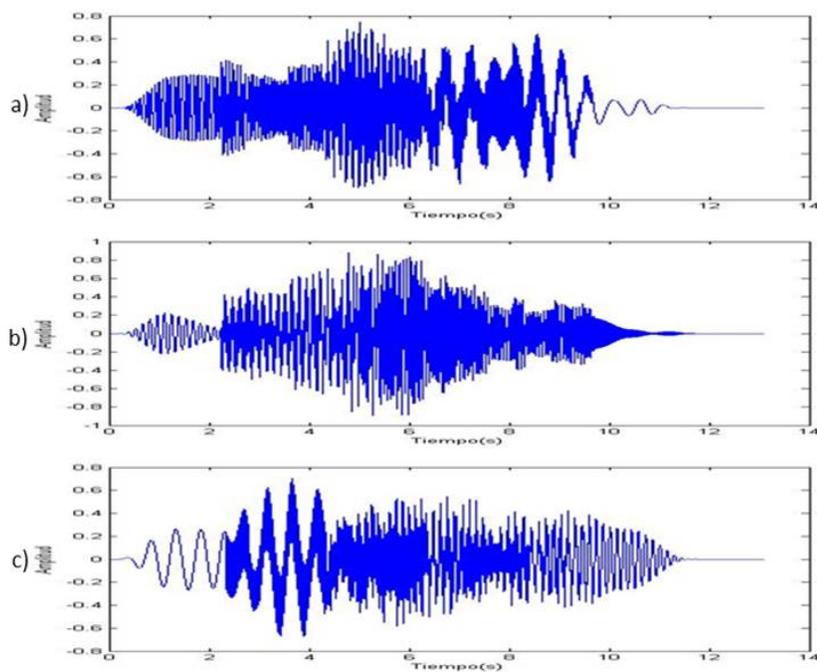


Figura 5.6: (a) Respuesta sísmica debido al paquete de onda V2.1; (b) respuesta sísmica debido al paquete de onda V2.2; y (c) respuesta sísmica debido al paquete de onda V2.3.

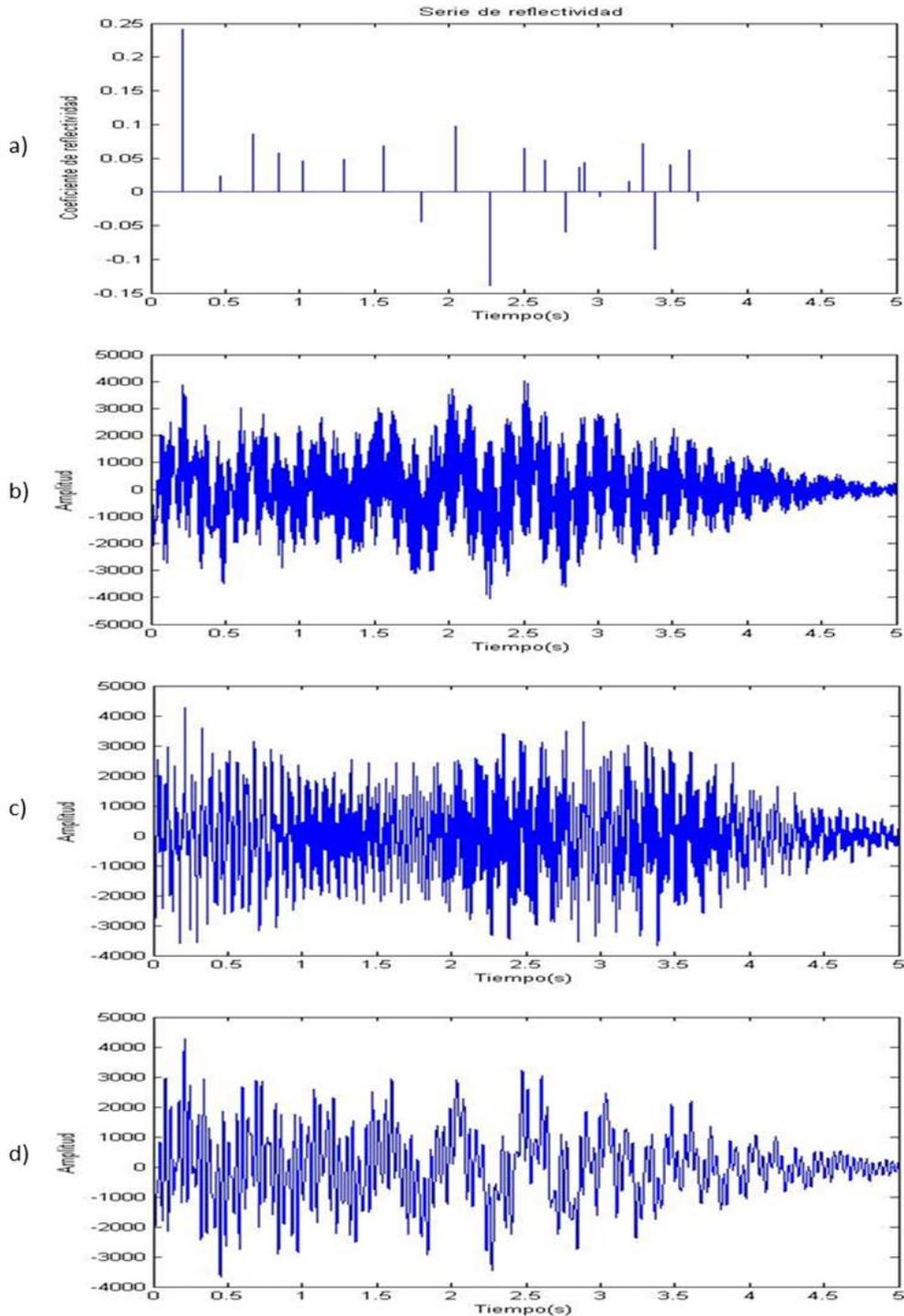


Figura 5.7: (a) Secuencia de reflectividad; (b) correlación cruzada del paquete V2.1 con la respuesta sísmica obtenida con dicho paquete; (c) correlación cruzada del paquete V2.2 con la respuesta sísmica obtenida con dicho paquete; y (d) correlación cruzada del paquete V2.3 con la respuesta sísmica obtenida con dicho paquete. Nótese que la secuencia de reflectividad no es distinguible en (b), (c) o (d); esto se debe al ancho de la auto-correlación de estos paquetes, lo cual se discute posteriormente.

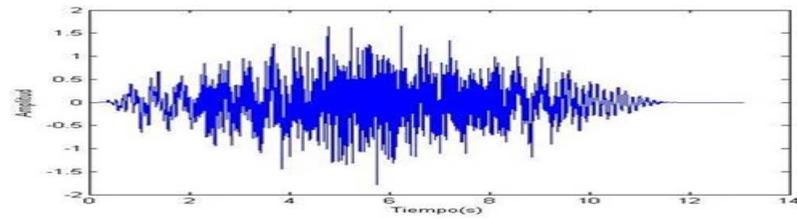


Figura 5.8: Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes usando los paquetes de onda V2.1, V2.2 y V2.3 (superposición de las tres respuestas sísmicas)

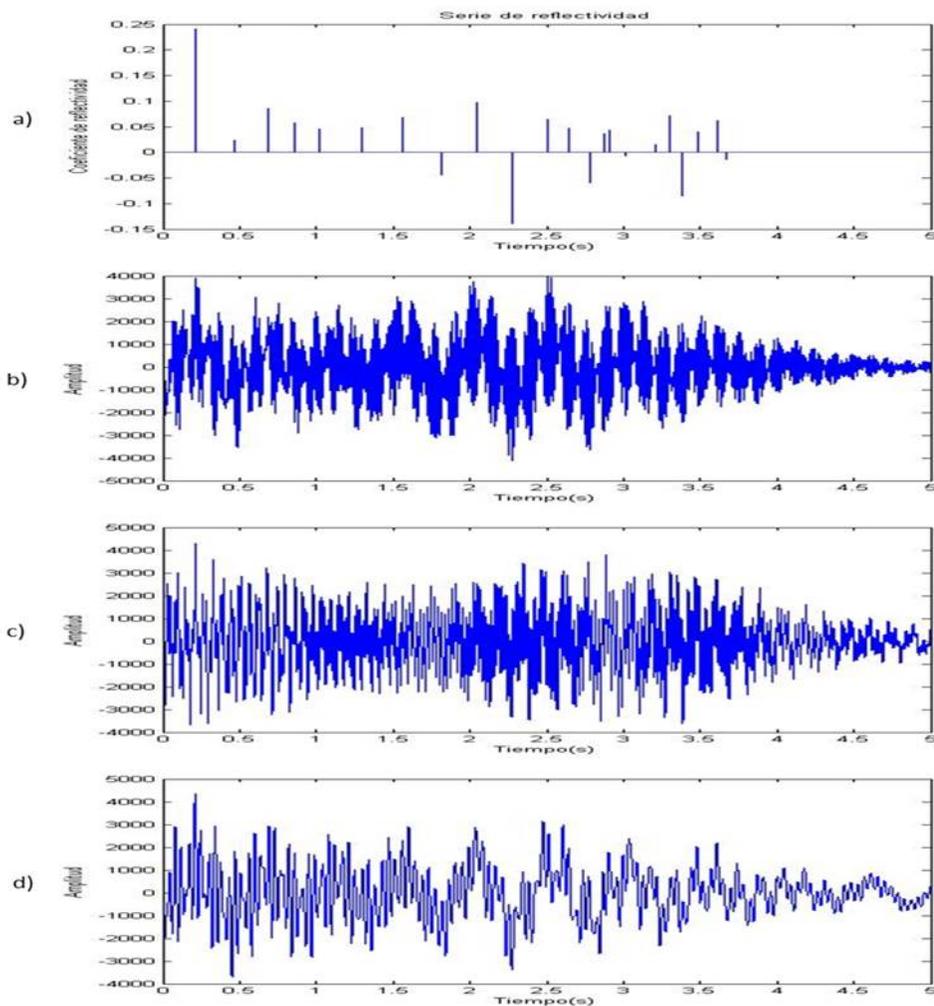


Figura 5.9: (a) Serie de reflectividad. (b) correlación cruzada del paquete V2.1 con la respuesta sísmica de las fuentes simultaneas; (c) correlación cruzada del paquete V2.2 con la respuesta sísmica las fuentes simultaneas; y (d) correlación cruzada del paquete V2.3 con la respuesta sísmica de las fuentes simultaneas.

Debido a que en estos ejemplos la secuencia de reflectividad no puede distinguirse al realizar las correlaciones cruzadas de las respuesta sísmica con los paquetes de onda (fuentes) usadas (ni siquiera en el caso de fuentes individuales, figura 5.7), se procedió a comparar la auto correlación cruzada de los paquete de onda usados versus el de un barrido continuo de frecuencia (“Sweep”), patrón de vibración que se emplea típicamente en sísmica. La figura 5.10 muestra la auto correlación cruzada del paquete de onda V2.1, y la figura 5.11 la auto correlación cruzada de un barrido continuo de frecuencias (Sweep) de 2 a 100 Hz. Nótese que la escala temporal es diferente en cada figura, y que el ancho de la auto correlación del sweep es mucho menor (más de un orden de magnitud) que el de la auto correlación del paquete de onda V2.1.

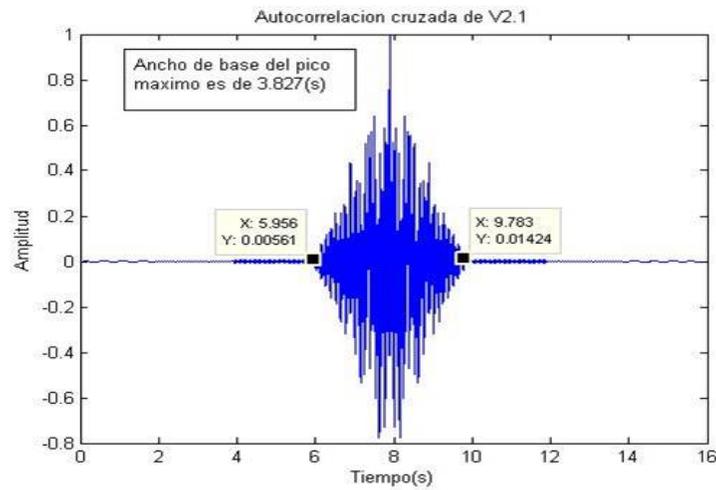


Figura 5.10: Auto correlación cruzada del paquete de onda V2.1.

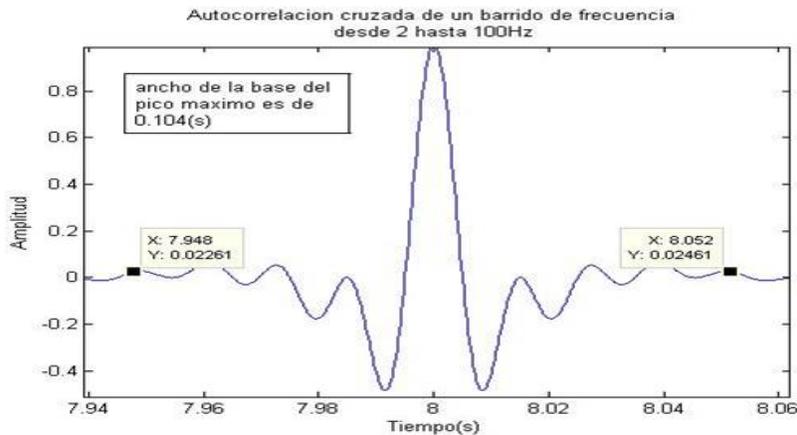


Figura 5.11: Auto correlación cruzada del paquete de onda que es un barrido continuo de frecuencia (sweep) desde 2 hasta 100 Hz.

Como se observa de la figura 5.10, el ancho de la base del pico de auto correlación cruzada del paquete de onda V2.1 (constituido solo por cuatro frecuencias) es aproximadamente de 3.827 segundos, el cual es esencialmente el doble de la duración de vibración para cada frecuencia en el paquete de onda (o vibración); dicho ancho es muy grande comparado a los intervalos de tiempo típicos en que ocurren reflexiones consecutivas en la secuencia de reflectividad, lo cual dificulta la visualización de las reflexiones (pues las funciones de auto correlación, que aparecerán centradas en los picos de la secuencia de reflectividad, se solapan y superponen, reduciendo la distinción o apariencia individual de los picos de reflectividad). Por otro lado, un barrido de frecuencias continuo (sweep), posee un ancho de auto correlación mucho menor, como se puede observar en la figura 5.11, siendo aproximadamente 0,104 segundos. La comparación de estos casos implica que la inclusión de un mayor número de frecuencias discretas en nuestro paquete de ondas y una duración de vibración menor para cada frecuencia (dentro del paquete) permitiría lograr una reducción del ancho de la base del pico de la auto correlación cruzada. Considerando que uno de los ejemplos a comparar es usando frecuencias que son múltiplos primos de 1 Hz (y suponiendo que usáramos de 7 hasta 127 Hz) los paquetes podrían ser constituidos de hasta veinte ocho (28) frecuencias distintas, lo cual se empleó para las siguientes pruebas. Sin embargo, en dicho caso, un muestreo completo de las variaciones (o permutaciones) que se pueden generar ya no es posible, y un muestreo pseudo-aleatorio fue empleado para construir un conjunto de paquetes que luego se procedió a optimizar.

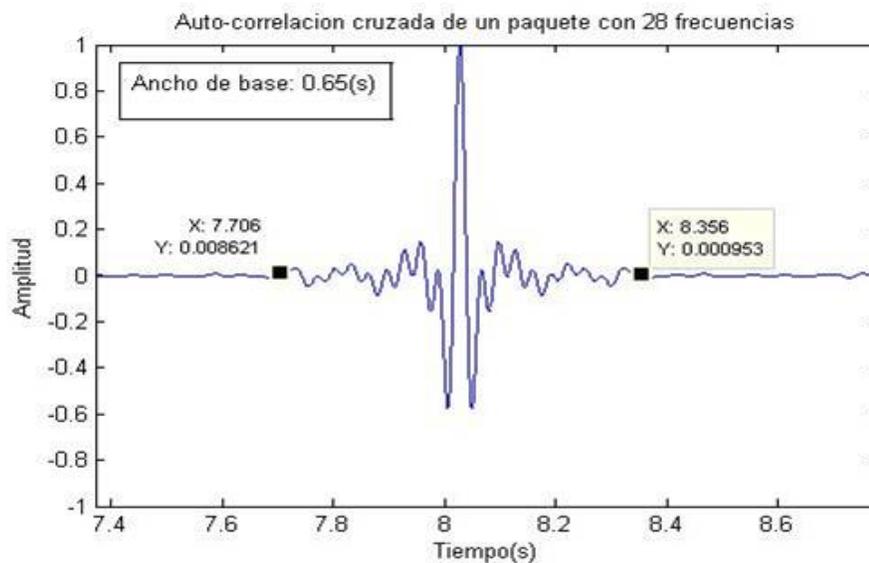


Figura 5.12: Auto correlación cruzada de un paquete compuesto de 28 frecuencias discretas seleccionado al azar.

En la figura 5.12, se puede observar la auto correlación cruzada de un paquete de

ondas de frecuencias discretas (no necesariamente múltiplos primos de 1 Hz). El paquete fue seleccionado al azar y constituido por 28 frecuencias; el ancho de la base de la auto correlación cruzada es de 0,65 segundos lo que equivale aproximadamente a seis veces y media el ancho de la base del pico máximo de la auto correlación cruzada para el barrido de frecuencias continuo (sweep) mostrado en la figura 26. Aunque aquí no se muestra, también se probó con paquetes de ondas constituidos por 40 y 94 frecuencias y se obtuvo anchos de la base de sus auto correlación cruzada de 0,5575 y 0,331 segundos, respectivamente, pero dichos paquetes serian menos óptimos para el proceso de separación, sobre todo si se toma en cuenta la posible aparición de armónicos (debido a los efectos no lineales introducidos por el vibrador y su acoplamiento con el suelo). Así, tomando en cuenta que nuestro rango de frecuencias es limitado, el número de frecuencias discretas, no necesariamente múltiplos primos de 1 Hz, que podemos usar (preselección) para la construcción de los paquetes es de entre 30 y 40, aproximadamente; ese conjunto de frecuencia se presentara (y empleara) en la siguiente sección.

5.5. Separación de fuentes simultáneas: comparación entre la codificación por combinación pseudo-aleatoria de frecuencias discretas vs. pulsos pseudo-aleatorios

Para esta comparación y pruebas de separación se realizaron tres conjuntos (representados como matrices) de distintos tipos de paquetes de ondas: los dos primeros con la utilización del método de combinación pseudo-aleatoria de frecuencias discretas y el tercero con el método de codificación mediante pulsos pseudo-aleatorios.

Los siguientes parámetros se emplearon para los paquetes de onda: tiempo del vibrador $t = 8$ s, intervalo de tiempo (muestreo) $dt = 0,0002$ s, intervalo inicial y final de modulación (“tapering”) de la amplitud $Tao = 1$ s, para la codificación por pulsos pseudo-aleatorios se empleo una frecuencia mínima $f_{min}=10$ Hz y máxima $f_{max}=90$ Hz, y una frecuencia característica de la ondícula de Ricker $frc=200$ Hz, y la cantidad de paquetes de onda obtenidos de cada tipo y empleados para la optimizacion $m=1000$.

Para las tres triadas óptimas que se obtienen en esta sección se realizará el mismo procedimiento (y script) utilizados para la triada óptima de paquetes de onda constituidas por cuatro frecuencias descrito en la sección anterior.

5.5.1. Paquetes de onda de frecuencias discretas

Para el primer conjunto (matriz) de paquetes de ondas a generar se empleó el siguiente conjunto de 41 frecuencias (obtenidos a partir de la función *selec_frec* con los siguientes parámetros de entrada: $f_0= 1\text{Hz}$, p con valores en el rango desde 7 hasta 100, $\Delta f= 1$ y $K= 4$): {7 8 9 10 11 13 17 19 23 25 29 31 35 37 41 42 43 45 47 48 49 53 54 55 59 61 65 66 67 71 73 77 78 79 80 83 85 89 91 95 97}

Posteriormente se empleó la función “*Comb_pseud_aleat_frec*” donde sus entradas son: “A” igual a un arreglo con el conjunto de frecuencias anteriormente mostrado, el número n igual a 28 (el cual define el número de frecuencias que tendrán los paquetes de ondas) , y el número n_{pm} igual a 1000, que define la cantidad de filas de la matriz (es decir, cantidad de paquetes de ondas) a obtener con dicho proceso de variaciones pseudo-aleatorias. La matriz obtenida se emplea como entrada para las funciones *Matriz_med_energ* o *Matriz_med_ampmax* (según el criterio a utilizar, véase Metodología), y cuya salida (matriz con las medidas de energía o amplitud máxima de correlación cruzada entre pares de paquetes) es la entrada para la función *Optimatriada* la cual nos arroja la triada más óptima (es decir, los índices de las filas a la cual corresponde dichos paquetes en la matriz de paquetes que fue generada con la función “*Comb_pseud_aleat_frec*”).

