

[ANEXO 1]

Regresión Lineal Multiatributo

En regresión lineal multiatributo, el registro objetivo se modela como una combinación lineal de varios atributos, utilizando la siguiente fórmula:

$$L(t) = w_0 + w_1 A_1(t) + w_2 A_2(t) + w_3 A_3(t) \dots + w_M A_M \quad (A1.1)$$

Es decir, usaremos atributos A_N , para predecir el registro L . Para ello, debemos determinar Los pesos w_M , que puede resolverse utilizando un método estándar de mínimos cuadrados. Debe entenderse también que la ecuación A1.1 tal y como esta descrita, define la combinación de atributos en un tiempo t del registro y de cada atributo, esta ecuación puede ser extendida para una cantidad de muestras N del registro. Para ejemplificar el desarrollo se extenderá la ecuación A1.1 considerando una cantidad de 3 atributos para la ecuación A1.1.

$$\begin{array}{rcccc} L_1 & = & w_0 & +w_1 A_{11} & +w_2 A_{21} & +w_3 A_{31} \\ L_2 & = & w_0 & +w_1 A_{12} & +w_2 A_{22} & +w_3 A_{32} \\ L_3 & = & w_0 & +w_1 A_{13} & +w_2 A_{23} & +w_3 A_{33} \\ \vdots & & \vdots & 1 & \vdots & 1 & \vdots & 1 & \vdots \\ L_N & = & w_0 & +w_1 A_{1N} & +w_2 A_{2N} & +w_3 A_{3N} \end{array} \quad (A1.2)$$

La ecuación A1.2 puede ser escrita matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \vdots \\ L_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ 1 & A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ 1 & A_{13} & A_{23} & A_{33} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & A_{1N} & A_{2N} & A_{3N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \quad (A1.3)$$

Y de manera compacta se reescribe según:

$$L = AW \quad (A1.4)$$

La ecuación A1.4 es la representación matricial del sistema de ecuaciones en regresión lineal multiatributo, multiplicando por la matriz transpuesta A^T en cada lado de la ecuación, tenemos:

$$A^T L = A^T A W \quad (A1.5)$$

Es notorio que la matriz $A^T A$ Es una matriz cuadrada, por tanto podemos simplificar la ecuación A1.5 multiplicando por la matriz inversa de $A^T A$ con lo que se tiene:

$$W = (A^T A)^{-1} A^T L \quad (A1.6)$$

El desarrollo de la ecuación A1.6 para el caso que se planeó M=3 se despliega de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & \sum A_{1i} & \sum A_{2i} & \sum A_{3i} \\ \sum A_{1i} & \sum A_{1i}^2 & \sum A_{1i} A_{2i} & \sum A_{1i} A_{3i} \\ \sum A_{2i} & \sum A_{1i} A_{2i} & \sum A_{2i}^2 & \sum A_{2i} A_{3i} \\ \sum A_{3i} & \sum A_{1i} A_{3i} & \sum A_{2i} A_{3i} & \sum A_{3i}^2 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum L_i \\ \sum A_{1i} L_i \\ \sum A_{2i} L_i \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (A1.7)$$

Regresión lineal multiatributo usando un operador convolucionaui

La expresión 3.20 del Capítulo III, representa la extensión de la expresión 3.17 aplicando lo que se conoce como operador convolucional, que no es más que relacionar cada muestra del registro objetivo con un conjunto de muestras vecinas de los atributos sísmicos de entrada.

Reescribiendo la ecuación 3.20,

$$L(t) = w_0 + w_1 * A_1(t) + w_2 * A_2(t) + w_3 * A_3(t) \dots + w_M A_M(t) \dots (A1.8)$$

Donde $L(t) = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \vdots \\ L_N \end{bmatrix}$ es el vector objetivo, $w_i = \begin{bmatrix} w_{i(1-j)} \\ \vdots \\ w_{i(0)} \\ \vdots \\ w_{i(j-1)} \end{bmatrix}$ es el vector de pesos para una

i-esima muestra del registro objetivo y $A_i = \begin{bmatrix} A_{1i} \\ A_{2i} \\ A_{3i} \\ \vdots \\ A_{Ni} \end{bmatrix}$ es el i-esimo atributo, $A_0 = 1$ es la

matriz identidad.

