

## **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

# **DESARROLLO DE UN ALGORITMO DE MIGRACIÓN SÍSMICA DIRECCIONAL 3-D EN PROFUNDIDAD DESPUÉS DE APILAMIENTO**

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela para  
optar al título de Ingeniero Geofísico  
Por el Br. Aponte Gil, Hernando Javier

Caracas, Octubre de 2004

## **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

# **DESARROLLO DE UN ALGORITMO DE MIGRACIÓN SÍSMICA DIRECCIONAL 3-D EN PROFUNDIDAD DESPUÉS DE APILAMIENTO**

**Tutor académico:** M.Sc Franklin Ruiz

**Tutor industrial:** Ph.D Andrey Ortega

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela para  
optar al título de Ingeniero Geofísico  
Por el Br. Aponte Gil, Hernando Javier

Caracas, Octubre de 2004

Caracas, 19 de noviembre de 2004

Los abajo firmantes, miembros del Jurado designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Geofísica, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por el Bachiller Aponte G. Hernando J., titulado:

**“Desarrollo de un algoritmo de migración sísmica direccional 3-D  
en profundidad después de apilamiento ”**

Consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el plan de estudios conducente al Título de Ingeniero Geofísico, y sin que ello signifique que se hacen solidarios con las ideas expuestas por el autor, lo declaran APROBADO.

Prof. (nombre y apellido)

Prof. (nombre y apellido)

Jurado

Jurado

M.Sc. Franklin Ruiz

PhD. Andrey Ortega

Tutor Académico

Tutor Industrial

## **DEDICATORIA**

A Dios,

A mis padres, Célida y Hernando,

Al amor de mi vida, Mayiyi,

A mi primo, Nestor Manuel,

Y a todos los que nunca han dejado de creer en mi.

## **AGRADECIMIENTOS**

Principalmente quiero agradecerle a Dios, por haberme permitido culminar con éxito esta etapa de mi vida.

A la Universidad Central de Venezuela, por haberme abierto sus puertas y permitirme crecer dentro de ella.

A mis tutores, Ph.D Andrey Ortega y M.Sc Franklin Ruiz, por brindarme su apoyo, colaboración y principalmente su amistad.

A PDVSA-Intevep, por la valiosa colaboración prestada para el desarrollo de este trabajo, en especial a José Ricardo Plata y Jhonny Calderon por haberme brindado toda la ayuda posible.

A mi familia por siempre creer en mi, en especial a mis primas Airam y Yaiza por ser como son.

A Luis F., Ricardo, Catire, Lopoldo y todos mis panas de Cagua por darme el apoyo y el impulso para seguir adelante.

A Mayiyi (mi niña), Leonardo (mi compadre) Morgado, Alexander (el negrito) Diaz, Rafael (el diablo) Castillo, Ivan (el chile) Velozo, José F. (nube negra) Suniaga, Yuliana (culito) Romero, Arturo (el doctor) Contreras, Marcos (berenjena) Romero, Pedro (el líder) Gallardo, Alex (el feo) Olivo, Juan (papelón) Figueredo, Hernán (pichaque) Pacheco, Raul (el negro) Pacheco, Hermes (hermejor) Cobos, Gustavo (el peque), Omar (pelo) Aguirre, y a todos los amigos que me han acompañado durante todos estos años, que de no ser por ellos, el camino hubiese sido más difícil.

## INDICE GENERAL

CONSTANCIA DE APROBACIÓN	
DEDICATORIA	
AGRADECIMIENTOS	
LISTA DE FIGURAS	pp. i
RESUMEN	iii
CAPITULO	
I  INTRODUCCIÓN	1
II METODOLOGÍA	6
III RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	23
Resultados numéricos y análisis de la respuesta impulso	23
Resultados numéricos y análisis del domo de sal	35
IV CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	39
Conclusiones	39
Recomendaciones	40
BIBLIOGRAFÍA	41
APÉNDICES	42
A. Ecuación del plano basculante	42

B. Ley de transformación de distancias a lo largo de las direcciones inline y crossline del sistema vertical al plano basculante	44
C. Determinación del área en superficie que contribuye a la imagen de la semiesfera durante el proceso de migración direccional en profundidad	45
D. Determinación de los puntos máximos y mínimos de la elipse a lo largo de las direcciones inline y crossline en superficie	47
E. Rotación 3-D para referenciar las imágenes en profundidad del sistema primado al sistema vertical	50

## LISTA DE FIGURAS

1. Migración sísmica direccional en profundidad	pp. 6
2. Migración sísmica en profundidad de la respuesta impulso	7
3. Vector normal unitario del plano basculante	8
4. Distancia del plano $\pi$ a la superficie de interés	9
5. Transformación 3-D de las distancias entre <i>CMP</i> a lo largo de las direcciones inline y crossline entre sistemas de referencia	11
6. Transformación 2-D de las distancias entre <i>CMP</i> a lo largo del eje $x$ entre sistemas de referencia	12
7. Intersección del plano $\pi$ con la superficie esférica de interés y su proyección en superficie	13
8. Distancia de interés en superficie para el caso 2-D	15
9. Ley de transformación de coordenadas del sistema $X$ - $Y$ - $Z$ al $X'$ - $Y'$ - $Z'$	16
10. Respuesta impulso del operador de migración direccional en el sistema primado	18
11. Rotación 3-D de las imágenes sísmicas en profundidad del sistema $X'$ - $Y'$ - $Z'$ al sistema vertical $X$ - $Y$ - $Z$	19
12. Promedio ponderado a lo largo de una de las direcciones de interés en el sistema de referencia primado	21
13. Respuesta impulso del operador de <i>wave equation datuming</i> como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a) $\theta=0^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (b) $\theta=15^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (c) $\theta=30^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (d) $\theta=45^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (e) $\theta=60^\circ$ $\varphi=0^\circ$ y (f) $\theta=75^\circ$ $\varphi=0^\circ$	24
14. Área en superficie que contribuye al proceso de migración direccional como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a) $\theta=0^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (b) $\theta=15^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (c) $\theta=30^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (d) $\theta=45^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (e) $\theta=60^\circ$ $\varphi=0^\circ$ y (f) $\theta=75^\circ$ $\varphi=0^\circ$	25
15. Respuesta impulso del operador de <i>wave equation datuming</i> como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a) $\theta=0^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (b) $\theta=0^\circ$ $\varphi=15^\circ$ , (c) $\theta=0^\circ$ $\varphi=30^\circ$ , (d) $\theta=0^\circ$ $\varphi=45^\circ$ , (e) $\theta=0^\circ$ $\varphi=60^\circ$ y (f) $\theta=0^\circ$ $\varphi=75^\circ$	26

16. Área en superficie que contribuye al proceso de migración direccional como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a) $\theta=0^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (b) $\theta=0^\circ$ $\varphi=15^\circ$ , (c) $\theta=0^\circ$ $\varphi=30^\circ$ , (d) $\theta=0^\circ$ $\varphi=45^\circ$ , (e) $\theta=0^\circ$ $\varphi=60^\circ$ y (f) $\theta=0^\circ$ $\varphi=75^\circ$	27
17. Respuesta impulso del operador de <i>wave equation datuming</i> como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a) $\theta=45^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (b) $\theta=45^\circ$ $\varphi=15^\circ$ , (c) $\theta=45^\circ$ $\varphi=30^\circ$ , (d) $\theta=45^\circ$ $\varphi=45^\circ$ , (e) $\theta=45^\circ$ $\varphi=60^\circ$ y (f) $\theta=45^\circ$ $\varphi=75^\circ$	28
18. Área en superficie que contribuye al proceso de migración direccional como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a) $\theta=45^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (b) $\theta=45^\circ$ $\varphi=15^\circ$ , (c) $\theta=45^\circ$ $\varphi=30^\circ$ , (d) $\theta=45^\circ$ $\varphi=45^\circ$ , (e) $\theta=45^\circ$ $\varphi=60^\circ$ y (f) $\theta=45^\circ$ $\varphi=75^\circ$	29
19. Estudio de sensibilidad de las distancias en el plano basculante como función de la declinación ( $\theta$ ) y el acimut ( $\varphi$ ) a lo largo de (a) dirección crossline y (b) dirección inline	30
20. Sismogramas apilados en el plano basculante como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a) $\theta=45^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (b) $\theta=45^\circ$ $\varphi=15^\circ$ , (c) $\theta=45^\circ$ $\varphi=30^\circ$ , (d) $\theta=45^\circ$ $\varphi=45^\circ$ , (e) $\theta=45^\circ$ $\varphi=60^\circ$ y (f) $\theta=45^\circ$ $\varphi=75^\circ$	31
21. Sismogramas migrados en profundidad rotados al sistema vertical como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a) $\theta=45^\circ$ $\varphi=0^\circ$ , (b) $\theta=45^\circ$ $\varphi=15^\circ$ , (c) $\theta=45^\circ$ $\varphi=30^\circ$ , (d) $\theta=45^\circ$ $\varphi=45^\circ$ , (e) $\theta=45^\circ$ $\varphi=60^\circ$ y (f) $\theta=45^\circ$ $\varphi=75^\circ$	32
22. Apilado de los sismogramas migrados en profundidad después del paso intermedio de rotación al sistema vertical. También se indica la dirección de extrapolación utilizada por el operador de migración direccional	33
23. (a) Modelo de velocidades interválicas en profundidad en el sistema vertical, (b) Sección apilada resultante del proceso de <i>wave equation datuming</i>	35
24. (a) Modelo de velocidades interválicas en el sistema vertical, así como la identificación del sistema de referencia primado utilizado para el cálculo de <i>wave equation datuming</i> , (b) modelo de velocidades interválicas en el sistema primado, (c) sección apilada resultante del proceso de <i>wave equation datuming</i>	36
25. (a) migración sísmica en profundidad convencional en el sistema vertical, (b) migración sísmica direccional en profundidad	37

**Aponte G., Hernando J.**

**DESARROLLO DE UN ALGORITMO DE MIGRACIÓN  
SÍSMICA DIRECCIONAL 3-D EN PROFUNDIDAD DESPUÉS DE  
APILAMIENTO**

**Tutor Académico: M.Sc Franklin Ruiz. Tutor Industrial: Ph.D Andrey Ortega.  
Tesis. Caracas, U.C.V. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Geología,  
Minas y Geofísica. 2004, 51 p.**

**Palabras Claves:**

Migración direccional, *wave equation datuming*, Método de Kirchhoff después de apilamiento, Ecuación de onda.

El método de migración sísmica en profundidad convencional después de apilamiento, está basado en un esquema de extrapolación vertical del campo de ondas. Este método de migración, no es capaz de posicionar de manera correcta las reflexiones sísmicas provenientes de estructuras de alto buzamiento. La estrategia que se propone en este trabajo para aumentar la resolución espacial de las imágenes sísmicas en profundidad en zonas de altos buzamientos, es a través de una descomposición selectiva de pendientes con operadores de extrapolación oblicua. En este trabajo se presenta una nueva secuencia de procesamiento de datos sísmicos que consta de cuatro pasos. Esta permite la implantación de un esquema de migración sísmica direccional 3-D en profundidad después de apilamiento, con un operador de extrapolación en una dirección arbitraria.

Para evaluar la respuesta sísmica en profundidad del operador de migración propuesto, se estudia de manera analítica y numérica la respuesta impulso, así como una comparación con la respuesta sísmica en profundidad obtenida con un operador de migración pseudoespectral convencional en un modelo sintético 2-D que incluye reflexiones sísmicas provenientes de los flancos volcados de un domo de sal.

# CAPITULO I

## INTRODUCCIÓN

La técnica de migración sísmica, parte fundamental de la secuencia de procesamiento de datos sísmicos, es un método que permite mejorar las imágenes en el dominio del tiempo y/o en el de profundidad del subsuelo. El mejoramiento consiste en ubicar correctamente las reflexiones sísmicas provenientes de las interfases de estructuras geológicas que se alejan de la suposición de capas planas muy horizontales, es decir, en zonas estructuralmente complejas. El método incrementa la resolución espacial de las imágenes sísmicas al eliminar las distorsiones espaciales producidas por la presencia de contrastes laterales de velocidad, existentes por ejemplo, en zonas de intensa deformación tectónica.

Una de las imágenes más difíciles de reconstruir con el procesamiento de datos sísmicos, es la de un domo, ya que en estas estructuras se requiere generar la imagen de un rango amplio de buzamientos. Para resolver este problema Ratcliff (1992), propone la utilización de tres técnicas de procesamiento en datos sísmicos adquiridos en el golfo de Méjico. El método consiste en hacer énfasis en el reconocimiento, preservación y migración de las reflexiones provenientes de los flancos volcados de domos de sal. La primera técnica consiste de un procesamiento de los datos orientado a preservar altos buzamientos. Esto incluye una secuencia de *DMO* para la preservación de la señal seguida de una migración *Kirchhoff* después de apilamiento. La segunda técnica consiste de una migración en profundidad convencional orientada a reconstruir la imagen sísmica proveniente del tope y la base del domo con la finalidad de delimitar el cuerpo salino. Finalmente, la tercera técnica consiste de una migración sísmica 3-D en profundidad después de apilamiento orientada a reconstruir la imagen por debajo de la sal.

