## **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

## ANÁLISIS DE SUBSIDENCIA PRODUCIDA POR LA EXCAVACIÓN DE TÚNELES DE LA LÍNEA 4 DEL METRO DE CARACAS, APLICANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Trabajo Especial de Grado Presentado ante la Ilustre Universidad Central de Venezuela para optar al título de Ingeniero de Minas Por el Br. Espinoza Chavarría, Donald Agustín

Ciudad Universitaria, Noviembre de 2005

## **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

## ANÁLISIS DE SUBSIDENCIA PRODUCIDA POR LA EXCAVACIÓN DE TÚNELES DE LA LÍNEA 4 DEL METRO DE CARACAS, APLICANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Tutor académico : Prof. Miguel Castillejo Tutor industrial : Ing. Edwin Medrano

> Trabajo Especial de Grado Presentado ante la Ilustre Universidad Central de Venezuela para optar al título de Ingeniero de Minas Por el Br. Espinoza Chavarría, Donald Agustín

Ciudad Universitaria, Noviembre de 2005

#### AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero dar gracias a Dios y a mis Padres por su incondicional apoyo durante toda mi carrera. También quiero agradecer a mi Tutor el Profesor Miguel Castillejo por su guía y asistencia durante la realización de este trabajo. Un agradecimiento especial al personal de la Sala Técnica de la Línea IV de Odebrecht, principalmente a mi Tutor Industrial Ingeniero Edwin Medra, y a los Ingenieros Rogelio Braceras, Loly Rodríguez y Andrea Scremin, por todo el gran apoyo recibido. Finalmente quiero agradecer a todos los miembros del Departamento de Minas y de la Comisión Electoral de la UCV, quienes de una forma u otra colaboraron con la realización de este trabajo.

#### Espinoza C. Donald A.

## ANÁLISIS DE SUBSIDENCIA PRODUCIDA POR LA EXCAVACIÓN DE TÚNELES DE LA LÍNEA 4 DEL METRO DE CARACAS, APLICANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

## Tutor Académico: Prof. Miguel Castillejo. Tutor Industrial: Ing. Edwin Medrano. Tesis. Ciudad Universitaria, U. C. V. Facultad de Ingeniería. Escuela de Geología, Minas y Geofísica. Departamento de Minas. 2005, nº pág. 192.

Palabras Claves: Túneles, Subsidencia, Asentamientos, Elementos Finitos.

Resumen. En las áreas urbanas la construcción de túneles puede producir diferentes movimientos que en muchos casos pueden ocasionar daños a edificaciones y servicios. Los métodos de diseño convencionales usados en la práctica de la ingeniería para predecir estos movimientos se basan en ecuaciones empíricas sin tomar en cuenta las características de las estructuras. Con el desarrollo de los nuevos y poderosos computadores se han desarrollado nuevos métodos basados en análisis de Elementos Finitos, mediante los cuales se puede tomar en cuenta el efecto que genera la rigidez y el peso de las edificaciones en los movimientos del terreno. En este trabajo de investigación se busca, mediante Modelos 3D de Elementos Finitos, estudiar el comportamiento del suelo durante la construcción de túneles de la estación Parque Central de la Línea 4 del Metro de Caracas. Se investigó particularmente el efecto del peso de las edificaciones sobre el movimiento generado en el terreno, así como el efecto de la interacción del suelo con las estructuras a través de elementos de interacción. También se estudió el efecto de diferentes variables sobre el comportamiento de los desplazamientos del suelo. Los resultados de este estudio proveen herramientas para la comprensión del problema de interacción suelo - túnel - estructura, necesarios para la predicción de asentamientos producidos por la excavación de túneles, así como, el planteamiento de soluciones.

ÍNDICE
--------

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I GENERALIDADES	3
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
OBJETIVOS	4
Objetivo General	4
Objetivos específicos	4
JUSTIFICACIÓN	4
CAPÍTULO II SUBSIDENCIA EN TÚNELES	6
MOVIMIENTO DEL TERRENO EN CONDICIONES NATURALES	8
MOVIMIENTO SUPERFICIAL	8
Comportamiento transversal	8
Comportamiento longitudinal	11
Pérdida de Volumen	14
Punto de inflexión	17
MOVIMIENTOS SUBTERRÁNEOS	
ANÁLISIS NUMÉRICO DE CONSTRUCCIÓN DE TÚNELES	
Análisis en dos dimensiones	23
Análisis en tres dimensiones	
DAÑOS A EDIFICACIONES POR SUBSIDENCIA	
Evaluación de riesgos de daño	27
El concepto de deformación crítica	
Cálculo de tensiones de edificios	
Interacción del suelo y la estructura	
Estudios numéricos de problemas de interacción	
CAPÍTULO III MÉTODOS NUMÉRICOS EN GEOTÉCNIA	
EL MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS FINITAS	
EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS	40
EL MÉTODO DE LAS ECUACIONES INTEGRALES	41
EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	43
Requerimientos para una solución	44
Equilibrio y Esfuerzos	
Compatibilidad	
Condiciones frontera	

CAPITULO IV ANALISIS DE LA INFORMACION DISPONIBLE	100
Ley ayerenciai para aespiazamienios en una aimension Modelo tridimensional	
r un nuoves ic y ec	
T unaumentos de desplazamiento en $1 - D$	
MODELO DE ARRASTRE DE SUELOS BLANDOS (MODELO DEPENDIENTE DEL TIEMPO)	
Kelacion hiperbolica para el ensayo triaxial estandar drenado	
MODELO DE SUELOS RIGIDOS (RIGIDEZ ISOTRÓPICA)	
Comportamiento Plástico en tres direcciones	
Matriz de rigidez de materiales anisotrópicos elásticos	
MODELO DE ROCA FRACTURADA	77
Formulación del modelo Mohr – Coulomb	75
Comportamiento perfectamente elasto-plástico	
MODELO DE MORH-COULOMB (PLASTICIDAD PERFECTA)	73
MODELO DE MATERIALES	73
INTERACCIÓN SUELO – ESTRUCTURA	72
Construcción	72
EXCAVACIÓN	72
Presión Hdraúlica	71
CONSIDERACIONES GEOTÉCNICAS	70
Cálculo de la Matriz de rigidez	
Derivadas de las funciones de forma	
Integración numérica sobre volúmenes	
Elementos de cuña de 15 nodos	
Funciones de interpolación e integración numérica de elementos de volumen	
Elementos estructurales	64
Elementos cuadriláteros de 8 nodos	
Elementos triangulares de 6 nodos	61
Función de Interpolación e integración numérica de elementos de área	61
Integración numérica de elementos lineales	
Elementos de líneas de 3 nodos	
Internolación de funciones en integración numérica de los elementos de línea	58
Integracion implicita de modelos de plasticidad diferencial	
Discretización de elementos finitos	
Teoría de deformación	

GEOLOGÍA LOCAL	101
ESTUDIO DE SUELOS	102
Perforaciones SPT	102
PERFORACIÓN PARA TOMA DE MUESTRAS INALTERADAS	102
Piezómetros	103
ENSAYOS DE LABORATORIO	103
DESCRIPCIÓN GENERAL DEL TRAZADO DE LA LÍNEA 4	103
CARCATERÍSTICAS DEL MÉTODO CONSTRUCTIVO	104
MÉTODO DE PERFORACIÓN DE TÚNELES EN ESCUDO	105
CAPÍTULO V MODELO GEOMECÁNICO Y GEOTÉCNICO	110
INTRODUCCIÓN	110
ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL TÚNEL EL	N 3D110
MODELO DE ASENTAMIENTOS	114
Análisis de Elementos	114
MODELO DEL SUELO.	115
CAPÍTLULO VI_INFLUENCIA DEL PESO DE LAS EDIFICACIONES	126
ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS	126
ESTADO DE ESFUERZOS	127
DEFORMACIÓN HORIZONTAL	129
CAPÍTULO VII INFLUENCIA DE LA INTERACCIÓN SUELO – ESTRUCTURA	131
ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS	131
ELEMENTOS DE INTERACCIÓN	133
DEFORMACIÓN DEL TERRENO	136
CAPÍTULO VIII INFLUENCIA DE LA EXCAVACIÓN DEL TÚNEL	142
PARÁMETROS DE ELEMENTOS FINITOS	142
TAMAÑO DE LA MALLA	142
Longitud de excavación	146
PROFUNDIDAD DEL TÚNEL	149
DISTANCIA ENTRE LOS EJES DE LOS TÚNELES GEMELOS	
CAPÍTULO IX MODELO GEOMECÁNICO - GEOTÉCNICO Y ANÁLISIS DE SOLU	JCIONES
PARA ASENTAMIENTOS	158
PREDICCIÓN DE ASENTAMIENTOS	161

Análisis de Elementos Finitos	
MODELO ISOTRÓPICO DEL SUELO.	161
CONCLUSIONES	166
RECOMENDACIONES	
REFERENCIA BIBLIOHEMEROGRÁFICAS	170
APÉDICE 1	177
APÉNDICE 2	

# LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Geometría de subsidencia a través del túnel
Figura 2.2 Perfil transversal de asentamientos
Figura 2.3 Distribución de desplazamiento superficial horizontal y deformaciones en la
dirección transversal junto a los asentamientos críticos11
Figura 2.4 Perfil de asentamiento longitudinal 12
Figura 2.5 Diferentes relaciones entre número de estabilidad $N$ y volumen perdido $V_{l}$ 16
Figura 2.6 Relación entre factor de carga y pérdida de volumen, determinado por
pruebas de centrifugado y análisis de elementos finitos 17
Figura 2.7 Correlación entre la posición del punto superficial de inflexión $i$ y la
profundidad del túnel z <sub>0</sub> 18
Figura 2.8 Variación del parámetro de rango crítico de asentamientos superficiales con
respecto a la profundidad
Figura 29 Variación de K de la superficie de asentamiento con respecto a la
profundidad
Figura 2.10 Asentamiento subterráneo alrededor del eje del túnel
Figura 2.11 Perfil de asentamiento longitudinal obtenidos para diferentes longitudes de
excavación
Figura 2.12 Perfil longitudinal de asentamientos para diferentes métodos de excavación
durante la primera etapa
Figura 2.13 Diagrama esquemático de las tres etapas del método para evaluación de
riesgos de daños
Figura 2.14 Asentamientos producidos por túneles de la Mansión House, Londres 30
Figura 2.15 Agrietamiento de una viga simple en diferentes modos de deformación 34
Figura 2.16 Relación entre $\Delta/B\epsilon_{crit}$ y B/H para deflexión de vigas rectangulares
Figura 3.1Idealización de un pilote cargado lateralmente mediante diferencias finitas40
Figura 3.2 Método de las Ecuaciones Integrales
Figura 3.3 Cuerpo Tridimensional
Figura 3.4 Equilibrio de un volumen elemental
Figura 3.5 Un volumen elemental en la superficie
Figura 3.6 Función de forma para un elemento lineal de 3 nodos

Figura 3.7 Numeración local y posicionamiento de nodos e integración de puntos (X) de
un elemento triangular de 6 nodos.)
Figura3.8 Numeración local y posicionamiento de nodos e integración de puntos de un
elemento cuadrilátero de 8 nodos
Figura 3.9 Numeración local y posicionamiento de nodos e integración de puntos de
elemento de placa de 8 nodos
Figura 3.10 Numeración local y posicionamiento de nodos e integración de puntos de
interacción de elementos de 16 nodos
Figura 3.11 Numeración local y posicionamiento de nodos e integración sobre
volúmenes como elementos de cuña de 15 nodos
Figura 3.12 Superficie de Mohr – Coulomb en el espacio principal de esfuerzos 76
Figura 3.13 Situación de plano de esfuerzos con un sólo plano de deslizamiento y
vectores <i>n</i> y <i>s</i>
Figura 3.14 Relación hiperbólica de esfuerzos en la carga primaria para un ensayo
triaxial estandar con drenaje
Figura 3.15 Comportamiento de consolidación y desplazamiento en el ensayo del
odómetro. 92
Figura 3.16 Curva idealizada de esfuerzodeformación para el ensayo del odómetro
con división de incrementos de deformación dentro de un componente elástico y de
desplazamiento
Figura 3.17 Diagrama de elipse $p^{eq}$ en un plano p – q
Figura 4.1 Modelo de típico de suelos de la Estación Parque Central 101
Figura 4.2 Distribución de Estaciones de la Línea 4
Figura 4.3 Perfil típico de Escudo EPB
Figura 4.4 Posición típica de dovelas
Figura 4.5 Tornillos de fijación
Figura 5.1 Malla de Elementos Finitos para la excavación de los túneles gemelos de la
estación Parque Central
Figura 5.2 Malla de Elementos Finitos para la excavación de los túneles gemelos de la
estación Parque Central, con posterior construcción de muros colados112
Figura 5.3 Longitud de excavación
Figura 5.4ª Superficie de asentamiento obtenida a través de análisis de elementos finitos
de la construcción de túneles gemelos del Parque Central, Metro de Caracas 117

Figura 5.4b Superficie de asentamiento obtenida a través de análisis de elementos
finitos de la construcción de túneles gemelos del Parque Central, Metro de Caracas, con
elaboración de muros colados
Figura 5.5 Perfil Transversal de Asentamiento máximo, Valores de campo vs Modelo
de Elementos Finitos
Figura 5.6 Perfiles longitudinales de asentamientos obtenidos a través de Elementos
Finitos. 119
Figura 5.7 Perfil transversal de asentamientos obtenido a través de MEF 120
Figura 5.8 Desarrollo de la pérdida de volumen con respecto al avance del túnel 121
Figura 5.9 Vista frontal de malla de elementos finitos con presencia de muros colados
Figura 5.10 Desarrollo longitudinal de asentamientos verticales obtenidos a través de
elementos finitos
Figura 5.11 Asentamientos máximos
Figura 5.12 Desplazamientos horizontales en la dirección transversal 125
Figura 6.1 Vista frontal del Modelo de Elementos Finitos
Figura 6.2 Perfil vertical de movimientos horizontales del suelo durante la construcción
del túnel a 11m del eje del Túnel Norte, obtenidos a través de MEF 129
Figura 6.3 Perfil de esfuerzos efectivos calculados a través de MEF a 11m del eje del
túnel Norte
Figura 6.4 Distribución de deformaciones horizontales a lo largo de la sección
transversal
Figura 7.1 Malla de elementos finitos para le excavación del Túnel Sur de la estación
Parque Central. 132
Figura 7.2 Malla de elementos finitos para le excavación del Túnel Sur de la estación
Parque Central del Conjunto Residencial El Conde de 260 kN/m 132
Figura 7.3 Distribución de nodos y puntos de esfuerzos en un elemento de interacción
Figura 7.4 Distribución de deformación unitaria cortante ( $\gamma_{if}$ ) para diferentes valores de
C <sub>if</sub>
Figura 7.5 Distribución de la deformación unitaria cortante $\gamma_{if}$ para diferentes valores de
$\phi_{if}$ sin tomar en cuenta la carga de la edificación

Figura 7.6 Distribución de deformaciones unitarias cortantes $\gamma_{ff}$ para diferentes valores
de $\phi_{if}$ con una carga de 260 kN/m para la edificiación
Figura 7.7 Perfil vertical de desplazamientos horizontales
Figura 7.8 Perfil horizontal de desplazamientos horizontales a nivel superficial
Figura 7.9 Perfil horizontal de desplazamientos horizontales en la cota $Y=856$ m138
Figura 7.10 Perfil transversal de asentamientos verticales a nivel superficial
Figura 7.11 Perfil transversal de asentamientos verticales en la cota Z=856 m 140
Figura 7.12 Posición del punto de inflexión i con respecto a la profundidad para los
diferentes casos de interacción
Figura 8.1 Malla 1
Figura 8.2 Malla 2
Figura 8.3 Malla 3
Figura 8.4 Subsidencia producida por la excavación de túneles gemelos mediante MEF,
aplicado a la malla 1
Figura 8.5 Subsidencia producida por la excavación de túneles gemelos mediante MEF,
aplicado a la malla 2
Figura 8.6 Subsidencia producida por la excavación de túneles gemelos mediante MEF,
aplicado a la malla 3
Figura 8.7 Desarrollo de la Convergencia (V1) para las mallas 4 y 5 147
Figura 8.8 Desarrollo de deformación unitaria horizontal en dirección transversal con
respecto al avance del túnel para mallas con diferente longitud de excavación 148
Figura 8.9 Desplazamientos verticales producidos al final de la excavación, obtenidos a
través de MEF para la Malla 4
Figura 8.10 Desplazamientos verticales producidos al final de la excavación, obtenidos
a través de MEF para las Malla 5
Figura 8.11 Sólido de Carga de Terzaghi para suelos
Figura 8.12 Malla 6 con superficie de asentamientos
Figura 8.13 Malla 7 con superficie de asentamientos
Figura 8.14 Desplazamientos Verticales producidos por la excavación de túneles
gemelos construidos a 12 m de profundidad
Figura 8.15 Desplazamientos Verticales producidos por la excavación de túneles
gemelos construidos a 20 m de profundidad
Figura 8.16 Malla 8
Figura 8.17 Malla 9

Figura 8.18 Desplazamientos verticales obtenidos a partir de MEF con la malla 8 156
Figura 8.19 Desplazamientos verticales obtenidos a partir de MEF con la malla 9 156
Figura 9.1 Malla 10. Excavación de túneles con previa estabilización a través de
inyecciones verticales
Figura 9.2 Malla 11. Excavación de túneles con previa estabilización a través de
inyecciones intercaladas
Figura 9.3 Superficie de asentamiento obtenida a través de análisis de elementos finitos
de la construcción de túneles gemelos del Parque Central, Metro de Caracas, con
tratamiento de estabilización previa a través de inyecciones verticales163
Figura 9.4 Superficie de asentamiento obtenida a través de análisis de elementos finitos
de la construcción de túneles gemelos del Parque Central, Metro de Caracas, con
tratamiento de estabilización previa a través de inyecciones. Verticales intercaladas con
inyecciones diagonales
Figura 9.5 Perfil transversal de Asentamiento máximo, Valores de Malla 10 vs Valores
Malla 11
Figura 9.6 Perfiles longitudinales de asentamientos obtenidos a través de Elementos
Finitos. 164
Figura 9.7 Perfiles de desplazamientos horizontales para las mallas 10 y 11.

# LISTA DE CUADROS

Tabla 2.1 Clasificación de daños visibles a paredes con referencia particular a la
facilidad de reparación
Tabla 2.2 Relación entre la categoría de daño y esfuerzo tensil limitante
Tabla3.1 Integración Gausiana
Tabla3.2 Gausiana de 3 puntos para elementos triangulares de3 nodos
Tabla 3.3 Cuatro puntos de Integración Gausiana para Elementos cuadriláteros de 8
nodos.). 64
Tabla 3.4 9 puntos de integración Gausiana para interacción de elementos de 16 nodos.
Tabla 3.5 6 puntos de integración gausiana para elementos de cuña de 15 nodos 68
Tabla 5.1 Parametros de materiales que conforman el terreno utilizados para la
simulación. 113
Tabla 5.2 Características del revestimiento.    114
Tabla 6.1 Características de carga de las edificaciones aplicadas en el modelo
Tabla 6.2 Características de carga de edificaciones para los diferentes casos
Tabla 8.1 Detalles de mallas y tiempos de cálculo
Tabla 8.2 Detalles de malla 6 y 7.    151
Tabla 8.3 Características de las mallas 8 y 9 154
Tabla 9.1 Mallas empleadas para el análisis de soluciones
Tabla 9.2 Características del Jet Grouting

#### INTRODUCCIÓN

El crecimiento de las ciudades da como resultado la necesidad de crecimiento de la infraestructura. En vista de que los espacios urbanos, tal como Caracas, son muy limitados, las estructuras subterráneas, como los túneles, son cada vez más eficientes para proveer la infraestructura requerida. En 1863 la primera línea de trenes subterránea fue abierta en Londres. Desde entonces más de cien ciudades alrededor del mundo ha implementado sistemas de transporte subterráneo. En Venezuela hasta finales de los 80 se termina la construcción de la primera línea de transporte subterráneo Metro de Caracas, la cual debido al crecimiento de la ciudad, se ha expandido con nuevas líneas. Actualmente se encuentran en construcción una expansión de la línea 3 y la Línea 4 que presentamos en este estudio.

Así como, la construcción de nuevas líneas del Metro beneficia a la población de Caracas. La operación y construcción de estos sistemas pueden causar restricción de servicios y daños a estructuras superficiales y subterráneas. La predicción de la deformación del terreno que luego se transmite a las edificaciones a la excavación de túneles es un elemento clave en el proceso de planificación. Actualmente existen nuevos métodos que toman en cuenta la interacción entre la rigidez de las edificaciones y el terreno que fueron propuestos para refinar la predicción de la deformación producida debido a la excavación.

En la Capítulo 1 se muestran las generalidades tales como el planteamiento del problema, los objetivos y la justificación.

Luego en el Capítulo 2 se muestra una revisión de la literatura donde se exponen diversos métodos desarrollados por varios autores para la predicción de asentamientos, comenzando por métodos empíricos, pasando por métodos numéricos hasta llegar al estudio de riesgos de daños a las edificaciones debido a la subsidencia producida por la excavación de túneles.

El Capítulo 3 también muestra una revisión bibliohemerográfica, pero esta vez enfocada a los métodos numéricos aplicados en geotecnia haciendo hincapié en el Método de los Elementos Finitos, explicando aspectos claves a ser utilizados a lo largo de toda la investigación.

En el Capítulo 4 se muestra toda la información necesaria para la elaboración de los modelos geomecánicos. Allí se muestra la geología, características de los suelos,

método constructivo, así como gran parte de la información necesaria para la elboración de los modelos a ser utilizados para los análisis.

La elaboración de los modelos geomecánicos y geotécnicos empleados para la mayoría de los análisis son mostrados en el Capítulo 5, donde también se realiza la simulación paso a paso de la excavación de los túneles gemelos.

El Capítulo 6 muestra el estudio de la influencia del peso de las edificaciones sobre la subsidencia generada por la excavación sin tomar en cuenta la interacción suelo – estructura, cuyo estudio se muestra en el Capítulo 7 donde se compararon los movimientos del suelo generados para análisis con elementos de interacción y sin la presencia de estos, en la búsqueda de la influencia de los mismos en la construcción de los túneles.

En el capítulo 8 se estudió la influencia de diferentes variables -como la profundidad del túnel, densidad de la malla, distancia entre ejes- sobre los desplazamientos verticales producidos debido a la excavación de túneles gemelos.

El Capítulo 9 está conformado por el estudio y comparación de diferentes soluciones posibles para la protección de las estructuras adyacentes a los posibles daños causados por los desplazamientos del terreno producido por la excavación de túneles.

## CAPÍTULO I

#### GENERALIDADES

#### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Al llevarse a cabo una excavación subterránea se alteran los estados de equilibrio tensional del terreno generándose un reacomodo de esfuerzos hacia un nuevo estado de equilibrio que conlleva a deformaciones en el interior del suelo; el reacomodo de las mismas se refleja en la superficie como asentamientos. Las subsidencias o asentamientos superficiales pueden afectar las estructuras circundantes de manera peligrosa.

El Metro de Caracas constituye uno de los más importantes medios de transporte masivo para la capital de nuestro país. En vista del colapso existente en las vías terrestres por el gran tránsito automotor y por necesidad de movilización de gran cantidad de personas característico de las grandes ciudades, el Metro constituye una de las vías alternativas de transporte rápido para los pobladores de esta gran ciudad. Debido al colapso de la Línea I, por la gran cantidad de usuarios, surge la necesidad de construir nuevas rutas para satisfacer la demanda de transporte público.

El proyecto Línea IV del Metro de Caracas es una ruta paralela a la Línea I. Debido a la configuración urbana de Caracas, carente de espacio para construir vías superficiales, conlleva a la construcción subterránea de la Línea IV, pasando por debajo de avenidas principales las cuales poseen edificaciones importantes que son afectadas por los cambios de estado de deformación y esfuerzo del terreno debido a la excavación.

Estos cambios pueden ser analizados a través del Método de Elementos Finitos, donde se pueden elaborar modelos para analizar las subsidencias, permitiendo a su vez analizar las distintas soluciones que eviten los desplazamientos verticales y tomando en cuenta las características geotécnicas y geomecánicas, así como las interacciones entre suelo y las estructuras.

#### **OBJETIVOS**

#### **OBJETIVO GENERAL**

Analizar aplicando el Método de los Elementos Finitos los asentamientos producidos en el área de la estación Parque Central (Progresivas 15+900,000 hasta 16+275,000) de la Línea IV del Metro de Caracas, así como las posibles soluciones.

#### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Recopilar y evaluar la información disponible.
- Elaborar un modelo geotécnico y geomecánico en las zonas sin problemas.
- Calibrar el modelo geotécnico y geomecánico.
- Elaborar un modelo geotécnico y geomecánico en las zonas de subsidencia.
- Estudiar las soluciones alternativas.
- Construir modelo geotécnico y geomecánico con la solución propuesta.
- Realizar Simulación en 3-D con elementos finitos.

## JUSTIFICACIÓN

El área de estudio se encuentra conformada por suelos muy heterogéneos, principalmente suelos provenientes de meteorización de rocas y rellenos que son muy susceptibles a los cambios tensionales originados por la excavación.

La ruta de la Línea IV, en el área de la estación Parque Central (Progresivas 15+900,000 - 16+275,000), se lleva a cabo debajo de la Avenida Lecuna, donde se encuentran una gran cantidad de edificaciones que pudieran ser afectadas por cambios en los estados de deformación y esfuerzos del terreno. Es primordial llevar a cabo el control de la subsidencia en esta zona y principalmente la aplicación de herramientas de mitigación y soluciones para la protección de los edificios cercanos a las excavaciones, los cuales pueden ser afectados por los movimientos verticales generados a raíz de los cambios en los estados de esfuerzo y deformación.

Para esto se deben investigar los mecanismos desarrollados en los problemas de interacción de los puntos clave de las características de las edificaciones y la deformación del terreno.

El empleo de análisis en 3D de elementos finitos toma en cuenta los asentamientos en campo así como la influencia de las propiedades del suelo. Los análisis en 3D de elementos finitos se emplean durante la investigación y evaluación de predicciones de los asentamientos para los cuales se evalúan las simulaciones y se comparan los datos de campo con los resultados de los análisis de deformación. Esto permite elaborar modelos para el análisis de subsidencias, permitiendo estudiar las alternativas propuestas que eviten los desplazamientos verticales del terreno.

Estos modelos son una herramienta clave para la realización de esta obra de gran envergadura, ya que a través de éste método se toman en cuenta las características geotécnicas y geomecánicas del terreno, así como las interacciones entre el suelo y las estructuras adyacentes a la excavación, generando soluciones cuyo comportamiento puede ser conocido a través de simulación en 3D.

# CAPÍTULO II

## SUBSIDENCIA EN TÚNELES

La construcción de túneles en terrenos poco competentes conlleva inevitablemente a desplazamientos del suelo. En ambientes urbanos estos desplazamientos se reflejan muchas veces en la superficie en forma de subsidencia que puede afectar las estructuras existentes tanto en la superficie como en el subsuelo. En este capítulo se resume un poco los métodos para estimar la subsidencia producida por la construcción de túneles y la evaluación de daño potencial sobre edificaciones.

Los métodos semiempíricos adoptados para predecir los asentamientos producidos por los túneles bajo las condiciones de campo (sin la presencia de alguna otra estructura) no son capaces de predecir el comportamiento de las construcciones existentes sujeto a la construcción del túnel.

La construcción de túneles afecta las estructuras de la superficie y del subsuelo (tales como edificaciones y servicios), pero la presencia de las mismas altera los movimientos del suelo alrededor del túnel. Para analizar este problema de interacción los métodos numéricos, generalmente el método de los elementos finitos, provee una herramienta flexible la cual ha sido utilizada por diversos autores. En esta sección se comparan los estudios numéricos realizados por diversos autores para la simulación de construcción de túneles en suelos poco resistentes.

El diseño adoptado comúnmente aprovecha la evaluación del daño potencial de las edificaciones a lo largo de la ruta de la construcción del túnel propuesto. Esto se hace a través de un modelo numérico, que puede ser usado para mejorar esta evaluación de daño a las edificaciones.

Los términos que definen la geometría, los asentamientos y el sistema coordenado, que será usado están definidos en la figura 2.1. El sistema coordenado es definido como el eje x que denota la distancia desde el eje del túnel en dirección transversal, z es la coordenada en la dirección longitudinal, y es la profundidad bajo la superficie del suelo. El origen del sistema de coordenadas está ubicado en el frente de excavación del túnel (figura 2.1).

Sin embargo cuando se presenten los resultados de los análisis por elementos finitos en 3D, el origen será localizado al frente del borde de la malla 3D de elementos finitos. El desplazamiento variable es definido como  $s_v$ , describe el desplazamiento vertical, mientras que  $s_{hx}$  y  $s_{hz}$  denotan el desplazamiento horizontal en las direcciones transversal y longitudinal respectivamente.



Figura 2.1 Geometría de subsidencia a través del túnel. Fuente: Attewell *et al.* (1986).

#### **MOVIMIENTO DEL TERRENO EN CONDICIONES NATURALES**

#### **MOVIMIENTO SUPERFICIAL**

#### **Comportamiento transversal**

La figura 2.1 muestra el desarrollo de una superficie de subsidencia causada por la construcción de un túnel. Peck (1969) indicó que el asentamiento transversal puede ser descrito por una función Gaussiana y esta descripción matemática ha sido ampliamente aceptada. Siguiendo esta metodología el asentamiento vertical en la dirección transversal viene dada por:

$$s_{v}(x) = s_{v,\max} e^{-\frac{x^{2}}{2i_{x}^{2}}}$$
 (2.1)

Donde  $s_{v,max}$  es la máxima medida de asentamiento del eje del túnel. El parámetro  $i_x$  es el punto de inflexión y representa la desviación estándar en la ecuación gaussiana original. Un asentamiento transversal típico, como el que se muestra en la figura 2.2, puede ser visto a través de su máxima pendiente en el punto de la inflexión que queda a  $i_x$  de distancia de la línea del centro del túnel. Luego se mostrará que este punto es crucial cuando se determina el criterio de deformación de las estructuras. La posición de máxima inclinación o punto de inflexión separa la zona de deformación elástica (Pandeo) de la zona de deformación plástica (Rotura) como se muestra en la figura 2.2.



Figura 2.2 Perfil transversal de asentamientos. Fuente: Franzius (2004).

El área bajo la curva de una función de error guassiano, es por definición igual a 1, debido a que esta representa la probabilidad de la variable con un valor entre – Q y Q. Sin embargo, los parámetros  $S_v$  e  $i_x$  en la ecuación antes mencionada son parámetros matemáticamente independientes. Como consecuencia el área encerrada por el asentamiento crítico puede tener un valor expresado por:

$$V_{s} = \int_{-\infty}^{+\infty} s_{v} dx = \sqrt{2\pi} i_{x} s_{v,\max}$$
(2.2)

Donde  $V_s$  es el volumen de asentamiento por unidad de longitud.

En materiales con baja permeabilidad, tales como las arcillas rígidas, la reacción inicial del terreno para la construcción del túnel puede ser considerada sin drenaje. El volumen del asentamiento superficial es en consecuencia igual al volumen del suelo excavado en exceso del volumen teórico del túnel. Es común especificar el volumen excedente como una proporción del volumen teórico del túnel (por unidad de longitud).

$$V_l = \frac{V_s}{\pi \frac{D^2}{4}}$$
(2.3)

Donde  $V_l$  es el volumen perdido y D es el diámetro externo del túnel. Esto es normalmente expresado como porcentaje. Al combinar las ecuaciones 2.2 y 2.3 el perfil del asentamiento transversal puede ser expresado en términos de pérdida de volumen:

$$S_{v}(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{V_{l} D^{2}}{4i_{x}} e^{-\frac{x^{2}}{2i_{x}^{2}}}$$
(2.4)

Para un diámetro del túnel dado el perfil y la magnitud de la curva del desplazamiento transversal depende de la pérdida de volumen  $V_l$  y del ancho crítico  $i_x$ . Estos dos parámetros serán discutidos con más detalles, luego de deducir las componentes horizontales de desplazamiento.

O'Reilly & New (1982) mostraron que el desplazamiento horizontal de la superficie del suelo en la dirección transversal puede ser derivada de las ecuaciones antes mencionadas, asumiendo que el punto resultante de vectores de desplazamiento es hacia el centro del túnel. El desplazamiento horizontal de la superficie del terreno en dirección transversal puede ser entonces expresada por:

$$S_{hx}(x) = -\frac{xS_{v}(x)}{Y_{0}}$$
(2.5)

La figura 2.2 muestra los desplazamientos horizontales, conjuntamente con el asentamiento gaussiano. Se puede observar que el máximo desplazamiento horizontal ocurre en el punto de inflexión. Las deformaciones horizontales en la dirección transversal también se muestran en la gráfica. Éstas son obtenidas por la diferenciación de los desplazamientos horizontales con respecto a x. De allí se obtiene:

$$\mathcal{E}_{hx}(x) = \frac{S_{v}(x)}{Y_{0}} (\frac{x^{2}}{i_{x}^{2}} - 1)$$
(2.6)

Esta ecuación indica que la compresión es definida como negativa mientras el valor positivo se le asigna a la tensión. Esta convención de signos, la cuál está en contraste con la utilizada comúnmente en la definición de deformación en mecánica de suelos será adoptada cuando se estén describiendo deformaciones horizontales para estructuras.