La matriz de salida de la función “*Comb_pseud_aleat_frec*” fue empleada para realizar una comparación entre los criterios de “ medida de energía y “ medida de amplitud máxima ” de las correlaciones cruzadas.

Triada optima según la medida de amplitud máxima de correlación cruzada

La matriz de salida de la función “*Comb_pseud_aleat_frec*” (que representa un conjunto de paquetes construidos con frecuencias discretas y variaciones pseudo-aleatorias) fue pasado a la función *Matriz_med_ampmax* con las siguientes variables de entrada adicionales: número de filas de la matriz entrante $m=1000$, tiempo de duración del vibrador $t=8$ s, intervalo de muestreo $dt=0,0002$ s, y tiempo de modulación al inicio y final del paquetes de onda $T_{ao}=1\text{s}$ (como se mencionó anteriormente). La matriz de salida de esta función se denomina “Mac” y contiene la amplitud máxima de la correlación cruzada entre pares de paquetes de onda en la matriz de entrada. La matriz “Mac” obtenida es pasada como entrada a la función *Optimatriada*, la cual obtiene la triada optima con el respectivo valor máximo de la correlación cruzada entre sus miembros. En la tabla 5.2, se muestra los tres paquetes óptimos seleccionados empleando la medida de amplitud máxima de correlación cruzada entre los paquetes.

5.5 Separación de fuentes simultáneas: comparación entre la codificación por combinación pseudo-aleatoria de frecuencias discretas vs. pulsos pseudo-aleatorios

Tabla 5.2: Optima triada obtenida para frecuencias discretas pseudo-aleatorias usando la medida de amplitud máxima de correlación cruzada.

Nombre del paquete.	Paquete (secuencia de las frecuencias de vibración en Hz).	Valor máximo de la amplitud máxima de correlación cruzada entre los paquetes de la triada.
B1	[78 8 61 80 41 97 89 53 73 31 11 77 17 65 83 85 91 59 37 7 55 13 71 19 10 23 66 45]	0,0834
B2	[45 78 66 89 59 47 65 9 37 23 61 31 95 11 29 25 71 35 54 55 10 97 73 42 43 85 7 91]	
B3	[8 97 77 9 31 19 42 78 49 35 23 83 25 48 43 17 89 95 55 79 47 54 59 80 66 61 53 11]	

A partir de la figuras 5.13 hasta la 5.17, se muestran las gráficas análogas a las mostradas en las figuras 5.5 hasta 5.9, pero obtenidas para la triada de la tabla 5.2.

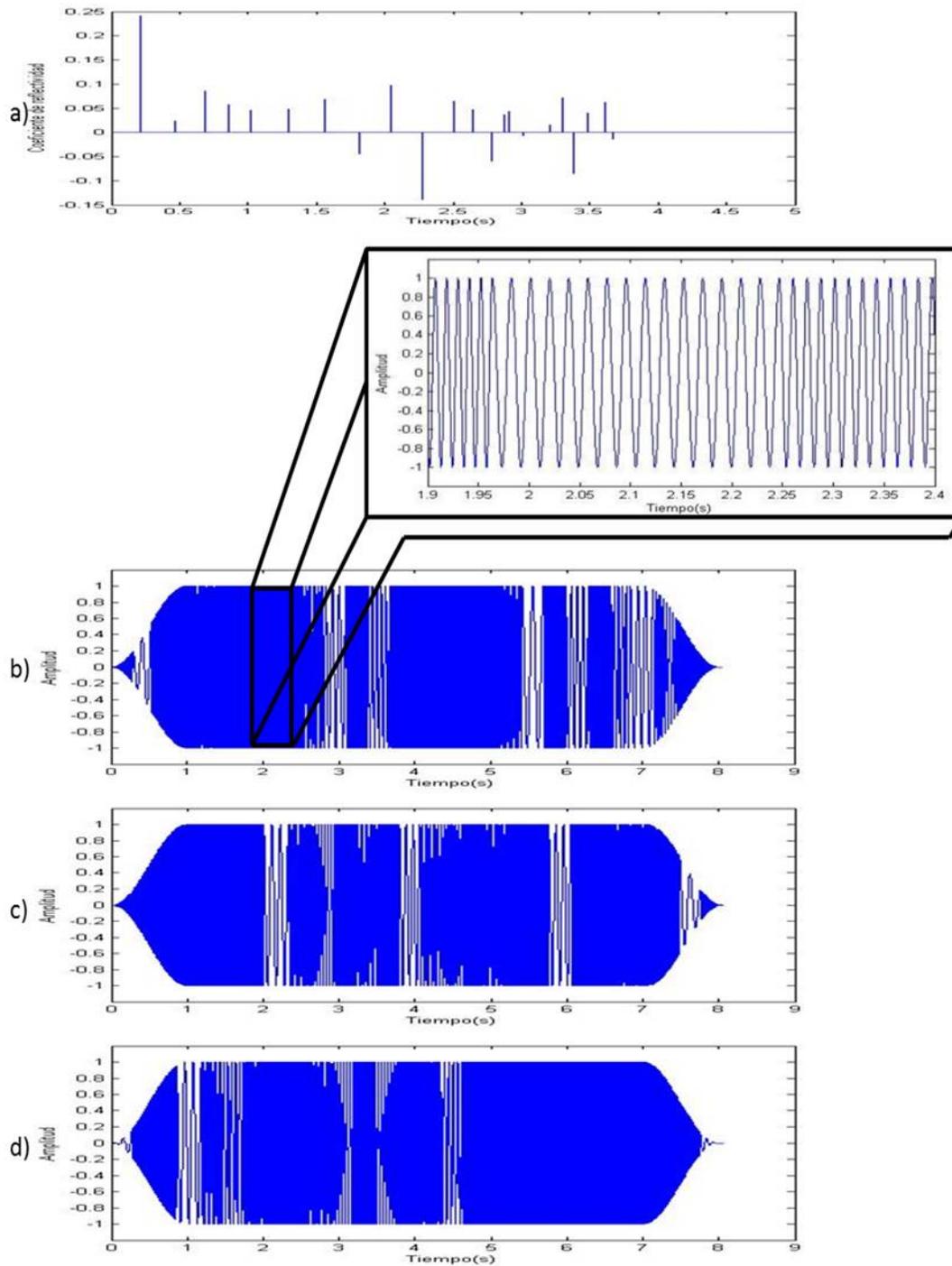


Figura 5.13: (a) Serie de reflectividad, (b) Paquete de onda B1, (c) Paquete de onda B2 y (d) Paquete de onda B3. Una ampliación de una sección del paquete B1 es mostrada para hacer visible las oscilaciones de alta frecuencia presente en dicha sección; nótese la continuidad de la función y su primera derivada al pasar de un intervalo de oscilación con una frecuencia dada a otro intervalo de oscilación con distinta frecuencia.

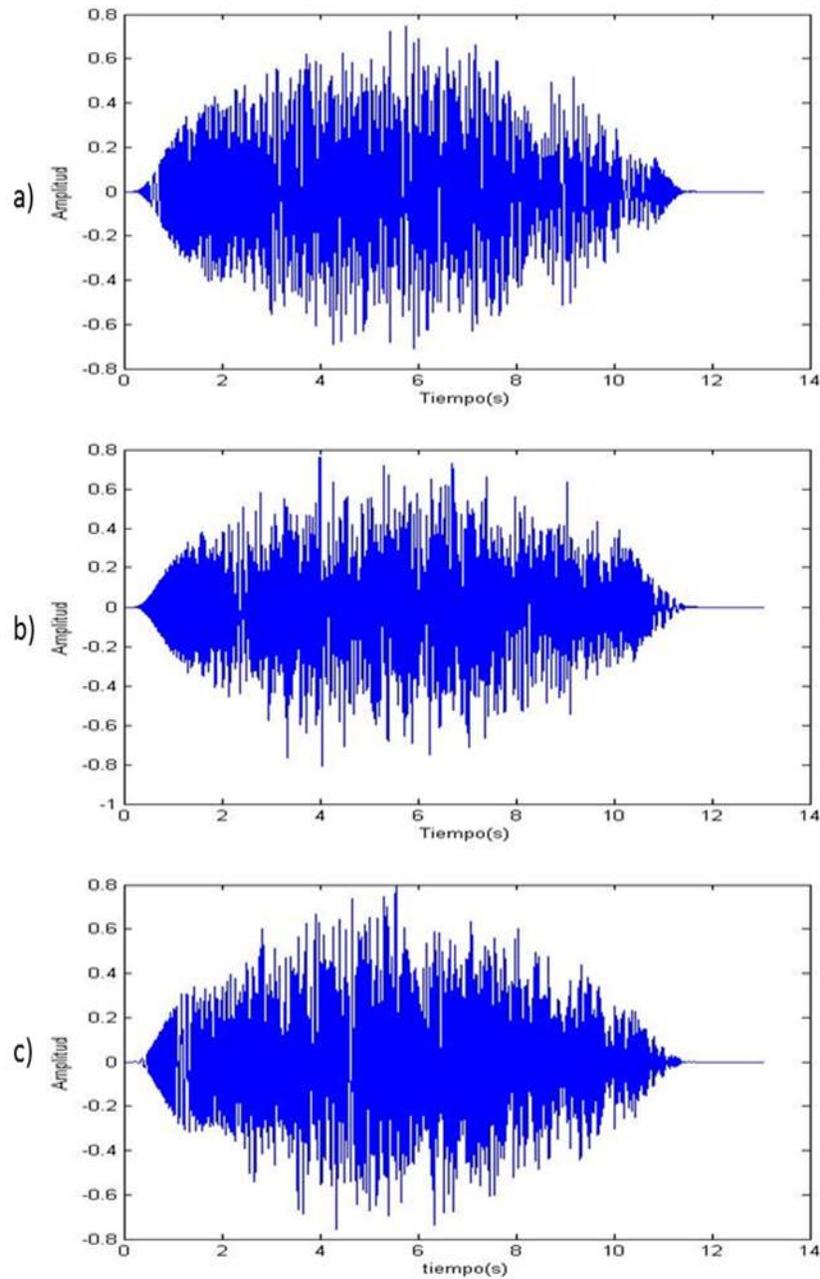


Figura 5.14: (a) Respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda B1, (b) respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda B2 y (c) respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda B3.

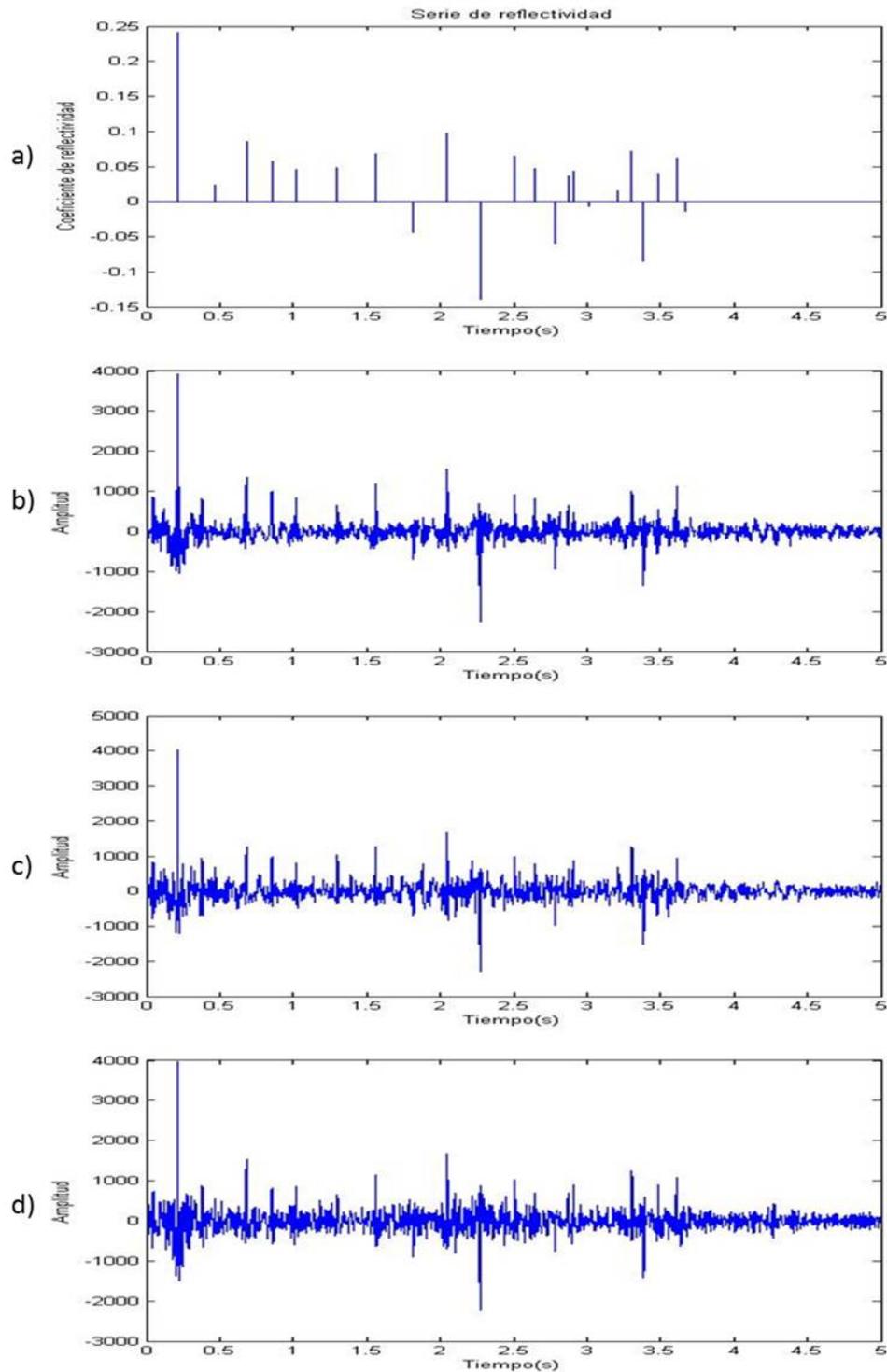


Figura 5.15: (a) Serie de reflectividad, (b) correlación cruzada del paquete de onda B1 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda B1, (c) correlación cruzada del paquete de onda B2 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda B2 y (d) correlación cruzada del paquete de onda B3 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda B3.

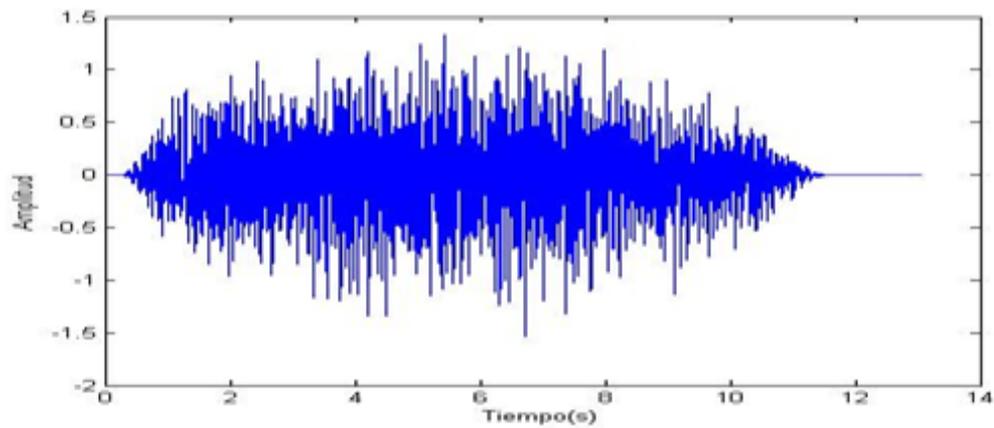


Figura 5.16: Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes usando los paquetes de onda B1, B2 y B3 (superposición de las tres respuestas sísmicas).

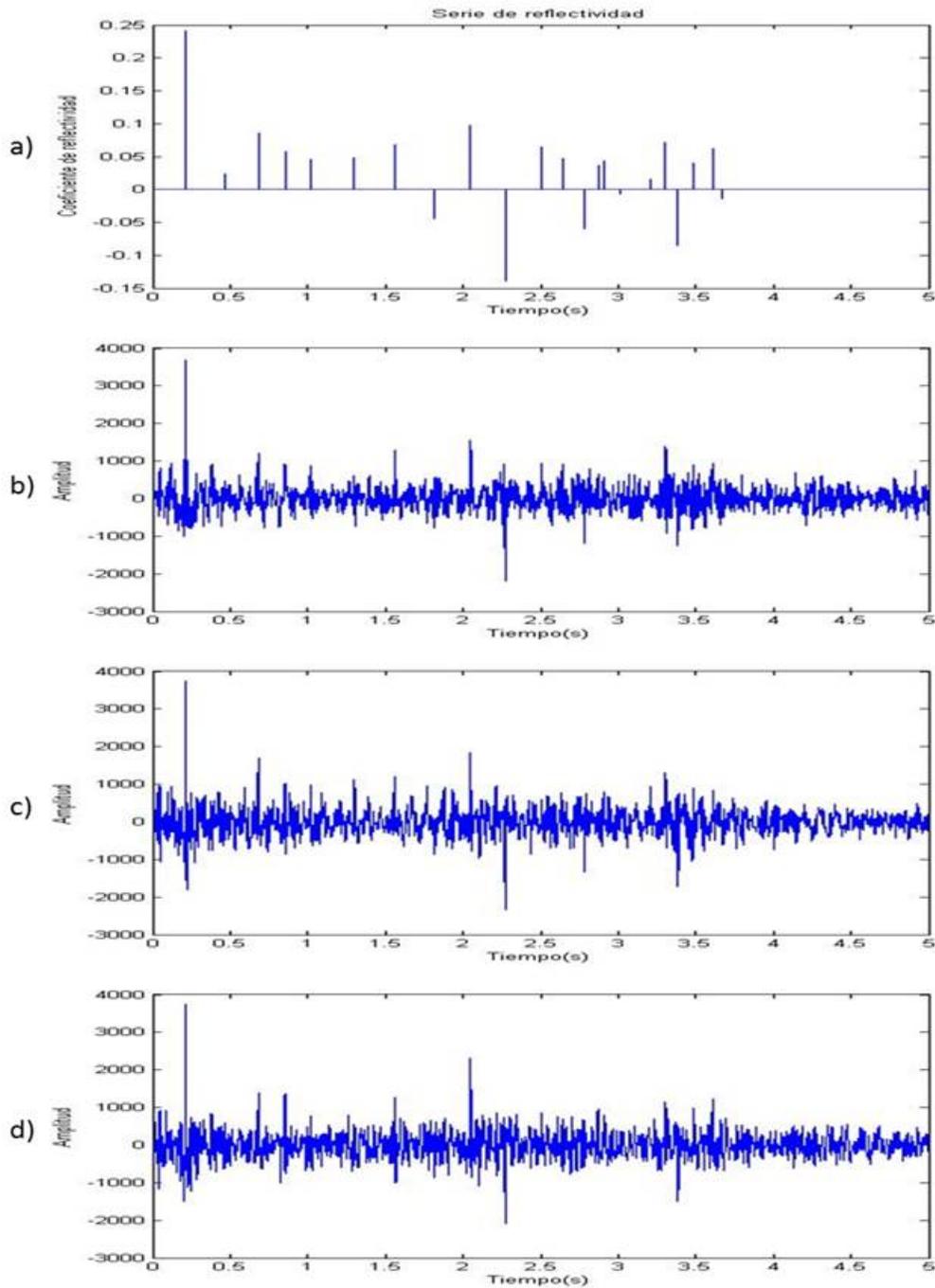


Figura 5.17: (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) son la correlación cruzada de los paquetes de onda B1, B2 y B3, respectivamente, con la respuesta sísmica debida a la vibración simultánea de las tres fuentes (mostrada en la figura 5.16).

Triada óptima según la medida de energía de correlación cruzada

La matriz (conjunto de paquetes) obtenida anteriormente por el método de combinación pseudo-aleatoria de frecuencias se utilizó como entradas en la función *Matriz_med_energ* (Matriz de medidas de energía), con las mismas variables de entrada adicionales como en el caso anterior. La matriz de salida de esta función (también denominada “Mac”), es la entrada para la función *Optimatriada* la cual, como ya se mencionó, haya la triada óptima y el valor máximo de la medida correspondiente asociada a la correlación cruzada entre cualquier par de paquetes de la triada. La tabla 5.3, muestra la triada óptima obtenida en este caso.

Tabla 5.3: Óptima triada obtenida para frecuencias discretas pseudo-aleatorias usando la medida de energía de correlación cruzada.

Nombre del paquete.	Paquete (secuencia de las frecuencias de vibración en Hz).	Valor máximo de la energía de correlación cruzada entre los paquetes de la triada.
C1	[54 48 73 97 66 67 83 49 29 55 77 41 47 53 17 35 91 45 80 19 61 37 65 25 23 89 13 95]	0,4052
C2	[41 80 17 85 25 53 66 13 8 73 9 10 95 7 71 11 59 77 48 79 97 43 45 54 89 83 78 67]	
C3	[67 23 80 61 13 59 42 55 47 8 35 7 10 19 9 71 41 17 66 48 54 11 85 31 29 83 25 78]	

A partir de la figura 5.18 hasta la 5.22, se muestran las gráficas análogas a las mostradas en las figuras 5.13 hasta 5.17, pero obtenidas para la triada de la tabla 5.3 .