En 1992, Hale D. et al proponen una secuencia de procesamiento orientada a mejorar la imagen sísmica en profundidad proveniente de la base de las intrusiones de sal, así como de los sistemas de fallas verticales asociadas al crecimiento del domo. La migración convencional después de apilamiento falla al migrar las reflexiones provenientes de las capas volcadas del domo de sal, debido a que la misma no está en capacidad de propagar energía más allá de  $90^\circ$  en un solo paso de extrapolación en profundidad. Por primera vez se utilizan dos extrapolaciones, una hacia arriba y una hacia abajo, en profundidad con el método de migración por desplazamiento de fase después de apilamiento incorporando un novedoso término exponencial que involucra un cambio en la fase del extrapolador de  $90^\circ$  el cual viene dado por

$$G(z, k) = \frac{1}{2\pi} \int F(\omega, k) \left\{ e^{-i\omega S(z, k/\omega)} + e^{i\pi/2 + i\omega[S(z, k/\omega) - 2S(z_T, k/\omega)]} \right\} d\omega. \quad (1)$$

donde  $k$  es el número de onda,  $\omega$  es la frecuencia,  $F(\omega, k)$  es la transformada de *Fourier* de la data sísmica apilada,  $k/\omega$  representa la lentitud,  $G(z, k)$  es la sección migrada en profundidad en el dominio  $z-k$ , y  $S(z, p)$  es una función de fase en el dominio de profundidad-lentitud definida por

$$S(z, p) = \int_0^z \left[ \frac{4}{v^2(\zeta)} - p^2 \right]^{1/2} d\zeta. \quad (2)$$

donde  $v=v(\zeta)$ , es la velocidad intervállica en profundidad,  $S(z_T, p)$  representa la función de fase evaluada en el punto de inflexión de las reflexiones sísmicas provenientes de las capas volcadas del domo de sal a la profundidad  $z_T$ , y  $p=2/v(z_T)$ .

El primer término exponencial corresponde a la migración convencional por desplazamiento de fase, mientras que el segundo término exponencial es el

responsable de migrar las reflexiones provenientes de las capas volcadas del domo de sal.

Zhang J. y McMechan G. en 1997, introducen el concepto de “extrapolador horizontal” como una estrategia viable para migrar este tipo de reflexiones aplicando una rotación de  $90^\circ$  al extrapolador convencional en profundidad. Con la implantación de esta estrategia, la energía asociada a los rayos reflejados de los flancos del domo de sal son extrapolados de manera horizontal, es decir, se supone que las reflexiones ya no están referenciadas a un plano vertical sino a uno horizontal. Por lo tanto en este sistema de referencia, la energía se propaga de izquierda a derecha o viceversa, de este modo el extrapolador convencional (rotado  $90^\circ$ ) está en capacidad de migrar dichos rayos. Con la extrapolación vertical en profundidad se posicionan de manera correcta los reflectores horizontales, y con la extrapolación horizontal los reflectores de alto buzamiento. Por lo tanto, combinando ambas extrapolaciones, se generan resultados que se complementan mutuamente. Finalmente, para obtener una imagen sísmica en profundidad que contenga todos los buzamientos estructurales, los resultados de ambas extrapolaciones son promediados aritméticamente. Una ventaja adicional de esta estrategia es que muchos esquemas de extrapolación en profundidad pueden ser utilizados con pequeñas modificaciones, siempre y cuando los operadores de migración sean capaces de manejar variaciones laterales de velocidad.

Higginbotham J. et al en 1985, introducen el concepto de lo que hoy se conoce como “migración sísmica direccional”. Ellos proponen un esquema de extrapolación del campo de ondas en una dirección arbitraria. Esto es realizado a través de la aplicación de una corrección estática sobre los datos sísmicos apilados que permite posicionar las fuentes y los receptores coincidentes en la superficie en un nuevo datum inclinado de referencia utilizando para ello una velocidad de reemplazo igual a cero. Esta técnica de migración sísmica en profundidad después de apilamiento permite en general aumentar la apertura del operador de migración de diferencias finitas, con lo

cual se mejora la resolución espacial de la imagen sísmica en zonas de alto buzamiento estructural.

La técnica de continuación del campo de ondas en profundidad conocida como “*wave equation datuming*”, desarrollada por Berryhill (1979), es el nombre dado a la continuación hacia arriba o hacia abajo del campo de ondas, cuando el objetivo del procesamiento de datos sísmicos es redefinir un nuevo datum o superficie de referencia, sobre la cual las fuentes y los receptores se encuentren posicionados. Esta técnica difiere de los métodos de *datuming* convencionales en el hecho de que el procesamiento de las reflexiones sísmicas es realizado con operadores determinísticos basados en la ecuación de onda.

Este trabajo tiene como objetivo desarrollar en su totalidad un nuevo concepto de migración sísmica direccional 3-D en profundidad después de apilamiento, en el cual se implementa un operador de extrapolación oblicua en una dirección arbitraria, el cual hace honor completamente a la ecuación de onda. En este estudio se sustituye el uso de la corrección estática, utilizada por Higginbotham, por un proceso de “*wave equation datuming*”. La nueva secuencia de procesamiento sísmico propuesta consiste de 4 pasos, de los cuales, los 3 primeros se ejecutan de forma iterativa. La fase inicial consiste de una extrapolación en profundidad (*wave equation datuming*) de la sección apilada en superficie a un plano inclinado el cual representa el nuevo datum de procesamiento. La orientación de este plano es seleccionada con la finalidad de reducir el rango de pendientes aparentes de las reflexiones sísmicas de interés, por ejemplo las reflexiones sísmicas provenientes de las capas volcadas de un domo de sal grabadas en la sección apilada en superficie. Posteriormente, se realiza una migración sísmica en profundidad 3-D después de apilamiento, con la finalidad de generar una imagen sísmica del subsuelo con respecto a un datum inclinado. La tercera fase de la secuencia de procesamiento consiste de una rotación 3-D de las imágenes sísmicas en profundidad resultantes, con la finalidad de referenciarlas al sistema inicial. En esta fase se requiere, interpolar y remuestrear la imagen sísmica en

profundidad resultante, debido a las diferencias en la orientación y las dimensiones de los píxeles en ambos sistemas de referencia. Finalmente, las imágenes en profundidad resultantes de esta secuencia iterativa de procesamiento son apiladas, con el objetivo de generar una imagen sísmica final en profundidad que contenga todos los buzamientos estructurales de interés. De esta forma el proceso de migración sísmica direccional puede ser concebido como una técnica de descomposición selectiva de buzamientos estructurales.

En la primera parte de este trabajo especial de grado se demuestra la viabilidad de esta nueva estrategia de migración sísmica direccional 3-D en profundidad después de apilamiento, estudiando de manera analítica y numérica la respuesta impulso de la secuencia de procesamiento sísmica propuesta. Finalmente, se incluye un ejemplo sintético realista 2-D que incluye reflexiones sísmicas provenientes de los flancos volcados de un domo salino. Para la generación de las secciones apiladas sintéticas en este ejemplo, se utilizó un algoritmo de modelado desarrollado por Bleistein (1986) el cual está basado en el método de Kirchhoff, este algoritmo calcula el campo de ondas ascendentes difractado. Para la migración de los datos sintéticos en este estudio, se empleó un extrapolador pseudoespectral en profundidad en el dominio de la frecuencia-espacio basado en la aproximación de 65 grados de la ecuación de onda de una vía desarrollada por Claerbout (1985).

## CAPITULO II

### METODOLOGÍA

En el presente trabajo se demuestra la viabilidad de aplicar un extrapolador oblicuo en profundidad a través de la implantación de una nueva estrategia de migración sísmica direccional 3-D en profundidad después de apilamiento. Para ello se estudia de manera analítica la respuesta impulso de la secuencia de procesamiento.

La secuencia de procesamiento propuesta para la implantación del extrapolador oblicuo en profundidad, consta de cuatro pasos: un *wave equation datuming* 3-D más una interpolación de trazas, una migración 3-D en profundidad post-apilamiento, una rotación 3-D de las secciones resultantes del proceso de migración sísmica en profundidad más un remuestreo final en profundidad y un apilado de todas las secciones migradas (Figura 1).

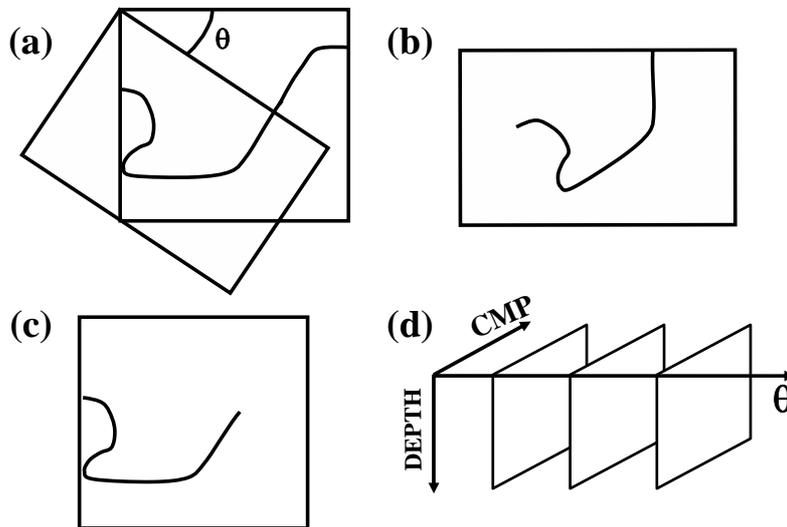


Figura 1. Migración sísmica direccional en profundidad. (a) *wave equation datuming*, (b) migración sísmica en profundidad convencional, (c) rotación 3-D, (d) apilado de todos los volúmenes migrados.

Para evaluar la respuesta impulso de la secuencia de procesamiento sísmico, se considera como sección apilada de entrada al proceso de migración sísmica direccional una delta de Dirac  $\delta(t-t_o)\delta(x-r)\delta(y)\delta(z)$  localizada en  $x=r$ ,  $y=0$  y  $z=0$  a un tiempo doble  $t_o$  igual a

$$t_o = \frac{2r}{v}, \quad (3)$$

donde  $r$  representa el radio de la semiesfera migrada en profundidad y  $v$  es la velocidad de la onda compresional del medio. La Figura 2 muestra la migración en profundidad después de apilamiento de la respuesta impulso la cual corresponde a una semiesfera de radio  $r$ , centrada en  $(r,0,0)$  en el sistema de referencia  $X$ - $Y$ - $Z$ .

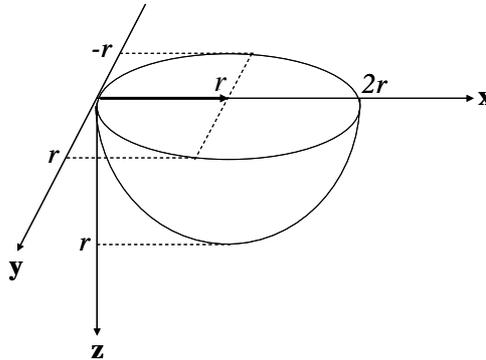


Figura 2. Migración sísmica en profundidad de la respuesta impulso.

Antes de aplicar el primer paso de la fase del procesamiento, es necesario definir el plano basculante  $\pi$ , el cual representa la nueva superficie en el sistema  $X'Y'Z'$ . Este plano tiene una normal  $\hat{n}$  unitaria, la cual está parametrizada en coordenadas esféricas por dos ángulos  $\theta$  (declinación) y  $\varphi$  (acimut) (Figura 3).

Las componentes del vector  $\hat{n}$  son

$$n_x = \text{sen } \theta \cos \varphi, \quad (4)$$

$$n_y = \text{sen } \theta \text{sen } \varphi, \quad (5)$$

$$n_z = \cos \theta, \quad y \quad (6)$$

$$|\hat{n}| = 1. \quad (7)$$

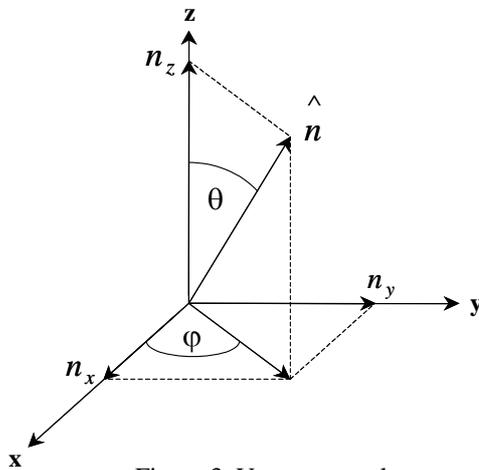


Figura 3. Vector normal unitario del plano basculante.

donde  $n_x$ ,  $n_y$  y  $n_z$  representan las coordenadas del vector normal en el sistema X Y Z.

El punto de pivote del plano  $\pi$  es el origen de coordenadas. Por lo tanto la ecuación del plano basculante tiene la siguiente forma

$$(\text{sen } \theta \cos \varphi)x + (\text{sen } \theta \text{sen } \varphi)y + (\cos \theta)z = 0, \quad (8)$$

despejando  $z$  de la ecuación 8, se obtiene (Apéndice A)

$$z = -\operatorname{tg} \theta (x \cos \varphi + y \operatorname{sen} \varphi). \quad (9)$$

Una vez definida la ecuación del plano basculante, el cual pasa a ser la nueva superficie o *datum*, el próximo paso consiste en determinar los tiempos de viaje de los rayos de incidencia normal entre la superficie esférica y el plano basculante. Para ello se procede a calcular las distancias existentes entre el plano  $\pi$  y la superficie esférica (Figura 4).

