

## CONFLICTOS SEMIÓTICOS SOBRE ESTADÍSTICA EN LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DE PRIMARIA Y BACHILLERATO

AUDY SALCEDO  
Universidad Central de Venezuela  
Caracas, Venezuela

ELENA MOLINA-PORTILLO  
Universidad de Granada  
Granada, España

TULIO RAMÍREZ  
Universidad Central de Venezuela  
Universidad Católica Andrés Bello  
Caracas, Venezuela

JOSÉ MIGUEL CONTRERAS  
Universidad de Granada  
Granada, España

RESUMEN: El objetivo de este trabajo es categorizar los posibles conflictos semióticos que se presentan en las unidades de estadística de los 11 libros de texto de matemática que conforman la Colección Bicentenario de Venezuela. Se utiliza el Enfoque Onto-Semiótico del conocimiento y la instrucción matemática, el cual define el conflicto semiótico como disparidad entre el significado institucional y personal de los objetos matemáticos. En los libros analizados se identificaron posibles conflictos semióticos que se agruparon en cuatro categorías: (a) uso limitado de los conceptos y sus aplicaciones; (b) definiciones que pueden inducir confusiones; (c) lenguaje simbólico inapropiado o impreciso; (d) problemas con gráficos estadísticos y (e) asociación de conceptos no equivalentes. Estos resultados advierten sobre la necesidad de revisar los libros de textos tanto por parte de los docentes como de parte del Ministerio de Educación.

PALABRAS CLAVE: *Enfoque Onto-Semiótico, Estadística, texto escolar, conflictos semióticos, Colección Bicentenario, Venezuela.*

## SEMIOTIC CONFLICTS RELATED TO STATISTICS IN PRIMARY AND HIGH SCHOOL MATHEMATICS TEXTBOOKS

**ABSTRACT:** The objective of this paper is to categorize the possible semiotic conflicts that appear in the statistical units of the 11 math textbooks that make up the Bicentennial Collection of Venezuela. The investigator used the Onto-Semiotic approach of mathematical knowledge and instruction is used, that defines the semiotic conflict as a disparity between the institutional and personal meaning of mathematical objects. In the analyzed books, there were found possible semiotic conflicts that were grouped into four categories: (a) limited use of the concepts and their applications; (b) definitions that may cause confusion; (c) inappropriate or imprecise symbolic language; (d) problems with statistical graphs and (e) association of non-equivalent concepts. These results warn about the need to check the textbooks both by teachers and by the Ministry of Education.

**KEYWORDS:** *Onto-Semiotic approach, statistics, textbooks, semiotic conflicts, Bicentennial Collection, Venezuela.*

### *1. Introducción*

La sociedad conoce el valor de la estadística y sus posibilidades para hacer estimaciones y tomar decisiones, razón por la que en las últimas décadas la mayoría de los países incluyen la estadística en los planes de estudio de la primaria y secundaria. El objetivo es brindar a los ciudadanos una formación que le permita comprender e interpretar la información estadística que se transmite por diferentes medios, pero también comunicar y discutir esas ideas con propiedad.

Muchos docentes consideran al libro de texto de matemáticas como la representación del currículum en el aula; el saber docto transformado en saber a enseñar, de allí que algunos lo vean como el currículum real. No obstante, los libros no están exentos de errores y en ocasiones por medio de ellos se inducen conflictos semióticos. El objetivo del presente trabajo es categorizar los posibles conflictos semióticos que se presentan en las unidades de estadística de los 11 libros de texto de matemática –6 de primaria y 5 de bachillerato– que conforman la Colección Bicentenario del Ministerio del Poder Popular para la Educación de Venezuela.

En Venezuela, el Ministerio de Educación es el órgano encargado de la supervisión estricta de la calidad pedagógica y científica de los libros de texto que se usan y comercializan en el país; no obstante, esa función supervisora desapareció a partir de 1999. En 2011, el Estado venezolano, por intermedio

del Ministerio de Educación, procede a elaborar y distribuir gratuitamente en las escuelas públicas los libros de texto de la Colección Bicentenario (Ramírez, 2014). Por ser el Ministerio de Educación el órgano que produce los libros de esta colección, pero también quien debe velar por la calidad de la educación, se considera necesario que organismos externos al Ministerio realicen revisiones de los libros con miras a hacer aportes que los ayuden a mejorar.

Conocer los potenciales conflictos semióticos es de ayuda tanto para docentes como para autores y editores de libros. En particular, el docente puede identificar los conflictos semióticos y realizar los ajustes necesarios en sus clases para evitar que ellos se manifiesten en el aprendizaje de los estudiantes, y los autores y editores pueden mejorar las obras para garantizar que el contenido de los textos se adecue al currículo.

## *2. Puntos de referencia*

En los libros de texto se encuentran las nociones teóricas que se van a explicar y cómo se debe realizar esa explicación en el aula. Sus ejemplos son referencia sobre posibles aplicaciones de los conceptos estudiados, las actividades propuestas para el estudiante brindan la oportunidad para lograr destrezas y consolidar conocimientos. Rezat (2012), indica que son utilizados por profesores de dos formas fundamentales: (a) como una fuente para las tareas y problemas; (b) como una guía para la instrucción, entendiendo con ello, que es la base para tomar decisiones sobre qué enseñar, qué método de enseñanza se debe seguir y cómo presentar los contenidos.

Törnroos (2005) estudió los libros de textos de Finlandia y los correlacionó con el desempeño de los estudiantes en la prueba TIMSS de 1999, encontrando una fuerte relación positiva entre la extensión de la cobertura del tema en los libros y el rendimiento en la prueba. Cuanto mayor era la cobertura del contenido del tema en el libro textos, mejor era el rendimiento de los estudiantes en TIMSS. Otros estudios sugieren que, si un concepto no se encuentra en el libro de texto, los estudiantes no tienen la oportunidad de aprenderlo y el factor más importante en el éxito de los estudiantes es la oportunidad de aprender (Hiebert y Grouws, 2007).