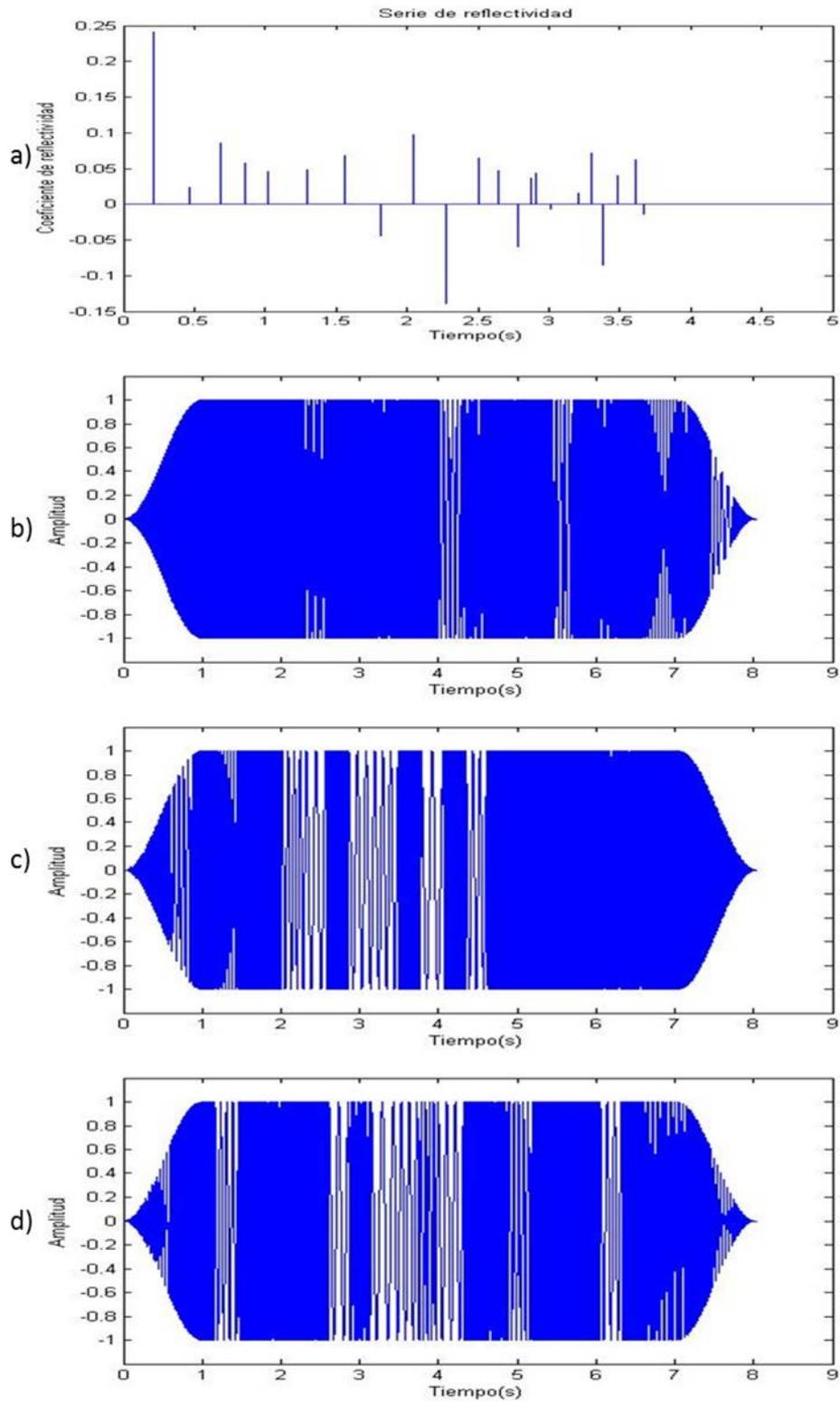


Figura 5.18: (a) serie de reflectividad, (b) paquete de onda C1, (c) paquete de onda C2 y (d) paquete de onda C3.

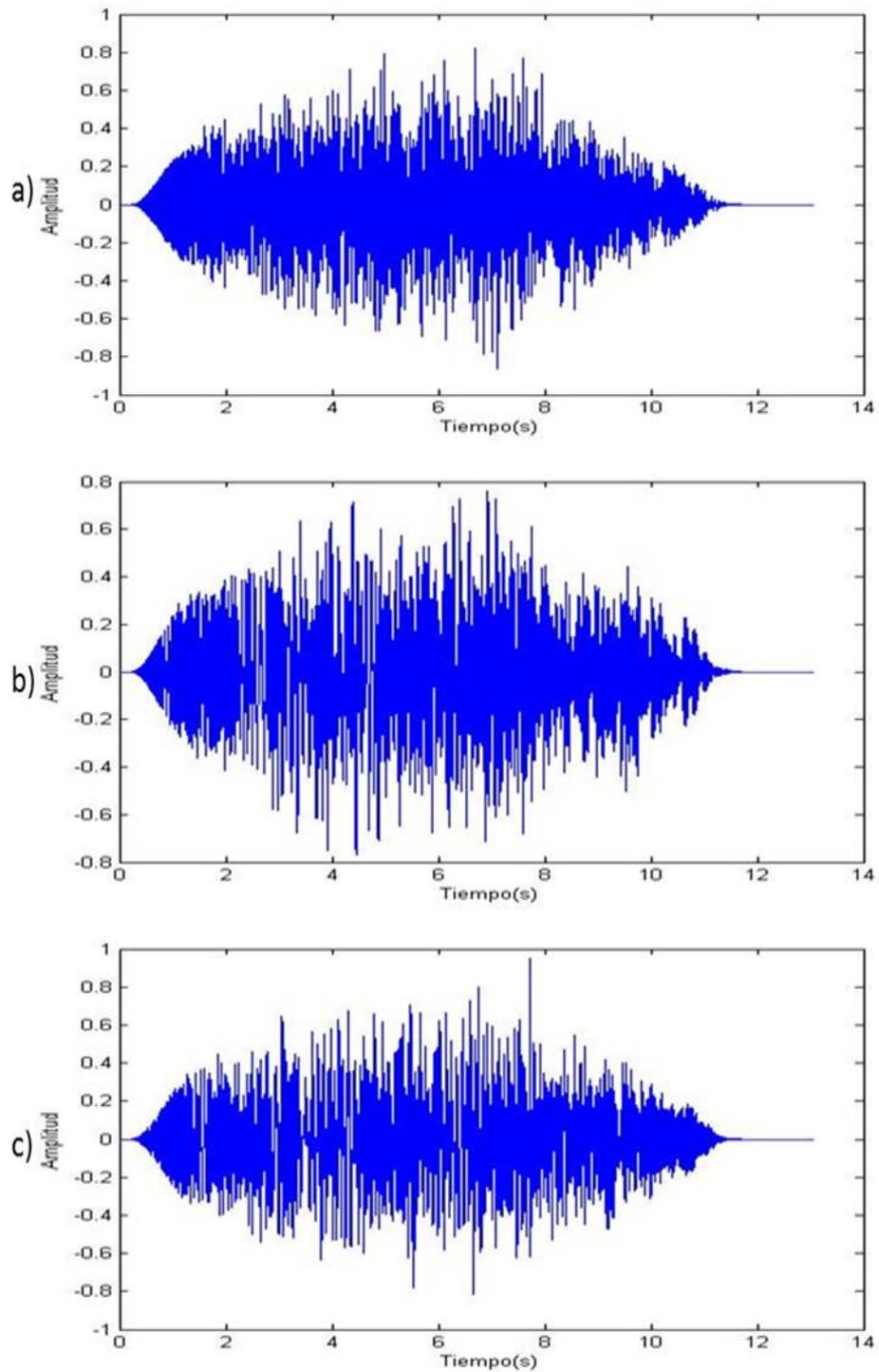


Figura 5.19: (a) Respuesta sísmica debido al paquete de onda C1, (b) respuesta sísmica debido al paquete de onda C2 y (c) respuesta sísmica debido al paquete de onda C3.

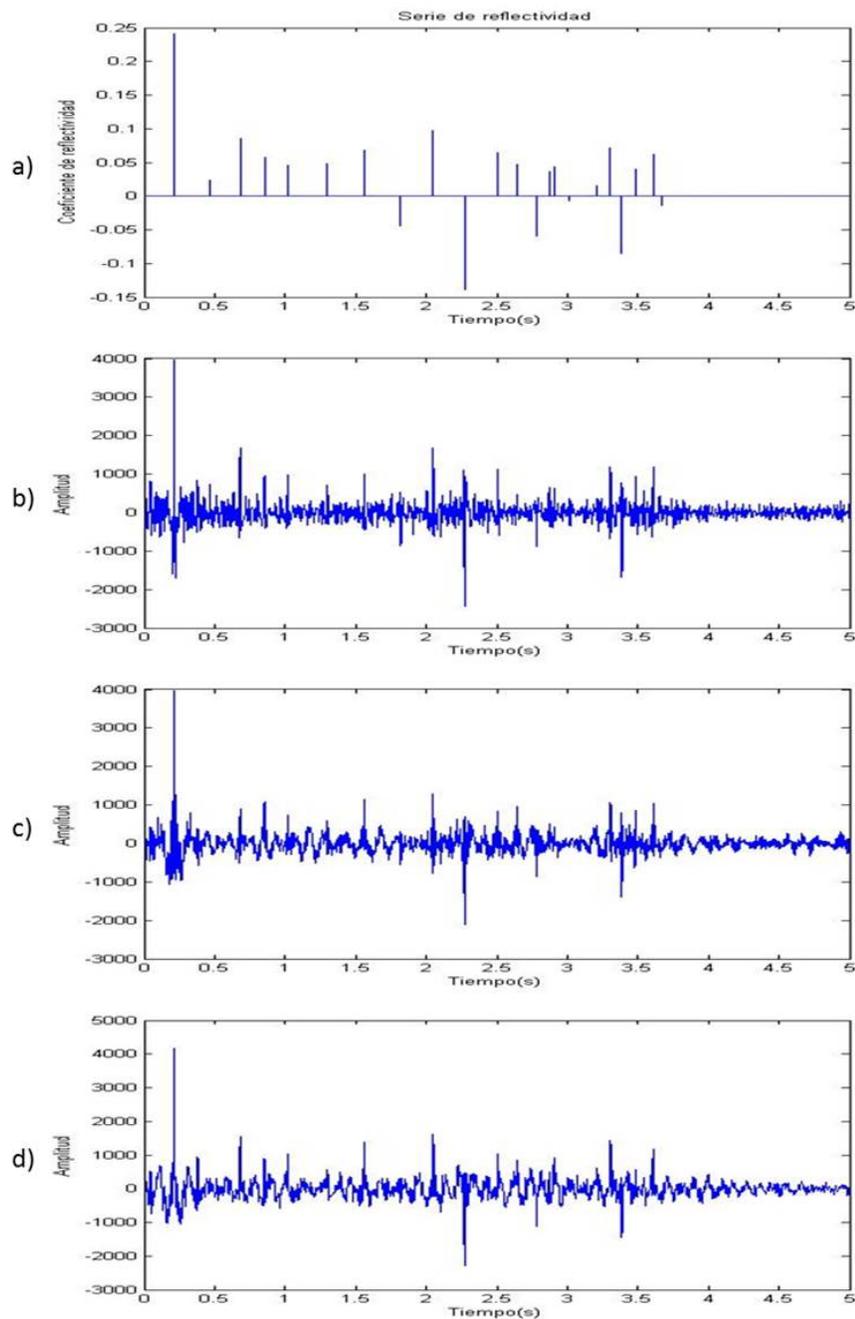


Figura 5.20: (a) Serie de reflectividad, (b) correlación cruzada del paquete de onda C1 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda C1, (c) correlación cruzada del paquete de onda C2 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda C2 y (d) correlación cruzada del paquete de onda C3 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda C3.

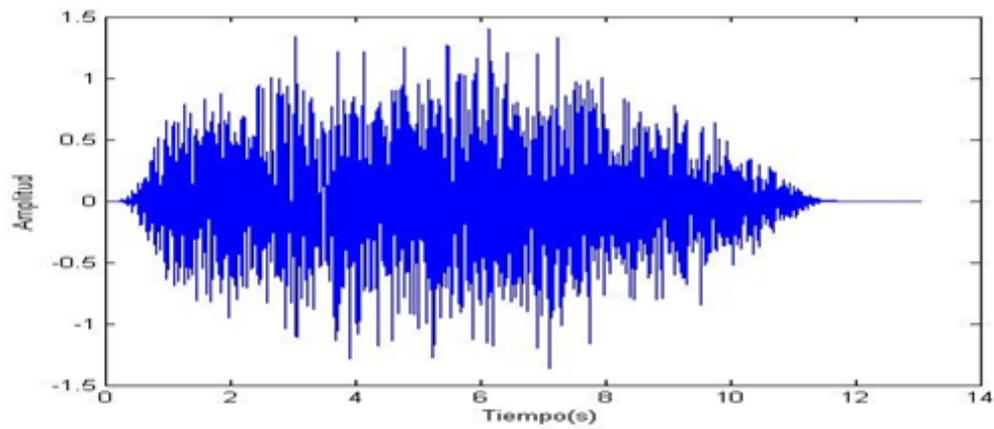


Figura 5.21: Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes usando los paquetes de onda C1, C2 y C3 (superposición de las tres respuestas sísmicas).

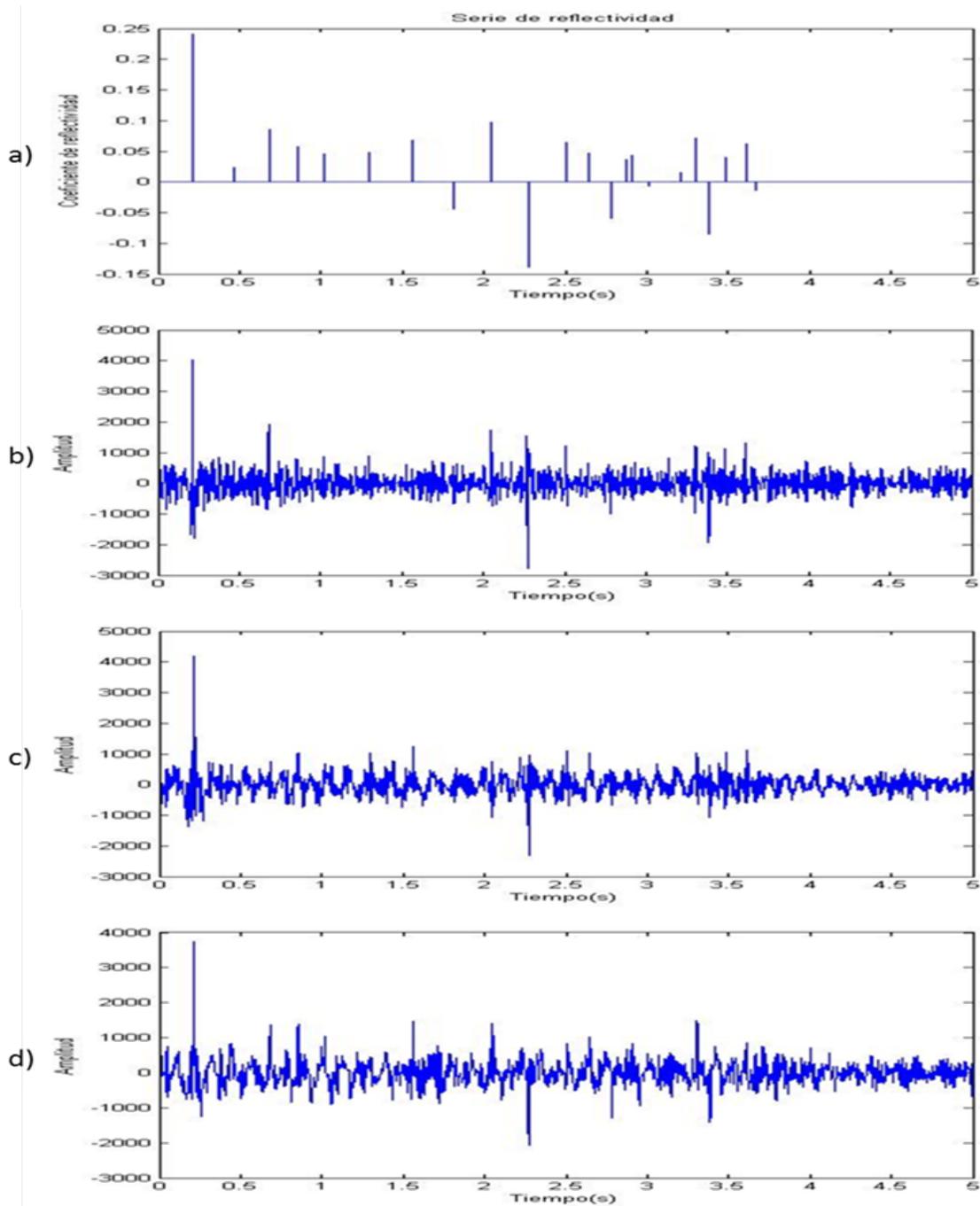


Figura 5.22: (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) son la correlación cruzada de los paquetes de onda C1, C2 y C3, respectivamente, con la respuesta sísmica debida a la vibración simultánea de las tres fuentes (mostrada en la figura 5.21).

Comparando las gráficas de la figura 5.17 con respecto a las de la figura 5.22, se observa una mejor separación en la gráfica de la figura 5.17, lo cual implica que la medida de amplitud máxima de correlación cruzada es mejor que la de energía. Sin embargo, una combinación de los dos criterios podría dar un mejor resultado, aunque esta posibilidad no se exploró en este trabajo. Debido a estos resultados, en adelante se utilizará la medida de amplitud máxima de correlación cruzada para la optimización.

5.5.2. Paquetes de onda de frecuencias discretas que son múltiplos primos de la frecuencia fundamental

En esta sección se generan los paquetes de ondas con frecuencias discretas que son múltiplos primos de la frecuencia fundamental. Dicho conjunto de frecuencias fueron tomados desde 7 hasta los 127 Hz: { 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97 101 103 107 109 113 127 } Con este conjunto de veinte y ocho (28) frecuencias, se procedió a la construcción pseudo-aleatoria de un conjunto de 1000 paquetes y a su posterior optimización de manera análoga a como se realizó con los paquetes de frecuencias discretas (sección anterior), pero utilizando solamente la medida de amplitud máxima de correlación cruzada.

A continuación en la tabla 5.4, se muestra la triada óptima obtenida en este caso, y las figuras 5.23 hasta 5.27 muestran las gráficas análogas a las mostradas en las figuras 5.13 hasta 5.17, pero obtenidas para la triada de la tabla 5.4.

Tabla 5.4: Óptima triada obtenida para frecuencias discretas múltiplos primos de la frecuencia fundamental y combinadas pseudo-aleatoriamente usando la medida de la amplitud máxima de correlación cruzada.