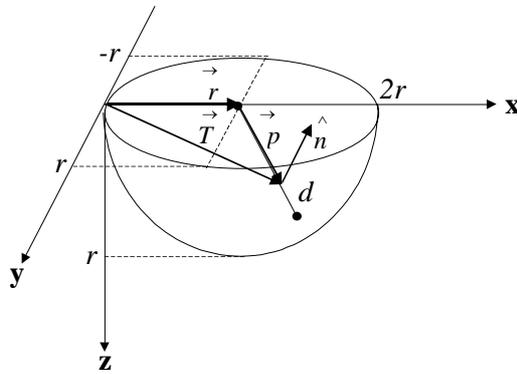


Figura 4. Distancia del plano  $\pi$  a la superficie de interés.

donde  $\vec{T}$  es un vector perteneciente al plano  $\pi$  con coordenadas referenciadas al sistema vertical,  $\vec{p}$  es un vector en la dirección del rayo de incidencia normal medido desde el centro de la semiesfera hasta el plano basculante y  $d$  la distancia entre el plano  $\pi$  y la semiesfera en la misma dirección del rayo de incidencia normal.

como  $\vec{F} \in \pi$ , entonces de la Figura 4 se puede observar que

$$\vec{r} = (r, 0, 0), \quad (10)$$

$$\vec{T} = (x, y, z), \quad (11)$$

$$\vec{p} = \vec{T} - \vec{r}, \quad y \quad (12)$$

$$d = r - |\vec{p}|. \quad (13)$$

Sustituyendo las coordenadas de los vectores  $\vec{F}$  y  $\vec{T}$  en la ecuación 12 y la coordenada  $z$  por la ecuación 9, y posteriormente sustituyendo  $\vec{p}$  en la ecuación 13, se obtiene

$$\vec{p} = (x - r)\hat{x} + y\hat{y} + \text{tg } \theta(x \cos \varphi + y \text{sen } \varphi)\hat{z}, \quad (14)$$

$$d = r - \sqrt{(x - r)^2 + y^2 + \text{tg}^2 \theta (x \cos \varphi + y \text{sen } \varphi)^2}. \quad (15)$$

La ecuación 15 permite calcular la distancia existente entre el plano basculante y la superficie esférica por debajo del plano para diferentes puntos medios comunes de reflexión (*CMP*), a lo largo de las direcciones crossline (eje  $x$ ) e inline (eje  $y$ ) en el nuevo sistema de referencia. Finalmente el tiempo de viaje, para medios de velocidad constante, viene dado por la siguiente ecuación,

$$t(x', y') = \frac{2}{v} \left[ r - \sqrt{(x - r)^2 + y^2 + \text{tg}^2 \theta (x \cos \varphi + y \text{sen } \varphi)^2} \right]. \quad (16)$$

la cual representa la respuesta impulso del operador de *wave equation datuming*.  
 Haciendo  $y=0$  y  $\varphi=0$ , la ecuación 16 se reduce al calculo de los tiempos de viaje en 2-D

$$t(x') = \frac{2}{v} \left[ r - \sqrt{(x-r)^2 + x^2 \operatorname{tg}^2 \theta} \right]. \quad (17)$$

Con esta ecuación se realiza analíticamente el primer paso de la secuencia de procesamiento sugerida, es decir, se calcula la respuesta impulso observada en el sistema  $X'Y'Z'$ .

Las distancias entre *CMP* a lo largo de las direcciones inline y crossline no son invariantes durante el proceso de “*wave equation datuming*” (Figura 5), por lo tanto se requiere realizar una transformación de la métrica que define las distancias entre *CMP* en los dos sistemas de referencia, las cuales vienen dadas por las siguientes ecuaciones (Apéndice B)

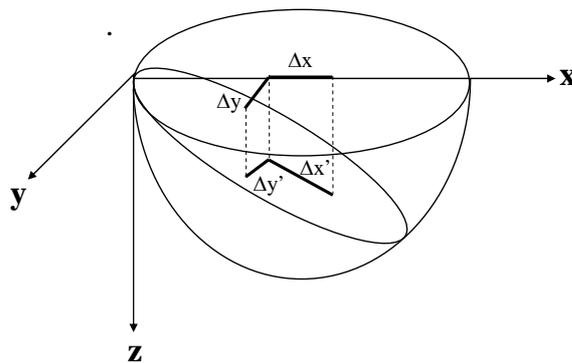


Figura 5. Transformación 3-D de las distancias entre *CMP* a lo largo de las direcciones inline y crossline entre sistemas de referencia.

$$\Delta x' = \Delta x \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi}, \quad (18)$$

$$\Delta y' = \Delta y \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi}. \quad (19)$$

donde  $\Delta x'$  y  $\Delta y'$  representan las discretizaciones a lo largo de las direcciones  $x'$  y  $y'$  denominadas *crossline* e *inline* respectivamente.  $\Delta x$  y  $\Delta y$  representan las discretizaciones en el sistema vertical  $X Y Z$  o sistema vertical. Una inspección de las ecuaciones (18) y (19) indica que potencialmente se requiere de una interpolación de trazas antes del proceso de “*wave equation datuming*” para evitar efectos de *aliasing* espacial, el cual toma lugar para valores altos de  $\theta$  (CAPITULO III).

Haciendo  $\Delta y=0$  y  $\varphi=0$ , las ecuaciones 18 y 19 se reducen al caso 2-D (Figura 6)

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\cos \theta}. \quad (20)$$

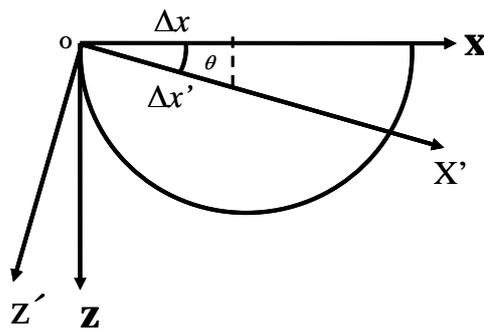


Figura 6. Transformación 2-D de las distancias entre *CMP* a lo largo del eje  $x$  entre sistemas de referencia.

Para determinar el área en superficie que contribuye a la imagen de la semiesfera durante la migración en profundidad después de apilamiento se iguala a cero la ecuación 15. De esta forma se determina el contorno resultante de la intersección entre el plano basculante y la superficie esférica. La proyección de este contorno en superficie tiene la forma de una elipse (Figura 7) como se demuestra a continuación,

$$x^2(1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi) + y^2(1 + \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi) + 2x(y \operatorname{tg}^2 \theta \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi - r) = 0. \quad (21)$$

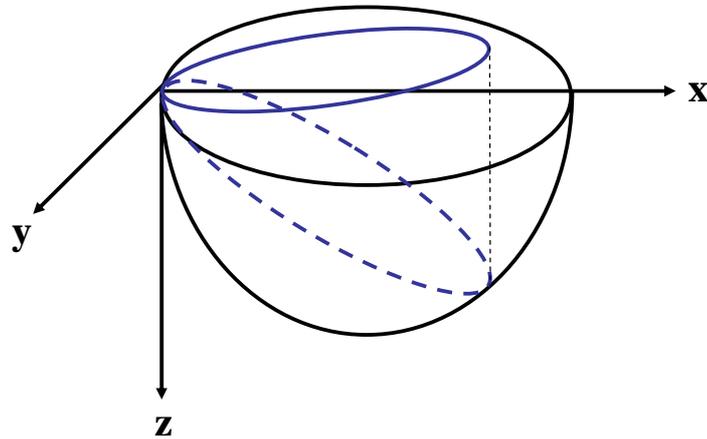


Figura 7. Intersección del plano  $\pi$  con la superficie esférica de interés y su proyección en superficie.

Completando cuadrados después de algebra simple se obtiene la siguiente forma canónica de la elipse (Apéndice C),

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1, \quad (22)$$

donde

$$x_o = -\frac{y \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi - r}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi}, \quad (23)$$

$$y_o = -r \operatorname{sen}^2 \theta \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi, \quad (24)$$

$$a = \frac{r \sqrt{\cos^2 \theta + \operatorname{sen}^4 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi \cos^2 \varphi}}{\cos \theta (1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi)}, \quad (25)$$

$$b = r \sqrt{\cos^2 \theta + \operatorname{sen}^4 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi \cos^2 \varphi}, \quad (26)$$

$$e = \frac{b}{a} = \cos \theta (1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi), \quad (27)$$

$$f = \pm r \sqrt{(\cos^2 \theta + \operatorname{sen}^4 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi \cos^2 \varphi) \left[ \frac{1}{\cos^2 \theta (1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi)^2} - 1 \right]}, \quad (28)$$

donde  $x_o$  y  $y_o$  representan las coordenadas del centro de la elipse,  $a$  es el semieje mayor,  $b$  es el semieje menor,  $e$  representa la excentricidad de la elipse y  $f$  las coordenadas de los focos. Nótese que la orientación de la elipse en superficie está controlada por el ángulo acimutal y la declinación, los cuales definen la dirección del plano basculante. Para determinar los mínimos y máximos a lo largo de las direcciones inline y crossline que contribuye al proceso de migración sísmica en profundidad después de apilamiento, se utilizó el criterio de la primera derivada (Apéndice D), resultando en

$$x_{min} = 0, \quad (29)$$

$$x_{max} = 2r \cos^2 \theta (1 + \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi), \quad (30)$$

$$y_{min} = \frac{r}{2} \left( -\operatorname{sen}^2 \theta \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi - 2\sqrt{\cos^2 \theta + \operatorname{sen}^4 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi \cos^2 \varphi} \right), \quad (31)$$

$$y_{max} = \frac{r}{2} \left( -\operatorname{sen}^2 \theta \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi + 2\sqrt{\cos^2 \theta + \operatorname{sen}^4 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi \cos^2 \varphi} \right), \quad (32)$$

donde  $x_{max}$  representa en superficie la distancia máxima crossline,  $y_{min}$  es la distancia mínima inline y  $y_{max}$  la máxima inline. Haciendo  $y_{min}=0$ ,  $y_{max}=0$  y  $\varphi=0$ , las ecuaciones 29, 30, 31 y 32 se reducen al caso 2-D

$$x_{max} = 2r \cos^2 \theta. \quad (33)$$

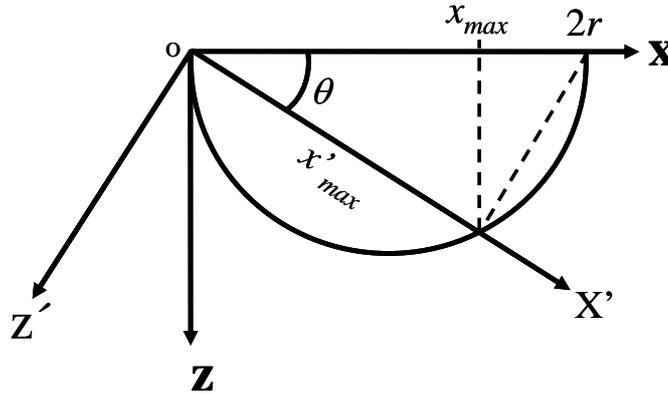


Figura 8. Distancia de interés en superficie para el caso 2-D.

En el caso extremo en el que el ángulo de declinación  $\theta$  es de  $90^\circ$ , la ecuación 33 se anula (Figura 8). Esto corresponde al punto de tangencia entre el plano basculante y

el semicírculo. Por otra parte, cuando  $\theta=0$  se tiene que  $x_{max}=2r$ , lo cual coincide con la máxima distancia en superficie que contribuye al proceso de migración en el sistema de referencia vertical.

Finalmente, es necesario transformar las coordenadas de los *CMP* a lo largo de las direcciones inline y crossline del sistema vertical al plano basculante. Para ello se requiere definir la orientación del sistema primado, por convención se utilizó la dirección del vector en superficie que une a los puntos  $x_{max}$  con el origen, el cual es proyectado sobre el plano basculante (Figura 9).

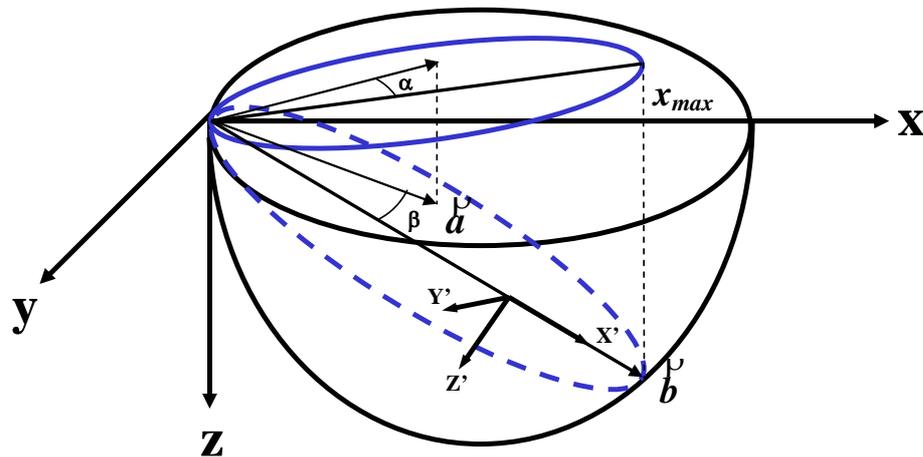


Figura 9. Ley de transformación de coordenadas del sistema X-Y-Z al X'-Y'-Z'.

Adicionalmente, en la determinación de la transformación de coordenadas se utilizó la definición del producto punto de la siguiente manera

$$\cos \beta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|}, \quad (34)$$

donde

$$\vec{a} = [x, y, -tg\theta(x\cos\varphi + y\sen\varphi)], \quad (35)$$

$$\vec{b} = [x_{max}, y(x_{max}), -tg\theta(x_{max}\cos\varphi + y(x_{max})\sen\varphi)], \quad (36)$$

$$x' = |a|\cos\beta, \quad (37)$$

$$y' = |a|\sen\beta, \quad (38)$$

donde  $x'$  y  $y'$  son las coordenadas de los *CMP* a lo largo de las direcciones crossline e inline en el plano basculante, respectivamente.