# Figura 2.3 Distribución de desplazamiento superficial horizontal y deformaciones en la dirección transversal junto a los asentamientos críticos. Fuente: Franzius (2004).

La figura 2.3 muestra que hay una zona de compresión entre los dos puntos de inflexión. Fuera de esos puntos se desarrollan deformaciones de tensión cuyo valor máximo de  $\mathcal{E}_{hx}$  será referido como  $\mathcal{E}_{hc}$  y  $\mathcal{E}_{ht}$  para compresión y tensión respectivamente Estos valores se desarrollan para x=0 (compresión) y  $x = \sqrt{3}i_x$  (tensión).

#### **Comportamiento longitudinal**

Attewell & Woodman (1982) mostraron que el perfil de asentamiento longitudinal puede ser obtenido considerando un túnel como un número de puntos iniciales en la dirección longitudinal y por superposición de los cráteres de asentamientos causados por cada punto de origen. Si se adopta un perfil de asentamiento gaussiano para los cráteres de asentamiento el perfil longitudinal viene dado por:

$$S_{v}(z)_{x} = s_{v,máx} \Phi\left(\frac{z}{i}\right)$$
(2.7)

Donde z es la coordenada longitudinal y  $\Phi(z)$  es la curva de probabilidad acumulada, como se muestra en la figura 2.2. La función de probabilidad acumulada viene dada por:

$$\Phi(z) = \frac{1}{i_z \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{z^2}{2i_z^2}}$$
(2.8)

Y el valor de  $\Phi(z)$  se encuentra dado en tablas de probabilidades estándar, tales como las producidas por Attewell & Woodman (1982) o en muchos libros de estadísticas.



Figura 2.4 Perfil de asentamiento longitudinal. Fuente: Franzius (2004).

La figura 2.4 muestra un perfil de asentamiento longitudinal. El asentamiento incrementa en la dirección Z y alcanza el  $S_v$  máximo en Z=+Q y mientras  $S_v=0$  *cuando* Z=-Q. El asentamiento en z=0 es igual a  $S_{v,máx}/2$ . Attewell & Woodman (1982) mostraron que en arcillas rígidas del 30% al 50% de  $S_{v,máx}$  ocurren en la cara superior del túnel con un valor promedio de un 40%. Por conveniencia se asume comúnmente que la cara del túnel Z=0 donde se predice el 50% del  $S_{v,máx}$ , adoptando un sistemas de coordenadas como el mostrado en la figura 2.1.

La amplitud del asentamiento longitudinal es definida por  $i_z$ . De manera que se asume  $i_z=i_x$ . Attewell *et al.* (1986) compararon las magnitudes de  $i_x$  e  $i_z$ , para

muchos casos de estudios. Aunque los datos indicaban que los asentamientos transversales críticos son ligeramente mayor que algunos longitudinales, y concluyeron que esta relación es generalmente válida para la mayoría de los problemas prácticos de diseño. En la construcción de la extensión de la línea *Jubilee* del Metro *St. Jame's Park*, en Londres, Nyren (1998) presentó datos de campo, que confirmaron una tendencia obtenida de una relación  $i_x/i_z=1,3$ . Sin embargo, a pesar de esta discrepancia, es común considerar  $i_x=i_z$ . En adelante el punto crítico *i* será utilizado en lugar de  $i_x e i_z$ .

Asumiendo que la resultante de los vectores de desplazamiento apuntan hacia el centro de excavación del túnel, Attewell & Woodman (1982) mostraron que el desplazamiento horizontal del terreno en la dirección horizontal, a la superficie del terreno está dada por:

$$S_{hz}(z)_{x=0} = \frac{V_l D^2}{8Y_0} e^{-\frac{z^2}{2i^2}}$$
(2.9)

Diferenciando  $S_{hz}$  con respecto a z predomina la deformación longitudinal en la dirección transversal sobre el eje del túnel.

$$\mathcal{E}_{hz}(z)_{x=0} = -y \frac{V_l D^2}{8i^2 y_0} e^{-\frac{z^2}{i^2}}$$
(2.10)

El cuál describe los esfuerzos de tensión (valor positivo) frente a la cara del túnel y la compresión detrás de éste.

Todas las componentes del desplazamiento superficial y de tensión que fueron presentados anteriormente dependen del punto de inflexión i y del volumen perdido  $V_l$ . Las próximas dos secciones se enfocaran en esos dos parámetros cruciales de diseño.

#### Pérdida de Volumen.

La construcción de un túnel inevitablemente conduce a excavar gran cantidad de terreno que será reemplazado por el volumen del túnel. El tamaño de esta sobreexcavación es conocido como pérdida de volumen  $V_l$ , que es el cociente de la diferencia entre el volumen de terreno excavado y el volumen del túnel (definido por el diámetro exterior del túnel) sobre el volumen del túnel. El volumen perdido es una medida de la distribución total del terreno. Para asentamientos críticos causados sin drenaje el valor de este volumen es igual a  $V_l$ . Para túneles de escudo, Attewell (1978) divide las fuentes de pérdidas de volumen en 4 categorías:

*Pérdida en el frente:* Movimiento de suelo hacia la cara no soportada por el túnel, como resultado del movimiento radial producido, causando el desarrollo de la subsidencia superficial en frente de la cara del túnel.

*Pérdida en el contorno:* La pérdida radial de terreno alrededor del contorno del túnel se debe a la amplitud del corte seleccionado rellenado con suelo. La pérdida de volumen adicional puede ser causado por el sobrecorte (debido a una mala ejecución) o por la caída de bloques del terreno alrededor del contorno del túnel.

*Pérdida del terreno durante y subsiguiente a la construcción del revestimiento:* Si se aplica el revestimiento detrás del escudo habrá un espacio de terreno sin soportar, sobre la cual el terreno puede ejercer presiones sobre el túnel. Una vez construido el recubrimiento del túnel, el movimiento de suelo puede ocurrir alrededor del revestimiento el cual reemplaza inadecuadamente el área de la sección transversal del escudo. Para minimizar este efecto es común aplicar una lechada de cemento entre el terreno y el revestimiento.

*Pérdida del terreno posterior a la inyección:* La pérdida radial continúa luego de aplicar la lechada y el recubrimiento se deforma debido a la transferencia de presión de la sobrecarga sobre el nuevo contorno.

Attewell (1978) presenta una aproximación para el cálculo de los diferentes componentes del volumen perdido. El cálculo es basado en el cociente de la velocidad de movimiento de suelo dentro de la excavación (determinada por pruebas de laboratorio) sobre la velocidad de avance del túnel.

Para túneles que usan recubrimiento de concreto proyectado (*SCL*) ICE (1996) da las siguientes recomendaciones para limitar en la superficie de subsidencia:

- La fase de excavación debe ser corta, tanto en términos de dimensión como de duración.
- El cierre del anillo de concreto proyectado no debe ser demorado.

Algunas relaciones han sido propuestas para estimar  $V_l$  desde el cociente de estabilidad N el cual fue definido por Broms & Bennermark (1967) como:

$$N = \frac{\sigma_v - \sigma_t}{s_u} \tag{2.11}$$

Donde  $\sigma_v$  es la presión de sobrecarga total a nivel del eje del túnel,  $\sigma_t$  es la presión de soporte del túnel (si está presente) y  $s_u$  es la resistencia al corte sin drenaje de la arcilla. Para *N* menor que 2, la respuesta es probablemente elástica con la cara estable (Lake *et al.* 1992.) Para *N* entre 2 y 4 se desarrolla la zona plástica alrededor del túnel, mientras que para *N* entre 4 y 6 se produce plasticidad, pero es en *N* mayor que 6 que comienza la inestabilidad en el frente. Para túneles sin soporte(es decir,  $\sigma_t$ =0) Mair & Taylor (1993) mostraron perfiles de *N* indicando la profundidad en que la relación de estabilidad en London Clay varían típicamente entre 2,5 y 3. Lake *et al.* (1992) resumieron las relaciones de  $V_l$  y N propuestas por varios autores (figura 2.4). Se puede observar que el cociente de estabilidad para *N*=2 indica un pérdida de volumen de entre 1,5% y 3%.



Figura 2.5 Diferentes relaciones entre número de estabilidad N y volumen perdido  $V_l$ . Fuente: Lake *et al.* (1992).

Davis *et al.* (1980), mostraron que para túneles superficiales la relación de estabilidad al colapso varía de acuerdo con la profundidad. Mair *et al.* (1981) introdujeron el concepto de factor de carga para tomar en cuenta este efecto. El factor de carga viene definido por:

$$LF = \frac{N}{N_{TC}}$$
(2.12)

Donde *N* es la relación de estabilidad del túnel bajo condiciones de trabajo y  $N_{TC}$  es el módulo de estabilidad al colapso. La figura 2.5 muestra los resultados de su trabajo, incluyendo el análisis por elementos finitos del plano de esfuerzos y los ensayos de centrifugado. La figura 2.6 indica que un volumen perdido menor al 3% es obtenido para un factor de carga menor a LF= 0,5.



Figura 2.6 Relación entre factor de carga y pérdida de volumen, determinado por pruebas de centrifugado y análisis de elementos finitos. Fuente: Mair *et al* (1981).

O'Reilly & New (1982) presentaron datos de campo para túneles excavados con escudos abiertos en London Clay mostrando un rango típico de  $V_i$ =1,4%, lo cual es reportado por Attewell & Farmer (1974), para la construcción de la extensión de la línea Jubilee del Metro Green Park en Londres, el cual cae dentro de este rango. Con pérdidas significantemente mayores, sin embargo, las mediciones realizadas por Standing *et al.* (1996), durante la construcción de la línea de Metro Jubilee en St James Park en Londres, mostraron valores de 3,3 % y 2,9 %. Estos valores fueron obtenidos durante la construcción del túnel para el sector oeste y este respectivamente. Barakat (1996) reporta una pérdida de volumen entre un 1,0 y 2,9% para la construcción del túnel expreso Heathrow usando escudos.

Para túneles construidos con revestimiento de concreto proyectado (SCL) la pérdida de volumen tiene una magnitud similar. Burlamd *et al.* (2001) resaltan la importancia de la pérdida de volumen sobre la subsidencia inducida por el túnel y sugiere la especificación de límites en la pérdida de volumen como requerimiento contractual.

#### Punto de inflexión

Como se explicó anteriormente, el punto de inflexión *i* describe el rango crítico del asentamiento. O'Reilly & New (1982) presentaron 19 casos de estudio de

construcción de túneles en arcillas. Representaron gráficamente el parámetro de rango crítico *i* con respecto a la profundidad correspondiente del túnel  $z_0$  revelando un comportamiento como el mostrado en la figura 2.6.

A través de regresión lineal ellos obtuvieron la siguiente relación:

$$i = 0,43y_0 + 1,1 \tag{2.13}$$

Donde tanto *i* como  $y_o$  se encuentran medidos en metros. O'Reilly & News (1982) simplificaron la ecuación anterior obteniendo  $i=K \cdot y_o$ . Por sus datos ellos concluyeron que para arcillas el valor más apropiado para *K* es 0,5 y para otros diseños los valores pueden variar entre 0,4 y 0,7, para arcillas rígidas y blandas respectivamente. Rankin (1988) presentó resultados para estudios similares con una gran base de datos confirmando un valor de *K*=0,5 para arcillas.



Figura 2.7 Correlación entre la posición del punto superficial de inflexión i y la profundidad del túnel  $z_0$ . Fuente: O'Reilly & New (1982).

#### **MOVIMIENTOS SUBTERRÁNEOS**

En las secciones anteriores se describieron solamente deformaciones en la superficie del terreno inducidos por túneles a cierto nivel del terreno. Aunque los asentamientos superficiales son la forma más directa para describir las deformaciones del terreno, solamente nos da una visión limitada de los mecanismos que controlan los asentamientos del terreno y, no presenta la interacción entre las estructuras y el terreno.

Mair *et al.* (1993) aplicaron la solución plástica para la descarga de una cavidad cilíndrica para describir movimientos subterráneos horizontales y verticales. Esta solución predice una relación lineal donde se representan gráficamente los movimientos del terreno como  $S_{\nu}/R$  o  $S_{hx}/R$  contra R/d, donde R es el radio del túnel y d es la distancia vertical u horizontal al radio del túnel. Ellos presentaron datos de campo los cuales fueron concordantes con las predicciones hechas.

En su trabajo, Mair & Taylor (1993), se enfocaron solamente en los movimientos verticales sobre el eje del túnel y en los movimientos horizontales en el eje del túnel.

Para predecir el parámetro de rango de asentamiento crítico subterráneo *i*, debería aplicarse la ecuación 2.13 sustituyendo ( $z_o$ -z) por la profundidad del túnel  $z_0$ :

$$i = 0.5(y_0 - y) \tag{2.14}$$

Mair et al. (1993) presentaron datos de campo y centrífugos que mostraban que el asentamiento crítico subterráneo es proporcional a la profundidad. La figura 2.8 muestra estas mediciones. El rango crítico *i* normalizado por  $y_0$  es representado gráficamente contra  $y/y_0$ . La línea punteada representa la ecuación 2.16. Se puede observar que *i* se encuentra debajo de lo previsto con respecto a la profundidad. Al contrario a la línea sólida descrita por:

$$\frac{i}{y_o} = 0.175 + 0.325 \left( 1 - \frac{y}{y_0} \right)$$
(2.15)

Se acerca más a las mediciones. Cambiando la ecuación 2.15 por

$$i = K(y_0 - y) \tag{2.16}$$

Y sustituyéndola dentro de la ecuación obtenemos:



Figura 2.8 Variación del parámetro de rango crítico de asentamientos superficiales con respecto a la profundidad. Fuente: Mair *et al.* (1993)

Se puede observar que para y=0 la ecuación anterior nos da como resultado K=0.5, lo cual es consistente con la ecuación 2.16. La figura 2.9 muestra de forma gráfica K contra  $z/z_0$  para las medidas mostradas en la figura 2.7.

Franzius (2003) combinó las ecuaciones 2.2 y 2.3 con la ecuación 2.17 y expresó el máximo asentamiento crítico subterráneo como:

$$\frac{S_{\nu,máx}}{R} = \frac{1.25V_L}{0.175 + 0.325\left(1 - \frac{y}{y_0}\right)} \frac{R}{y_0}$$
(2.18)



Figura 2..9 Variación de K de la superficie de asentamiento con respecto a la profundidad. Fuente: Mair *et al.* (1993).

Donde *R* es el radio del túnel. La figura 2.9 muestra el gráfico de máximo asentamiento (con respecto al radio del túnel) contra  $R/(y-y_0)$ . El gráfico incluye los datos de campo de la construcción de los túneles en London Clay, cuyas curvas fueron derivadas de las ecuaciones 2.17 (curva A) y 2.18 (curvas B y C). Las figuras anteriores, muestran que los datos de campo muestran una aproximación razonable con ambas aproximaciones (curvas B y C) en contraste con la ecuación 2.18 que sobre predice el  $S_{v, máx}$  de los asentamientos críticos subterráneos.

Heath & West (1996) presentaron una aproximación relativa para estimar el rango crítico y el máximo asentamiento crítico subterráneo aplicando la distribución binomial en lugar de la curva de Gauss. De esta aproximación obtenemos:

$$\frac{i}{i_0} = \sqrt{\frac{y_0 - y}{y_0}}$$
(2.19)



Figura 2.10 Asentamiento subterráneo alrededor del eje del túnel. Fuente: Mair et al. (1993).

Donde  $i_0$  es el punto de inflexión a nivel superficial. El máximo asentamiento superficial  $S_{v,máx}$  es proporcional a  $(y_0-y)^{-1/2}$ . Ellos sugirieron que para propósitos de diseño la curva de Gauss debería ser adoptada para describir asentamientos críticos pero que el rango crítico debe ser determinado por la ecuación 2.19.

En la subsección anterior. Que trata sobre movimiento vertical, la superficie de desplazamiento horizontal del terreno fue obtenida de la superficie de asentamiento vertical asumiendo el origen del vector de desplazamiento resultante que parte desde el centro del túnel, partiendo de la ecuación 2.5. Siguiendo el trabajo de Mair *et al* (1993), Taylor (1995) manifestó que para mantener unas condiciones de volumen constante, el vector desplazamiento debe ser punto a punto, como la línea descrita por la ecuación 2.18.

#### ANÁLISIS NUMÉRICO DE CONSTRUCCIÓN DE TÚNELES

En la sección anterior se realizó una recopilación de métodos empíricos para predecir y analizar subsidencias producidas tanto en la superficie como a nivel subterráneo, generadas por las excavaciones de túneles. Sin embargo en la práctica de la ingeniería los problemas que se presentan involucran la interacción entre los
túneles y otras estructuras cercanas que no pueden ser analizadas con los métodos empíricos.

Los métodos numéricos suministran la posibilidad de acondicionar los diferentes problemas de interacción dentro del problema en un sólo análisis. A continuación se mostrará como los métodos numéricos, esencialmente el método de los Elementos Finitos, han sido aplicados en análisis de subsidencia en túneles.

# Análisis en dos dimensiones

La excavación de túneles es completamente tridimensional, sin embargo debido al requerimiento de excesivos recursos de cálculo la excavación de túneles es modelada generalmente en dos dimensiones. Varios métodos de análisis han sido propuestos los cuales toman en cuenta los cambios de esfuerzo y deformación debido a la excavación de túneles.

- Método vacío: Este método fue propuesto por Rowe et al. (1983), el cual describe preliminarmente la posición de la línea final del túnel y su tamaño, el cual es menor que el límite inicial de la excavación. El parámetro vacío es la diferencia entre el diámetro de la excavación inicial y el tamaño final del túnel.
- *Método de convergencia confinamiento:* Este método también conocido como método λ fue introducido por Panet & Guenot (1982).
   El parámetro λ describe la proporción de descarga.
- Método de amortiguación progresiva: Este método desarrollado por Swoboda (1979) es para el modelado de túneles excavados a través de NATM. Este método implica reducir la rigidez del suelo dentro del límite del túnel antes de simular la excavación, permitiendo de esta forma mover el terreno hacia el límite de la excavación.
- Método de control de pérdida de volumen: Este método descrito por Addenbrooke et al. (1997) prescribe un pérdida de volumen V<sub>l</sub> (definida en la ecuación 2.3). La excavación del túnel es simulada a

través de un número de incrementos. Luego de cada incremento se calcula  $V_l$ . Tan pronto cono se alcance  $V_l$  se coloca el recubrimiento.

# Análisis en tres dimensiones

Existen diversos métodos para el modelo de construcción de túneles en 3D. Muchos autores adoptan la aproximación *paso a paso* en el cual la excavación del túnel es modelada por la remoción sucesiva de elementos de la cara del túnel mientras se coloca un revestimiento a cierta distancia detrás de la cara del túnel. Esta distancia será referida como longitud de excavación ( $L_{exc}$ ).

Algunos autores sugieren el modelado de construcción en 3D aplicando el método de control de pérdida de volumen similar al análisis en 2D.

En 1981, Katzenbach & Berth presentaron resultados de un análisis 3D de elementos finitos de túneles NATM en Frankurt Clay. El suelo fue representado como un modelo elástico no lineal. Adoptó un coeficiente de presión lateral del terreno de  $K_o$ =0.8. La excavación del túnel fue simulada por la aproximación *paso a paso* en la cual las capas de los elementos de la cara del túnel fueron removidas y subsecuentemente se colocó un revestimiento a una distancia  $L_{exc}$  detrás de la cara del túnel. A pesar de que algunos autores consideraron que su análisis sólo era un paso en la simulación 3D de construcción de túneles. Sus resultados mostraron el comportamiento típico en 3D del terreno alrededor de la cara del túnel, tal como el arqueamiento y la importancia de un recubrimiento rápido sobre la estabilidad de la cara del túnel. Sus perfiles longitudinales y transversales concordaban con un amplio rango de medidas de campo presentadas en su estudio.

El método *paso a paso* ha sido adoptado por varios autores para el modelado de excavación de túneles, especialmente cuando se realizan túneles NATM o SCL. Desari *et al.* (1996) modelaron la excavación del túnel de prueba NATM en London Clay, simulando a través de la aproximación *paso a paso* la construcción avanzada del túnel. Ellos usaron un modelo perfectamente elasto-plástico no lineal con un  $K_0$ =1.0 obteniendo unos perfiles de asentamiento muy grandes comparado con los

datos de campo. Desaris *et al.* (1996) solo presentó resultados en la dirección transversal del eje del túnel.

La influencia de  $L_{exc}$  sobre perfiles transversales y longitudinales de asentamientos fue investigado por Tang *et al.* (2000), modelando la construcción de un túnel similar a Desari *et al.* (1996). En su estudio Tang *et al.* (2000) aplicaron un régimen de esfuerzos con  $K_0$ = 1.5. La construcción del túnel fue modelada y la tasa de avance fue de 2.5 m por día. Los perfiles de asentamiento longitudinales obtenidos por sus análisis se muestran en la figura 2.11. Esta figura muestra que la magnitud del estado de estabilidad del asentamiento se incrementa con la longitud de la excavación.

La importancia del primer paso de la excavación en un análisis en 3D de elementos finitos fue resaltado por Vermeer *et al.* (2002). Ellos modelaron la excavación de un túnel *paso a paso* ( $L_{exc}$ =2m) en suelo descrito por un modelo linealmente elástico perfectamente plástico con un régimen de esfuerzos iniciales de  $K_0$ =0.67. En su trabajo analizaron tanto la cara libre como la secuencia de fases de la excavación. La figura 2.12 muestra los perfiles de asentamiento longitudinal de la excavación a sección completa de un túnel circular de 8 metros de diámetro.

Las dos curvas en el gráfico corresponden a los diferentes pasos de excavación. La curva inferior muestra un análisis en el cual una excavación sin soporte es realizada en el primer incremento del análisis antes de colocar el revestimiento. La curva superior muestra el otro análisis en el que revestimiento fue colocado sobre el primer paso de la excavación antes de la excavación. Vermeer *et al.* (2002), concluyeron que el primer paso de la excavación tiene una gran influencia sobre el análisis del túnel.



Figura 2.11 Perfil de asentamiento longitudinal obtenidos para diferentes longitudes de excavación. Fuente: Tang *et al* (2000)



Figura 2.12 Perfil longitudinal de asentamientos para diferentes métodos de excavación durante la primera etapa. Fuente: Vermeer *et al.*, 2002

## **DAÑOS A EDIFICACIONES POR SUBSIDENCIA**

En áreas urbanas la subsidencia del terreno puede afectar a estructuras existentes tanto a nivel superficial como a nivel subterráneo. La predicción de la deformación inducida por la excavación de túneles y los riesgos de daño por asentamiento son una parte esencial de la planificación, diseño y construcción de túneles en ambientes urbanos. Aquí mostraremos que en los daños por asentamientos evaluados en esta sección no se toma en cuenta las características de las edificaciones.

## Evaluación de riesgos de daño.

Aquí se mostrará un método de diseño que debe ser utilizado para evaluar daños potenciales a construcciones para proyectos de túneles. El método de diseño consta de tres etapas, que se muestran de forma esquemática en la figura 2.13, las cuales son denominadas como *asentamiento preliminar, segunda etapa de asentamiento* y evaluación detallada.

# Asentamiento preliminar.

En esta etapa no se considera la presencia de la edificación. En cambio se evalúan los asentamientos de campo. Rankin (1988) provee las pautas de cómo el asentamiento máximo y la pendiente máxima de un edificio afecta el daño potencial. Él demostró que para una pendiente menor a 1/500 y  $S_{v, máx}$  menor a 10mm el riesgo de daño a una edificación es despreciable. Las edificaciones que se encuentran localizadas dentro de una zona en la cual las predicciones de campo dan valores menores que el límite mencionado anteriormente asumen por experiencia como riesgos de daño despreciables. Éste método es simple considerando que sólo toma en cuenta los asentamientos en campo. Los resultados anteriores de máximo asentamiento y de máxima pendiente pueden ser reducidos cuando hay riesgos de estructuras de alta sensibilidad.



Figura 2.13 Diagrama esquemático de las tres etapas del método para evaluación de riesgos de daños. Fuente: Franzius (2003).

#### Segunda etapa de asentamiento

En esta etapa de riesgo de asentamiento la construcción está representada como una viga elástica cuya fundación es asumida siguiendo el perfil de asentamiento descrito por la ecuación empírica dada en la ecuación 2.2. Para esta situación la porción de asentamiento debajo de la estructura es usada para calcular la relación de deflexión  $DR^{GF}$  y la máxima deformación horizontal  $\mathcal{E}_h^{GF}$  (tanto para compresión como para tensión). Con esta información los esfuerzos y deformaciones dentro de la viga pueden ser evaluados con el método que se describirá más adelante. La categoría de daño descrita anteriormente se puede obtener de las magnitudes de esfuerzos.

Sin embargo este método es más detallado que el asentamiento prelimina,r aún sigue siendo conservativo debido a que el edificio sigue los asentamientos naturales. Sin embargo, se ha mostrado en estudios (Frishmann *et al.* 1994) que la interacción de la rigidez del edificio con el terreno reduce tanto el cociente de deflexión como el esfuerzo horizontal. Burland (1995), apunta que la categoría de daño obtenida de este asentamiento es sólo un grado de daño posible y que en la mayoría de los casos el daño actual será menor que la categoría predicha.

Las categorías de daño, definidas en la Tabla 2.2 y descrita con más detalle en la sección siguiente, distingue los niveles de daño estéticos (categorías 0 - 2), a servicios (3, 4) y a estabilidad (5). Para casos en que las construcciones exceden la categoría de daño 2 (por ejemplo daños potenciales que afectan los servicios) se debe realizar una evaluación detallada.

## Evaluación detallada

En esta etapa de detalle la edificación y construcción del túnel debe tomarse en cuenta. Esto incluye el proceso tridimensional de la construcción del túnel y la orientación de la edificación con respecto al túnel. Las características del edificio, tales como el diseño de la fundación y la continuidad estructural, así como cualquier movimiento previo que el edificio pudo haber experimentado en el pasado, deben ser tomados en consideración (Burland, 1995). La interacción entre suelo y estructura es un factor clave de cómo la influencia de la rigidez del edificio reduce la deformación. La figura 2.11 muestra los asentamientos de la Mansión *House* debido a la construcción del túnel para el tren Dockland Light de Londres. La figura compara los asentamientos de las edificaciones con las predicciones naturales. La figura demuestra que la presencia de edificios reduce tanto la pendiente como los asentamientos comparados con las situaciones en estado natural. Potts & Addenbriook (1997) mostraron cómo la influencia de la interacción del suelo y la estructura puede ser incorporado dentro de la segunda etapa de asentamiento para reducir el número de casos para los cuales se debe hacer una evaluación detallada.



Figura 2.14 Asentamientos producidos por túneles de la Mansión *House*, Londres. Fuente: Frishmann *et al.* (1994).

#### Categoría de daño

Burland *et al.* (1977) distinguen tres criterios donde se consideran los daños a edificios:

- Apariencia visual.
- Funcionamiento de servicios.
- Estabilidad.

Ellos concluyen que la apariencia visual de un edificio podría ser afectada cuando los elementos estructurales muestran desviaciones de 1/250 de la vertical u horizontal. Desviaciones de 1/100 o un cociente de reflexión de 2/250 sería claramente visible. Sin embargo ellos señalan que el daño visual es difícil de

cuantificar y depende de un criterio subjetivo. Ellos proponen un sistema de categorías de daño basado en aligerar la reparación. Esta clasificación se muestra en la tabla 2.1.

Categoría de Daño	Grado de Sensibilidad Normal	Descripción del Daño Típico
0	Insignificante	Nacimiento de grietas menores que 0.1 mm
1	Muy Pequeño	Grietas finas las cuales pueden ser reparadas fácilmente durante la decoración. Daño generalmente restringido a paredes internas. El ancho típico de estas grietas es entre 1 y 5mm.
2	Pequeño	Grietas fácilmente rellenables. Redecoración probablemente requerida. Las grietas recurrentes pueden ser enmascaradas por forros adecuados. Las grietas pueden ser visibles externamente. Grietas típicas superiores a 5mm.
3	Moderado	Las grietas requieren algunas aberturas y pueden ser reparadas por un albañil. Las puertas y ventanas se desnivelan. Las tuberías de servicio pueden fracturarse. El ancho de las grietas es generalmente de entre 5 a 15 mm.
4	Severo	Trabajos de reparación extensiva que involucran el reemplazo de secciones de paredes especialmente sobre ventanas y puertas. Tuberías de servicios desestabilizadas. Ancho típico de las grietas de entre 15 y 25 mm.
5	Muy Severo	Requiere reparaciones mayores que envuelve reconstrucción parcial o completa. Ancho típico de las grietas mayores que 25 mm.

Tabla 2.1Clasificación de daños visibles a paredes con referencia particular a la facilidad de<br/>reparación. Fuente: Burland (1995).

En esta lista el ancho de las grietas se toma como un indicador opcional en lugar de ser una medida directa cuyo énfasis está basado sobre la facilidad de reparación. El grado de severidad dado en la tabla aplica sólo sobre edificaciones domésticas estándar y de oficinas. Las seis categorías en esta relación pueden ser subdivididas en los tres grupos de daño mencionados anteriormente. Las categorías 0 al 2 corresponden a daño estético. El daño de servicios ocurre en las categorías 3 y 4 mientras que la estabilidad de la estructura es afectada por un daño de categoría 5. Como se mencionó en secciones anteriores, la división entre las categorías 2 y 5 representan un límite importante. Burland (1995) señala que los daños relacionados con las categorías 0 al 2 pueden ser el resultado de muchas causas dentro de la estructura, tales como efectos térmicos, mientras que los daños de categoría 3 o superior son causados por movimientos del terreno.

#### El concepto de deformación crítica

Burland & Wroth (1974) plantean que la deformación tensil es el parámetro fundamental para determinar el agrietamiento. Ellos resumieron los resultados de un gran número de pruebas de paneles y paredes. Sus resultados mostraron que el principio de una grieta visible está asociado con valor bien definido de deformación tensil promedio. Ellos definieron el valor, medido sobre la longitud de 1 m o más, como deformación unitaria crítica  $\varepsilon_{crit}$ .

Para trabajo con bloques de ladrillo reportaron valores de  $\varepsilon_{crit}=0.05\%$  - 0.1% mientras que para concreto bajan los valores de  $\varepsilon_{crit}=0.03\%$  - 0.05%.

En 1977 Burland *et al., r*eemplazaron la notación de  $\varepsilon_{crit}$  por  $\varepsilon_{lim}$  la cual hace referencia al límite de deformación unitaria tensil tomando en cuenta los diversos materiales y estados límites de los servicios.

Boscarding & Cording (1989) extendieron el concepto de daño por tensón asociando los valores de tensión para daño de edificaciones observados en estudios de casos de excavaciones con subsidencia. En su trabajo ellos relacionan los valores de tensión límite con las categorías de daños mostrados en la tabla 2.1. Esta relación se resume en la tabla 2.2.

Categoría de daño	Grado de severidad normal	Deformación unitaria limitante (%)
0	Insignificante	0 - 0.05
1	Muy Pequeño	0.05 - 0.075
2	Pequeño	0.075 - 0.15
3	Moderado	0.15 - 0.3
4 al 5	Severo a Muy Severo	>0.3

Tabla 2.2Relación entre la categoría de daño y deformación unitaria limitante.<br/>Fuente: Boscarding & Cording (1995).

# Cálculo de tensiones de edificios

Burland & Worth (1974) y Burland *et al.* (1977) aplicaron el concepto de tensión limitante para vigas elásticas estudiando la relación entre la deformación del edificio y el inicio. Aunque el modelado de una construcción como una viga elástica, claramente es una simplificación, se obtuvo que las predicciones de este modelo estaban muy ajustadas con registros de caso de edificios dañados e intactos. Además, este simple método demuestra los mecanismos que controlan el principio de agrietamiento dentro de una estructura.