Nombre del paquete.	Paquete (secuencia de las frecuencias de vibración en Hz).	Valor máximo de la amplitud máxima de correlación cruzada entre los paquetes de la triada.
D1	[7 37 23 79 47 29 89 19 103 109 83 17 43 31 71 73 113 53 13 67 107 11 41 127 61 97 101 59]	0,0822
D2	[113 43 7 73 127 29 71 47 17 61 103 11 19 67 97 53 83 41 23 109 37 31 101 59 79 13 89 107]	
D3	[11 97 101 43 53 127 103 59 61 31 109 71 107 23 79 113 19 29 7 89 37 73 67 13 83 17 47 41]	

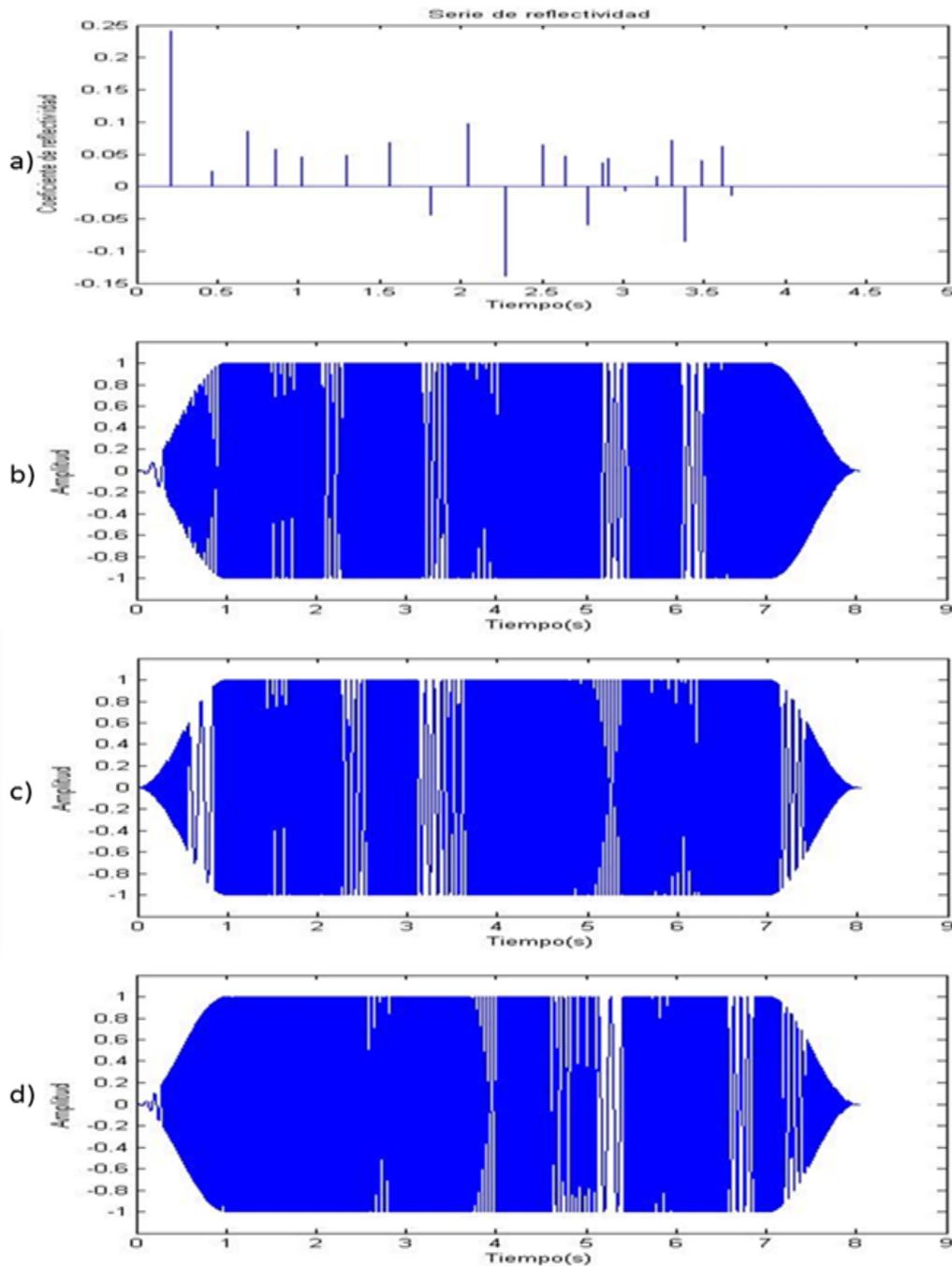


Figura 5.23: (a) Serie de reflectividad, (b) paquete de onda D1, (c) paquete de onda D2 y (d) paquete de onda D3.

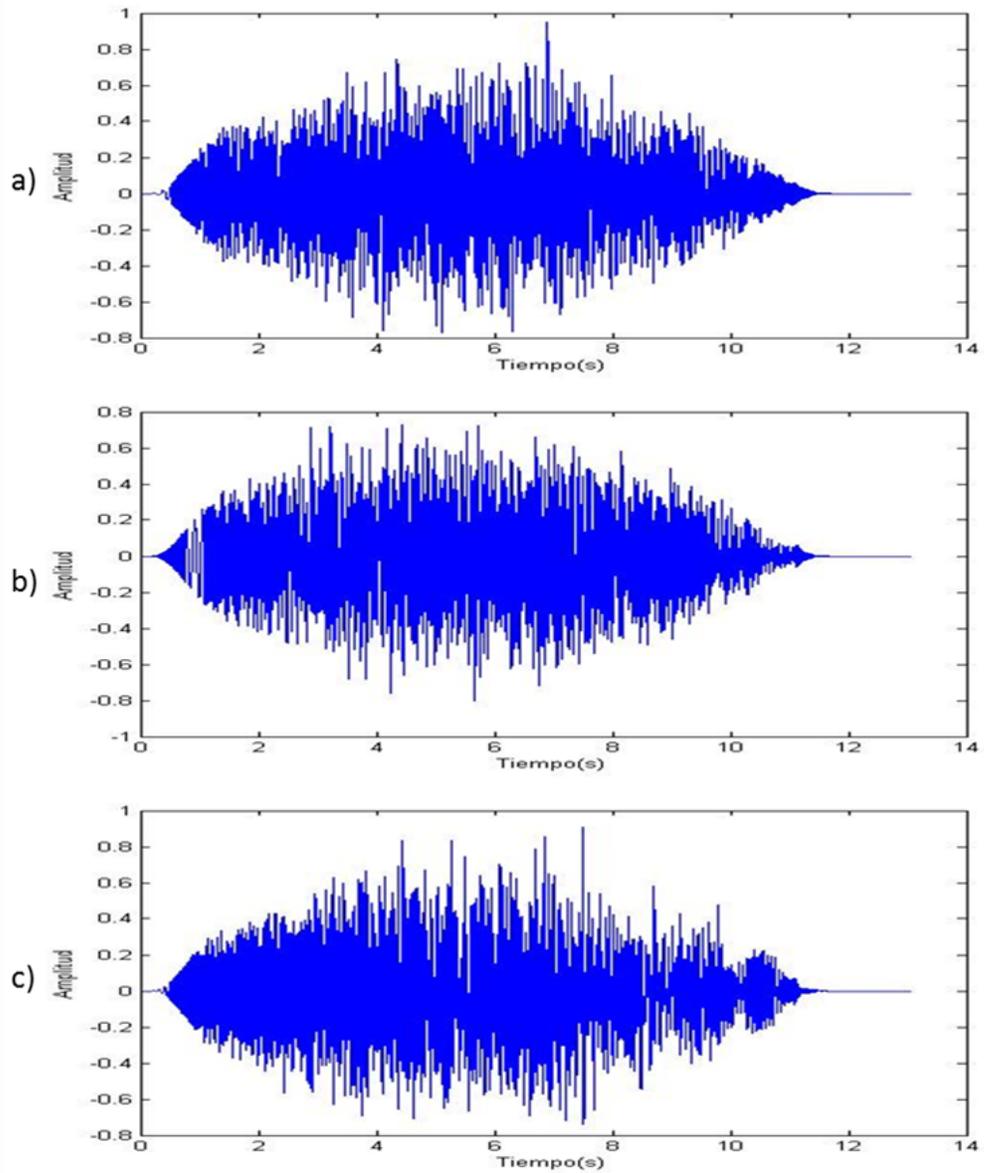


Figura 5.24: (a) Respuesta sísmica debido al paquete de onda D1, (b) respuesta sísmica debido al paquete de onda D2 y (c) respuesta sísmica debido al paquete de onda D3.

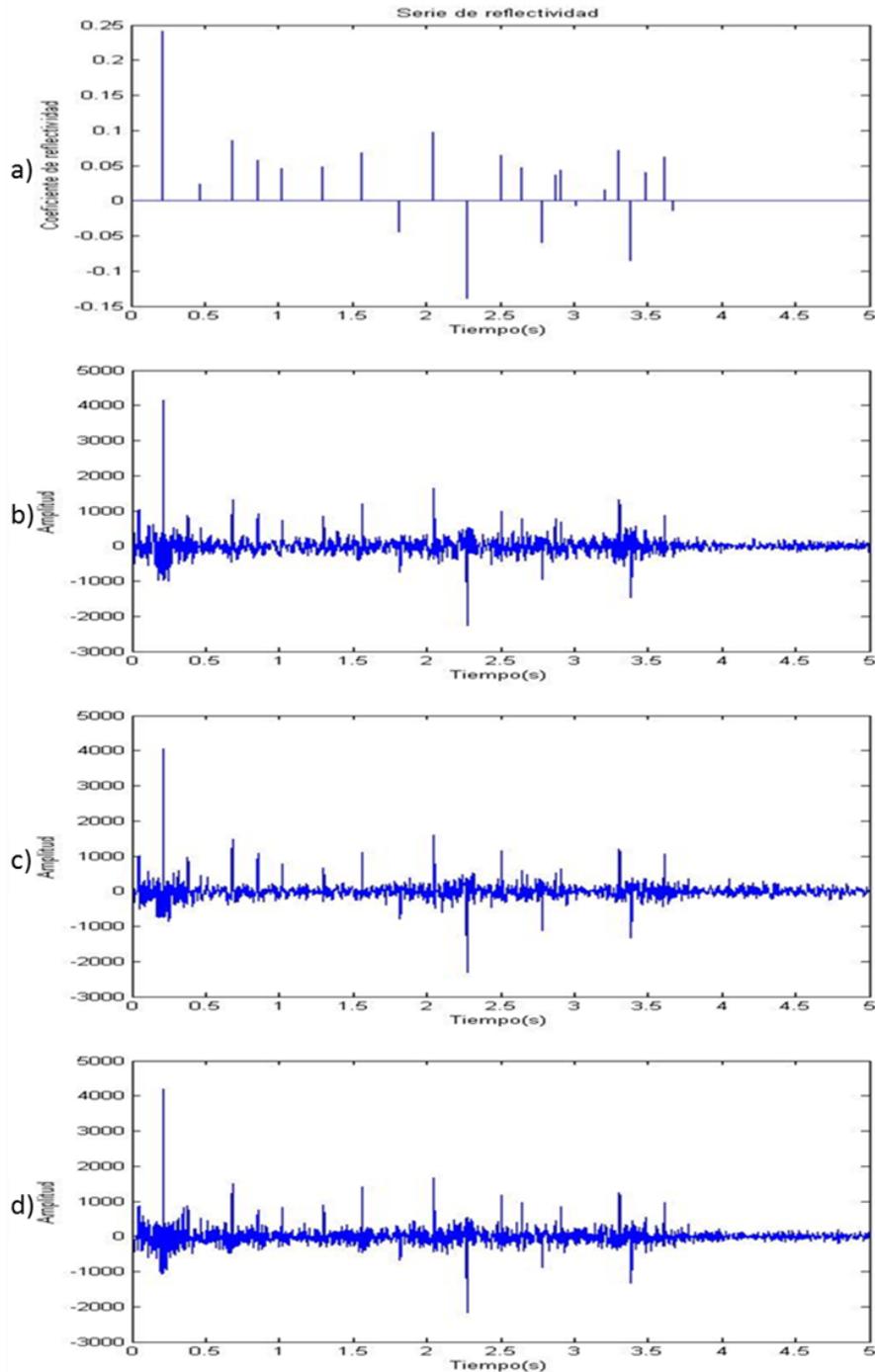


Figura 5.25: (a) Serie de reflectividad, (b) correlación cruzada del paquete de onda D1 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda D1, (c) correlación cruzada del paquete de onda D2 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda D2 y (d) correlación cruzada del paquete de onda D3 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda D3.

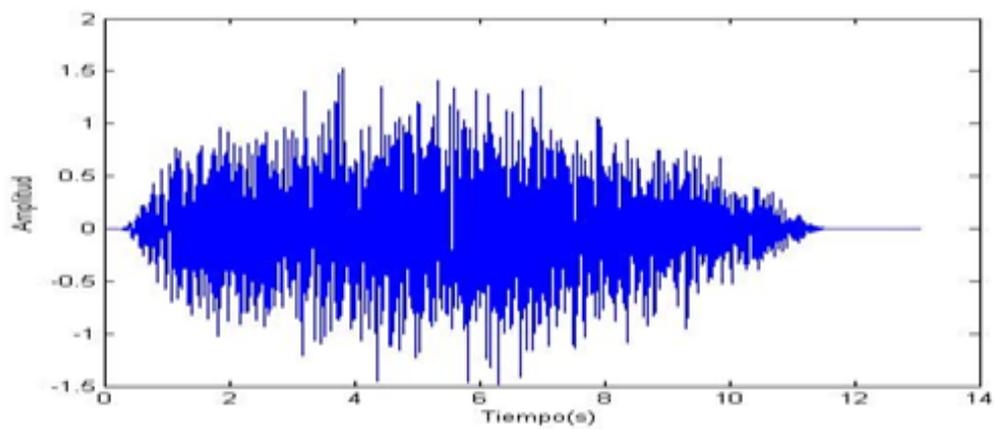


Figura 5.26: Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes usando los paquetes de onda D1, D2 y D3 (superposición de las tres respuestas sísmicas).

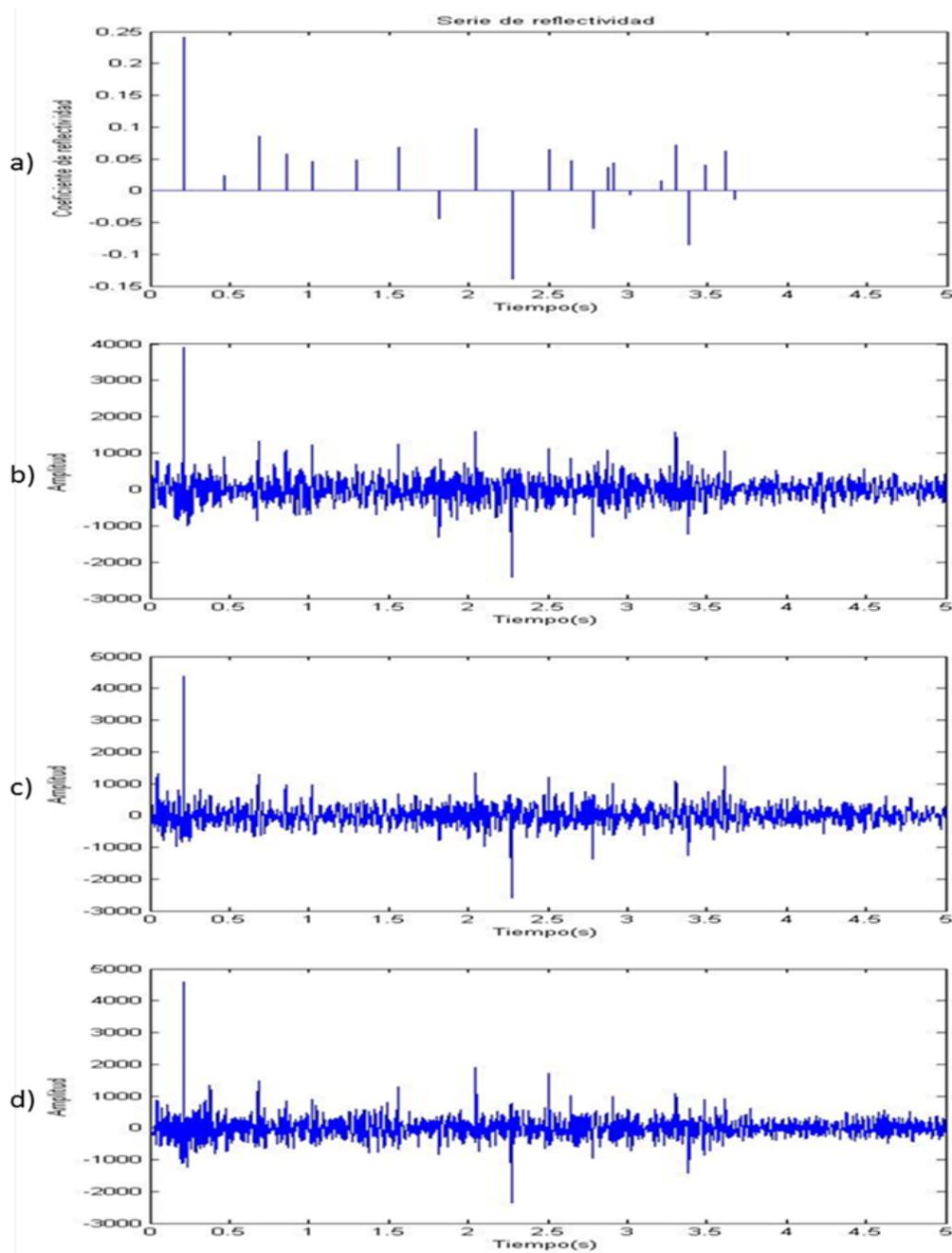


Figura 5.27: (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) son la correlación cruzada de los paquetes de onda D1, D2 y D3, respectivamente, con la respuesta sísmica debida a la vibración simultánea de las tres fuentes (mostrada en la figura 5.26).

5.5.3. Paquetes de ondas codificados con pulsos pseudo-aleatorios

En esta sección se generaron 1000 secuencias con pulsos pseudo-aleatorios, y luego fueron pasadas como entrada a la función “*Matriz_med_ampmax_paq_se_ale*” (junto con los otros parámetros antes mencionados, incluyendo los relativos a la ondícula o función de Ricker). Dicha función genera internamente los paquetes de onda para calcular, empleando la medida de amplitud máxima de correlación cruzada, la matriz denominada “Mac” que contiene dicha medida de correlación cruzada para todos los pares del conjunto; luego, la matriz “Mac” obtenida es pasada como entrada a la función “*Optimatriada*” que halla la triada óptima y el respectivo valor máximo de la medida de amplitud máxima de correlación cruzada entre sus miembros.

Debido a que la descripción (enunciado) de cualquiera de las secuencias de pulsos pseudo-aleatorios es muy extenso, las secuencias de los paquetes de onda correspondiente a la óptima triada obtenida no son enunciadas explícitamente, sin embargo, las gráficas de dichos paquetes de onda se presentan en la figura 5.28. El valor máximo de la medida de amplitud máxima de correlación cruzada entre dichos paquetes de onda (de la óptima triada) es reportado en la tabla 5.5, junto con los nombres dados a dichos paquetes de onda (nombres que se utilizan para identificar sus gráficas).

Tabla 5.5: Óptima triada obtenida para los paquetes codificados por pulsos pseudo-aleatorios usando la medida de la amplitud máxima de correlación cruzada.

Nombre del paquete.	Valor máximo de la amplitud máxima de correlación cruzada entre los paquetes de la triada.
E1	0,1026
E2	
E3	

A partir de la figuras 5.28 hasta la 5.32, se muestran las gráficas análogas a las mostradas en las figuras 5.13 hasta 5.17 28, pero obtenidas para la triada de la tabla 5.5.

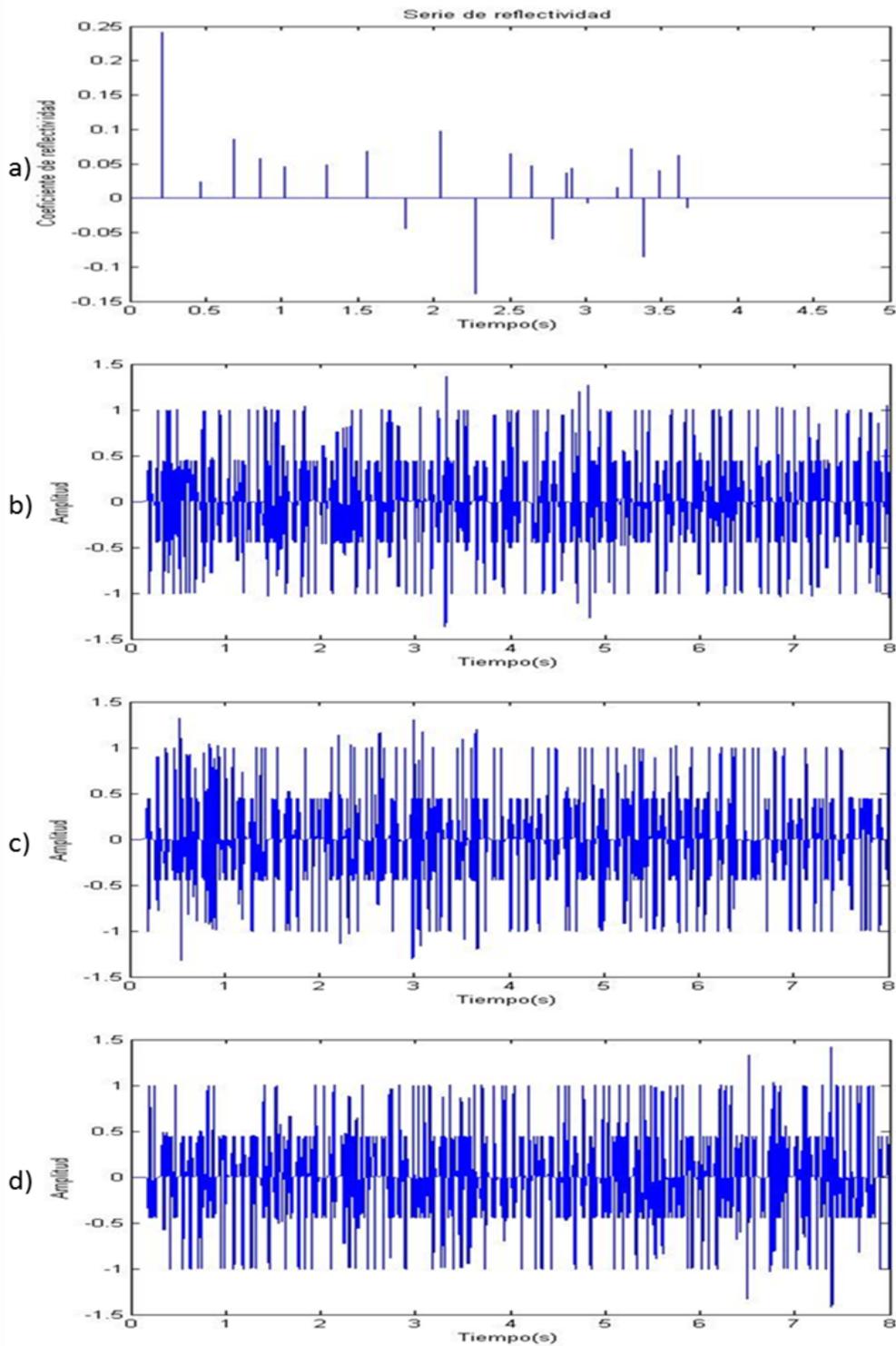


Figura 5.28: (a) Serie de reflectividad, (b) paquete de onda E1, (c) paquete de onda E2 y (d) paquete de onda E3.