Todo lo anterior ratifica la importancia del libro de texto de matemáticas, sin embargo, la forma como se presenta la información en los libros puede convertirse en obstáculos para la comprensión de conceptos que se estudian en ese libro o en otros cursos. Una de la forma de aproximarse a esos posibles

obstáculos es mediante el análisis de los libros para identificar posibles conflictos semióticos, sobre la base del Enfoque Onto-Semiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) (Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2009).

## 2.1. LOS CONFLICTOS SEMIÓTICOS EN LOS LIBROS DE TEXTO

Los objetos matemáticos surgen de las prácticas matemáticas (acciones u operaciones) como respuesta a situaciones problemáticas que se producen dentro o fuera de la matemática. El término objetos matemático tiene distintos significados que incluyen: situación-problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos (Godino et al, 2007). Esos objetos matemáticos tienen significados que pueden ser institucionales (una institución de enseñanza) o personales (del estudiante) y pueden variar en cada institución o persona.

La actividad matemática se basa en la interacción entre los significados institucionales y personales, por medio de las funciones semióticas: las “correspondencias (relaciones de dependencia o función) entre un antecedente (expresión significante) y un consecuente (contenido o significado) establecidas por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio o código de correspondencia” (Godino, 2002, p. 252). Los estudiantes desarrollan actividades matemáticas sobre la base de que los significados que les atribuyen a los objetos matemáticos involucrados (significado personal), serán correctas si concuerdan con los establecidos por la institución (significado institucional). “La comparación entre los significados atribuidos a los objetos matemáticos por dos instituciones o por una persona y un referente institucional nos permite identificar conflictos semióticos entre dichos agentes” (Godino, 2002, p. 42).

Un conflicto semiótico se define como “toda disparidad o desajuste entre los significados atribuidos a una misma expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa” (Godino, 2002, p. 42). Si la disparidad se produce entre significados institucionales hablamos de conflictos semióticos de tipo epistémico. En cambio, cuando la discordancia se produce entre prácticas que forman el significado personal de un mismo sujeto se trata de un conflicto semiótico cognitivo. Si la disparidad se produce entre las prácticas (discursivas y operativas) de dos sujetos diferentes en interacción comunicativa (alumno-alumno o alumno-profesor) se habla de conflicto semiótico interaccional (Godino et al, 2007). Los conflictos semióticos pueden explicar las dificultades y limitaciones de los aprendizajes y las enseñanzas ejecutadas.

Por ejemplo, la “suma” puede ser presentada como una acción (reunir, juntar, etc.), como el cardinal del conjunto unión, como “seguir contando” y como operación; además, que ella involucra diferentes registros: verbal, simbólico y gráfico. Esta complejidad semiótica podría ser la causa de numerosos conflictos semióticos en los estudiantes y por lo tanto, de posibles problemas en el aprendizaje (Godino, Font y Wilhelmi, 2006). Que el estudiante trabaje uno o dos de los significados de la suma puede crear problemas de aprendizaje. Al creer, por ejemplo, que la suma “siempre agrega” puede generar dificultades para comprender la suma de números enteros.

Los libros de textos son identificados por muchos docentes como el saber institucionalizado, esto indica no solo lo qué se debe aprender, sino también cómo se debe enseñar. Entonces, los libros son un instrumento importante para construcción del significado que le otorgará al estudiante los objetos matemáticos para su estudio. Pero los libros no están exentos de ser fuentes de posibles conflictos semióticos por la forma cómo describan y apliquen los objetos matemáticos.

Uno de los focos de atención en el análisis de los libros de texto debería ser los conflictos semióticos potenciales, identificándolos y tomando decisiones sobre cómo tratarlos en el aula y resolverlos frente a los estudiantes. Obviamente, esto requiere de un docente bien formado, que no considere al libro como el poseedor de la palabra final en el proceso enseñanza aprendizaje.

Como se señaló anteriormente, el posible conflicto semiótico ocurre cuando hay divergencia entre el significado atribuido a un objeto matemático entre dos sujetos, en el caso de los libros, entre lo indicado por ellos y la institución. Los autores de los libros de texto, como toda persona que realiza actividad matemática, reflejan en los libros sus propias funciones semióticas, que serán correctas si se conforman a la institución; en otro caso, se considera que existe un conflicto semiótico (Godino, 2002). Cuando en el libro se asigna un significado a un objeto matemático que no concuerda con el significado institucional se está en presencia de un conflicto semiótico explícito. Mientras si el significado asignado es impreciso o incompleto, aunque no incorrecto, se le considera un conflicto semiótico implícito. En ambos casos, por estar en los libros, pueden transmitirse a los estudiantes, en consecuencia, provocar dificultades y limitaciones en los aprendizajes.

El análisis de los posibles conflictos semióticos es importante si se desea mejorar la enseñanza y evitar limitaciones en el aprendizaje de los estudiantes. En el caso de los libros de texto permite mejorar la obra y hacerla un mejor

apoyo al proceso enseñanza aprendizaje. De existir posibles conflictos semióticos en un texto y no corregirse en breve tiempo, todas las generaciones que estudien con ese libro corren el riesgo de aprender conceptos o procedimientos de forma limitada o errónea; salvo que el docente los corrija en sus clases.

## 2.2. INVESTIGACIONES PREVIAS

A pesar de la importancia e influencia que tiene el libro de texto en la escuela, es en las últimas décadas cuando los investigadores en educación matemática le han dado la mayor atención. De estos trabajos, destaca el de Fan, Zhu y Miao (2013) que brinda una visión del estado de la investigación sobre libros de texto en educación matemática y cómo ha cambiado en los últimos treinta años.

Parte de ese interés en los libros de texto de matemática se refleja en los temas de estadística con el análisis de potenciales conflictos semióticos. Por ejemplo, Gea, López-Martín y Roa (2015) analizan en una muestra de 16 libros de texto de bachillerato de España el tratamiento del tema de correlación y regresión. Los resultados indican la forma como se presentan los objetos matemáticos en los libros podría llevar a ocasionar conflictos semióticos en los estudiantes, debido al uso o interpretación inadecuada de definiciones o representaciones de dichos objetos.