Por otra parte, la superficie que define al volumen de la semiesfera que contribuye durante el proceso de migración direccional viene dado por (Figura 10.a)

$$\left(x' - r\sqrt{1 - \sen^2\theta\cos^2\varphi}\right)^2 + y'^2 + (z' + r\sen\theta\cos\varphi)^2 = r^2; \quad (39)$$

Haciendo  $y'=0$  y  $\varphi=0$ , la superficie que define al volumen que es migrado en profundidad por el extrapolador oblicuo se reduce al caso 2-D (Figura 10.b) a la ecuación de un semicírculo, el cual viene descrito en el plano basculante por la siguiente ecuación

$$(x' - r\cos\theta)^2 + (z' + r\sen\theta)^2 = r^2. \quad (40)$$

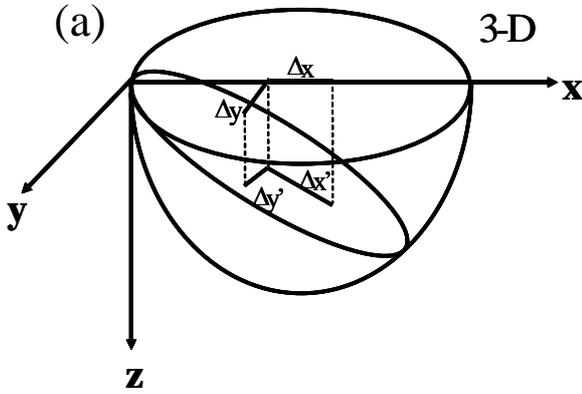


Figura 10.a. Respuesta impulso 3-D del operador de migración direccional en el sistema primado.

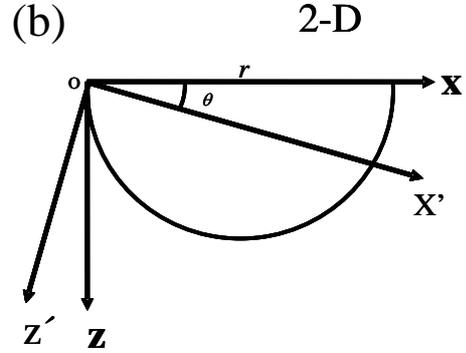


Figura 10.b. Respuesta impulso 2-D del operador de migración direccional en el sistema primado.

La forma geométrica producida por la intersección entre el plano basculante y la semiesfera es una circunferencia (Figura 7), esta curva delimita el área sobre el plano basculante que contribuye a la migración en profundidad después del proceso de *wave equation datuming*. La ecuación de la circunferencia se obtiene analíticamente haciendo  $z'=0$  en la ecuación 39

$$\left(x' - r\sqrt{1 - 2\text{sen}^2\theta \text{cos}^2\varphi}\right)^2 + y'^2 = r'^2. \quad (41)$$

donde  $r' = r\sqrt{1 - 2\text{sen}^2\theta \text{cos}^2\varphi}$  representa el radio de la circunferencia en el sistema primado.

Finalmente, en la tercera fase de la secuencia de procesamiento es necesario realizar una rotación 3-D para referenciar cada una de las imágenes sísmicas migradas en

profundidad a su verdadera posición en el subsuelo medida con respecto al sistema original  $X$ - $Y$ - $Z$  (Figura 11).

La ley de transformación que permite realizar el cambio de coordenadas entre ambos sistemas de referencia viene dado por las siguientes ecuaciones (Apéndice E),

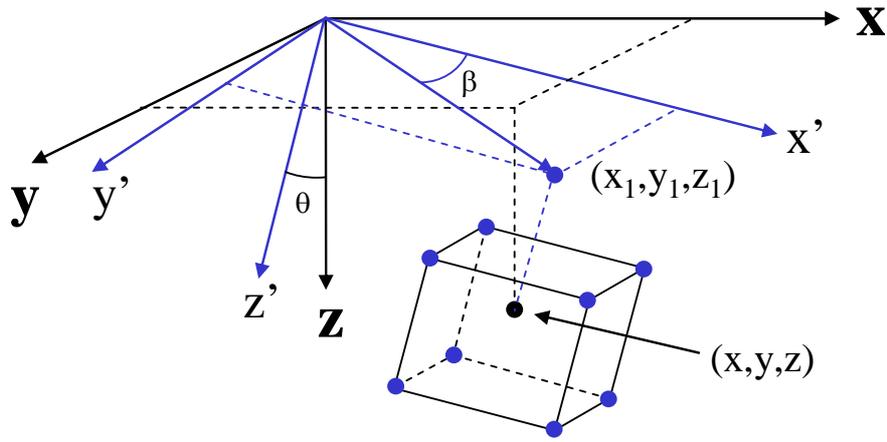


Figura 11. Rotación 3-D de las imágenes sísmicas en profundidad del sistema  $X'$ - $Y'$ - $Z'$  al sistema vertical  $X$ - $Y$ - $Z$ .

$$x_1 = x(1 - \text{sen}^2 \theta \cos^2 \varphi) - y \text{sen}^2 \theta \text{sen} \varphi \cos \varphi - z \text{sen} \theta \cos \theta \cos \varphi, \quad (42)$$

$$y_1 = y(1 - \text{sen}^2 \theta \text{sen}^2 \varphi) - x \text{sen}^2 \theta \text{sen} \varphi \cos \varphi - z \text{sen} \theta \cos \theta \text{sen} \varphi, \quad (43)$$

$$z_1 = z \text{sen}^2 \theta - x \text{sen} \theta \cos \theta \cos \varphi - y \text{sen} \theta \cos \theta \text{sen} \varphi, \quad (44)$$

$$x' = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cos \beta, \quad (45)$$

$$y' = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \text{sen} \beta, \quad (46)$$

$$z' = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}, \quad (47)$$

donde  $x_I$ ,  $y_I$  y  $z_I$  corresponden a un resultado intermedio que determina las coordenadas del *CMP* en el plano basculante que se genera a partir de la intersección de la recta que pasa por el punto  $x$ ,  $y$  y  $z$  en la dirección del vector normal del plano basculante,  $x'$  y  $y'$  son las coordenadas crossline e inline en el plano basculante y  $z'$  representa la profundidad del punto  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (medido en superficie) con respecto al sistema primado.

Haciendo  $y=0$ ,  $\beta=0$  y  $\varphi=0$  las ecuaciones 42-47 se reducen a una rotación simple bidimensional, la cual es descrita por las ecuaciones (Apéndice E),

$$x' = x \cos \theta - z \operatorname{sen} \theta, \quad (48)$$

$$y' = x \operatorname{sen} \theta + z \cos \theta. \quad (49)$$

Debido a las diferentes orientaciones de los sistemas de referencia, la ley de transformación de coordenadas de los *CMP* a lo largo de las direcciones inline y crossline (ecuaciones 42-47) no garantiza que la localización de los puntos a evaluar, del mallado en el sistema vertical, coincidan con los puntos obtenidos en el sistema primado, por lo que es necesario realizar una interpolación (Figura 11). El esquema de interpolación utilizado en este trabajo, está basado en un promedio ponderado de ocho puntos vecinos descritos por las siguientes ecuaciones (Figura 12)

$$A = \frac{A_x dx' + A_y dy' + A_z dz'}{dx' + dy' + dz'}. \quad (50)$$

Donde  $A$  es el valor de amplitud promediado,  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A_z$ ,  $dx'$ ,  $dy'$  y  $dz'$  son los valores promedios de las amplitudes (Figura 12) así como las discretizaciones espaciales a lo largo de las direcciones crossline, inline y profundidad en el sistema primado respectivamente.

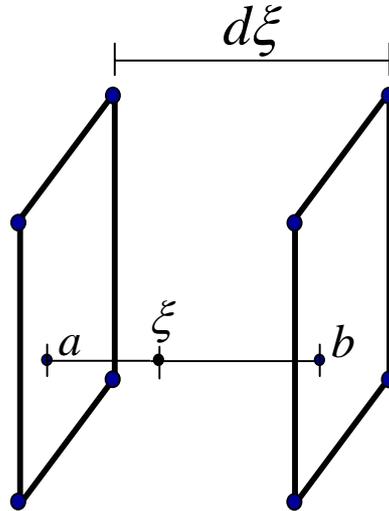


Figura 12. Promedio ponderado a lo largo de una de las direcciones de interés en el sistema de referenencia primado. La coordenada generalizada  $\xi$  representa la dirección crossline, inline o profundidad.

Por otra parte, el promedio de las amplitudes a lo largo de las direcciones crossline, inline o profundidad vienen dadas por

$$A_x = \frac{a(dx' - x') + bx'}{dx'}, \quad (51)$$

$$A_y = \frac{c(dy' - y') + dy'}{dy'}, \quad (52)$$

$$A_z = \frac{e(dz' - z') + dz'}{dz'}, \quad (53)$$

donde  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  y  $f$  representas las proyecciones del punto  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  a lo largo de las tres direcciones de interés (Figura 12).

De la ecuación 50 se puede observar que si el punto  $x',y',z'$  equidista de los puntos vecinos, el promedio ponderado degenera a un promedio aritmético, ya que los pesos convergen al mismo valor como se observa en la siguiente ecuación

$$A = \frac{A_x + A_y + A_z}{3}. \quad (54)$$

Finalmente, habiendo llegado a este punto del esquema de procesamiento propuesto, solo resta apilar todos los volúmenes migrados en profundidad y rotados al sistema  $X$ - $Y$ - $Z$  para obtener una imagen migrada en profundidad que contenga todos los buzamientos estructurales de interés.

## CAPITULO III

### RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

#### Resultados numéricos y análisis de la respuesta impulso.

Utilizando la secuencia de procesamiento de datos sísmicos descrita en el Capítulo II, se realizó un estudio de sensibilidad de la respuesta impulso del operador de *wave equation datuming* como función de los ángulos de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) para los siguientes casos

- Variación del ángulo de declinación ( $0^\circ \leq \theta \leq 75^\circ$ ) para un acimut constante ( $\varphi=0^\circ$ ).
- Variación acimutal ( $0^\circ \leq \varphi \leq 75^\circ$ ) para un ángulo de declinación constante ( $\theta=0^\circ$ ).
- Variación acimutal ( $0^\circ \leq \varphi \leq 75^\circ$ ) para un ángulo de declinación constante ( $\theta=45^\circ$ ).

Para este estudio se utilizó como sección apilada de entrada al proceso de *wave equation datuming* una delta de Dirac localizada a un tiempo de 0,8 s con coordenadas en superficie  $x=1000$  m y  $y=0$  m (en el sistema vertical). Esto corresponde a un modelo geológico de una semiesfera de radio 1000 m con una velocidad constante de 2500 m/s. El número de puntos a lo largo de las direcciones crossline e inline es de 201 con una discretización espacial de 10 m respectivamente. La rata de muestreo en tiempo de las secciones apiladas es de 4 ms y el tiempo máximo de grabación es de 1,1 s.

En las Figuras 13, 15 y 17 se muestran las variaciones en la respuesta impulso del operador de *wave equation datuming* como función de los ángulos descritos

anteriormente. Por otra parte, en las Figuras 14, 16 y 18 se aprecia el comportamiento del área en la superficie del sistema vertical que contribuye al proceso de migración direccional para las mismas variaciones angulares.

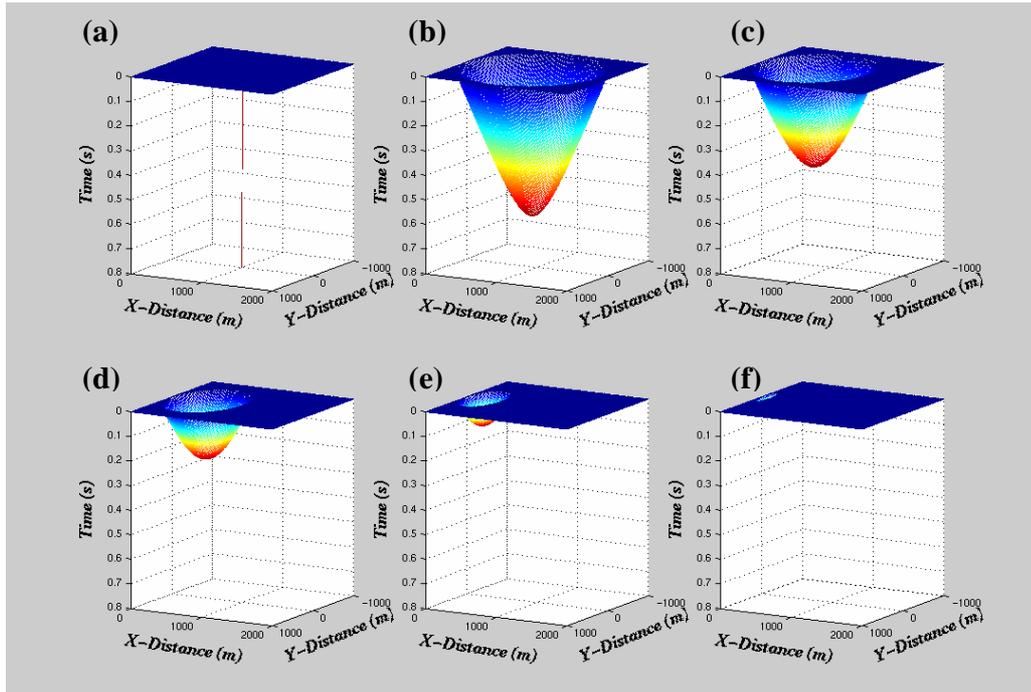


Figura 13. Respuesta impulso del operador de *wave equation datuming* como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=0^\circ$ , (b)  $\theta=15^\circ$   $\varphi=0^\circ$ , (c)  $\theta=30^\circ$   $\varphi=0^\circ$ , (d)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=0^\circ$ , (e)  $\theta=60^\circ$   $\varphi=0^\circ$  y (f)  $\theta=75^\circ$   $\varphi=0^\circ$ .