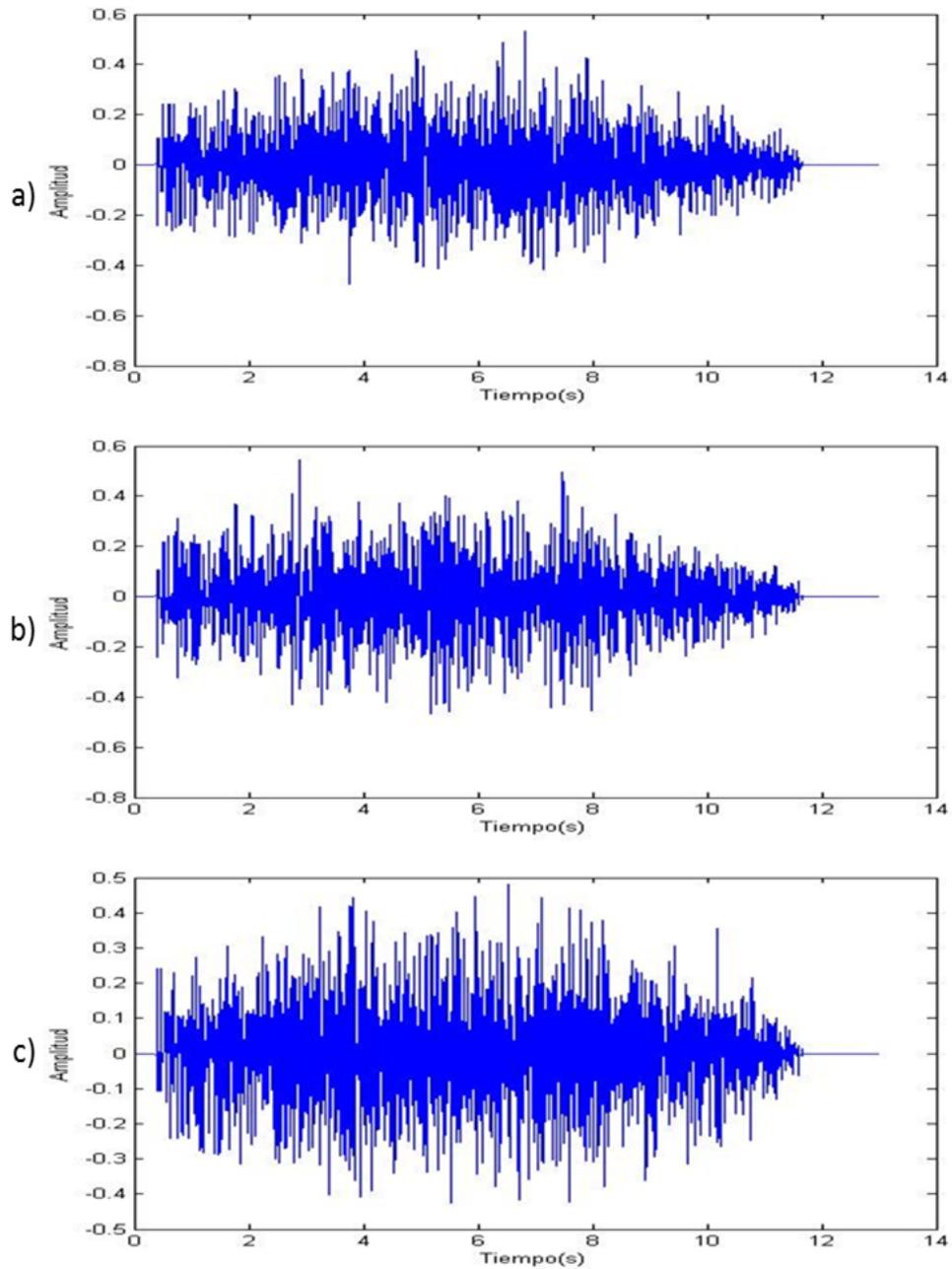


Figura 5.29: a) Respuesta sísmica debido al paquete de onda E1, (b) respuesta sísmica debido al paquete de onda E2 y (c) respuesta sísmica debido al paquete de onda E3 .

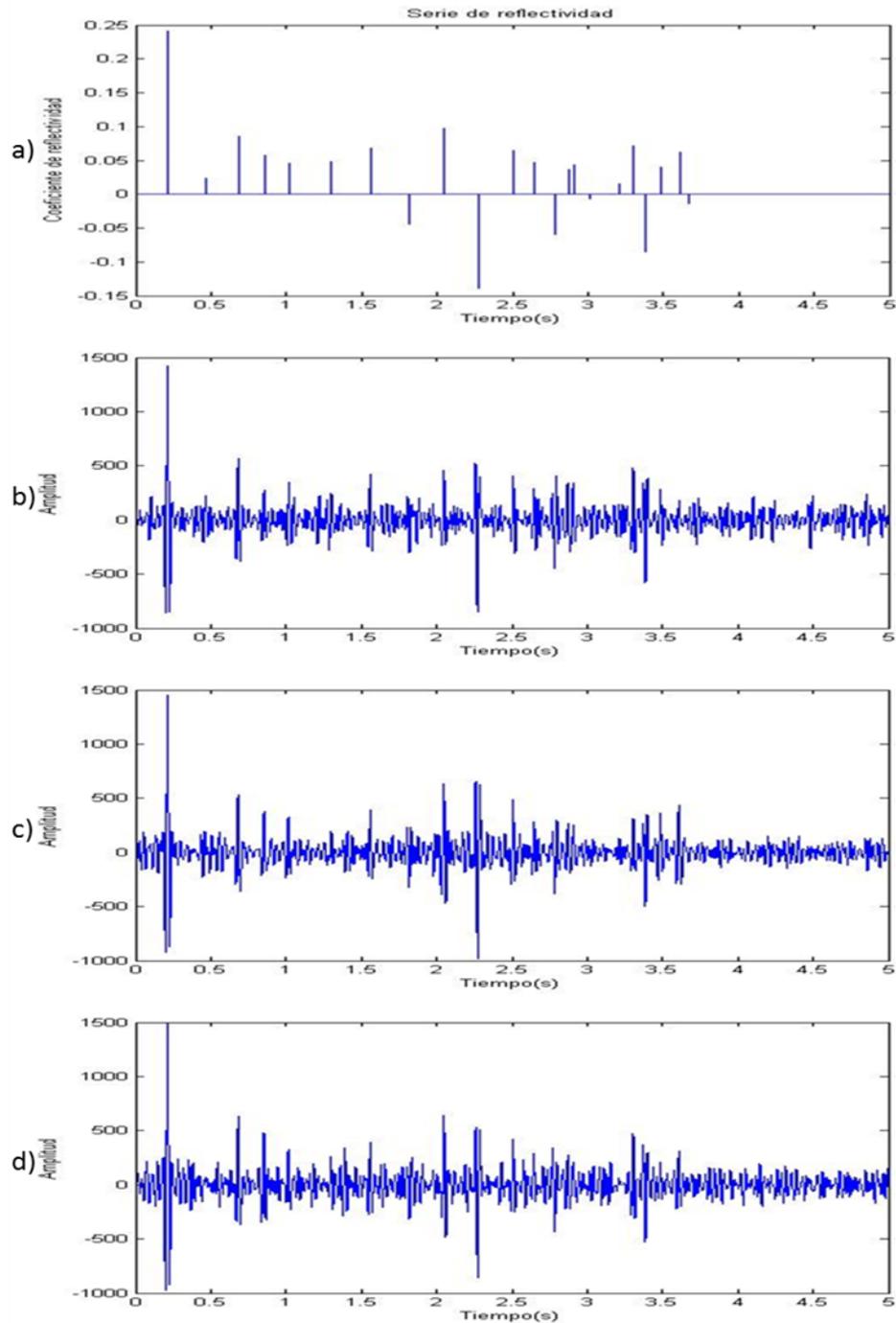


Figura 5.30: (a) Serie de reflectividad, (b) correlación cruzada del paquete de onda E1 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda E1, (c) correlación cruzada del paquete de onda E2 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda E2 y (d) correlación cruzada del paquete de onda E3 con la respuesta sísmica obtenida con el paquete de onda E3.

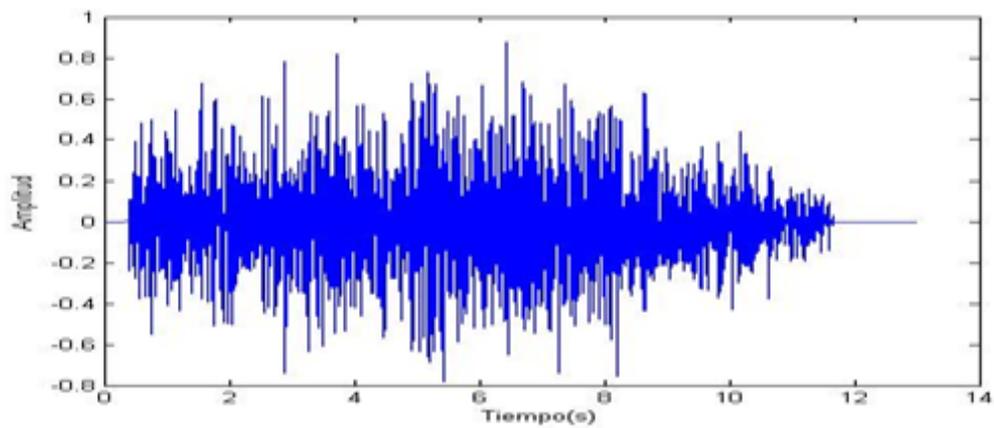


Figura 5.31: Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes usando los paquetes de onda E1, E2 y E3 (superposición de las tres respuestas sísmicas).

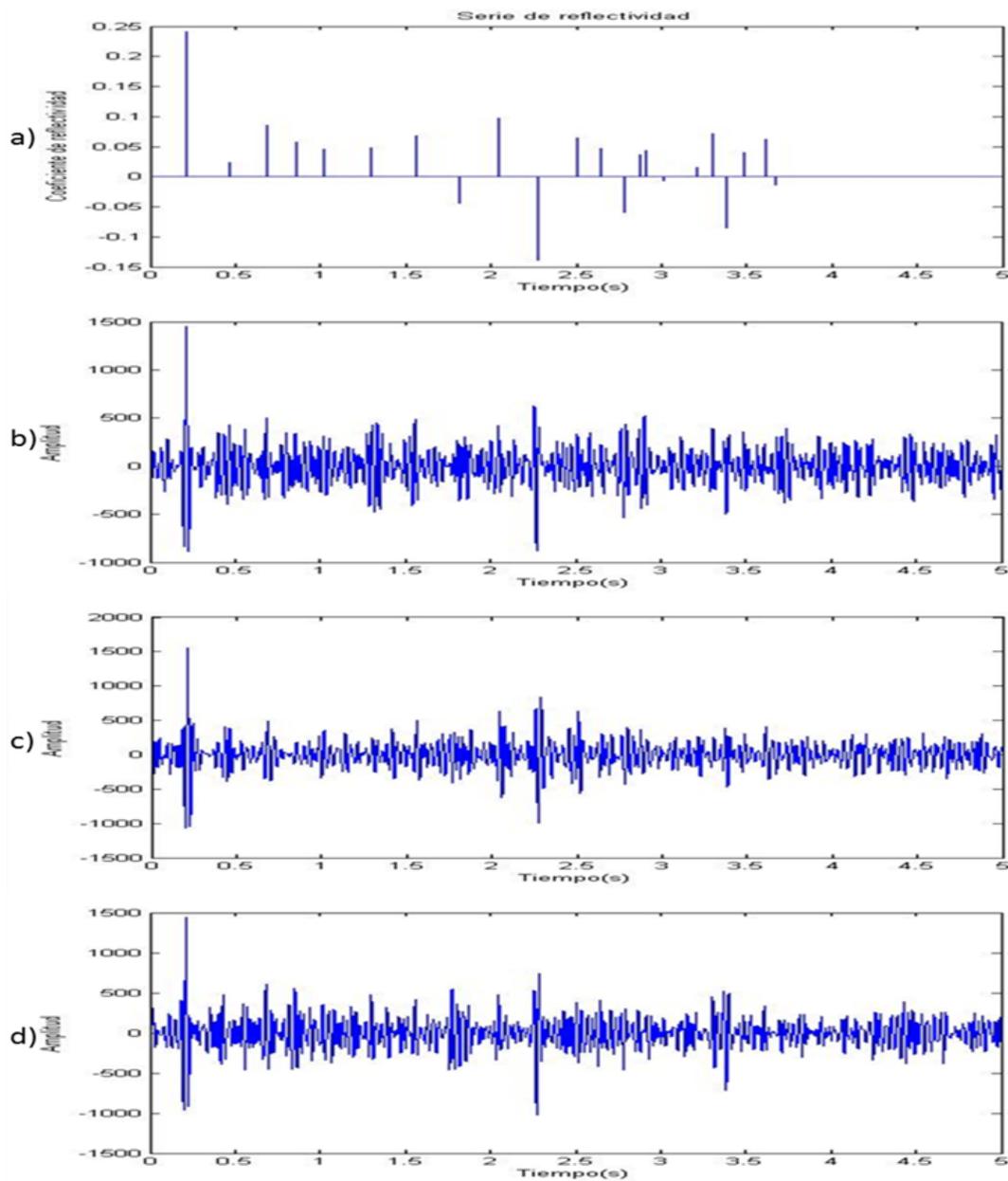


Figura 5.32: (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) son la correlación cruzada de los paquetes de onda E1, E2 y E3, respectivamente, con la respuesta sísmica debida a la vibración simultánea de las tres fuentes (mostrada en la figura 5.31).

Al comparar los resultados de separación de la respuesta sísmica debida a la vibración simultánea de tres fuentes, se observa que la utilización de paquetes de ondas codificados por frecuencias discretas permiten una mejor separación respecto a los paquetes de ondas codificados mediante pulsos pseudo-aleatorios.

5.6. Distorsión no lineal y su efecto en la separación de la señal sísmica con fuentes simultáneas

Para obtener una simulación de la distorsión no lineal (de los paquetes de onda) con una magnitud cercana a la que se observa típicamente en la práctica (real), se determinaron los coeficientes de segundo y tercer orden (α_2 y α_3 , respectivamente; ver capítulo de Metodología) empleando valores extraídos del espectro dinámico de un barrido (sweep) ascendente de vibración presentado en la figura 5(a) de [4] y realizando un ajuste de dichos coeficientes hasta reproducir aproximadamente la amplitud de los armónicos observados en dicho espectro. Para ello, se escogió la frecuencia de 5 Hz, la cual se alcanza aproximadamente a los 5 s de iniciarse el sweep, como puede observarse en la figura 5.34, donde se ha superpuesto la figura 5(a) de [4] y se indica mediante líneas el tiempo (5 s) y la frecuencia fundamental de vibración en dicho momento (5 Hz). Para el tiempo de 5 s, la amplitud de la frecuencia fundamental (5 Hz) y de los armónicos que aparecen en ese mismo momento (10 Hz, 15 Hz, 20 Hz, etcétera.) son extraídos de dicha figura. Nótese que la escala de color esta en decibeles, y que, lo que podemos extraer son las amplitudes de los armónicos más no la fase. Sin embargo, esto nos permite obtener un valor aproximado de los coeficientes no lineales necesarios para producir la magnitud espectral de dichos armónicos.

Partiendo de una función seno a 5 Hz, que se calculo y gráfico por una duración de tiempo que es múltiplo exacto del periodo, en este caso 3 s, como se observa en la figura 5.33(a). Para mostrar el efecto de una distorsión no lineal, en la figura 5.33(b) se muestra como ejemplo, la distorsión de la señal en la figura 5.33(a) cuando se aplica la función no lineal con los términos de segundo y tercer orden (α_2 y α_3) iguales a la unidad.

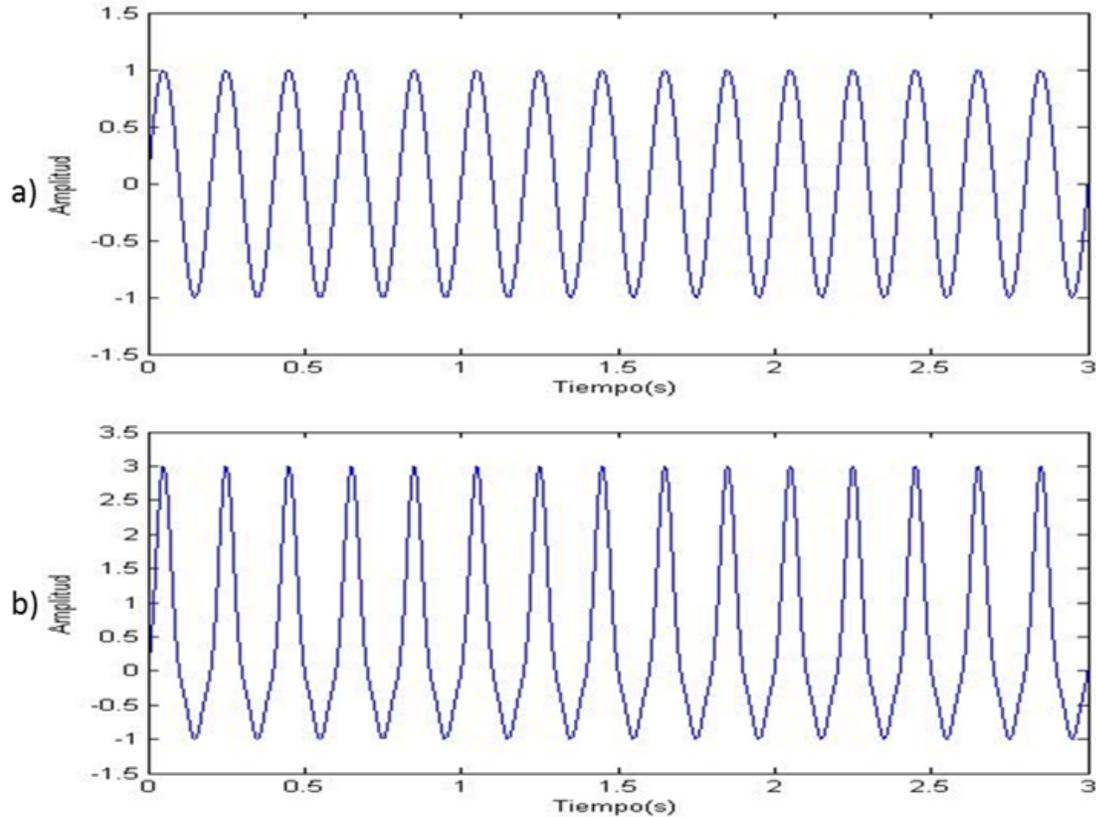


Figura 5.33: (a) Función seno con frecuencia de 5 Hz en función del tiempo, (b) la función seno con frecuencia de 5 Hz con una distorsión no lineal de hasta tercer orden con coeficientes (α_2 y α_3) igual a uno para los términos no lineales.

Los valores de los coeficientes no lineales de segundo y tercer orden (α_2 y α_3) se escogen de manera tal que la amplitud relativa respecto a la amplitud de la frecuencia fundamental del primer armónico ($f = 2f_0 = 10Hz$) y del segundo armónico ($f = 3f_0 = 15Hz$) coincidan con las amplitudes de dichos armónicos observados en la figura(5) de [4]. El resultado de dicho ajuste se muestra en la figura 5.34. Cuando estos dos armónicos son ajustados mediante estos dos primeros términos no lineales (la serie no lineal es truncada), una componente d.c. (frecuencia cero) aparece en el resultado teórico que no es observada en la práctica (nótese que, en la figura de [4], la amplitud de la componente d.c., en el instante $t = 5$ s, es esencialmente cero).