Capa deflectada de una columna



Figura 2.15 Agrietamiento de una viga simple en diferentes modos de deformación. Fuente: Burland & Worth (1974)

La viga elástica, en su modelo, se describe por un ancho, B y una altura, H, vea la figura 2.15. La figura muestra dos modos extremos de deformación: En el agrietamiento torcido (figura 2.15) se debe al esfuerzo de tensión directos mientras que las grietas diagonales (figura 2.15d) aparecen, causadas por esfuerzos tensiles diagonales. Para una viga centralmente cargada subordinada para ambos esfuerzos, al corte y deformación torcida, la deflexión total central es dada por Timoshenko (1955):

$$\Delta = \frac{PB^3}{48EI} \left( 1 + \frac{18EI}{B^2 HG} \right)$$
(2.20)

Donde E es el módulo de Young y G es el módulo de resistencia al corte. P es la carga puntual la cual es aplicada en el centro de la viga. Para materiales elásticos

isotrópico  $E/G=2(1+\nu)$ . Asumiendo un módulo de Poisson de  $\nu=0.3$ , se obtiene E/G=2.6. En el caso donde el eje neutral se encuentra en el medio de la viga, Burland & Worth (1974) Expresaron la ecuación 2.20 en términos del cociente de deflexión  $\Delta/B$  la deformación máxima de tensión  $\varepsilon_{b,máx}$ :

$$\frac{\Delta}{B} = \left(0.167 \frac{B}{H} + 0.65 \frac{H}{B}\right) \varepsilon_{b,\text{max}}$$
(2.21)

Y para el máximo esfuerzo diagonal,  $\varepsilon_{d,máx}$  será:

$$\frac{\Delta}{B} = \left(0.25 \frac{B^2}{H^2} + 1\right) \varepsilon_{d,\max}$$
(2.22)

Ambas ecuaciones son graficadas en la figura 2.15. Es obvio que para B/H<0.5 la deformación diagonal es crítica.



Figura 2.16 Relación entre Δ/Bε<sub>crit</sub> y B/H para deflexión de vigas rectangulares. Fuente: Burland & Worth (1974).

## Interacción del suelo y la estructura.

Se ha señalado que la etapa preliminar y la segunda etapa de asentamiento en las tres etapas de riesgo presentado en la subsección anterior que trata acerca del comportamiento longitudinal, se usan los perfiles de asentamiento de campo para evaluar el daño potencial causado por la construcción del túnel. Este método puede ser demasiado conservador como asumir que las estructuras seguirán los asentamientos en condiciones naturales. Sin embargo, la rigidez de la estructura tiene probabilidad de alterar movimiento inducido del terreno y, por lo tanto, reducir la deformación del edificio. Burland (1995) concluye eso incorporando la interacción de la estructura de terreno en la evolución detallada, esta etapa de valoración usualmente resultará en una reducción en el grado posible de daño previsto por la segunda etapa de valoración. La influencia de la interacción suelo estructura fue resaltada por mediciones en edificaciones durante la construcción de la Línea Jubilee del Metro de Londres. Los casos estudiados, en Londres, muestran que la rigidez relativa reduce la deformación de las edificaciones.

El efecto que la construcción de un túnel puede tener sobre estructuras adyacentes son difíciles y a menudo imposibles de estimar usando métodos convencionales de análisis (Potts, 2003). Los análisis numéricos, en contraposición, pueden simular este problema de interacción. Las siguientes secciones muestran cómo el modelado numérico puede ser adoptado para mejorar la comprensión de la interacción de estructura y el terreno del túnel.

## Estudios numéricos de problemas de interacción

Para investigar la interacción de las estructuras y el suelo han sido desarrollados por muchos autores los modelos de elementos finitos. Estos modelos incluyen las edificaciones y la interacción con el túnel, cuyos movimientos de terreno pueden ser evaluados. Diferentes métodos han sido desarrollados para representar la edificación con diversos niveles de detalle incluidos en estos modelos:

• Modelado completo 3D: En este modelo un análisis detallado de la edificación tales como, las fachadas, puertas, ventanas, etc., pueden ser

modelados. La ventaja es que la edificación puede ser considerada en cualquier configuración geométrica con respecto al eje del túnel.

- Análisis de esfuerzo y deformación plano en la estructura: Este método modela el plano geométrico de la estructura transversal del túnel. La edificación se describe por el ancho y la altura. La ventaja de este modelado en 2D es que se requieren menores cantidades de cálculos comparados con los análisis en 3D.
- Modelo de viga profunda: Este modelo es similar al método adoptado por Burland & Worth (1974). La estructura es representada como una viga elástica con una curvatura de rigidez (*E1*) y rigidez axial (*EA*) representando la rigidez de la estructura. La deformación puede ser impuesta sobre la columna incorporándola dentro de los análisis del túnel por elementos finitos o para predescribir el desplazamiento de la viga.

Burd *et al.* (2000) presentaron resultados de un estudio empleado como primera aproximación. En el análisis completo, la construcción en 3D consistía de cuatro fachadas modeladas por elementos sometidos a planos de esfuerzos. Dentro del modelo fueron incluidos detalles como ventanas y puertas. La fachada fue representada por un modelo constitutivo dando altos esfuerzos de compresión, pero relativamente bajos esfuerzos tensiles. La edificación fue asignada para obtener un peso seguro. Burd *et al.* (2000) presentaron resultados para ambas geometrías (donde la mitad de la malla fue modelada) y situaciones asimétricas en las cuales las construcciones tienen un ángulo asimétrico en el plano con respecto al eje del túnel.

En sus estudios ellos compararon análisis en los cuales la edificación y el movimiento del suelo estaban acoplados con los análisis en condiciones naturales cuyos asentamientos y desplazamientos horizontales fueron impuestos directamente sobre la edificación (referida a los análisis desacoplados).

De su análisis, ellos legaron a las siguientes conclusiones:

- La rigidez de las edificaciones reduce los asentamientos diferenciales, sin embargo una inclinación significativa fue observada para una edificación con una excentricidad respecto al eje del túnel.
- En la deformación decreciente el edificio se comporta de forma rígida y desarrolla sustancialmente menos daño durante un análisis acoplado comparado con el desacoplado. Ello sugieren que el terreno provee cierto monto de resistencia lateral cuando la edificación está sujeta a deformación decreciente. Conclusiones similares fueron sacadas por Burland & Worth (1974).
- En la rotura tal resistencia no es provista y la estructura se comporta más flexiblemente, conduciendo a más altos grados de daño que en deformación decreciente. En tal caso el análisis acoplado desarrolló más daño que el desacoplado.

# CAPÍTULO III

# MÉTODOS NUMÉRICOS EN GEOTÉCNIA

En este capítulo se muestra una revisión acerca de algunos de los métodos numéricos empleados en la resolución de problemas geotécnicos. Primero se define de forma básica el método de diferencias finitas mencionando algunas de sus aplicaciones; luego se hace una descripción breve del método de las características, pasando por el método de las ecuaciones integrales, llegando finalmente al método de los elementos finitos, donde se resumen los aspectos claves empleados en los análisis presentados en esta investigación.

# EL MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS FINITAS

El principio fundamental de este método estriba en sustituir la expresión diferencial, por una expresión equivalente en términos de incrementos finitos de las variables. Todas las variables del problema quedan discretizadas. La dicretización de las variables geométricas conduce a una subdivisión del dominio mediante una red ortogonal. La discretización de las ecuaciones diferenciales permite obtener expresiones que relacionan los valores de las variables y sus incrementos y por tanto permiten la solución del problema en forma incremental.

La aplicación de este método ha sido y es ampliamente empleada en problemas de infiltración donde la relación constitutiva es simple y la ecuación de campo es sencilla.

El método de las diferencias finitas tiene también una aplicación muy importante en problemas de consolidación unidimensional, donde la relación constitutiva también es fácil y donde la ecuación de campo (ecuación de Poisson) es fácilmente discretizable. Otra aplicación de gran interés en geomecánica son los problemas de interacción suelo - estructura tales como vigas y losas sobre fundaciones elásticos, pilotes sometidos a esfuerzos horizontales, ente otras.



Figura 3.1 Idealización de un pilote cargado lateralmente mediante diferencias finitas. Fuente: Chandruplata & Belegundu (1999).

# EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS

Igual que el método de las diferencias finitas, éste necesita la formulación previa de las ecuaciones diferenciales que rigen el problema y es aplicable cuando éste sistema de ecuaciones diferenciales es de tipo hiperbólico. En tal caso, el procedimiento fundamental del método consiste en un cambio de coordenadas. De forma de que el sistema de ecuaciones diferenciales, en derivadas parciales se convierta en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

# EL MÉTODO DE LAS ECUACIONES INTEGRALES

Cuando se conoce una solución elemental de un problema en particular es posible, mediante integración de esa solución elemental, conocer la solución de un problema más complejo del mismo tipo. Esta integración, superposición o suma de efectos exige que el problema sea lineal, esto es, que exista una proporcionalidad lineal entre la causa y el efecto. Esto es elemental, cuando se conocen las tensiones originadas en un semiespacio elástico lineal, provocado por una carga aislada, y pasar a conocer las tensiones provocadas por dos o varias cargas aisladas o también las provocadas por cargas distribuidas sobre superficies, mediante una integración en tal superficie del efecto provocado por la carga de cada elemento diferencial de área.

Con esta idea nació el método de las ecuaciones integrales que en las primeras aplicaciones, sencillas, tuvo soluciones analíticas.

SOLUCION ELEMENTAL CONOCIDA



Figura 3.2 Método de las Ecuaciones Integrales. Fuente: Chandruplata & Belegundu (1999).

# EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

El método de los elementos finitos ha llegado a ser una herramienta poderosa para la solución numérica en un amplio rango de problemas de ingeniería. En este método de análisis, una región compleja que define un continuo se discretiza en formas geométricas simples denominadas elementos finitos. Mediante un proceso de ensamblaje, de las ecuaciones locales de cada elemento, cuando se consideran debidamente las cargas y restricciones particulares, da lugar a un conjunto de ecuaciones globales de toda la región compleja en estudio. La solución de esas ecuaciones nos permitirá obtener un conocimiento aproximado del comportamiento del continuo.

Las ideas básicas de los elementos finitos se originaron gracias a los avances en el análisis estructural de las aeronaves. En 1941, Hreikoff presentó una solución de problemas de la elasticidad usando el *Método de Trabajo Marco*. Luego Courant, en 1943, utilizó interpolación polinomial por partes sobre subregiones triangulares para modelar problemas de torsión. Turner y otros investigadores obtuvieron matrices de rigidez para armaduras, vigas y otros elementos y presentaron sus hallazgos en 1956. Clough fue el primero en acuñar y emplea el término *Elementos Finitos* en 1960.

Durante la década de 1960, se utilizó este método para la obtención de soluciones aproximadas de análisis de esfuerzos. A principio de la década de 1970 se aplicó el método de los elementos finitos para la resolución de problemas no lineales desarrollándose estudios de convergencia y luego con el desarrollo de los computadores con gran capacidad de procesamiento se ha avanzado en el uso del Método de los Elementos Finitos en otras áreas afines pertenecientes al campo de la geomecánica.

## **REQUERIMIENTOS PARA UNA SOLUCIÓN**

Cualquier solución teórica de un problema estático de valor límite debe satisfacer los siguientes tres requerimientos: *Equilibrio, Compatibilidad y Condiciones de Frontera.* 

# Equilibrio y Esfuerzos

En la figura 3.3 se muestra un cuerpo tridimensional que ocupa un volumen Vy tiene una superficie *S*. Los puntos en el cuerpo están identificados por las coordenadas *x*, *y*, *z*. La frontera del cuerpo se restringe a la región donde se especifica el desplazamiento. Sobre una parte de la frontera se aplica una fuerza distribuida por unidad de área <u>*T*</u>, llamada también tracción. Debido a la acción de la fuerza se deforma el cuerpo. La deformación en un punto <u>*x*</u> = [*x*,*y*,*z*]<sup>T</sup>, esta dada por las tres componentes de su desplazamiento:

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} u, v, w \end{bmatrix}^T \tag{3.1}$$

La fuerza distribuida por unidad de volumen, por ejemplo, el peso por unidad de volumen, es el vector f dado por:

$$\underline{f} = \begin{bmatrix} f_x, f_y, f_z \end{bmatrix}^T$$
(3.2)

En la figura 3.3 se muestra la fuerza del cuerpo actuando sobre el volumen elemental dV. La tracción superficial <u>T</u> puede darse por el valor de sus componentes en puntos sobre la superficie.

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} T_x, T_y, T_z \end{bmatrix}^T$$
(3.3)

Ejemplos de tracción son las fuerzas de contacto distribuidas y la acción de la presión. Una carga  $\underline{P}$  actuando en un punto *i* se representa por sus tres componentes:

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} P_x, P_y, P_z \end{bmatrix}^T$$
(3.4)

En la figura 3.4 se muestran los esfuerzos que actúan sobre el volumen elemental dV. Cuando el volumen dV "se contrae" a un punto, el tensor de esfuerzo se representa colocando sus componentes en una matriz simétrica (3x3). Sin embargo, representamos los esfuerzos por medio de sus seis componentes independientes como sigue:

$$\underline{\sigma} = \left[\sigma_{x}, \sigma_{y}, \sigma_{z}, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}\right]^{T}$$
(3.5)

Donde  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ , son los esfuerzos normales y  $\tau_x$ ,  $\tau_y$ ,  $\tau_z$ , son esfuerzos cortantes. Considerando el equilibrio del volumen elemental mostrado en la figura 3.2. Primero se obtienen las fuerzas sobre las caras multiplicando los esfuerzos por las áreas correspondientes. Escribimos  $\Sigma F_x=0$ ,  $\Sigma F_y=0$ , y  $\Sigma F_z=0$ , y recordando que dV=dx dy dz, obtenemos las ecuaciones de equilibrio:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial y} + f_z = 0$$
(3.6)



Figura 3.3 Cuerpo Tridimensional. Fuente: Chandruplata & Belegundu (1999).



Figura 3.4 Equilibrio de un volumen elemental. Fuente: Chandruplata & Belegundu (1999).

## Compatibilidad

La compatibilidad requiere la continuidad del campo de los desplazamientos. Ningún espacio, ni superposición, deben ocurrir en el dominio del problema durante el proceso de deformación. La compatibilidad es expresada matemáticamente como la definición de los esfuerzos en términos de las diferenciales de desplazamientos, los cuales describen un movimiento continuo.

# **Condiciones frontera**

Las condiciones de frontera son restricciones que deben cumplirse para las fuerzas y los desplazamientos tratados en el problema. Haciendo referencia a la figura 3.3, se puede observar que existen condiciones de desplazamiento en la frontera y condiciones de carga en la superficie. Si  $\underline{u}$  se especifica sobre parte de la frontera denotada por  $S_u$ , tenemos que  $\underline{u}=0$  sobre  $S_u$ .

También se pueden considerar condiciones de frontera como  $\underline{u}=a$ , donde *a* es un desplazamiento.

Considerando el equilibrio del tetraedro elemental *ABCD*, mostrado en la figura 3.5, donde *DA*, *DB*, y *DC* son paralelas a los ejes x, y, y z, respectivamente, y dA es el área definida por los vértices *ABC*. Si  $\mathbf{n} = [\mathbf{n}_x, \mathbf{n}_y, \mathbf{n}_z]^T$  es la normal unitaria a dA, entonces el área  $BDC=n_x dA$ , el área  $ADC=n_y dA$  y el área  $ABD=n_z dA$ . La consideración del equilibrio a lo largo de los tres ejes obtenido es:

$$\sigma_{x}n_{x} + \tau_{xy}n_{y} + \tau_{xy}n_{z} = T_{x}$$

$$\tau_{xy}n_{x} + \sigma_{y}n_{y} + \tau_{yz}n_{z} = T_{y}$$

$$\tau_{xz}n_{x} + \tau_{yz}n_{y} + \sigma_{z}n_{z} = T_{z}$$
(3.7)

que puede ser observado de una mejor manera en su forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x} & \tau_{xy} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_{y} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{x} \\ n_{y} \\ n_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{x} \\ T_{y} \\ T_{z} \end{bmatrix}$$
(3.8)

Estas condiciones deben satisfacerse sobre la frontera  $S_T$ , donde se aplican las tracciones. En esta descripción, las cargas puntuales deben tratarse como cargas distribuidas sobre áreas pequeñas pero finitas.



Figura 3.5 Un volumen elemental en la superficie. Fuente: Chandruplata & Belegundu (1999). Teoría de deformación

La ecuación de equilibrio estático puede ser formulada como:

$$\underline{\underline{L}}^{T} \underline{\boldsymbol{\sigma}} + \underline{p} = \underline{0}$$
(3.9)

Esta ecuación describe las derivadas espaciales de los seis componentes de esfuerzo, ensamblando el vector  $\underline{\sigma}$ , para los tres componentes de fuerzas, ensamblados en el vector  $\underline{p}$ . La matriz  $\underline{L}^T$  es la transpuesta de un operador diferencial definido como:

$$\underline{\underline{L}}^{T} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{pmatrix}$$
(3.10)

En la ecuación 3.5 se representaron las deformaciones unitarias en una forma vectorial que corresponde a los esfuerzos,

$$\underline{\mathcal{E}} = \left[\mathcal{E}_{x}, \mathcal{E}_{y}, \mathcal{E}_{z}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}\right]^{T}$$
(3.11)

Donde  $\mathcal{E}_x$ ,  $\mathcal{E}_y$ ,  $\mathcal{E}_z$ , son las deformaciones normales, y  $\gamma_{yz}$ ,  $\gamma_{xz}$ ,  $\gamma_{xy}$ , son las deformaciones angulares unitarias cortantes.

La figura 3.4 da la deformación de la cara dx - dy para pequeñas deformaciones, que serán las consideradas aquí. Tomando en cuanta también las otras caras, podemos escribir

$$\mathcal{E} = \left[\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right]$$
(3.12)

También podemos escribir esta formula en forma matricial:

$$\underline{\mathcal{E}} = \underline{\underline{L}}\underline{\underline{U}} \tag{3.13}$$

Esta ecuación expresa los seis componentes de la deformación, ensamblados en el vector  $\underline{\mathcal{E}}$ , así como las derivadas espaciales de las tres componentes de desplazamiento, ensambladas en el vector  $\underline{\mathbf{u}}$ , usando el operador diferencial  $\underline{\mathbf{L}}_{\underline{\mathbf{x}}}$  definido anteriormente.

Para materiales elásticos lineales, las relaciones esfuerzo – deformación unitaria pro vienen de la ley de Hooke generalizada. Para materiales isotrópicos, las dos propiedades del material son el módulo de Young o módulo de elasticidad, E, y la relación de Poisson,  $\nu$ . Si se considera un cubo elemental dentro del cuerpo, por medio de la ley de Hooke se obtiene:

$$\mathcal{E}_{x} = \frac{\sigma_{x}}{E} - V \frac{\sigma_{y}}{E} - V \frac{\sigma_{z}}{E}$$

$$\mathcal{E}_{y} = -V \frac{\sigma_{x}}{E} + \frac{\sigma_{y}}{E} - V \frac{\sigma_{z}}{E}$$

$$\mathcal{E}_{z} = -V \frac{\sigma_{x}}{E} - V \frac{\sigma_{y}}{E} + \frac{\sigma_{z}}{E}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$
(3.14)

Donde G es el módulo de corte o rigidez definido por:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{3.15}$$

De las relaciones de la ley de Hook (ecuaciones 3.14), se puede observar:

$$\varepsilon_{x} + \varepsilon_{y} + \varepsilon_{z} = \frac{(1 - 2\nu)}{E} (\sigma_{x} + \sigma_{y} + \sigma_{z})$$
(3.16)

Sustituyendo ( $\sigma_x + \sigma_y$ ) y haciendo varias relaciones en la ecuación 3.14 se obtienen las relaciones inversas:

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{D}}\underline{\varepsilon} \tag{3.17}$$

 $\underline{\underline{D}}$  es la matriz simétrica de (6x6) del material dada por:

$$\underline{P} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0, 5-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0, 5-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0, 5-\nu \end{bmatrix}$$
(3.18)

La ecuación 3.16 es la relación constitutiva que representa el comportamiento del material. Combinando las ecuaciones 3.8, 3.9 y 3.12 se puede llegar a obtener la relación constitutiva a través una derivada parcial de segundo orden en los desplazamientos  $\underline{u}$ .

En lugar de una combinación directa, la ecuación de equilibrio (3.8) puede ser reformulada según el principio de variación de Garlekin. Este principio se basa en el trabajo virtual, el cual requiere un desplazamiento arbitrario  $\delta \underline{u}$ , que representa una variación cinemática admisible de desplazamiento permitiendo que el trabajo virtual interno sea igual al trabajo virtual externo. Aplicando el principio de variación de Garlekin sobre la ecuación en mención se obtiene:

$$\int \delta \underline{u}^{T} (\underline{\underline{L}}^{T} \underline{\sigma} + \underline{p}) \ dV = 0$$
(3.19)

Aplicando el teorema de Green para integración parcial del primer término en la ecuación 3.9 se obtiene:

$$\int \delta \underline{\varepsilon}^{T} \underline{\sigma} \, dV = \int \underline{u}^{T} \underline{p} \, dV + \int \delta \underline{u}^{T} \underline{t} \, dS \tag{3.20}$$

Esto introduce una integral de borde en la cual aparece la tracción de borde. Los tres componentes de la tracción de borde aparecen en el vector  $\underline{T}$ . La ecuación 3.19 hace referencia a la ecuación de trabajo virtual.

El desarrollo de los estados de esfuerzos  $\underline{\sigma}$  puede ser apreciado como un proceso incremental:

$$\underline{\sigma}^{i} = \underline{\sigma}^{i'1} + \Delta \underline{\sigma}$$

$$\Delta \underline{\sigma} = \int \underline{\dot{\sigma}} dt$$
(3.21)

En esta relación,  $\underline{\sigma}^{i}$  representa el estado actual de esfuerzos los cuales son desconocidos y  $\underline{\sigma}^{i-1}$  representa los estados previos de esfuerzo, los cuales son

conocidos. El incremento de esfuerzo  $\Delta \underline{\sigma}$  es la variación integrada sobre un incremento de tiempo pequeño.

Si la ecuación 3.20 es considerada para el estado actual *i*, los esfuerzos desconocidos  $\underline{\sigma}^i$  pueden ser eliminados usando la ecuación 3.21:

$$\int \delta \underline{\varepsilon}^{T} \Delta \underline{\sigma} dV = \int \Delta \underline{u}^{T} \underline{p}^{i} dV + \int \Delta \underline{u}^{T} \underline{t}^{i} dV + \int \delta \underline{\varepsilon}^{T} \underline{\sigma}^{i'1} dV$$
(3.22)

Puede notarse que todas las variables que aparecen en las ecuaciones 3.9 y 3.22 son funciones de la posición en el espacio tridimensional.

## Discretización de elementos finitos

De acuerdo al método de los elementos finitos un volumen continuo se divide en un número de elementos. Cada elemento consiste en un número de nodos. Cada nodo posee un número de grados de libertad que corresponden a valores discretos desconocidos en el problema de valor límite a ser resuelto. En el presente caso de deformación teórica los grados de libertad corresponden a los componentes de desplazamiento. Dentro de un elemento el vector desplazamiento  $\underline{u}$  se obtiene de un valor nodal discreto en un vector  $\underline{v}$  usando la función de interpolación ensamblada en la matriz  $\underline{N}$ :

$$\underline{u} = \underline{N}\underline{v} \tag{3.23}$$

La función de interpolación en la matriz N se denota a menudo como la función de estado. Sustituyendo la ecuación 3.23 en la relación cinemática 3.13 se obtiene:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\underline{L}} \underline{\underline{N}} \underline{\underline{V}} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{V}}$$
(3.24)

En esta ecuación <u>B</u> es la matriz de interpolación de la deformación, la cual contiene las derivadas espaciales de la función de interpolación. Las ecuaciones 3.23 y 3.24 pueden ser utilizadas también en forma de variaciones e incrementos.

La ecuación 3.22 puede ser reformulada en forma discretizada como:

$$\int \left(\underline{\underline{B}}\delta\underline{\underline{\nu}}\right)^T \Delta\underline{\underline{\sigma}}dV = \int \left(\underline{\underline{N}}\delta\underline{\underline{\nu}}\right)^T \underline{\underline{p}}^i dV + \int \left(\underline{\underline{N}}\delta\underline{\underline{\nu}}\right)^T \underline{\underline{t}}^i dS - \int \left(\underline{\underline{B}}\delta\underline{\underline{\nu}}\right)^T \underline{\underline{\sigma}}^{i-1} dV$$
(3.25)

Los desplazamientos discretos pueden ser colocados fuera de la integral:

$$\delta \underline{\underline{v}}^{T} \int \left(\underline{\underline{B}}\right)^{T} \Delta \underline{\underline{\sigma}} dV = \delta \underline{\underline{v}}^{T} \int \left(\underline{\underline{N}}\right)^{T} \underline{\underline{p}}^{i} dV + \delta \underline{\underline{v}}^{T} \int \left(\underline{\underline{N}}\right)^{T} \underline{\underline{t}}^{i} dS - \delta \underline{\underline{v}}^{T} \int \left(\underline{\underline{B}}\right)^{T} \underline{\underline{\sigma}}^{i-1} dV$$
(3.26)

Tomando en cuenta los desplazamientos discretos como factor común y simplificando la ecuación 3.26 se obtiene:

$$\int \left(\underline{\underline{B}}\right)^T \Delta \underline{\sigma} dV = \int \left(\underline{\underline{N}}\right)^T \underline{\underline{P}}^i dV + \int \left(\underline{\underline{N}}\right)^T \underline{\underline{t}}^i dS - \int \left(\underline{\underline{B}}\right)^T \underline{\sigma}^{i-1} dV$$
(3.27)

La ecuación 3.27 es elaborada en condiciones de equilibrio en forma discretizada. El primer término en la parte derecha de la ecuación con el segundo término representa el vector de fuerza externa y el último término representa la reacción del vector interno. Una diferencia entre el vector de fuerza externa y el vector de fuerza externa y el vector de reacción interna podría ser balanceada por un incremento de esfuerzos  $\Delta \sigma$ .

La relación entre los incrementos de esfuerzos y los incrementos de deformación unitaria son usualmente no-lineales. Como resultado, el incremento de deformación unitaria generalmente no puede ser calculado de forma directa, y se requiere de un procedimiento global iterativo para satisfacer la condición de equilibrio para todo los puntos del material (ecuación 3.26). El procedimiento iterativo global se describe más adelante enfocando la atención primeramente sobre la integración (local) de esfuerzos.

## Integración implícita de modelos de plasticidad diferencial

El incremento de esfuerzos  $\Delta \underline{\sigma}$  se obtiene a través de la integración de la variación de esfuerzos de acuerdo a la ecuación 3.21. Para modelos de plasticidad diferencial los incrementos de esfuerzos pueden ser escritos como:

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{\underline{D}}^{e} \left( \Delta \underline{\varepsilon} - \Delta \underline{\varepsilon}^{p} \right)$$
(3.28)

En esta relación  $\underline{D}^e$  es la matriz de material elástico para los incrementos actuales de esfuerzos, los incrementos de deformación  $\Delta \underline{e}$  se obtienen a partir de los incrementos de desplazamiento  $\Delta \underline{v}$  usando la matriz de interpolación de deformación  $\underline{B}$ , similar a la ecuación 3.28.

Para materiales con comportamiento elástico, el incremento de deformación plástica  $\Delta \underline{e}^{p}$  es igual a cero. Para material con comportamiento elástico, el incremento de deformación puede ser escrito, de acuerdo a Vermeer (1979), como:

$$\Delta \underline{\varepsilon}^{p} = \Delta \lambda \left[ (1 - \omega) \left( \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \right)^{i-1} + \omega \left( \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \right)^{i} \right]$$
(3.29)

En esta ecuación  $\Delta \lambda$  es el incremento del factor de plasticidad y  $\omega$  es un parámetro indicador del tipo de integración de tiempo. Para  $\omega=0$  la integración es explicita y para  $\omega=1$  la integración es implícita.

Vermeer (1979) muestra que el uso de la integral implícita tiene mejores ventajas, como sobreponerse al requisito de actualizar los esfuerzos para ceder superficie en caso de una transición elástica para el comportamiento elastoplástico. Además, se puede demostrar que esta integración implícita, bajo ciertas condiciones, conduce a una matriz simétrica, positiva y diferencial,  $d\underline{\varepsilon}/d\underline{\sigma}$ , lo cual tiene una influencia positiva en los procedimientos iterativos.

Por lo tanto, para  $\omega=1$ , la ecuación 3.29 se reduce a:

$$\Delta \underline{\varepsilon}^{p} = \Delta \lambda \left( \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \right)^{i}$$
(3.30)

Sustituyendo la ecuación 3.29 en la ecuación 3.28 y luego en la ecuación 2.8 se obtiene:

$$\underline{\sigma}^{i} = \underline{\sigma}^{tr'} \Delta \lambda \underline{\underline{D}}^{e} \left( \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \right)^{i} \quad \text{con:} \quad \underline{\sigma}^{tr} = \underline{\sigma}^{i-1} + \underline{\underline{D}}^{e} \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}$$
(3.31)

En esta relación  $\underline{\sigma}^{tr}$  es un vector auxiliar de esfuerzos, referido a los esfuerzos elásticos o esfuerzos de prueba, los cuales son los nuevos estados de esfuerzos donde se considera un comportamiento del material totalmente elástico de manera lineal.

El factor de incremento de plasticidad  $\Delta\lambda$ , el cual es usado en la ecuación 3.31, puede ser solucionado bajo la condición que el nuevo estado de esfuerzos tiene que satisfacer la condición de campo:

$$f\left(\underline{\sigma}^{i}\right) = 0 \tag{3.32}$$

Para modelos perfectamente plásticos y linealmente rígidos, el incremento del factor de plasticidad pueden ser escritos como:

$$\Delta \lambda = \frac{f(\underline{\sigma}^{i})}{d+h}$$
(3.33)

donde:

$$d = \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}}\right)^{\underline{\sigma}^{\mu}} \underline{\underline{D}}^{e} \left(\frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}}\right)^{i}$$
(3.34)

El símbolo h denota el parámetro de rigidez, el cual es cero para modelos perfectamente plásticos y constante para modelos linealmente rígidos. En el último caso los estados de esfuerzos pueden ser formulados como:

$$\underline{\sigma}^{i} = \underline{\sigma}^{tr} - \frac{\left\langle f\left(\underline{\sigma}^{tr}\right) \right\rangle}{d+h} \underline{\underline{D}}^{e} \left(\frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}}\right)^{i}$$
(3.35)

Los corchetes  $\langle \rangle$  hacen referencia a los corchetes McCauley, los cuales tienen la siguiente convención:

$$\langle x \rangle = 0$$
 Para  $x \le 0$  y  $\langle x \rangle = x$  para  $x > 0$ .

#### Procedimiento iterativo global

Mediante la sustitución de la relación entre los incrementos de esfuerzos y los incremento de deformación,  $\Delta \underline{\sigma} = \underline{M} \Delta \underline{\varepsilon}$ , dentro de la ecuación 3.26 se obtiene:

$$\underline{\underline{K}}^{i} \Delta \underline{\underline{v}}^{i} = \underline{\underline{f}}^{i}_{ex} \underline{\underline{f}}^{i-1}_{in}$$
(3.36)

En esta ecuación  $\underline{K}$  es la matriz de rigidez,  $\underline{\Delta v}$  es el vector de variación de desplazamiento,  $\underline{f_{ex}}$  es el vector de fuerza externa y  $\underline{f_{in}}$  es el vector de reacción interna. El superíndice *i* es el número de paso. Sin embargo, debido a que la relación de variación de esfuerzos y variación de deformación es generalmente no lineal, la matriz de rigidez no puede ser formulada exactamente como se planteó anteriormente. Por lo tanto, se requiere de un proceso de iteración global que satisfaga tanto las condiciones de equilibro como la relación constitutiva. El proceso de iteración global viene dado como:

$$\underline{\underline{K}}^{j} \delta \underline{\underline{v}}^{j} = \underline{\underline{f}}_{ex}^{i} - \underline{\underline{f}}_{in}^{i-1}$$
(3.37)

El superíndice *j* se refiera al número de iteración.  $\delta \underline{v}$  es un vector que contiene las sub-variaciones de los desplazamientos, las cuales contribuyen con los cambios de desplazamiento del paso *i*:

$$\Delta \underline{y}^{i} = \sum_{j=1}^{n} \delta \underline{y}^{j}$$
(3.38)

Donde *n* es el número de iteraciones en el paso *i*. La matriz de rigidez  $\underline{K}$ , como la usada en la ecuación 3.37, de una forma aproximada representa el comportamiento del material. Mientras más precisa sea la matriz de rigidez, menos iteraciones serán requeridas para obtener el equilibrio dentro de cierta tolerancia.

En una forma más simple  $\underline{K}$  representa una reacción lineal elástica. En este caso la matriz de rigidez puede ser formulada como:

$$\underline{\underline{K}} = \int \underline{\underline{B}}^{T} \underline{\underline{D}}^{e} \underline{\underline{B}} dV \quad \text{(Matriz de rigidez elástica)} \tag{3.39}$$

Donde  $\underline{D}^e$  es la matriz de material elástico de acorde con la ley de Hooke y  $\underline{B}$  es la matriz de interpolación de deformación. El uso de una matriz de rigidez elástica conlleva a un procedimiento iterativo robusto, mientras la rigidez material no aumente, aún cuando se usen modelos de plasticidad no asociados. Técnicas especiales como el control de la longitud de arco (Risk, 1979) y la extrapolación (Vermeer & Van lancen, 1989), pueden ser empleados para mejorar el proceso de iteración. Además el procedimiento del tamaño de paso automático, como el introducido por Van Lancen & Vermeer (1990), pueden ser usados para mejorar la aplicabilidad práctica. Para modelos con materiales con un comportamiento lineal, en el dominio elástico, tal como el modelo estándar de Mohr-Coulomb, el empleo de una matriz de rigidez elástica es particularmente favorable, así como la matriz de rigidez, que necesita solamente ser formada y descompuesta antes del cálculo del primer paso.