En la Figura 13 se observa que al variar únicamente la declinación, se produce una reducción del tiempo máximo de grabación el cual es inversamente proporcional al incremento del ángulo  $\theta$ . En particular se puede apreciar una variación notable de 700 ms en el tiempo máximo de grabación de la respuesta impulso del operador de *wave equation datuming* desde 0.8 s (Figura 13.a) hasta valores menores que 0.1 s (Figura 13.f).

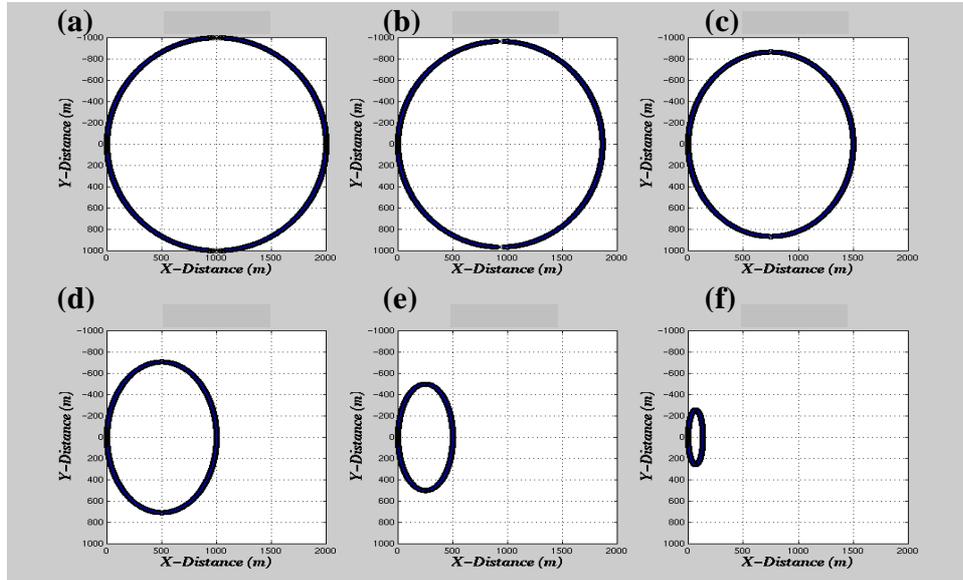


Figura 14. Área en superficie que contribuye al proceso de migración direccional como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=0^\circ$ , (b)  $\theta=15^\circ$   $\varphi=0^\circ$ , (c)  $\theta=30^\circ$   $\varphi=0^\circ$ , (d)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=0^\circ$ , (e)  $\theta=60^\circ$   $\varphi=0^\circ$  y (f)  $\theta=75^\circ$   $\varphi=0^\circ$ .

En el estudio de sensibilidad del área de interés en superficie que contribuye al proceso de migración direccional ilustrado en la Figura 14 se indica una fuerte dependencia de la dirección crossline con el ángulo de declinación.

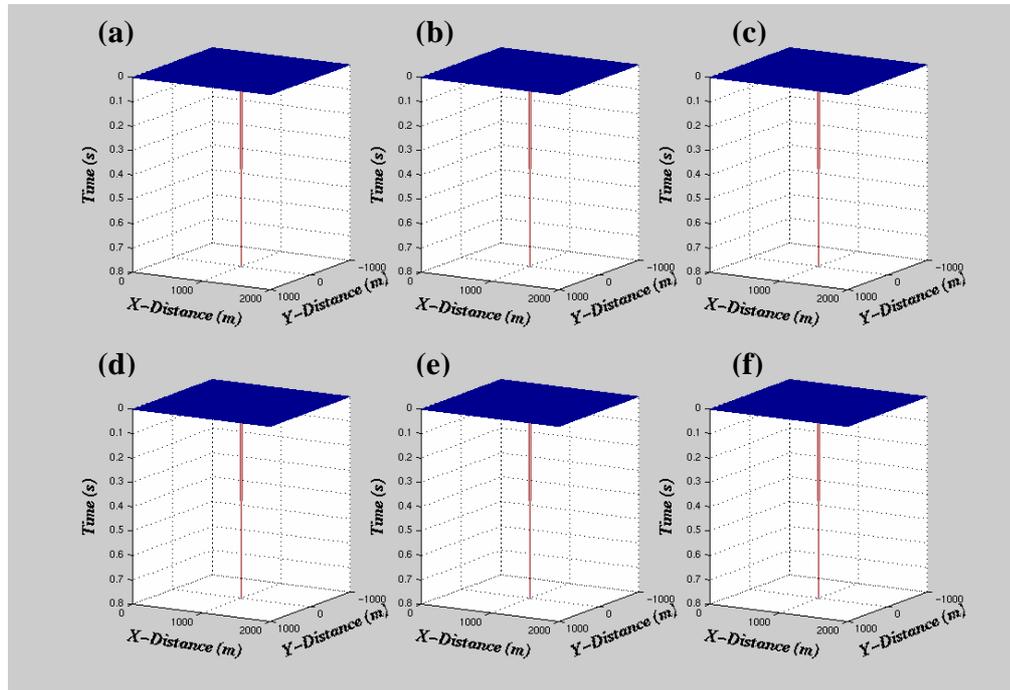


Figura 15. Respuesta impulso del operador de *wave equation datuming* como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=0^\circ$ , (b)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=15^\circ$ , (c)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=30^\circ$ , (d)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=45^\circ$ , (e)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=60^\circ$  y (f)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=75^\circ$ .

En la Figura 15 se indican las variaciones en los tiempos de viaje de la respuesta impulso del operador de *wave equation datuming* como función del acimut para un ángulo de declinación fijo de  $0^\circ$ . Nótese que la respuesta impulso grabada en superficie (Figura 15.a) es invariante ante rotaciones acimutales, por lo tanto, para que el proceso de “*wave equation datuming*” sea efectivo, el ángulo de declinación debe ser diferente de cero.

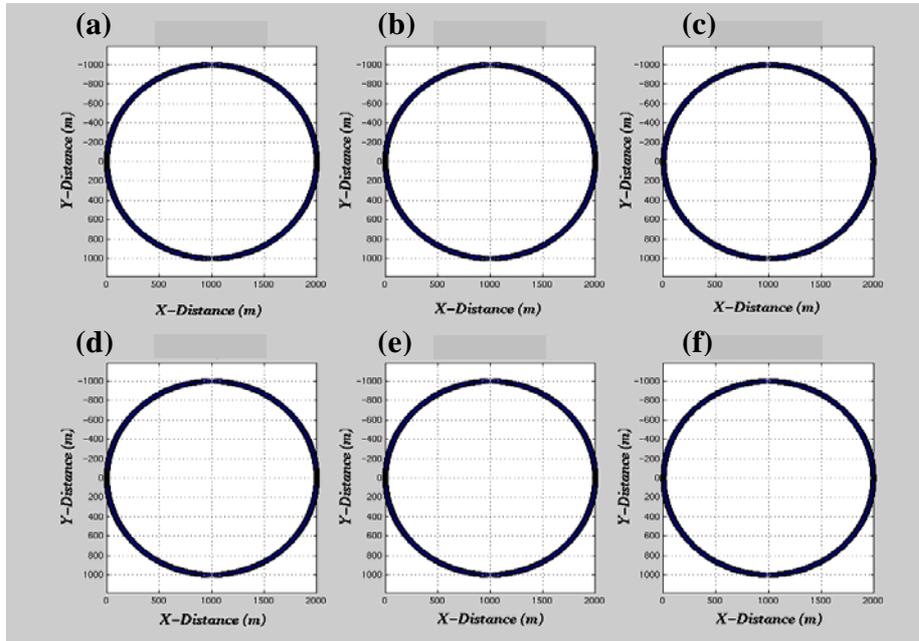


Figura 16. Área en superficie que contribuye al proceso de migración direccional como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=0^\circ$ , (b)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=15^\circ$ , (c)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=30^\circ$ , (d)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=45^\circ$ , (e)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=60^\circ$  y (f)  $\theta=0^\circ$   $\varphi=75^\circ$ .

En la Figura 16 se ilustra el área en superficie que contribuye durante la fase de migración direccional después de realizar el proceso de *wave equation datuming* como función del acimut. Nótese que en este caso, como la respuesta impulso del operador de *wave equation datuming* es invariante ante rotaciones, el área en superficie que contribuye durante el proceso de migración direccional coincide con el área en superficie del proceso de migración convencional, es decir, el área de una semiesfera de radio 1000 m centrada en  $x=1000$  m y  $y=0$  m.

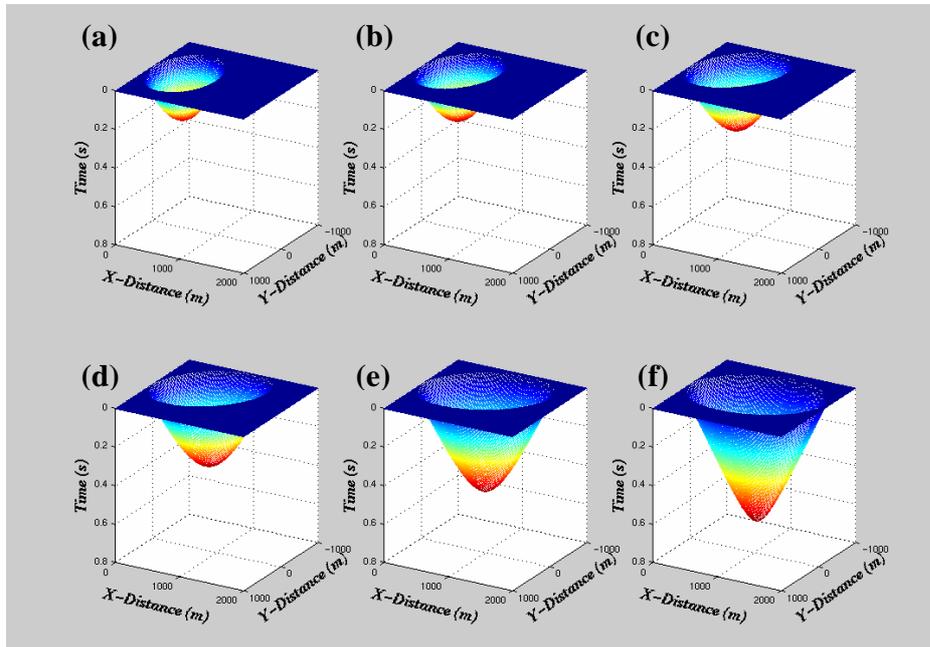


Figura 17. Respuesta impulso del operador de *wave equation datuming* como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=0^\circ$ , (b)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=15^\circ$ , (c)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=30^\circ$ , (d)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=45^\circ$ , (e)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=60^\circ$  y (f)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=75^\circ$ .

En la Figura 17, se aprecian las variaciones en los tiempos de viaje de la respuesta impulso del operador de *wave equation datuming* como función del incremento en el acimut para un ángulo de declinación constante de  $45^\circ$ . En este caso, se puede apreciar una variación notable de 600 ms en el tiempo máximo de grabación, la cual es inversa al caso mostrado en la Figura 13, ya que el tiempo máximo de grabación de la respuesta impulso del operador de *wave equation datuming* se incrementa desde 0.2 s (Figura 17.a) hasta 0,8 s (Figura 17.f)

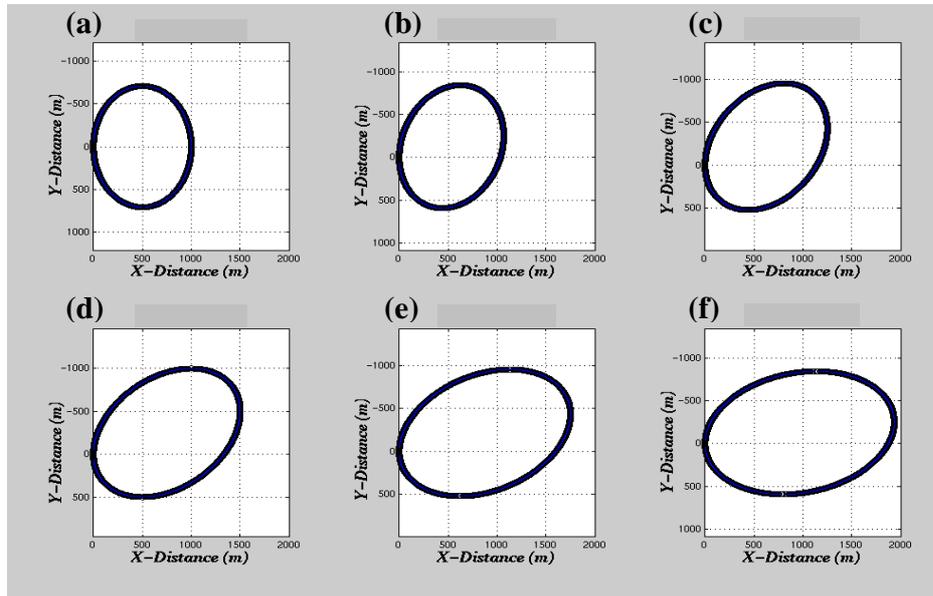


Figura 18. Área en superficie que contribuye al proceso de migración direccional como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=0^\circ$ , (b)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=15^\circ$ , (c)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=30^\circ$ , (d)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=45^\circ$ , (e)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=60^\circ$  y (f)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=75^\circ$ .

En la Figura 18 se ilustra el efecto combinado de la declinación y el acimut en el estudio de sensibilidad del área de interés en superficie que contribuye al proceso de migración direccional. Existe una fuerte dependencia tanto de la dirección crossline como de la dirección inline con respecto a la variación del ángulo acimutal para una declinación constante de  $45^\circ$ . Nótese que las variaciones acimutales producen una rotación en sentido horario del área en superficie, mientras que las variaciones en el ángulo de declinación controlan la excentricidad de la elipse.

