

TRABAJO DE GRADO

**INVERSIÓN GEOESTADÍSTICA 3D DE DATOS GRAVIMÉTRICOS:
APLICACIÓN A LA REGIÓN HAMACA,
FAJA PETROLÍFERA DEL ORINOCO.**

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela para
Optar al título de Magister en Ingeniería Geofísica
por la Licenciada Rosa Jiménez

Caracas, Junio de 2004

TRABAJO DE GRADO

INVERSIÓN GEOESTADÍSTICA 3D DE DATOS GRAVIMÉTRICOS: APLICACIÓN A LA REGIÓN HAMACA, FAJA PETROLÍFERA DEL ORINOCO.

Tutor académico: Dr. Miguel Bosch

Tutor industrial: Ing. Freddy Fernández

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela para
optar al título de Magister Scientiarum
en Ingeniería Geofísica, mención Prospección
por la Licenciada Rosa Jiménez

Caracas, Junio de 2004

Jiménez Rosa M.

**INVERSIÓN GEOESTADÍSTICA 3D DE DATOS GRAVIMÉTRICOS:
APLICACIÓN A LA REGIÓN HAMACA,
FAJA PETROLÍFERA DEL ORINOCO.**

**Tutor Académico: Prof. Miguel Bosch. Tutor Industrial: Ing. Freddy Fernández.
Tesis de Magister en Ingeniería Geofísica, Caracas, U.C.V. Facultad de Ingeniería.
Escuela de Geología, Minas y Geofísica. 2004, n° Pág. 102**

Palabras Claves:

**Inversión geoestadística, Anomalías gravimétricas, Optimización, Basamento, Faja
Petrólifera.**

Resumen

Se presenta una novedosa metodología de inversión gravimétrica en 3D para estimar el modelo de densidades de masa del volumen bajo estudio y la posición en profundidad de una interface litológica sub-horizontal.

Para el desarrollo del esquema de inversión se considera como marco teórico esencial al enfoque probabilístico bayesiano, el cual permite combinar distintos tipos de información pertinentes al problema inverso que se plantea, es decir, datos gravimétricos, información *a priori* de los parámetros del modelo, información geológica y la incorporación de la información geoestadística la cual describe espacialmente a los parámetros del modelo.

Debido a que el problema directo es no lineal, particularmente por la dependencia de la aceleración de gravedad con la profundidad de la interface, se utilizará una técnica iterativa para hallar la solución. Para este estudio se emplea el Método de Optimización de Newton para encontrar la solución del problema inverso en el espacio de parámetros del modelo.

Un tipo de metodologías como la presente, que combina diversos tipos de información, es muy útil de aplicar en regiones donde se quiera estimar la configuración espacial de una superficie en el subsuelo, tal como la interface entre dos capas geológicas a gran escala. La metodología se pone en práctica en la Región Hamaca de la Faja Petrolífera del Orinoco pues reúne las condiciones necesarias, tales como buena cobertura de pozos con información de dos importantes capas geológicas: sedimentos y basamento.

A partir de los resultados obtenidos de la aplicación se puede apreciar que al invertir datos gravimétricos con información localizada de pozos mejora significativamente la predicción de la profundidad del tope de basamento con un 8% de error de estimación en comparación con el error de 16% obtenido al realizar la inversión sólo con el valor promedio de profundidad. De igual modo se tiene que las variaciones de la densidad de masa del volumen estimado influyen significativamente en el campo de anomalía gravimétrica.

DEDICATORIA

A mi abuela Ana de Jesús Jiménez

Y

A mi "amigui" Carmen Julia Mariño

In Memoriam

*En homenaje al estímulo
de todos los seres,
presentes o ausentes,
que de una u otra forma
colaboraron
con este trabajo.*

AGRADECIMIENTOS

Siempre es un preciado tributo darle a Dios mi más elevado agradecimiento por darme fuerzas y aliento en el desarrollo y culminación de un trabajo de esta naturaleza.

Infinitas gracias a la Universidad Central de Venezuela por ser mi Alma Mater entrañable y por ser la fuente inagotable y positiva de mi crecimiento.

Sigue, y de manera muy especial, a mi tutor académico Prof. Miguel Bosch, por su infinita paciencia y su apoyo incondicional para guiarme en todas y cada una de las etapas en las que se realizó esta experiencia. Aprendí de él y seguiré aprendiendo muchas cosas, entre otras a valorar un trabajo de esta naturaleza. Guardo un profundo respeto y cariño por la calidad humana que representa.

A quienes debo una cuota inmensa de paciencia y esperanza de que iba a terminar esta tesis algún día son mis familiares: Mamá, Sr. Angel, mi hermana Angela y mi Abuela (quien me ve desde el cielo). También a mis amigos más entrañables les debo su incondicional soporte y comprensión: Mauricio Bermúdez, Carla Rossit, Gilda Gómez. A Carmen Julia Mariño (ahora en el cielo lo cual me cuesta asimilarlo aún, pues su amistad representó un matiz muy especial en mi vida en los recientes 6 años).

En el inicio de esta aventura tuve la bendición en mi vida del apoyo de grandes amigos: Rafael González, por haber sido mi fiador ante Fonacit; Yurayh Velásquez por acompañarme en mi ajeteo por obtener el financiamiento de Fonacit; a los profesores de la Escuela de Matemáticas-UCV por brindarme su respaldo para comenzar el postgrado: Henryk Gzyl, Vianey Villamizar, Rafael León, Joaquín Ortega.

En las dos fases en que se dividió esta experiencia es fundamental destacar y agradecer a las instituciones y/o personas que brindaron su patrocinio al desarrollo de este trabajo. En la primera fase: la Facultad de Ingeniería por permitirme usar sus instalaciones para el desarrollo del programa, a Fonacit (Maribel Medina, Natalia Rodríguez) a través del crédito educativo que otorgaron a mi persona, al CDCH bajo el proyecto N° PI-08-4495-1999. En la segunda fase, correspondiente a la aplicación al área de Hamaca, brindaron su apoyo las siguientes instituciones: Intevep-PDVSA representado en el Ing. Freddy Fernández como tutor industrial suministrando la información geofísica y asesoría necesarias para este proyecto; del mismo modo, infinita gratitud hacia Nieves Nevado por

ser propulsora de cambios importantes y estímulo para mejorar; asimismo agradezco a la calidez del personal del C.I.T.-Intevp, a la secretaria Sra. Delfina Perozo, a la Sra. Carmen de Calimán y otros. Otra institución que me brindó importante y significativo apoyo fue PDVSA-Chuao, a través de los Ingenieros Nubia Santiago, Celia Bejarano, Crelia Padrón, María Cantisano, Juan Arminio, Xiomara Márquez, Roger Coriat, Ma. Magdalena Alvarez y otros quienes con su experticia me asesoraron en la validación de los datos de pozos e iluminaron con sus consejos en faenas que escapan de mi campo profesional; y finalmente a Ameriven (Ing. Erich Ramp, entre otros), quienes autorizaron el uso de la información de pozos de la Región Hamaca.

También agradezco muy especialmente a todo el grupo de vigilantes de la Facultad de Ingeniería-UCV por su paciencia y respeto a mi persona y a su constante presencia en las instalaciones que me hicieron sentir segura y protegida cuando iba a trabajar en la tesis durante los fines de semana y días feriados: José Parra, Wilmer Villamizar, Juan Carlos Rodríguez, Gustavo Rodríguez y el coordinador de vigilancia Sr. Luis Márquez. Otras personas a quienes debo invaluable apoyo y paciencia son las secretarias del postgrado: Yoreima, Marielena y un especial reconocimiento a la Sra. Conchita. No puedo dejar de agradecer infinitamente al personal de la Biblioteca de la Escuela de Geología, Minas y Geofísica-UCV, especialmente a la Sra. Morella Mikati, que siempre me recibe con su afecto incondicional y del mismo modo a Eduardo Castillo siempre cordial y eficiente. A los profesores del postgrado, en especial a la Prof. Nuris Orihuela por haberme dado la oportunidad de ingresar a esta facultad; a mis compañeros de postgrado, a quienes debo importantes lecciones de amistad y comprensión.

En la etapa final: al Ing. Ronny Meza por su paciencia y alto sentido de profesión, al Ing. Alfredo Hönig por su inigualable sentido del humor y al Ing. Tulio Peraza por inspirarme el más sublime gusto por la investigación no sólo en esta área del saber humano sino en la vida en general. Y a mi familia entrañable de Logosofía: Gloria y Guillermo Lehrmann, Emery y Jonny Dunia, Delmira Sánchez y muy especialmente a Raumsol, por constituirse en el principal y constante estímulo de respeto, superación y afecto que me ha sustentado como ninguna otra fuerza en el tiempo que llevo conociéndolos.

Gracias a todos Uds., pues la aventura de seguir aprendiendo más de lo humano es mi mayor recompensa.

UN MILLON DE GRACIAS

ÍNDICE

	Página
1. INTRODUCCIÓN	1
2. FORMULACIÓN TEÓRICA DEL PROBLEMA.	5
2.1. Parametrización del modelo y datos	5
2.2. Formulación Probabilística	7
2.2.1. Información previa en el espacio M de parámetros del modelo. .	7
2.2.2. Información en el espacio de datos D	8
2.2.3. Información en el espacio conjunto $M \times D$	8
2.2.4. Información proveniente de la teoría física.....	9
2.2.5. Combinación de la información.....	10
2.3. Formulación Geofísica	13
2.3.1. Problema Inverso: Solución por optimización / estimación del modelo más probable.	13
2.3.2. Problema Directo: Cálculo del Campo Gravitacional.....	18
2.4. Descripción geoestadística del modelo y de los datos	21
3. DESARROLLO DEL PROGRAMA Y VALIDACIÓN.....	24
3.1. Descripción del programa	24
3.2. Validación del campo calculado para los elementos hexaédricos	26
4. PRUEBA DE INVERSIÓN CON DATOS SINTÉTICOS	29
4.1. Variación de la incertidumbre sobre los datos	30
4.2. Variación sólo de las incertidumbres de la información del modelo fijando la de los datos	34
5. APLICACIÓN A DATOS DE CAMPO: CARACTERÍSTICAS DE LA REGIÓN HAMACA, FAJA PETROLÍFERA DEL ORINOCO.....	40
5.1. Datos de gravedad	42
5.2. Información de Pozos	45
5.2.1. Recolección de la información de pozos.....	46
5.2.2. Corrección y validación de los datos.	47
5.2.3. Análisis estadístico de la información de pozos.	50
6. RESULTADOS.....	53
6.1 Construcción del modelo <i>a priori</i>: aspectos generales.	53
6.2. Inversión geoestadística de los datos gravimétricos para el área Hamaca.	54
6.2.1 Inversión gravimétrica con estadística global.....	55
6.2.2 Inversión gravimétrica con estadística local parcial.	61
6.2.3 Inversión gravimétrica con estadística local parcial, con más pozos.....	69
6.2.4 Inversión gravimétrica con estadística local a partir de todos los pozos. ..	77
7. CONCLUSIONES	96
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	99

CAPÍTULO I

1. INTRODUCCIÓN

La interpretación de datos gravimétricos, como un problema inverso, lleva implícitamente la no-unicidad y las incertidumbres asociadas a la solución. Debido a estas características es imprescindible plantearse un esquema de inversión que considere la información adicional que se tenga sobre el objeto en estudio, a fin de restringir los resultados a aquellas soluciones más acordes con la realidad.

La inversión de datos gravimétricos para la estimación de la profundidad de una interface y la distribución espacial de la densidad arriba y debajo de esta discontinuidad han sido dos aspectos estudiados por separado. Por ejemplo, en el trabajo de BEAR *et al.* (1995) se trata el mapeo de las heterogeneidades de la densidad de masa en tres dimensiones, otros se han concentrado en estimar la profundidad de una discontinuidad o interface entre dos medios de densidad homogénea (GRATEROL *et al.*, 1998); RAMA *et al.*, (1999); BARBOSA *et al.*, (1999) y algunos autores han considerado la variabilidad de la densidad como una función de la profundidad como criterio para la estimación de la profundidad de la interface (BHASKARA *et al.*, (1991).

Destacando elementos importantes de cada uno de estos trabajos se tiene lo siguiente: BEAR *et al.* (1995) consideran como único objetivo de la inversión gravimétrica la estimación de la distribución 3D de la densidad y como los datos gravimétricos dependen linealmente de esta propiedad es suficiente un esquema iterativo lineal para hallar la solución.

En el trabajo de LI & OLDENBURG (1998), de modo similar, sólo hacen estimación espacial de la densidad considerando dos métodos para realizar la inversión gravimétrica. El primero de ellos es a través de la transformación de los datos gravimétricos en datos pseudomagnéticos según la relación de Poisson y llevan a cabo la inversión usando un algoritmo de inversión magnética en 3D. El segundo método es invertir directamente los datos gravimétricos para recuperar un modelo de estructura mínima.

De igual modo, otros investigadores como GRATEROL *et al.* (1998) han enfatizado la inversión gravimétrica para estimar la profundidad a un contraste importante de densidad, usando como restricción una serie de puntos de control obtenidos de información de pozos, independiente de los datos observados, pero considerando homogeneidad en la densidad de las capas.

Análogo al trabajo anterior, en el de RAMA *et al.*, (1999); se concentraron en la estimación de la profundidad de la superficie límite entre dos capas homogéneas. Los parámetros del modelo a recuperar consistían de la densidad de masa en cada bloque y el espesor de los prismas principalmente. Para su esquema iterativo de inversión requerían de los datos gravimétricos en una malla regular de espaciamiento entre estaciones. Las anomalías gravimétricas asociadas a la interface entre capas son generadas igualando el material debajo de la interface a una serie de bloques rectangulares yuxtapuestos.

BHASKARA *et al.* (1991), en cambio tomó en cuenta la variabilidad del contraste de densidad en función de la profundidad como criterio para la estimación de la profundidad de la interface.

Otro aspecto a tomar en cuenta es el enfoque que enmarque la solución del problema inverso. Existen diversos enfoques, dentro de los que cabe destacar el enfoque probabilístico o “bayesiano” en contraste con el enfoque convencional. Tal como expresa SCALES & SNIEDER (2002) el problema geofísico inverso es un problema de inferencia estadística.

Novedosas metodologías de inversión gravimétrica con este enfoque probabilístico han significado un avance en este sentido (MOSEGAARD & TARANTOLA, 2000), al permitir combinar la información *a priori* geológica, petrofísica y geoestadística del área con las observaciones geofísicas (BOSCH, (1999); BOSCH & MCGAUGHEY, 2001; BOSCH *et al.*, (2001)).

En el presente trabajo se sigue un enfoque probabilístico a fin de desarrollar el esquema de inversión, destacando que la incorporación de la geoestadística es una herramienta fundamental para describir espacialmente a los parámetros del modelo. Se plantea la estimación 3D de la densidad de masa conjuntamente con la de la

profundidad de una interface sub-horizontal entre dos capas de litología diferente. Además se consideran ciertos parámetros del modelo controlados por datos “duros” a partir de información de pozos, asignando a ese fin la mínima incertidumbre y máxima en el resto, junto con una variación de la densidad de masa. No se plantea una dependencia del contraste de densidad como una función de profundidad, sino que se sigue un criterio más general de variabilidad, es decir, se considera variación tanto en profundidad como lateralmente.

Es de mucho interés en la actualidad el poder obtener una imagen o representación 3D de discontinuidades a gran escala en el subsuelo a fin de tener más información sobre los límites que ocupan cuencas o estructuras de gran utilidad económica. Así que un caso interesante para la aplicación de esta metodología es un ambiente de cuencas sedimentarias. En este trabajo se presenta un método de inversión que integra datos gravimétricos con datos petrofísicos a fin de estimar conjuntamente la profundidad de la frontera entre dos capas sub-horizontales y la distribución espacial de densidad en el interior de cada capa. El método plantea usar la información sobre la propiedad medida en registros de pozos en el esquema de inversión para que la solución satisfaga las hipótesis geoestadísticas así como las observaciones geofísicas.

En el capítulo II se aborda la formulación teórica de la metodología, tanto el enfoque de la inversión geoestadística, como marco general de la metodología desarrollada, así como la formulación geofísica que da sustento al problema directo y al problema inverso en gravimetría.

En el capítulo III se esboza el esquema iterativo, los pasos secuenciales para realizar la inversión gravimétrica. Además se presenta una validación preliminar del cálculo geofísico comparando la respuesta gravimétrica obtenida con las rutinas principales del algoritmo con una expresión analítica.

En el capítulo IV se presenta la validación a nivel de inversión en sí, lo cual consiste en varios pasos: a) elaborar un modelo sintético que se considerará como modelo ‘verdadero’, b) calcular la respuesta gravimétrica a partir de ese modelo; c) tomar esos datos como el insumo para aplicar el método de inversión geoestadística y

recuperar el modelo “verdadero”, iniciando el esquema iterativo con un modelo *a priori*, diferente del modelo ‘verdadero’. Se realizan varias pruebas variando unos parámetros del modelo y dejando fijos otros parámetros.

El capítulo V es el preámbulo de la aplicación del método a una situación real, destacando los rasgos geológicos y geofísicos más importantes de la región seleccionada para el estudio, además de la información complementaria de pozos a usarse. Se indica además el tratamiento realizado a esta información de pozos en cuanto a la densidad de masa para poder usarlo como insumo para el esquema propuesto de inversión.

En el capítulo VI se presentan los resultados de la aplicación a datos reales de la región bajo estudio, generados a partir de los mapas de anomalía gravimétrica observada y descritos a través de cortes verticales de la densidad de masa en dirección N-S y E-W, mapas de profundidad de la interface tanto del modelo inicial como del modelo estimado por el método, gráficos que ilustran la convergencia del método tanto en el espacio de los datos como en el espacio de modelo.

En el capítulo VII, Conclusiones, se esbozan los aspectos más resaltantes de los resultados obtenidos en el trabajo.

CAPÍTULO II

2. FORMULACIÓN TEÓRICA DEL PROBLEMA.

La información disponible en un espacio dado ha de representarse de una forma que permita aprovechar al máximo su contenido. Siguiendo el postulado de la Teoría del Problema Inverso de TARANTOLA (1987), el cual dice que la manera más general de describir un estado de información sobre un espacio de parámetros, de dimensión finita, es definiendo una probabilidad sobre él, se formula el problema de inferencia en este estudio bajo este enfoque.