Arteaga y Díaz-Levicoy (2016) estudian los conflictos semióticos que en relación los gráficos estadísticos en dos series de textos (12 libros) de educación primaria en Chile. En la investigación se logran identificar y caracterizar posibles conflictos en las actividades con gráficos estadísticos entre los que destacan: ausencia de título, ausencia de títulos y rótulos en los ejes, errores de proporcionalidad, uso de la tercera dimensión, errores en la escala del gráfico. Los autores esperan que los docentes presten atención a esos posibles conflictos y tomen las medidas para que los estudiantes desarrollen una visión crítica respecto a la forma en que se representan los datos en el gráfico.

Los conflictos semióticos también se han estudiado directamente con estudiantes como es el caso del trabajo de D'Amore (2006) y en de Mayén, Díaz y Batanero (2009). Asimismo, en Batanero, Fernández y Contreras (2009) se encuentra un ejemplo del uso del análisis semiótico para estudiar los objetos y procesos matemáticos implícitos en algunas soluciones correctas posibles de problemas de probabilidad.

En este estudio no se hace el análisis de un tema de estadística en particular sino de los distintos temas en 11 libros que cubren la educación primaria y secundaria de Venezuela.

### 3. *Método*

En este estudio se analizaron los once libros de texto de matemáticas que conforman la Colección Bicentenario del Ministerio del Poder Popular para la Educación de Venezuela, destinados a la educación primaria (de 7 a 12 años) y secundaria (de 13 a 17 años). Se seleccionaron los libros de esta colección porque son diseñados, producidos, publicados y distribuidos (de forma gratuita) por el Ministerio Educación de Venezuela. Entonces, se puede suponer que son los libros de texto que mejor interpretan a los programas de estudios oficiales. Además, al ser distribuidos gratuitamente por el Estado es de presumir que son usados por la mayoría de los estudiantes venezolanos. La investigación se realizó con la segunda edición de la colección, correspondiente al año 2014, de los seis grados de primaria y los cinco años de secundaria.

La identificación de posibles conflictos semióticos en libros de texto se realizó mediante un análisis de contenido. Primero se identifican las unidades dedicadas a estadística, dado que el interés de esta investigación son los posibles conflictos semióticos en temas de estadística. Y posteriormente, se analizan las situaciones problemáticas, el lenguaje, los conceptos, las propiedades, los procedimientos y los argumentos. Cada uno de los objetos se estudió por separado, considerando su presentación, los ejemplos propuestos y el uso que se hace de ellos durante la unidad. En esa revisión se identifican los posibles conflictos semióticos, los cuales son clasificados en categorías mediante un proceso cíclico e inductivo. Para este proceso se tomaron en cuenta trabajos previos realizados en el marco del Enfoque Onto-semiótico, como, por ejemplo: Gea et al (2015), Contreras, Molina-Portillo, Godino, Rodríguez-Pérez y Arteaga (2017); Arteaga y Díaz-Levicoy (2016).

Las categorías, y los posibles sesgos semióticos en cada una de ellas, fueron validadas por tres profesores universitarios, con experiencia entre 5 y 20 años en cursos de estadística pertenecientes a carreras de formación de maestros. Las categorías y los sesgos identificados se presentan en la siguiente sección.

### 4. *Análisis de una muestra de libros de texto*

Del análisis realizado se construyeron las siguientes categorías.

- a) *Uso limitado de los conceptos y sus aplicaciones.* En esta categoría se incluyeron ejemplos de conceptos que son presentados en el libro mediante una visión limitada del tipo de problema que él involucra.

Al presentar solo una parte de los posibles problemas asociados al concepto el estudiante puede pensar que solo en esos casos se puede estudiar ese concepto, generando un conflicto semiótico al encontrarse con otros problemas asociados a ese concepto.

- b) *Definiciones que pueden inducir confusiones.* Aquí se incluyeron como posibles conflictos semióticos casos de conceptos que son definidos de forma imprecisa o de diferentes formas en los libros de la manera que el estudiante no logra tener una referencia precisa del concepto estudiado.
- c) *Lenguaje simbólico inapropiado o impreciso.* Este tipo de conflicto semiótico se genera al haber discordancia entre los significados (personales o institucionales) por el uso inadecuado del lenguaje simbólico o que se use con impresiones. El uso descuidado del lenguaje simbólico podría generar un conflicto semiótico en la interpretación de la notación, por lo tanto, en el aprendizaje de los conceptos y procesos algorítmicos involucrados.
- d) *Problemas con gráficos estadísticos.* Los posibles conflictos semióticos identificados pueden provocar respuestas de los estudiantes que difieran del significado institucional esperado, aunque cuando estén en correspondencia con lo expuesto en el libro.
- e) *Asociación de conceptos no equivalentes.* En ocasiones los libros de texto presentan dos conceptos de tal manera que los estudiantes los perciben como semejantes, provocando dificultad en el aprendizaje de esos conceptos y al momento de resolver actividades donde están inmersos. La asociación de conceptos no equivalentes pueden ser fuentes de conflictos semióticos entre los estudiantes.

A continuación, se presentan ejemplos de los posibles conflictos semióticos que incluyen cada categoría.

#### 4.1. USO LIMITADO DE LOS CONCEPTOS Y SUS APLICACIONES

En primer grado se presenta el único ejemplo de pictograma, Figura 1, que contienen los once libros de matemática de la Colección Bicentenario (C.B.). Según la clasificación de Alaminos (1993), ese pictograma es el más sencillo, cada símbolo representa un valor uniforme y definido. Según esa clasificación, en los libros de la Colección Bicentenario no se estudian pictogramas (a) donde el tamaño de los símbolos es proporcional a los valores representados,

(b) donde un gráfico estándar (línea, barras, sectores, etc.) es decorado con elementos figurativos o donde un gráfico estándar es presentado como de un cuadro más amplio y (c) donde la composición figurativa refleja una relación multivariable. El limitar el estudio del pictograma a un solo tipo podría generar un conflicto semiótico por cuanto los estudiantes pueden pensar que los pictogramas son solo como los del ejemplo mostrado, causando problemas de comprensión cuando se le presentes de otros tipos.