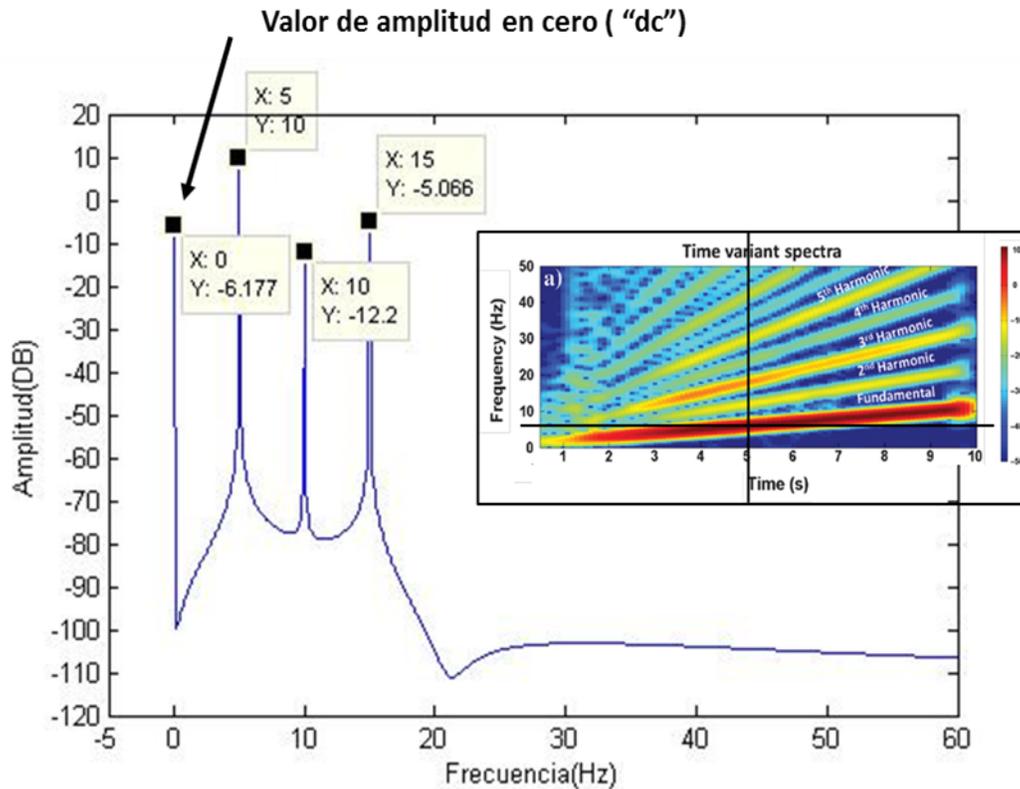


Figura 5.34: Grafica de la amplitud espectral (en decibeles) de la función seno de frecuencia 5 Hz con distorsión no lineal hasta de tercer orden. La amplitud del seno y los valores de los coeficientes no lineales α_2 y α_3 fueron ajustados para que la amplitud de los picos a la frecuencia fundamental 5 Hz, primer armónico a 10 Hz ($2f_0$) y segundo armónico a 15 Hz ($3f_0$), coincidan con los valores extraídos de la figura 5(a) de [4] que se muestra (superpuesta) del lado derecho de la gráfica.

Con el fin de eliminar la componente d.c. generada, se agrega el término no lineal de cuarto orden y requerimos que la componente d.c. resultante sea igual a cero. La figura 5.35, muestra la componente d.c. que se genera al distorsionar la función seno de 5 Hz debido a los términos no lineales de segundo, tercero y cuarto orden independientemente y con coeficientes iguales a uno. Como se observa de la figura 5.35(b) el aporte d.c. debido al término de tercer orden es cero, por lo tanto, el mismo no contribuye a la componente d.c. (como puede demostrarse algebraicamente); el coeficiente α_4 del término no lineal de

cuarto orden se determina para que elimine la componente d.c. aportada por el término de segundo orden (o cuadrático). De esta forma, los coeficientes obtenidos para los términos no lineales son los siguientes:

$$\alpha_2 = -0,33, \alpha_3 = 1,5, \alpha_4 = 0,44$$

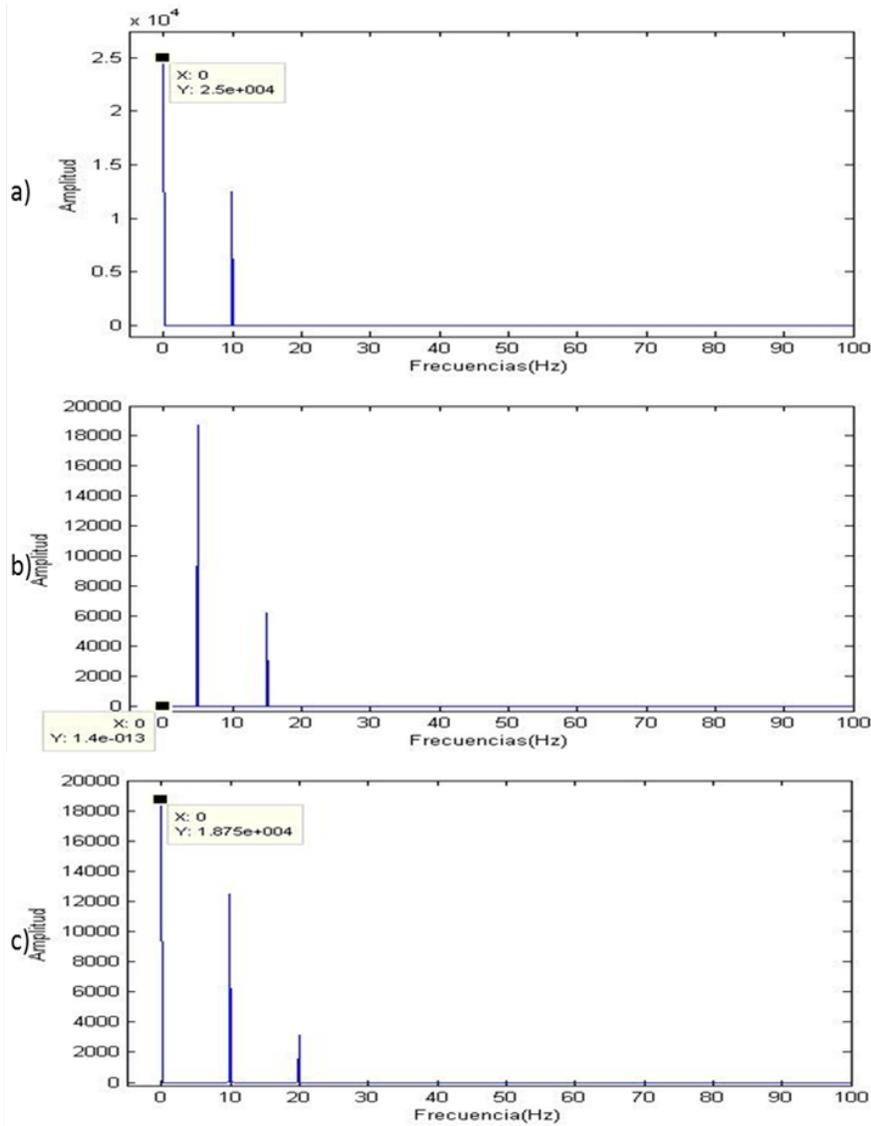


Figura 5.35: Amplitud espectral no normalizada de la función seno de frecuencia 5 Hz distorsionada individualmente por los términos no lineales de: (a) segundo orden, (b) tercer orden, y (c) cuarto orden. Todos los términos no lineales poseen un coeficiente igual a la unidad.

Nótese que la serie no lineal que hemos obtenido es truncada, y por ende, es una aproximación. Sin embargo, como se muestra en la figura 5.36, el ajuste realizado y los términos no lineales incluidos nos permiten obtener la magnitud relativa de los primeros armónicos (que son los más importantes que se observan en la práctica), y por ende, nos dan una simulación realista de los efectos no lineales que típicamente se observan en la adquisición sísmica con vibradores.

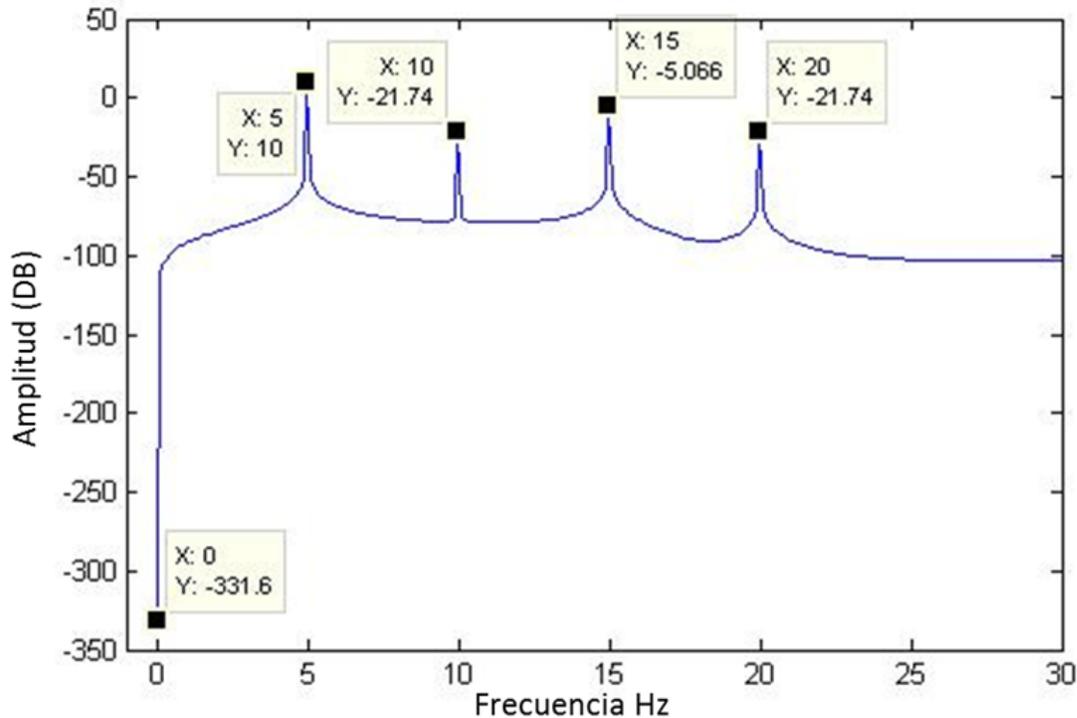


Figura 5.36: Amplitud espectral (en decibeles) de la función seno de frecuencia 5 Hz con distorsión no lineal de hasta cuarto orden, empleando los coeficientes α_2 , α_3 y α_4 determinados en esta sección.

Para visualizar el efecto de la función no lineal obtenida, la figura 5.37, muestra la función seno de frecuencia 5 Hz sin distorsionar y luego de haber sido distorsionada por la función no lineal de hasta cuarto orden, utilizando los valores de α_2 , α_3 y α_4 obtenidos.

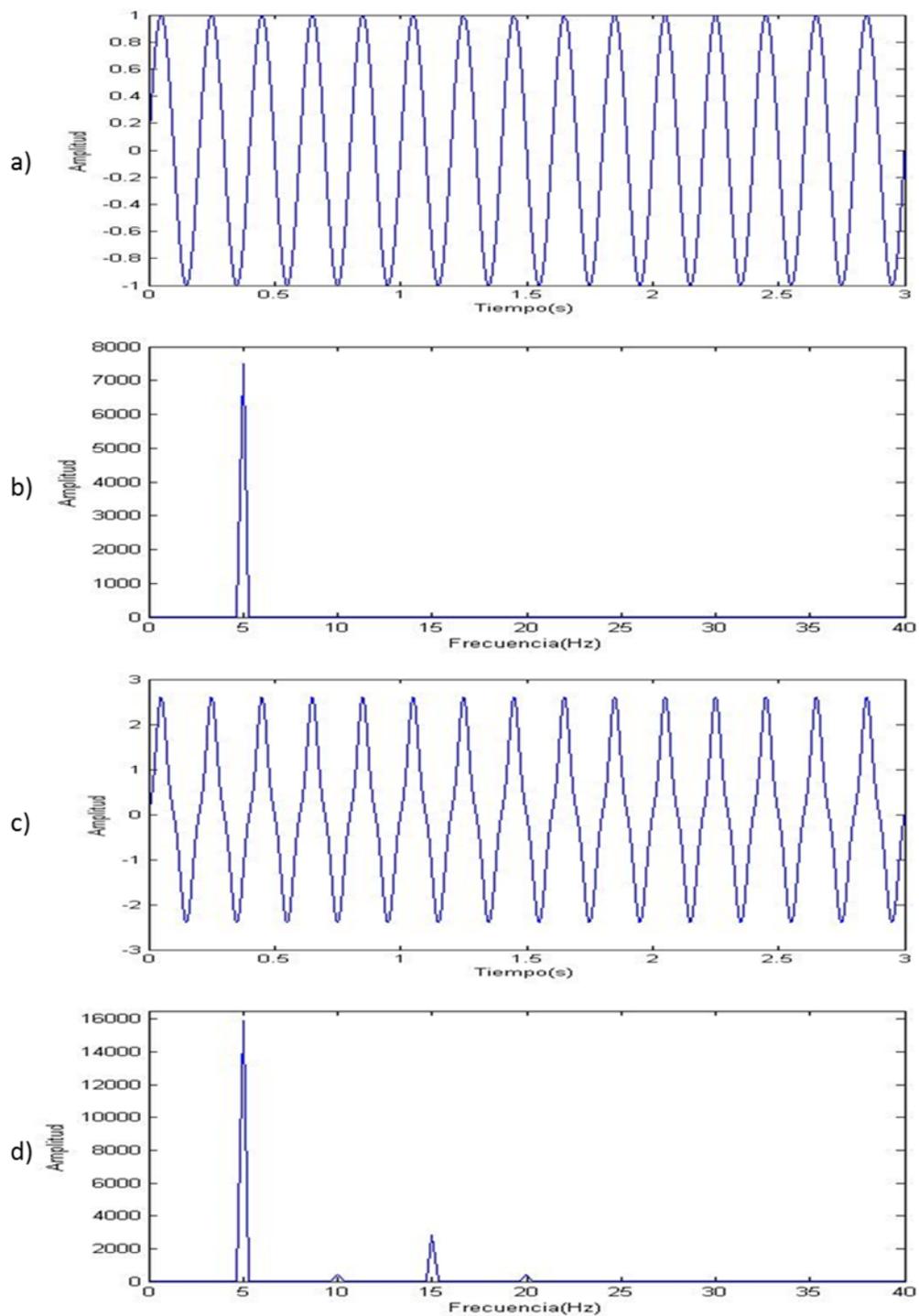


Figura 5.37: (a) función seno de frecuencia 5 Hz, (b) amplitud espectral de la función seno mostrada en (a), (c) función seno de frecuencia 5 Hz con distorsión no lineal hasta cuarto orden, (d) amplitud espectral de la función seno distorsionada mostrada en (c).

Se puede observar claramente de la figura 5.37 (d) la aparición de los armónicos (hasta el tercero, es decir, $4f_0$) de la frecuencia fundamental.

5.6.1. Efecto de la no linealidad sobre las triadas óptimas codificadas con frecuencias discretas

En esta sección usamos las triadas óptimas obtenidas en la sección 5.5.1. En la figura 5.38, se muestra como ejemplo, el paquete de onda B1 (ver tabla 5.2) distorsionado por la función no lineal de hasta cuarto orden (anteriormente obtenida) y su amplitud espectral. La aparición de los armónicos generados se puede apreciar claramente a frecuencias superiores a 100 Hz donde el paquete original (no distorsionado) no posee componentes apreciables de frecuencia. También aparecen armónicos con frecuencias inferiores a 100 Hz, pero no pueden distinguirse claramente debido a la presencia de las frecuencias fundamentales del paquete en dicha banda.

En la figura 5.39, se presenta la respuesta sísmica obtenida con los paquete B1, B2 y B3 distorsionados y empleados en tres fuentes simultáneas (superposición), y en la figura 5.40 la señal sísmica separada (resultante) obtenida mediante la correlación cruzada de la respuesta sísmica simultánea (figura 5.39) y los paquetes de onda B1, B2 y B3 no distorsionados. En la práctica, no se usan los paquetes de onda distorsionados (aunque lo ideal sería hacerlo así) debido a que su obtención (al menos con la tecnología actual) es una estimación no muy fidedigna del paquete de onda real transmitido, y los vibradores simplemente tratan de reproducir (mediante un sistema de control) el paquete de onda deseado (en este caso, B1, B2 o B3 no distorsionados), por ende, es el paquete de onda deseado (patrón, o “pilot” en Ingles) es el que se emplea en la correlación cruzada con la respuesta sísmica grabada.

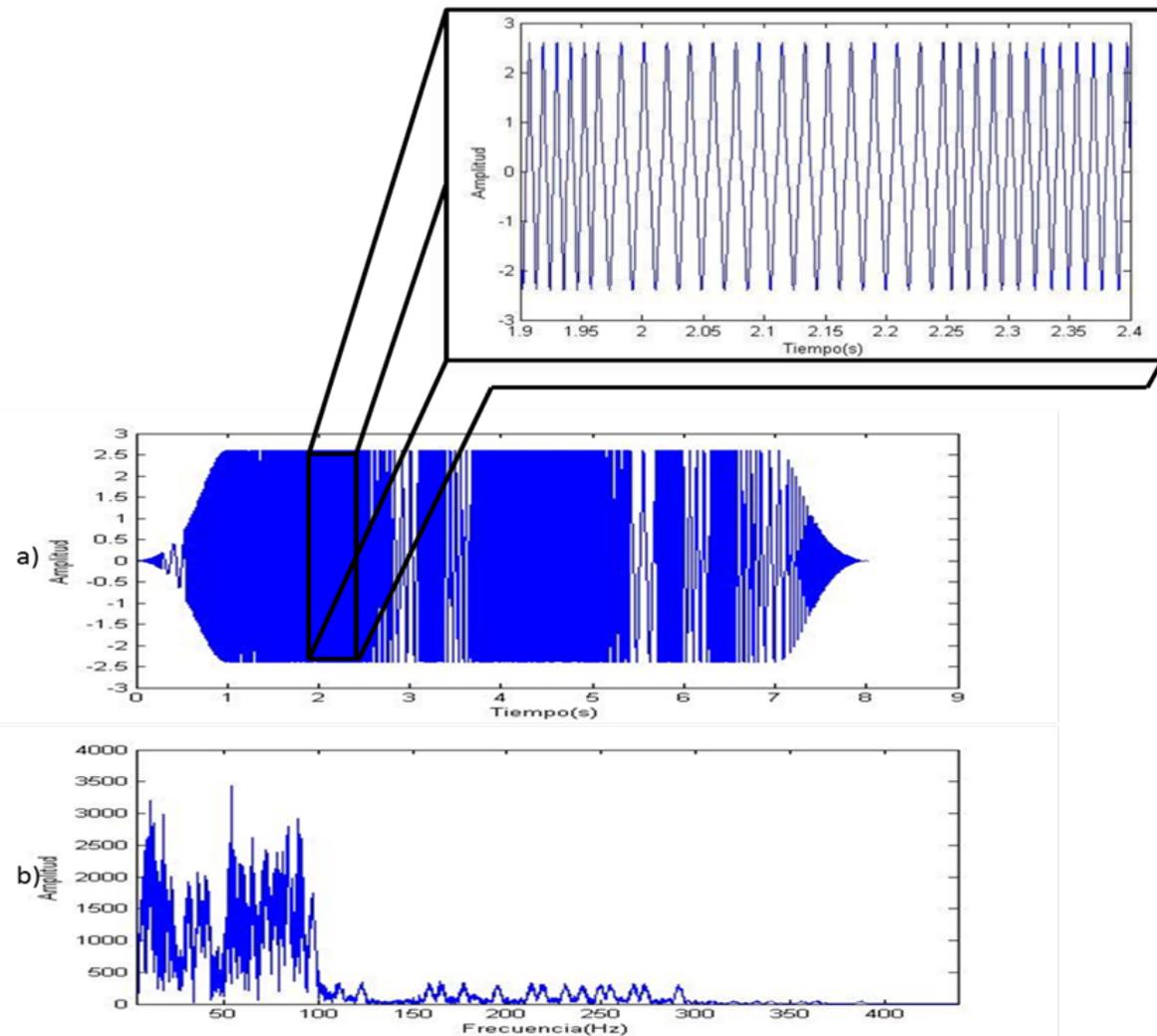


Figura 5.38: (a) paquete de onda B.1 distorsionado no linealmente con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida, (b) Amplitud espectral del paquete de onda distorsionado mostrado en (a). La aparición de armónicos se observa claramente a frecuencias superiores a 100 Hz, donde es fácil identificarlas porque el paquete no distorsionado no posee componentes apreciables por encima de 100 Hz.

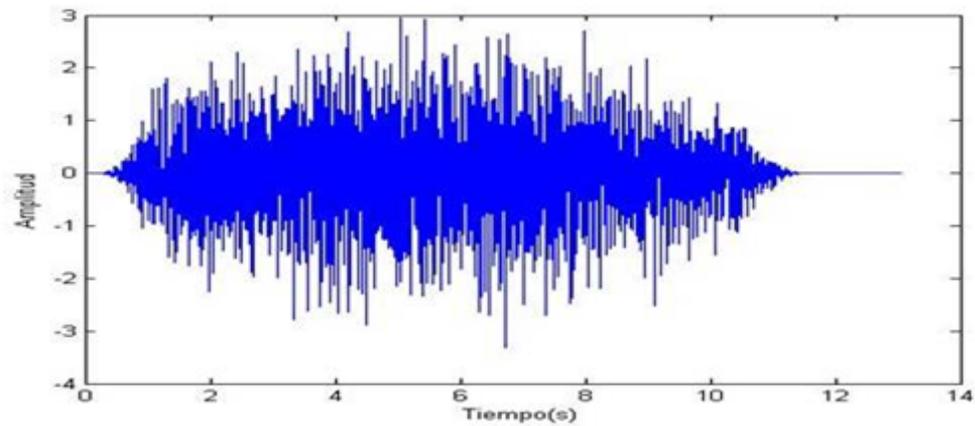


Figura 5.39: Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de los tres paquetes de onda B1 , B2 y B3 distorsionados con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida (superposición de las tres respuestas sísmicas).