Una manera de ejemplificar este proceso es considerando 2 atributos, una longitud de operados 3, es decir j=2, y 4 muestras de registro, N=4. Por lo que A1.1 se reescribe:

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{bmatrix} = w_0 + \begin{bmatrix} w_1(0) & w_1(-1) & 0 & 0 \\ w_1(+1) & w_1(0) & w_1(-1) & 0 \\ 0 & w_1(+1) & w_1(0) & w_1(-1) \\ 0 & 0 & w_1(+1) & w_1(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{12} \\ A_{13} \\ A_{14} \end{bmatrix} \\
+ \begin{bmatrix} w_2(0) & w_2(-1) & 0 & 0 \\ w_2(+1) & w_2(0) & w_2(-1) & 0 \\ 0 & w_2(+1) & w_2(0) & w_2(-1) \\ 0 & 0 & w_2(+1) & w_2(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{21} \\ A_{22} \\ A_{23} \\ A_{24} \end{bmatrix} \quad (A1.9)$$

O también:

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{bmatrix} = w_0 + w_1(-1) \begin{bmatrix} A_{12} \\ A_{13} \\ A_{14} \\ 0 \end{bmatrix} + w_1(0) \begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{12} \\ A_{13} \\ A_{14} \end{bmatrix} + w_1(+1) \begin{bmatrix} 0 \\ A_{11} \\ A_{12} \\ A_{13} \end{bmatrix} + w_2(-1) \begin{bmatrix} A_{22} \\ A_{23} \\ A_{24} \\ 0 \end{bmatrix} \\
+ w_2(0) \begin{bmatrix} A_{21} \\ A_{22} \\ A_{23} \\ A_{24} \end{bmatrix} + w_2(+1) \begin{bmatrix} 0 \\ A_{21} \\ A_{22} \\ A_{23} \end{bmatrix} \quad (A1.10)$$

La ecuación A1.10, muestra el efecto de incorporar un operador convolucional de longitud 3, que es lo mismo que incrementar la cantidad de atributos de entrada multiplicando por 3. El resultado de este sistema se puede dar a través de la minimización del error de predicción cuadrado medio. El resultado explícito para w_1 :

$$\begin{bmatrix} w_1(-1) \\ w_1(0) \\ w_1(+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=2}^4 A_{1i}^2 & \sum_{i=2}^4 A_{1i} A_{1i-1} & \sum_{i=2}^3 A_{1i} A_{1i-2} \\ \sum_{i=2}^3 A_{1i} A_{1i+1} & \sum_{i=1}^4 A_{1i}^2 & \sum_{i=2}^4 A_{1i} A_{1i-1} \\ \sum_{i=1}^2 A_{1i} A_{1i+1} & \sum_{i=1}^3 A_{1i} A_{1i+1} & \sum_{i=1}^3 A_{1i}^2 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum_{i=2}^4 A_{1i} L_{1i-1} \\ \sum_{i=2}^4 A_{1i} L_{1i} \\ \sum_{i=2}^4 A_{1i} L_{1i+1} \end{bmatrix}$$

[ANEXO 2]

Red Neuronal Multicapa

Una neurona es una unidad de procesamiento de información que es fundamental para el funcionamiento de una red neuronal (Haykin, 2008). La red neuronal es un sistema que recibe varias entradas ó estímulos y producen una salida. Las salidas de unas neuronas constituyen entradas de otras neuronas. La fuerza de conexión o, en su análogo biológico, fuerza sináptica, está representada los pesos que multiplica a los valores de la entrada o estímulo. Estas ponderaciones entran a un combinador lineal. Finalmente, la respuesta de una neurona artificial está definida por el resultado de aplicar una función de activación (generalmente no lineal) a la suma pesada de todas las entradas de la neurona. De esta forma, el modelo de neurona artificial está compuesto por un combinador lineal seguido de una función de activación (Banch, 2005).

De acuerdo con Haykin en el 2008, tenemos que la red neuronal presenta 3 elementos básicos, descritos a continuación:

1. Un conjunto de pesos sinápticos, o enlaces de conexión
2. Un combinador lineal, para sumar las señales ponderadas por los pesos sinápticos
3. Una función de activación para limitar la amplitud de la salida de una neurona, la amplitud normalizada de la salida se encuentra entre -1 a 1.

La Figura A-3.1 ilustra el modelo de red neuronal, especificando sus 3 elementos fundamentales.