Figura 1. Pictograma



Fuente: Moya et al (2014a, pág. 170) 1er grado

Este tipo de posible conflicto semiótico también se encontró en el tratamiento de la media aritmética. Cobo y Batanero (2004) reportan cuatro tipos distintos de problemas que llevan a la media aritmética:

- Estimar una medida a partir de diversas mediciones realizadas, en presencia de errores.
- Obtener una cantidad equitativa al hacer un reparto para conseguir una distribución uniforme.
- Obtener un elemento representativo de un conjunto de valores dados cuya distribución es aproximadamente simétrica.
- Estimar el valor que se obtendrá con mayor probabilidad al tomar un elemento al azar de una población cuando la variable es aproximadamente simétrica.

Es conveniente aclarar que la media aritmética solo se trabaja en los libros de bachillerato de la C.B., y el único tipo de problema que se presenta en

ellos se clasificaría en la categoría b. Un ejemplo de esta clase de problema se presenta en primer año, para el cálculo del tiempo promedio logrado por los estudiantes en la prueba de resistencia y condición física.

Figura 2. Ejemplo tipo de problema media aritmética

$$\bar{x} = \frac{\text{suma de los tiempos de la prueba de resistencia y condición física}}{\text{total de tiempos}}$$

$$\frac{2+3+3+4+5+5+6+6+9+9+10+11+11+12+12+14+14+15+16+17+17+18+18+19+19+19+19+20+21+21+22+23+24+24}{34}$$

$$\bar{x} = \frac{468}{34} = 13,76 \text{ min}$$

Fuente: Renick et al, (2014, pág. 216) 1er año

En segundo y tercer año se presenta el mismo tipo de problema, en este caso en contextos personales del alumno, como la edad. Mientras que en cuarto año solo hay un cambio de variable, esta vez se trabaja con matrícula en lugar de edades. Presentar la media aritmética solo como una cantidad equitativa, Figura 2, al hacer un reparto para conseguir una distribución uniforme, limita las posibilidades de comprensión del concepto, lo cual, a su vez, podría generar un conflicto semiótico al estudiante al encontrarse con otras situaciones problemas donde intervenga la media aritmética, además de restringir la aplicación de ese objeto matemático.

#### 4.2. DEFINICIONES QUE PUEDEN INDUCIR CONFUSIONES

En la revisión de las unidades se identificaron tres referencias al concepto muestra estadística que podrían generar confusiones en los estudiantes. Las primeras en el libro de primer año: “Les proponemos trabajar en esta situación: ¿En su liceo hay comedor escolar? En el caso de que sí lo haya, ¿consideran que los resultados de la opinión sobre la calidad de los alimentos que se sirven sea la misma de las de esta lección? ¿Por qué? Tomen una muestra de estudiantes de su liceo y pregúntenles su opinión sobre la calidad de los alimentos del comedor” (Renick et al, 2014, 210).

La segunda “cuando una población estadística es muy numerosa, se hace difícil analizar a todos los elementos con sus características. En ese caso se seleccionan algunos elementos representativos de la población para hacer el estudio estadístico y se les miden sus características. El grupo de características de los objetos o individuos seleccionados se denomina muestra estadística”

(Renick et al, 2014, 210).

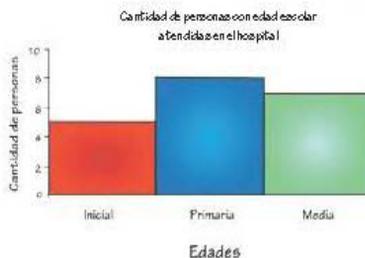
La última en el libro de tercer año: “Para el caso del tamaño de una muestra estadística, o subconjunto de la población, utilizaremos la letra  $n$ ” (Mariño et al, 2014, 211).

En el primer caso se pide a los estudiantes tomar una muestra, para ese momento no se ha definido qué es una muestra ni cómo se selecciona, ni en ese grado ni en los precedentes. Luego, se indica que son “algunos elementos representativos de la población para hacer el estudio estadístico”, mientras que en la tercera mención (dos años después) se reduce a un “subconjunto de la población”, omitiendo, una característica fundamental de la muestra estadística como lo es la representatividad. ¿Es posible que esto genere confusión a los estudiantes? Considerando que la última referencia a la muestra ocurre en tercer año, ¿es posible que el estudiante se quede con la idea de muestra como un “subconjunto de la población”?

En ocasiones el posible conflicto semiótico puede surgir cuando se usa una ilustración que no se corresponde con el concepto que se define. Tal es el caso del histograma, Figura 3, que se presenta en quinto grado.

**Figura 3. Ejemplo representación gráfica incorrecta**

Se acostumbra representar este tipo de agrupamiento de datos, en un gráfico denominado **HISTOGRAMA**, que se diferencia de un diagrama de barra en que los rectángulos que lo forman están pegados uno del otro, como se puede apreciar a continuación.



Fuente: Duarte et al (2014b, pág. 163) 5to grado

A la izquierda de la Figura 3 se ofrece una definición de histograma y en la ilustración se pretenden mostrar un ejemplo de este tipo de gráfico. El histograma es un gráfico que se utiliza con variables cuantitativas continuas, la continuidad en los valores de la variable es lo que genera la continuidad en las barras. En la gráfica se muestra tres barras o rectángulos “pegados uno de otros” pero la variable que efectivamente representa (nivel educativo) es de tipo cualitativo, por lo que técnicamente no es un histograma.