2.1. Parametrización del modelo y datos

Se considera a $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ el volumen en estudio, en el cual se representan dos capas de litología diferente indicada por una propiedad física del medio (densidad de masa) continua dentro de cada una, separadas por una superficie o interface sub-horizontal. La propiedad física y la posición de la interface constituyen las variables a considerar en el modelo tridimensional del medio.

La distribución espacial de la densidad de masa en Ω se describe por un campo continuo de propiedad $\text{RHO}(x,y,z)$ con $(x,y,z) \in \Omega$ y, similarmente, la profundidad de la superficie límite entre las dos capas se describe por $Z(x,y)$ con $(x,y) \in \Omega$. Se asume que el volumen Ω se puede dividir en un número finito de prismas rectangulares (Figura 2.1), con lo cual la propiedad física es representada en cada bloque por una constante y la interface es representada por una superficie continua a trozos rectangulares y horizontales. Esta discretización del medio permite representar al campo de propiedad $\text{RHO}(x,y,z)$ y a $Z(x,y)$ por modelos discretos con un número finito de parámetros. De este modo, se tiene que $\mathbf{m}_\rho = (m_\rho^1, m_\rho^2, \dots, m_\rho^{N_\rho})$, donde $N_\rho = n_x \cdot n_y \cdot n_z$, es el vector de parámetros del modelo relacionados con la densidad de masa y $\mathbf{m}_z = (m_z^1, m_z^2, \dots, m_z^{N_z})$, donde

$N_z = n_x \cdot n_y$, corresponde al vector de parámetros del modelo vinculados a la profundidad de la discontinuidad.

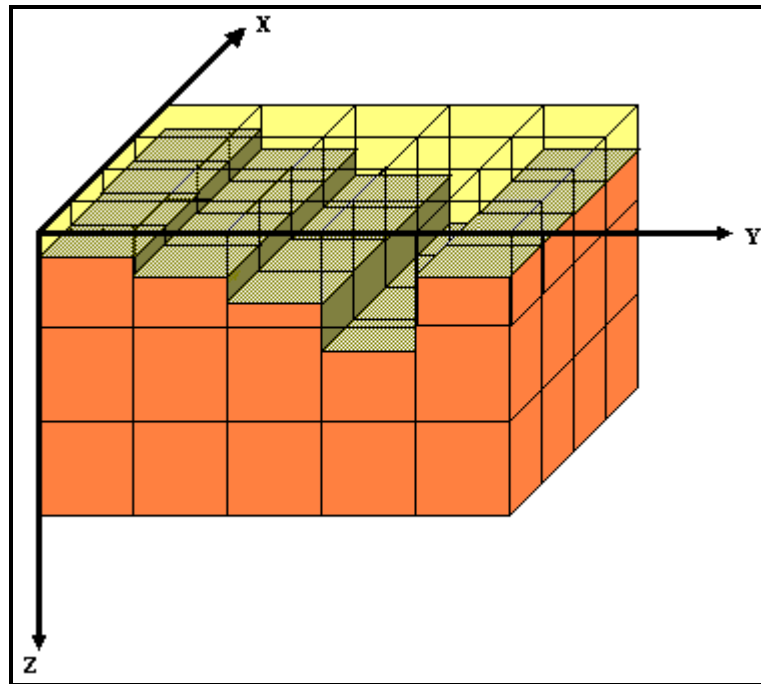


Figura 2.1 Parametrización del volumen por prismas rectangulares, representando la superficie de contacto entre el medio superior y el inferior.

Además, las características consideradas del medio se pueden presentar en una descripción conjunta a través del campo conjunto $\{\text{RHO}(\mathbf{x}), Z(\mathbf{x})\}$ o de manera equivalente por el correspondiente arreglo conjunto de parámetros del modelo $\mathbf{m} = \{\mathbf{m}_\rho, \mathbf{m}_z\}$. De este modo, el modelo \mathbf{m} describe simultáneamente la variación de densidad de masa de dos regiones litológicas diferentes y la profundidad de la discontinuidad o interface que las separa.

Sea \mathbf{M} el espacio conjunto de parámetros del modelo, con $\mathbf{m} \in \mathbf{M}$. Al hacer una distinción entre las características del medio representadas en el modelo se puede expresar a $\mathbf{M} = \mathbf{M}_\rho \times \mathbf{M}_z$, o espacio producto de los espacios de parámetros \mathbf{M}_ρ y \mathbf{M}_z . El número total de parámetros del modelo es entonces $N_t = N_\rho + N_z$, siendo además este valor la dimensión finita del espacio \mathbf{M} .

En cuanto a los datos, se tiene un conjunto de mediciones u observaciones del campo geofísico en estudio, las cuales son el resultado de un “experimento” físico consistente en medir la componente vertical del campo de gravedad con determinados instrumentos de alta precisión denominados gravímetros. En el presente trabajo el campo geofísico bajo estudio es el campo gravitacional y las observaciones son las anomalías de gravedad, debidas a una distribución de la densidad de masa en el volumen de estudio. Se denotan con el vector $\mathbf{d}^{obs} = \{d_1^{obs}, d_2^{obs}, \dots, d_{ND}^{obs}\}$, donde N_D es el número total de observaciones y \mathbf{d}^{obs} pertenece al espacio vectorial de datos \mathbf{D} con dimensión finita ND .

2.2. Formulación Probabilística

La formulación probabilística del problema a resolver consiste en representar los diferentes tipos de información (geofísica, geológica y petrofísica) y sus incertidumbres respectivas por medio de funciones de densidad de probabilidad (*fdp*). Estas funciones se definen tanto en el espacio de datos \mathbf{D} como en el espacio \mathbf{M} de parámetros del modelo. Luego se combinan estas *fdp*, siguiendo los axiomas de lógica, para obtener la *fdp* posterior, la cual va a representar la información resultante. A continuación se presentan en detalle cada uno de los pasos a cumplir para llegar a la *fdp* posterior.

2.2.1. Información previa en el espacio \mathbf{M} de parámetros del modelo.

Se asumirá que la *fdp* que describe la información disponible o previa de los parámetros del modelo es una gaussiana multivariada, la cual considera correlaciones espaciales entre los parámetros del modelo, descritas por una matriz de covarianza \mathbf{C}_M , en torno a un modelo central denominado modelo *a priori* o \mathbf{m}_{prior}

$$\rho_M(\mathbf{m}) = \text{const} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{prior})^t \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{prior}) \right]. \quad (2.1)$$

Esta *fdp*, $\rho_{\mathbf{M}}(\mathbf{m})$, indica la probabilidad de que el modelo \mathbf{m} esté cerca del modelo $\mathbf{m}_{\text{prior}}$ en el sentido del operador de covarianza $\mathbf{C}_{\mathbf{M}}$, *i.e.*, modelos para los cuales la diferencia $\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}}$ es pequeña en cada punto (con respecto a las desviaciones standard en $\mathbf{C}_{\mathbf{M}}$) y suave (con respecto a las correlaciones en $\mathbf{C}_{\mathbf{M}}$). En la sección 2.4 más adelante se darán los detalles de esta matriz.

2.2.2. Información en el espacio de datos \mathbf{D}

Similarmente se asume una *fdp* gaussiana multivariada para describir la información en el espacio de datos y se considera un valor central de estas mediciones, \mathbf{d} , y sus errores,

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}^{\text{obs}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{obs}}. \quad (2.2)$$

Se asume que estos errores siguen una distribución gaussiana de media cero y covarianza $\mathbf{C}_{\mathbf{O}}$. Así la función de densidad de probabilidad tiene la siguiente expresión,

$$\rho_{\mathbf{D}}(\mathbf{d}) = \text{const} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{d} - \mathbf{d}^{\text{obs}})^{\text{t}} \mathbf{C}_{\mathbf{O}}^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{d}^{\text{obs}}) \right], \quad (2.3)$$

indicando la probabilidad de que \mathbf{d} sea el campo físico verdadero.

2.2.3. Información en el espacio conjunto $\mathbf{M} \times \mathbf{D}$.

La relación entre las observaciones geofísicas, descritas en el espacio de datos \mathbf{D} , y el modelo, descrito en el espacio \mathbf{M} de parámetros, se puede representar en el espacio conjunto $\mathbf{M} \times \mathbf{D}$ y en consecuencia el problema de inferencia que se quiere resolver. Luego, la *fdp* conjunta $\rho(\mathbf{m}, \mathbf{d})$, definida en el espacio $\mathbf{M} \times \mathbf{D}$, describe simultáneamente la información sobre el modelo y sobre las observaciones respectivamente.

Se asume, además, que existe independencia entre la información previa o *a priori* de los parámetros del modelo y la información sobre los datos, lo cual lleva a expresar la información en este espacio conjunto como el producto,

$$\rho(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \rho_M(\mathbf{m})\rho_D(\mathbf{d}), \quad (2.4)$$

donde $\rho_M(\mathbf{m})$ y $\rho_D(\mathbf{d})$ son *fdp* marginales, definidas en las ecuaciones (2.1) y (2.3).

2.2.4. Información proveniente de la teoría física.

Asimismo, el modelo del objeto en estudio está relacionado con las observaciones geofísicas obtenidas sobre él en superficie. Los datos constituyen la información indirecta sobre los parámetros del modelo, pues éstos no se pueden medir directamente en el volumen bajo estudio. Las leyes físicas permiten establecer el vínculo entre los datos y parámetros del modelo, las cuales relacionan las propiedades del medio y los campos físicos observados. En el caso particular que aborda este trabajo, la teoría física corresponde a la de la atracción gravitacional la cual vincula el campo gravitacional y la densidad de masa del medio físico. El espacio producto $\mathbf{M} \times \mathbf{D}$ da cabida a definir esta relación.

Dada la física del problema se pueden elaborar algoritmos que permitan calcular el campo geofísico a partir de un modelo de las propiedades del objeto bajo estudio. Este planteamiento, de emplear un modelo y predecir los datos observados usando una relación teórica entre modelo y datos, constituye lo que en física y/o geofísica se denomina “problema directo”. La solución de este problema se representa por $\mathbf{d} = \mathbf{g}(\mathbf{m})$ y el cálculo de $\mathbf{g}(\mathbf{m})$ implica errores de simulación (numéricos, aproximaciones a las ecuaciones físicas completas). Luego el valor exacto de los datos asociados a un modelo particular viene dado en el caso de errores aditivos por,

$$\mathbf{d} = \mathbf{g}(\mathbf{m}) + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{simul}}. \quad (2.5)$$

Conociendo la distribución de estos errores se puede establecer la *fdp* condicional $\theta(\mathbf{d} | \mathbf{m})$, que por ejemplo para el caso de $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{simul}}$ gaussianos y centrados en cero y con covarianza \mathbf{C}_S seguiría la expresión,

$$\theta(\mathbf{d} | \mathbf{m}) = \text{const} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{d} - \mathbf{g}(\mathbf{m}))^t \mathbf{C}_S^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{g}(\mathbf{m})) \right]. \quad (2.6)$$

Esta *fdp* denota la probabilidad de que un modelo dado \mathbf{m} tenga una respuesta geofísica \mathbf{d} , desde el punto de vista de la teoría física y los errores de simulación involucrados.

La información o conocimiento proporcionado por la teoría física, expresado en el espacio conjunto $\mathbf{M} \times \mathbf{D}$, se representa por la *fdp* conjunta, $\theta(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \theta(\mathbf{d} | \mathbf{m}) \mu(\mathbf{m})$, donde $\mu(\mathbf{m})$ es la *fdp* de información mínima (nula) en el espacio de parámetros e indica lo mínimo que se conoce de los parámetros del modelo. Como se está considerando en estas expresiones que el espacio de parámetros utilizado es cartesiano (*i.e.* la *fdp* nula es una constante, TARANTOLA (1987)), se tiene que,

$$\theta(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \text{const} \theta(\mathbf{d} | \mathbf{m}), \quad (2.7)$$

con lo cual la *fdp* conjunta que expresa toda la información de la teoría física viene dada principalmente por $\theta(\mathbf{d} | \mathbf{m})$.

2.2.5. Combinación de la información

Ahora se aplica el principio de combinación de la información desarrollado por TARANTOLA (1987), para conjugar la información independiente de las observaciones e información *a priori* del modelo, con la información de la teoría

física que vincula observaciones y modelo. El resultado de esta combinación es la “información *a posteriori*” que viene descrita por la *fdp a posteriori* $\sigma(\mathbf{m}, \mathbf{d})$,

$$\sigma(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \text{const } \rho(\mathbf{m}, \mathbf{d}) \theta(\mathbf{m}, \mathbf{d}), \quad (2.8)$$

y al sustituir cada término de la ecuación (2.8) por las expresiones correspondientes definidas en las ecuaciones (2.4) y (2.6) conduce a,

$$\sigma(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \text{const } \rho_M(\mathbf{m}) \rho_D(\mathbf{d}) \theta(\mathbf{d} | \mathbf{m}). \quad (2.9)$$

La expresión anterior reúne el conjunto de informaciones en el espacio conjunto $\mathbf{M} \times \mathbf{D}$ y suministra la solución del problema inverso general, es decir, tanto en datos como en parámetros del modelo. Como el objetivo que se tiene es hacer estimaciones sobre el modelo, se calcula la *fdp* marginal en el espacio \mathbf{M} a partir de la *fdp a posteriori* $\sigma(\mathbf{m}, \mathbf{d})$,

$$\sigma(\mathbf{m}) = \text{const } \rho_M(\mathbf{m}) \int \rho_D(\mathbf{d}) \theta(\mathbf{d} | \mathbf{m}) \, d\mathbf{d}. \quad (2.10)$$

La integral en la expresión anterior es lo que se conoce como función de verosimilitud (“likelihood function”),

$$L(\mathbf{m}) = \int \rho_D(\mathbf{d}) \theta(\mathbf{d} | \mathbf{m}) \, d\mathbf{d}, \quad (2.11)$$

la cual mide la cercanía, en términos de probabilidad, de la respuesta geofísica de una realización del modelo del objeto respecto a las observaciones.

Considerando que $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{simul}}$ no es cero y que sigue una distribución gaussiana, entonces se tiene que la densidad condicional $\theta(\mathbf{d} | \mathbf{m})$ sigue la expresión,

$$\theta(\mathbf{d} | \mathbf{m}) = \text{const} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{d} - \mathbf{g}(\mathbf{m}))^t \mathbf{C}_S^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{g}(\mathbf{m})) \right], \quad (2.12)$$

y la función de verosimilitud es,

$$L(\mathbf{m}) = \text{const} \int \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{d} - \mathbf{d}^{\text{obs}})^t \mathbf{C}_O^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{d}^{\text{obs}}) \right] \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{d} - \mathbf{g}(\mathbf{m}))^t \mathbf{C}_S^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{g}(\mathbf{m})) \right] d\mathbf{d}, \quad (2.13)$$

la cual es una convolución de dos funciones gaussianas. El resultado de esta integración produce también una forma gaussiana y viene dado por,

$$L(\mathbf{m}) = \text{const} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}^{\text{obs}})^t (\mathbf{C}_O + \mathbf{C}_S)^{-1} (\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}^{\text{obs}}) \right], \quad (2.14)$$

Se designa a la matriz de covarianza $\mathbf{C}_D = \mathbf{C}_S + \mathbf{C}_O$, como la matriz de covarianza de datos y se obtiene de la adición de los errores de simulación con los errores de observación a efecto de comparar los datos calculados con los observados. Estos errores también se denominan como incertidumbres de simulación y de observación de los datos.

Se completa con la sustitución de las expresiones definidas en las ecuaciones (2.1) y (2.14), para obtener la expresión final de la *fdp* marginal $\sigma(\mathbf{m})$ en el espacio de parámetros del modelo,

$$\sigma(\mathbf{m}) = \text{const} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}})^t \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \right] \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}^{\text{obs}})^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}^{\text{obs}}) \right], \quad (2.15)$$

donde $\mathbf{g}(\mathbf{m}) = \mathbf{d}^{\text{calc}}$, representa el campo calculado a partir del modelo \mathbf{m} , con lo cual se puede describir la expresión anterior como,

$$\sigma(\mathbf{m}) = \text{const} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}})^t \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}}) - \frac{1}{2} (\mathbf{d}^{\text{calc}} - \mathbf{d}^{\text{obs}})^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^{\text{calc}} - \mathbf{d}^{\text{obs}}) \right], \quad (2.16)$$

Una vez realizada esta fundamental formulación probabilística se presentan los aspectos teóricos básicos del problema inverso particular que se considera.

2.3. Formulación Geofísica

2.3.1. Problema Inverso: Solución por optimización / estimación del modelo más probable.

Se emplea un método de optimización, el cual consiste en general en la búsqueda de un modelo más probable que sus vecinos. Estos métodos están basados generalmente en criterios de validez local como las direcciones de máxima pendiente y curvatura de las densidades de probabilidad *a posteriori* (TARANTOLA, 1987). Al partir de un modelo de inicio los algoritmos determinan una dirección de desplazamiento en el espacio de modelos a fin de mejorar el ajuste de datos observados y calculados. Los modelos así encontrados son máximos, usualmente locales, de la densidad de probabilidad *a posteriori*.

Se pueden mencionar como métodos de optimización: método del gradiente, método de máxima pendiente, método de Newton, método de quasi-Newton, entre otros. Estos métodos proporcionan direcciones y longitudes de paso en el espacio de parámetros del modelo, los cuales difieren de un método a otro.

Para este estudio se empleó el Método de Optimización de Newton. Una vez implementado el algoritmo se resuelve el problema inverso que consiste en la estimación de los parámetros del modelo a partir de los datos observados, y al emplear optimización nos permite obtener un modelo que maximiza a la *fdp* $\sigma(\mathbf{m})$ en la ecuación (2.16) en el espacio de parámetros del modelo. Como el problema directo es no lineal, particularmente por la dependencia de la aceleración de gravedad con la profundidad de la interface, se utilizará una técnica iterativa para hallar la solución. La inversión tomará en cuenta la información *a priori* sobre la vinculación estadística entre la propiedad representada y la estructura. La solución del sistema de ecuaciones se obtiene con el método de triangulación de Gauss-Newton.