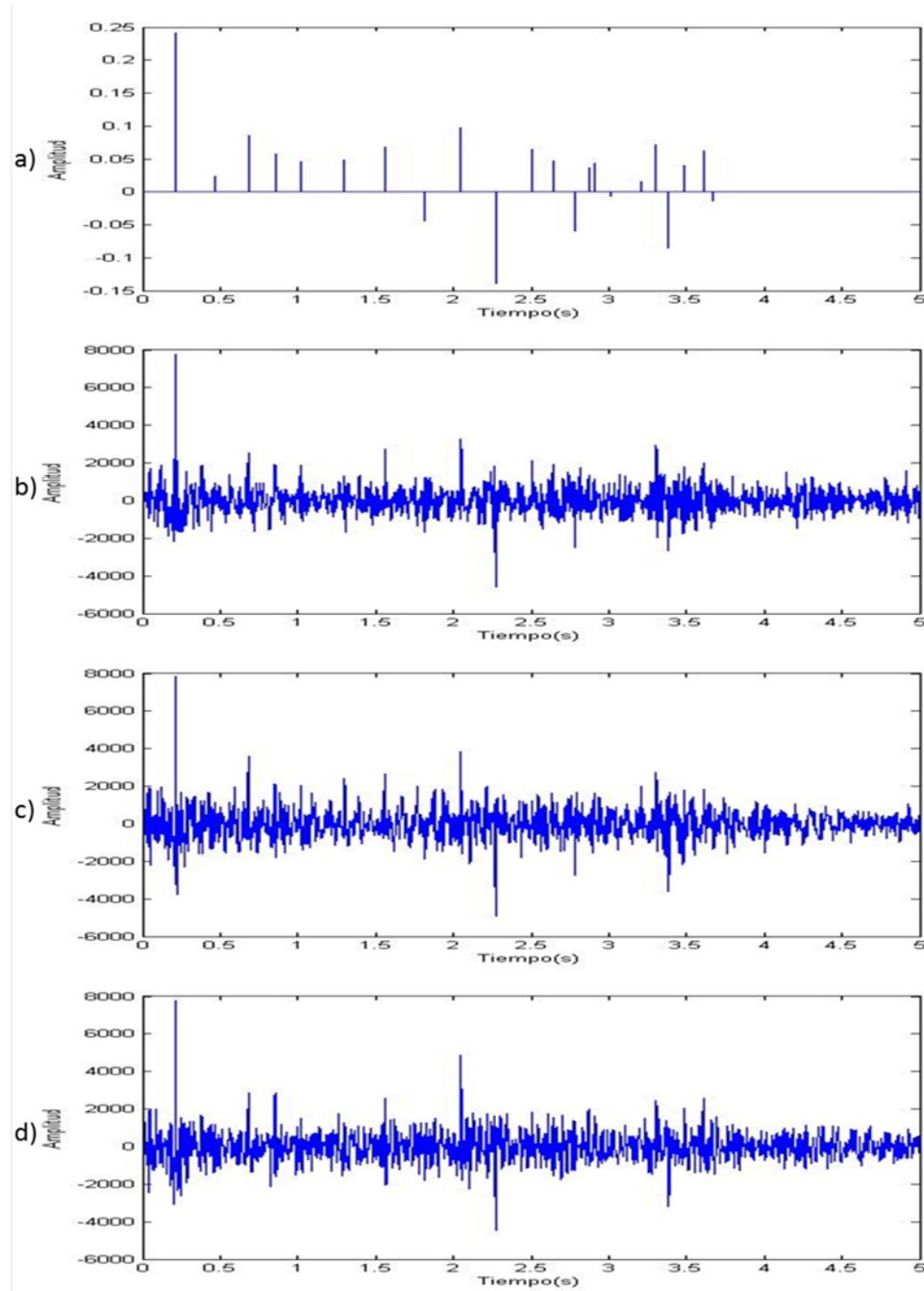


Figura 5.40: (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) correlación cruzada del paquete B1, B2 y B3 respectivamente, con la respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes, cada una con los paquetes de onda B1 , B2 y B3 distorsionados no linealmente con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida.

En la figura 5.40, se observa que la separación tiene mayor similitud con la respuesta impulsiva del medio (serie de reflectividad) en la figura 5.40(b) que corresponde a el paquete de onda B1; sin embargo, para la separación para los otros dos paquetes de onda puede considerarse de similar calidad pues se observan claramente los picos de reflectividad mayores (es decir, que corresponden a los contrastes de impedancia acústica mayores en el subsuelo). Este fenómeno también puede observarse (aunque quizás en menor grado) en la figura 5.17. La mejor separación observada para uno de los paquetes se debe a que dicho paquete tiene menor correlación cruzada (ruido de correlación) con los otros dos paquetes, mientras que los otros dos paquetes, tienen un ruido de correlación entre ellos que es mayor. Si un número mayor de paquetes (fuentes simultáneas) fuese empleado, tal distinción de calidad de separación tendería a disminuir (estadísticamente hablando), pues el número de pares de correlación cruzada (ruido de correlación) es mayor, y es poco probable que uno de los paquetes posea menor ruido de correlación con todos (el resto) de los otros paquetes (es posible, pero estadísticamente poco probable).

5.6.2. Efecto de la no linealidad sobre las triadas óptimas codificadas con frecuencias discretas múltiplos primos de la frecuencia fundamental

A continuación se muestran los resultados de separación obtenidos cuando se usan los paquetes D1, D2 y D3 (ver tabla 5.4) distorsionados no linealmente.

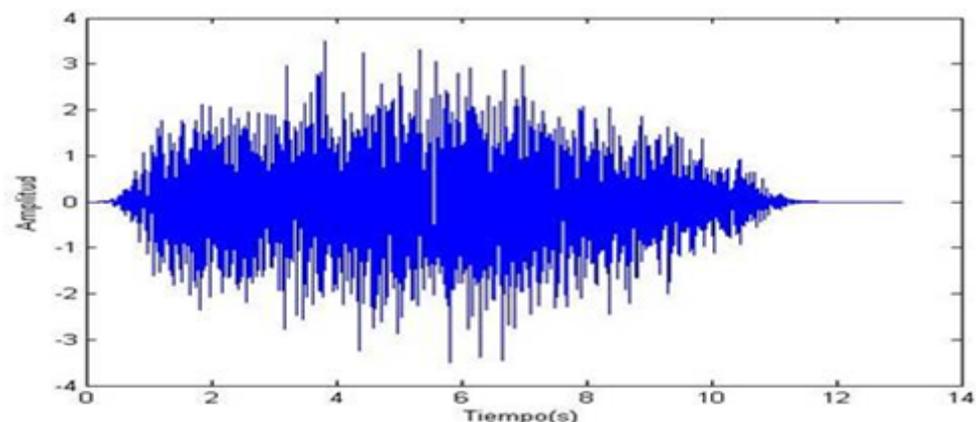


Figura 5.41: Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de los tres paquetes de onda D1, D2 y D3 distorsionados con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida (superposición de las tres respuestas sísmicas)

Las figuras 5.41 y 5.42 son análogas a las figuras 5.39 y 5.40, es decir, la figura 5.41, muestra la respuesta de las fuentes simultáneas usando los paquetes D1, D2 y D3 distorsionados no linealmente, y la figura 5.42, muestra la separación empleando los paquetes D1, D2 y D3 no distorsionados.

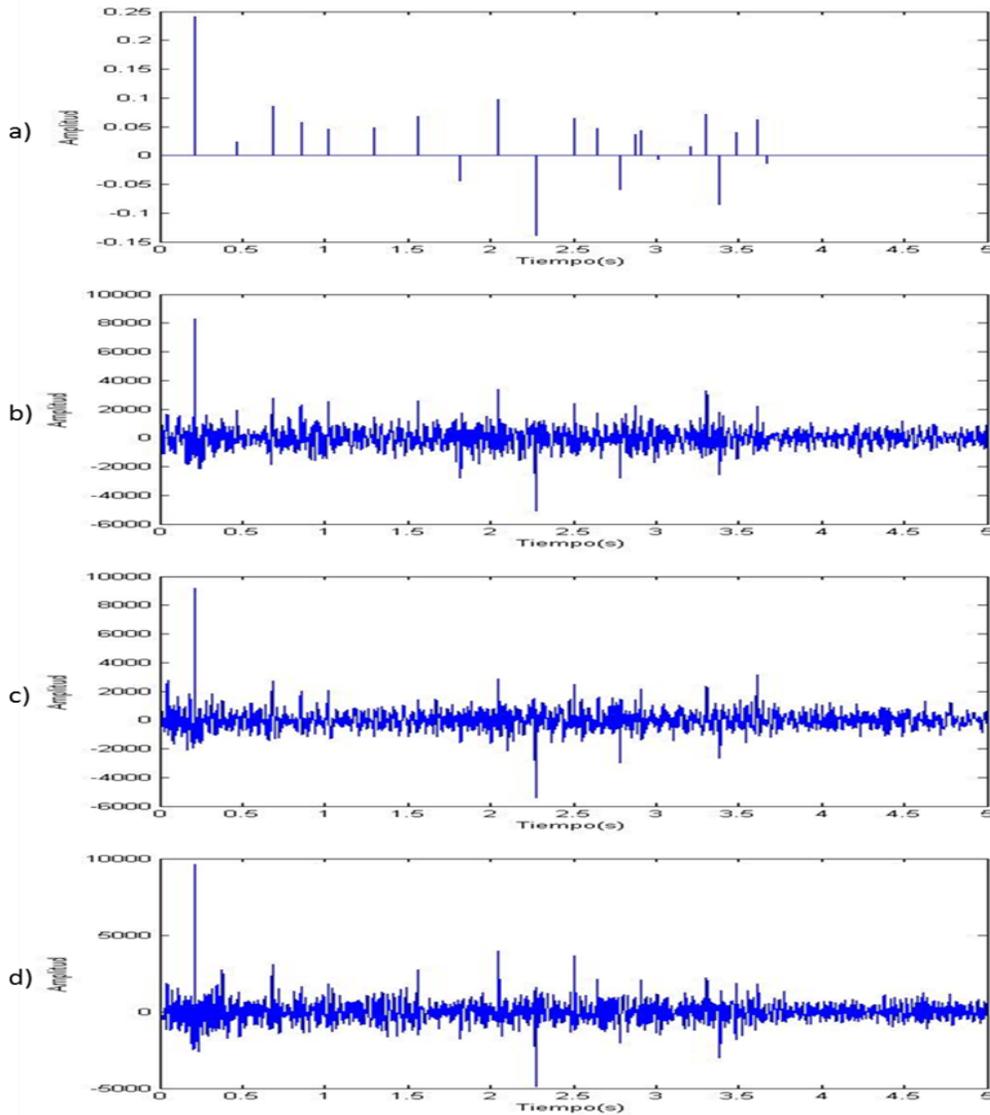


Figura 5.42: (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) correlación cruzada del paquete D1, D2 y D3 respectivamente, con la respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes, cada una con los paquetes de onda D1 , D2 y D3 distorsionados no linealmente con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida.

En la figura 5.42 se observa una mejor similitud de la respuesta sísmica separada con la serie de reflectividad (respuesta impulsiva del medio), respecto al resultado obtenido con la triada de paquetes anteriores (figura 5.40). La mejoría en la separación es apreciable visualmente, esto implica que el empleo de frecuencias que son múltiplos primos de la frecuencia fundamental le confiere una mayor inmunidad al proceso de separación de la respuesta sísmica en caso de que se presenten efectos de distorsión no lineal de los paquetes de onda transmitidos en el subsuelo.

5.6.3. Efecto de la no linealidad sobre las triadas óptimas codificadas mediante pulsos pseudo-aleatorios

A continuación se muestran los resultados de separación obtenidos cuando se usan los paquetes E1, E2 y E3 (ver tabla 5.5, y su correspondiente sección) distorsionados no linealmente.

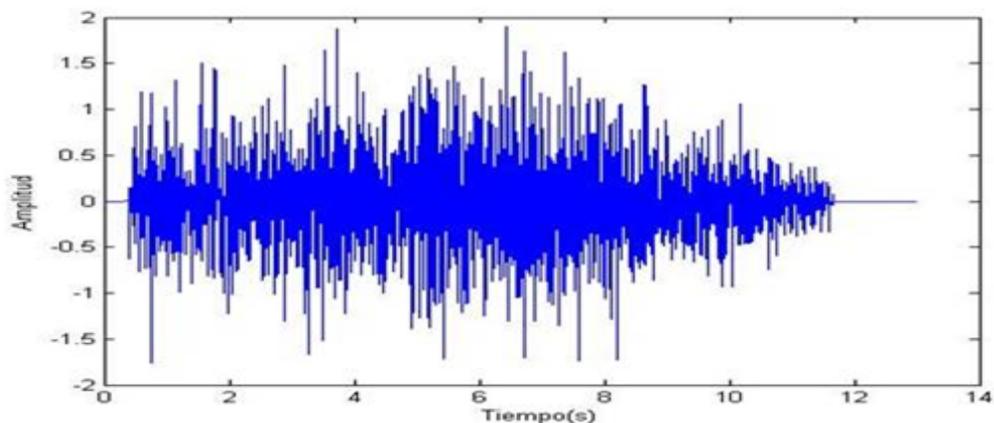


Figura 5.43: Respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de los tres paquetes de onda E1, E2 y E3 distorsionados con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida (superposición de las tres respuestas sísmicas).

Las figuras 5.43 y 5.44 son análogas a las figuras 5.41 y 5.42, es decir, la figura 5.43 muestra la respuesta de las fuentes simultáneas usando los paquetes E1, E2 y E3 distorsionados no linealmente, y la figura 5.44, muestra la separación empleando los paquetes E1, E2 y E3 no distorsionados.

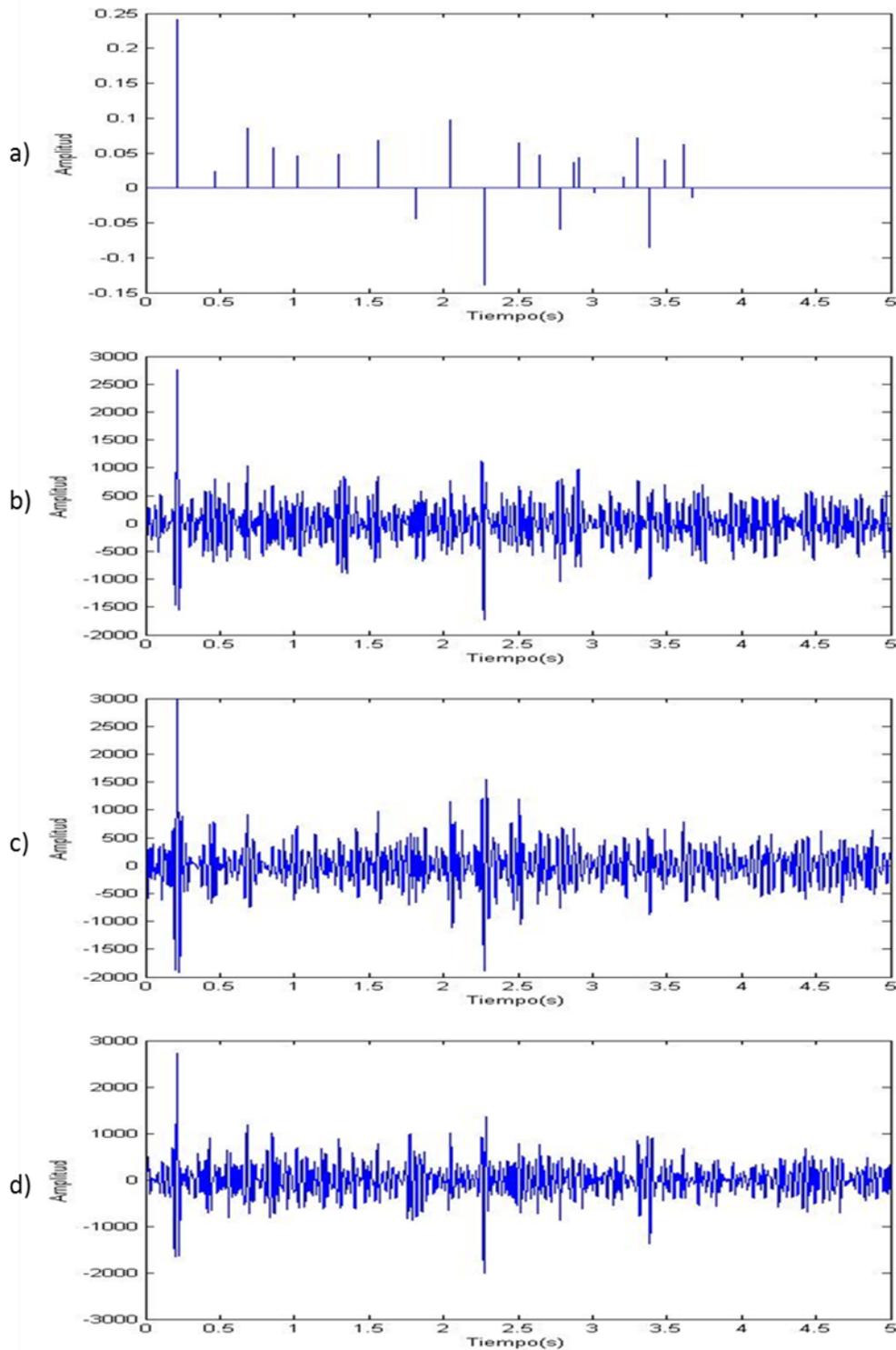


Figura 5.44: (a) Serie de reflectividad, (b), (c) y (d) correlación cruzada del paquete E1, E2 y E3 respectivamente, con la respuesta sísmica correspondiente a la vibración simultánea de tres fuentes, cada una con los paquetes de onda E1 , E2 y E3 distorsionados no linealmente con la función no lineal de hasta cuarto orden obtenida.

En la figura 5.44, podemos observar que la separación no es muy buena si se compara con los de las triadas de paquetes de ondas anteriores (figuras 5.40 y 5.42), indicando que la codificación mediante frecuencias discretas ofrece una mejor calidad de separación de la respuesta sísmica.

Finalmente, los resultados de esta sección indican que la codificación con frecuencias discretas múltiplos primos de la frecuencia fundamental ofrecen una mayor resistencia a la distorsión no lineal ocasionada por el comportamiento del vibrador y su acoplamiento con el suelo.

Capítulo 6

Conclusiones y sugerencias

En este trabajo se propuso e implemento un método de codificación de paquetes de onda usando frecuencias discretas múltiplos de una frecuencia fundamental, y un algoritmo de optimización general que permite obtener, de un conjunto de paquetes de onda dado, la triada de tres paquetes de ondas que son lo más ortogonales entre sí de acuerdo a una medida de la correlación cruzada (es decir, su energía o amplitud máxima), y por ende, permiten obtener la mejor separación posible de la respuesta sísmica para tres fuentes simultáneas que oscilan (producen un fuerza sobre el suelo) de acuerdo a dichos paquetes de ondas, y se discutió la generalización de dicho algoritmo de optimización cuando se requiere obtener un conjunto de paquetes de onda óptimos mayor que tres, aunque dicho algoritmo requiere mayores recursos computacionales y resultaría impráctico si un número mayor de cuatro o cinco paquetes fuesen requeridos. En dicho caso, métodos aproximados de optimización (posiblemente estocásticos, es decir, basados en muestreo pseudo-aleatorio) podrían ser empleados. Sin embargo, dichos tipos de técnicas de optimización no fueron exploradas en este trabajo y se sugieren como actividad a realizar en futuros trabajos.

Para la codificación de los paquetes de onda mediante frecuencias discretas se desarrolló un código (función) que permite seleccionar el conjunto de frecuencias a utilizar a partir de una frecuencia fundamental, un conjunto de enteros dados (que definen los múltiplos de dicha frecuencia fundamental), el orden máximo de los armónicos a excluir de las frecuencias que van siendo seleccionadas y el intervalo mínimo de separación deseado entre las frecuencias a seleccionar. Este proceso de preselección de frecuencias permite mejorar las características de ortogonalidad de los paquetes de onda generados.