#### 4.3. LENGUAJE SIMBÓLICO INAPROPIADO O IMPRECISO

En el libro de tercer año, luego de mostrar mediante un ejemplo cómo se calcula la desviación típica, se ofrece la fórmula para calcular esa medida estadística, Figura 4.

Figura 4. Fórmula para cálculo de la desviación típica

Esta medida se conoce como la **Desviación Estándar** o **Típica** y su nomenclatura es una  $S$ :

$$S = \sqrt{\frac{\text{suma}(x_i - \text{media aritmética})^2}{n}}$$

Fuente: Mariño et al (2014b, pág. 217) 3er año

En esa expresión matemática se mezcla el lenguaje natural con símbolos matemáticos. No se entiende por qué no se usa el símbolo de media aritmética, el cual se presentó en primer año (págs. 216 y 217). Tampoco se usa el símbolo de sumatoria y en su lugar se escribe “suma” con lo cual pierde sentido la utilización de la expresión  $x_i$ , donde el subíndice  $i$  es una variable que tomará valores enteros cuyos límites (inferior y superior) se especifican en la sumatoria. En cuarto año de secundaria se presenta de nuevo la fórmula de la desviación típica, Figura 5, esta vez como expresión algebraica, pero con la omisión del símbolo de la raíz cuadrada:

Figura 5. Fórmula para cálculo de la desviación típica

La fórmula de la *Desviación estándar* ( $S$ ) es:

$$S = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Fuente: Duarte et al (2014c, pág. 16) 4to Año

Inmediatamente después de escribir esa fórmula se presenta un ejemplo donde sí se incluye la raíz cuadrada, por lo que no cabe duda que se trata de

un error atribuible al diseño gráfico; no obstante, no se justifica ese error más aun tratándose de la tercera edición (editada en 2014) de los libros. Este “descuido” en la fórmula de la desviación típica implica que los estudiantes nunca tendrán en los libros de la C.B. la expresión correcta que permite calcular esa medida de dispersión; a menos que el docente perciba el error y lo enmiende.

Otro ejemplo del uso inapropiado de símbolos se encuentra en primer año, en el caso de la media aritmética.

**Figura 7. Fórmula para cálculo de la media aritmética**

$$\bar{X} = \frac{\textit{suma de los tiempos de la prueba de resistencia y condición física}}{\textit{total de tiempos}}$$

Fuente: Renick et al (2014b, pág. 216) 1er Año

**Figura 6. Fórmula para cálculo de la media aritmética**

$$\bar{X} = \frac{\textit{suma de los factores en que se repite el “tiempo” (frecuencia) por el “tiempo” (dato)}}{\textit{total de tiempos}}$$

Fuente: Renick et al (2014b, pág. 217) 1er Año

Luego de exponer un ejemplo de cómo se calcula la media aritmética, se escribe la expresión que resume lo realizado (página 216), inmediatamente después se ofrece otro ejemplo del cálculo de la media y de nuevo se cierra la explicación con la expresión que muestra lo realizado. De nuevo se mezcla el lenguaje natural con simbología matemática. Se podría comprender que se desea dar primero casos particulares para luego escribir la expresión matemática de la media, pero eso no ocurre. Al igual que el caso de la desviación estándar, la fórmula general de la media se presenta dos años más tarde, en cuarto año.

**Figura 8. Fórmula para cálculo de la media aritmética**

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

Fuente: Duarte et al (2014c, pág. 16) 4to año

En el mismo primer año también se encuentran otros dos casos de imprecisión o uso inapropiado del lenguaje simbólico.

Figura 9. Fórmulas para cálculo de la frecuencia relativa y la frecuencia porcentual

$$fr = \frac{\text{cada frecuencia simple}}{\text{total de datos}}$$

$$fr\% = \frac{\text{cada frecuencia simple}}{\text{total de datos}} \cdot 100$$

Fuente: Renick et al (2014b, pág. 209) 1er año

Al igual que en los casos precedentes, en las expresiones se mezcla el lenguaje natural con el simbólico. Las fórmulas antes señaladas se presentaron exactamente iguales en sexto grado (págs. 153 y 154), eso podría indicar que esa es la manera que los autores consideran que se debe señalar esas frecuencias. Es curioso que los autores indiquen de manera simbólica la frecuencia relativa y porcentual pero no así de la frecuencia absoluta o simple, la cual es manejada en un caso particular en ese año con el nombre de la variable tratada, “estudiantes” en primer año (p. 208), “personas” en sexto grado (p. 152) y que en quinto grado fue señalada con lenguaje natural “frecuencia simple” en quinto grado (p. 163).

A diferencia de los casos precedentes, en los libros de colección Bicentenario nunca se escribe de manera correcta las expresiones matemáticas de la frecuencia relativa y porcentual, así como tampoco se utilizan símbolos para representar la frecuencia simple; quedando el estudiante con una visión distorsionada de estos conceptos en cuanto al lenguaje simbólico.

En general, pareciera que los autores optaron por sacrificar en parte la precisión del lenguaje simbólico en aras de la comprensión de los procesos de cálculo (como antes se señaló, los procesos por encima de los conceptos). No obstante, ese “sacrificio” del lenguaje simbólico podría generar conflictos semióticos que a la larga lleven a la incomprensión de los procesos algorítmicos que, al parecer, los autores pretendían favorecer.

#### 4.4. PROBLEMAS CON GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

En los libros se identificaron detalles en los gráficos estadísticos que se presentan como ejemplo y que podrían ser fuente de conflictos semióticos para los estudiantes.

*Ausencia de título.* Los gráficos estadísticos deben ser identificados con un título que, con la menor cantidad de palabras posible, ofrezca la mayor información posible sobre lo que se representa en el gráfico. Ninguno de los

gráficos de los libros de primer a tercer grado es identificado con su título, solo a partir de cuarto grado los gráficos son identificados con éste.