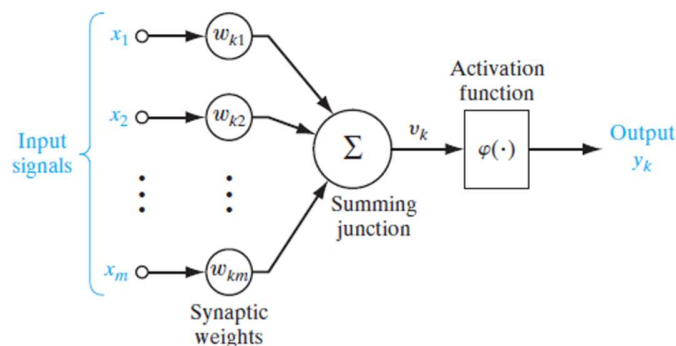


Figura A-3.1. Modelo de red neuronal (Modificado de Haykin, 2008)

Matemáticamente se describe que la salida de la capa oculta está dada por:

$$v_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} x_j \quad (A3.1)$$

Y la salida de la red neuronal está dada por:

$$y_k = \varphi(u_k) \quad (A3.2)$$

Donde φ es la función de activación aplicada en el nodo oculto y suele ser una función escalonada o una función sigmoide. Para nuestro propósito, nos quedamos con la función sigmoide. La forma general de la función sigmoide es:

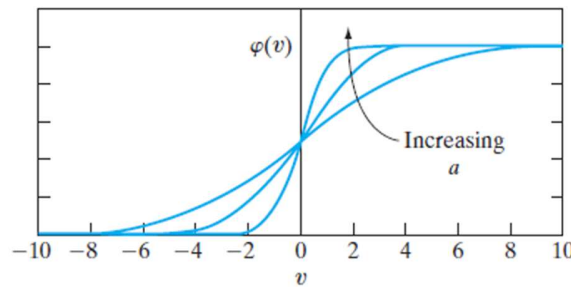


Figura A-3.2 Función sigmoide para varios valores de a (Haykin, 2008).

$$\varphi(v) = \frac{1}{1 + \exp(-av)} \quad (A3.3)$$

La función sigmoide es la forma más común de función de activación utilizada en la construcción de redes neuronales. Se define como una función estrictamente creciente que muestra un equilibrio elegante entre el comportamiento lineal y no lineal (Haykin, 2008). La consideración de tener una función de activación normalizada entre -1 a 1, hace que la ecuación A3.3 se redefina como la función tangente hiperbólica, ecuación A3.4, la que permite asumir valores negativos.

$$\varphi(v) = \tanh(v) \quad (A3.4)$$

$$\varphi(v) = \tanh(v) = \frac{e^v - e^{-v}}{e^v + e^{-v}} \quad (A3.5)$$

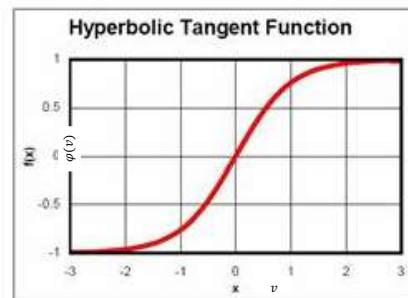


Figura A-3.3 Función tangente hiperbólica (Modificado de Hampson and Russell, 2007).

[ANEXO 3]

Velocidades intervalicas

A continuación se muestran las velocidades interválicas antes y después de la correlación sísmica-pozo. Se puede apreciar como las variaciones entre las velocidades interválicas son mínimas, este fue el sustento para confiar en el proceso de correlación. Las variaciones encontradas entre las velocidades interválicas antes y después de la correlación se deben a que los pozos pueden estar atravesando fallas.