Encontrar el máximo de $\sigma(\mathbf{m})$ es equivalente al problema de encontrar el mínimo de la función “objetivo” o de residuos cuadráticos,

$$S(\mathbf{m}) = (\mathbf{d}^{\text{calc}} - \mathbf{d}^{\text{obs}})^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^{\text{calc}} - \mathbf{d}^{\text{obs}}) + (\mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{priori}})^t \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{priori}}), \quad (2.17)$$

donde el primer término mide la proximidad entre los datos calculados \mathbf{d}^{calc} y los observados \mathbf{d}^{obs} , y el segundo término mide la proximidad entre el modelo resultante \mathbf{m}^n y el modelo *a priori* $\mathbf{m}_{\text{priori}}$.

Para hallar el mínimo de esta función objetivo se hará resolviendo un sistema de ecuaciones, deducido a partir de $S(\mathbf{m})$. Se tiene la función escalar S , dependiente de los parámetros \mathbf{m} del modelo, cuadrática, la cual se quiere minimizar,

$$S(\mathbf{m}) = (\mathbf{d}^{\text{n+1}} - \mathbf{d}^{\text{obs}})^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^{\text{n+1}} - \mathbf{d}^{\text{obs}}) + (\mathbf{m}^{\text{n+1}} - \mathbf{m}_{\text{prior}})^t \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m}^{\text{n+1}} - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \quad (2.18)$$

Para lograr esto primero se aproximan de forma lineal e iterativa los datos calculados, generando la siguiente expresión,

$$\mathbf{d}^{\text{n+1}} = \mathbf{d}^n + \mathbf{G}(\mathbf{m}^n) (\mathbf{m}^{\text{n+1}} - \mathbf{m}^n), \quad (2.19)$$

donde \mathbf{G} es la matriz de derivadas de los datos respecto de los parámetros del modelo, $\mathbf{d}^{\text{n+1}}$ son los datos calculados en la iteración $n+1$ a partir de la ecuación anterior. Luego, se sustituye esta expresión en la función $S(\mathbf{m})$ para obtener,

$$\begin{aligned} S(\mathbf{m}^{\text{n+1}}) &= (\mathbf{d}^n + \mathbf{G}(\mathbf{m}^n)(\mathbf{m}^{\text{n+1}} - \mathbf{m}^n) - \mathbf{d}^{\text{obs}})^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^n + \mathbf{G}(\mathbf{m}^n)(\mathbf{m}^{\text{n+1}} - \mathbf{m}^n) - \mathbf{d}^{\text{obs}}) \\ &\quad + (\mathbf{m}^{\text{n+1}} - \mathbf{m}_{\text{prior}})^t \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m}^{\text{n+1}} - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \\ &= (\mathbf{d}^n + \mathbf{G}(\mathbf{m}^n)(\mathbf{m}^{\text{n+1}} - \mathbf{m}^n) - \mathbf{d}^{\text{obs}})^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^n + \mathbf{G}(\mathbf{m}^n)(\mathbf{m}^{\text{n+1}} - \mathbf{m}^n) - \mathbf{d}^{\text{obs}}) \\ &\quad + (\mathbf{m}^{\text{n+1}} - \mathbf{m}^n + \mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}})^t \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m}^{\text{n+1}} - \mathbf{m}^n + \mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \end{aligned}$$

Se realiza el cambio de variables: $\mathbf{x} = \mathbf{m}^{n+1} - \mathbf{m}^n$, donde \mathbf{x} es el vector solución, el cual contiene la diferencia entre los valores del modelo estimado en curso, \mathbf{m}^{n+1} , y el estimado en la iteración anterior, \mathbf{m}^n . Con este cambio se obtiene una expresión más sencilla de S para derivar,

$$S(\mathbf{x}) = (\mathbf{d}^n + \mathbf{G}(\mathbf{m}^n)\mathbf{x} - \mathbf{d}^{\text{obs}})^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^n + \mathbf{G}(\mathbf{m}^n)\mathbf{x} - \mathbf{d}^{\text{obs}}) + (\mathbf{x} + \mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}})^t \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{x} + \mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}})$$

Se deriva a S con respecto a \mathbf{x} :

$$dS/dx_j = \mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^n + \mathbf{G}(\mathbf{m}^n)\mathbf{x} - \mathbf{d}^{\text{obs}}) + \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{x} + \mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}})$$

y se igualan a cero estas derivadas:

$$\begin{aligned} dS/dx_j = 0 &\Rightarrow \mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^n + \mathbf{G}(\mathbf{m}^n)\mathbf{x} - \mathbf{d}^{\text{obs}}) + \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{x} + \mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}}) = 0 \\ 0 &= \mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{G}(\mathbf{m}^n)\mathbf{x} + \mathbf{d}^n - \mathbf{d}^{\text{obs}}) + \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{x} + \mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \\ &= \mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{G}(\mathbf{m}^n)\mathbf{x} + \mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^n - \mathbf{d}^{\text{obs}}) + \mathbf{C}_M^{-1} \mathbf{x} + \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \end{aligned}$$

Se agrupan los términos semejantes para obtener una expresión más manejable:

$$\begin{aligned} 0 &= \mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{G}(\mathbf{m}^n)\mathbf{x} + \mathbf{C}_M^{-1} \mathbf{x} + \mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^n - \mathbf{d}^{\text{obs}}) + \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \\ &= (\mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{G} + \mathbf{C}_M^{-1}) \mathbf{x} + \mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^n - \mathbf{d}^{\text{obs}}) + \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \end{aligned}$$

Con lo anterior se obtiene el sistema principal de ecuaciones:

$$\begin{aligned} (\mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{G} + \mathbf{C}_M^{-1}) \mathbf{x} &= -\mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^n - \mathbf{d}^{\text{obs}}) - \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \\ &= \mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^{\text{obs}} - \mathbf{d}^n) - \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \end{aligned}$$

Por lo tanto, minimizar la función S(\mathbf{m}) es buscar un modelo óptimo que reduzca el residuo de los datos y a la vez satisfaga la información *a priori* sobre el modelo. Este mínimo se obtiene, entonces, resolviendo el sistema de ecuaciones,

$$(\mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{G} + \mathbf{C}_M^{-1}) \mathbf{x} = \mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^{\text{obs}} - \mathbf{d}^n) - \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \quad (2.20)$$

el cual es equivalente al siguiente sistema, después de multiplicar por \mathbf{C}_M ,

$$(\mathbf{C}_M \mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{G} + \mathbf{I}) \mathbf{x} = \mathbf{C}_M \mathbf{G}^t \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{d}^{\text{obs}} - \mathbf{d}^n) - (\mathbf{m}^n - \mathbf{m}_{\text{prior}}). \quad (2.21)$$

En la expresión anterior están presentes los elementos matriciales que dan soporte a la metodología desarrollada.

Como se dijo anteriormente, \mathbf{x} es el vector solución del sistema y se utiliza para actualizar los valores del modelo que se está estimando, *i.e.*,

$$\mathbf{m}^{n+1} = \mathbf{x} + \mathbf{m}^n. \quad (2.22)$$

En la expresión anterior $\mathbf{m}_{\text{prior}}$ es el modelo de referencia que se construye a partir de la información conocida.

\mathbf{C}_M y \mathbf{C}_D son las matrices de covarianza del modelo y los datos respectivamente, mencionadas en los apartes correspondientes, y representan o contienen la información geoestadística del problema que se resuelve con la técnica.

\mathbf{d}^{obs} corresponde al arreglo de los datos observados del campo gravimétrico.

$\mathbf{d}^n = \mathbf{d}^{\text{calc}}$ es el arreglo de los datos calculados a partir del modelo estimado en la iteración anterior a la que está en curso en el proceso iterativo. Este arreglo es la solución del problema geofísico directo, es decir,

$$\mathbf{d}^{\text{calc}} = \mathbf{g}(\mathbf{m}), \quad (2.23)$$

donde la función \mathbf{g} es no lineal (Figura 2.2.), que asocia al modelo \mathbf{m} de parámetros con los valores calculados del campo gravimétrico. La relación anterior se puede escribir en notación de componentes tal como sigue,

$$d^i = g^i(m_{1\rho}, m_{2\rho}, \dots, m_{n\rho}, m_{1z}, m_{2z}, \dots, m_{nz}); \quad i = 1, 2, \dots, ND.$$

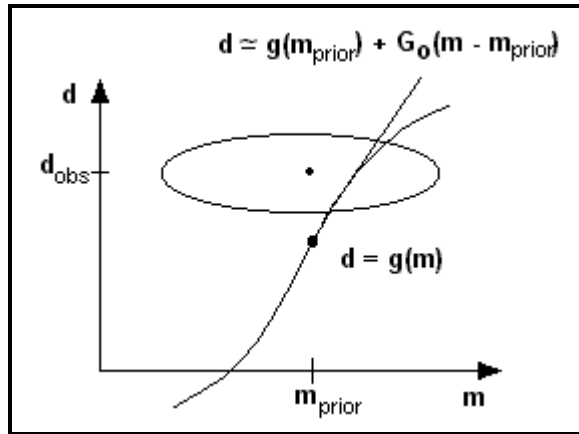


Figura.2.2. Representación de la relación teórica $\mathbf{d} = \mathbf{g}(\mathbf{m})$ no lineal entre datos y parámetros del modelo, la cual se lineariza alrededor de $\mathbf{m}_{\text{prior}}$.

La no - linealidad del problema directo que nos concierne se debe al hecho de que la atracción gravitacional depende en forma no lineal de la profundidad de la interface. Por tanto, se aproximan linealmente los datos calculados alrededor de un modelo de referencia,

$$\mathbf{d}^{n+1} = \mathbf{d}^n + \mathbf{G}(\mathbf{m}^n)(\mathbf{m}^{n+1} - \mathbf{m}^n), \quad (2.24)$$

donde \mathbf{G} es la matriz de derivadas de los datos con respecto a los parámetros del modelo, que se calcula en cada iteración para obtener la respuesta geofísica del modelo estimado en curso y poder comparar con el campo observado. La matriz \mathbf{G} es conocida en el argot técnico de problemas inversos geofísicos como la matriz de derivadas de Frechét. Ella expresa la relación entre los espacios de datos y del modelo en primer orden. Para calcularla se toma en cuenta la teoría geofísica correspondiente al problema que se quiere resolver. En nuestro caso es la teoría de atracción gravitacional y se requiere una expresión teórica que permita predecir la respuesta geofísica de un elemento del volumen parametrizado a fin de poderla comparar con la respuesta observada. En el aparte correspondiente al cálculo directo del campo geofísico se presentarán en detalle las expresiones relativas a \mathbf{G} .

2.3.2. Problema Directo: Cálculo del Campo Gravitacional.

El cálculo del campo gravitacional de un prisma de densidad constante se hace con el método desarrollado por CHAPMAN (1979), el cual provee la solución física exacta del campo debido a un prisma de densidad de masa homogénea. Su metodología prescribe la forma del cuerpo a discretizar como un poliedro. Dada esta cualidad de representación geométrica permite modelar toda forma con muchas caras dependiendo de la aplicación que se le vaya a dar. En nuestro caso el poliedro será un prisma rectangular recto, siendo sus principales dimensiones: largo, ancho y alto, cuyas caras son paralelas a los ejes coordenados x, y y z.

El potencial gravitacional en un punto de observación $P' = (x, y, z)$ debido a un elemento prismático, colocado en un punto $P = (\xi, \eta, \zeta)$, se puede expresar como,

$$\delta U_{P'} = \frac{\gamma \rho}{r} \delta v \quad (2.25)$$

donde r es la distancia desde P' a P , δv es un elemento de volumen, γ es la constante gravitacional universal igual a $6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ seg}^{-2}$, ρ es la densidad de masa en kg m^{-3} .

El potencial total debido a un cuerpo de densidad uniforme y de volumen V puede, por lo tanto, obtenerse al integrar sobre V :

$$U_{P'} = \gamma \rho \iiint_V \frac{1}{r} dv. \quad (2.26)$$

o

$$U(x, y, z) = \gamma \rho \iiint_V \frac{d\xi d\eta d\zeta}{\left[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{1/2}} \quad (2.27)$$

Es usual utilizar el potencial por la facilidad que representa en cálculo, si el problema puede ser resuelto en todos los elementos en que se ha dividido el volumen.

Esto se debe a la propiedad que tiene el campo gravitacional de ser conservativo (PAUL, 1974; BARNETT,1976).

Para calcular la anomalía del potencial de gravedad para este cuerpo prismático, se cambia inicialmente la integración sobre el volumen del prisma a una integración sobre su superficie, utilizando el teorema de la divergencia. Así,

$$U(x, y, z) = \gamma \rho \iint_s \frac{1}{2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \, ds = \gamma \rho \iint_s \frac{1}{2} \frac{[(\xi - x)n_1 + (\eta - y)n_2 + (\zeta - z)n_3]}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{1/2}} \, ds \quad (2.28)$$

donde \mathbf{n} es un vector unitario normal al elemento de área de superficie ds con componentes (n_1, n_2, n_3) y r es el vector unitario de la distancia entre el punto P' y P .

Esta integral de superficie se ha de resolver para cada cara del prisma, después de lo cual se suman los resultados y se llega al cálculo de la anomalía del potencial debida al cuerpo total, es decir,

$$U = \sum_{i=1}^6 C_i \quad (2.29)$$

donde C_i corresponde a la integral de superficie de la expresión (2.28).

Se incorpora un cambio para el cálculo del potencial sobre la i -ésima cara C_i del prisma. Corresponde a transformar la integral de superficie en una integral de línea vía el teorema de Stokes. Pero antes de esto, según CHAPMAN (1979), se hacen cambios de coordenadas que conlleva a una rotación y traslación para ubicar el punto de observación (x, y, z) en el origen cero de coordenadas.

Para resolver esta integral de superficie para la i -ésima cara, se cambia a una integral de línea sobre los lados de la cara o faceta poligonal vía el teorema de Stokes.

Por otra parte, la componente vertical del potencial de gravedad viene dada en forma sencilla por la siguiente expresión, tal como lo refieren PLOUFF (1976), BEAR, *et al.* (1995), BLAKELY (1995), SINGH & GUPTASARMA (2001),

$$U_z(x, y, z) = \gamma \rho \iiint_V \frac{(\zeta - z) d\xi d\eta d\zeta}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{3/2}} \quad (2.30)$$

Al realizar el siguiente cambio $a = \xi - x, b = \eta - y, c = \zeta - z$, se tiene

$$U_z(x, y, z) = \gamma \rho \iiint_V \frac{c da db dc}{[a^2 + b^2 + c^2]^{3/2}} \quad (2.31)$$

Se evalúa la integral anterior con lo cual se obtiene

$$U_z = \gamma \rho \left[a \ln(r + b) + b \ln(r + a) + 2c \tan^{-1} \left(\frac{a + b + r}{c} \right) \right]_{a^2 b^2 c^2}^{a^2 b^2 c^2} \quad (2.32)$$

donde $r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ la distancia del punto de observación a la posición de la masa.

Lo anterior corresponde al cálculo básico de la componente vertical de la aceleración de gravedad de un elemento prismático. Luego prosigue el cálculo del campo de gravedad de todo el volumen parametrizado, a partir de la distribución de la densidad de masa de las dos capas litológicas definidas. Es importante destacar que dada la parametrización del modelo, se tiene que la ubicación de la interface determina que valor de densidad toma el elemento prismático y por consiguiente influye en el valor de aceleración de gravedad.

2.4. Descripción geostatística del modelo y de los datos

Las matrices de covarianza C_M y C_D contienen la descripción estadística de los parámetros del modelo y de los datos respectivamente. Se definen a través de modelos de función de covarianza, la cual depende esencialmente de dos magnitudes: la distancia y la dirección. Esencialmente una matriz de covarianza describe la correlación espacial entre parámetros (ISAACS & SRIVASTAVA, 1989).

La matriz de covarianza del modelo C_M , en la expresión (2.21), es definida con un modelo gaussiano de función de covarianza, Figura 2.3, en el que se especifican los rangos de variación espacial y las desviaciones standard para cada parámetro del modelo dependiendo de la posición,

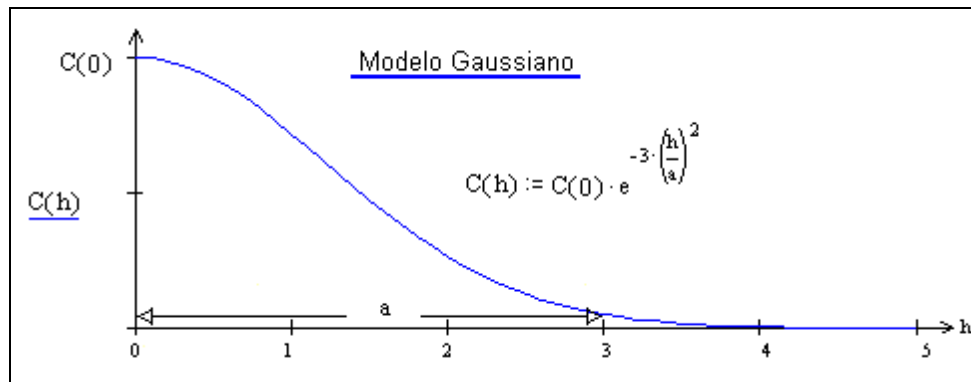


Figura 2.3. Modelo de función de covarianza, donde a es el rango de variación espacial, h es la distancia de separación entre dos puntos y $C(0)$ es la variancia.

y como se está considerando un modelo tridimensional para la propiedad del medio entonces la expresión para esta función de covarianza es,

$$\text{cov}_L(m_i, m_j) = C(0) \exp \left[-3 \left[\left(\frac{x_i - x_j}{a_{xL}} \right)^2 + \left(\frac{y_i - y_j}{a_{yL}} \right)^2 + \left(\frac{z_i - z_j}{a_{zL}} \right)^2 \right] \right], \quad (2.38)$$

donde (x_i, y_i, z_i) y (x_j, y_j, z_j) son las posiciones coordenadas de los parámetros m_i y m_j respectivamente, a_{xL} , a_{yL} y a_{zL} son los rangos de covarianza para cada dirección en el

espacio e indican el rango de continuidad espacial del parámetro densidad de masa del modelo.