*Cambio de la variable a graficar.* En el ejemplo presentado antes del histograma, Figura 3, se le proporciona la siguiente información:

Figura 10. Ejemplo representación gráfica incorrecta

En un cuadro de datos agrupados esto se escribe así:

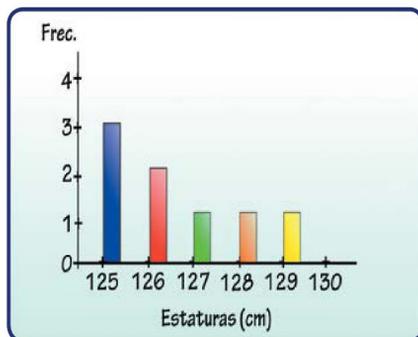
Edades (en años)	Frecuencia simple
0 a 5	5
6 a 11	8
12 a 17	7
<b>Total</b>	<b>20</b>

Fuente: Duarte et al (2014b, pág. 163) 5to grado

Como se puede observar la variable original es Edad (en años), no obstante, al momento de hacer el gráfico se cambió por nivel educativo, aunque el eje se identifica con el rotulo “Edades”. Se puede suponer que es un error del ilustrador o diagramador, pero lo cierto es que se produce un cambio de variable que podría ser fuente de conflicto semiótico, donde el docente no percibe la diferencia y hace las aclaratorias de rigor a los estudiantes.

*Errores en la escala del gráfico.* La escala de un gráfico estadístico se refiere a la división que se realiza en los ejes (en ocasiones uno solo de ellos) para facilitar la representación de los datos. La escala debe guardar proporcionalidad. En los textos de la colección Bicentenario se encontraron gráficos con problemas en la construcción de las escalas.

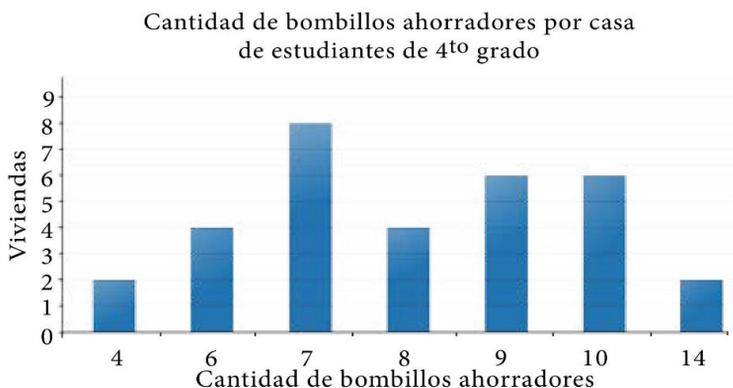
Figura 11. Ejemplo de gráfico con problema en la escala



Fuente: Moya et al (2014b, pág. 163) 3er grado

De acuerdo con el gráfico, la barra azul comienza en 125 cm y la roja en 126 cm, ¿en cuál número termina la barra azul? ¿Cuáles números abarca el espacio entre el final de la barra azul y el comienzo de la roja? ¿Se trata de una escala continua o discreta? En este caso, parece que la variable Estatura (cm) se está manejando de forma discreta. Entonces, la línea que está al comienzo de la barra azul debería estar en el medio de ella, justo debajo el 125 y así con los demás números, de tal forma de vincular el valor con la barra. Si la variable Estatura se graficó como discreta el número al comienzo de la barra tiene poco sentido. Si la variable se pensó como continua, se debió romper el eje entre 0 y 125 para indicar que no está a escala. El eje comienza en cero, la distancia que hay de 0 a 125 es menor que entre 125 y 126 (o cualquiera de las otras medidas), pero la primera representa 125 unidades mientras que la segunda una unidad. Se debía indicar que la primera parte no estaba a escala. El gráfico deja dudas sobre cómo se trató la variable para graficarla por lo tanto se convierte en un potencial conflicto semántico.

Figura 12. Ejemplo de gráfico con problema en la escala



Fuente: Rojas et al (2014a, pág. 164) 4<sup>to</sup> grado

¿La escala de este gráfico es de 1 en 1, de 2 en 2 o de 4 en 4? Aunque el eje x está dividido en partes iguales los números no cambian en una proporción constante. El error que muestra en la escala de ese gráfico es común en estudiantes, si el libro incurre en ese error pueden potenciar las dificultades de los estudiantes para comprender la construcción de las escalas.

#### 4.5. ASOCIACIÓN DE CONCEPTOS NO EQUIVALENTES

En el libro de quinto año al referirse a los posibles valores del coeficiente de correlación se indica: “De manera que, si el resultado es cero, se dirá que la relación lineal es nula o inexistente entre esas dos variables” (Duarte et al, 2014d, p. 14). Si bien la oración no es errada la forma como está redactada podría llevar a los estudiantes a pensar que al existir un coeficiente de correlación cero las variables son independientes por no existir relación entre ellas, sobre todo porque no se aclara que podrían existir una relación no lineal (por ejemplo, parabólica) entre las variables.

Otro caso de asociación de conceptos no equivalentes se presenta con el sentido de la correlación. En todos los ejemplos de correlación que se manejan en el texto el sentido de las relaciones son positivas, eso podría llevar al estudiante a creer que la correlación siempre es positiva.

En la unidad de correlación nunca se indica que correlación no implica causalidad, lo cual puede ser un posible error semiótico. Con mucha frecuencia las personas que estudian correlación creen que una alta correlación es indicativa de una relación causa-efecto entre las variables consideradas. Por ello se recomienda que se aclare y se proporcione ejemplos y contraejemplos que ayuden a evitar ese tipo de relación. En los libros de la colección Bicentenario no se dedica ni una línea a tratar de evitar esa confusión.

En el caso de la regresión, el libro de texto de quinto año deja abierta la posibilidad que el estudiante confunda la recta de regresión con la función lineal. Esto ocurre cuando no se aclara que son dos rectas de regresión y cuando no se trabaja que la estimación de los valores de la variable dependiente en términos de probabilidad.