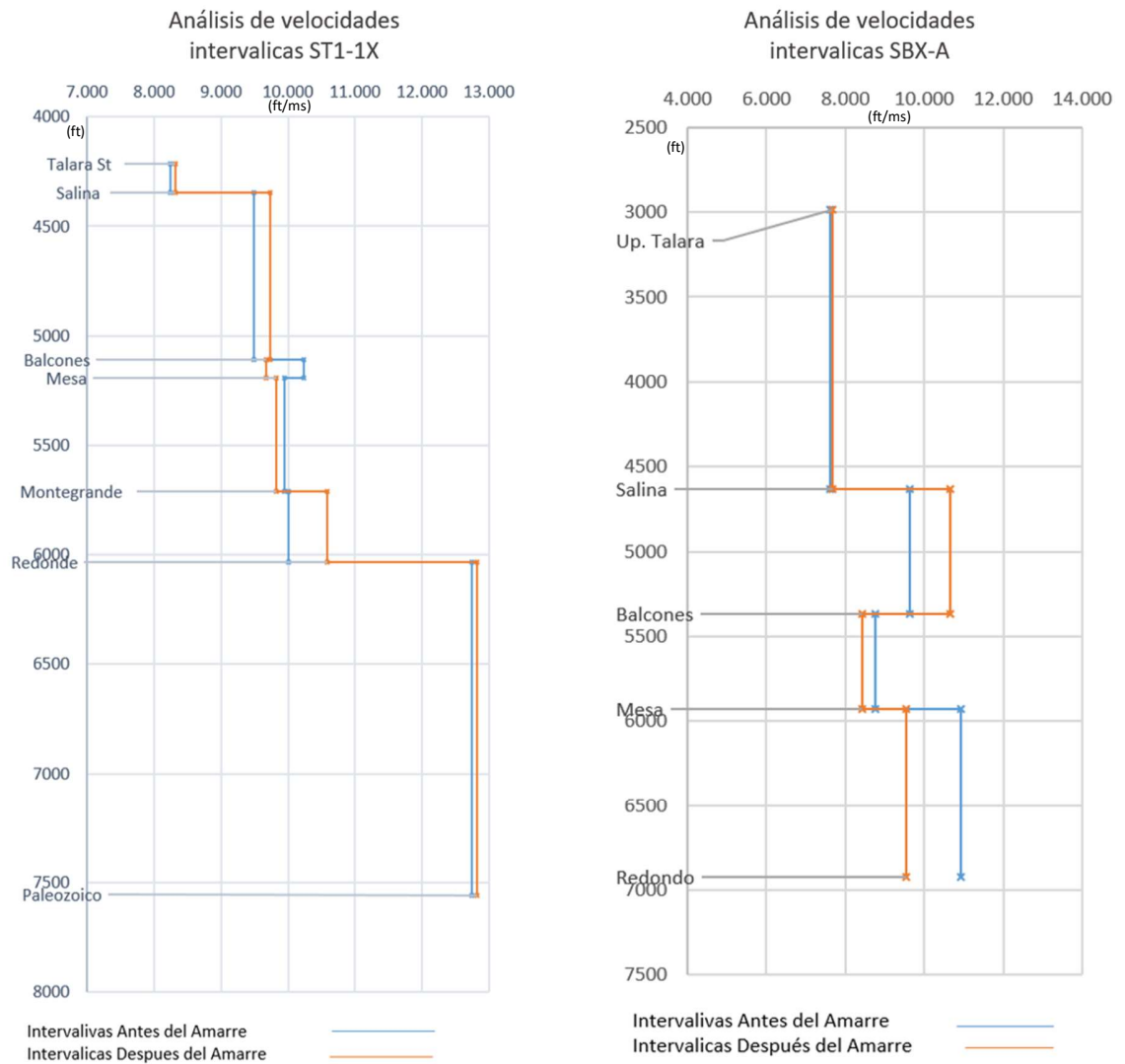


Figura A-3.1. Análisis de velocidades intervalicas antes y después de la correlación sísmica-pozo

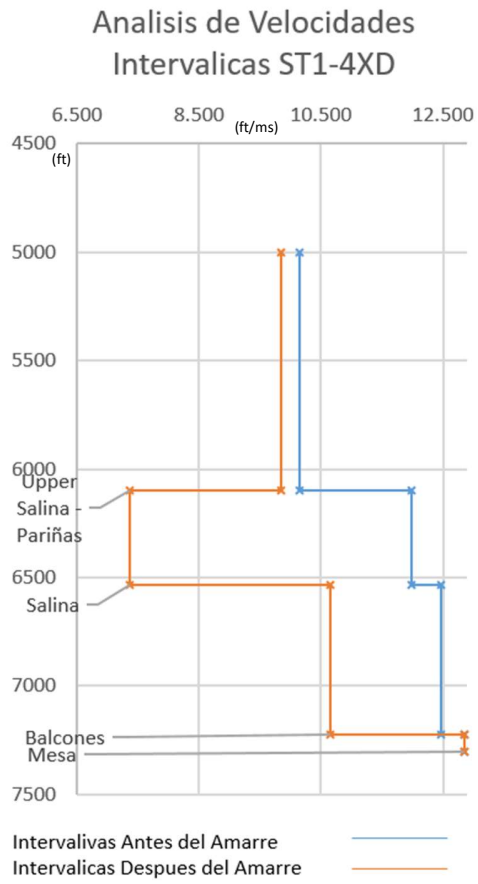


Figura A-3.2. Análisis de velocidades intervalicas antes y después de la correlación sísmica-pozo correspondiente al pozo dirigido.