Del mismo modo se tiene una expresión de función de covarianza en dos dimensiones, para los parámetros del modelo relacionados con la profundidad de la interface,

$$\text{cov}_p(m_i, m_j) = C(0) \exp \left[-3 \left[\left(\frac{x_i - x_j}{a_{xp}} \right)^2 + \left(\frac{y_i - y_j}{a_{yp}} \right)^2 \right] \right], \quad (2.39)$$

donde (x_i, y_i) y (x_j, y_j) son las posiciones coordenadas de los parámetros m_i y m_j respectivamente, a_{xp} y a_{yp} son los rangos de covarianza para cada dirección en el plano.

La matriz de covarianza del modelo, \mathbf{C}_M , se construye a partir de estas funciones de covarianza. En ella están representadas las correlaciones entre los parámetros del modelo propuesto, las cuales son establecidas como sigue:

- Correlaciones entre los parámetros de densidad de masa, al interior de cada capa litológica. Si ellos corresponden a la misma litología se correlacionan usando la función de covarianza (2.38), colocando en la diagonal el valor de la varianza relativa al parámetro; y si los parámetros corresponden a diferentes litologías se asigna un valor cero. Es decir la densidad se considera independiente al cruzar las capas.
- Independencia entre parámetros de densidad y profundidad. En este caso, se asigna el valor cero por tratarse de parámetros de diferente naturaleza.
- Correlaciones entre parámetros de profundidad de la interface. Se sigue el mismo procedimiento básico de los parámetros de densidad, es decir, si ellos corresponden a diferentes coordenadas z de la interface se utiliza la función de covarianza (2.39) y si son iguales se asigna la varianza relativa a estos parámetros.

De esta forma se calcula la matriz de covarianza C_M , la cual tiene en este caso un aspecto en bloques bien diferenciados como se ilustra en la Figura 2.4., destacándose los bloques de correlación de parámetros de densidad y el bloque de correlación de los parámetros de profundidad de interface.

$$C_M = \begin{bmatrix} c_{L1_{11}} & c_{L1_{12}} & \dots & c_{L1_{1,nL1}} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ c_{L1_{21}} & c_{L1_{22}} & \dots & c_{L1_{2,nL1}} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{L1_{nL1,1}} & c_{L1_{nL1,2}} & \dots & c_{L1_{nL1,nL1}} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & c_{L2_{11}} & c_{L2_{12}} & \dots & c_{L2_{1,nL2}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & c_{L2_{21}} & c_{L2_{22}} & \dots & c_{L2_{2,nL2}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & c_{L2_{nL2,1}} & c_{L2_{nL2,2}} & \dots & c_{L2_{nL2,nL2}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & c_{F_{1,1}} & c_{F_{1,2}} & \dots & c_{F_{1,nF}} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & c_{F_{2,1}} & c_{F_{2,2}} & \dots & c_{F_{2,nF}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & c_{F_{nF,1}} & c_{F_{nF,2}} & \dots & c_{F_{nF,nF}} \end{bmatrix}_{n_{total} \times n_{total}}$$

Figura 2.4. Matriz de covarianza del modelo donde se ilustra la correlación entre los diversos tipos de parámetros del modelo.

Igualmente la matriz de covarianza de los datos, C_D , sigue un modelo gaussiano con independencia de los errores de medición entre si, produciendo una matriz de covarianza diagonal, con los valores de la desviación standard, y por ende la varianza, en la diagonal principal, tal como lo presenta la Figura 2.5.,

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{22}^2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{ND,ND}^2 \end{bmatrix}_{ND \times ND}$$

Figura 2.5. Matriz de covarianza de los datos.

CAPÍTULO III

3. DESARROLLO DEL PROGRAMA Y VALIDACIÓN

3.1. Descripción del programa

En este capítulo se presenta una descripción general del programa para realizar la inversión de datos gravimétricos. El diagrama de flujo se muestra en la Figura 3.1. El programa se escribió en FORTRAN 90.

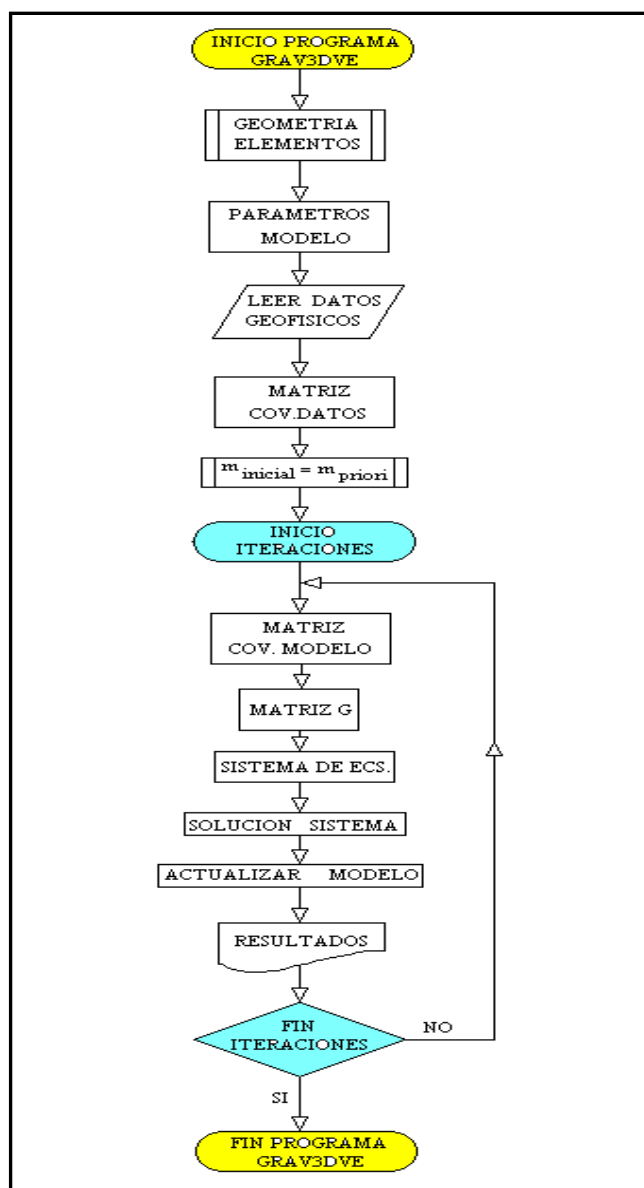


Figura 3.1 Diagrama de flujo del algoritmo de inversión.

El programa requiere como entrada la siguiente información:

- 1) Un archivo de datos gravimétricos observados, en formato digital (x, y, z) (DATOS GEOFISICOS), indicando anomalía de Bouguer.
- 2) Número de bloques o elementos prismáticos y tamaño de arista por dirección coordenada (GEOMETRÍA DE ELEMENTOS).
- 3) El modelo *a priori* de los parámetros a estimar: densidad y profundidad de la interface (PARÁMETROS DEL MODELO),
- 4) Varianza de los datos, varianzas de los parámetros del modelo y rangos de covarianza espacial para cada tipo de parámetro (COV.DATOS, COV.MODELO).

Luego de esto sigue la construcción de la matriz de covarianza de los datos C_D , necesaria para el sistema de ecuaciones a resolver en el ciclo iterativo. Para ello se toma como desviación standard de los datos, σ_d , un porcentaje del rango de variación del conjunto de datos gravimétricos observados. Se asigna finalmente el inverso de este valor elevado al cuadrado a la diagonal de la matriz, con lo cual se tiene la inversa de una forma sencilla al tratarse de una matriz diagonal.

Se toma como modelo inicial al modelo *a priori* y a continuación sigue el proceso iterativo que se inicia con el cálculo de la matriz de covarianza del modelo. Esta matriz se calcula en cada iteración pues siempre habrá una nueva configuración de la interface que delimitará la frontera entre las dos litologías. Tal como se explicó en el capítulo anterior esta matriz contiene la información geoestadística del problema bajo estudio.

Como siguiente paso se calcula la importante matriz de derivadas parciales de los datos respecto a los parámetros del modelo, \mathbf{G} , la cual relaciona los datos con los parámetros del modelo, a través de la variación de los primeros con respecto a los segundos.

Se construye el sistema de ecuaciones (ver ecuación 2.21), donde la incógnita a despejar es la modificación de los parámetros del modelo, x , la cual se usa enseguida para actualizar el modelo en curso.

Se resuelve el sistema de ecuaciones con el conocido método de triangulación LU, para lo cual se emplearon las rutinas descritas en el trabajo de PRESS *et al.* (1999)

3.2. Validación del campo calculado para los elementos hexaédricos

En esta sub-sección se compara el campo de gravedad de una esfera (fórmula analítica) con el campo de una aproximación con hexaedros de la esfera (cálculo numérico) a fin de validar esto último.

Se considera una esfera de densidad uniforme y radio $a = 1$ km, inmersa en un volumen de dimensiones 10 km por lado y 6 km de profundidad. El contraste de densidad entre la esfera y el medio es $\rho = 400$ kg/m³ y se sitúa en el centro del área y a 3 km de profundidad.

Se compara la respuesta geofísica a partir de esta esfera:

- utilizando el conjunto de rutinas de GRAV3DVE que calculan el campo gravimétrico,
- utilizando la obtenida a partir de la expresión analítica.

Una vez calculado el efecto gravimétrico por la vía numérica, se calcula el radio de la esfera analítica equivalente en volumen a la aproximación con hexaedros con la siguiente expresión,

$$R_{esf_equiv} = \sqrt[3]{\frac{Vol_cubos}{\frac{4}{3}\pi}}, \quad (3.1)$$

y se procede al cálculo de la atracción gravitacional por la vía analítica, con la expresión siguiente para tal propósito,

$$g_v = g_r \cos\theta = -\gamma \frac{Mz}{r^3} = -\frac{4\pi\gamma\rho R_{esf_equiv}^3}{3} \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (3.2)$$

donde g_v es la componente vertical de la aceleración de gravedad, γ es la constante universal, ρ es el contraste de densidad, r es la distancia del centro de la esfera a un punto de observación P en superficie, $a = R_{esf_equiv}$,

El efecto gravimétrico en un punto P, dirigido a lo largo de r , es $g_r = \gamma M/r^2$, al calcular la componente vertical, tal como lo explican TELFORD *et al.* (1990), se obtiene

$$g_v = g_r \cos\theta = \gamma \frac{Mz}{r^3} = \frac{4\pi\gamma\rho a^3}{3} \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (3.3)$$

Los resultados se muestran en la Figura 3.2.

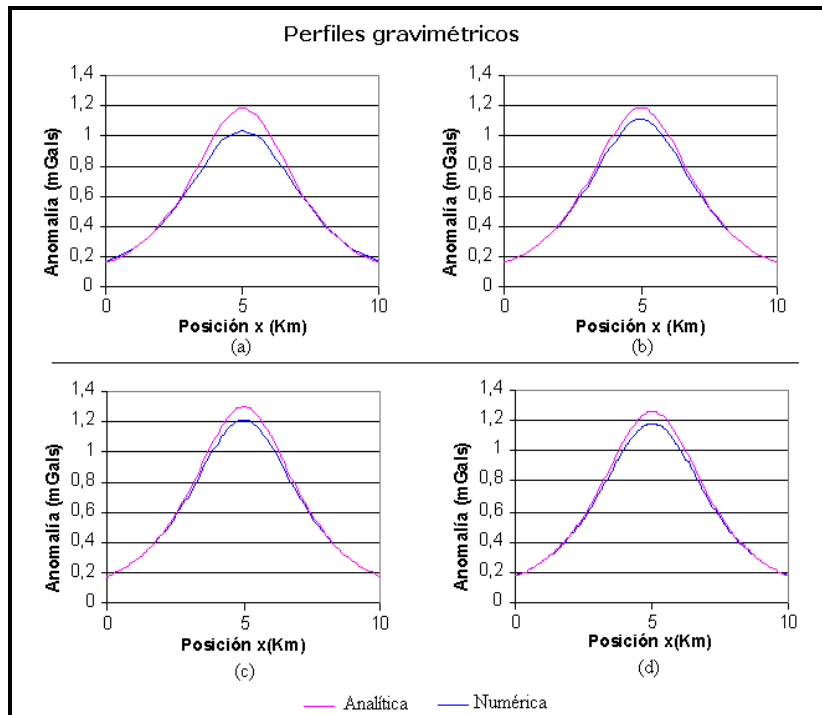


Figura 3.2. Una sucesión de perfiles que muestra la cercanía entre ambas respuestas geofísicas, siendo la obtenida por aproximación con hexaedros influida por el tamaño de los elementos que conforman la esfera numérica.

Para el perfil (a) se tienen 8 elementos de dimensiones 1 km x 1 km x 0.5 km, radio equivalente $R_{equiv} = 0.9847451$ km para el cálculo analítico. Para el perfil (b) se tienen 32 elementos cúbicos de 0.5 km por lado, con ellos se obtiene un radio equivalente de 0.9847451 para el cálculo de la respuesta analítica. En el perfil (c) se tienen 280 elementos de 0.25 km de arista, radio equivalente obtenido 1.014604 km. Y finalmente para el perfil (d) se obtienen 2176 elementos al considerar su tamaño de 0.125 km por lado. El radio equivalente es de 1.004847 km.

Para una mejor ilustración de cuan cerca está la respuesta numérica de la analítica es a través del siguiente gráfico,

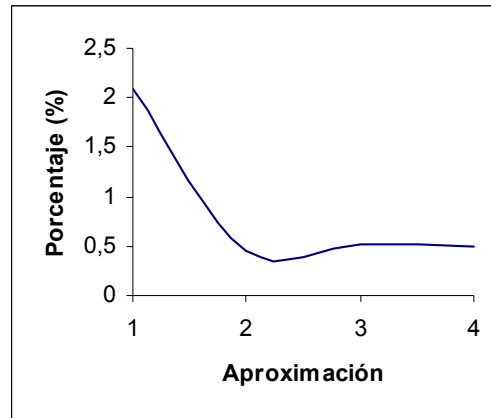


Figura 3.3. Porcentaje que muestra la disminución progresiva de la diferencia entre la respuesta numérica y la analítica.

De este modo vemos que los errores de simulación debidos a la parametrización del medio con elementos hexaédricos homogéneos y a través de los cálculos numéricos implicados en la evaluación de las integrales de la expresión (2.32) los podemos ubicar en el orden entre 2% y 0,5% de la anomalía gravimétrica.

CAPÍTULO IV

4. PRUEBA DE INVERSIÓN CON DATOS SINTÉTICOS

En este capítulo se ilustran las cualidades del esquema de inversión según el mayor o menor peso que se le asigne a los dos tipos esenciales de información que se combinan, *i.e.*, información de los datos y la información previa del modelo.

Como se vió en el Capítulo II, las incertidumbres están representadas por las respectivas desviaciones standard: σ_d para los datos, σ_{L1} y σ_{L2} para densidad de masa de las dos capas y σ_z para la profundidad de la interface, las cuales indican la variabilidad de los correspondientes parámetros en la inversión.

Como un primer paso se elabora un modelo sencillo de los parámetros físicos del medio bajo estudio, que fungirá como modelo verdadero. Se calcula su respuesta gravimétrica a través de las rutinas del programa encargadas del problema directo y luego estos datos se considerarán como los datos observados a usar en el problema inverso gravimétrico.

A partir de este conjunto de datos gravimétricos se calcula el rango de variación, a través de su máximo y su mínimo valor. Luego, se considera un porcentaje de ese rango, el cual será el valor que se toma como incertidumbre de los datos. Esto es lo que contiene la matriz de covarianza de los datos, C_d , en cuya diagonal está este parámetro estadístico, describiendo la incertidumbre de la información geofísica.

Como siguiente paso se elabora un modelo *a priori* o previo del medio parametrizado en estudio, diferente del modelo verdadero, a fin de que cumpla el rol de la información independiente de los datos que se obtiene de otras fuentes. Se establece la incertidumbre correspondiente a cada tipo de parámetro del modelo y se procede a la inversión geoestadística.

4.1. Variación de la incertidumbre sobre los datos

Se presentan a continuación una serie de resultados que ilustran los cambios en la estimación de los parámetros del modelo cuando se varía la incertidumbre de los datos, *i.e.*, la desviación tipo σ_D en la matriz de covarianza C_D . Se fija la variabilidad de los parámetros del modelo, dentro de lo cual se hace mayor énfasis en los parámetros del modelo vinculados a la profundidad de la interface que en los de densidad para apreciar mejor la estimación, lo cual se expresa a través de las incertidumbres respectivas. El objetivo de estas pruebas es destacar la influencia que tienen ambos tipos de incertidumbre en los resultados que se obtengan con el esquema de inversión.

El volumen se dividió en 400 prismas rectangulares, con 10 elementos en dirección x , 8 en dirección y y 5 en dirección z . Cada elemento tiene un tamaño de 1 km por arista. El número total de parámetros para el modelo es de 480, siendo 400 vinculados a la densidad de masa y 80 a la profundidad de la interface.

En todas las pruebas de este primer apartado, se consideró la misma configuración de la interface en sus versiones “verdadero” y *a priori*. Para el primero se tomó una interface en forma de escalera con rumbo N-S, con profundidad somera hacia el oeste de 0,9 km y mayor profundidad de 3,8 km hacia el este; para la interface *a priori* se asignó un plano horizontal con profundidad de 2,2 km. La densidad de masa de la capa suprayacente a esta superficie tiene un valor constante de $\rho_{L1} = 2,1 \text{ g/cm}^3$. De igual manera, la densidad de la capa subyacente tiene un valor de $\rho_{L2} = 2,7 \text{ g/cm}^3$.

Con respecto a las incertidumbres sobre los parámetros del modelo: a la interface se le asignó $\sigma_z = 2 \text{ km}$ y a las densidades se les fijó un mínimo valor de incertidumbre, *i.e.*, $\sigma_{L1} = \sigma_{L2} = 1.e-13 \text{ g/cm}^3$.

Se calcula el campo gravimétrico a partir del modelo “verdadero”, para obtener el rango de la anomalía. Así, de acuerdo a los valores especificados anteriormente a los parámetros del modelo se tiene un valor máximo de 52,5 mGal,

un valor mínimo de 20,03 mGal en el campo de gravedad. De este modo el rango de la anomalía gravimétrica es de 32,5 mGal.