Cuando un estudiante asocia conceptos no equivalentes y aplica esa relación al resolver actividades lo hace pensando que está en correspondencia con lo indicado en el libro de texto, entonces puede ocurrir que se genere el conflicto semiótico con el saber institucional (el docente, al corregir la actividad), provocando en el estudiante la confusión entre lo indicado por el docente y lo que dice el texto. También puede ser que el docente tome como saber institucional lo señalado en el texto y, en principio, no se genere conflicto semiótico ya que hay correspondencia entre expresado por el estudiante, el libro y el docente. En este último caso el estudiante habrá aprendido que los conceptos de forma inapropiada y el conflicto semiótico se generarán más adelante, cuando en otra situación use la equivalencia de conceptos.

## 5. Conclusiones

Los libros de texto son el material curricular de mayor presencia y uso en las clases de matemáticas, en consecuencia, es un objeto de investigación de interés para la educación matemática. Analizar las características de los libros y evaluar su contenido, desde la perspectiva matemática y pedagógica, es responsabilidad de los órganos rectores de la educación, así como de maestros y profesores.

Para los docentes, el EOS puede ser de gran ayuda para analizar los libros de texto, si es posible antes de recomendarlos a los estudiantes; en aquellos casos que el docente sea quien determina el libro a utilizar. Pero también puede ser útil para analizar los libros producidos desde los ministerios de educación, como es el caso que se analiza en este trabajo, para identificar, por ejemplo, posibles conflictos semióticos, de manera de introducir las correcciones necesarias.

Resultados del análisis realizado en este trabajo indica la presencia de posibles conflictos semióticos en los temas de estadística, tanto a nivel de primaria como de la educación secundaria (bachillerato). En consecuencia, parece razonable que los libros sean revisados, por lo menos en el tema de estadística, por parte del Ministerio de Educación para hacer las correcciones que se requieran. Es importante destacar que la edición revisada es la tercera (publicada en 2014), la de más reciente publicación; lo que significa que los libros tienen cuatro años en circulación con situaciones ser un obstáculo para la adecuada comprensión de los conceptos de estadística, en caso de que los estudiantes asimilaran esos conflictos; comprometiendo con ello su formación estadística como ciudadanos.

## REFERENCIAS

- ALAMINOS, A. (1993). *Gráficos. Cuadernos metodológicos*. Madrid: Centro de Investigaciones Sociológicas.
- ARTEAGA, P. y DÍAZ-LEVICOY, D. (2016). Conflictos semióticos sobre gráficos estadísticos en libros de texto de educación primaria. *Educação e Fronteiras On-Line*, Dourados/MS, v.6, n.17 p.81-96, maio/ago. 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.30612/eduf.v6i17.5788>
- BATANERO, C., FERNÁNDEZ, J. A. y CONTRERAS, J. M. (2009). Un análisis semiótico del problema de Monty Hall e implicaciones didácticas. *SUMA*, 62, 11-18.
- COBO, B. y BATANERO, C. (2004). Significados de la media en los libros de texto de

- secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(1), 5-18.
- CONTRERAS, J. M., MOLINA-PORTILLO, E. GODINO, J. D., RODRÍGUEZ-PÉREZ, C. y ARTEAGA, P. (2017). Funciones semióticas críticas en el uso de diagramas de barras por los medios de comunicación. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en: [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html)
- D'AMORE B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. En: Radford L., D'Amore B. (eds.) (2006). *Semiotics, Culture and Mathematical Thinking. Numero speciale della rivista Relime* (Cinvestav, México DF, México). 177-196.
- FAN, L., ZHU, Z. y MIAO, Y. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, 45(5), 633-646.
- GEA, M. M., LÓPEZ-MARTÍN, M. M., y ROA, R. (2015). Conflictos semióticos sobre la correlación y regresión en los libros de texto de Bachillerato. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 29-49.
- GODINO, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2-3), 237-284.
- GODINO, J. D. BATANERO, C. y FONT, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en: [http://www.ugr.es/local/jgodino/indice\\_cos.htm](http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_cos.htm)
- GODINO, J. D. y BATANERO, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- GODINO, J., FONT, V. y WILHELMI, M. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Relime Número Especial, 131-155.
- HIEBERT, J., y GROUWS, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (371-404). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- MAYÉN, S., DÍAZ, C. y BATANERO, C. (2009). Conflictos semióticos de estudiantes con el concepto de mediana. *Statistics Education Research Journal* 8(2), 74-93.
- RAMÍREZ, T. (2014). Textos escolares y revolución bolivariana. Del dejar hacer al control de contenidos. Anuario ININCO / Investigaciones de la Comunicación. 26 (1). 225-255. Disponible en: [http://saber.ucv.ve/ojs/index.php/rev\\_ai/article/view/10891](http://saber.ucv.ve/ojs/index.php/rev_ai/article/view/10891)
- REZAT, S. (2012) Interactions of Teachers' and Students' Use of Mathematics Textbooks. En: G. Gueudet, G.; Pepin, B. y Trouche, L. (Eds.). *From Text to 'Lived'*

*Resources Mathematics Teacher Education* 7. Pp. 231-245. Dordrecht: Springer.  
TÖRNROOS, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, 31, 315-327.