## FORMULACIÓN DE ELEMENTOS

A continuación se describen las funciones de interpolación de elementos finitos que serán usadas durante el estudio. Cada elemento consiste de un número de nodos. Cada nodo tiene un número de grados de libertad que corresponde al los valores discretos de las incógnitas en las condiciones límites a ser resueltas. En el

caso de teoría de deformación los grados de libertad corresponden a las componentes de desplazamiento. En adición a las funciones de interpolación se describe cuales tipos de integración numérica sobre los elementos son empleados en esta investigación.

# Interpolación de funciones en integración numérica de los elementos de línea

Dentro de un elemento el campo de desplazamiento  $\underline{u} = (u_x, u_y, u_z)^T$  desde el valor nodal discreto en un vector  $\underline{v} = (v_1, v_2, ..., v_n)^T$  usando funciones de interpolación ensambladas en la matriz <u>N</u>:

$$\underline{u} = \underline{N}\underline{v} \tag{3.40}$$

Por lo tanto, la función de interpolación  $\underline{N}$  es usada para introducir valores dentro de un elemento basado en valores conocidos en los nodos. La función de interpolación también esta denotada como una "función de forma".

Primero se debe considerar un elemento lineal. Los elementos lineales son la base para cargas distribuidas sobre planos verticales en los modelos 3D. La extensión de esta teoría para áreas y volúmenes se discute en secciones subsiguientes.

En el lugar donde la posición local de un punto,  $\xi$ , es conocida (usualmente un punto de esfuerzos o un punto de integración), puede describirse el comportamiento del desplazamiento:

$$u(\xi) = \sum_{i=1}^{n} N_i(\xi) v_i$$
(3.41)

Donde:

 $v_i$ : Es el valor nodal.

 $N(\xi)$ : Es el valor de la función de forma del nodo *i* en la posición  $\xi$ .

 $u(\xi)$ : Es el valor resultante en la posición  $\xi$ .
*N*: Es el número de nodos por elementos.

#### Elementos de líneas de 3 nodos

En la figura 3.6, se muestra un ejemplo de un elemento de línea de 3 nodos, el cual es compatible con la cara del triángulo de 6 nodos, un cuadrilátero de 8 nodos y un elemento de volumen de 16 nodos, esto se debe a que estos elementos posen tres nodos en una cara. La función de forma  $N_i$  tiene la propiedad que el valor de la función es igual a la unidad en el nodo *i* y cero en los demás nodos. Para un elemento lineal de 3 nodos, donde los nodos 1, 2 y 3 son localizados en  $\xi$ =-1, 0 y 1 respectivamente, la función de forma viene dada por:

$$N_{1} = -\frac{1}{2}(1-\xi)\xi$$

$$N_{2} = (1-\xi)(1+\xi)$$

$$N_{3} = \frac{1}{2}(1+\xi)\xi$$
(3.42)

Los elementos lineales de 3 nodos proveen una interpolación desplazamientos de segundo orden.



Figura 3.6 Función de forma para un elemento lineal de 3 nodos. (Zienkiewicz, 1967).

#### Integración numérica de elementos lineales

Para obtener la integral sobre una cierta línea, la integral numérica se estima como:

$$\int_{\xi=-1}^{1} F\left(\xi\right) d\xi \approx \sum_{i=1}^{k} F\left(\xi\right) w_{i}$$
(3.43)

Donde  $F(\xi_i)$  es el valor de la función F en la posición  $\xi_i$  y  $w_i$  el factor de peso por el punto *i*. Un total de puntos de muestreo K son empleados. Un método que frecuentemente se usa para la integración numérica es la integración Gausiana, donde las posiciones  $\xi_i$  y los peso  $w_i$  son seleccionados de manera espacial buscando obtener la mayor exactitud. Para una integración Gausiana de una función polinomial de grado 2K-1 se puede integrar exactamente usando K puntos. Las posiciones y los factores de peso de los dos tipos de integración se muestran en la tabla 3.1.

Máximo grado del polinomio		ξi	Wi		
1	1 punto	0,000000	2		
3	2 puntos	$\pm 0.577350(\pm 1/\sqrt{3})$	1		
5	2	±0.774596 (± $\sqrt{0.6}$ )	0.55555 (5/9)		
	5 puntos	0.000000	0.88888 (8/9)		
7	1 nuntos	±0.861136	0.88888 (8/9) 0.347854 0.652145		
	4 puntos	±0.339981	0.652145		
	5 puntos	±0.906179	0.236926		
9		os ±0.538469 0.	0.478628		
		0.000000	0.568888		

Tabla3.1Integración Gausiana. (Elaboración Propia).

# Función de Interpolación e integración numérica de elementos de área

Las áreas y superficies pueden ser formadas por elementos de triángulos de 6 nodos o por elementos de cuadriláteros de 8 nodos. Las funciones de interpolación y tipo de integración de estos elementos se describen en las siguientes subsecciones.

# Elementos triangulares de 6 nodos

Los triángulos de 6 nodos son creados en el proceso de generación de malla 2D y se usan en los planos verticales del modelo 3D para formar las caras de los elementos de 15 nodos para suelos.

Para elementos triangulares existen dos coordenadas locales ( $\xi \neq \eta$ ). En adición a esto se usa una coordenada auxiliar  $\zeta = 1 - \xi - \eta$ . Los elementos triangulares de 6 nodos proveen una interpolación de segundo orden de desplazamientos. Las funciones de forma pueden ser escritas como (ver la numeración de los nodos locales en la figura 3.7):

$$N_{1} = \zeta (2\zeta - 1)$$

$$N_{2} = \xi (2\xi - 1)$$

$$N_{3} = \eta (2\eta - 1)$$

$$N_{4} = 4\zeta\xi$$

$$N_{5} = 4\xi\eta$$

$$N_{6} = 4\mu\zeta$$
(3.44)

Por lo que respecta a elementos lineales, se puede formular la integración numérica sobre las áreas como:

$$\iint F(\xi,\eta) d\xi d\eta \approx \sum_{i=1}^{k} F(\xi_i,\eta_i) w_i$$
(3.45)

En esta investigación se utiliza la integración Gausiana dentro del área de los elementos. Para elementos triangulares de 6 nodos la integración se basa en 3 puntos

simples (ver figura 3.7). La posición y los factores de peso de los puntos de integración están dados el la tabla 3.2.



Figura 3.7 Numeración local y posicionamiento de nodos (·) e integración de puntos (X) de un elemento triangular de 6 nodos. (Elaboración Propia).

Tabla3.2	Gausiana de 3	puntos par	a elementos triangu	ilares de3 nodos.	(Elaboración F	Propia)	
					<b>`</b>		

Puntos	ξi	$\eta_i$	Wi
1	1/6	2/3	1/3
2	1/6	1/6	1/3
3	2/3	1/6	1/3

#### Elementos cuadriláteros de 8 nodos

Los elementos cuadriláteros de 8 nodos se crean en el proceso de extensión de la malla 3D y se usan en las caras de los elementos de cuña de 15 nodos en la dirección z. Estos elementos tienen su base en la distribución de carga sobre las capas de los modelos 3D y para elementos estructurales (placas y geomallas) y elementos de interfaces. Elementos cuadriláteros tienen dos coordenadas locales ( $\xi$  y  $\eta$ ). Las funciones de forma de los elementos de 8 nodos se pueden escribir como (Ver la numeración de nodos locales y mostrados en la figura 3.8):

$$N_{1} = (1 - \xi)(1 - \eta)(-1 - \xi - \eta)/4$$

$$N_{2} = (1 + \xi)(1 - \eta)(-1 + \xi - \eta)/4$$

$$N_{3} = (1 + \xi)(1 + \eta)(-1 + \xi + \eta)/4$$

$$N_{4} = (1 - \xi)(1 + \eta)(-1 - \xi + \eta)/4$$

$$N_{5} = (1 + \xi)(1 - \xi)(1 + \eta)/2$$

$$N_{6} = (1 + \eta)(1 - \eta)(1 + \xi)/2$$

$$N_{7} = (1 + \eta)(1 - \eta)(1 - \xi)/2$$
(3.46)

Para elementos cuadriláteros de 8 nodos la integración numérica se basa sobre cuatro puntos de Gauss (ver figura 3.8), equivalente a la integración de los elementos lineales, pero en dos direcciones. La posición y factores de peso de los puntos de integración están dados en la tabla 3.3.



Figura3.8 Numeración local y posicionamiento de nodos e integración de puntos de un elemento cuadrilátero de 8 nodos. (Elaboración Propia).

Punto	Ęi	$\eta_i$	Wi
1	$-1/3\sqrt{3}$	$-1/3\sqrt{3}$	1
2	$+1/3\sqrt{3}$	$-1/3\sqrt{3}$	1
3	$-1/3\sqrt{3}$	$+1/3\sqrt{3}$	1
4	$+1/3\sqrt{3}$	$+1/3\sqrt{3}$	1

Tabla 3.3Cuatro puntos de Integración Gausiana para Elementos cuadriláteros de 8 nodos.<br/>(Elaboración Propia).

#### **Elementos estructurales**

Los elementos estructurales de área empleados a lo largo de esta investigación se basan en elementos de cuadriláteros de 8 nodos, los cuales fueron descritos en la sección anterior. Sin embargo, existen algunas diferencias.

Los elementos de geomallas no son diferentes a los elementos cuadriláteros de 8 nodos descritos anteriormente. Los elementos de geomallas tienen ocho nodos y tres grados de libertad de desplazamiento por nodo  $(u_x, u_y, u_z)$  estos elementos son integrados numéricamente usando los 4 puntos de integración gausiana (ver tabla 3.3).

Los elementos de placas son ligeramente diferentes a los cuadriláteros de 8 nodos en el sentido que estos tienen seis grados de libertad por cada nodo en lugar de tres, por ejemplo tres de traslación  $(u_x, u_y, u_z)$  y tres de rotación  $(\phi_x, \phi_y, \phi_z)$ . Estos elementos son integrados numéricamente usando 2x4 puntos de integración gausiana. La integración de los pares de puntos de integración corresponde a la tabla 3.3, pero estos puntos están localizados  $1/2d_{eq}/\sqrt{3}$  fuera del plano del elemento (ver figura 3.9).



Figura 3.9 Numeración local y posicionamiento de nodos e integración de puntos de elemento de placa de 8 nodos. (Elaboración Propia).

Los elementos de interacción son diferentes para cuadriláteros de 8 nodos en el sentido que ellos tienen pares de nodos en lugar de nodos simples. Además, la interacción tiene una integración de Gausiana puntos de 3x3 en lugar de 2x2. La posición y numeración de los puntos de integración se indican en la figura 3.10 (ver también la tabla 3.4). La distancia entre los dos nodos de un nodo par es cero. Cada nodo tiene tres grados de libertad transnacionales ( $u_{xy}$ ,  $u_{y}$ ,  $u_z$ ). Como resultado, la interacción de elementos se permite para desplazamientos diferenciales entre nodos pares.



Figura 3.10 Numeración local y posicionamiento de nodos e integración de puntos de interacción de elementos de 16 nodos. (Elaboración Propia).

Punto	ξi	$\eta_i$	Wi
1	-0.774596	-0.774596	0.308642
2	0.000000	-0.774596	0.493827
3	+0.774596	-0.774596	0.308642
4	-0.774596	0.000000	0.493827
5	0.000000	0.000000	0.790124
6	+0.774596	0.000000	0.493827
7	-0.774596	+0.774596	0.308642
8	0.000000	+0.774596	0.493827
9	+0.774596	+0.774596	0.308642

Tabla 3.49 puntos de integración Gausiana para interacción de elementos de 16 nodos.<br/>(Elaboración Propia)

# Funciones de interpolación e integración numérica de elementos de volumen

El volumen del suelo es modelado en el presente trabajo de investigación a través de elementos de cuña de 15 nodos. Las funciones de interpolación, sus derivadas y la integración numérica de este tipo de elementos se describen en las siguientes secciones.

# Elementos de cuña de 15 nodos

Los elementos de cuña de 15 nodos son creados en el procedimiento de extensión de malla 3D. Este tipo de elementos provee una interpolación de segundo orden de los desplazamientos. Para elementos de cuña hay tres coordenadas locales  $(\xi, \eta, y, \zeta)$ . Las funciones de forma de esos elementos de volumen de 15 nodos pueden ser escritos como (ver la numeración local mostrada en la figura 3.11):



Figura 3.11 Numeración local y posicionamiento de nodos e integración sobre volúmenes como elementos de cuña de 15 nodos. (Elaboración Propia)

$$N_{1} = -(1 - \xi - \eta)(1 - \zeta)(2\xi + 2\eta + \zeta)/2$$

$$N_{2} = -\xi(1 - \zeta)(2 - 2\xi - \zeta)/2$$

$$N_{3} = -\eta(1 - \zeta)(2 - 2\eta + \zeta)/2$$

$$N_{4} = -(1 - \xi - \eta)(1 + \zeta)(2\xi + 2\eta - \zeta)/2$$

$$N_{5} = -\xi(1 + \zeta)(2 - 2\xi + \zeta)/2$$

$$N_{6} = -\eta(1 + \zeta)(2 - 2\eta - \zeta)/2$$

$$N_{7} = (1 - \xi - \eta)\xi(1 - \zeta) * 2$$

$$N_{8} = \xi\eta(1 - \zeta) * 2$$

$$N_{9} = \eta(1 - \xi - \eta)(1 - \zeta)(1 + \zeta)$$

$$N_{10} = (1 - \xi - \eta)(1 - \zeta)(1 + \zeta)$$

$$N_{11} = \xi(1 - \zeta)(1 + \zeta)$$

$$N_{12} = \eta(1 - \zeta)(1 + \zeta)$$

$$N_{13} = (1 - \xi - \zeta)\xi(1 + \zeta) * 2$$

$$N_{14} = \xi\eta(1 + \zeta) * 2$$

$$N_{15} = \eta(1 - \xi - \eta)(1 + \zeta) * 2$$
(3.47)

#### Integración numérica sobre volúmenes

Al igual que para líneas y áreas, se puede formular la integración numérica sobre volúmenes cómo:

$$\iiint F(\xi,\eta,\zeta) d\xi d\eta d\zeta \approx \sum_{i=1}^{k} F(\xi_i,\eta_i,\zeta_i)$$
(3.48)

Para elementos de cuña de 15 nodos la integración se basa sobre 6 simples puntos. La integración es una mezcla entre los 3 puntos de integración de un elemento triangular de 6 nodos y los 4 puntos de integración de un cuadrilátero de 8 nodos. Las posiciones y los factores de peso de los puntos de integración están dados en la tabla 3.5. En la figura 3.11 se muestra la numeración local y los puntos de integración.

Punto	ξi	ηί	Wi
1	1/6	$-1/3\sqrt{3}$	1/3
2	1/6	$-1/3\sqrt{3}$	1/3
3	2/3	$-1/3\sqrt{3}$	1/3
4	1/6	$+1/3\sqrt{3}$	1/3
5	1/6	$+1/3\sqrt{3}$	1/3
6	2/3	$+1/3\sqrt{3}$	1/3

Tabla 3.56 puntos de integración gausiana para elementos de cuña de 15 nodos. (Elaboración<br/>Propia).

# Derivadas de las funciones de forma

Para calcular los componentes de deformación para desplazamientos las derivadas necesitan ser tomadas con respecto a un sistema global de ejes (x, y, z).

$$\underline{\mathcal{E}} = \underline{\underline{B}}_{i} \underline{\underline{V}}_{i} \tag{3.49}$$

donde:

$$\underline{\underline{B}}_{i} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_{i}}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_{i}}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_{i}}{\partial z} \\ \frac{\partial N_{i}}{\partial y} & \frac{\partial N_{i}}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_{i}}{\partial z} & \frac{\partial N_{i}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_{i}}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_{i}}{\partial x} \end{pmatrix}$$
(3.50)

Dentro de los elementos las derivadas se calculan con respecto al sistema de coordenadas locales. La relación entre las derivadas locales y globales envuelve el Jacobiano *J*:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_{i}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_{i}}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_{i}}{\partial \zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_{i}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_{i}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_{i}}{\partial z} \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \frac{\partial N_{i}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_{i}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_{i}}{\partial z} \end{pmatrix}$$
(3.51)

Las derivadas parciales  $\partial N_i / \partial \xi$ , etc., son derivables fácilmente tomando en cuenta que las funciones de forma son formuladas en coordenadas locales.

Los componentes cartesianos de deformación pueden ser calculados a través de la suma de todas las contribuciones nodales:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{xx} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{yy} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{zz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy} \\ \boldsymbol{\gamma}_{yz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{yz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{zx} \end{pmatrix} = \sum_{i} \underline{\underline{B}}_{i} \begin{pmatrix} \boldsymbol{v}_{z,i} \\ \boldsymbol{v}_{z,i} \\ \boldsymbol{v}_{z,i} \end{pmatrix}$$
(3.52)

Donde  $v_i$  es la componente de desplazamiento en el nodo i.

#### Cálculo de la Matriz de rigidez

La matriz de elementos de rigidez,  $K^e$ , se calcula a partir de la integral:

$$\underline{\underline{K}}^{e} = \int \underline{\underline{B}}^{T} \underline{\underline{D}}^{e} \underline{\underline{B}} dV$$
(3.53)

La integral es estimada por integración numérica como se describió en la sección 3.5.2.5. De hecho, la matriz de elementos de rigidez esta compuesta de submatrices  $K^{e}_{ij}$ , donde *i* y *j* son los nodos locales. El proceso de cálculo de la matriz de elementos de rigidez puede formularse como:

$$\underline{\underline{K}}_{ij}^{e} = \sum_{k} \underline{\underline{B}}_{i}^{T} \underline{\underline{D}}^{e} \underline{\underline{B}}_{j} W_{k}$$
(3.54)

# **CONSIDERACIONES GEOTÉCNICAS**

En las secciones anteriores se muestra una visión general de los métodos numéricos empleados en la geotecnia y de manera más específica se explica detalladamente el método de los elementos finitos. Sin embargo, la simulación de problemas geotécnicos, tales como la construcción de túneles, requiere de características adicionales para el modelado. Estas características son descritas en las secciones siguientes.

#### PRESIÓN HDRAÚLICA

Para simular completamente la infiltración y comportamiento de consolidación debe usarse una formulación acoplada incorporando la presión como una incógnita primaria conjuntamente con el desplazamiento. Para calcular el excedente de presión del fluido  $\Delta p_f$  bajo tales condiciones el vector de presión de poro es:

$$\Delta \sigma_f = \begin{bmatrix} \Delta p_f \ \Delta p_f \ \Delta p_f \ 0 \ 0 \end{bmatrix}$$
(3.55)

El cual es incorporado usando el principio de esfuerzos efectivos:

$$\Delta \sigma = \Delta \sigma' + \Delta \sigma_f \tag{3.56}$$

La matriz constitutiva puede ser expresada como:

$$D = D' + D_f \tag{3.57}$$

Donde  $D_f$  es la rigidez del fluido el cual esta relacionado al módulo de compresibilidad de la fase simple del fluido de poro  $K_f$ . Esta matriz tiene la siguiente forma:

$$D_f = K_e \begin{bmatrix} 1^{3x3} & 0^{3x3} \\ 0^{3x3} & 0^{3x3} \end{bmatrix}$$
(3.58)

Donde cada entrada de la matriz es una matriz 3x3.  $K_e$  es el módulo de compresibilidad equivalente del fluido y está relacionado con  $K_f$  y  $K_s$  (módulo de compresibilidad de las partículas sólidas) por:

$$K_{e} = \frac{1}{\frac{n}{k_{f}} + \frac{1 - n}{k_{s}}}$$
(3.59)

Donde *n* es la porosidad del suelo.

# EXCAVACIÓN

Para la simulación de construcción de túneles es requerida la simulación de la excavación. En cada evento de excavación una nueva frontera se introduce dentro de la malla de elementos finitos. La parte a ser excavada se determina y es removida de la malla activa, las fuerzas nodales equivalentes, las cuales actuaban en las fronteras internas de la excavación antes de que los elementos sean removidos se calculan y se imponen como tracciones a lo largo de esta frontera. Las tracciones superficiales de magnitud -T/i son aplicadas sobre el sistema a lo largo de cada incremento de *i*.

# CONSTRUCCIÓN

Los elementos de la viga que representan el revestimiento del túnel están presentes en la malla original de elementos finitos, pero son desactivados al inicio del análisis y luego son reactivados en un incremento seleccionado. Durante este incremento la rigidez del material a ser construido se le asigna un valor bajo. En todos los análisis de esta tesis se asumirá el revestimiento del túnel sin peso. Debido a que ninguna de las fuerzas del cuerpo de peso estaba aplicada a los elementos construidos. Al final del incremento los parámetros materiales del revestimiento son variados para representar el comportamiento material del revestimiento instalado.

#### INTERACCIÓN SUELO – ESTRUCTURA

Cuando se investiga la interacción en el terreno y la estructura, el comportamiento de la interfaz real entre ambos, el suelo y cualquier estructura, es de gran importancia. Las condiciones de compatibilidad para elementos adyacentes impide a estos mismos moverse relativamente con respecto al otro. Existen diversos métodos para modelar estos elementos:

Elementos Continuos: aplicado con leyes constitutivas estándar.

**Elementos Acoplados:** utilizando saltos discretos para conectar nodos opuestos.

Elementos de Interfaz Especial: con espesor finito o igual a cero.

#### **MODELO DE MATERIALES**

El comportamiento mecánico de terrenos puede ser modelado en diversos grados de exactitud diversos. La ley de Hooke, de elasticidad lineal isotrópica, por ejemplo, puede ser considerada como la relación disponible más simple de esfuerzo y deformación. Esto implica solamente el uso de dos parámetros, el módulo de Young, E, y la relación de Poisson,  $\mathbf{v}$ , generalmente es poco práctico captar características esenciales de comportamiento del terreno y de la roca.

#### MODELO DE MORH-COULOMB (PLASTICIDAD PERFECTA)

La plasticidad es asociada con el desarrollo de deformaciones irreversibles. Para evaluar si ocurre o no plasticidad en un cálculo, una función de campo, f, se introduce como función de esfuerzo y deformación. Una función de campo a menudo puede replantearse como una superficie en el espacio de esfuerzo principal. Un modelo perfectamente plástico es un modelo constitutivo con una superficie fija de campo, o sea una superficie de campo que está completamente definida por los parámetros del modelo y no es afectada (la parte plástica) por la deformación. Para los estados de esfuerzos representados por puntos dentro de la superficie de campo, el comportamiento es puramente elástico y todas las deformaciones son reversibles.

# Comportamiento perfectamente elasto-plástico

El principio básico de la elastoplasticidad es que las deformaciones y las variaciones de deformación están constituidas por una parte elástica y una parte plástica:

$$\underline{\mathcal{E}} = \underline{\mathcal{E}}^e + \underline{\mathcal{E}}^p \tag{3.60}$$

La ley de Hooke es usada para relacionar las variaciones esfuerzos relativos con las variaciones de deformación plástica. Sustituyendo la ecuación anterior dentro de la ley de Hooke se obtiene:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \underline{\underline{D}}^{e} \underline{\underline{\mathcal{E}}}^{e} = \underline{\underline{D}}^{e} \left( \underline{\underline{\mathcal{E}}}^{e} - \underline{\underline{\mathcal{E}}}^{p} \right)$$
(3.61)

De acuerdo con la teoría clásica de plasticidad (Hill, 1950), las velocidades de deformación plásticas son proporcionales a la derivada de la función de campo con respecto a los esfuerzos. Esto quiere decir que las velocidades plásticas de deformación pueden ser representadas como vectores perpendiculares a la superficie de campo. Esta forma, clásica de la teoría, es llamada plasticidad asociada. Sin embargo, para las funciones de campo tipo Mohr-Coulomb, la teoría de plasticidad asociada conduce a una sobreestimación de dilatancia. Por consiguiente, en adición a la función de campo, una función de potencial plástico g debe ser utilizada. El caso  $g \neq f$  se denota como plasticidad no asociada. En general, la velocidad de deformación plástica se escribe como:

$$\frac{\mathbf{\epsilon}^{p}}{\mathbf{\epsilon}^{p}} = \lambda \frac{\partial g}{\partial \mathbf{\sigma}'}$$
(3.62)

En el cual  $\lambda$  es el multiplicador plástico. Para comportamiento completamente plástico  $\lambda$  es cero, mientras que en el caso de comportamiento plástico  $\lambda$  es positivo.

Estas ecuaciones pueden ser usadas para obtener la siguiente relación entre las variaciones de esfuerzos efectivos y las variaciones de deformación para elastoplasticidad (Smith & Griffith, 1982; Vermeer & de Brost, 1984):

$$\underbrace{\underline{\sigma}}^{\bullet} = \left( \underline{\underline{D}}^{e'} \frac{\alpha}{d} \underline{\underline{D}}^{e} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}'} \frac{\partial f^{T}}{\partial \underline{\sigma}'} \underline{\underline{D}}^{e} \right) \underbrace{\underline{\varepsilon}}^{\bullet}$$
(3.63)

donde:

$$d = \frac{\partial f^{T}}{\partial \underline{\sigma}} \underbrace{\underline{D}}^{er} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}'}$$
(3.64)

El parámetro  $\alpha$  se usa como un interruptor. Si el material se comporta de manera elástica el valor de  $\alpha$  es cero, en cambio si se comporta de manera plástica  $\alpha$  es igual a uno.

La teoría de plasticidad está restringida para superficies de campo lisas y no abaraca un contorno de campo con superficies múltiples, como el presente en el modelo de Mohr-Coulomb. Para tal superficie de campo la teoría de plasticidad ha sido extendida por Koiter *et al.* (1960) para los vértices de flujo implicando dos o más funciones de potencial plástico:

$$\underbrace{\underline{\mathscr{E}}}^{p} = \lambda_{1} \frac{\partial g_{1}}{\partial \underline{\sigma}'} + \lambda_{2} \frac{\partial g_{2}}{\partial \underline{\sigma}'} + \dots$$
(3.65)

De modo semejante, varias funciones de campo ( $f_1, f_2, ...$ ) cuasi independientes se usan para determinar la magnitud de los multiplicadores ( $\lambda_1, \lambda_2...$ ).

# Formulación del modelo Mohr – Coulomb

Las condiciones de campo Mohr – Coulomb es una extensión de la ley de fricción de Coulomb para esfuerzos y deformaciones generales. En efecto, esta condición asegura que la ley de fricción de Coulomb se cumple en cualquier plano dentro un elemento del material.

La condición de campo de Morh – Coulomb consiste en seis funciones, las cuales están formuladas en términos de los esfuerzos principales:

$$f_{1a} = \frac{1}{2} (\sigma'_{2} - \sigma'_{3}) + \frac{1}{2} (\sigma'_{2} + \sigma'_{3}) \operatorname{sen} \varphi - c \cos \varphi \le 0$$

$$f_{1b} = \frac{1}{2} (\sigma'_{3} - \sigma'_{2}) + \frac{1}{2} (\sigma'_{3} + \sigma'_{2}) \operatorname{sen} \varphi - c \cos \varphi \le 0$$

$$f_{2a} = \frac{1}{2} (\sigma'_{3} - \sigma'_{1}) + \frac{1}{2} (\sigma'_{3} + \sigma'_{1}) \operatorname{sen} \varphi - c \cos \varphi \le 0$$

$$f_{2b} = \frac{1}{2} (\sigma'_{1} - \sigma'_{3}) + \frac{1}{2} (\sigma'_{1} + \sigma'_{3}) \operatorname{sen} \varphi - c \cos \varphi \le 0$$

$$f_{3a} = \frac{1}{2} (\sigma'_{1} - \sigma'_{2}) + \frac{1}{2} (\sigma'_{1} + \sigma'_{2}) \operatorname{sen} \varphi - c \cos \varphi \le 0$$

$$f_{3b} = \frac{1}{2} (\sigma'_{2} - \sigma'_{1}) + \frac{1}{2} (\sigma'_{2} + \sigma'_{1}) \operatorname{sen} \varphi - c \cos \varphi \le 0$$

Los parámetros plásticos aparecen en las funciones de campo siendo bien conocido el ángulo de fricción  $\varphi$  y la cohesión c. Estas funciones representan un cono hexagonal en el espacio principal de esfuerzos como el mostrado en la siguiente figura.



Figura 3.12 Superficie de Mohr – Coulomb en el espacio principal de esfuerzos. (Elaboración Propia).

En adición a las funciones de campo, seis funciones de potencial plástico se definen a través del modelo de Mohr – Coulomb:

$$g_{1a} = \frac{1}{2}(\sigma'_{2} - \sigma'_{3}) + \frac{1}{2}(\sigma'_{2} + \sigma'_{3})sen\psi$$

$$g_{1b} = \frac{1}{2}(\sigma'_{3} - \sigma'_{2}) + \frac{1}{2}(\sigma'_{3} + \sigma'_{2})sen\psi$$

$$g_{2a} = \frac{1}{2}(\sigma'_{3} - \sigma'_{1}) + \frac{1}{2}(\sigma'_{3} + \sigma'_{1})sen\psi$$

$$g_{2b} = \frac{1}{2}(\sigma'_{1} - \sigma'_{3}) + \frac{1}{2}(\sigma'_{1} + \sigma'_{3})sen\psi$$

$$g_{3a} = \frac{1}{2}(\sigma'_{1} - \sigma'_{2}) + \frac{1}{2}(\sigma'_{1} + \sigma'_{2})sen\psi$$

$$g_{3b} = \frac{1}{2}(\sigma'_{2} - \sigma'_{1}) + \frac{1}{2}(\sigma'_{2} + \sigma'_{1})sen\psi$$

Las funciones de potencial plástico contienen un tercer parámetro de plasticidad, el ángulo de dilatancia  $\psi$ . Este parámetro es necesario para modelar incrementos volumétricos de deformación plástica positiva como se observa en terrenos densos.

Cuando se implementa el modelo Morh – Coulomb para estados generales de esfuerzos, se requiere un tratamiento especial para la intersección de dos superficies de campo. Algunos programas utilizan una transición suave de una superficie a otra (Smith & Griffith, 1982). En esta investigación se utilizara una transición brusca desde una superficie de transición a otra (Koiter, 1960; van Lagen & Veermer, 1990).

Para c>0, en el criterio estándar de Mohr – Coulomb se toma en cuenta la tensión. De hecho los esfuerzos tensiles admisibles aumentan con la cohesión. En realidad el suelo puede sostener o ninguno o pequeños esfuerzos tensiles.

#### **MODELO DE ROCA FRACTURADA**

Los materiales tienen diferentes propiedades en diferentes direcciones. Como resultado de esto, ellos pueden responder de diferentes formas cuando están sometidos a condiciones particulares en una dirección u otra. Este comportamiento de los materiales se conoce como anisotropía. Cuando se hace un modelo anisotrópico, se debe distinguir entre anisotropía elástica y anisotropía plástica. La anisotropía elástica se refiere al uso de diferentes propiedades de rigidez elástica en diferentes direcciones. La anisotropía plástica puede incluir el uso de diferentes propiedades de esfuerzos en diferentes direcciones, como se considera en el modelo de roca fracturada.

El modelo de roca fracturada es un modelo anisotrópico elástico perfectamente plástico, especialmente señalado para simular el comportamiento de capas diaclasadas y estratificadas de roca. En este modelo se asume que cerca de allí se encuentra la roca intacta con una dirección eventual de estratificación y muchas direcciones de diaclasas. La roca intacta se considera un material transversal con comportamiento elástico anisotrópico, cuantificado por cinco parámetros y una dirección. La anisotropía puede resultar de la estratificación o de algún otro fenómeno. En la dirección de las diaclasas mayores se asume que los esfuerzos del contorno son limitados de acuerdo al criterio de Coulomb. Al alcanzar el esfuerzo de corte máximo en esta dirección, ocurrirá el desplazamiento plástico. Pueden definirse hasta tres direcciones de desplazamiento, de las cuales el primer plano coincide con la dirección de anisotropía elástica. Cada plano debe tener diferentes propiedades de esfuerzos de corte.

La aplicación del modelo de roca fracturada se justifica cuando se encuentran familias de diaclasas. Estas familias tienen que ser paralelas y su espaciamiento debe ser pequeño en relación a las dimensiones de las características de la estructura.

# Matriz de rigidez de materiales anisotrópicos elásticos

El comportamiento de materiales elásticos en el modelo roca fracturada se describe a tarvés de una matriz de rigidez de material elástico,  $\underline{D}^*$ . Al contrario que la ley de Hook, la matriz de rigidez  $D^*$  es transversalmente anisotrópica. Las diferentes rigideces pueden ser normalmente usadas para y en una dirección predefinida (plano 1). Esta dirección puede corresponder al plano de estratificación o cualquier otra dirección cuya propiedad de rigidez elástica sean significativamente diferentes.