A continuación se toma un porcentaje del rango de anomalía que se asigna como incertidumbre de los datos: $\sigma_d = 1\%$ Rango = 0,32 mGal, con lo cual se está dando mayor énfasis en el ajuste de los datos más que en la información *a priori* sobre el modelo.

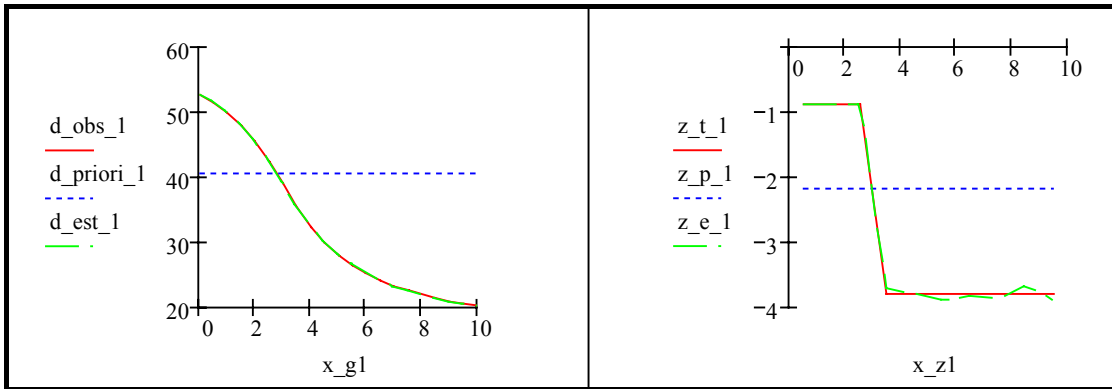


Figura 4.1. Perfiles gravimétricos E-W (izquierda), corte vertical E-W de la interface en sus tres versiones: ‘verdadera’ (rojo), a priori (azul) y estimada (verde). (derecha).

En la Figura 4.1. se puede apreciar el efecto de colocar una incertidumbre pequeña en los datos pues el esquema de inversión produce un modelo de interface muy cercano al verdadero. Se observa además un buen ajuste de los datos en el perfil gravimétrico.

Para la siguiente prueba, Figura 4.2., se aumentó la incertidumbre en los datos en el siguiente orden de magnitud: $\sigma_d = 10\%$ Rango = 3,2 mGal.

Se observa en esta segunda prueba que la estimación de la profundidad de la interface desmejora, sin embargo el perfil gravimétrico observado es explicado satisfactoriamente por el modelo estimado de interface.

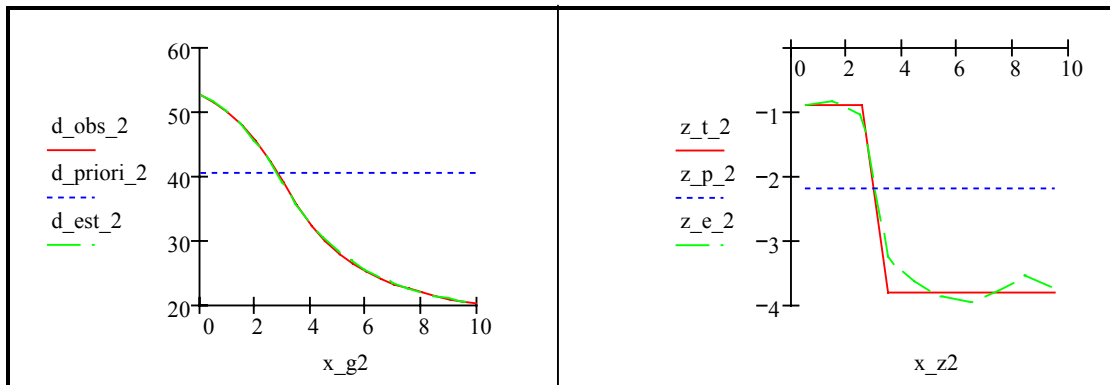


Figura 4.2. Perfiles gravimétricos E-W (izquierda) y corte vertical de la interface en sus tres versiones: ‘verdadera’ (rojo), a priori (azul) y estimada (verde).

En la siguiente realización, Figura 4.3, se aumentó la incertidumbre en los datos al siguiente orden de magnitud, *i.e.*, $\sigma_d = 100\%$ Rango = 32,5 mGal.

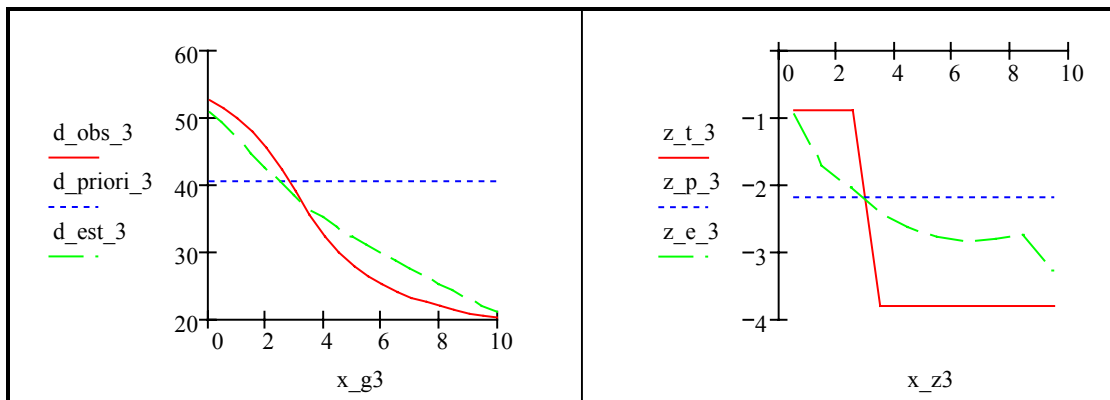


Figura 4.3. Perfiles gravimétricos E-W (izquierda) y corte vertical de la interface en sus tres versiones: ‘verdadera’ (rojo), a priori (azul) y estimada (verde).

Nótese que en esta realización la estimación de la interface se acerca cada vez más a la configuración que presenta la interface *a priori* pues al otorgar mayor incertidumbre a los datos hace que esta información no contribuya con la predicción de los parámetros del modelo, no obstante en el perfil gravimétrico calculado se ajusta en líneas generales al perfil observado.

Dos nuevos órdenes de magnitud en la incertidumbre de los datos, $\sigma_d = 1000\%$ Rango = 325,3 mGal y $\sigma_d = 10000\%$ Rango = 3253,6 producen los siguientes resultados (Figuras 4.4 y 4.5):

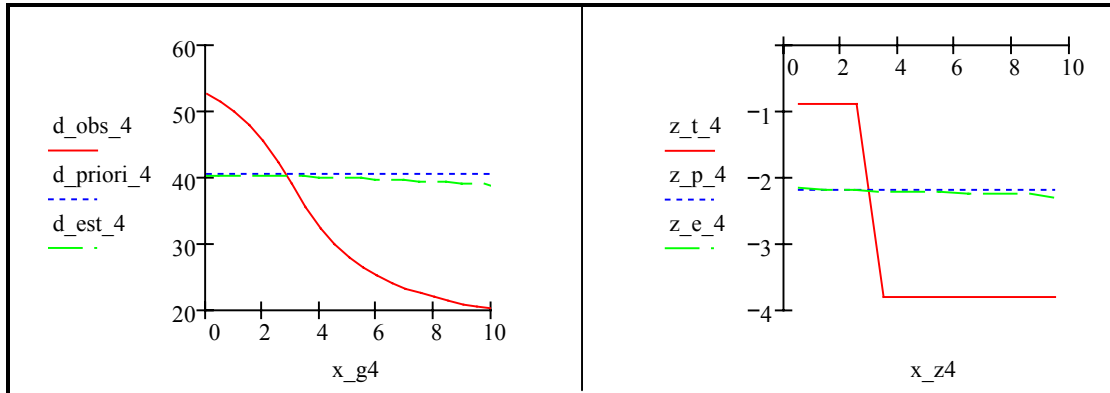


Figura 4.4. Perfiles gravimétricos E-W (izquierda) y corte vertical de la interface en sus tres versiones: ‘verdadera’ (rojo), a priori (azul) y estimada (verde).

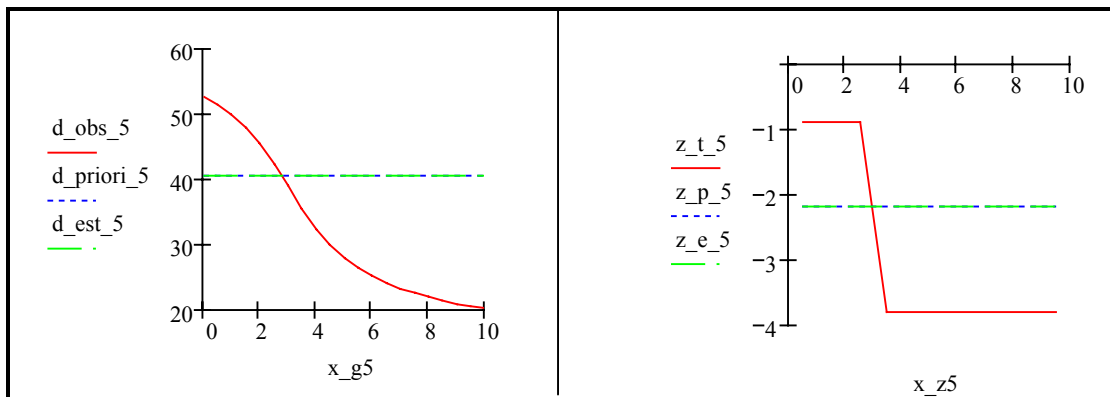


Figura 4.5. Perfiles gravimétricos E-W (izquierda) y corte vertical de la interface en sus tres versiones: ‘verdadera’ (rojo), a priori (azul) y estimada (verde).

Este resultado es interesante, pues al dar una enorme incertidumbre en los datos se está indicando que la información geofísica es despreciable y el esquema de inversión mantiene adecuadamente la información previa representada en el modelo *a priori*. De igual modo el perfil gravimétrico calculado exhibe esta cualidad, pues la respuesta calculada se asemeja a la producida por el modelo *a priori*.

4.2. Variación sólo de las incertidumbres de la información del modelo fijando la de los datos

El volumen hipotético de estudio es de 10 km en dirección x , 8 km en dirección y y 5 km en dirección z . Se dividió en 400 bloques (10 en x , 8 en y y 5 en z) de 1 km de lado. El número total de parámetros del modelo son 480, siendo 400 relativos a la densidad de masa y 80 a la profundidad de la interface.

La configuración que se emplea en esta prueba, en cuanto a densidad de masa, consiste de dos diques verticales en dirección del eje y , teniendo el primero de ellos una desviación de $+0,2 \text{ g/cm}^3$ y el segundo de $-0,2 \text{ g/cm}^3$, ambos del valor medio de la densidad para la capa superior. En cuanto a la interface se considera constante e igual a 2,6 km de profundidad. Los valores medios de la densidad para los dos tipos de litología presentes en el modelo “verdadero” son: $\rho_{L1} = 2,7 \text{ g/cm}^3$ para el estrato superior y $\rho_{L2} = 3,1 \text{ g/cm}^3$ para el estrato inferior, lo cual representa un contraste significativo de densidad igual a $0,4 \text{ g/cm}^3$.

Campo gravimétrico “observado”: Una vez definida la geometría y los valores de los parámetros del modelo “verdadero” se procede a generar los datos “observados”. La aceleración de gravedad de este modelo fue calculada a intervalos de malla de 0.5 km, dando 357 puntos de observación, con una cobertura de 9 estaciones por cada elemento prismático.

La Figura 4.6. presenta el mapa de anomalía observada y se observa que el modelo de los dos diques “litológicos” de 1 km de ancho c/u, genera un alto gravimétrico de +38,9 mGal, mientras que el de la derecha, 4 km más al este genera un mínimo que se extiende igualmente de norte a sur del área, de +26,9mGal. Con estos valores se tiene el rango de anomalía de 11,98 mGal, y la incertidumbre que se considera es $\sigma_d = 2\%$ Rango = 0,239 mGal.

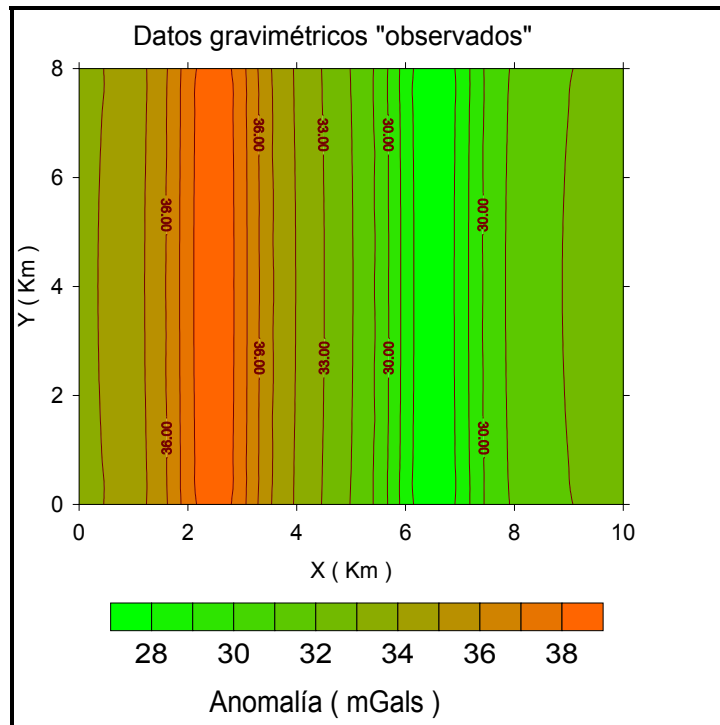


Figura 4.6. Mapa de anomalías de gravedad “observada”, con intervalo de contornos de 1 mGal. La ubicación del primer dike está en $x = 2.5$ km y el segundo en $x = 6.5$ km.

Luego se procede a la descripción de los parámetros del modelo *a priori*, indicando los valores medios y los rangos de continuidad espacial utilizados en la prueba.

- Densidad media para el litotipo de la capa superior: $\rho_{L1} = 2,7 \text{ g/cm}^3$, con una desviación standard de $\sigma_{L1} = 0,2 \text{ g/cm}^3$.
- Densidad media para el litotipo de la capa inferior: $\rho_{L2} = 3,1 \text{ g/cm}^3$, con una desviación standard de $\sigma_{L2} = 0,1 \text{ g/cm}^3$.
- Valor promedio y constante de la profundidad de la interface en el modelo *a priori*: 2.6 km, con una desviación standard de $\sigma_z = 5.10^{-3}$ km.

En cuanto a los rangos de continuidad o de covarianza para los parámetros del modelo: Para la densidad de masa en ambas capas se consideró 1 km en x , 2 km en y , 2 km en z , de este modo se tiene un modelo anisótropo en la propiedad física. Por otro lado a la profundidad de la interface entre las dos capas se le asigna una continuidad espacial de 1 km en x , 1 km en y .

Se procede a la inversión y en un ciclo de 5 iteraciones se obtiene lo siguiente:

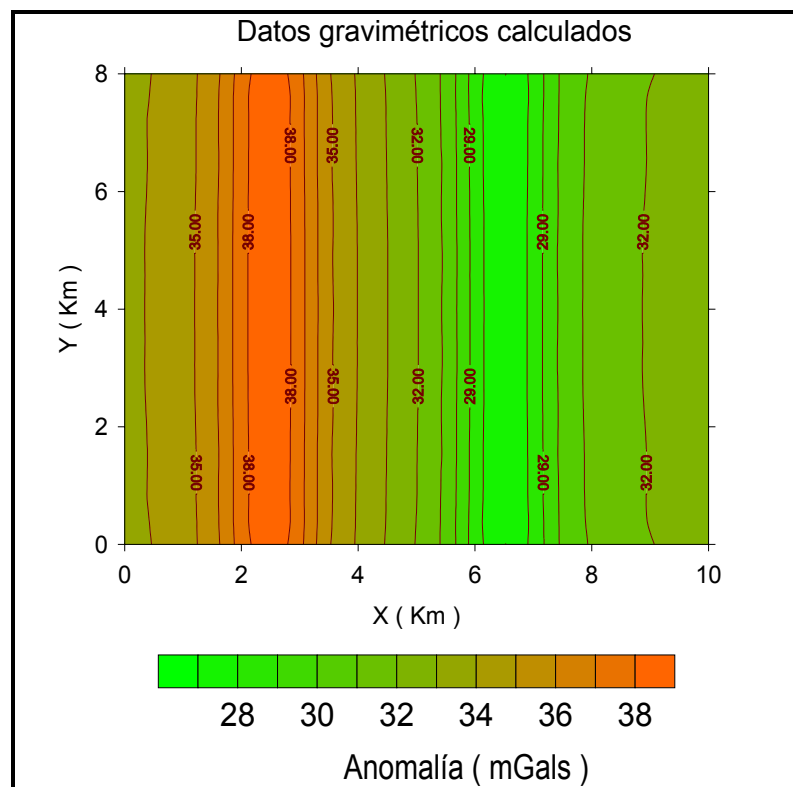


Figura 4.7. Mapa de anomalía gravimétrica calculada, con intervalo de contornos de 1 mGal.

La Figura 4.7. presenta la respuesta gravimétrica a partir del modelo estimado, destacando una similitud con la respuesta “observada”, *i.e.*, el máximo gravimétrico localizado en $x = 2,5$ km con un valor aproximado de 39 mGal, así como el mínimo en $x = 6,5$ km con un valor cercano a 26 mGal . Esto es confirmado en un perfil de

anomalía gravimétrica a nivel de $y = 3,5$ km y el consecuente gráfico de residuos en datos (Figura 4.8). Se observa que la anomalía calculada reporta o indica la presencia principalmente de dos cuerpos litológicos con notorio contraste de densidad respecto del medio circundante.