Tres métodos de combinación de las frecuencias discretas fueron desarrollados y estudiados: a) permutaciones simples y variaciones sin repetición, b) variaciones por bandas de frecuencias, y c) método de combinación pseudo-aleatoria de frecuencias. Los dos primeros

son numéricamente útiles cuando el número de frecuencias por paquete y/o el número de frecuencias a utilizar son pequeños, de manera que el número total de combinaciones o variaciones resultante no es muy grande. Sin embargo, se observó que un número limitado de frecuencias en los paquetes produce un ancho del pico de auto correlación que no permitiría, en la práctica, distinguir las reflexiones consecutivas que típicamente se presentan en exploración sísmica. Por ende, se desarrolló el método de combinación pseudo-aleatoria de frecuencia, el cual permite obtener una muestra parcial (pseudo-aleatoria) del universo de combinaciones posibles cuando el número de frecuencias que constituye cada paquete (y por ende, de frecuencias a utilizar) es alto. Sin embargo, es importante mencionar que el método de variaciones por bandas de frecuencia arrojó mejores resultados desde el punto de vista de eficiencia computacional que el de permutaciones simples o variaciones sin repetición. Debido a que el método de combinación pseudo-aleatoria es una modificación del método de permutaciones simples o variaciones sin repetición que emplea muestreo pseudo-aleatorio, es posible que una modificación similar del método de variaciones por bandas de frecuencia sea similarmente más eficiente. Dicha modificación no se implementó en este trabajo, pero su desarrollo y exploración es sugerida para futuros trabajos.

Los resultados presentados indican que la codificación con frecuencias discretas propuesta y desarrollada en este trabajo permite obtener paquetes de onda que son más ortogonales (entre sí) cuando se comparan con paquetes de onda obtenidos mediante la codificación por pulsos pseudo-aleatorios usadas típicamente en la actualidad, y por ende conducen a una mejor separación de la respuesta sísmica de fuentes simultáneas. La razón principal de dicho mejoramiento es que los paquetes de onda codificados con frecuencias discretas múltiplos de una frecuencia fundamental incorporan parte de la ortogonalidad de las funciones senos o cosenos oscilando a dichas frecuencias. Así, podemos concluir que el objetivo de mejorar la separación de la respuesta sísmica de fuentes simultáneas mediante la codificación con frecuencias discretas propuesto y desarrollado en este trabajo ha sido obtenido.

Los resultados obtenidos también indican que el uso de frecuencias discretas que son múltiplos primos de la frecuencia fundamental confieren un menor grado de afectación a la separación sísmica de fuentes simultáneas en presencia de efectos no lineales producidos por el comportamiento intrínseco de los vibradores y su acoplamiento con el suelo.

Finalmente, debemos recordar, como se mencionó en el capítulo de introducción y de teoría de este trabajo, que la separación de la respuesta sísmica de fuentes simultáneas puede ser realizada o mejorada si se emplea el factor espacial que distingue cada fuente, es decir, debido a la ubicación relativa de cada fuente respecto a los receptores (que genera, por ejemplo, una diferencia en la dirección de propagación de los frentes de ondas de

las reflexiones generadas de la señal emitida por cada fuente, la distancia o offset entre cada fuente y los receptores, etcétera). En este trabajo se consideró únicamente el factor temporal (o de frecuencia), pero el uso de dicho factor puede ser combinado con el uso del factor espacial para mejorar más aun la separación de la respuesta sísmica debido a fuentes simultáneas. El estudio de su efectividad combinada en la separación de la respuesta sísmica de fuentes simultáneas es una actividad de investigación importante que se sugiere para futuros trabajos.

En resumen, se hace énfasis en las siguientes conclusiones y sugerencias:

- Los resultados obtenidos indican que la codificación de paquetes de onda usando frecuencias discretas propuesta y desarrollada en este trabajo, arrojaron una mejor separación de la respuesta sísmica adquirida con fuentes simultáneas cuando se compara con la codificación por pulsos pseudo-aleatorios comúnmente empleada en la actualidad.
 - Los resultados también indican que el uso de frecuencias discretas que son múltiplos primos de una frecuencia fundamental permiten una mejor separación de la señal sísmica adquirida con fuentes simultáneas y confiere un menor grado de afectación a la separación de la respuesta sísmica en presencia de efectos no lineales debidos a el comportamiento intrínseco de los vibradores y su acoplamiento con el suelo.
 - Los resultados obtenidos sugieren la posibilidad de que una combinación de los criterios de medida entre amplitud y energía de correlación cruzada podría incrementar la pseudo-ortogonalidad entre los de paquetes de onda óptimos obtenidos. Por ende, se sugiere para trabajos futuros implementar y estudiar posibles combinaciones de ambos criterios.
 - El método de variaciones por bandas de frecuencia, que fue empleado cuando el número de frecuencias era reducido (pues el mismo genera todas las variaciones posibles), condujo a un proceso de optimización que fue el más eficiente. Esto sugiere que, en el caso de usar un mayor número de frecuencias, una extensión pseudo-aleatoria de este método podría permitir explorar más eficientemente una mayor parte del universo de paquetes de onda posibles, y por ende, se sugiere su implementación y estudio en trabajos futuros.
 - Finalmente, para trabajos futuros, se sugiere realizar y estudiar la separación de la respuesta sísmica de fuentes simultáneas empleando tanto el factor temporal
-

(desarrollado en este trabajo) como el espacial, pues ambos factores contribuyen a la distinción de la respuesta sísmica debida a cada fuente.

Apéndice A

Interfaces de entrada y salida de las funciones generadas

1. function [b] = *Selec_frec*(v,multp,sef):

Obtiene un subconjunto de frecuencias b a partir de un conjunto de frecuencias de entrada v, según el siguiente procedimiento secuencial:

- La primera frecuencia del conjunto de entrada (arreglo unidimensional) v es seleccionada, es decir, agregada al conjunto de salida (arreglo unidimensional) b.
- Las siguientes frecuencias se van seleccionando o no según la siguiente regla de exclusión:

Si la siguiente frecuencia del conjunto de entrada o sus múltiplos de hasta orden multp difieren en un intervalo o cantidad menor que sef respecto a las frecuencias ya seleccionadas o sus múltiplos de hasta orden multp), dicha frecuencia del conjunto de entrada es descartada, sino, la frecuencia es seleccionada, es decir, agregada al conjunto de salida (arreglo unidimensional) b.

- Entrada:

v:(arreglo unidimensional: conjunto de frecuencias discretas de entrada)

multp: (escalar entero: máximo orden de los múltiplos que deben ser mutuamente excluyentes)

sef: (escalar entero: separación mínima requerida entre frecuencias o sus múltiplos)

- Salida:

b: (arreglo unidimensional: subconjunto de frecuencias discretas seleccionadas)

2. function $[V, Nv] = \text{Variaciones_ordinarias}(X, n)$: Genera una matriz o arreglo bidimensional de variación sin repetición, donde cada fila es un vector (arreglo unidimensional) de frecuencias discretas el cual corresponde a la codificación de un paquete de onda.

- Entrada:

X: (arreglo unidimensional: conjunto de frecuencias discretas a utilizar)

n:(escalar entero: número de frecuencias a emplear en cada paquete de onda)

- Salida:

V: (arreglo bidimensional: matriz de variación sin repetición; si el número de frecuencias en el arreglo de entrada X es igual n, V contiene todas las permutaciones posibles de los elementos de X)

Nv:(escalar entero: cantidad de filas de la matriz de variaciones sin repetición V, y por ende, número total de paquetes de onda generados/codificados)

3. function $[V, Nv, C] = \text{Variacion_banda_frec}(n, \text{varargin})$: Genera una matriz o arreglo bidimensional de variaciones por bandas de frecuencias discretas (V); cada fila de V es un vector (arreglo unidimensional) de frecuencias discretas, que representa la codificación de un paquete de onda. La función genera todas las variaciones por bandas de frecuencias (sin repeticiones) posibles a partir de las bandas de frecuencias pasados a la función luego de la variable n (ver descripción de las Entradas que sigue a continuación).

- Entrada:

n: (escalar entero: número de vectores [o arreglos unidimensionales] de frecuencias discretas a pasar en el resto de las variables de la función [representados por la variable varargin])

varargin: (es una variable especial [celda] que captura el resto de las variables a pasar a la función, y las cuales deben ser n arreglos unidimensionales de frecuencias discretas que pueden tener distinto número de frecuencias cada uno; estos arreglos agrupan las frecuencias por bandas)

- Salida:

V: (arreglo bidimensional: matriz de variaciones por bandas de frecuencias discretas; cada fila es un arreglo unidimensional de frecuencias que representan la codificación de un paquete de onda)

Nv: (escalar entero: número de filas de la matriz V; y por ende, número de paquetes de onda generados/codificados)

C:(arreglo bidimensional: matriz con el subconjunto de variaciones por bandas de frecuencias sin permutar)

4. funcion [V,Nv] = *Comb_pseud_aleat_frec*(A,npm,n): Realiza “npm” número de combinaciones (más precisamente, variaciones sin repetición) pseudo-aleatorias del arreglo unidimensional A.

■ Entrada:

A: (arreglo unidimensional: frecuencias a ser empleadas en las combinaciones)

npm: (escalar entero: número de combinaciones pseudo-aleatorias a ser generadas)

n: (escalar entero: número de frecuencias en cada combinación [variación sin repetición] a generar, donde $n \leq m$, siendo m el número de elementos en A)

■ Salida:

V: (arreglo bidimensional: matriz con las combinaciones [variaciones sin repetición] pseudo-aleatorias generadas; cada fila de la matriz V representa una combinación [variación sin repetición] obtenida)

Nv: (escalar entero: número de filas de la matriz V; $Nv = npm$)

5. funcion [U] = *Paquete_de_onda*(B,t,dt,Tao): Genera un paquete de onda en función del tiempo constituido por frecuencias discretas.

■ Entrada:

B: (arreglo unidimensional: secuencia de frecuencias discretas (codificación) del paquete de onda)

t: (escalar: tiempo total de duración deseado del paquete de onda)

dt:(escalar: intervalo de muestreo temporal)

Tao: (escalar: tiempo de modulación inicial y final del paquete de onda)

■ Salida:

U:(arreglo unidimensional: paquete de onda en función del tiempo)

6. funcion [Mac] = *Matriz_med_energ*(V,Nv,t,Tao,dt): Genera la matriz de medidas de energía entre pares de paquetes distintos representados en la matriz V (paquetes de onda codificados con frecuencias discretas).

- Entrada:

V:(arreglo bidimensional: matriz con los paquetes de onda codificados con frecuencias discretas; cada fila representa un paquete de ondas)

Nv:(escalar entero: número de filas de la matriz paquetea de onda V)

Tao: (escalar: tiempo de modulación inicial y final del paquete de onda)

t: (escalar: tiempo total de duración deseado del paquete de onda)

dt:(escalar: intervalo de muestreo temporal)

- Salida:

Mac:(arreglo bidimensional: matriz con las medidas de energía de correlación cruzada entre pares de paquetes distintos en V)

7. function [Mac] = *Matriz_med_ampmax*(V,Nv,t,Tao,dt):Genera la matriz de medidas de amplitud máxima de correlación cruzada entre pares de paquetes distintos representados en la matriz V (paquetes de onda codificados con frecuencias discretas).

- Entrada:

V:(arreglo bidimensional: matriz con los paquetes de onda codificados con frecuencias discretas; cada fila representa un paquete de ondas)

Nv:(escalar entero: número de filas de la matriz paquetes de onda V)

Tao: (escalar: tiempo de modulación inicial y final del paquete de onda)

t: (escalar: tiempo total de duración deseado del paquete de onda)

dt:(escalar: intervalo de muestreo temporal)

- Salida:

Mac:(arreglo bidimensional: matriz con las medidas de amplitud maxima de correlación cruzada entre pares de paquetes distintos en V)

8. function [Mac,C] = *Matriz_med_energ_paq_pse_ale*(fmin,fmax,t,dt,frc,m):Genera un conjunto m de paquetes de pulsos pseudo-aleatorios (C) y calcula la matriz de medidas de energía (Mac) entre los pares distintos de paquetes de onda generados (es decir, contenidos en la matriz C).

- Entrada:

fmin:(escalar: frecuencia mínima de los pulsos pseudo-aleatorios)

fmax:(escalar: frecuencia máxima de los pulsos pseudo-aleatorios)

- t**: (escalar: tiempo total de duración deseado del paquete de onda)
- dt**:(escalar: intervalo de muestreo temporal)
- frc**:(escalar: frecuencia de la ondícula o función de Ricker)
- m**:(escalar entero: número de paquetes de onda pseudo-aleatorios a generar)

- Salida:

C:(arreglo bidimensional: matriz con los paquetes de onda codificados con pulsos pseudo-aleatorios; cada fila representa un paquete)

Mac:(arreglo bidimensional: matriz de medida de energía de correlación cruzada entre paquetes de onda distintos contenidos en C)

9. function [Mac] = *Matriz_med_ampmax*(V,Nv,t,Tao,dt):Genera la matriz de medidas de amplitud máxima de correlación cruzada entre pares de paquetes distintos representados en la matriz V (paquetes de onda codificados con frecuencias discretas).

- Entrada:

V:(arreglo bidimensional: matriz con los paquetes de onda codificados con frecuencias discretas; cada fila representa un paquete de ondas)

Nv:(escalar entero: número de filas de la matriz paquetes de onda V)

Tao: (escalar: tiempo de modulación inicial y final del paquete de onda)

t: (escalar: tiempo total de duración deseado del paquete de onda)

dt:(escalar: intervalo de muestreo temporal)

- Salida:

Mac:(arreglo bidimensional: matriz con las medidas de amplitud maxima de correlación cruzada entre pares de paquetes distintos en V)

10. function [Mac,C] = *Matriz_med_ampmax_paq_pse_ale*(fmin,fmax,t,dt,frc,m) : Genera un conjunto m de paquetes de pulsos pseudo-aleatorios (C) y calcula la matriz de medidas de amplitud máxima de correlación cruzada (Mac) entre los pares distintos de paquetes de onda generados (contenidos en la matriz C).

- Entrada:

fmin:(escalar: frecuencia mínima de los pulsos pseudo-aleatorios)

fmax:(escalar: frecuencia máxima de los pulsos pseudo-aleatorios)

t: (escalar: tiempo total de duración deseado del paquete de onda)

dt:(escalar: intervalo de muestreo temporal)

frc:(escalar: frecuencia de la ondícula o función de Ricker)

m:(escalar entero: número de paquetes de onda pseudo-aleatorios a generar)

■ Salida:

C:(arreglo bidimensional: matriz con los paquetes de onda codificados con pulsos pseudo-aleatorios; cada fila representa un paquete)

Mac:(arreglo bidimensional: matriz con la medida de amplitud máxima de correlación cruzada entre paquetes distintos en la matriz C)

11. function [l,m,n,E] = *Optimizacion_parcialtriada*(l,Q,m,P): Obtiene una óptima triada parcial, es decir, dados dos paquetes de onda identificados con los índices l y m, y las matrices Q y P que contiene la medida de correlación cruzada de dichos paquetes, respectivamente, con el resto de los paquetes de ondas, halla el paquete n que tiene el menor valor máximo de la medida de correlación cruzada con l y m.

■ Entrada:

l,m:(escalares: índices que identifican los paquetes de onda)

Q,P:(arreglos bidimensionales: submatrices de medida de correlación cruzada correspondientes a los paquetes de ondas “l” y “m”, respectivamente)

■ Salida:

l,m,n:(escalares: índices de los paquetes de onda de la óptima triada parcial)

E:(escalar: valor máximo de la medida de correlación cruzada entre el paquete n y los paquetes l y m)

12. function [Dopt] = *Optimatiriada*(Mac):Determina la triada de paquetes de ondas óptima a partir de la matriz “Mac” (arreglo bidimensional de medida de correlación cruzada entre paquetes de onda distintos)

■ Entrada:

Mac:(arreglo bidimensional: matriz de medidas según el criterio utilizado: medida de energía o amplitud máxima de correlación cruzada; cada fila contiene los índices que identifican los paquetes de onda de un par de paquetes y la medida de correlación cruzada entre ellos)

■ Salida:

Dopt:(arreglo unidimensional: describe la óptima triada; contiene cuatro elementos: los tres primeros son los índices que identifican los paquetes de onda de

la triada, es decir, el número de fila en la matriz de paquetes de onda en donde están ubicados los paquetes de onda; el último elemento del arreglo (cuarta columna) corresponde al valor máximo de la medida de correlación cruzada entre cualquier par de paquetes de onda de la triada)

13. function [C] = *Pulsosaleatorios*(fmin,fmax,t,dt,frc,m):Genera una matriz con la codificación de las secuencias de pulsos pseudo-aleatorios para un número m de paquetes de ondas; cada fila de la matriz (C) es la codificación de la secuencia de pulsos pseudo-aleatorios para cada paquete de onda.

- Entrada:

fmin:(escalar: frecuencia mínima de los pulsos pseudo-aleatorios)

fmax:(escalar: frecuencia máxima de los pulsos pseudo-aleatorios)

t: (escalar: tiempo total de duración deseado del paquete de onda)

dt:(escalar: intervalo de muestreo temporal)

frc:(escalar: frecuencia de la ondicula o función de Ricker)

m:(escalar entero: número de paquetes de onda pseudo-aleatorios (codificaciones) a generar)

- Salida:

C:(arreglo bidimensional: matriz con los paquetes de onda codificados usando pulsos pseudo-aleatorios)

14. function [W] = *Ondaleatoria*(v,t,dt,frc):Decodifica la secuencia de pulsos pseudo-aleatorios para generar una secuencia temporal de pulsos, la cual es luego convolucionada con la ondicula de Ricker generando así el paquete de onda de pulsos pseudo-aleatorio en función del tiempo.

- Entrada:

v:(arreglo unidimensional: secuencias codificada de pulsos pseudo-aleatorios)

t: (escalar: tiempo total de duración deseado del paquete de onda)

dt:(escalar: intervalo de muestreo temporal)

frc:(escalar: frecuencia de la ondicula o función de Ricker)

- Salida:

W:(arreglo unidimensional: paquete de onda de pulsos pseudo-aleatorio en función del tiempo)

15. function [Rt,V,ds,dhs] = *Secuencia_reflec*(dt,t,hmin,hmax,pmax,fp): Genera una secuencia de reflectividad sintética (modelado unidimensional) empleando espesores pseudo-aleatorios y propiedades de las capas perturbados de forma pseudo-aleatoria (respecto al modelo de referencia para el subsuelo, el cual fue obtenido en base a la información en [5]).

■ Entrada:

dt:(escalar: intervalo de muestreo temporal)

t: (escalar: tiempo total de duración deseado del paquete de onda)

hmin:(escalar: espesor mínimo para las capas)

hmax:(escalar: espesor máximo para las capas)

pmax:(escalar: profundidad límite para ultima interface entre capas)

fp:(escalar: factor de perturbación de las propiedades respecto al modelo de referencia)

■ Salida:

Rt:(arreglo unidimensional: secuencia de reflectividad, consistente de los coeficientes de reflexión en función del tiempo, calculados en base a los cambios de impedancia entre las capas con distintas propiedades de densidad y velocidad, y ubicados en el momento igual al tiempo de viaje de la onda [ida y vuelta])

V:(arreglo unidimensional: velocidades de las ondas P en cada capa)

ds:(arreglo unidimensional: densidades en cada capa)

dhs:(arreglo unidimensional: espesores de las capas)

Bibliografía

- [1] Y Herrera and N Cooper. Manual para la adquisición y procesamiento de sismica terrestre y su aplicación en colombia, 2010.
 - [2] William Lowrie. *Fundamentals of geophysics*. Cambridge university press, 2007.
 - [3] Lay Thorne and C WALLACE Terry. Modern global seismology. *Internacional Geophysics Series*, 58:375, 1995.
 - [4] Zhouhong Wei and Thomas F Phillips. On the generation of low frequencies with modern seismic vibrators. *Geophysics*, 78(2):WA91–WA97, 2013.
 - [5] GHF Gardner, LW Gardner, and AR Gregory. Formation velocity and density—the diagnostic basics for stratigraphic traps. *Geophysics*, 39(6):770–780, 1974.
 - [6] Claudio Bagaini. Acquisition and processing of simultaneous vibroseis data. *Geophysical prospecting*, 58(1):81–100, 2010.
 - [7] Timothy Dean. The use of pseudorandom sweeps for vibroseis surveys. *Geophysical Prospecting*, 62(1):50–74, 2014.
 - [8] Andrey V Lebedev and Igor A Beresnev. Nonlinear distortion of signals radiated by vibroseis sources. *Geophysics*, 69(4):968–977, 2004.
 - [9] K Aki and PG Richards. Quantitative seismology, theory and methods, vol. 1 wh freeman & co. *New York*, 1980.
 - [10] Özdoğan Yilmaz. *Seismic data analysis*, volume 1. Society of Exploration Geophysicists Tulsa, 2001.
 - [11] John J Sallas. How do hydraulic vibrators work? a look inside the black box. *Geophysical Prospecting*, 58(1):3–18, 2010.
 - [12] C Hewitt Dix. Seismic velocities from surface measurements. *Geophysics*, 20(1):68–86, 1955.
-

- [13] Hans-Jurgen Weber and George B Arfken. *Mathematical methods for physicists*. Elsevier Academic, 2005.
- [14] James W Cooley and John W Tukey. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics of computation*, 19(90):297–301, 1965.
-