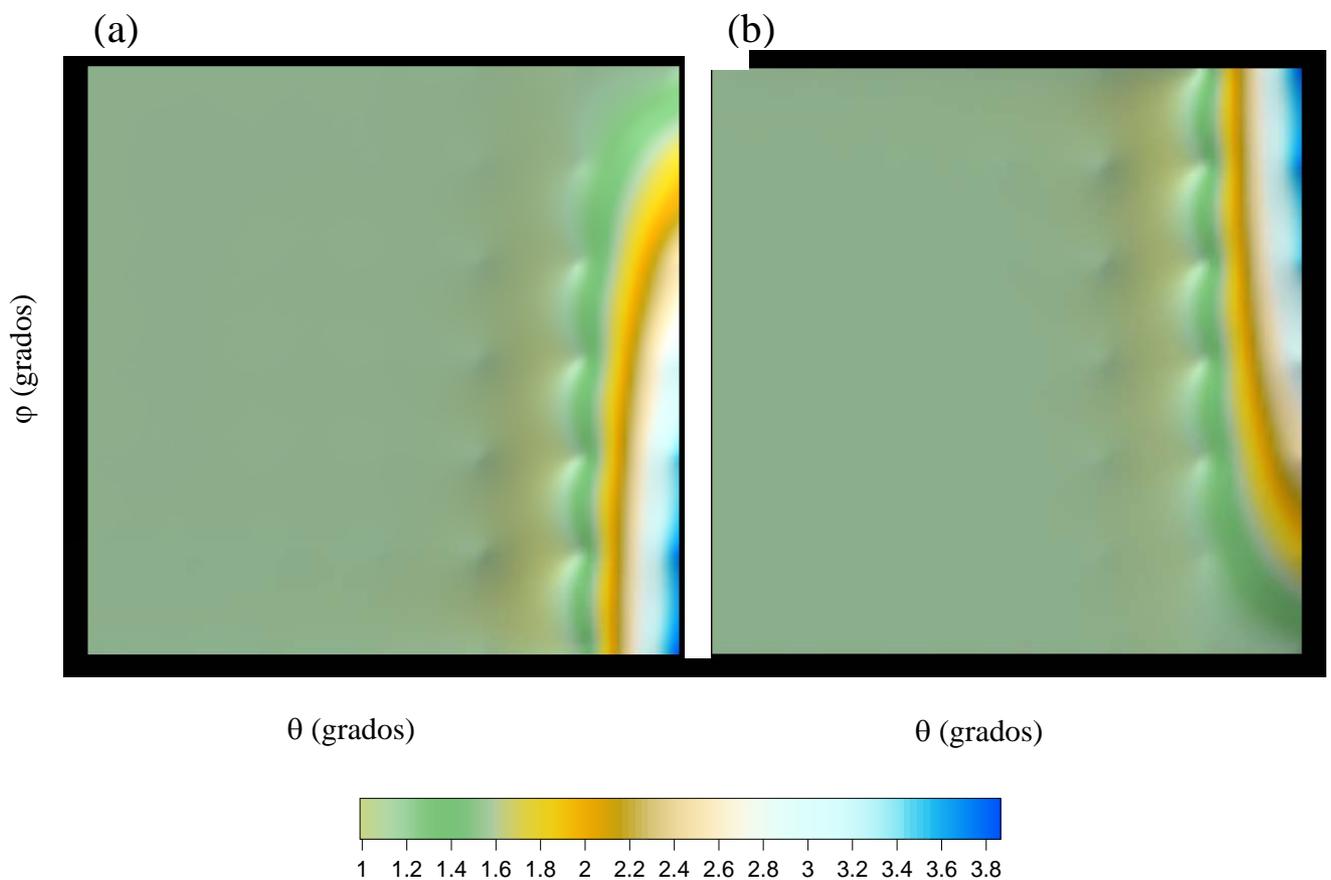


Figura 19. Estudio de sensibilidad de las distancias en el plano basculante como función de la declinación ( $\theta$ ) y el acimut ( $\varphi$ ) a lo largo de (a) dirección crossline y (b) dirección inline.

En la Figura 19 se muestran las variaciones en las distancias a lo largo de las direcciones crossline (Figura 19.a) e inline (Figura 19.b) como función del ángulo de declinación y el acimut después del proceso de *wave equation datuming*. Nótese que las discretizaciones a lo largo de las direcciones crossline e inline en el plano basculante cambian de manera importante para ángulos de declinación mayores de  $60^\circ$ . Por lo tanto, una interpolación de trazas puede ser requerida antes del proceso de *wave equation datuming* para evitar aliasing de reflectores con altos buzamientos aparentes en la sección apilada procesada en superficie.

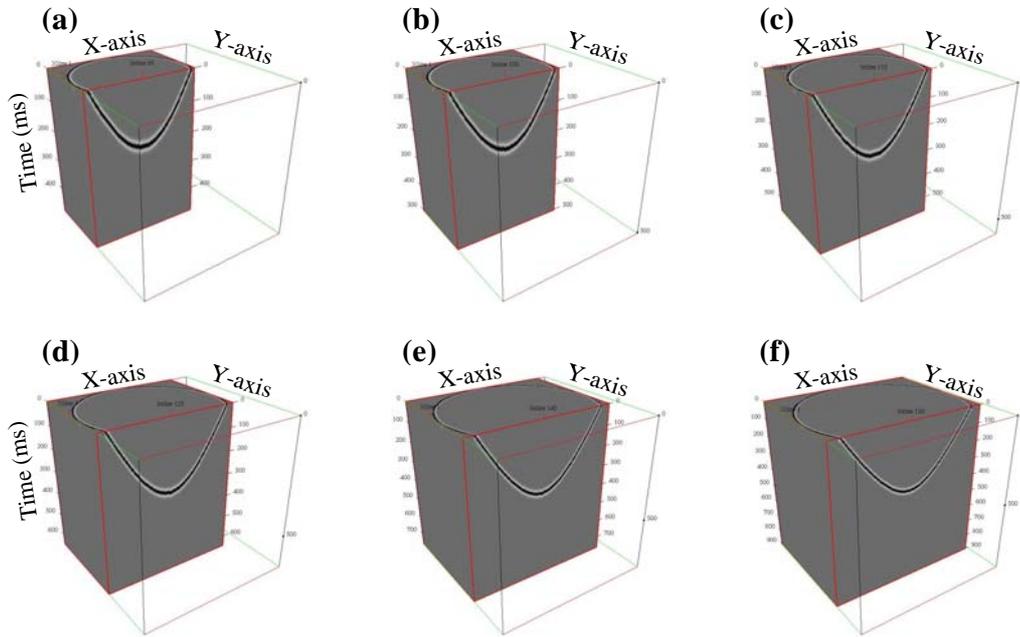


Figura 20. Sismogramas apilados en el plano basculante como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\varphi$ ) (a)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=0^\circ$ , (b)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=15^\circ$ , (c)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=30^\circ$ , (d)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=45^\circ$ , (e)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=60^\circ$  y (f)  $\theta=45^\circ$   $\varphi=75^\circ$ .

En la Figura 20 se muestran los sismogramas apilados en el plano basculante resultantes del proceso de *wave equation datuming* como función del ángulo de declinación y acimut. Los sismogramas son el resultado de la convolución en tiempo de la respuesta impulso del operador de *wave equation datuming* con una ondícula Ricker de fase cero. El número de puntos de la ondícula es de 128 con una tasa de muestreo de 4 ms y una frecuencia dominante de 30 Hz. Para evitar el “aliasing” espacial de los altos buzamientos antes del proceso de “*wave equation datuming*”, las trazas fueron interpoladas a un mallado de  $10 \times 10 \text{ m}^2$  a lo largo de las direcciones inline y crossline respectivamente. Nótese que el área de interés que contribuye al proceso de migración direccional en el plano basculante no es una elipse, es la circunferencia resultante de la intersección del plano basculante con la semiesfera (como se demostró en el capítulo anterior). Por otra parte, el radio de esta circunferencia está controlado por los ángulos de declinación y acimut (Ecuación 41). En este ejemplo, se fijó el ángulo de declinación en  $45^\circ$ , por lo que al aumentar de

manera monótona el valor del acimut, el término que resta en el término radial de la ecuación 41 disminuye. Por lo tanto, el valor del radio que controla el área que contribuye al proceso de migración direccional se incrementa proporcionalmente al aumentar el ángulo acimutal.

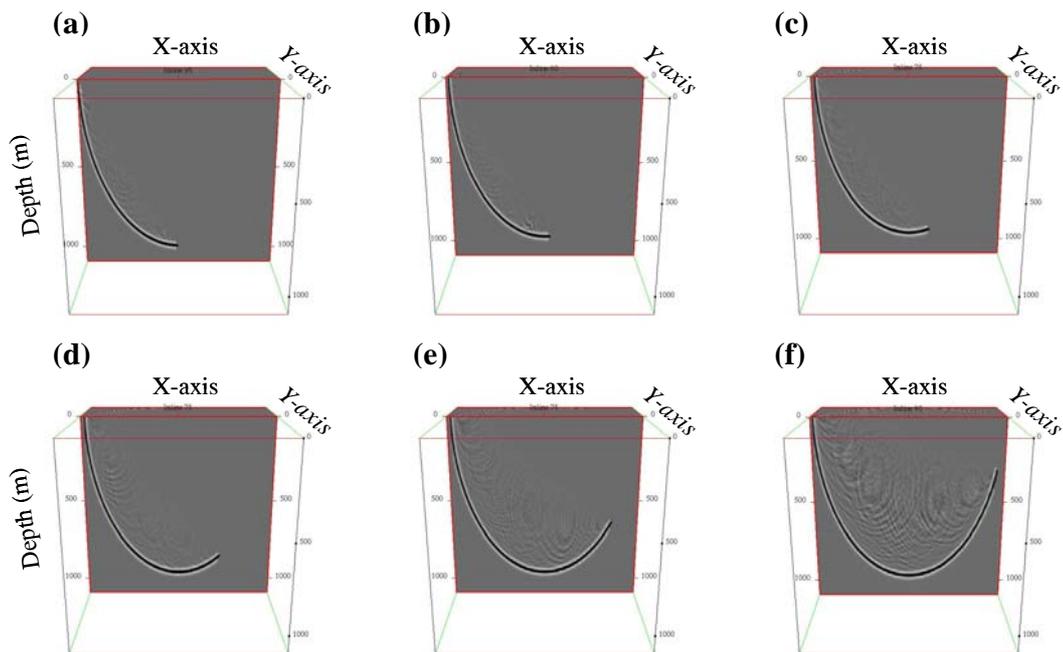


Figura 21. Sismogramas migrados en profundidad rotados al sistema vertical como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\phi$ ) (a)  $\theta=45^\circ$   $\phi=0^\circ$ , (b)  $\theta=45^\circ$   $\phi=15^\circ$ , (c)  $\theta=45^\circ$   $\phi=30^\circ$ , (d)  $\theta=45^\circ$   $\phi=45^\circ$ , (e)  $\theta=45^\circ$   $\phi=60^\circ$  y (f)  $\theta=45^\circ$   $\phi=75^\circ$ .

En la Figura 21 se muestran los diferentes sismogramas migrados en profundidad una vez realizada la rotación 3-D para referenciar la imagen en profundidad al sistema vertical. Al igual que en la Figura 20, se ilustra un corte a lo largo de la dirección crossline para mostrar el efecto de la extrapolación oblicua sobre el proceso de migración en profundidad dentro de cada volumen sísmico. En esta Figura se aprecia el efecto de la extrapolación oblicua en profundidad como función del ángulo de declinación ( $\theta$ ) y acimut ( $\phi$ ), ya que el operador de migración direccional permite generar una imagen selectiva de los diferentes buzamientos estructurales contenidos

en la respuesta impulso de un operador de migración sísmica en profundidad convencional.

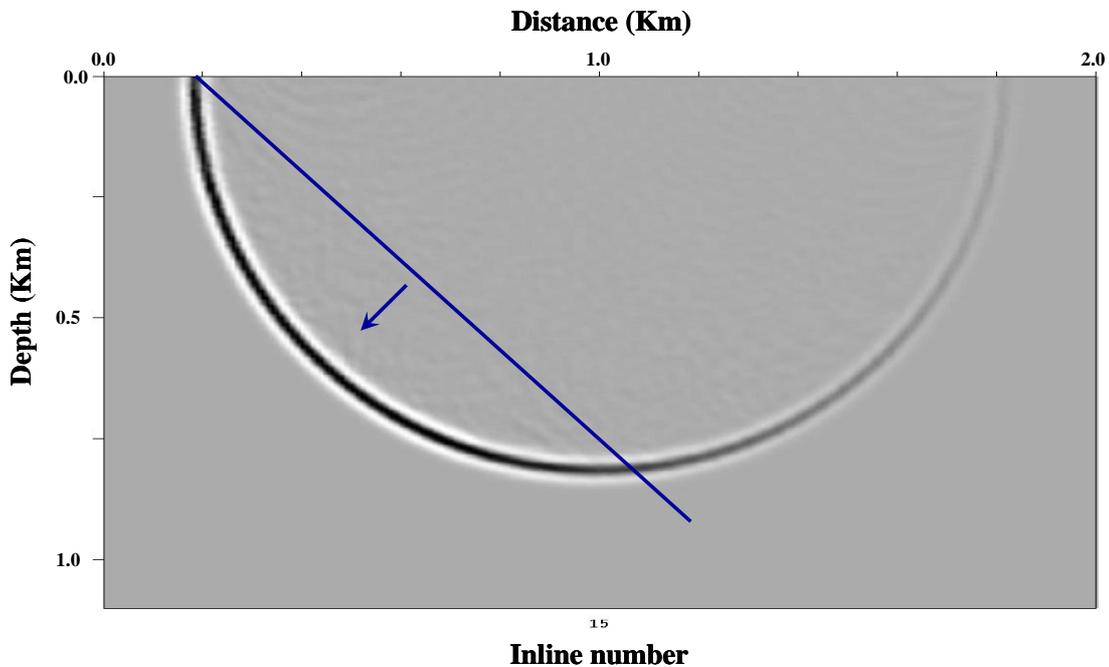


Figura 22. Apilado de los sismogramas migrados en profundidad después del paso intermedio de rotación al sistema vertical. También se indica la dirección de extrapolación utilizada por el operador de migración direccional.