Considerando, por ejemplo, una estratificación horizontal, donde la rigidez en dirección horizontal,  $E_1$ , es diferente para la rigidez en la dirección vertical,  $E_2$ . En este caso el plano 1 la dirección es paralela al plano *x*-*z y* se dan las siguientes relaciones constitutivas (Zienkiewics & Taylor, 1991):

$$\dot{\varepsilon}_{xx} = \frac{\dot{\sigma}_{xx}}{E_1} - \frac{v_2 \dot{\sigma}_{yy}}{E_2} - \frac{v_1 \dot{\sigma}_{zz}}{E_1}$$

$$\dot{\varepsilon}_{yy} = \frac{\dot{\sigma}_{yy}}{E_2} - \frac{v_2 \dot{\sigma}_{xx}}{E_2} - \frac{v_2 \dot{\sigma}_{zz}}{E_2}$$

$$\dot{\varepsilon}_{zz} = \frac{\dot{\sigma}_{zz}}{E_1} - \frac{v_1 \dot{\sigma}_{xx}}{E_1} - \frac{v_2 \dot{\sigma}_{yy}}{E_2}$$

$$\dot{\gamma}_{xy} = \frac{\dot{\sigma}_{xy}}{G_2}$$

$$\dot{\gamma}_{yz} = \frac{\dot{\sigma}_{yz}}{G_2}$$

$$\dot{\gamma}_{zx} = \frac{2(1+v_1) \dot{\sigma}_{zx}}{E_1}$$
(3.68)

La inversa de la matriz de rigidez del material elástico parte de las relaciones anteriormente expuestas. Esta matriz es simétrica. La matriz de rigidez del material puede ser obtenida únicamente por inversión numérica.

En general los planos de estratificación no serán paralelos al plano global *x-z*, pero las relaciones anteriores están sujetas al sistema de coordenadas locales (n, s, t) donde el plano de estratificación es paralelo al plano s-t. La orientación de este plano esta definido por el ángulo de buzamiento y la dirección del buzamiento. Como consecuencia, la matriz local de material tiene que ser transformada desde el sistema de coordenadas local al sistema de coordenadas global. Por consiguiente se considera una primera de transformación de esfuerzos y deformaciones:

$$\underline{\sigma}_{nst} = \underline{\underline{R}}_{\sigma} \underline{\sigma}_{xyz} \qquad \underline{\sigma}_{xyz} = \underline{\underline{R}}_{\sigma}^{-1} \underline{\sigma}_{nst}$$

$$\underline{\varepsilon}_{nst} = \underline{\underline{R}}_{\sigma} \underline{\varepsilon}_{xyz} \qquad \underline{\varepsilon}_{xyz} = \underline{\underline{R}}_{\sigma}^{-1} \underline{\varepsilon}_{nst}$$
(3.69)

donde:

$$\underline{\underline{R}}_{e} = \begin{pmatrix} n_{x}^{2} & n_{y}^{2} & n_{z}^{2} & 2n_{x}n_{y} & 2n_{y}n_{z} & 2n_{x}n_{z} \\ s_{x}^{2} & s_{y}^{2} & s_{z}^{2} & 2s_{x}s_{y} & 2s_{y}s_{z} & 2s_{x}s_{z} \\ t_{x}^{2} & t_{y}^{2} & t_{z}^{2} & 2t_{x}t_{y} & 2t_{y}t_{z} & 2t_{x}t_{z} \\ n_{x}s_{x} & n_{y}s_{y} & n_{z}s_{z} & n_{x}s_{y} + n_{y}s_{x} & n_{y}s_{z} + n_{z}s_{y} & n_{z}s_{x} + n_{x}s_{z} \\ s_{x}t_{x} & s_{y}t_{y} & s_{z}t_{z} & s_{x}t_{y} + s_{y}t_{x} & s_{y}t_{z} + s_{z}t_{y} & s_{z}t_{x} + s_{x}t_{z} \\ n_{x}t_{x} & n_{y}t_{y} & n_{z}t_{z} & n_{x}t_{y} + n_{y}t_{x} & n_{y}t_{z} + n_{z}t_{y} & n_{z}t_{x} + n_{x}t_{z} \end{pmatrix}$$
(3.70)

y:

$$\underline{\underline{R}}_{e} = \begin{pmatrix} n_{x}^{2} & n_{y}^{2} & n_{z}^{2} & n_{x}n_{y} & n_{y}n_{z} & n_{x}n_{z} \\ s_{x}^{2} & s_{y}^{2} & s_{z}^{2} & s_{x}s_{y} & s_{y}s_{z} & s_{x}s_{z} \\ t_{x}^{2} & t_{y}^{2} & t_{z}^{2} & t_{x}t_{y} & t_{y}t_{z} & t_{x}t_{z} \\ 2n_{x}s_{x} & 2n_{y}s_{y} & 2n_{z}s_{z} & n_{x}s_{y} + n_{y}s_{x} & n_{y}s_{z} + n_{z}s_{y} & n_{z}s_{x} + n_{x}s_{z} \\ 2s_{x}t_{x} & 2s_{y}t_{y} & 2s_{z}t_{z} & s_{x}t_{y} + s_{y}t_{x} & s_{y}t_{z} + s_{z}t_{y} & s_{z}t_{x} + s_{x}t_{z} \\ 2n_{x}t_{x} & 2n_{y}t_{y} & 2n_{z}t_{z} & n_{x}t_{y} + n_{y}t_{x} & n_{y}t_{z} + n_{z}t_{y} & n_{z}t_{x} + n_{x}t_{z} \end{pmatrix}$$
(3.71)

 $n_s$ ,  $n_y$ ,  $n_z$ ,  $t_s$ ,  $t_y$ ,  $t_z$ ,  $z_s$ ,  $z_y$ ,  $z_z$ , son las componentes del los vectores normalizados <u>**n**</u>, <u>**s**</u>, <u>**t**</u> en las coordenadas globales.

$$\underline{\underline{R}}_{\varepsilon}^{T} = \underline{\underline{R}}_{\sigma}^{-1} \qquad \qquad \underline{\underline{R}}_{\sigma}^{T} = \underline{\underline{R}}_{\varepsilon}^{-1} \qquad (3.72)$$

Una relación de esfuerzo deformación en coordenadas locales n, s, t) puede ser transformada a una relación en coordenadas globales de la siguiente manera:

$$\begin{array}{l}
\underline{\sigma}_{nst} = \underline{\underline{D}}_{nst}^{*} \underline{\mathcal{E}}_{nst} \\
\underline{\sigma}_{nst} = \underline{\underline{R}}_{\sigma} \underline{\sigma}_{xyz} \\
\underline{\mathcal{E}}_{nst} = \underline{\underline{R}}_{\varepsilon} \underline{\mathcal{E}}_{xyz}
\end{array} \qquad \Rightarrow \qquad \underline{\underline{R}}_{\sigma} \underline{\sigma}_{xyz} = \underline{\underline{D}}_{nst}^{*} \underline{\underline{R}}_{\varepsilon} \underline{\mathcal{E}}_{xyz} \qquad (3.73)$$

Por lo tanto:

$$\underline{\sigma}_{xyz} = \underline{\underline{R}}_{\sigma}^{-1} \underline{\underline{D}}_{nst}^{*} \underline{\underline{R}}_{\varepsilon} \underline{\underline{\mathcal{E}}}_{xyz}$$
(3.74)

#### Comportamiento Plástico en tres direcciones

Un máximo de tres direcciones de deslizamiento pueden ser definidas en el modelo de roca fracturada. El primer plano de deslizamiento corresponde a la dirección de anisotropía elástica. En adición, las otras direcciones de deslizamientos pueden ser definidas. Sin embargo, la formulación de plasticidad en todos los planos es similar. Sobre cada plano se aplica una condición local para limitar los esfuerzos de corte ( $\tau$ ). Cada plano, *i*, tiene sus propios parámetros de esfuerzo  $c_i$ ,  $\phi_i$ ,  $\psi_i$ , y  $\sigma_{t,i}$ .

Para inspeccionar las condiciones de plasticidad para un plano con coordenadas locales, es necesario calcular los esfuerzos locales para ese plano de esfuerzos. Los esfuerzos locales involucran tres componentes, el esfuerzo normal ( $\sigma_n$ ) y dos esfuerzos cortantes independientes ( $\tau_x$ ,  $\tau_t$ ).

$$\underline{\sigma}_{i} = \underline{\underline{T}}_{i}^{T} \underline{\sigma}$$
(3.75)

donde:

$$\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{i} = (\boldsymbol{\sigma}_{n} \quad \boldsymbol{\tau}_{s} \quad \boldsymbol{\tau}_{t})^{T}$$

$$\underline{\boldsymbol{\sigma}} = (\boldsymbol{\sigma}_{xx} \quad \boldsymbol{\sigma}_{yy} \quad \boldsymbol{\sigma}_{zz} \quad \boldsymbol{\sigma}_{xy} \quad \boldsymbol{\sigma}_{yz} \quad \boldsymbol{\sigma}_{zx})^{T}$$
(3.76)



Figura 3.13 Situación de plano de esfuerzos con un sólo plano de deslizamiento y vectores *n* y *s*. (Elaboración Propia).

Considerando una situación de planos de esfuerzos como la que se muestra en la figura 3.13. Allí se considera un plano de deslizamiento con un ángulo  $\alpha_l$  (ángulo de buzamiento) con respecto al eje x. En este caso la matriz de deformación es:

$$T^{T} = \begin{pmatrix} s^{2} & c^{2} & 0 & -2sc & 0 & 0\\ sc & -sc & 0 & -s^{2} + c^{2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c & -s \end{pmatrix}$$
(3.77)

donde:

$$s = sen \alpha_1$$
$$c = \cos \alpha_1$$

En el caso general tridimensional la matriz de transformación es más compleja, debido a que involucra tanto el ángulo como la dirección del buzamiento:

$$\underline{\underline{T}}^{T} = \begin{pmatrix} n_{x}^{2} & n_{y}^{2} & n_{z}^{2} & 2n_{x}n_{y} & 2n_{y}n_{z} & 2n_{x}n_{z} \\ n_{x}s_{x} & n_{y}s_{y} & n_{z}s_{z} & n_{x}s_{y} + n_{y}s_{x} & n_{y}s_{z} + n_{z}s_{y} & n_{z}s_{x} + n_{x}s_{z} \\ n_{x}t_{x} & n_{y}t_{y} & n_{z}t_{z} & n_{x}t_{y} + n_{y}t_{x} & n_{y}t_{z} + n_{z}t_{y} & n_{z}t_{x} + n_{x}t_{z} \end{pmatrix} (3.78)$$

Observe que la matriz general de transformación para el cálculo de esfuerzos locales corresponde a las filas 1, 4 y 6 de la matriz de la ecuación 3.70.

Luego de haber determinado los componentes locales de esfuerzos, las condiciones de plasticidad pueden ser obtenidas en base a las condiciones de las funciones de campo. Las funciones de campo para el plano *i* se definen como:

$$f_i = \sqrt{\tau_s^2 + \tau_t^2} + \sigma_n \tan \varphi_i - c_i$$
(3.79)

Las deformaciones plásticas locales están definidas por:

$$\Delta \underline{\varepsilon}_{j}^{p} = \lambda_{j} \frac{\partial g_{j}}{\partial \underline{\sigma}_{j}}$$
(3.80)

Donde  $g_i$  es la función de potencial plástico para el plano j:

$$g_{j} = \sqrt{\tau_{s}^{2} + \tau_{t}^{2}} + \sigma_{n} \tan \varphi_{j} - c_{j}$$
(3.81)

#### MODELO DE SUELOS RÍGIDOS (RIGIDEZ ISOTRÓPICA)

Al contrario a lo que sucede con los modelos elásticos perfectamente plásticos, la superficie de campo de modelo de plasticidad rígida no se compone de un estado principal de esfuerzos, pero puede expandirse debido a esfuerzos plásticos. Se puede distinguir dos tipos de rigidez generales, denominadas rigidez cortante y rigidez de compresión. La rigidez cortante se usa para modelar deformaciones irreversibles debido a la carga primaria desviatoria. La rigidez de compresión es usada para modelar deformaciones plásticas irreversibles debido a compresión primaria en la carga del odómetro y carga isotrópica. Ambos tipos de rigidez se usan en este modelo.

El modelo de suelos rígidos es una modelo avanzado para simulación del comportamiento de diferentes tipos de suelo, tanto para suelos blandos como para suelos rígidos (Schanz, 1998). Cuando se subordinan cargas primarias desviatoria, el suelo muestra un decaimiento en la rigidez y simultáneamente se desarrollan deformaciones plásticas irreversibles. En el caso especial del ensayo triaxial drenado,

la relación observada entre la deformación axial y el esfuerzo desviatorio es aproximada a una hipérbola. De manera similar una relación fue formulada por Kodner (1963) y luego fue utilizada en un modelo hiperbólico (Duncan & Chang, 1970). El modelo de suelos rígidos, sin embargo, reemplaza al modelo hiperbólico. En primer lugar se utiliza la teoría de de plasticidad en lugar de la teoría de elasticidad. En segundo lugar se incluye la dilatancia del suelo y en tercer lugar se introduce un tope de campo. Algunas características básicas del modelo son:

Los esfuerzos dependen de la rigidez de acuerdo a la ley de potencia.

La deformación plástica se debe a una carga desviatoria primaria.

Descarga/recarga elástica

Falla de acuerdo al modelo de Morh – Coulomb.

Una característica básica de estos modelos de rigidez de suelos es la dependencia de los esfuerzos con respecto a la rigidez del suelo. Para las condiciones de los esfuerzos y deformación del odómetro, en el modelo propone por ejemplo la relación  $E_{OED} = E_{OED}^{ref} (\sigma / p^{ref})^m$ . En el caso especial de suelos sueltos es mas real emplear m=1. En situaciones semejantes también hay una simple relación entre índice de modificación de compresión  $\lambda^*$ , como la que se utiliza en los modelos de suelos sueltos.

$$E_{OED}^{ref} = \frac{p^{ref}}{\lambda^*} \qquad \qquad \lambda^* = \frac{\lambda}{(1 - e_0)}$$
(3.82)

Donde  $p^{ref}$  es una presión de referencia. Aquí se considera un módulo odómetro tangente a una presión de referencia particular. Por lo tanto, la rigidez primaria de carga guarda relación con el índice modificado de compresión  $\lambda^*$ .

De manera similar, el módulo de descarga – recarga tiene relación con el índice de modificación de esponjamiento  $k^*$ . Aquí se muestra la relación:

$$E_{ur}^{ref} = \frac{3p^{ref} \left(1 - 2\nu_{ur}\right)}{k^*} \qquad k^* = \frac{k}{\left(1 + e_0\right)}$$
(3.83)

De nuevo esta relación es aplicada en combinación con m=1.

#### Relación hiperbólica para el ensayo triaxial estándar drenado

Una idea básica de la formulación del modelo de suelos rígidos es la relación hiperbólica entre el esfuerzo vertical,  $\mathcal{E}_I$ , y el esfuerzo desviatorio, q, en la primnera carga triaxial. Aquí el ensayo triaxial estándar drenado tiende a curvas de campo que pueden ser descritas por:

$$-\varepsilon_1 = \frac{1}{2E_{50}} \frac{q}{1 - q/q_a} \quad \text{para: } q < q_f \tag{3.84}$$

Donde  $q_a$  es el valor anisotrópico del esfuerzo cortante. Esta relación se observa graficada en la figura 3.14. El parámetro  $E_{50}$  es el módulo de rigidez dependiente del esfuerzo confinado para carga primaria y se puede obtener a partir de la siguiente ecuación:

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left( \frac{c * \cot \varphi - \sigma_3}{c * \cot \varphi + p^{ref}} \right)^m$$
(3.85)

Donde  $E_{50}^{ref}$  es es el módulo de rigidez de referencia correspondiente a la presión de confinamiento de referencia  $p^{ref}$ . La rigidez actual depende del menor esfuerzo normal,  $\sigma'_3$ , el cual es la presión de confinamiento en un ensayo triaxial. Este valor es negativo cuando se trata de compresión. La cantidad de esfuerzo depende directamente de la potencia, *m*. Para simular una dependencia de esfuerzos logarítmica, como la que se observa para arcillas blandas, la potencia puede tomarse igual a 1. Janbu (1963) reporta valores de *m* alrededor de 0,5 para arenas de Noruega, mientras que Von Soos (1980) reporta valores diferentes en un rango de entre 0,5 a 1,0.

El último valor de esfuerzo desviatorio,  $q_f$ , y la cantidad  $q_a$  empleada en la ecuación 3.84 se define como:

$$(c * \cot \varphi - \sigma'_3) \frac{2sen\varphi}{1-sen\varphi}$$
 y  $q_a = \frac{q_f}{R_f}$  (3.86)

La relación  $q_f$  es derivada del criterio de falla de Mohr – Coulomb, que involucra los parámetros de esfuerzo c y  $\varphi$ .

La relación entre  $q_f y q_a$  esta dada por el radio de falla  $R_f$ , el cual es menor que 1.

Para esfuerzos de descarga y recarga, otro módulo de rigidez dependiente de los esfuerzos utilizado es el siguiente:

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left( \frac{c * \cot \varphi - \sigma_3}{c * \cot \varphi - p^{ref}} \right)$$
(3.87)

Donde  $E_{ur}^{ref}$  es el módulo de Young de referencia para descarga y recarga, correspondiente a la presión de referencia  $p^{ref}$ . En la mayoría de los casos es apropiado el uso de  $E_{ur}^{ref}$  igual a 3.



Figura 3.14 Relación hiperbólica de esfuerzos en la carga primaria para un ensayo triaxial estandar con drenaje. (Elaboración Propia).

# MODELO DE ARRASTRE DE SUELOS BLANDOS (MODELO DEPENDIENTE DEL TIEMPO)

Como terrenos blandos consideramos normalmente arcillas consolidadas, turba y lodos arcillosos. Las características especiales de estos materiales es su alto grado de compresibilidad. Esto se ha demostrado a través del ensayo del odómetro cuyos datos fueron reportados por Janbu en su conferencia Rankine (1985). Considerando los módulos contiguos de rigidez en una presión remisiva del odómetro de 100 kPa, reportado normalmente para arcillas consolidadas  $E_{oed} = 1$  para 4 MPa, según que el tipo particular de arcilla considerado. Las diferencias entre estos valores y las rigideces para arenas NC son considerables cuando se obtienen valores en el rango de 10 a 50 MPa, al menos para ensayos laboratorio no cemenradas. Por lo tanto, en el ensayo de odómetro normalmente las arcillas consolidadas se comportan diez veces más suave que las arenas normalmente consolidadas. Esto ilustra la compresibilidad extrema de terrenos suaves.

Otro rasgo de los terrenos suaves es la dependencia lineal de esfuerzos de rigidez del terreno. Según el modelo de roca fracturada se tiene  $E_{oed} = E_{oed}^{ref} (\sigma / p^{ref})^m$ , al menos para c = 0, y se obtiene una relación lineal para m = 1. Ciertamente, al usar un exponente igual para uno, la citada anteriormente ley de rigidez disminuye para  $E_{oed} = \sigma / \lambda^*$  donde  $\lambda^* = p^{ref} / E_{oed}^{ref}$ . Para este caso especial de m = 1, el modelo de suelos rígidos produce  $\dot{\varepsilon} = \lambda^* \dot{\sigma} / \sigma$ , lo cual puede ser integrado para obtener la ley logarítmica de compresión conocida,  $\varepsilon = \lambda^* \ln(\sigma)$ , para la carga primaria del odómetro Para muchos estudios prácticos de suelos blandos, el \* modificador del índice de compresión  $\lambda$  será conocido y para el modelo se puede computar el módulo del odómetro de la relación  $E_{oed}^{ref} = p^{ref} / \lambda^*$ .

De las anteriormente citadas consideraciones pareciera que el modelo de suelos rígidos es perfectamente compatible con suelos blandos. Ciertamente, muchos de los problemas de suelos blandos pueden ser analizados usando este modelo, pero el modelo no se halla en disposición al considerar arrastre, o sea compresión secundaria. Todos los terrenos exhiben algún desplazamiento, y la compresión primaria está así todo el tiempo seguida por una cierta cantidad de compresión secundaria. Asumiendo la compresión secundaria (para la instancia durante un período de 10 o 30 años) como un porcentaje de la compresión primaria, es claro que el desplazamiento es importante para los problemas que implican una compresión primaria grande. Esto es para casos concretos como al construir embalses en terrenos suaves. Ciertamente, los grandes acuerdos primarios de represas y embalses son usualmente seguidos por acuerdos sustanciales de desplazamiento en años posteriores. En tales casos es recomendable considerar el desplazamiento para cálculos a través de método de elementos finitos.

Las represas o los edificios también pueden fundarse inicialmente en estratos sobre-consolidados del terreno que producen arreglos relativamente primarios pequeños. Luego, a consecuencia de la carga, un estado de consolidación normal puede ser alcanzado y el desplazamiento significativo puede continuar actuando. Ésta es una situación insidiosa debido a que la compresión secundaria considerable no es precedida por el aviso de emergencia de una compresión primaria grande. Otra vez, los cálculos con un modelo de desplazamiento son recomendados.

Buisman (1936) fue probablemente el primero en proponer una ley de desplazamiento para arcillas luego de observar que los asentamientos del terreno blando no pudieron ser completamente clarificados por la teoría clásica de consolidación. Este trabajo sobre compresión secundaria en 1D fue continuado por otros investigadores incluyendo, por ejemplo, Bjerrum (1967), Garlanger (1972), Mesri (1977) y Leroueil (1977). Las líneas más matemáticas de investigación en el desplazamiento fueron seguidas, por ejemplo por, Sekiguchi (1977), Adachi y Oka (1982) y Borja Et Al. (1985). Este modelo matemático de desplazamiento en 3D fue influenciado por la línea más experimental del modelado en 1D, pero existen conflictos.

El modelo de desplazamiento en 3D debería ser una extensión directa del modelo de desplazamiento en 1D, pero a esto se puso obstáculos de que el modelo 1D

no ha sido formulado como ecuaciones diferenciales. Para la presentación del modelo de desplazamiento de suelos blandos primero completaremos la línea del modelo en 1D haciendo una conversión para una forma diferencial. De esta ecuación diferencial del 1D se hizo una extensión para el modelo 3D. En esta sección se da una descripción de la formulación del modelo de desplazamiento de suelos blandos. Además, la atención se encuentra enfocada a los parámetros modelo.

Algunas características básicas del modelo de arrastre de suelos blandos son:

- La rigidez es proporcional de los esfuerzos (comportamiento logarítmico de compresión).
- Distinción entre la carga primaria y descarga recarga.
- Compresión secundaria (dependiente del tiempo).
- Memoria de esfuerzos de pre consolidación.
- Comportamiento de falla según el criterio de Mohr-Coulomb.

#### Fundamentos de desplazamiento en 1 – D

Cuando se revisa la literatura acerca de compresión secundaria en la prueba del odómetro, ésta se concentra en el comportamiento relacionado con el paso de carga. Buisman (1936) fue probablemente el primero en considerar una prueba de desplazamiento clásica. Él propuso la siguiente ecuación para describir comportamiento de desplazamiento bajo un esfuerzo constante efectivo:

$$\varepsilon = \varepsilon_c - C_b \log\left(\frac{t}{t_c}\right)$$
 para t>tc (3.88)

donde  $\mathcal{E}_c$  en la deformación luego de la consolidación, *t* el tiempo medido desde el inciio de la carga,  $t_c$  es el tiempo de consolidación primaria y  $C_b$  es una constante del material.

Cabe destacar que no se asume la convención de mecánica de suelos donde la compresión es considerada en sentido positivo. Al contrario los esfuerzos

compresivos y las deformaciones se consideran negativas. Debido a esto conviene reescribir la ecuación de la siguiente manera:

$$\varepsilon = \varepsilon_c - C_B \log\left(\frac{t_c + t'}{t_c}\right) \qquad para \quad t' > 0$$
(3.89)

Con  $t'=t-t_c$  siendo el tiempo efectivo de desplazamiento.

Basado en el trabajo de Bjerrum sobre desplazamiento, publicado en 1967, Garlanger (1972) propone una ecuación de arrastre de la siguiente forma:

$$e = e_c - C_\alpha \log\left(\frac{\tau_c + t'}{\tau_c}\right) \quad con \qquad C_\alpha = C_B \left(1 + e_0\right) \qquad para: t' > 0 \quad (3.90)$$

La diferencia en la ecuación de Garlanger y Buisman son pequeñas. La deformación se reenlaza por el módulo de vacío *e* y el tiempo de consolidación  $t_c$  es reemplazado por el parámetro  $\tau_c$ . Las ecuaciones 3.82 y 3.83 son identicas cuando  $\tau_c=t_c$ . Para el caso en que los parámetros anteriormente mencionados difieren, la diferencia entre ambas fórmulas disminuye a medida que aumenta el tiempo de arrastre.

Para una consulta práctica, en el ensayo del odómetro se asume  $t_c=24h$ . Ciertamente la prueba del odómetro es un ensayo de carga múltiple con periodos de carga de un día. Debido a la suposición especial que este período de carga coincide para el tiempo de consolidación  $t_c$ , se deduce que tales pruebas no tienen desplazamiento efectivo tiempo. Por lo tanto se obtiene t'=0 y el término logarítmico decreciente fuera de la ecuación 3.83. De este modo pareciera que no habría desplazamiento en la prueba del odemoetro, pero esto es totalmente falso. A un nivel altamente impermeable el odómetro necesita menos de una hora para consolidación primaria. Entonces todas las presiones hidráulicas excedentes se llevan a cero y se observa un desplazamiento puro durante las siguientes 23 horas. Por eso no puede hacerse ninguna suposición acerca de un valor preciso para  $t_c$  y  $\tau_c$ . Otra posibilidad ligeramente diferente para describir la compresión secundaria es la fórmula adoptada por Buterfield (1979):

$$\varepsilon^{H} = \varepsilon_{c}^{H} - C \ln \left( \frac{\tau_{c} + t'}{\tau_{c}} \right)$$
(3.91)

Donde  $\mathcal{E}^{H}$  es la deformación logarítmica definida como:

$$\varepsilon^{H} = \ln\left(\frac{V}{V_{0}}\right) = \ln\left(\frac{1+e}{1+e_{0}}\right)$$
(3.92)

El subíndice "0" denota que los mismos son valores iniciales. El superíndice "H" se utiliza para dentoar la deformación logarítmica.

# Variables $\tau_c y \epsilon_c$

En esta sección se prestará principal atención primeramente a la variable  $\tau_c$ . Se describe un procedimiento para la determinación experimental de esta variable Para esto se partirá de la ecuación 3.84. Diferenciando esta ecuación con respecto al tiempo y eliminando el superíndice "H" se obtiene:

$$-\dot{\mathcal{E}} = \frac{C}{\tau_c + t'} \tag{3.93}$$

Lo cual permite hacer uso de la construcción desarrollada por Janbu (1969) para evaluar los parámetros C y  $\tau_c$  para datos experimentales. Ambos métodos, el tradicional mostrado en la figura 3.15a, y el método de Janbu mostrado en la figura 3.15b puede ser utilizado para determinar C desde una prueba del odómetro con carga constante.



Figura 3.15 Comportamiento de consolidación y desplazamiento en el ensayo del odómetro. Fuente: Lake *al.* (1979).

Considerando la literatura clásica es posible describir el esfuerzo de final de consolidación a través de la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_{c} = \varepsilon_{c}^{e} + \varepsilon_{c}^{c} = -A \ln\left(\frac{\sigma'}{\sigma_{0}}\right) - B \ln\left(\frac{\sigma_{pc}}{\sigma p0}\right)$$
(3.94)

Se puede observar que  $\mathcal{E}$  es una deformación logarítmica. En la ecuación 3.94  $\sigma_0'$  representa la presión efectiva inicial. Los valores  $\sigma_{p0}$  y  $\sigma_{p0}$  representan la presión de pre – consolidación correspondiente los estados de pre – carga y final de la consolidación respectivamente. En la mayoría de la literatura acerca del ensayo del odómetro adoptan la relación de espacio vacío  $e_0$  en lugar de  $\mathcal{E}$  y el logaritmo decimal en lugar del logaritmo natural, el índice de dilatación en lugar A y el índice de compresión en lugar de B. Estas constantes están relacionadas de la siguiente manera:

$$A = \frac{C_r}{(1+e_0)Ln10} \qquad B = \frac{(C_c - C_r)}{(1+e_0)\ln 10}$$
(3.95)

Combinando las ecuaciones 3.91 y 3.95 se obtiene:

$$\varepsilon = \varepsilon^{e} + \varepsilon^{c} = -A \ln\left(\frac{\sigma'}{\sigma_{0}}\right) - B \ln\left(\frac{\sigma_{pc}}{\sigma_{p0}}\right) - C \ln\left(\frac{\tau_{c} + t'}{\tau_{c}}\right)$$
(3.96)

Donde  $\mathcal{E}$  es la deformación logarítmica debido a un incremento en los esfuerzos efectivos y un periodo de tiempo  $t^c+t'$ . En la figura 3.16 puede observarse el comportamiento de los esfuerzos con respecto a la deformación logarítmica.



Figura 3.16 Curva idealizada de esfuerzo- -deformación para el ensayo del odómetro con división de incrementos de deformación dentro de un componente elástico y de desplazamiento. Fuente Lake *et al.* (1992).

# Ley diferencial para desplazamientos en una dimensión

Las ecuaciones previas enfatizan la relación entre el desplazamiento acumulado y el tiempo, para obtener esfuerzos efectivos constantes. Para resolver problemas de carga continua o transitoria, es necesario formular una ley constitutiva en forma diferencial. En primer lugar se deriva  $\tau_c$ . Ciertamente, a pesar del uso de de la deformación logarítmica y el logaritmo natural en lugar de ésta, la fórmula 3.96 es clásica. Además, la interrogante acerca del significado físico de  $\tau_c$  aún está abierta. En efecto no se ha podido encontrar, en la literatura, información precisa acerca de  $\tau_c$ , aparte del método experimental de Janbu.

En la búsqueda de encontrar una expresión analítica para cuantificar  $\tau_c$  se adopta la idea básica que todas las deformaciones inelásticas son dependiente del tiempo. Por lo tanto la deformación total es la sumatoria de la parte elástica,  $\mathcal{E}^e$ , y una parte dependiente del tiempo,  $\mathcal{E}^c$ , que es el desplazamiento. Para situaciones sin falla como la encontrada en las condiciones de carga del odómetro, para el cual no se asume una componente plástica instantánea como la usada en el modelado elastoplástico tradicional. En adición a este concepto básico se adopta la idea de Bjerrum, en la cual los esfuerzos de preconsolidación dependen completamente del monto de la deformación de desplazamiento, siendo ésta acumulativa en el tiempo. En adición a la ecuación 3.96 se introduce la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \varepsilon^{e} + \varepsilon^{c} = -A \ln\left(\frac{\sigma}{\sigma_{0'}}\right) - B \ln\left(\frac{\sigma_{p}}{\sigma_{p0}}\right)$$

$$\sigma_{p} = \sigma_{p0} 10^{\left(\frac{-\varepsilon^{c}}{B}\right)}$$
(3.97)

Se puede observar que  $\mathcal{E}^c$  es negativo, esto se debe a que  $\sigma_p$  es mayor que  $\sigma_{po}$ . La dependencia del tiempo de la presión de pre – consolidación  $\sigma_p$  se determinar combinando las ecuaciones 3.96 y 3.97:

$$\varepsilon^{c} - \varepsilon^{c}_{c} = -B \ln \left( \frac{\sigma_{p}}{\sigma_{pc}} \right) = -C \ln \left( \frac{\tau_{c} + t'}{\tau_{c}} \right)$$
(3.98)

Esta ecuación puede ser utilizada para un mejor entendimiento de  $\tau_c$ . En el ensayo convencional del odómetro, la carga es incrementada paso a paso y cada paso de carga es mantenido por periodo constante de  $t_c+t'=\tau$ , donde  $\tau$  es precisamente un día.

De esta forma se obtiene el paso de carga de la llamada línea de consolidación con  $\sigma_p = \sigma'$ . Ingresando  $\sigma_p = \sigma'$  y  $t' = \tau_c - t_c$  dentro de la ecuación 3.98 se obtiene:

$$B\ln\left(\frac{\sigma'}{\sigma_{pc}}\right) = C\ln\left(\frac{\tau_c + \tau - t_c}{\tau_c}\right) \qquad \text{para OCR=1}$$
(3.99)

Si se asume que ( $\tau_c$ - $t_c$ )<< $\tau$ . Entonces esta cantidad puede ser despreciada con respecto a  $\tau$  y se obtiene:
$$\frac{\tau}{\tau_c} = \left(\frac{\sigma'}{\sigma_{pc}}\right)^{\frac{B}{C}}$$
(3.100)

Por lo tanto  $\tau_c$ , depende de los esfuerzos efectivos,  $\sigma'$  y esfuerzo de pre – consolidación,  $\sigma'$  Considerando pasos de carga sobre líneas de consolidación normal, se tiene OCR=1 al inicio y al final del paso de carga. Durante cada paso de carga  $\sigma_p$ incrementa desde  $\sigma_{p0}$  hasta  $\sigma_{pc}$  durante un corto periodo de tiempo de consolidación (primaria). Luego de esto  $\sigma_p$  incrementa desde  $\sigma_{pc}$  hasta  $\sigma'$  durante un largo periodo relativo de desplazamiento. Por lo tanto al final del día, la muestra se encuentra en un estado normal de consolidación, pero directamente después el periodo corto de consolidación la muestra está bajo consolidación con  $\sigma_p < \sigma'$ .