#### LIBROS COLECCIÓN BICENTENARIO

- MOYA R., A., TORREALBA M., H., MÁRQUEZ, M.Y., BECERRA H., R., SERRANO G., R., RODRÍGUEZ D., V., SERRANO G., W. y MILLÁN B., Z. (2014a). *Contemos... 1, 2, 3 y 4. Matemática Primer Grado*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- DUARTE C., A., MOYA R., A., SILVA A., D., VÁSQUEZ S., F., TORREALBA M., H., BUSTAMANTE P., K., GRACIA A., M., MÁRQUEZ, M. Y., SERRANO G., R., RODRÍGUEZ D., V., SERRANO G., W. y MILLÁN B., Z. (2014a). *Triángulos, rectángulos y algo más. Matemática Segundo Grado*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- MOYA R., A., SILVA A., D., VÁSQUEZ S., F., BUSTAMANTE P., K., GRACIA A., M., MÁRQUEZ, M.Y., SERRANO G., R., BECERRA H., R., RODRÍGUEZ D., V., SERRANO G., W. y MILLÁN B., Z. (2014b). *Aventuras de patacalientes. Matemática Tercer Grado*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- ROJAS O. A., DUARTE C., A., MOYA R., A., TORRES S., C., SILVA A., D., GIL G., D., VÁSQUEZ H., E., VÁSQUEZ S., F., PAREDES A., H., BUSTAMANTE P., K., FERNÁNDEZ, L.R., GRACIA A., M., REAÑO O., N., BECERRA H., R., RODRÍGUEZ D., V. y MILLÁN B., Z. (2014a). *Contando con los recursos. Matemática Cuarto Grado. Colección Bicentenario*. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- DUARTE C., A., MOYA R., A., SILVA A., D., GIL G., D., VÁSQUEZ H., E., VÁSQUEZ S., F., PAREDES A., H., BUSTAMANTE P., K., GRACIA A., M., REAÑO O., N., MENDOZA G., O., BECERRA H., R., RODRÍGUEZ D., V., SERRANO G., W. y MILLÁN B., Z. (2014b). *La patria buena. Matemática Quinto Grado*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- ROJAS O. A., DUARTE C., A., MOYA R., A., TORRES S., C., SILVA A., D., GIL G., D., VÁSQUEZ H., E., VÁSQUEZ S., F., PAREDES A., H., BUSTAMANTE P., K., GRACIA A., M., REAÑO O., N., MENDOZA G., O., BECERRA H., R., RODRÍGUEZ D., V., SERRANO G., W. y MILLÁN B., Z. (2014b). *Hecho en Venezuela. Matemática Sexto Grado*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- RENICK H., A.; ROJAS O., A., DUARTE C., A., MOYA R., A., BLANCO, J.L., FUMERO, J.E., BUSTAMANTE P., K., REAÑO O., N., MENDOZA G., O.; BECERRA H., R., RODRÍGUEZ D., V., SERRANO G., W., MILLÁN B., Z., MÍGUEZ Á., A., SILVA A., D., VÁSQUEZ S., F. y PAREDES Á., H. (2014). *Matemática para la Vida. Matemática*

*1er año*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.

MARINO, A.E., ROJAS O., A., DUARTE C., A., MOYA R., A., SILVA A., D., GIL G., D., VÁZQUEZ H., E., PAREDES A., H., BLANCO, J.L., BUSTAMANTE P., K., REAÑO O., N., BECERRA H., R., SERRANO G., W. y MILLÁN B., Z. (2014a). *Conciencia Matemática. Matemática 2do año*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.

MARINO, A.E., ROJAS O., A., DUARTE C., A., MOYA R., A., MÍGUEZ Á., A., MORA, C.D., SILVA A., D., GIL G., D., VÁZQUEZ H., E., PAREDES A., H., BLANCO, J.L., BUSTAMANTE P., K., REAÑO O., N., BECERRA H., R., SERRANO G., W. y MILLÁN B., Z. (2014b). *La Matemática de la Belleza. Matemática 3er año*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.

DUARTE C., A., MOYA R., A., MÍGUEZ Á., A., TORRES S., C., SILVA A., D., VÁSQUEZ S., F., PAREDES Á., H., BLANCO, J.L., BUSTAMANTE P., K., GRACIA A., M., REAÑO O., N., BECERRA H., R., SERRANO G., W. y MILLÁN B., Z. (2014c). *Matemática para la Vida. Matemática 4to año*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación

DUARTE C., A., MOYA R., A., MÍGUEZ Á., A., SILVA A., D., PAREDES Á., H., BLANCO, J.L., GASCÓN M., J., BUSTAMANTE P., K., GRACIA A., M., REAÑO O., N., BECERRA H., R., SERRANO G., W. y MILLÁN B., Z. (2014d). *La Matemática y el Vivir Bien. Matemática 5to año*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.

#### AUTORES DEL ARTÍCULO

AUDY SALCEDO, es profesor de la Escuela de Educación UCV. Licenciado en Educación mención Matemáticas (UCV). Magister en Educación mención Enseñanza de la Matemática (UPEL). Trabaja en Educación Matemática y Educación Estadística. <http://orcid.org/0000-0002-9783-8509>

*Correo electrónico:* [audy.salcedo@ucv.ve](mailto:audy.salcedo@ucv.ve)

ELENA MOLINA-PORTILLO, es profesora sustituta interina del departamento de Didáctica de la Matemática (UG). Licenciada en Ciencias Matemáticas (UG) y licenciada en Ciencias y Técnicas Estadísticas (UG). Doctora en Matemáticas y Estadística (UG). Estudiante del doctorado en Ciencias de la Educación (UG). Trabaja en evaluar la alfabetización estadística en futuros profesores de educación primaria.

*Correo electrónico:* [elemo@ugr.es](mailto:elemo@ugr.es)

TULIO RAMÍREZ, es profesor de la Escuela de Educación UCV. Sociólogo (UCV) y Abogado (UCV). Magíster en Recursos Humanos (UCAB). Doctor en Educación (UNED-España). Coordinador Doctorado en Educación UCAB. Trabaja en Libros de Textos.

*Correo electrónico:* tuliorc1@gmail.com

JOSÉ MIGUEL CONTRERAS, es profesor contratado del departamento de Didáctica de la Matemática UG. Licenciado en Ciencias Matemáticas (UG) y licenciado en Ciencias Estadísticas (UG). Doctor en Didáctica de la Matemática (UG) y Doctor en Matemáticas y Estadística (UG). Trabaja en educación estadística y en formación de profesores. <http://www.researcherid.com/rid/C-9476-2016> / <http://orcid.org/0000-0001-6821-0563>

*Correo electrónico:* jmcontreras@ugr.es