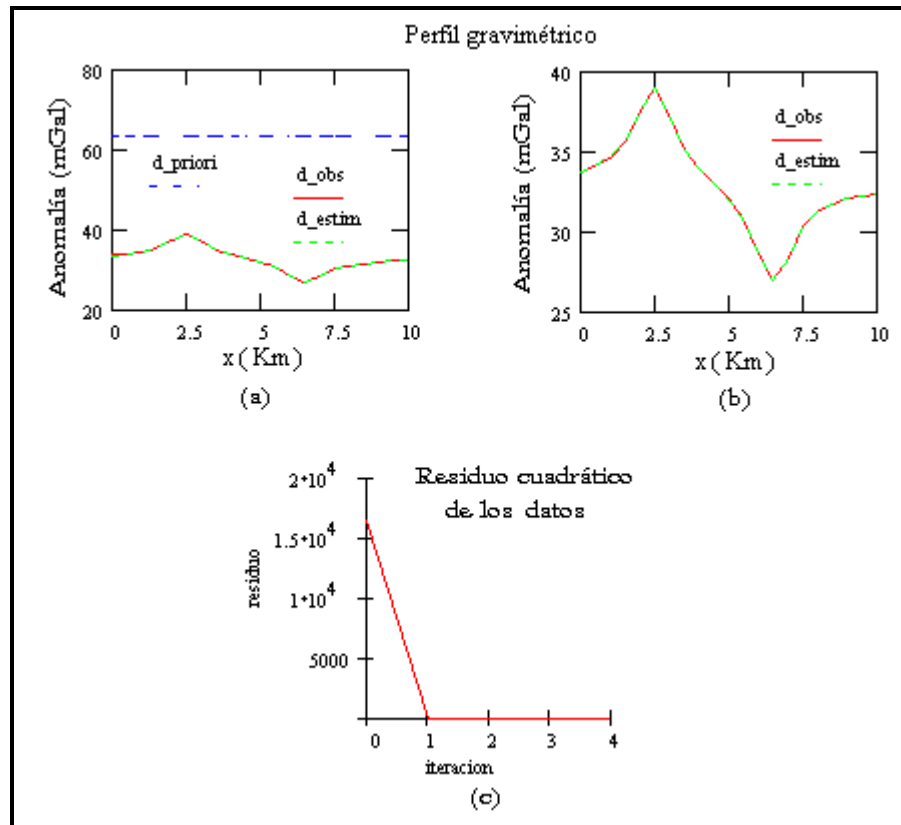


Figura 4.8. (a) Perfiles gravimétricos en $y = 3.5$ km, a partir de los modelos “verdadero”, a priori y estimado. (b) Una vista más cercana de estos perfiles, pero solo del “verdadero” y estimado. (c) Gráfico del residuo cuadrático que corrobora el ajuste de los datos calculados.

Por otra parte, un corte vertical E-W (Figura 4.9) del volumen estimado de la densidad permite apreciar más detalles de los cuerpos litológicos en forma de diques verticales, además de la configuración establecida para el modelo “verdadero”.

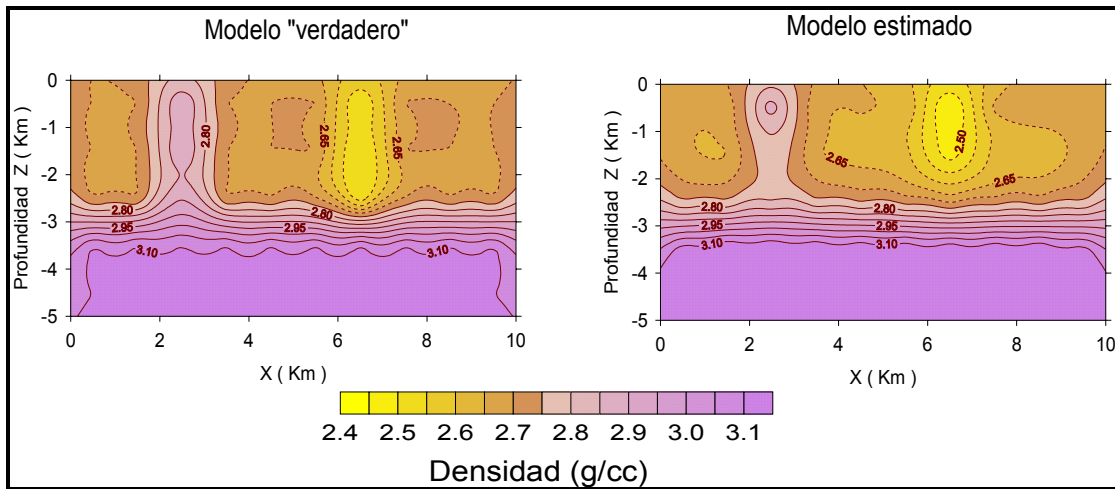


Figura 4.9. Corte vertical de la densidad de masa en direcci3n W-E, en $y = 3,5$ km.

En cuanto a la estimaci3n de la profundidad de la interface la Figura 4.10 presenta un corte vertical del volumen para destacar la configuraci3n considerada en el modelo “verdadero” y el a priori, not3ndose a su vez que el modelo estimado reproduce a 3ste 3ltimo.

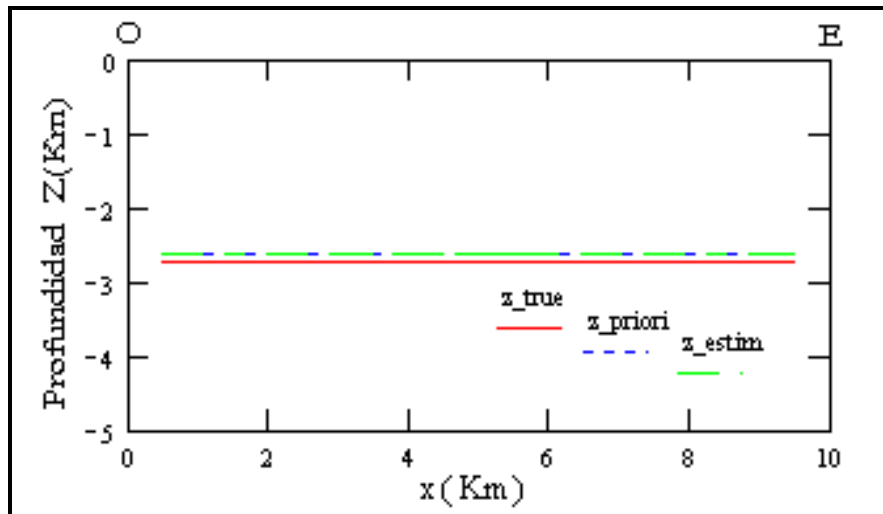


Figura 4.10. Corte vertical W-E del volumen para destacar la interface del modelo “verdadero” a una profundidad de $z = 2,7$ km., del modelo a priori y estimado, estos con igual profundidad. de $z = 2,6$ km.

Con respecto a la convergencia del esquema en el espacio de parámetros del modelo se obtiene una respuesta similar que en el espacio de datos (Figura 4.8. c), indicando la convergencia del algoritmo a una solución que explica los datos y satisface la información a priori (Figura 4.11).

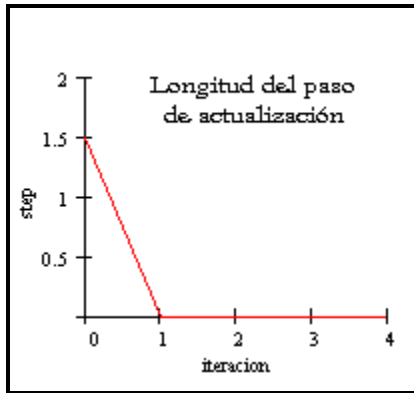


Figura 4.11. Gráfico del paso de actualización del modelo ilustra la convergencia del algoritmo en el espacio de modelos.

CAPÍTULO V

5. APLICACIÓN A DATOS DE CAMPO: CARACTERÍSTICAS DE LA REGIÓN HAMACA, FAJA PETROLÍFERA DEL ORINOCO.

Este capítulo presenta una descripción general del área seleccionada para el estudio. A este fin de selección del área se parte de la información gravimétrica tomando en cuenta las regiones más plausibles de estudiar y además de la información complementaria disponible por parte de la industria.

El área elegida fue la Región Hamaca de la Faja Petrolífera del Orinoco (Figura 5.1), de la que más adelante se mencionan algunas de sus características que condujeron a su elección para este estudio.



Figura 5.1. El área de Hamaca, situada en el extremo sur-central de la Cuenca Oriental de Venezuela.

Tomado de Internet: http://www.pdvsa.com/espanol/explo_orinoco_mapa_es.html

El área de Hamaca forma parte del flanco sur de la Cuenca Oriental de Venezuela y presenta una secuencia sedimentaria que abarca desde el Paleozoico hasta el Reciente, la cual descansa sobre rocas precámbricas representadas por el Complejo Ígneo–Metamórfico de Guayana (Figura 5.2), tal como lo reporta la literatura especializada, entre los que se pueden mencionar FEO-CODECIDO *et al.* (1984), RUSSO & SPEED (1994) y el estudio integrado de PDVSA realizado en 1983, SCHLUMBERGER WEC-Venezuela, 1997.

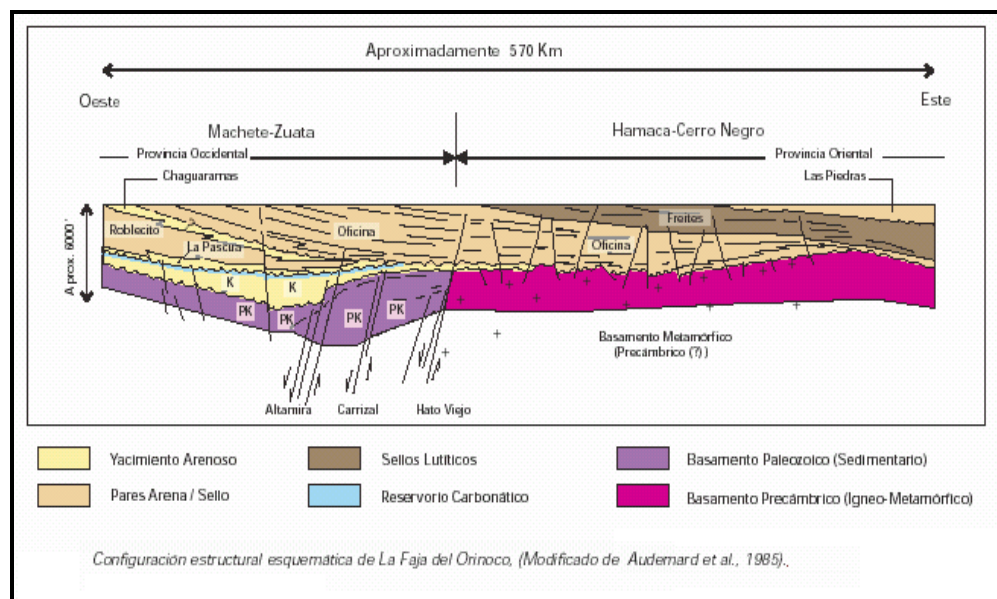


Figura. 5.2. Ilustración de la relativa suavidad del tope de basamento en la Región Hamaca con respecto a la notoria variación del mismo en la Región Machete-Zuata. Tomado de Schlumberger WEC-Venezuela 1997, Evaluación de Pozos.

En las secciones que siguen a continuación se presentan las razones que justifican la selección de esta zona además de la información complementaria empleada para la construcción de un modelo de partida indispensable en el esquema de inversión.

5.1. Datos de gravedad

El mapa de anomalía de Bouguer (Figura 5.3), sugiere la presencia de interesantes estructuras en el subsuelo para aplicar esta metodología, tales como pequeñas cuencas rodeadas de altos estructurales como la que aparece hacia la parte sur-centro del área (recuadro A), entre otras. Se seleccionó una de ellas para tal fin: el área de la región Hamaca, comprendida entre las coordenadas UTM 350.000 - 470.000 Oeste y UTM 880.000 - 980.000 Norte (o equivalentemente en coordenadas geográficas $64^{\circ}21'45''W$ y $63^{\circ}16'35''W$; $7^{\circ}58'N$ y $8^{\circ}52'7''N$ tal como lo presenta la Figura 5.4), debido a que reúne características suficientes para la aplicación, *i.e.*, contraste significativo de densidad entre dos capas y una adecuada cobertura de pozos en la zona.

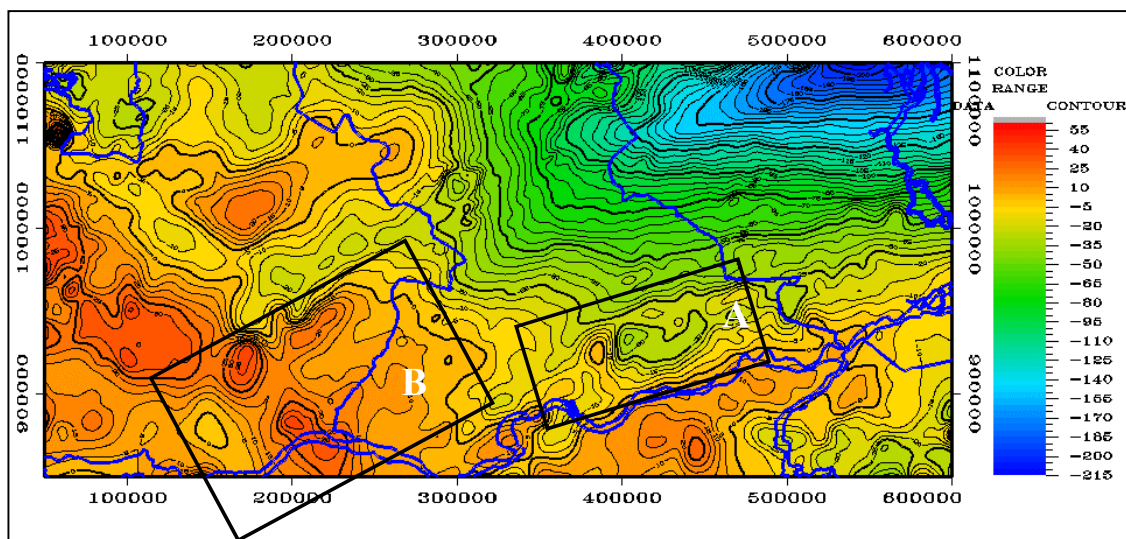


Figura 5.3. Mapa de anomalía de Bouguer de la Faja Petrolífera del Orinoco, mostrando la diversidad estructural de la región. Cortesía del Ing. F. Fernández, Intevep-PDVSA.

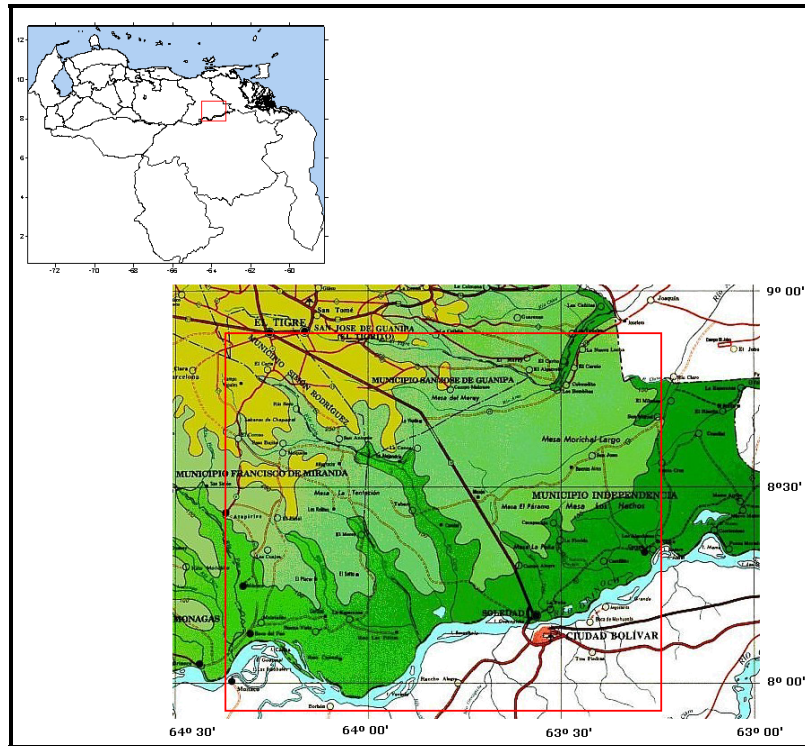


Figura 5.4. Mapa de localización del área de estudio.

Una vista en detalle del área seleccionada nos permite apreciar mejor la presencia de una anomalía importante en la región sur-este del área y un cambio notorio en la parte central.

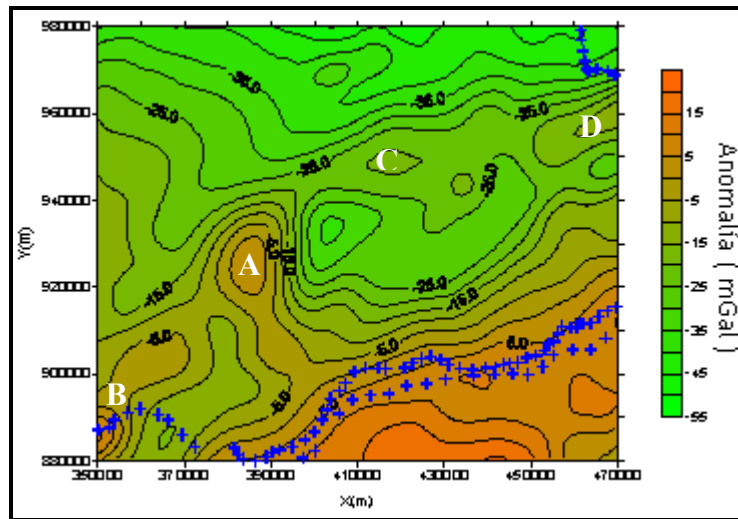


Figura 5.5. Mapa de Anomalía de Bouguer de la Región Hamaca, junto con el río Orinoco hacia el sur del área como límite estatal entre Anzoátegui y Bolívar.