Habiendo derivado la ecuación 3.100 para  $\tau_c$ , es posible formular la ecuación de desplazamiento diferencial. Para esto se deriva la ecuación 3.96 y se obtiene:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{e} + \dot{\varepsilon}^{c} = -A \frac{\dot{\sigma}'}{\sigma'} - \frac{C}{\tau_{c} + t'}$$
(3.101)

donde  $\tau_c$ +*t*' puede ser eliminado de la misma manera que en la ecuación 3.98 para obtener:

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon^{e} + \dot{\varepsilon}^{c} = -A \frac{\dot{\sigma}'}{\sigma'} - \frac{C}{\tau_{c}} \left(\frac{\sigma_{pc}}{\sigma_{p}}\right)^{\frac{B}{C}}$$
(3.102)

#### **Modelo tridimensional**

Al extender el modelo en una dimensión para los estados generales de esfuerzos y deformación se adoptan de manera invariable la presión, p, y el esfuerzo

desviatorio, q. Estos valores se utilizan para definir una nueva medida de esfuerzo llamada  $p^{eq}$ :

$$p^{eq} = p' + \frac{q^2}{M^2 p'}$$
(3.103)

Esfuerzos desviatorios  $q = \sigma_1 - \sigma_3$ 



#### Figura 3.17 Diagrama de elipse $p^{eq}$ en un plano p – q. Fuente: Franzius (2003)

En la figura 3.17 se muestran los valores de  $p^{eq}$  el cual es constante sobre la elipse del plano p - q. Para C=0 se obtienen las elipses del modelo modificado Cam - Clay, introducido por Roscoe y Burland (1968). El parámetro del suelo M representa la pendiente la línea de estado crítico, indicada en la figura 3.15 que puede ser calculado de la siguiente manera:

$$M = \frac{6sen\varphi_{cv}}{3 - sen\varphi_{cv}}$$
(3.104)

donde  $\varphi_{cv}$  es el ángulo de fricción en el espacio crítico, también referido como ángulo de fricción de estado crítico. La presión equivalente es constante a lo largo de todo el elipsoide en el espacio principal de esfuerzos. Para extender la teoría de una dimensión a una teoría general de 3 – D se debe enfocar la atención en los estados normalmente consolidados de esfuerzos y deformación como los asociados al ensayo del odómetro. En estas situaciones  $\sigma_2' = \sigma_3' = K_o^{NC} \sigma_1'$  y se llegan a las siguientes ecuaciones a través de la ecuación 3.103:

$$p^{eq} = \sigma' \left[ \frac{1 + 2K_0^{NC}}{3} + \frac{3(1 - K_0^{NC})^2}{M^2(1 + 2K_0^{NC})} \right]$$

$$p_p^{eq} = \sigma_p \left[ \frac{1 + 2K_0^{NC}}{3} + \frac{3(1 - K_0^{NC})^2}{M^2(1 + 2K_0^{NC})} \right]$$
(3.105)

donde  $\sigma' = K_0^{NC} \sigma_1'$  y  $p_p^{eq}$  son presiones generalizadas de pre – consolidación, siendo simplemente proporcionales a las de una sola dimensión. Para conocer los valores de  $K_0^{NC}$ ,  $p^{eq}$  puede ser calculado a partir de  $\sigma'$  y  $p_p^{eq}$  pude ser calculado a partir de  $\sigma_p$ . Omitiendo la deformación elástica de la ecuación en 1 – D (3.102), introduciendo las expresiones anteriores para  $p^{eq}$  y  $p_p^{eq}$  y escribiendo  $\mathcal{E}_v$  en lugar de  $\mathcal{E}$  se obtiene:

$$-\varepsilon_{v}^{c} = \frac{C}{\tau} \left( \frac{p^{eq}}{p_{p}^{eq}} \right)^{\frac{B}{Cc}} \qquad donde \qquad p_{p}^{eq} = p_{p0}^{eq} \exp\left( \frac{-\varepsilon_{v}^{c}}{B} \right) \qquad (3.106)$$

Para las condiciones del odómetro en una dimensión, esta ecuación se reduce a la ecuación 3.102, a fin de obtener una verdadera extensión del modelo en una dimensión. Se puede observar que el superíndice " $\cdot$ 0" es utilizado en las ecuaciones para denotar condiciones iniciales donde  $\varepsilon_v^c = 0$  y t=0.

En lugar de los parámetros A, B y C del modelo en 1 – D, se utilizan los parámetros de materiales  $\kappa^*$ ,  $\lambda^*$  y  $\mu^*$  que se ajustan a la estructura de estado crítico de la mecánica de suelos. La conversión de las constantes se da a través de las siguientes reglas:

$$\kappa^{*} = \frac{3(1 - v_{ur})}{(1 + v_{ur})} A, \qquad B = \lambda^{*} - \kappa^{*}, \quad \mu^{*} = C$$
(3.107)

Usando estos nuevos parámetros la ecuación 3.106 cambia de la siguiente manera:

$$-\varepsilon_{v}^{c} = \frac{\mu^{*}}{\tau} \left( \frac{p^{eq}}{p_{p}^{eq}} \right)^{\frac{\lambda^{*}-\kappa^{*}}{\mu^{*}}} \quad con: \quad p^{eq} = p_{0}^{eq} \exp\left(\frac{-\varepsilon_{v}^{c}}{\lambda^{*}-\kappa^{*}}\right)$$
(3.108)

Como el campo de modelado en 3 – D esta incompleta, solamente se considerará la deformación de desplazamiento volumétrico  $\varepsilon_v^c$ . Para introducir la deformación general de desplazamiento, se adopta la visión de que una deformación de desplazamiento es simplemente dependiente del tiempo de deformación plástica. Es lógico asumir una regla de flujo para la tasa de deformación por desplazamiento, como la que se hace usualmente en la teoría de plasticidad. Para formular esta regla de flujo, es conveniente adoptar la notación del vector y considerar las direcciones principales:

$$\underline{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}_1 & \boldsymbol{\sigma}_2 & \boldsymbol{\sigma}_3 \end{pmatrix}^T \qquad \underline{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 & \boldsymbol{\varepsilon}_2 & \boldsymbol{\varepsilon}_3 \end{pmatrix}^T \qquad (3.109)$$

Donde *T* denota que es una matriz transpuesta. De manera similar al modelo en una dimensión, el modelo 3 - D tiene una zona de deformación elástica y una zona de deformación de desplazamiento. Usando la ley de Hook para la parte elástica y una regla de flujo para la zona de desplazamiento se obtiene:

$$\underbrace{\underline{\varepsilon}}_{\underline{\varepsilon}}^{e} = \underbrace{\underline{\varepsilon}}_{\underline{\varepsilon}}^{e} + \underbrace{\underline{\varepsilon}}_{\underline{\varepsilon}}^{c} = \underbrace{\underline{D}}_{\underline{\varepsilon}}^{-1} \underbrace{\underline{\sigma}}_{\underline{\varepsilon}}^{i} + \lambda \frac{\partial g^{c}}{\partial \sigma_{\underline{\varepsilon}}^{i}}$$
(3.110)

Donde la matriz de elasticidad y la función de potencial plástico están definidas como:

$$\underline{\underline{D}}^{-1} = \frac{1}{E_{ur}} \begin{bmatrix} 1 & -v_{ur} & -v_{ur} \\ -v_{ur} & 1 & -v_{ur} \\ -v_{ur} & -v_{ur} & 1 \end{bmatrix}; \qquad g^{c} = p^{eq} \qquad (3.111)$$

Por lo tanto se usa la presión equivalente como una función potencial plástica para derivar los componentes de la tasa de deformación de desplazamiento. El superíndice *ur* se introduce para enfatizar que ambos módulos, tanto el de elasticidad como el de Poisson, determinarán el comportamiento de descarga – recarga. A raiz de las ecuaciones anteriores se obtiene:

$$\mathbf{\mathcal{E}}_{\nu}^{c} = \mathbf{\mathcal{E}}_{1}^{c} + \mathbf{\mathcal{E}}_{2}^{c} + \mathbf{\mathcal{E}}_{3}^{c} = \lambda = \left(\frac{\partial p^{eq}}{\partial \sigma_{1'}} + \frac{\partial p^{eq}}{\partial \sigma_{2'}} + \frac{\partial p^{eq}}{\partial \sigma_{3'}}\right) = \frac{\partial p^{eq}}{\partial p'} = \alpha$$
(3.112)

Por lo tanto se define  $\alpha = \partial p^{eq} / \partial p'$ . Conjuntamente con las ecuaciones 3.110 y 3.108 conlleva a:

$$\underbrace{\underline{\mathcal{E}}}_{\underline{\mathcal{E}}} = \underline{\underline{D}}^{-1} \underbrace{\underline{\sigma}'}_{\underline{\mathcal{C}}} + \frac{\underline{\mathcal{E}}_{\nu}^{c}}{\alpha} \frac{\partial p^{eq}}{\partial \underline{\sigma}'} = \underline{\underline{D}}^{-1} \underbrace{\underline{\sigma}'}_{\underline{\mathcal{C}}} - \frac{1}{\alpha} \frac{\mu^{*}}{\tau} \left( \frac{p^{eq}}{p_{p}^{eq}} \right)^{\underline{\lambda^{*-\kappa^{*}}}} \frac{\partial p^{eq}}{\partial \underline{\sigma}'}$$
(3.113)

donde:

$$p_p^{eq} = p_0^{eq} \exp\left(\frac{-\varepsilon_v^c}{\lambda^* - \kappa^*}\right)$$
(3.114)

## CAPÍTULO IV

## ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN DISPONIBLE

## **GEOLOGÍA REGIONAL**

La región de Caracas, en la parte central de la Cordillera de la Costa de Venezuela, está constituida principalmente por rocas meta-sedimentarias e ígneas. Las rocas más antiguas se conocen con el nombre de Complejo de Sebastopol y se componen principalmente de gneis granítico. Sobre este Complejo yacen una serie de rocas metasedimentarias, llamadas el Grupo Caracas, que consisten de esquistos calcáreos y graníticos.

La región estuvo sujeta a metamorfismo dinámico – térmico de grados bajo e intermedio, que fue más intenso en su parte norte. La edad de esta deformación no ha sido precisada, pero se cree que tuvo lugar al mismo tiempo que se originó la estructura insular de la región oriental del Caribe

Estas rocas meta – sedimentarias, donde predominan los esquistos micáceos – calcáreos, son las que constituyen el trazado de la línea 4 del Metro de Caracas en el tramo comprendido entre Plaza Italia y la estación Plaza Venezuela.

El depósito sedimentario coluvial es bastante heterogéneo en cuanto a la posición de las diferentes capas. Sin embargo, desde el punto de vista de las características físicas y mecánicas de los materiales, es relativamente uniforme.

Se puede observar en este depósito, a través de las perforaciones, un franco predominio de los suelos granulares, fundamentalmente arenas arcillosas, arenas arcillo gravosas, arenas limosas y arenas limo – gravosas (SM y SC). La densidad de estos suelos varía entre media y muy alta, sólo se consiguen zonas de densidad de media a baja de manera ocasional.

En el depósito también ocurren suelos arcillosos, los cuales por regla general se presentan en forma de lentes discontinuos de relativo poco espesor si se les compara con los espesores de los estratos granulares. Las arcillas de alta plasticidad (CH), como también las gravas limosas y arcillosas (GM y GC) ocurren sólo en forma esporádica.

Las arcillas que se encuentran por debajo del nivel freático, reportan humedades naturales iguales y aún menores que los correspondientes a sus límites plásticos respectivos, evidencia de que se trata de arcillas pre-cargadas por secado, las cuales son poco compresibles dentro de los límites de pre-carga.

## **GEOLOGÍA LOCAL**

Todo el trayecto de la Línea 4 se encuentra conformada por un depósito de sedimentos aluviales y coluviales (ver figura 4.1), que reposan directamente sobre un esquisto que constituye el basamento.



Figura 4.1 Modelo de típico de suelos de la Estación Parque Central. Fuente: Centeno et al. (2004)

El depósito sedimentario es bastante heterogéneo en cuanto a posición relativa de diferentes capas; sin embargo, desde el punto de vista de las características físicas y mecánicas de los materiales, es relativamente uniforme.

Existe un franco predominio de suelos granulares a lo largo de la línea, fundamentalmente arenas arcillosas (SC), arenas limosas (SM), arenas arcillosas gravosas, arenas limosas gravosas, arenas limo – arcillosas (SM – SC) con contenido variable de grava. En menor proporción, arenas arcillosas y/o limosas de baja plasticidad (CL) y limos arcillosos (ML) y arenas arcillosas (ML – CL), también de baja plasticidad. Estas arcillas y limos, por regla general, se presentan de forma de capas o lentes discontinuos de relativo poco espesor, si se les compara con los espesores de estratos granulares. Las arcillas y limos de alta compresibilidad (CH y MH), como también las gravas limosas y arcillosas (GM y GC), ocurren de forma esporádica.

Las arcillas que se encuentran por debajo del nivel freático reportan humedades naturales iguales y aún menores que las correspondientes a sus límites plásticos, evidencia de que se trata de arcillas precargadas por secado, las cuales son poco compresibles dentro de los límites de la precarga.

### **ESTUDIO DE SUELOS**

El estudio de suelos fue realizado para la empresa Odebrecht, por las empresas PREGO y GIICCA, el cual se basa en treinta y tres perforaciones a máquina de las cuales veinticinco fueron hechas con forro de 2,5" y ocho con forro de 4". De estas perforaciones 11 fueron hechas en el área de interés para el estudio que van desde la perforación P – 30 hasta la P – 34 , incluyendo las perforaciones SM – 206, SM – 207, SM – 208, SP – 215 y SP – 217.

### **PERFORACIONES SPT**

Las perforaciones SPT o prueba estándar de penetración realizadas para el estudio de suelos fueron ejecutadas con equipo hidráulico. Los suelos de relleno, sedimentarios y residuales, así como la roca blanda del basamento, se perforaron por el sistema de percusión y avance por lavado, con forro de 2,5 pulgadas de diámetro. Los intervalos muy duros que constituyen el basamento, así como los cantos y fragmentos de roca que se encontraron dentro de la sedimentación, fueron perforados por rotación utilizando broca de diamantes.

### PERFORACIÓN PARA TOMA DE MUESTRAS INALTERADAS

Fueron realizados para el estudio de suelos con equipo hidráulico utilizando un forro de cuatro pulgadas de diámetro avanzando en la perforación por lavado normal sin muestreo, hasta las profundidades previstas para la toma de muestras inalteradas. Las muestras se tomaron empleando muestreadotes Shelbys o Denison de tres pulgadas de diámetro. A estas muestras se le realizaron ensayos triaxiales tipo CIOU, ensayo de corte directo en la máquina de Casa Grande, y se le determinó el módulo de compresión triaxial.

#### Piezómetros

En todas las perforaciones se determinó la profundidad del agua subterránea por medición directa dentro de la tubería de protección. Presentándose el nivel freático para el área en estudio a unos 9 metros de profundidad promedio.

#### **ENSAYOS DE LABORATORIO**

Las empresas encargadas de los estudios de suelos realizaron exámenes visuales como textura, consistencia, color y humedad; ensayos sobre muestras de cuchara los cuales consistieron en clasificación granulométrica por tamizado, clasificación granulométrica por hidrómetro, determinación de límites de consistencia y determinación de humedad. También se realizaron ensayos de compresión y determinación de densidad.

Los resultados de todas las perforaciones y ensayos utilizados para la realización del modelo geomecánico aplicado en este trabajo se muestran en el apéndice 1.

### DESCRIPCIÓN GENERAL DEL TRAZADO DE LA LÍNEA 4

La línea 4 del Metro de Caracas consiste de una construcción de 5,5 Km. entre las estaciones existentes Plaza Venezuela y Capuchinos, con la finalidad de aliviar la Línea 1 en su tramo más congestionado comprendido entre las estaciones Capitolio y Plaza Venezuela.

Esta línea está conformada principalmente por dos túneles gemelos de 3,666 metros cada uno, 926 m de túneles mineros, dos sub – estaciones eléctricas, dos cambiavías y cuatro estaciones de servicio al público: Teatros, Nuevo Circo, Parque Central y Zona Rental; así como la remodelación y ampliación de la estación existente Capuchinos.

Las estaciones de la Línea 4 contarán con ascensores para la movilización de las personas discapacitadas. Estos contarán con sistema Braile para pasajeros con deficiencias visuales. El pasillo de transferencia de la estación Zona Rental contará a su vez con rampas de desplazamiento para facilitar el traslado de pasajeros con limitaciones físicas.

En la siguiente figura puede observarse la distribución de las estaciones de la línea 4 con respecto a las demás estaciones del Metro de Caracas. En los anexos se encuentra un mapa más detallado de la Línea 4.



Figura 4.2 Distribución de Estaciones de la Línea 4. Fuente: Centeno *et al.* (2004).

La estación en estudio, Estación Parque Central, se encuentra ubicada entre las avenidas Sur 21 y Sur 17, abarcando una longitud de 188 m y un área de 5600  $m^2$  aproximadamente a una profundidad de 18 m en el cuerpo principal, para un total de 86000 $m^3$  de excavación.

## CARCATERÍSTICAS DEL MÉTODO CONSTRUCTIVO

Debido a la diversidad en cuanto al material por el que esta conformado los suelos a lo largo de la Línea 4 del Metro de Caracas, la excavación de túneles se realizará básicamente a través de dos métodos constructivos: El método austriaco (NATM por sus siglas en inglés) y excavación con escudos de presión de tierras.

La excavación desde el foso de ventilación Plaza Italia hasta la Estación Capuchinos es realizó a través del Método Austriaco. Esto se debe en primer lugar a que los nuevos túneles se encuentran adosados al túnel existente necesitando incluso demolición parcial de muros colados que sirvieron de soporte temporal para la excavación de los túneles de la Línea 2, luego hasta la estación Capuchinos, los nuevos túneles se separan del túnel existente , pero con una distancia pequeña. La excavación durante aproximadamente los primeros 160 m., se realizó en suelos coluviales de predominio granular (arenas y arcillas

limosas), cruzadas por lentes de arcillas muy arenosas; los siguientes 160 m. hasta los 220 m. aproximadamente se realizó la excavación en esquistos meteorizados.

En toda esta zona el nivel freático se encuentra a unos cuatro metros de la superficie del terreno.

El resto de la excavación, incluyendo el área en estudio, se realizó a través de máquinas de perforación de túneles (*Túnel borinjg machina, TBM*) con escudos de presión de tierra (EPB por sus siglas en inglés).

#### MÉTODO DE PERFORACIÓN DE TÚNELES EN ESCUDO

La C. A. Metro de Caracas eligió aplicar este método constructivo considerando las características geomecánicas y litológicas de suelos a excavar, y con el propósito de proteger las estructuras suprayacentes a la excavación. De acuerdo a las características de su frente de ataque los escudos se clasifican en escudos de frente abierto, de presión de tierra y de presión de lodo.

El escudo de frente abierto es aquel que se caracteriza por tener su frente sin ningún mecanismo que lo proteja contra un eventual desmoronamiento del frente. Este tipo de escudo es utilizado cuando los estudios geotécnicos demuestran absoluta precisión que el terreno a excavar es de buena calidad y con ausencia de agua.

Los escudos de presión de tierra o de de presión de lodos son equipados de tal manera que aseguran la estabilidad del frente, sin poner en riesgo la evolución de la excavación.

La estabilización del frente en el escudo de presión de lodo se dá a través de la inyección. Las Máquinas de Perforación (TBM), con escudos EPB utilizan el suelo excavado como medio de sostenimiento del frente. Esta técnica evita el colapso y derrumbe de los suelos perturbados por la perforación, al compensar la presión del suelo, mediante el incremento de la presión atmosférica en el frente de la excavación.

La fuerza de los cilindros de empuje, es transmitida a través del escudo ubicado al frente y alrededor de la cámara hiperbárica, permitiendo la actuación de la rueda de corte y de las herramientas de corte ubicadas en la rueda, sobre la tierra plastificada, gracias al acondicionamiento con espuma, polímeros y otros aditivos, así como con bentonita, entonces el suelo arrancado cae en la cámara de extracción a través de las aberturas

existentes en la rueda de corte, donde es mezclado con la pulpa de suelo y acondicionadores Este acondicionamiento ocurre conjunto con el giro de la rueda de corte, los acondicionadores llegan al frente gracias a toberas colocadas en la rueda, que permiten añadir estos elementos al frente atacado. El material excavado es ingresado a la máquina a través de la cámara de extracción, siendo transferido a la cinta transportadora mediante un tornillo sinfín presurizado. La cantidad de material transferido es regulada por las revoluciones del tornillo y el diámetro de la válvula superior en este. El tornillo sinfín, transfiere el material excavado a la primera cinta transportadora del sistema de cintas, luego esta coloca al material extraído sobre la siguiente y última cinta que lo llevará hasta los vagones-tolva, que constituyen parte de un sistema de vagones-tolva, vagones planos (carga y transporte de personal), y locomotoras diesel, que permiten no solamente extraer el material de excavación, y llevarlo al exterior, sino que también permite llevar a cabo la logística de personal, materiales y servicios de la perforadora. Este sistema se desplaza sobre rieles de acero.

Luego de todo esto túnel es recubierto con segmentos de concreto reforzado con acero, denominados dovelas, los cuales se colocan y aseguran a través del erector, que se encuentra ubicado bajo el escudo, en el área inmediatamente atrás de la cámara hiperbárica, en condiciones de presión atmosférica normal.

El espacio anular remanente entre el revestimiento de anillos de concreto reforzado, y el diámetro externo de la excavación, se rellena de forma contínua con mortero, el cual es inyectado a través de 4 toberas ubicadas en la cola del escudo, 2 en la parte superior, y 2 en la inferior, durante todo el avance. El volumen y presión de la inyección es controlado y monitoreado mediante las computadoras de abordo.

El mortero es un material fluido autonivelante y a veces de consistencia plástica. Este no solamente llena el espacio anular entre la excavación y los anillos, sino que también llena los espacios porosos en el suelo, bien sea aumentando la resistencia o disminuyendo la permeabilidad, o ambos, El mortero es inyectado como un material fluido, el cual endurece en un período de tiempo (fragua).

El mortero está constituido por:

• Cemento Portland Tipo I, ASTM C150.

- Agregados: Entre 70% y 80% de su peso, módulo de finura aproximado 2,20, (pasante 1/4).
- Aditivos:
  - o Bentonita.
  - Rheomac Sf100 (Microsílice, mejora la resistencia y reduce la permeabilidad).
  - o Polyheed Ri (retardante, reductor de agua).
  - Mpr (reductor de agua, retardante, plastificante).
  - Plastiment R-100 (reductor de agua, retardante).
  - Rheobuild 200B (plastificante).

Las máquinas están dotadas de controladores lógicos digitales computarizados programables, que son monitoreados permanentemente desde las oficinas en la superficie. Este sistema permite el control automático de los gatos de empuje y dirección, disponiendo simultáneamente de un control de velocidad de avance que permite adaptar la marcha de la máquina (velocidad de rotación de la cabeza, presión de los gatos de empuje) a las condiciones locales del suelo.

Las perforadoras tienen un sistema de direccionamiento que les permite mantenerse en el eje del proyecto, este sistema está constituido por la computadora de control de alineamiento, el subsistema de guía láser, y el subsistema de georeferenciamiento por GPS instalado en la superficie.

En la siguiente figura se muestra un perfil típico de una máquina perforadora en escudo EPB resaltando sus partes principales.



Figura 4.3 Perfil típico de Escudo EPB. (ODEBRECHT, 2005)

El revestimiento de los túneles está constituido por anillos en concreto, con un diámetro externo de 5,6 m y un espesor de 0,22m.Cada anillo compuesto por siete segmentos o dovelas (ver figura 4.4), de 1,20 m de ancho, de las cuales cuatro son normales abarcando un ángulo central de 60° con juntas radiales paralelas al eje del túnel; dos dovelas contra encuñadas, con una de las juntas radiales inclinada con respecto el eje del túnel y una dovela llave, en forma de cuña, con un ángulo central de 10°. La unión radial y longitudinal de las dovelas se efectúa a través de tornillos curvos galvanizados.



Figura 4.4 Posición típica de dovelas. Fuente: Castillejo (2003)

La unión radial y longitudinal de los segmentos se efectúa a través de tornillos curvos galvanizados que pasan aproximadamente por la línea neutra de las juntas (ver figura 4.5), quedando así protegidos del contacto de las aguas exteriores por la moldura de sello. En la dovela llave los tornillos son rectos. Los tornillos permiten fijar los segmentos entre sí y resistir a diversos esfuerzos debidos a la compresión de los sellos de juntas, al empuje del escudo, y al soporte del peso de las propias dovelas, manteniendo su forma circular hasta que se efectúan las inyecciones primarias y secundarias del espacio anular exterior. A partir de esta inyección el revestimiento del túnel queda totalmente integrado al suelo circundante y los esfuerzos en el anillo quedan estabilizados.



Figura 4.5 Tornillos de fijación. Fuente: Castillejo (2003)

## CAPÍTULO V

## **MODELO GEOMECÁNICO Y GEOTÉCNICO**

## **INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se considerará la elaboración del modelo geomecánico y geotécnico que se empleará para el modelo de elementos finitos en 3D del suelo y las estructuras existentes.

También se realizará el proceso de simulación de la excavación de los túneles gemelos a fin de calibrar el modelo geomecánico. Para esto se efectuaron una serie de simulaciones para determinar los asentamientos calculados para compararlos con los datos de los asentamientos producidos por el paso de los túneles en la zona de estudio, determinando la diferencia. Este procedimiento es un proceso de ensayo y error, el cual consiste en un ajuste progresivo de los parámetros del suelo hasta lograr una diferencia mínima entre los valores calculados y los valores medidos.

En los análisis realizados en este capítulo no se considerará la interacción suelo – estructura, la cual será tratada posteriormente.

El proceso de simulación se realiza a través del método paso a paso, que se fundamenta en la simulación real del proceso constructivo de los túneles, el cual consiste en la remoción de los elementos de suelo en el frente de excavación de manera sucesiva, colocando en dicho avance los elementos de revestimiento, así como también el desfase existente de construcción de ambos túneles. En este capítulo se presenta una serie de resultados de la simulación en 3D sin tomar en cuenta la interacción suelo - estructura.

# ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL TÚNEL EN 3D

En esta sección se describe cómo se simuló la excavación del túnel en 3D. Los detalles adicionales se describen en el momento de su aplicación.

La figura 5.1 muestra la malla utilizada de elementos finitos para el análisis en 3D de la construcción de los túneles gemelos de la Estación Parque Central de la Línea IV del Metro de Caracas. El túnel es excavado en la dirección negativa del eje Z, comenzando en Z=0m. El modelo geomecánico, por sus características geométricas de simetría podría haberse simulado, sólo con la mitad del modelo (existencia de eje de simetría entre ambos túneles), pero debido a la gran asimetría de las estructuras preexistentes en la zona y al mismo tiempo el desfase en la excavación de túneles gemelos, se realizó un modelo global.

La asimetría de estructuras existentes se debe a que en la parte norte de la Estación en estudio se encuentran los Edificios Caroata, Catuche y Tajamar, los cuales forman parte del Complejo Residencial Parque Central, los cuales poseen hasta 46 pisos y tres sótanos, y del lado sur se encuentran algunas áreas desocupadas y el Edificio Centro Residencia El Conde, el cual posee 22 pisos y un sótano.

Las restricciones de movimiento impuestas en los límites laterales del modelo fueron los horizontales, mientras que para el límite inferior se restringieron todos los movimientos.



Figura 5.1 Malla de Elementos Finitos para la excavación de los túneles gemelos de la estación Parque Central.



Figura 5.2 Malla de Elementos Finitos para la excavación de los túneles gemelos de la estación Parque Central, con posterior construcción de muros colados.

Se generó la malla en el plano X-Y y se extendió a lo largo del eje Z. La figura 5.3 ilustra a detalle como se modeló la construcción del túnel. En la figura 5.3 se excava el túnel a través de los elementos en dirección longitudinal (eje Z) cuyo revestimiento es colocado a medida que avanza la excavación. La longitud de este elemento es la longitud de excavación  $L_{exc}$  como se muestra en la figura 5.3. Esta secuencia se repite a lo largo de ambos túneles, primero a través del túnel sur y luego, cuando ya se ha excavado a lo largo de unos 50 m se comienza la secuencia a lo largo del túnel norte.



Figura 5.3 Longitud de excavación.

El revestimiento del túnel (anillos) se modela como elementos de contornos elásticos. Los parámetros de los materiales del suelo empleado para el modelo y posterior simulación se muestran en la tabla 5.1. Mientras que los parámetros utilizados para el revestimiento se encuentran en la tabla 5.2, estos valores fueron obtenidos del Informe de estudio Geotécnico Complementario Extensión Sur de la Línea II del Metro de Caracas.

Material	γ_unsat [kN/m^3]	γ_sat [kN/m^3]	v [-]	E_ref [kN/m^2]	<b>φ</b> [°]
Sedimentos Limosos	18	21	0,25	10000	20
Relleno	17	20	0,3	13000	25
Sedimentos Arcillosos	16,4	18	0,35	10000	20
Sedimentos Arenosos	18	20	0,3	13000	38

Tabla 5.1Parametros de materiales que conforman el terreno utilizados para la simulación.Fuente: Consorcio Línea IV (2004)

E [kN/m^2]	ν[-]	W [kN/m^2]	EA [kN/m]	EI [kN/m^2/m]
15000	0,24	3,82E+01	8,20E+06	8,38E+05

 Tabla 5.2
 Características del revestimiento. Fuente: Consorcio Línea IV (2004).

En la secuencia de excavación descrita anteriormente no se controla la pérdida de volumen, esto se debe a que en los análisis en 3D la pérdida de volumen depende directamente de la longitud de la excavación. La selección de esta longitud de excavación, sin embargo, tiene consecuencias serias sobre los recursos de cálculo necesarios. Para un valor de longitud de un túnel, una reducción en  $L_{exc}$  implica no solamente incrementar el número de elementos sino que también requiere un mayor número de fases de excavación, es decir, a menor  $L_{exc}$  mayor número de elementos y mayor tiempo de cálculo.

## **MODELO DE ASENTAMIENTOS**

Antes de investigar el comportamiento de las estructuras sujetas a la excavación del túnel, se analizaron los datos de campo y se compararon con los resultados obtenidos a través de la simulación por Elementos Finitos. Para analizar la zona en estudio se realizaron dos modelos, uno donde sólo incide la excavación de túneles con escudos y otro donde se realiza la excavación de túneles en escudos y posterior construcción de los muros colados. El túnel fue excavado utilizando escudos tipo EPBS. Estos escudos poseen una longitud de 8,4 m desde el frente de excavación hasta el lugar donde se colocan los anillos.

### Análisis de Elementos

El túnel Sur (o túnel izquierdo visto hacia el frente de excavación) fue el primero de los túneles gemelos en ser excavado en el área de la estación Parque Central. Posee un diámetro D=5,56 m y una profundidad  $Y_0=12 m$ . El túnel Norte ( o

túnel derecho visto hacia el frente de excavación) posee las mismas características y fue excavado con una diferencia promedio de 50 m con respecto al avance del túnel Sur y aproximadamente con una separación de unos 12 m entre los ejes de ambos túneles. El perfil del suelo modelado presenta un predominio de sedimentos arenosos con poca presencia de arcillas y limos.

Las mallas utilizadas son las mostradas en la figura 5.1 y 5.2. La dimensiones en el plano *x-z* se consideró de 0 m en la horizontal y 30 m en la vertical, tomando como *X*=0 el centro entre los ejes de ambos túneles, es decir, la geometría del eje *x* va desde -30 m hasta 30 m, con una distancia en la dirección *Z*=50,4 m (avance). La cota superior es de *y*=870 m que corresponde a la cota de referencia a nivel de calle, teniéndose el nivel freático entre las cotas 862 m y 864 m y la cota inferior en *Y*=840 m. La longitud de la excavación es de 8,4 m que corresponde con la longitud del escudo. Los análisis fueron hechos en base a 12 fases y 250 iteraciones de cálculo por cada nodo en cada una de estas fases. La malla utilizada para los análisis consiste de 4728 elementos, 14457 nodos y 28368 puntos de esfuerzos. El equipo utilizado para realizar el proceso de simulación fue un Intel Pentium IV 1,5 GHz con 1,5 Gb de memoria RAM.