Como se describe en la última fase de la secuencia de procesamiento sísmico propuesta en este trabajo especial de grado, es necesario, después del paso intermedio de rotación al sistema vertical, realizar un apilamiento de todos los sismogramas migrados direccionalmente en profundidad, con la finalidad de obtener una imagen sísmica final migrada en profundidad con la resolución lateral suficiente que permita definir todas las pendientes estructurales de interés, en este caso de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ . En la Figura 22 se muestra un corte del volumen sísmico migrado en profundidad a lo largo de la inline 15. También se incluye en la figura la posición aproximada del plano basculante utilizado durante la fase de migración direccional a lo largo del cual se realizó la extrapolación en profundidad. Nótese que la imagen en profundidad

contiene todos los buzamientos estructurales resolubles espacialmente por un operador de migración convencional. Sin embargo, la distribución energética de las amplitudes observadas en la respuesta impulso, presentan un mejoramiento en la definición estructural de los altos buzamientos, particularmente aquellos que subyacen por debajo de la dirección de basculamiento del plano  $\pi$ .

## Resultados numéricos y análisis del domo de sal.

Para evaluar la respuesta del operador de migración direccional en un caso realista de interés exploratorio, se consideró un modelo sintético 2-D que incluye las reflexiones sísmicas provenientes del flanco de un domo de sal.

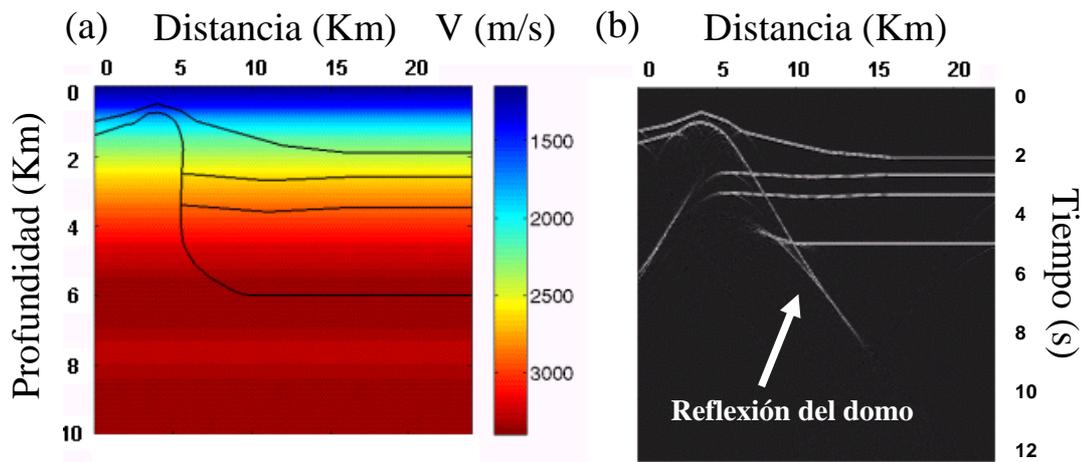


Figura 23. (a) Modelo de velocidades intervállicas en profundidad en el sistema vertical, (b) Sección apilada resultante del proceso de wave equation datuming.

En la Figura 23.a se muestra el modelo geológico en el sistema vertical ( $X-Z$ ), en el cual se aprecian buzamientos mayores de  $90^\circ$ , también se incluye el campo de velocidades intervállicas en profundidad utilizado durante el proceso de migración direccional. El modelo tiene una distancia en superficie de 24000 m y una profundidad máxima de 10000 m con iguales discretizaciones a lo largo del eje  $x$  y en profundidad  $z$  de 10 m. En la Figura 23.b se observa la sección apilada obtenida con el método de Kirchhoff. El espaciamiento entre  $CMP$  es de 10 m y la rata de muestreo en tiempo es de 4 ms.

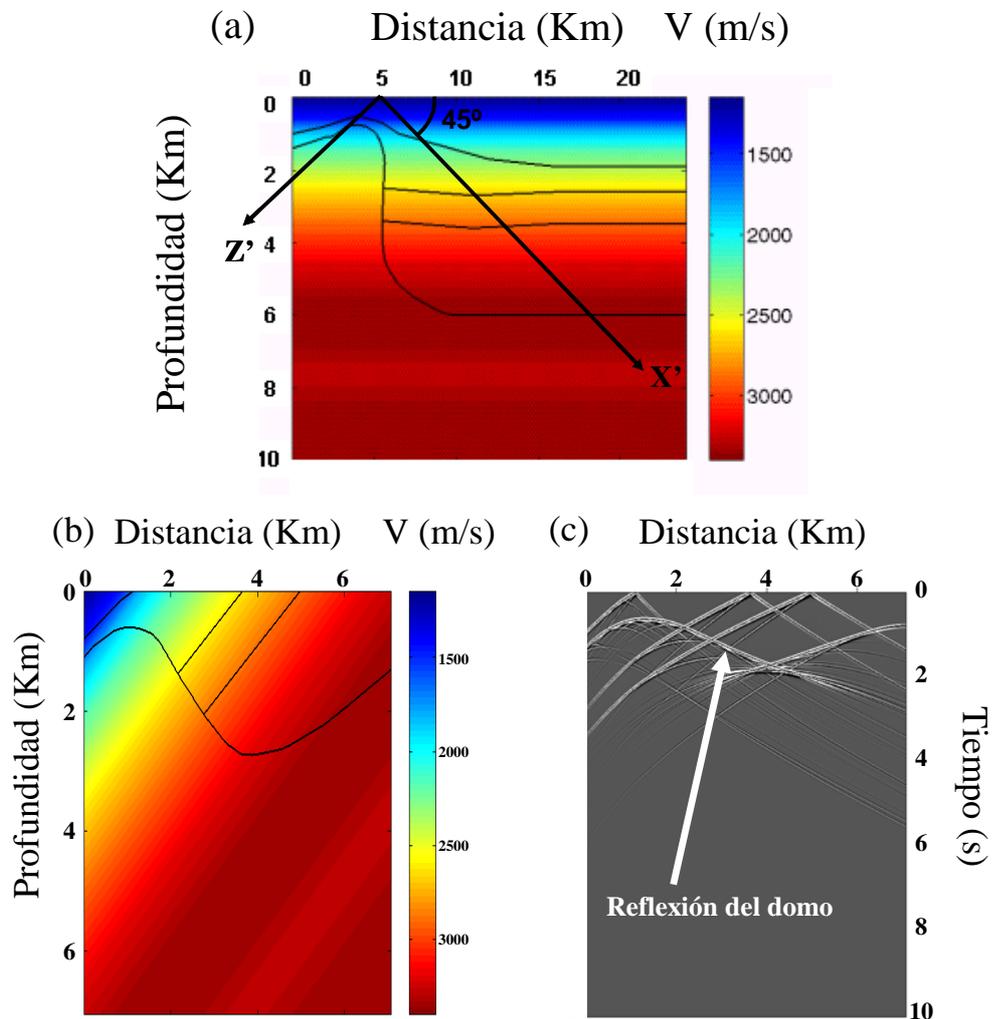


Figura 24. (a) Modelo de velocidades intervállicas en el sistema vertical, así como la identificación del sistema de referencia primado utilizado para el cálculo de wave equation datuming, (b) modelo de velocidades intervállicas en el sistema primado, (c) sección apilada resultante del proceso de wave equation datuming.

Para realizar el proceso de *wave equation datuming* de la sección apilada, se definió un nuevo sistema de referencia  $X'-Z'$  (Figura 24.a) el cual tiene una declinación de  $45^\circ$  cuyo origen está localizado a una distancia en superficie de 5000 m. En la Figura 24.b se ilustra el campo de velocidades intervállicas en profundidad utilizado durante el proceso de *wave equation datuming*. Nótese que en el nuevo sistema de referencia

los buzamientos provenientes del domo de sal son menores. El espaciamiento entre *CMP* así como la tasa de muestreo en profundidad son de 10 m. el modelo tiene una distancia y una profundidad máxima de 7080 m. En la Figura 24.c se observa la sección apilada resultante del proceso de *wave equation datuming*. Nótese que el rango de pendientes aparentes de las reflexiones provenientes del domo de sal son mucho menores que las observadas en la Figura 23.b. El espaciamiento entre *CMP* es de 10 m y la tasa de muestreo en tiempo de la sección apilada es de 4 ms.

En la Figura 25 se observa una comparación entre el método de migración sísmica en profundidad convencional utilizando un extrapolador pseudoespectral en el dominio de la frecuencia-espacio basado en la aproximación de  $65^\circ$  de la ecuación de onda de una vía (Figura 25.a) y el método de migración sísmica direccional propuesto en este trabajo especial de grado (Figura 25.b).

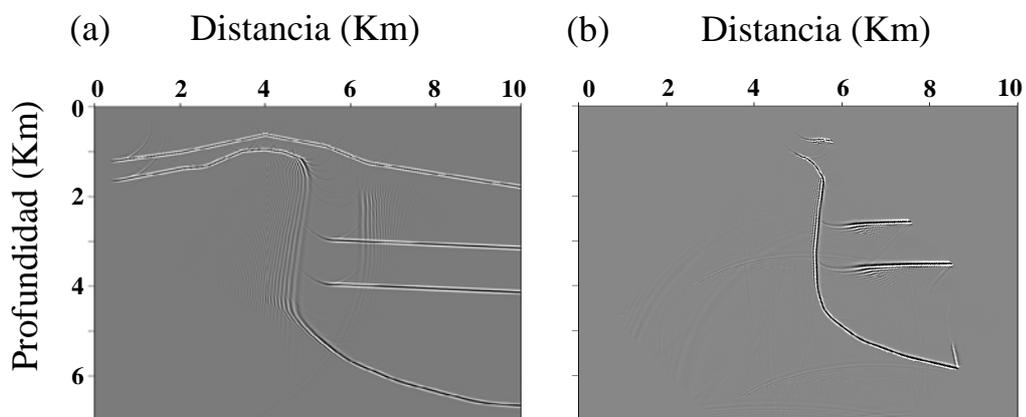


Figura 25. (a) migración sísmica en profundidad convencional en el sistema vertical,  
(b) migración sísmica direccional en profundidad.

En la Figura 25.a se puede apreciar la pobre resolución espacial del domo de sal, así como el inadecuado posicionamiento espacial de las reflexiones provenientes del domo como resultado de las limitaciones inherentes en el máximo buzamiento del extrapolador de migración.

En la Figura 25.b se observa un claro mejoramiento en la definición estructural del domo. Nótese que la extrapolación oblicua con un ángulo de  $45^\circ$  no permite resolver todo el rango de buzamientos presentes en el modelo, por lo tanto es necesario generar una imagen en profundidad con un ángulo menor de  $10^\circ$  para reconstruir todos los buzamientos de interés durante el proceso final de apilamiento.

## CAPITULO IV

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### Conclusiones.

- Se desarrolló una nueva secuencia de procesamiento de migración sísmica direccional 3-D en profundidad después de apilamiento que aumenta la resolución espacial en profundidad de los reflectores de alto buzamiento.
- El espaciamiento en las direcciones inline y crossline del volumen sísmico apilado resultante del proceso de “*wave equation datuming*”, es incrementado por un valor proporcional a  $\sqrt{1 + tg^2 \theta \sin^2 \varphi}$  y  $\sqrt{1 + tg^2 \theta \cos^2 \varphi}$  respectivamente. Por lo tanto, una interpolación de las trazas puede ser requerida antes del proceso de “*wave equation datuming*”.
- El apilado de los volúmenes sísmicos migrados en profundidad, resultantes de la secuencia iterativa de procesamiento propuesta, es necesario para recuperar de manera optima, todos los buzamientos estructurales de interés.
- Esta nueva secuencia de procesamiento de migración sísmica direccional 3-D en profundidad después de apilamiento, hace honor completamente a la ecuación de onda, por lo tanto el uso de la capa de velocidad cero no es requerida durante el proceso de *wave equation datuming*.

### **Recomendaciones.**

- Aplicar esta nueva secuencia de procesamiento a un volumen de datos sísmicos reales adquiridos en zonas estructuralmente complejas. Aunque esta metodología ha sido desarrollada para el procesamiento adecuado de las reflexiones provenientes de las capas volcadas de domos de sal, en el noreste de Venezuela existen domos de lodo donde esta técnica podría ser de potencial utilidad.
- Extender la técnica de migración sísmica direccional en profundidad después de apilamiento al dominio antes de apilamiento.
- Debido a que el proceso de *wave equation datuming* es controlado por el campo de velocidades interválicas en profundidad, se sugiere realizar un estudio de la sensibilidad del operador de migración direccional con respecto a las incertidumbres en las velocidades interválicas durante este proceso.

## BIBLIOGRAFIA

Berryhill, J.R. (1979). *Wave-equation datuming*. Geophysics, 44 (8): 1329-1344

Bleistein, N. (1986). *Two-and-one-half dimensional in-place wave propagation*. Geophys. Prosp., 34: 686-703

Claerbout, J.F. (1985). *Imaging the earth's interior*. Blackwell Scientific Pub. Inc.