El cambio de los valores de la anomalía, resalta los rasgos estructurales del basamento, indicando que éste se encuentra cercano a la superficie en la región sureste del área de estudio y profundiza en dirección norte. De igual manera, el mapa de Anomalía de Bouguer presenta una tendencia en dirección N50E aproximadamente con algunas anomalías locales que pueden estar vinculadas con irregularidades del basamento o cambios de densidad significativos en el basamento, las cuales se denotan en la Figura 5.5. con la siguiente nomenclatura (A, B, C y D).

Las características fundamentales de la región elegida para el estudio son las siguientes:

- Anomalía gravimétrica irregular, lo cual permite explotar las posibilidades 3D del programa.
- La geología indica que esta anomalía depende en gran medida de una sola discontinuidad mayor en el modelo, *i.e.*, el tope de basamento precámbrico.
- Contraste significativo de densidad entre las dos capas: sedimentos y basamento.
- La cobertura de la región, en cuanto a pozos, es la apropiada por contener información de los dos estratos principales considerados en el modelo.

Para la inversión gravimétrica en esta región de la Faja se empleó la anomalía de Bouguer y no la residual, como es lo acostumbrado en las estimaciones de profundidad de cuerpos someros, debido a que se supone que la mayor parte de la anomalía gravimétrica corresponde a los efectos superficiales de la geometría del basamento y los sedimentos; y que la discontinuidad de Moho es de suave topografía porque está lejos del “slab” continental y cerca de un cratón precámbrico (RUSSO & SPEED, 1994). Además, el haber seleccionado la anomalía de Bouguer en lugar de la residual se puede justificar por el hecho de que interesa preservar en los datos la componente de larga longitud de onda que se explica por la profundización progresiva de la cuenca hacia oriente, y no debe interpretarse como el incremento de la profundidad de Moho.

Una vez seleccionada el área de estudio, se procedió a la búsqueda de información petrofísica, proveniente de registros de pozos, la cual es necesaria para la construcción del modelo *a priori* de los parámetros de densidad de masa y profundidad del tope de basamento.

5.2. Información de Pozos

El criterio asumido para considerar un registro de pozo ubicado en la región de estudio, fue que exhibiera los valores medidos de densidad en pozo, para las dos capas consideradas (Figura 5.6), y que se pudieran validar con reportes publicados. El grupo final de pozos escogido (Tabla 5.1. y Figura 5.7) fue el resultado de la exhaustiva búsqueda de esta información de registros de densidad en formato digital, junto con otros tipos de curvas que permitieran calificar la confiabilidad de esos datos.

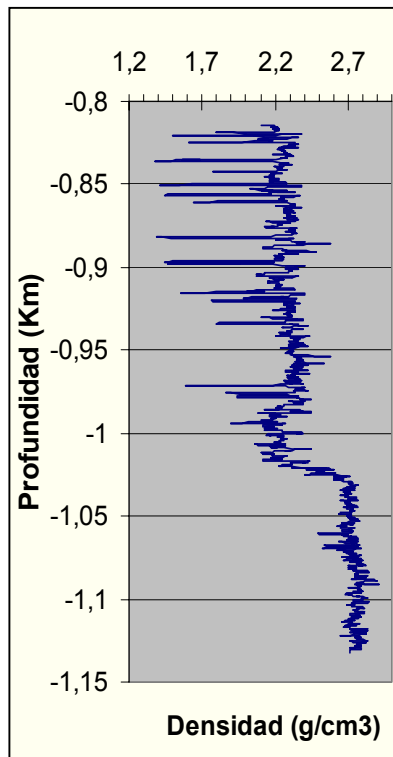


Figura 5.6. Un registro de pozo, utilizado para este estudio, ilustrando información de densidad de dos estratos.

5.2.1. Recolección de la información de pozos.

La información final de los registros de densidad se obtuvo de la base de datos de Geoquest en PDVSA - Chuao, en conjunto con otros registros en formato digital como: gamma ray, caliper, los cuales permiten validar la calidad de las lecturas de densidad.

A continuación se presenta la lista de los 21 pozos (Tabla 5.1.) empleados en este ejercicio de inversión, en formato digital,

Tabla 5.1. Lista de los pozos junto con la profundidad reportada del tope del basamento en km, Vol. IV del Estudio Integrado de PDVSA en 1983.

NOMBRE POZO	Profundidad reportada(km)
Pozo-1	0,8220456
Pozo-2	0,8388096
Pozo-3	1,047204408
Pozo-4	1,079796672
Pozo-5	0,5716524
Pozo-6	0,63956184
Pozo-7	0,853555824
Pozo-8	0,6136386
Pozo-9	0,65772792
Pozo-10	0,710555856
Pozo-11	0,417566856
Pozo-12	0,4681728
Pozo-13	0,3928872
Pozo-14	0,42704004
Pozo-15	0,576136008
Pozo-16	0,513575808
Pozo-17	0,396435072
Pozo-18	0,602806008
Pozo-19	0,307384704
Pozo-20	0,30949392
Pozo-21	0,299490384

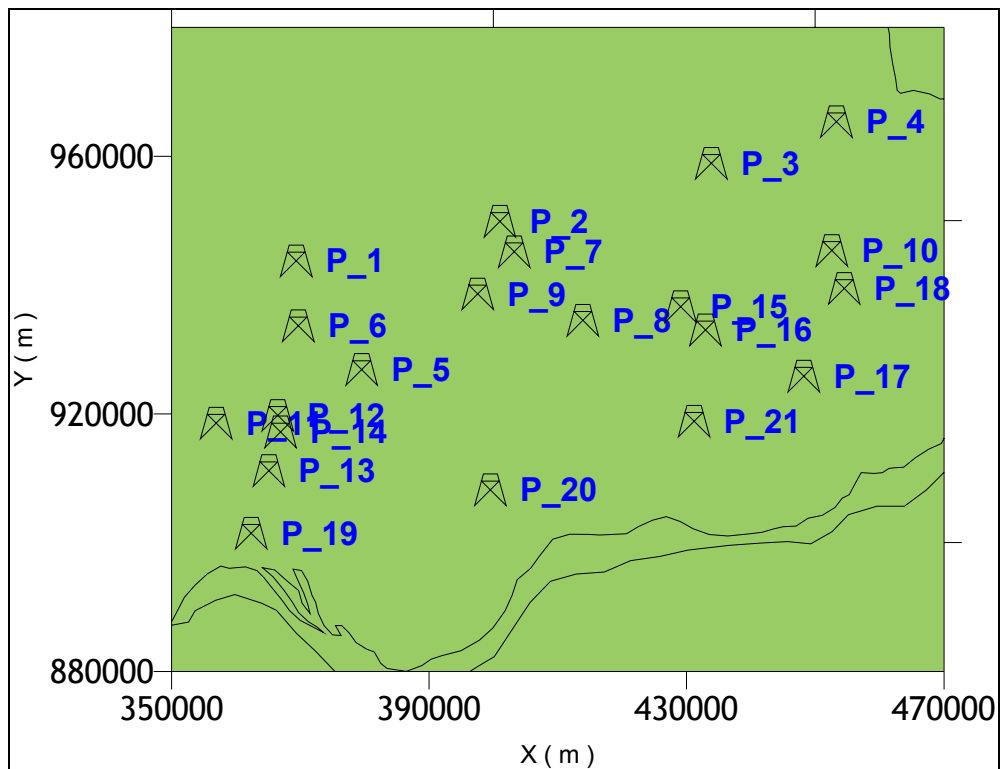


Figura 5.7. Ubicación de los pozos utilizados en este estudio.

5.2.2. Corrección y validación de los datos.

La corrección y validación de la información de los registros de densidad en pozos, en formato digital, se llevó a cabo en estaciones de trabajo, bajo la asesoría de especialistas en Petrofísica de PDVSA (Cantisano, 2002. com. pers.).

Una vez corregidas las lecturas anómalas de los registros se procedió a comparar la profundidad reportada del tope de basamento (PDVSA, 1983), con la profundidad que se puede interpretar de los registros en formato digital. Esta tarea fue realizada bajo la asesoría de especialistas en interpretación de registros (Bejarano, 2002. com. pers.) y Sedimentología (Santiago, 2002. com. pers) en conjunto con material impreso tal como el publicado por SCHLUMBERGER (1987).

Tabla 5.2. Lista de pozos con las profundidades reportadas en PDVSA (1983) y las que aparecen en los registros de densidad de pozo.

NOMBRE POZO	Profundidad reportada(km)	Profundidad en registros(km)
Pozo-1	0,8220456	
Pozo-2	0,8388096	0,8353044
Pozo-3	1,047204408	1,04525064
Pozo-4	1,079796672	1,0852404
Pozo-5	0,5716524	0,5702808
Pozo-6	0,63956184	
Pozo-7	0,853555824	0,8532876
Pozo-8	0,6136386	0,6056376
Pozo-9	0,65772792	0,6539484
Pozo-10	0,710555856	0,7123176
Pozo-11	0,417566856	0,40678608
Pozo-12	0,4681728	0,4706112
Pozo-13	0,3928872	0,3915156
Pozo-14	0,42704004	0,4216908
Pozo-15	0,576136008	0,57912
Pozo-16	0,513575808	
Pozo-17	0,396435072	0,3968496
Pozo-18	0,602806008	0,6108192
Pozo-19	0,307384704	
Pozo-20	0,30949392	0,3081528
Pozo-21	0,299490384	0,2936748

La Tabla 5.2. permite comprobar que la información de los registros de pozos en formato digital es consistente con la publicada oficialmente, lo cual es corroborado en el gráfico cruzado de profundidades en la Figura 5.8. Una observación sobre la Tabla 5.2: faltan algunos valores de profundidad de basamento según el registro, y eso se debe a que la información suministrada de densidad fue incompleta. Sin embargo, como existe información publicada sobre todos estos pozos se consideró emplear los datos de los registros de pozos, incluso de aquellos que están incompletos.

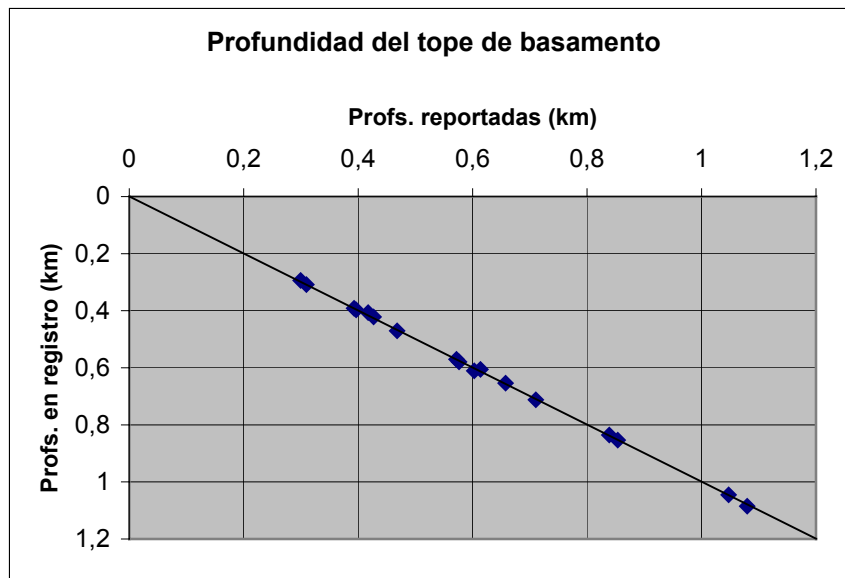


Figura 5.8. Gráfico cruzado de profundidades reportadas.

Otra forma de ver la información de profundidad al tope de basamento (Figura 5.9.) permite comparar sus valores y ver cual pozo es más profundo y que valor alcanzó. Se puede apreciar además que la máxima profundidad reportada por el grupo de pozos reunido no supera los 1,5 km.

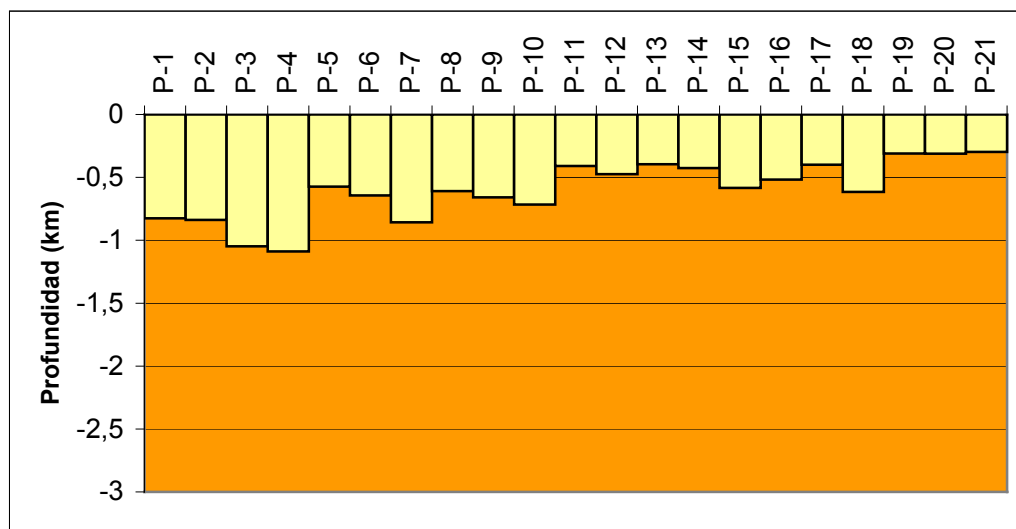


Figura 5.9. Vista comparativa de profundidades del grupo total de pozos.

5.2.3. Análisis estadístico de la información de pozos.

Una vez corregida y validada toda esta información de pozos, *i.e.*, densidad de masa vs profundidad, se procedió a caracterizarla estadísticamente, a fin de establecer los parámetros que la describen. Tales parámetros son la media y la desviación standard.

a. Histogramas en la escala de muestreo de pozo.

En la Figura 5.10. se presentan los histogramas a partir de la información de todos los pozos y por litologías. Se calculan los parámetros estadísticos: media y desviación standard.

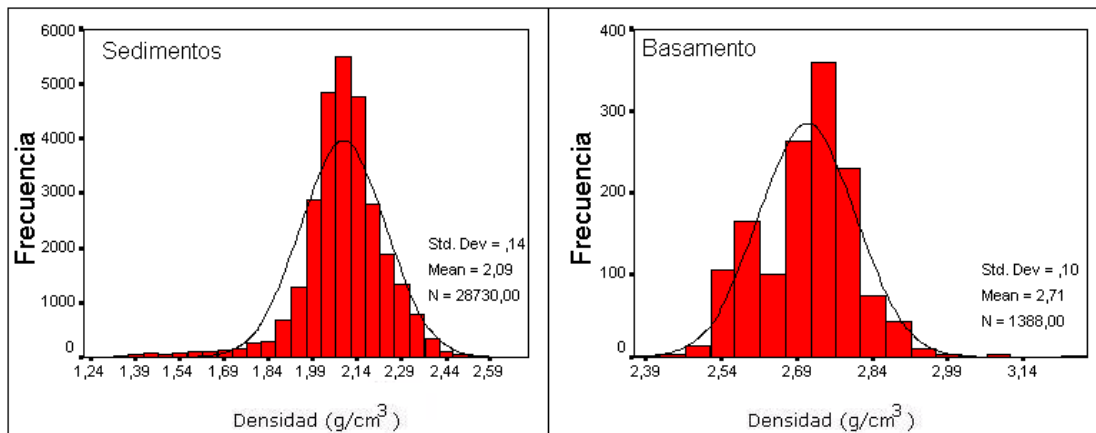


Figura 5.10. Histogramas con todos los pozos en la escala original, para cada litología.

A partir de los histogramas de densidad de masa anteriores se puede apreciar que la propiedad para los sedimentos alcanza un valor medio de 2,09 g/cm³ con una desviación estándar de 0,14 g/cm³, mientras que para basamento se obtiene un valor medio de 2,71 g/cm³ y una desviación standard de 0,1 g/cm³.

b. Histogramas en la escala del modelo.

Debido a que la escala original del registro de pozo es muy pequeña en comparación con la escala en profundidad del modelo conlleva a la realización de un cambio de escala, lo cual se conoce en la literatura especializada como cambio de soporte (ISAAKS & SRIVASTAVA, 1989).

El proceso de suavizado consistió en tomar la información original de los registros de pozos (Figura 5.11), en formato digital, y hacer promedios por ventanas, de tamaño equivalente a la escala del modelo en dirección vertical. La escala del modelo en cuanto a profundidad fue de 500 m, con lo cual se hicieron promedios por ventanas de esa misma longitud sobre todos y cada uno de los 21 registros de pozos. Tales promedios se efectuaron separando las dos capas por el valor conocido de profundidad del tope de la segunda. Luego se hicieron los histogramas globales por litología con todos los pozos y la Figura 5.11. ilustra el paso de una escala a la otra:

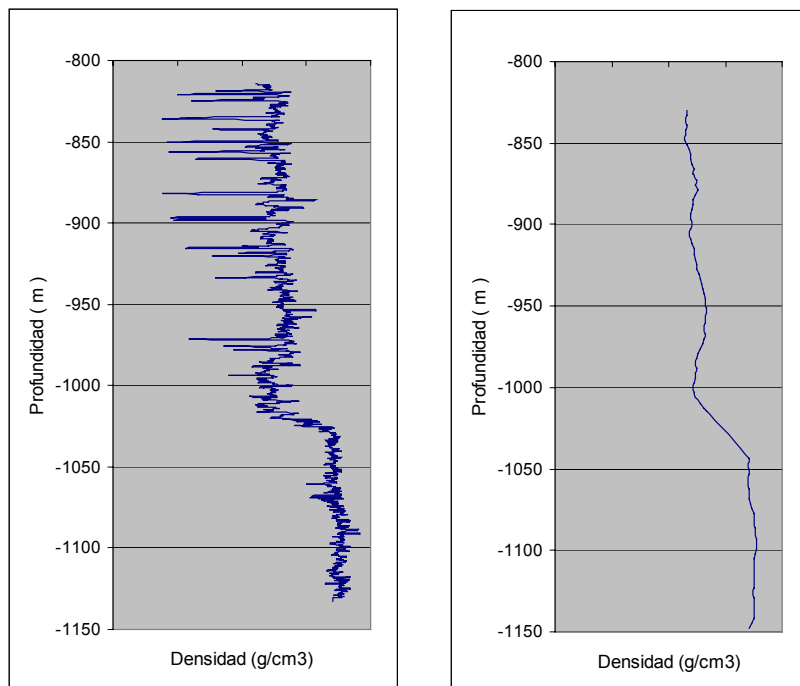


Figura 5.11. Registro en su escala original y luego suavizado según la escala del modelo.