### MODELO DEL SUELO.

El modelo de suelo empleado para la simulación es isotrópico de tipo Morh – Coulomb (No lineal), cuyas características se encuentran mostradas en la tabla 5.1. Para la excavación de los túneles gemelos la simulación se realizó a través de 12 fases:

**Fase 1:** Excavación y colocación de revestimiento del túnel sur entre Z=0 m y 8,4 m.

**Fase 2:** Excavación y colocación de revestimiento del túnel sur entre Z=8,4 m y 16,8 m.

**Fase 3:** Excavación y colocación de revestimiento del túnel sur entre Z=16,8 m y 25,2 m.

**Fase 4:** Excavación y colocación de revestimiento del túnel sur entre Z=25,2 m y 33,6 m.

**Fase 5:** Excavación y colocación de revestimiento del túnel sur entre Z=33,6 m y 42 m.

**Fase 6:** Excavación y colocación de revestimiento del túnel sur entre Z=42 m y 50,4 m.

**Fase 7:** Excavación y colocación de revestimiento del túnel norte entre Z=0 m y 8,4 m.

**Fase 8:** Excavación y colocación de revestimiento del túnel norte entre Z=8,4 m y 16,8 m.

**Fase 9:** Excavación y colocación de revestimiento del túnel norte entre Z= 16,8 m y 25,2 m.

**Fase 10:** Excavación y colocación de revestimiento del túnel norte entre Z= 25,2 m y 33,6 m.

**Fase 11:** Excavación y colocación de revestimiento del túnel norte entre Z= 33,6 m y 42 m.

**Fase 12:** Excavación y colocación de revestimiento del túnel norte entre Z= 42 m y 50,4 m.

La figura 5.4a y 5.4b muestra las superficies de asentamientos verticales obtenidas al final cada análisis con la escala vertical exagerada 100 veces para poder apreciar mejor la superficie de subsidencia. La superficie mostrada son el resultado del modelo para la fase 12, es decir, la excavación del túnel norte en Z=-50,4m.



Figura 5.4a Superficie de asentamiento obtenida a través de análisis de elementos finitos de la construcción de túneles gemelos del Parque Central, Metro de Caracas. (Elaboración Propia)



Figura 5.4b Superficie de asentamiento obtenida a través de análisis de elementos finitos de la construcción de túneles gemelos del Parque Central, Metro de Caracas, con elaboración de muros colados. (Elaboración Propia)

El gráfico mostrado en la figura 5.5 presenta una comparación de los perfiles transversales de asentamientos tomados en campo con los resultados de

asentamientos obtenidos a través de simulación por elementos finitos. Se puede observar que los valores obtenidos por medio del modelo de elementos finitos (MEF) se acercan a los valores reales o de campo, obteniéndose una diferencia promedio de un 6%, siendo más conservadores los resultados obtenidos por elementos finitos, lo cual indica que existe una buena aproximación entre los valores reales y los valores obtenidos a través de MEF, permitiendo utilizar los resultados obtenidos por elementos por elementos finitos por elementos finitos con un mayor margen de seguridad al momento de plantear soluciones.

La figura 5.6 presenta el desarrollo de la subsidencia a través de la sección longitudinal obtenido sobre el eje del túnel sur en Z=50,4 m, por MEF. Cada curva muestra el progreso de la subsidencia por cada 10 m de excavación para ambos túneles gemelos. La posición del frente de excavación se muestra.



Figura 5.5 Perfil Transversal de Asentamiento máximo, Valores de campo vs Modelo de Elementos Finitos. (Elaboración Propia)



Figura 5.6 Perfiles longitudinales de asentamientos obtenidos a través de Elementos Finitos. (Elaboración Propia)

En la figura 5.6 se puede apreciar que durante las primeras fases los asentamientos se comportan de manera similar a la curva de error gaussiano usada generalmente para describir los perfiles longitudinales de asentamiento (comparar con las figuras 2.3 y 2.4). Sin embargo, el problema principal mostrado en la figura 5.7 es que para todas las fases la subsidencia adicional ocurre a lo largo de toda la malla. Se podría esperar que a cierta distancia detrás del frente de excavación del túnel no cambien los asentamientos.

Se puede observar en la misma figura 5.6 que esta condición no está establecida en el análisis. Existen aún asentamientos adicionales en Z=0m hasta la fase 7, es decir cuando el túnel norte es excavado en Z=-29,4 m, a partir de allí son muy pequeños los desplazamientos verticales adicionales. También en la última fase del modelo, es decir, cuando la excavación del túnel derecho se encuentra en Z=-50,4 m, existen asentamientos a lo largo de casi toda la malla, sin embargo, comparado con los asentamientos de las primeras fases de la excavación, son casi despreciables. Los desplazamientos verticales adicionales para las últimas cuatro fases tienen aproximadamente la misma magnitud.

La figura 5.7 muestra el desarrollo transversal de los asentamientos verticales en Z=42 m. El gráfico de asentamientos mostrado en la figura pertenece a la fase 12 es decir al final de la excavación del túnel norte. La figura muestra que el asentamiento máximo se da justamente en el contorno del túnel sur. Esto se debe a que el túnel sur fue excavado antes que el túnel norte, donde ya existía una subsidencia debido a la excavación de este túnel dejando al terreno en menores condiciones de estabilidad que sus condiciones iniciales, generándose una subsidencia acumulada mayor alrededor éste.

Esto también se puede observar en la figura 5.8 donde se muestra la pérdida de volumen calculada a través de toda la sección transversal donde las mayores pérdidas de volumen predominan alrededor del túnel sur nuevamente.



Figura 5.7 Perfil transversal de asentamientos obtenido a través de MEF. (Elaboración Propia)



Figura 5.8 Desarrollo de la pérdida de volumen con respecto al avance del túnel. (Elaboración Propia)

Para el modelado de la excavación de túneles gemelos y posterior construcción de muros colados se utilizó la malla mostrada en la figura 5.2 obteniéndose como resultado de los desplazamientos verticales los mostrados en la figura 5.4b. Las condiciones iniciales al igual que las fases de excavación fueron las mismas que se plantearon anteriormente con la diferencia de la presencia de los muros colados dispuestos como se muestran en la figura 5.9. La malla utilizada para el análisis está conformada por 4392 elementos con 13599 nodos y 26352 puntos de esfuerzos.



Figura 5.9 Vista frontal de malla de elementos finitos con presencia de muros colados. (Elaboración Propia)

La figura 5.10 presenta el desarrollo longitudinal fase a fase de los desplazamientos verticales generados por la excavación de los túneles.

Se puede observar que los desplazamientos verticales se dan en mayor escala en el portal del túnel, presentándose allí los asentamientos máximos que luego se reflejan en la superficie.

En la misma figura se puede observar que los asentamientos que durante las primeras 6 fases incrementan a lo largo de toda la malla, especialmente en los alrededores del frente de excavación, mientras que en las fases siguiente los incrementos son muy pequeños, pero se siguen presentando asentamientos sobre el eje del túnel sur que se reflejan en la superficie obteniéndose al final de la excavación desplazamientos verticales a lo largo de toda la geometría mostrado en la figura 5.11 con la escala exagerada 200 veces.



Figura 5.10 Desarrollo longitudinal de asentamientos verticales obtenidos a través de elementos finitos. (Elaboración Propia)



1.8 -1 = 1

Figura 5.11 Asentamientos máximos. (Elaboración Propia)

En la figura 5.11 se puede apreciar cómo los asentamientos mayores se presentan alrededor de los túneles y que los mismos se ven reflejados en la superficie presentándose los máximos asentamientos superficiales sobre el eje entre ambos túneles. También se observa la deformación que se genera en los muros lo cuál afecta las estructuras cercanas al muro en la superficie (figura 5.12) ya que podría producir un arrastre sobre las estructuras adyacentes causando daños en las mismas dependiendo de la proporción del movimiento horizontal generado.



[m 4a]

Figura 5.12 Desplazamientos horizontales en la dirección transversal (eje X) (Elaboración Propia)

## CAPÍTLULO VI

### INFLUENCIA DEL PESO DE LAS EDIFICACIONES

En el capítulo anterior se realizó el modelo geomecánico del suelo tomando en cuenta el peso de las edificaciones adyacentes más importantes. En este capítulo se presentan los resultados de los análisis considerando el peso de estas mismas edificaciones en la búsqueda de conocer su influencia en la deformación del suelo debido a la construcción del túnel.

## ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS

Para la elaboración del análisis, se utilizó el modelo geomecánico del suelo presentado en el capítulo anterior, junto con las mismas características del túnel. Las edificaciones tomadas en cuenta para el modelo son las dos más importantes que se encuentran adyacentes a la Estación Parque Central, que son el Conjunto residencial El Conde y el Centro Residencial Parque Central, las cuales fueron modeladas en cuanto a la carga máxima sobre el terreno para las cuales fueron diseñadas. Estos valores de carga fueron variados a fin de evaluar la referencia de las edificaciones en la construcción de. En la tabla 6.1 se muestran las características de carga de ambas edificaciones, mientras que la figura 6.1 muestra la vista frontal de la geometría del problema. En la tabla 6.2 se muestran los datos de carga de las edificaciones utilizadas para el desarrollo de los análisis.

Edificaciones	Número de Pisos	Carga Máxima	Cobertura del túnel
Edificio Conjunto Residencial Parque Central	46 Pisos + 3Sótanos	260 KN/m <sup>2</sup>	12 m
Edificio Centro Residencial El Conde	22 Pisos + 1 Sótano	500 KN/m <sup>2</sup>	12 m

Tabla 6.1Características de carga de las edificaciones aplicadas en el modelo<br/>Fuente: Consorcio Línea IV (2004)



Figura 6.1 Vista frontal del Modelo de Elementos Finitos. (Elaboración Propia)

Malla	Carga (KN/m <sup>2</sup> ) Edificio Centro Residencial El Conde	Carga (KN/m <sup>2</sup> ) Edificio Conjunto Residencial Parque Central
1	260	500
2	130	250
3	0	0

Tabla 6.2Características de carga de edificaciones para los diferentes casos. (Elaboración<br/>Propia).

### **ESTADO DE ESFUERZOS**

La excavación de túneles sometida a la carga de las edificaciones cambia las condiciones de esfuerzos en el suelo. Así como la rigidez de las edificaciones varía las condiciones iniciales de la superficie del terreno, la carga afecta los esfuerzos efectivos en suelo. Un proceso continuo de deformación dentro del suelo se produce durante la construcción de túneles afecta el comportamiento del suelo en la etapa inicial del proceso de excavación.

La respuesta del suelo a la excavación del túnel depende de los estados de esfuerzos. Posteriormente se podrá observar como los estados de esfuerzos a la

profundidad del túnel controlan los desplazamientos, así como también los cambios de rigidez en el suelo bajo las edificaciones influyen en la deformación de las mismas.

Las diferentes zonas de influencia se pueden observar en la figura 6.2 la cual muestra los desplazamientos horizontales producidos a diferentes profundidades producidos por la excavación del túnel a medida que se avanza la construcción pasando por las diferentes edificaciones. Las diferentes curvas presentan los diferentes casos de carga planteados en la tabla 6.2. Se puede observar cómo la carga de las edificaciones influye en los desplazamientos horizontales a profundidades cercanas a la excavación del túnel. El incremento de carga disminuye el movimiento horizontal del suelo en los alrededores del túnel.

Las figura 6.3 muestra el efecto de la carga de las edificaciones sobre los esfuerzos efectivos. Se puede observar que el incremento de esfuerzos se torna más significantes hacia la superficie donde la presión debido al peso del terreno no controla el régimen de esfuerzos. La rigidez del suelo se modela directamente proporcional a los esfuerzos efectivos, por consiguiente el perfil mostrado en la figura 6.3 muestra el incremento de la rigidez del suelo debido a la aplicación de carga. A medida que la presión debido al peso del suelo va incrementando con la profundidad, el efecto producido por la carga ejercida por las edificaciones se vuelve insignificante.



Figura 6.2 Perfil vertical de movimientos horizontales del suelo durante la construcción del túnel a 11m del eje del Túnel Norte, obtenidos a través de MEF. (Elaboración Propia)



Figura 6.3 Perfil de esfuerzos efectivos calculados a través de MEF a 11m del eje del túnel Norte. (Elaboración Propia)

## **DEFORMACIÓN HORIZONTAL**

Cuando se estudia la deformación horizontal ( $\mathcal{E}_h$ ) producida a nivel de la superficie, en las zonas cercanas a las edificaciones se observa que, apenas ocurren deformaciones por corte en esta zona. Por consiguiente se realizaron análisis

adicionales para estudiar el comportamiento de las deformaciones horizontales a nivel de superficie en los alrededores de ambas edificaciones. La figura 6.4 muestra la distribución de deformación unitaria resultante de los análisis para los casos mencionados en la tabla 6.2. Estos resultados revelan cómo la rigidez en la parte superior del suelo controla el desarrollo de las deformaciones en estructura debido a la construcción de túneles: Por una parte la alta rigidez del suelo reduce los movimientos horizontales del suelo mientras que por otro lado el suelo esta en capacidad de transferir este movimiento a las edificaciones que se encuentras sobre éste. El resultado neto es un incremento en la deformación horizontal.



Figura 6.4 Distribución de deformaciones horizontales a lo largo de la sección transversal (Elaboración Propia)

Este efecto se puede observar para todas las combinaciones de carga. La figura 6.4 muestra el desarrollo de la deformación horizontal cuando incrementa la carga de las edificaciones. El comportamiento mostrado se debe a que las edificaciones cambian el régimen de esfuerzos lo que influye en el modo de deformación del suelo alrededor del túnel, lo cual afecta la respuesta de las edificaciones a la subsidencia inducida por la construcción de túneles. El incremento en la rigidez del suelo en las áreas cercanas a las estructuras influye de manera significante en el desarrollo de las deformación del terreno adyacente.
# CAPÍTULO VII

## INFLUENCIA DE LA INTERACCIÓN SUELO – ESTRUCTURA

En los análisis presentados en los capítulos anteriores se asume que las edificaciones y el suelo que se encuentra alrededor de éstas, están conectados rígidamente y por lo tanto no existen movimientos relativos entre ellos. Este capítulo se enfoca sobre la naturaleza de este contacto entre el suelo y las estructuras.

## ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS

Para variar la naturaleza del contacto entre las estructuras y el suelo, se incluyeron elementos de interacción dentro del modelo de elementos finitos. Estos elementos se colocaron entre los elementos estructurales existentes dentro del modelo -tales como muros colados, anillos y edificaciones- y el suelo. Las características usadas en el modelo de interacción suelo – estructura son las mismas utilizadas en los análisis mostrados en los capítulos anteriores. Debido a que el estudio de interacción suelo estructura requiere de grandes cantidades de cálculo se modeló solamente el Túnel Sur, incluyendo la edificación del Conjunte Residencial El Conde, el cual presenta las característica mencionadas en la tabla 6.1. El túnel es de 5,56 m de diámetro, excavado en la dirección negativa del eje *Z*, comenzando en *Z*=0m, con una cobertura de 12m, Se aplica la metodología paso a paso como la señalada en el capítulo 5 realizando solamente las primeras seis fases de excavación. Debido a la simetría del problema se modeló solamente la mitad del Túnel Sur.

Las mallas utilizadas son mostradas en las figuras 7.1 y 7.2. Las dimensiones del plano *x-y* el tiene 44 m en la horizontal y 30 m en la vertical, comenzando en X=-6 m que corresponde al eje del Túnel Sur, obteniendo una geometría del eje X va desde -50 m hasta -6 m, con una distancia en la dirección Z=50,4 m. Al igual que en los capítulos anteriores, la cota superior es de y=870 m correspondiendo con la cota de nivel de calle, teniéndose el nivel freático entre las cotas 862 m y 864 m y la cota inferior en Y=840 m. La longitud de la excavación es de 8,4 m que corresponde con la

longitud del escudo. Los análisis fueron hechos en base a 6 fases y 250 iteraciones de cálculo por cada nodo en cada una de estas fases. La malla utilizada para los análisis consiste de 992 elementos, 3420 nodos y 5952 puntos de esfuerzos.



Figura 7.1 Malla de elementos finitos para le excavación del Túnel Sur de la estación Parque Central. (Elaboración Propia)



Figura 7.2 Malla de elementos finitos para le excavación del Túnel Sur de la estación Parque Central del Conjunto Residencial El Conde de 260 kN/m. (Elaboración Propia)

## **ELEMENTOS DE INTERACCIÓN**

La interacción está compuesta por elementos de interacción de 16 nodos. En la figura 7.3 se puede observar cómo se conectan estos elementos con los elementos del suelo. Estos elementos de interacción consisten de ocho pares de nodos, compatibles con caras cuadriláteras de elementos del suelo de ocho nodos.



Figura 7.3 Distribución de nodos y puntos de esfuerzos en un elemento de interacción. (Elaboración Propia)

La implementación de elementos de interacción dentro de los análisis se realiza variando el tipo de materiales para cada uno de los elementos, analizando de esta manera el comportamiento elasto - plástico del suelo. Se empleó como modelo de materiales tipo Mohr – Coulomb la arcilla con las características mostradas en la tabla 5.1, debido a que, a pesar de no ser el material predominante en el modelo geomecánico inicial, ser presenta en cantidades considerables dentro de las estructuras del túnel, pudiendo ésta presentar plásticidad que afecte el suelo y las estructuras adyacentes. Consecuentemente, los parámetros de entrada requeridos son la cohesión  $C_{if}$ , el ángulo de fricción  $\phi_{if}$ , y el ángulo de dilatancia  $\Psi_{if}$ .

A continuación se presentan los resultados de los estudios en los cuales la cohesión y el ángulo de fricción fueron variados. El ángulo de dilatancia se tomó igual a cero en todos los análisis.

La figura 7.4 muestra la deformación tangencial de interacción  $\gamma_{if}$  obtenida a través de los análisis con  $\phi_{if}=0^{\circ}$  y  $C_{if}$  variando entre 0 kPa y 5 kPa. La figura muestra

que cuando  $\gamma_{if}$  aumenta,  $C_{if}$  disminuye. Los valores más bajos de deformación se obtienen para  $C_{if} = 5$  kPa. La curva coincide de manera próxima a la curva de deformación elástica, lo cual indica que no existe deformación plástica cuando  $C_{if}$  es mayor o igual a 5kPa.



Figura 7.4 Distribución de deformación unitaria cortante ( $\gamma_{if}$ ) para diferentes valores de  $C_{if}$ . (Elaboración Propia).

La deformación plástica, sin embargo, se desarrolla cuando  $C_{if}$  se reduce a 2,5kPa con una zona de deformación plástica aproximadamente entre 6 m y 15 m de distancia desde el eje del túnel. Del mismo modo que  $C_{if}$  desciende hasta 0kPa se da un desarrollo de la deformación elástica a lo largo del suelo que rodea la edificación.

En los siguientes análisis  $C_{if}$  se mantiene constante a 2,5 kPa mientras que  $\phi_{if}$  se varía desde 6,25° hasta 38°. La figura 7.5 muestra la magnitud de  $\gamma_{if}$  a lo largo de la dirección transversal de Túnel Sur. Se podría pensar que un incremento en el ángulo de fricción generaría una reducción de la deformación plástica. Sin embargo, ocurre todo lo contrario. Un aumento del ángulo de fricción a 6,25° conlleva a obtener una deformación de 2\*10<sup>-4</sup> m. El incremento de esta deformación se da en las cercanías de la excavación del túnel. En cambio, la deformación se reduce cuando se incrementa el ángulo de fricción mientras nos alejamos del eje del túnel una distancia entre 20 m y 50 m.



Figura 7.5 Distribución de la deformación unitaria cortante γ<sub>if</sub> para diferentes valores de φ<sub>if</sub> sin tomar en cuenta la carga de la edificación. (Elaboración Propia).

A fin de investigar la influencia de  $\phi_{if}$  se realizaron análisis de elementos finitos adicionales con una carga de 260 kPa para la edificación. Los resultados de estos análisis se muestran en la figura 7.6, donde se puede observar que para  $\phi_{if} = 18,75^{\circ}$  y 25° se obtienen curvas idénticas las cuales desarrollan deformación unitaria elástica. Una pequeña deformación plástica se da para  $\phi_{if} = 12,5^{\circ}$ aproximadamente entre *x*=6m y 12m. En esta zona a medida que incrementa  $\phi_{if}$ , disminuye el desarrollo de deformación plástica en el área circundante a las edificaciones, siendo la máxima deformación plástica para  $\phi_{if} = 0^{\circ}$ . Este comportamiento se opone a lo ocurrido en el análisis sin carga donde  $\phi_{if} = 0^{\circ}$  presenta la menor deformación plástica, debido a que la deformación plástica aumenta junto con el incremento de  $\phi_{if}$ .



Figura 7.6 Distribución de deformaciones unitarias cortantes  $\gamma_{ff}$  para diferentes valores de  $\phi_{ff}$  con una carga de 260 kN/m para la edificiación. (Elaboración Propia).

## **DEFORMACIÓN DEL TERRENO**

A continuación se investiga como la interacción suelo – estructura afecta el movimiento del terreno cercano a las edificaciones.

La figura 7.7 presenta un perfil vertical de los desplazamientos horizontales. El perfil se realizó a un distancia x=6 m del eje del túnel. La profundidad del túnel es de aproximadamente 12 m. El desplazamiento negativo indica un movimiento hacia el túnel. El modelo realizado presenta las mismas características mencionadas el principio de este capítulo.

Los casos donde no se toma en cuenta la interacción muestran un patrón típico de perfil de desplazamiento horizontal como el mostrado en la figura 6.2. El desplazamiento máximo horizontal se encuentra aproximadamente a la profundidad del túnel donde se genera un pico de desplazamiento horizontal que va disminuyendo a medida que se aplica la carga. A las profundidades aproximadas de Z=865 m y 846 m los casos de interacción coinciden con los resultados sin interacción. Sin embargo, cerca de la superficie, se desarrollan algunos desplazamientos que difieren de los calculados sin interacción.



Figura 7.7 Perfil vertical de desplazamientos horizontales. (Elaboración Propia).

El desplazamiento horizontal encontrado en la superficie del terreno para el caso de interacción es de  $S_{hx}$ = 0,0015 m. En el caso cuando el suelo se conecta de manera rígida con la edificación el valor se reduce a  $S_{hx}$ = 0,002 m (para el caso sin interacción y sin carga del edificio). Analizando la figura 7.7 en la cota Z= 855 m se puede observar que para los casos sin interacción los valores de  $S_{hx}$ =-0,0028 m y 0,0015 m para los casos sin carga del edificio y con carga respectivamente, a diferencia de los casos donde se toma en cuenta la interacción donde el valor con carga del edificio es de  $S_{hx}$ =-0,0022 m y 0,0021 m estando muy cercanos estos últimos valores

Este gráfico revela que la restricción de una edificación superficial, con una conexión suelo – estructura impuesta sobre los movimientos horizontales del suelo, solamente afectan los desplazamientos en ciertas profundidades, como lo son a nivel superficial y a la profundidad del túnel, que es donde se dan los mayores desplazamientos..

Las figuras 7.8 y 7.9 muestran los perfiles de desplazamientos horizontales para los análisis incluidos en los gráficos anteriores. Los perfiles están dados para el terreno a nivel de superficie (figura 7.8) y a una profundidad de 6 m (figura 7.9). El

gráfico del terreno a nivel de superficie muestra como la presencia de la estructura rígida fija al suelo reduce el movimiento horizontal a nivel de superficie. La aplicación de la carga del edificio para el escenario de interacción suelo – estructura reduce ligeramente el movimiento horizontal superficial. Este efecto se debe al incremento de la rigidez del suelo producto del incremento de los esfuerzos efectivos.



Figura 7.8 Perfil horizontal de desplazamientos horizontales a nivel superficial. (Elaboración Propia).



Figura 7.9 Perfil horizontal de desplazamientos horizontales en la cota Y=856 m. (Elaboración Propia).

Las figuras 7.10 y 7.11 muestran los perfiles transversales de asentamientos verticales. Comparando los asentamientos reales con los cuatro casos mostrados en los gráficos se observa una respuesta de asentamientos similar a la excavación del túnel. Esto indica que el desplazamiento vertical del suelo es prácticamente independiente a los cambios en el desplazamiento horizontal del terreno, a pesar de que se dan menores asentamientos verticales a nivel superficial cuando se toma en cuenta la interacción suelo – estructura junto con el peso de las edificaciones, mostrando nuevamente el incremento de rigidez debido a la presencia de la estructura en el terreno. A una distancia de 20 metros del eje del túnel las 4 curvas muestran un comportamiento similar.



Figura 7.10 Perfil transversal de asentamientos verticales a nivel superficial. (Elaboración Propia).



Figura 7.11 Perfil transversal de asentamientos verticales en la cota Z=856 m. (Elaboración Propia).

Analizando los resultados de los desplazamientos horizontales presentados en las figuras anteriores se concluye que los cambios en los asentamientos verticales del terreno superficial podrían afectar el movimiento horizontal del suelo a nivel superficial de una mayor manera que los cambios generados a una profundidad determinada. Para evaluar cómo los cambios del movimiento horizontal del terreno a nivel superficial influye sobre el movimiento vertical, se graficó en la figura 7.14 el punto de inflexión, *i*, para asentamientos superficiales.

Los resultados para análisis con una edificación sin peso, una edificación con una carga de 130kN/m y una carga de 260kN/m, con elementos de interacción y uno con carga de 130kN/m sin interacción, son mostrados en la figura 7.12.

La figura muestra que los asentamientos superficiales varían con la rigidez de los edificios, así como, el punto de inflexión *i* aumenta con la carga para los casos con elementos interacción. Comparando las curvas para una carga de la edificación de 130kN/m con interacción con la de la misma carga pero sin interacción se observa que el punto de inflexión *i* a nivel superficial es afectado por la reducción de rigidez producida por la interacción de suelo – estructura.



Figura 7.12 Posición del punto de inflexión *i* con respecto a la profundidad para los diferentes casos de interacción. (Elaboración Propia).

Los resultados indican los cambios de los desplazamientos horizontales, producidos por la interacción suelo estructura, afectan la posición del punto de inflexión a lo largo de toda la profundidad del modelo, por lo tanto, a nivel superficial se genera un pequeño efecto sobre los asentamientos, debido a que esta zona es la que se encuentra en contacto directo con las edificaciones, siendo dominante en esta área la presión producida por el peso de las edificaciones y el incremento de la rigidez producida por la presencia de las mismas.

# CAPÍTULO VIII

# INFLUENCIA DE LA EXCAVACIÓN DEL TÚNEL

En este capítulo se observará cómo la construcción de túneles afecta el comportamiento de la deformación de la superficie existente, así como de las estructuras adyacentes. Para esto se empleó el modelo descrito en el capítulo 5 (figura 5.1) El modelo del suelo esta conformado principalmente por sedimentos arenosos con presencia de sedimentos arcillosos y sedimentos limosos en menor cantidad como se encuentra descrito en la tabla 5.1.

Este capítulo se enfoca tanto en el comportamiento transversal como longitudinal del suelo, cuyos resultados obtenidos a través del cambio de diferentes valores de las condiciones (tales como el mallado, longitud de excavación, profundidad del túnel, distancia entre ejes, entre otros), son comparados con los valores obtenidos en capítulos anteriores.

# PARÁMETROS DE ELEMENTOS FINITOS

#### TAMAÑO DE LA MALLA

Se analizaron tres tipos diferentes de mallas para investigar la influencia de la densidad de la malla dentro de los análisis. Todas las mallas tienen el mismo modelo geomecánico del suelo, variando solamente la densidad de la malla en su sección transversal, manteniendo el espacio a lo largo del eje *Z*. Las figuras 8.1, 8.2 y 8.3, muestra las tres mallas diferentes utilizadas para la realización de los análisis de esta sección:

- Malla 1: Malla amplia, mostrada en la figura 8.1, posee un menor número de elementos.
- Malla 2: Malla medianamente densa, mostrada en la figura 8.2, posee mayor número de elementos que la malla anterior con menor distancia entre ellos.

142

• Malla 3: Malla muy densa, mostrada en la figura 8.3. es la que posee mayor número de elementos de las tres presentando una distancia muy pequeña entre cada elemento.



Figura 8.1 Malla 1. (Elaboración Propia).



Figura 8.2 Malla 2. (Elaboración Propia).



Figura 8.3 Malla 3. (Elaboración Propia).

La figura 8.4 presenta los resultados de los desplazamientos verticales obtenidos a través de MEF para la malla 1, cuando el escudo del túnel norte se encuentra en Z=-50m. De la misma manera las figuras 8.5 y 8.6 muestran los desplazamientos verticales obtenidos por MEF, para la misma situación de excavación del túnel de la figura 8.4, para las mallas 2 y 3 respectivamente.



Figura 8.4 Subsidencia producida por la excavación de túneles gemelos mediante wir F, aplicado a la malla 1. (Elaboración Propia).



Figura 8.5 Subsidencia producida por la excavación de túneles gemelos mediante MEF, aplicado a la malla 2. (Elaboración Propia).



Figura 8.6 Subsidencia producida por la excavación de túneles gemelos mediante MEF, aplicado a la malla 3 (Elaboración Propia).

Se puede observar que los desplazamientos máximos, que para todos los casos se dan cerca del frente de excavación, existen pequeñas variaciones para las tres mallas, a pesar del gran parecido de la malla 1 con la malla 2. También se nota clara mente la diferencia existente entre los resultados de la malla 3 con respecto a las dos anteriores, teniendo esta un desplazamiento vertical máximo de 141,13\*10<sup>-3</sup> m, a diferencia de las mallas 1 y 2 cuyos desplazamientos verticales máximos son 131,78\*10<sup>-3</sup> m y 131,13\*10<sup>-3</sup> m. De esta manera se ilustra un poco cómo la densidad del malla influye en los resultados obtenidos en los cálculo, obteniéndose resultados más precisos en mayas más densas, donde exista un número mayor de nodos y elementos, teniéndose como única restricción los requerimientos de cómputos necesarios para poder utilizar mallas cada vez más densas para la realización de modelos por elementos finitos.

#### LONGITUD DE EXCAVACIÓN

Para la elaboración de túneles de cualquier tipo la longitud de excavación es un parámetro de gran importancia, debido que este incide en las deformaciones que se presentan en el terreno. Para estudiar esta variable se realizaron dos análisis con mallas de dimensiones similares. La malla 4 posee una longitud de excavación de 10,08 m mientras que la malla 5 posee una longitud de excavación de 5,04m, cuyos resultados fueron comparados con los obtenidos en el capítulo 5, donde se trabajó con una longitud de excavación de 8,4m por ser éste la longitud del escudo. El resto de las dimensiones del modelo son las mismas utilizadas en capítulo 5.

La tabla 8.1 resume los detalles de las mallas y el tiempo de cálculo empleado estos análisis. En ambas mallas el túnele posee una longitud de 50,4 m. Consecuentemente la construcción del túnel fue simulado a través de 10 fases para las malla 4 y 20 fases para la malla 5.

Malla	Nodos	Elementos	Tiempo de cálculo	Lexc
4	12151	4004	30 min.	10,08 m
5	17083	5720	120 min.	5,04 m

 Tabla 8.1
 Detalles de mallas y tiempos de cálculo. (Elaboración Propia).

En las figuras siguientes se realiza una comparación del desarrollo de la convergencia, deformaciones horizontales y deformaciones verticales en ambos análisis. Todos los resultados fueron tomados sobre el eje del túnel sur. La figura 8.7 muestra el desarrollo de la convergencia con respecto al avance del túnel. En ambos casos se obtiene un comportamiento similar hasta Z=-20 m. Para este punto la malla 4 muestra una menor convergencia de  $V_I$ =-3,30\*10<sup>-2</sup> %, cuando el frente del túnel norte se encuentra en Z=-30,24 m, presentándose la mayor convergencia al incio de la excavación en Z=0 m, obteniéndose un valor de  $V_I$ = 3,52\*10<sup>-2</sup>%. En cambio la malla 5 presenta la menor convergencia cercano al frente de excavación presentando un valor de  $V_I$ =3,10\*10<sup>-2</sup> %, siendo la mayor convergencia para este caso de  $V_I$ =3,84\*10<sup>-2</sup> % en Z=0 m.



Figura 8.7 Desarrollo de la Convergencia  $(V_1)$  para las mallas 4 y 5. (Elaboración Propia).

En la figura 8.8 se observa el comportamiento de las deformaciones horizontales en el sentido transversal (eje x), donde se aprecia una diferencia mínima, casi despreciable, en las deformaciones para las dos mallas con diferentes longitudes de excavación. Esto demuestra que un cambio en la longitud de excavación si bien no afecta en las deformaciones horizontales, si incide de manera considerable en la convergencia del túnel que luego se traduce en asentamientos verticales. Las figuras 8.9 y 8.10 muestran los asentamientos verticales de las mallas 3 y 4 donde se puede observar que en la malla 5, los asentamientos no sobrepasan los 10 mm, en cambio para la malla 4 los desplazamientos verticales alcanzan los 50 mm. Esto demuestra cómo la longitud de excavación, que para el caso de la excavación del tipo de túneles en estudio representa la longitud del escudo, influye de gran manera en el desarrollo de asentamientos en el terreno circundante al área de los túneles.