Hale, D., Hill, N.R. y Stefani, J. (1992). *Imaging salt with turning seismic waves*, Geophysics, 57 (11): 1453-1462

Higginbotham, J.H., Shin, Y., y Sukup, D.V. (1985). *Directional depth migration*, Geophysics, 50 (11): 1784-1789

Ratcliff, D.W., Gray, S.H., y Whitmore, N.D. (1992). *Seismic imaging of salt structures in the Gulf of Mexico*, The Leading Edge, 11 (4): 15-31

Zhang, J., y McMechan, G.A. (1997). *Turning wave migration by horizontal extrapolation*, Geophysics, 62 (1): 291-296

## APÉNDICE A

### Ecuación del plano basculante.

Sea  $\hat{n}$  un vector normal al plano parametrizado en coordenadas esféricas y  $r$  y  $r_o$  un par de puntos pertenecientes al plano

$$n_x = \text{sen } \theta \cos \varphi; \quad (\text{A-1})$$

$$n_y = \text{sen } \theta \text{sen } \varphi; \quad (\text{A-2})$$

$$n_z = \cos \theta; \quad (\text{A-3})$$

$$|\hat{n}| = 1; \quad (\text{A-4})$$

$$\mathcal{P} = (x, y, z); \quad (\text{A-5})$$

$$\mathcal{P}_o = (x_o, y_o, z_o). \quad (\text{A-6})$$

Utilizando la definición del plano  $(\mathcal{P} - \mathcal{P}_o) \cdot \hat{n} = 0$

$$(x - x_o)n_x + (y - y_o)n_y + (z - z_o)n_z = 0; \quad (\text{A-7})$$

$$xn_x + yn_y + zn_z = l; \text{ donde } l = x_on_x + y_on_y + z_on_z. \quad (\text{A-8})$$

Como el plano pasa por el origen del sistema de coordenadas  $l$  es igual a cero.  
Sustituyendo las ecuaciones (A-1)-(A-3) en la ecuación (A-8) se obtiene

$$(\operatorname{sen} \theta \cos \varphi)x + (\operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \varphi)y + (\cos \theta)z = 0. \quad (\text{A-9})$$

Finalmente despejando  $z$  se obtiene

$$z = -\operatorname{tg} \theta (x \cos \varphi + y \operatorname{sen} \varphi). \quad (\text{A-10})$$

## APÉNDICE B

### Ley de transformación de distancias a lo largo de las direcciones inline y crossline del sistema vertical al plano basculante.

consideremos dos puntos en las direcciones crossline e inline con coordenadas  $(\Delta x, 0, 0)$  y  $(0, \Delta y, 0)$  respectivamente. Para determinar la proyección vertical de estos puntos sobre el plano basculante se sustituyen sus coordenadas en la ecuación 9, obteniéndose

$$(\Delta x, 0, -\Delta x \operatorname{tg} \theta \cos \varphi); \quad (\text{B-1})$$

$$(0, \Delta y, -\Delta y \operatorname{tg} \theta \operatorname{sen} \varphi). \quad (\text{B-2})$$

Para obtener la ley de transformación de las distancias en el sistema primado, se calcula la distancia de los puntos (B-1) y (B-2) al origen de coordenadas, obteniéndose

$$\Delta x' = \Delta x \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi}; \quad (\text{B-3})$$

$$\Delta y' = \Delta y \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi}. \quad (\text{B-4})$$

## APÉNDICE C

**Determinación del área en superficie que contribuye a la imagen de la semiesfera durante el proceso de migración direccional en profundidad.**

$$x^2(1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi) + y^2(1 + \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi) + 2x(y \operatorname{tg}^2 \theta \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi - r) = 0 \quad (\text{C-1})$$

Dividiendo la ecuación (C-1) entre el coeficiente que acompaña a  $x^2$  se obtiene

$$x^2 + y^2 \left[ \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi} \right] + 2x \left[ \frac{y \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi - r}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi} \right] + \left[ \frac{y \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi - r}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi} \right]^2 - \left[ \frac{y \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi - r}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi} \right]^2 = 0. \quad (\text{C-2})$$

Completando cuadrados en  $x$  en la ecuación (C-2) se obtiene

$$\left[ x + \frac{y \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi - r}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi} \right]^2 + y^2 \left[ \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi} \right] - \left[ \frac{y \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi - r}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi} \right]^2 = 0. \quad (\text{C-3})$$

Por otra parte, dividiendo la ecuación (C-3) entre el coeficiente que acompaña a  $y^2$  se obtiene

$$\left[ \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi} \right] \left[ x + \frac{y \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi - r}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi} \right]^2 + y^2 - \frac{(y \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi - r)^2}{(1 + \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi)(1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi)} = 0. \quad (\text{C-4})$$

Desarrollando el producto notable y agrupando términos se obtiene

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1 + tg^2 \theta \cos^2 \varphi}{1 + tg^2 \theta \sin^2 \varphi} \right] \left[ x + \frac{y tg^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi - r}{1 + tg^2 \theta \cos^2 \varphi} \right]^2 \\ & + y^2 \left[ 1 - \frac{tg^4 \theta \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi}{(1 + tg^2 \theta \sin^2 \varphi)(1 + tg^2 \theta \cos^2 \varphi)} \right] + \frac{2yr tg^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi - r^2}{(1 + tg^2 \theta \sin^2 \varphi)(1 + tg^2 \theta \cos^2 \varphi)} = 0. \end{aligned} \quad (C-5)$$

Simplificando

$$(1 + tg^2 \theta \cos^2 \varphi)^2 \left[ x + \frac{y tg^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi - r}{1 + tg^2 \theta \cos^2 \varphi} \right]^2 + y^2 \sec^2 \theta + 2yr tg^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi - r^2 = 0. \quad (C-6)$$

Multiplicando la ecuación (C-4) por  $\cos^2 \theta$  y completando cuadrados en  $y$  se obtiene la siguiente ecuación,

$$\begin{aligned} & \cos^2 \theta (1 + tg^2 \theta \cos^2 \varphi)^2 \left[ x + \frac{y tg^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi - r}{1 + tg^2 \theta \cos^2 \varphi} \right]^2 \\ & + (y + r \sin^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi)^2 = r^2 (\cos^2 \theta + \sin^4 \theta \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi). \end{aligned} \quad (C-7)$$

Finalmente, dividiendo la ecuación (C-7) entre  $r^2 (\cos^2 \theta + \sin^4 \theta \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi)$ , se obtiene la siguiente forma canónica de la elipse

$$\begin{aligned} & \frac{\cos^2 \theta (1 + tg^2 \theta \cos^2 \varphi)^2}{r^2 (\cos^2 \theta + \sin^4 \theta \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi)} \left[ x + \frac{y tg^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi - r}{1 + tg^2 \theta \cos^2 \varphi} \right]^2 \\ & + \frac{(y + r \sin^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi)^2}{r^2 (\cos^2 \theta + \sin^4 \theta \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi)} = 1. \end{aligned} \quad (C-8)$$

## APÉNDICE D

### Determinación de los puntos máximos y mínimos de la elipse a lo largo de las direcciones inline y crossline en superficie.

Como punto de partida se utilizó la ecuación 8, la cual define la ecuación general de la elipse en superficie

$$x^2(1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi) + y^2(1 + \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi) + 2xy \operatorname{tg}^2 \theta \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi - 2xr = 0. \quad (\text{D-1})$$

Para facilitar los cálculos se renombraron los coeficientes de la ecuación (D-1) de la siguiente forma

$$C_1 = 1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi; \quad (\text{D-2})$$

$$C_2 = 1 + \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi; \quad (\text{D-3})$$

$$C_3 = 2 \operatorname{tg}^2 \theta \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi; \quad (\text{D-4})$$

$$C_4 = 2r; \quad (\text{D-5})$$

$$x^2 C_1 + y^2 C_2 + xy C_3 - x C_4 = 0. \quad (\text{D-6})$$

Para calcular los puntos máximos y mínimos a lo largo de la dirección crossline ( $x$ ), se calcula la derivada en forma implícita para obtener el término

$$2xx'C_1 + 2yC_2 + x'yC_3 + xC_3 - x'C_4 = 0; \quad (\text{D-7})$$

$$x' = \frac{-(2yC_2 + xC_3)}{2xC_1 + yC_3 - C_4} = 0. \quad (\text{D-8})$$

Para calcular los puntos de inflexión se iguala a cero la ecuación (D-8) con lo cual se obtiene

$$y = \frac{-xC_3}{2C_2}. \quad (D-9)$$

Sustituyendo (D-9) en la ecuación (D-6) después de algebra simple se obtiene

$$x^2C_1 + \frac{x^2C_3^2}{4C_2} - \frac{x^2C_3^2}{2C_2} - xC_4 = 0 \Rightarrow x \left[ xC_1 - \frac{x^2C_3^2}{4C_2} - C_4 \right] = 0. \quad (D-10)$$

Finalmente, los puntos máximos y mínimos a lo largo de la dirección crossline vienen dados por

$$x_1 = 0; \quad (D-11)$$

$$x_2 = \frac{C_4}{\left[ C_1 - \frac{C_3^2}{4C_2} \right]} = 2r \cos^2 \theta (1 + \operatorname{tg}^2 \theta \operatorname{sen}^2 \varphi). \quad (D-12)$$

Aplicando el mismo criterio de la derivada en forma implícita a lo largo de la dirección inline (  $y$  ) se obtiene

$$2xC_1 + 2yy'C_2 + yC_3 + xy'C_3 - C_4 = 0. \quad (D-13)$$

Despejando  $y'$  en la ecuación (D-13) se obtiene

$$y' = \frac{C_4 - 2xC_1 - yC_3}{(2yC_2 + xC_3)} = 0. \quad (D-14)$$

Igualando a cero la ecuación (D-14)

$$C_4 - 2xC_1 - yC_3 = 0 \Rightarrow x = \frac{C_4 - yC_3}{2C_1}. \quad (\text{D-15})$$

Sustituyendo (D-15) en la ecuación (D-6) de la elipse, se obtiene después de algebra simple

$$(4C_1C_2 - C_3^2)y^2 + 2C_3C_4y - C_4^2 = 0. \quad (\text{D-16})$$

Finalmente, los puntos máximos y mínimos a lo largo de la dirección inline vienen dados por

$$y = \frac{-C_3C_4 \pm C_4\sqrt{4C_1C_2}}{4C_1C_2 - C_3^2}; \quad (\text{D-17})$$

$$y = \frac{r}{2} \left( -\text{sen}^2 \theta \text{sen} \varphi \cos \varphi \pm 2\sqrt{\cos^2 \theta + \text{sen}^4 \theta \text{sen}^2 \varphi \cos^2 \varphi} \right) \quad (\text{D-18})$$

## APÉNDICE E

### Rotación 3-D para referenciar las imágenes en profundidad del sistema primado al sistema vertical.

Para calcular la ley de transformación de las coordenadas de un punto en el sistema primado al sistema vertical, se comienza por definir la ecuación de la recta en la dirección del vector normal del plano basculante que pasa por el punto  $(x,y,z)$  (Figura 11).

$$\frac{(x_1 - x)}{\text{sen } \theta \cos \varphi} = \frac{(y_1 - y)}{\text{sen } \theta \text{sen } \varphi} = \frac{(z_1 - z)}{\cos \theta} = t. \quad (\text{E-1})$$

Posteriormente, se calculan las coordenadas del punto de intersección  $(x_1, y_1, z_1)$  de esta recta con el plano basculante.

$$x_1 = t \text{sen } \theta \cos \varphi + x; \quad (\text{E-2})$$

$$y_1 = t \text{sen } \theta \text{sen } \varphi + y; \quad (\text{E-3})$$

$$z_1 = t \cos \theta + z. \quad (\text{E-4})$$

Para encontrar el valor del parámetro  $t$  en la ecuación (E-1), se sustituyen las ecuaciones (E-2), (E-3) y (E-4) en la ecuación 8 obteniendose

$$t = -x \text{sen } \theta \cos \varphi - y \text{sen } \theta \text{sen } \varphi - z \cos \theta. \quad (\text{E-5})$$

Finalmente, sustituyendo el valor de  $t$  en las ecuaciones (E-2), (E-3) y (E-4) se obtienen las coordenadas del punto de intersección de interés

$$x_1 = x(1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) - y \sin^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi - z \sin \theta \cos \theta \cos \varphi; \quad (\text{E-6})$$

$$y_1 = y(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi) - x \sin^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi - z \sin \theta \cos \theta \sin \varphi; \quad (\text{E-7})$$

$$z_1 = z \sin^2 \theta - x \sin \theta \cos \theta \cos \varphi - y \sin \theta \cos \theta \sin \varphi. \quad (\text{E-8})$$

Finalmente, las coordenadas inline y crossline vienen dadas por las siguientes ecuaciones

$$x' = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cos \beta; \quad (\text{E-9})$$

$$y' = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sin \beta; \quad (\text{E-10})$$

$$z' = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}. \quad (\text{E-11})$$

Haciendo  $y=0$ ,  $\varphi = 0$  y  $\beta=0$ , en las ecuaciones 42, 43 y 44 se degenera al caso 2-D, obteniéndose las siguientes ecuaciones

$$x_1 = x \cos^2 \theta - z \sin \theta \cos \theta; \quad (\text{E-12})$$

$$z_1 = z \sin^2 \theta - x \sin \theta \cos \theta. \quad (\text{E-13})$$

Finalmente, sustituyendo las ecuaciones (E-12) y (E-13) en las ecuaciones (E-9) y (E-11), después de algebra simple, se obtienen para el caso 2-D las coordenadas para referenciar las imágenes en profundidad del sistema primado al sistema vertical

$$x' = x \cos \theta - z \sin \theta; \quad (\text{E-14})$$

$$z' = x \sin \theta + z \cos \theta. \quad (\text{E-15})$$