Figura 8.8 Desarrollo de deformación unitaria horizontal en dirección transversal con respecto al avance del túnel para mallas con diferente longitud de excavación. (Elaboración Propia).



Figura 8.9 Desplazamientos verticales producidos al final de la excavación, obtenidos a través de MEF para la Malla 4. (Elaboración Propia)



Figura 8.10 Desplazamientos verticales producidos al final de la excavación, obtenidos a través de MEF para las Malla 5. (Elaboración Propia)

## **PROFUNDIDAD DEL TÚNEL**

Otra de las variables que afecta el comportamiento del suelo es la cobertura del túnel. Perri (1990) hace referencia a diferentes fórmulas empíricas que toman en cuenta la cobertura del túnel para el análisis de los sostenimientos, lo cual implica cambios en el comportamiento del terreno para túneles excavados a diferentes profundidades. Por ejemplo, Terzaghi (1941) habla acerca de una carga equivalente al peso de un volumen de terreno función de las dimensiones y naturaleza geométrica del túnel, lo cual implica que el terreno afectado directamente por la excavación de túneles de cobertura media y alta es solamente aquel volumen de terreno que debe soportar el sostenimiento, en cambio para el caso de terrenos de bajas coberturas se afecta todo el terreno circundante.



Figura 8.11 Sólido de Carga de Terzaghi para suelos. Fuente: Perri (1990).

A fin de poder comparar el comportamiento del suelo para la construcción de túneles a diferente profundidad se realizaron dos análisis. La tabla 8.2 resume las características de las mallas 6 y 7 empleadas para el análisis de elementos finitos para diferentes profundidades de los túneles. Las demás características del modelo de suelos y de materiales se conservan igual que en el capítulo 5. La figura 8.12 y 8.13 muestran las mallas utilizadas para los análisis con las superficies de asentamientos con la escala exagerada 100 veces.

Malla	Nodos	Elementos	Y
6	2465	696	12 m
7	2953	840	20 m

Tabla 8.2Detalles de malla 6 y 7. (Elaboración Propia).

En las figuras 8.14 y 8.15 se pueden observar los desplazamientos verticales producidos. Allí se evidencia cómo los asentamientos verticales son mayores en la excavación de túneles gemelos a 12 m de profundidad que en los túneles de la malla 7 donde la excavación se realiza a 20 metros de profundidad. Esto se debe a que la excavación de los túneles gemelos modelados con la malla 6 son túneles de baja cobertura cuyo sostenimiento debe soportar toda carga que se encuentra sobre éste afectando de esta manera todo el suelo que se encuentra sobre dichos túneles. En el caso de la excavación de los túneles gemelos, simulados a través de la malla 7, son túneles de cobertura intermedia cuyo sostenimiento debe soportar el peso equivalente sólo a un volumen de terreno, el cual sufrirá los mayores cambios de esfuerzo y deformación reflejándose en menor cantidad en la superficie.



Figura 8.12 Malla 6 con superficie de asentamientos. (Elaboración Propia)



Figura 8.13 Malla 7 con superficie de asentamientos. (Elaboración Propia).

Si se comparan las figuras 8.14 y 8.15 se observa que en el caso de túneles de baja cobertura se reflejan mayores desplazamientos verticales en la superficie, los cuales podrían afectar las edificaciones adyacentes. Caso contrario ocurre en túneles de cobertura intermedia donde se reflejan valores muy pequeños de subsidencia.



Figura 8.14 Desplazamientos Verticales producidos por la excavación de túneles gemelos construidos a 12 m de profundidad. (Elaboración Propia).



Figura 8.15 Desplazamientos Verticales producidos por la excavación de túneles gemelos construidos a 20 m de profundidad. (Elaboración Propia)

#### DISTANCIA ENTRE LOS EJES DE LOS TÚNELES GEMELOS

Otro parámetro importante que debe tomarse en cuenta en el estudio de construcción de túneles gemelos es la distancia existente entre los ejes de ambos túneles gemelos. Esta distancia puede afectar en el comportamiento del ueloy sobre todo en la subsidencia existente en el área de ambos ejes. Para estudiar como afecta esta distancia se elaboraron dos modelos cuyos resultados se comparan con los resultados obtenidos en el capítulo 5. Las malla 8 y 9, mostradas en la figura 8.16 y 8.17 son las empleadas en este modelo. La tabla 8.3 muestra las características principales empleadas en ambos modelos. El modelo geomecánico del suelo es el mismo empleado en el Capítulo 5.Como se puede observar existe una gran diferencia entre la distancia entre los ejes de los túneles gemelos. Esto es con el fin de poder comparar resultado de asentamientos en ambos casos y establecer las diferencias, relacionando de esta manera los asentamientos con la distancia entre los túneles.

Malla	Nodos	Elementos	Distancia entre ejes
8	2465	696	8 m
9	2953	840	20 m

Tabla 8.3 Características de las mallas 8 y 9. (Elaboración Propia)



Figura 8.16 Malla 8. (Elaboración Propia).



Figura 8.17 Malla 9. (Elaboración Propia).

Las figuras 8.18 y 8.19 muestran los resultados de desplazamientos verticales obtenidos a través de análisis por MEF para las mallas 8 y 9, donde se puede observar que existe una marcada diferencia en los asentamientos obtenidos por MEF para ambas mallas. Los desplazamientos en el modelo de la malla 9 son mínimos en comparación con los desplazamientos verticales obtenidos en la malla 8, cuyos asentamientos llegan a 56\*10<sup>-3</sup> m. Si comparamos ambos resultados con los obtenidos en el capítulo 5 (figura 5.4a) se observa que presenta mayores desplazamientos verticales en comparación con los resultados obtenidos a través de la malla 9 cuya distancia entre ejes es mayor que la del modelo del capítulo 5, pero la subsidencia es menor que la obtenido con la malla 8.



Figura 8.18 Desplazamientos verticales obtenidos a partir de MEF con la malla 8. (Elaboración Propia)



Figura 8.19 Desplazamientos verticales obtenidos a partir de MEF con la malla 9. (Elaboración Propia)

La distancia entre ambos túneles gemelos incide en los desplazamientos verticales producidos debido a que la distancia existente entre estos hace que un túnel se aleje o se aproxime al área de subsidencia producida por el otro túnel, generando de esta forma cambios en las condiciones de estabilidad del terreno a ser excavado.

Una mayor distancia entre los túneles permite que el último túnel a ser excavado se aleje del área afectada, o se encuentre en un área donde el terreno fue afectado de menor manera por la excavación del túnel anterior, esto hace que existan mejores condiciones de estabilidad en el terreno donde se realizará la excavación generando una menor subsidencia acumulada.

Es fácil pensar como solución construir túneles gemelos separando sus ejes un gran distancia para evitar de esta forma los problemas de subsidencia, pero esto también tiene sus implicaciones en el diseño de las estaciones, costo de excavación para las mismas y en casos como la ciudad de Caracas la interrupción de servicios públicos, así como la posibilidad de encontrarse con estructuras subterráneas perteneciente a edificaciones, lo cual lleva a la evaluación de otras posibilidades, para evitar que ocurran diferentes desplazamientos, producto de la excavación de túneles, que puedan afectar las edificaciones adyacentes.

# CAPÍTULO IX

# MODELO GEOMECÁNICO - GEOTÉCNICO Y ANÁLISIS DE SOLUCIONES PARA ASENTAMIENTOS

En este capítulo se diseña el modelo de elementos finitos en 3D del suelo y las estructuras existentes, conjunto las distintas soluciones para minimizar los asentamientos producidos debido a la excavación de túneles gemelos. Para esto se realizaron una serie de simulaciones de dos soluciones posibles comparando los resultados obtenidos con los datos tomados en campo y con los resultados obtenidos de las simulaciones del Capítulo V, para conocer la diferencia entre los asentamientos producidos y los obtenidos a través de simulaciones, así como cuál presenta mejores resultados de las simulaciones en 3D tomando en cuenta la interacción suelo - estructura. La simulación de la excavación se realizó, de igual manera que en el Capítulo V, a través del método paso a paso.

Se plantean dos soluciones cuyas características se muestran en la tabla 9.1. La malla 10 (figura 9.1) presenta los datos para el modelo y simulación de protección con una cortina vertical de Jet Grouting, a ser construido por delante de la fachada Norte del edificio Conjunto Residencial El Conde, la cual es la solución de estabilización aplicada actualmente en la Estación Parque Central. De manera similar, la malla 11 (figura 9.2), presenta los datos de simulación de estabilización mediante una cortina de Jet Grouting colocada intercalando inyecciones verticales con inyecciones diagonales que forman un ángulo con la vertical igual al ángulo de fricción. Las características del túnel para ambas mallas son las mismas aplicadas en el Capítulo V.

En ambas mallas el túnel es excavado en la dirección negativa del eje Z, comenzando en Z=0 m. Debido a los grandes requerimientos de cálculo que presenta la interacción suelo estructura, se modeló solamente la mitad del problema, tomando como X=-6 m. el eje del túnel Sur. En los límites laterales del modelo fueron restringidos los movimientos horizontales, mientras que para el límite inferior se

158

restringieron todos los movimientos. Las Edificaciones fueron modeladas solamente a través de su peso incluyendo elementos de interacción. Los anillos y Columnas de Jet Grouting fueron simuladas completamente a través de sus parámetros de rigidez incluyendo también elementos de interacción.

Malla	Solución propuesta	Nodos	Elementos
10	Cortina Vertical con Jet Grouting.	2764	804
11	Cortina de Jet Grouting con intercalaciones de inyecciones verticales con inyecciones diagonales.	10174	3312

 Tabla 9.1
 Mallas empleadas para el análisis de soluciones. (Elaboración Propia)



Figura 9.1 Malla 10. Excavación de túneles con previa estabilización a través de inyecciones verticales. (Elaboración Propia).



Figura 9.2 Malla 11. Excavación de túneles con previa estabilización a través de inyecciones intercaladas. (Elaboración Propia)

Para la simulación de ambas mallas, de manera similar al Capítulo V, se generó la malla en el plano X-Y y se extendió a lo largo del eje Z.

El revestimiento del túnel (los anillos), al igual que las columnas de Jet Grouting, se modelaron como elementos de contornos elásticos. Los parámetros de los materiales del suelo utilizado para el modelo y posterior simulación, al igual que en los parámetros de revestimiento, son los mismos mostrados en el Capítulo V. Mientras que los parámetros utilizados para el las columnas de Jet Grouting se encuentran en la tabla 9.2

Tabla 9.2	Características del Jet Grouting.	Fuente: Odebrecht (2004).
-----------	-----------------------------------	---------------------------

Diáme	tro (m)	Profundidad	Espaciamiento (m)	Resistencia a la compresión (kg/cm <sup>2</sup> )
	0,6	20	0,5	7 - 10

## PREDICCIÓN DE ASENTAMIENTOS

Antes de investigar el comportamiento de la respuesta del suelo a los elementos de estabilización, se analizaron datos de campo comparándolos con los resultados obtenidos a través de las diferentes simulaciones por Elementos Finitos.

#### ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS

El túnel Sur (o túnel izquierdo visto hacia el frente de excavación), al igual que el Capítulo V, fue el primero de los túneles gemelos en ser excavado durante la simulación. Manteniendo las características empleadas en los capítulos anteriores.

Los análisis fueron hechos en base a 14 fases y 250 iteraciones de cálculo por cada nodo en cada una de estas fases.

#### MODELO ISOTRÓPICO DEL SUELO.

El modelo de suelos aplicado para la simulación es de tipo Morh –Coulomb, cuyas características fueron mencionadas en capítulos anteriores Para la excavación de los túneles gemelos la simulación se realizó a través de las siguientes 14 fases:

- Fase 1: Colocación de inyecciones Verticales.
- Fase 2: Colocación de inyecciones inclinadas (en el caso de la malla 11) y finalización de colocación de inyecciones verticales (en el caso de la malla 10).
- Fase 3: Excavación y colocación de revestimiento del túnel sur entre Z=0 m y 8,4 m.
- Fase 4: Excavación y colocación de revestimiento del túnel sur entre Z=8,4 m y 16,8 m.
- Fase 5: Excavación y colocación de revestimiento del túnel sur entre Z=16,8 m y 25,2 m.
- Fase 6: Excavación y colocación de revestimiento del túnel sur entre Z=25,2 m y 33,6 m.

- Fase 7: Excavación y colocación de revestimiento del túnel sur entre Z=33,6 m y 42 m.
- Fase 8: Excavación y colocación de revestimiento del túnel sur entre Z=42 m y 50,4 m.
- Fase 9: Excavación y colocación de revestimiento del túnel norte entre Z= 0 m y 8,4 m.
- Fase 10: Excavación y colocación de revestimiento del túnel norte entre Z= 8,4 m y 16,8 m.
- Fase 11: Excavación y colocación de revestimiento del túnel norte entre Z= 16,8 m y 25,2 m.
- Fase 12: Excavación y colocación de revestimiento del túnel norte entre Z= 25,2 m y 33,6 m.
- Fase 13: Excavación y colocación de revestimiento del túnel norte entre Z= 33,6 m y 42 m.
- Fase 14: Excavación y colocación de revestimiento del túnel norte entre Z= 42 m y 50,4 m.

La figura 9.3 y 9.4 muestra las superficies de asentamientos verticales obtenidas al final de los análisis con la escala vertical exagerada 100 veces para poder apreciar mejor la superficie de subsidencia. Las superficies mostradas son el resultado del modelo para la fase 8, es decir, la excavación del túnel sur en Z=-50,4m.



no fer

Figura 9.3 Superficie de asentamiento obtenida a través de análisis de elementos finitos de la construcción de túneles gemelos del Parque Central, Metro de Caracas, con tratamiento de estabilización previa a través de inyecciones verticales. (Elaboración Propia).



Figura 9.4 Superficie de asentamiento obtenida a través de análisis de elementos finitos de la construcción de túneles gemelos del Parque Central, Metro de Caracas, con tratamiento de estabilización previa a través de inyecciones. Verticales intercaladas con inyecciones diagonales. (Elaboración Propia).

El gráfico mostrado en la figura 9.5 presenta una comparación de los perfiles transversales de asentamientos obtenidos a través de MEF para las mallas 10 y 11. Se puede observar que tanto los valores obtenidos a través del modelo de elementos finitos (MEF) de ambas mallas son muy parecidos, siendo idénticos entre X=-50 m hasta X=-27 m. A partir de aquí presenta una variación pequeña menor a un milímetro, presentando siempre menores asentamientos la malla 11.

La figura 9.6 presenta el desarrollo de la subsidencia a través de la sección longitudinal obtenido sobre el eje del túnel sur en Z=50,4 m. Cada curva muestra el progreso de la subsidencia para el último paso de excavación del modelo, para cada una de las mallas estudiadas en este capítulo.



Figura 9.5 Perfil transversal de Asentamiento máximo, Valores de Malla 10 vs Valores Malla 11. (Elaboración Propia).



Figura 9.6 Perfiles longitudinales de asentamientos obtenidos a través de Elementos Finitos. (Elaboración Propia).

En la figura 9.6 se puede apreciar que ambas mallas reducen la generación de movimientos verticales a lo largo de todo el túnel, presentando menor desplazamiento vertical la malla 11. Esto se debe a la disposición de las inyecciones verticales crean una especie de cortina o muro que es desplazado, transmite estos desplazamientos, tanto verticales como horizontales, al terreno adyacente sobre el cual se encuentran las edificaciones que también sufren los efectos de la deformación del terreno, reduciendo un poco los desplazamientos verticales de 0,0102 m a 0,0082 m que equivale a un valor de aproximadamente un 20% de reducción de desplazamientos menos aproximadamente. A diferencia de esto la cortina de Jet Grouting aplicada intercalando columnas verticales con columnas horizontales generan un prisma de rigidez en el terreno circundante a la edificación adyacente a los túneles, lo cual limita tanto el movimiento más uniforme (figura 9.7) reduciendo los asentamientos máximos de 0,0102 m a 0,0055 m, que representa una reducción del 53 % de los desplazamientos verticales, reduciendo los riesgos de daño en la estructura.



Figura 9.7 Perfiles de desplazamientos horizontales para las mallas 10 y 11. (Elaboración Propia).

#### **CONCLUSIONES**

En este trabajo de investigación se presentaron estudios de elementos finitos en 3D donde se investiga la influencia de las características tanto del suelo como de las estructuras que influyen en el comportamiento del terreno. El proceso de excavación de lo túneles gemelos fue modelado en forma tridimensional con el fin de investigar cómo influye el proceso de construcción sobre las estructuras superficiales

La excavación de túneles deforma el terreno que rodea el mismo, debido al cambio en las condiciones de esfuerzos, cuyo movimiento se transmite a la superficie, deformando de esta manera las edificaciones. En los análisis el suelo fue representado por un modelo no lineal, elasto plástico tipo Morh – Coulomb con la rigidez del suelo dependiente del nivel de deformación y de los esfuerzos efectivos.

Al comparar los valores de asentamientos obtenidos con los valores reales se obtiene que existe una diferencia mínima, lo cual permite trabajar con los resultados obtenidos de los modelos realizados a través del Método de los Elementos finitos de forma válida.

Cuando se representa esencialmente la deformación producida por los túneles debajo de la estructura superficial, incluyendo elementos de interacción, el movimiento lateral del suelo en dirección longitudinal paralela al túnel toma lugar hacia la edificación, buscando compensar la variación de  $V_l$  causada a nivel superficial por la presencia de la estructura. Un comportamiento similar se encuentra cuando se modela el túnel 3D en el capítulo 5.

La carga de las edificaciones cambia el régimen de esfuerzos, el cual influye en la deformación alrededor del túnel que a su vez afecta la respuesta de las edificaciones a la subsidencia generada por la construcción de túneles.

La carga de las edificaciones cambia el régimen de esfuerzos y, consecuentemente, la rigidez del suelo cercano a la superficie. Además el incremento en esta zona es mayor debido al bajo nivel de esfuerzos de sobrecarga existente en esta zona. Este incremento de la rigidez del suelo reduce deformación horizontal a
nivel superficial, pero a su vez se produce mayor deformación plástica en los alrededores de las edificaciones.

La presenci a de elementos de interacción en los análisis de interacción suelo – estructura, muestran como dicha interacción influye en los desplazamientos horizontales presentándose las mayores variaciones a la profundidad del túnel y a nivel superficial, siendo menores los desplazamientos para el caso donde se toma en cuenta la carga del edificio debido a que esta carga y la interacción del suelo con las estructuras le otorgan mayor rigidez al terreno cercano a las edificaciones.

Los asentamientos superficiales también son afectados por los cambios de rigidez debido a la interacción suelo – estructura, viéndose reflejado estos cambios a su vez en el punto de inflexión, el cual aumenta con la carga para el caso de interacción suelo – estructura.

Al variar la densidad de la malla del Modelo de Elementos Finitos se puede observar que se obtienen resultados más precisos al utilizar mayas de mayor densidad de nodos, pero esto a su vez repercute en los tiempos de cálculo y requerimientos de cómputo para la resolución del modelo.

La longitud de excavación, que para el caso de modelos 3D de construcción de túneles en escudos equivale a la longitud del escudo influye de gran manera en el desarrollo de asentamientos verticales, obteniéndose valores mucho más altos de asentamientos para mayores valores de longitud de excavación.

La cobertura del túnel es otra variable que influye directamente sobre el desarrollo de asentamientos, esto se debe a que a medida que el túnel es excavado a mayor profundidad existe mayor área sobre la cual pueden distribuirse los esfuerzos producidos tanto por el peso del terreno como por el peso de las edificaciones, teniendo que soportar las estructuras de sostenimiento del túnel una carga equivalente al peso de un volumen de terreno. Esta profundidad también debe estar en concordancia con la presencia de estructuras en el suelo donde se llevará a cabo la excavación de los túneles, así como la construcción de estaciones y costos de producción generados a raíz de la construcción tanto de túnel como de las estaciones

167

buscando siempre un punto de equilibrio entre los costos de construcción y profundidad del túnel.

Al variar la distancia entre los ejes de los túneles gemelos se observa la influencia que presenta esta distancia sobre los asentamientos verticales generados. Esta incidencia en los desplazamientos verticales se debe a que cuando se excava un túnel se genera una subsidencia cambiando los estados de esfuerzos sobre un volumen de terreno determinado, lo cual influye sobre su estabilidad. Al construir un segundo túnel, éste genera una subsidencia acumulada debido a las nuevas condiciones de estabilidad del terreno, la cual puede ser mayor dependiendo de su cercanía al área afectada por la construcción del túnele anterior. Una mayor distancia entre los ejes de los túneles permite que ambos túneles se alejen de área afectada por el otro, o que estos se encuentren en un lugar donde el terreno es afectado de menor manera, permitiendo mejores condiciones de estabilidad, generando de esta forma una menor subsidencia acumulada. La distancia entre los ejes a su vez tiene sus implicaciones en el diseño de excavaciones, así como en los costos de excavación e interrupción de servicios públicos y presencia de estructuras subterráneas pertenecientes a edificaciones, que limitan la posibilidad de estudiar la aplicación de un cambio de esta variable para disminuir la subsidencia producida por la excavación de túneles

La implementación de Jet Grouting intercalando inyecciones verticales con inyecciones diagonales reduce en un mayor porcentaje los asentamientos producidos por la excavación de túneles, protegiendo las edificaciones de desplazamientos peligrosos que podrían presentarse no sólo por la excavación de túneles sino principalmente por la excavación de la estación. Esto se debe a que la posición de las inyecciones produce una especie de prisma de rigidez debajo de la estructura que limita los desplazamientos del suelo en las áreas circundantes a las edificaciones, permitiendo obtener mejores condiciones del terreno a nivel superficial.

## RECOMENDACIONES

- Realizar este tipo de análisis durante el estudio del proyecto de construcción de túneles para obtener predicciones de los posibles desplazamientos del terreno en diferentes puntos a lo largo de toda la línea que permita establecer las posibles soluciones de estabilidad para la protección de edificaciones adyacentes a largo del trazado del túnel.
- Realizar análisis de elementos finitos con modelos avanzados de suelos como el modelo de corrimiento de suelos que permite observar las variaciones de las deformaciones del suelo con respecto al tiempo.
- Estudiar el comportamiento de las edificaciones debido a la subsidencia producida por los túneles.
- En esta investigación se modeló la edificación de acuerdo a su carga y a su rigidez. Sin embargo nos se tomó en cuenta un comportamiento elasto – plástico de las estructuras, por lo que se podría realizar un modelo más detallado de las estructuras adyacentes a la excavación.
- Se recomienda la aplicación de cortinas de Jet Grouting intercalando inyecciones verticales con inyecciones horizontales para la protección de estructuras adyacentes y para futuras excavaciones que impliquen la protección de edificaciones circundantes importantes donde existan riesgos de asentamientos.

## **REFERENCIA BIBLIOHEMEROGRÁFICAS**

- ALONSO, E. & JOSA, A. (1984) *Micropile foundation of a singular building over existing underground structures.* Presses de l'Ecole National des ponts et Chaussées. Paris.
- ANDDENBOOKS, T. I., POTTS, D. M. & PUZRIN, A.M. (1997) The influence of pre-failure soil stiffness on the numerical analysis of tunnel construction. Geotechnique, 47 (3).
- ATTEWELL, P. B. (1978). Ground movements caused by tunnelling in soil. Pentech Press, Londres.
- ATTEWELL, P. B., & WOODMAN, J. P. (1982). Predicting the dynamics of ground settlement and its derivitives caused by tunnelling in soil. Ground Engineering, 15(7).
- ATTEWELL, P. B., YEATES, J., & SELBY, A. R. (1986). Soil movements indeed by tunnelling and their effects on pipelines and structures. Blackie, Glasgow.
- BARAKAT, M. A. (1996). Measurements of ground settlement and building deformations due to tunnelling. Ph.D. Tesis, Colegio Imperial, Universidad de Londres
- BOMFIM, A., CENETENO, F. BRESCIA, D. (2004). Desafios en la ejecución de los túneles (EPBs y NATM) de la Línea 4 del Metro de Caracas en sedimentos provenientes de Paleo Cauces ubicados a lo largo del tramo Plaza Venezuela – Plaza Italia. XVIII Seminario Venezolana de Geotecnia. Caracas.

- BOSCARDIN, M. D., & CORDING, E. J. (1989). Building response to excavationinduced settlement. Journal of Geotech. Engineering, ASCE, 115(1)
- BROMS, B. B., & BENNERMARK, H. (1967). Stability of clay at vertical openings. *ASCE, Journal Soil Mech. and Foundation Engineering*, 93(SM1).
- BURLAND, J. B. (1995). Assessment of risk of damage to buildings due to tunnelling and excavation. Invited Special Lecture. 1st Int. Conf. on Earthquake Geotech. Engineering, IS Tokyo '95.
- BURLAND, J. B., & WROTH, C. P. (1974). *Settlement of buildings and associated damage*. Conference 'Settlement of structures'. Pentech Press, Londres.
- BURLAND, J. B., BROMS, B. B., & de MELLO, V. F. B. (1977). Behaviour of foundations and structures. 9th Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng., vol. 2.
- BURLAND, J. B., STANDING, J. R., & JARDINE, F. M. (2001). Assessing the risk of building damage due to tunnelling - lessons from the Jubilee Line Extension, Londres. Geotechnical Engineering. Meeting society's need, vol. 1. Swets and Zeitlinger
- CASTILLEJO, M. (2003) *Guía de Cálculo Geomineros*. Universidad Central de Venezuela. Inédito.
- CENTENO RODRIGUEZ & ASOCIADOS (). Seguimiento y Control de la Instrumentación Superficial y Subterránea. Reportes de Instrumentación.
- CENTENO, F., SALVADOR, J., BRESCIA, D. (2004). Segumiento instrumental geotécnico de la construcción de los túneles gemelos (TBM – EPBs), túneles mineros (NATM) y 4 estaciones de la Línea 4 del Metro de Caracas (Tramos

Plaza Venezuela – Plaza Italia – Capuchinos). XVIII Seminario Venezolano de Geotécnia.

- CONSORCIO LÍNEA IV & FIGUEIREDO FERRAZ (2004). Estructura de Contención – Estación Parque Central – Análisis de las fundaciones del Res. El Conde y Ed. Parque Central.
- CONSORCIO LÍNEA IV (2001). Tramo Capuchinos Plaza Venezuela. Línea 4. Escala: 1:4000. Plano General.
- CONSORCIO LÍNEA IV (2001). Tramo Capuchinos Plaza Venezuela. Ubicación de perforaciones Perfil geotécnico Vía CVI 15+899,728 a 16+274,556. Lámina: GL 208 R1. 37 x 44. Escala Horizontal:1:500. Escala Vertical: 1:200. Perfil Geotécnico.
- CONSORCIO LÍNEA IV (2001). Tramo Capuchinos Plaza Venezuela. Ubicación de perforaciones Perfil geotécnico Vía CVD 15+900 a 16+275. Lámina: GL 203 R1. 37 x 44. Escala Horizontal:1:500. Escala Vertical: 1:200. Perfil Geotécnico.
- CONSORCIO LÍNEA IV (2001). Tramo Capuchinos Plaza Venezuela. Perfiles geotécnicos Transversales. Lámina: GL – 209 R1. 37 x 44. Escala Horizontal:1:500. Escala Vertical: 1:200. Perfil Geotécnico.
- CONSULTORA FIGUEIREDO FERRAZ. Alineamiento revisado CV02. Trecho en Escudo. Estación Parque Central cambia vías Los Caobos Vía CVI.
- DAVIS, E. H., GUNN, M. J., MAIR, R. J., & SENEVIRATNE, H. N. (1980). *The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material*. Geotechnique, 30(4)

- DESARI, G. R., RAWLINGS, C. G., & BOLTON, M. D. (1996). Numerical modelling of a NATM tunnel construction in london clay. International Symposium on Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground. Balkema, Rotterdam.
- FRANZIUS, J. (2003) Behaviour of Buildings Due to túnel Induced Subsidence. Tesis. University of London. UK.
- GOPAL, S. (1996). *Modelling of deformation in dynamic Soil Structure. Interaction problems.* Cambridge University, England.
- HARDING A. (2000). Surface Loading due to Building along 4<sup>th</sup> Lin of carcass Subway – Shield Stretch. Harlcrow Group.
- HEATH, G. R., & WEST, K. J. F. (1996). Ground movement at depth in London Clay. Ingeniería Geotécnica, Instituto de Ingenieros Civiles. Reino Unido.
- ICE. (1996). Sprayed concrete linings (NATM) for tunnels in soft ground. Thomas Telford, Londres.
- KATZENBACH, R., & BRETH, H. (1981). Nonlinear 3d analysis for NATM in Frankfurt Clay. 10° Conferencia Internacional de Mecánica de suelos e Ingeniería de Fundaciones Balkema, Rótterdam
- KUBITZ, J., GERHARD, S. (2005) An adaptative mixed finit element method for elasto – plastic consolidation. Universität Hannover, Germany.

- LAKE, L. M., RANKIN, W. J., & HAWLEY, J. (1992). Prediction and effects of ground movements caused by tunnelling in soft ground beneath urban areas. CIRIA Funders Report, Londres
- MAIR, R. J., & TAYLOR, R. N. (1993). Prediction of clay behaviour around tunnels using plastic solutions. Predictive Soil Mechanics, Wroth Memorial Symposium. Thomas Telford, Londres.
- MAIR, R. J., TAYLOR, R. N., & BRACEGIRDLE, A. (1993). Subsurface settlement profiles above tunnels in clays. Geotechnique, 43(2)
- MESTAT, P. & RIOU, Y. (2002). Parameter identification methodology for Vermeer's elastoplastic constitutive law and application to soil mechanics test simulations. Bulletin des Laboratoires Central des Ponts et Chausées, Division MSGI.
- NYREN, R. J. (1998). *Field measurements above twin tunnels in London clay*. Ph.D. Tesis, Colegio Imperial, Universidad de Londres.
- O'REILLY, M. P., & NEW, B. M. (1982). Settlements above tunnels in the united kingdom, their magnitude and prediction. Tunnelling 82. The Institution of Mining and Metallurgy, London.

PALACIOS, A. (1997). Micropilotes con iyecciones de desplazamiento. AETESS.

PANET, M., & GUENOT, A. (1982). *Analysis of convergence behind the face of a tunnel*. Tunnelling 82. The Institution of Mining and Metallurgy, Londres.

- PECK, R. B. (1969). Deep excavations and tunneling in soft ground. 7º Conferencia Internacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, A. C
- PERRI, G. (1990) Diseño Geotécnico de Túneles y Taludes. Ediciones Innovación ecnológica.
- PERRI, G. (1992) Evolución de los Criterios y Métodos para el Análisis y Diseño Geotécnico Estructural de los Túneles Estándar del Metro de Caracas. XII Seminario Venezolano de Geotecnia. Caracas.
- PERRI, G. (1992) La problemática Geotécnica del Metro de Caracas presente en importantes Foros Internacionales. XII Seminario Venezolano de Geotecnia. Caracas.
- RANKIN, W. J. (1988). Ground movements resulting from urban tunnelling: predictions and effects. Engineering geology of underground movements. The Geological Society. Londres.
- RODRIGUEZ, L. & SCREMIN A. (2004). Definición de los Métodos y estrategias Constructivas de la Estación Parque Central Línea 4 del Metro de Caracas, Venezuela. Destaque 2004.
- ROWE, R. K., LO, K. Y., & KACK, G. J. (1983). A method of estimating surface settlement above tunnel constructed in soft ground. Canadian Geotechnical Journal, 20.
- SOLA, P. Recomendaciones AETESS para la ejecución y control de inyecciones de compensación. Jornadas Técnicas SEMSIG – AETESS.

- STANDING, J. R., NYREN, R. J., BURLAND, J. B., & LONGWORTH, T. I. (1996). The measurement of ground movement due to tunnelling at two control sites along the Jubilee Line Extension. International Symposium on Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground. Balkema, Rotterdam.
- SWOBODA, G. (1979). Finite element analysis of the New Austrian Tunnelling Method (NATM). 3rd Conferencia Internacional de métodos numéricos en Geotécnia, vol. 2.
- TANG, D. K. W., LEE, K. M., & NG, C. W. W. (2000). Stress paths around a 3-D numerically simulated NATM tunnel in stiff clay. International Symposium on Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground. Balkema, Rotterdam.
- TAYLOR, R. N. (1995). *Tunnelling in soft ground in the UK*. Underground construction in soft ground. Balkema, Rotterdam
- URQUÍA, R. (1992) Análisis del comportamiento del subsuelo por el paso de los túneles gemelos debajo del Rió Guaire, tramo Plaza Venezuela - Estación UCV de la Línea 3 del Metro de Caracas. Tesis. U. C. V. Escuela de Geología, Minas y Geofísica.
- YAO, Y., SUN, D. & LUO, T. (2004). A critical state model for sands dependent on stress and density. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 28. Beijing, China.