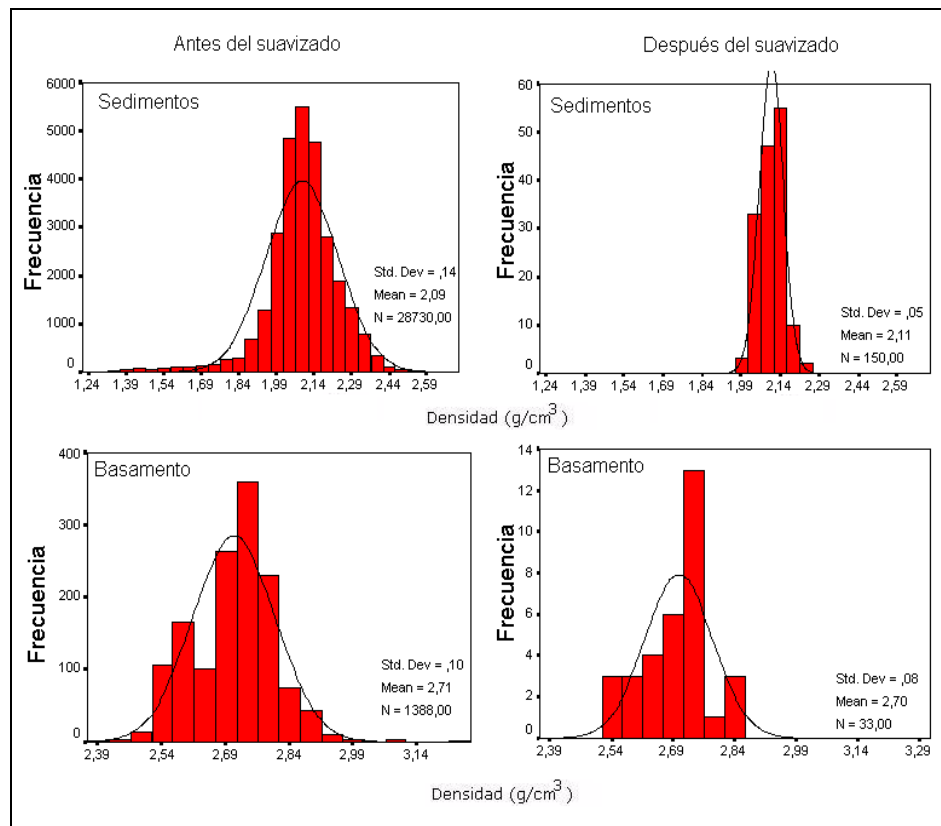


Figura 5.12. Histogramas que muestran el cambio de escala.

De acuerdo a la Figura 5.12. se observan los valores medios y desviaciones standard respectivas para las dos capas: 2,11 g/cm³ y 0,05 g/cm³ para los sedimentos; 2,7 g/cm³ y 0,08 g/cm³ para el basamento.

CAPÍTULO VI

6. RESULTADOS

En este capítulo se presentan los principales resultados de la inversión geoestadística de los datos gravimétricos de campo de la Región Hamaca. Como se dijo en capítulos anteriores el esquema requiere la elaboración de un modelo previo de los parámetros que se quieren estimar, después de lo cual se especifican las inversiones a realizar.

6.1 Construcción del modelo *a priori*: aspectos generales.

Para la elaboración del modelo *a priori* se utilizó la información de los registros de densidad de pozos (ver Tabla 5.2), previamente caracterizada estadísticamente y adaptada a la escala del modelo (Figura 5.10). En primer lugar, el modelo *a priori* tridimensional para densidades se construyó a partir de los valores reportados en los registros de pozo, asignando incertidumbre mínima a aquellos elementos de volumen del modelo atravesados por los pozos y máxima incertidumbre a los elementos no atravesados por pozos. En segundo lugar, el modelo *a priori* de la interface o tope de basamento se elaboró tomando la información de profundidad al tope de esta segunda capa, reportada en los pozos y de igual forma se asignó una pequeña incertidumbre a los parámetros de profundidad de la interface del modelo cerca de los pozos y máxima en los elementos alejados de los pozos. De esta forma se garantiza que estos “datos duros” sean respetados en la estimación, cualidad propia de la inversión geoestadística. La importancia de “amarrar” o fijar ciertos parámetros del modelo con datos de pozos estriba en el hecho de poder emplearlos como referencia para la predicción de los valores circundantes.

6.2. Inversión geoestadística de los datos gravimétricos para el área Hamaca.

Se realizó una secuencia de inversiones de los datos gravimétricos en las que se incorporó progresivamente más información en el modelo *a priori*. En todos los casos se utilizó la información de los 21 pozos disponibles en el área para caracterizar la media y la desviación tipo de la densidad. Adicionalmente, nuestro modelo estadístico permite restringir la profundidad de basamento y la densidad de manera exacta a las observadas en los registros de pozo. Los cuatro casos de inversión se enumeran a continuación,

- 1) Estadística global. El modelo *a priori* es constante en sus parámetros. Las densidades de la capa sedimentaria, la capa de basamento y la profundidad al basamento corresponden a los valores promedio de los datos de pozos. En este caso no se restringe la profundidad del basamento a las profundidades para satisfacer localmente la información de pozos.
- 2) Estadística local con pocos pozos. Además de satisfacer la estadística global para densidades el modelo estadístico honra la información de tres pozos en el área.
- 3) Estadística local con la mitad de pozos. Es similar al caso anterior pero ahora se utilizan diez pozos para elaborar un modelo *a priori* tridimensional del área.
- 4) Estadística local con todos los pozos. El resultado satisface simultáneamente la información gravimétrica y las observaciones de los 21 pozos disponibles en el área.

6.2.1 Inversión gravimétrica con estadística global.

El modelo *a priori* para esta primera prueba tiene una media constante, tanto para los parámetros de densidad de masa de las dos capas como para los parámetros de profundidad al tope de basamento, tal como se representa en la Figura 6.1, con desviación de la media descritas en la Tabla 6.1. Los valores asignados a los dos tipos de parámetros definidos en el modelo se tomaron del análisis estadístico global de la información reportada en los registros de los 21 pozos (ver Figura 5.11), *i.e.*, los valores promedio de cada tipo de parámetro.

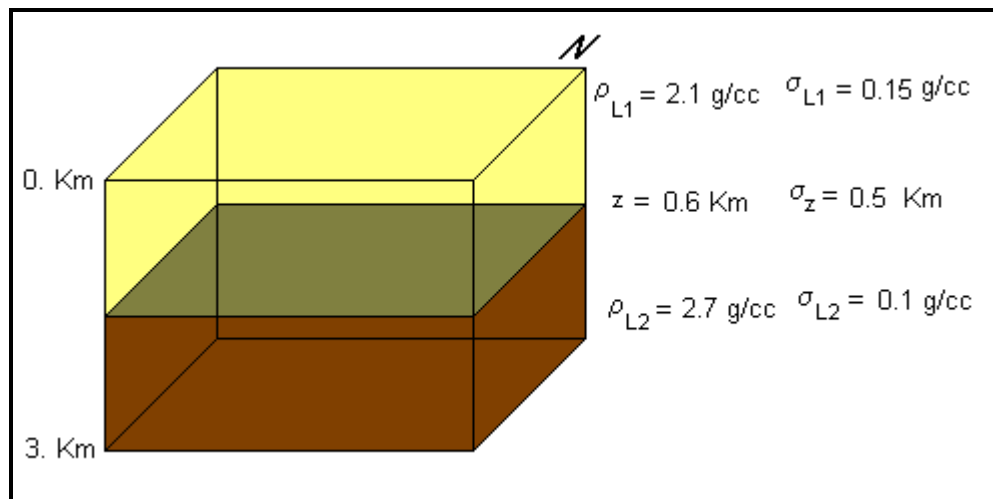


Figura 6.1. Representación del modelo *a priori*, con los valores promedio para los parámetros de densidad de masa de la capa superior e inferior y parámetro de profundidad de la interface.

En la Tabla 6.1. se indican los valores asignados a la densidad de masa de las capas y la profundidad de la interface plana en el modelo *a priori*, así como los rangos de continuidad espacial o de covarianza, que para este caso se tomaron iguales en las direcciones x y y mediante lo cual se establece un modelo isotrópico en el plano horizontal, para ambos tipos de parámetros. Sin embargo, en dirección vertical se tomó un rango mucho menor para permitir mayor variabilidad vertical de la densidad.

Tabla 6.1. Parámetros utilizados en esta primera inversión.

Prueba 1: Sin pozos	Parámetros Geoestadísticos			
		Valor Medio	Desv. Standard	Rangos Continuidad
Parámetros físicos del modelo	Densidad Capa superior	$\bar{\rho}_{L1} = 2.1 \text{ g/cm}^3$	$\sigma_{L1} = 0.15 \text{ g/cm}^3$	ax1 = 15 km ay1 = 15 km az1 = 1 km
	Densidad Capa inferior	$\bar{\rho}_{L2} = 2.7 \text{ g/cm}^3$	$\sigma_{L2} = 0.1 \text{ g/cm}^3$	ax2 = 15 km ay2 = 15 km az2 = 1 km
	Profundidad de Interface	$\bar{z} = 0.6 \text{ km}$	$\sigma_z = 0.5 \text{ km}$	axp = 40 km ayp = 40 km

Con estos valores se procede a la simulación o cálculo del campo gravimétrico a partir de este modelo *a priori*, el cual será el modelo estimado de partida en el conjunto de los que se obtienen en el ciclo iterativo. Debido a la configuración plana y horizontal de la interface se obtiene el campo de gravedad constante representado en la Figura 6.2.

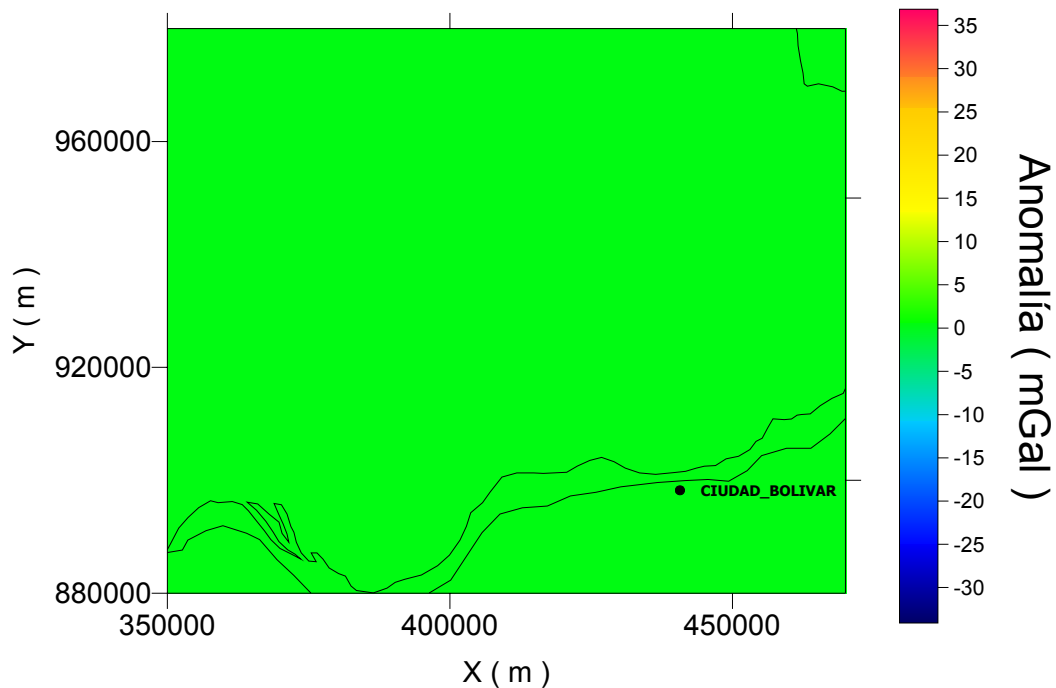


Figura 6.2. Mapa de anomalías gravimétricas calculadas a partir del modelo *a priori*.

En esta inversión los datos gravimétricos consistieron en la Anomalia de Bouguer, digitizada a una malla regular.

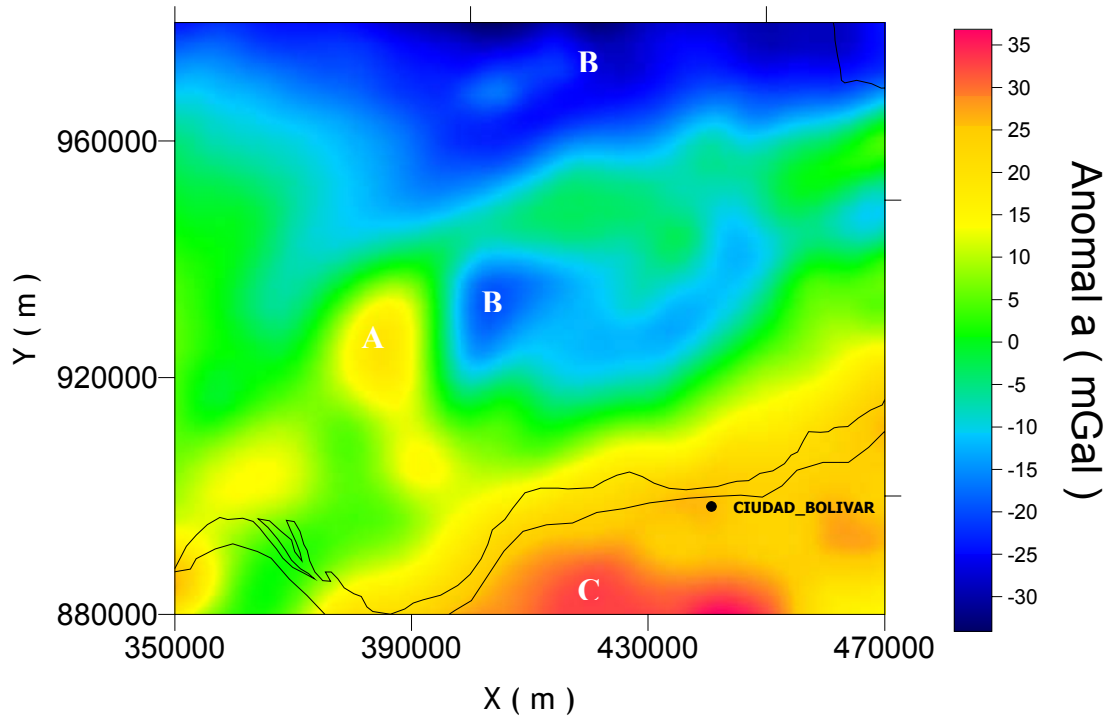


Figura 6.3. Mapa de Anomalías de Bouguer observadas, con estaciones regularmente espaciadas.

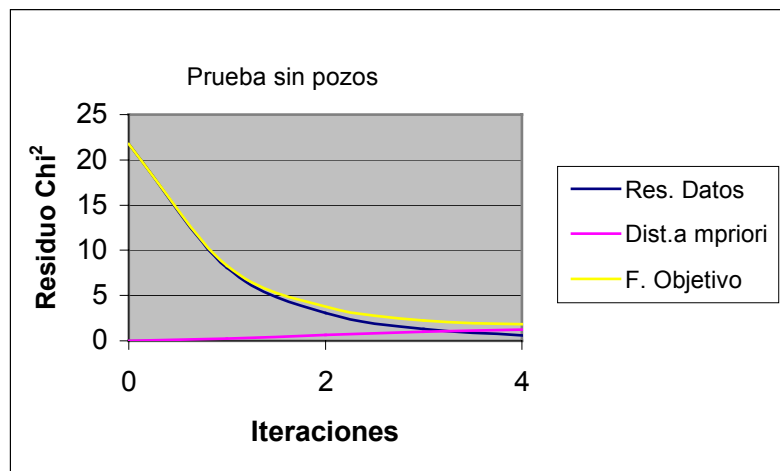


Figura 6.4. Gráfico de progreso en el ajuste de los datos, distancia al modelo priori y la función objetivo que da cuenta del espacio conjunto datos y modelo.

La Figura 6.4. nos indica la convergencia en el ajuste de los datos, el ajuste del modelo estadístico y la reducción de la función objetivo. Con respecto a la primera curva, ajuste en datos, se observa en el gráfico que tiende a uno a medida que avanzan las iteraciones. La segunda curva da cuenta de la creciente separación del modelo estimado del modelo previo, empezando desde cero por haberse tomado al modelo *a priori* como el modelo inicial en la secuencia de modelos estimados. Finalmente la tercera curva, representando a la función objetivo, es la suma de estas dos anteriores refiriéndose al espacio conjunto datos y modelo, con un comportamiento similar al del ajuste de datos.

Las dos primeras funciones se calcularon usando el criterio de Chi-cuadrado, *i.e.*, para el caso de los datos se divide el residuo entre la desviación standard y luego entre el número de observaciones. Similarmente para los parámetros del modelo en cuanto a densidad de una u otra capa se divide la diferencia entre el modelo estimado y el modelo *a priori* entre la desviación standard respectiva y luego entre el número de parámetros correspondientes a cada litología, y análogamente para los parámetros de profundidad de la interface.

Como se puede observar en las Figuras 6.3. y 6.5. el programa hace en general un buen ajuste de los datos. La incertidumbre o error asignado para la inversión a los datos fue de 5% del rango total de anomalía en el área, *i.e.*, $0.05 \times 71.1 \text{ mGal} = 3.555 \text{ mGal}$. En el mapa de anomalías calculadas se observan varias regiones de mínimos, una hacia la parte norte del área, aunque con pérdida de resolución y otra hacia el centro con la misma forma y tendencia leve N30E la cual se nota en el mapa de anomalías observadas. Similarmente, se observa una zona de máximo gravimétrico ubicado hacia el sur del río Orinoco.

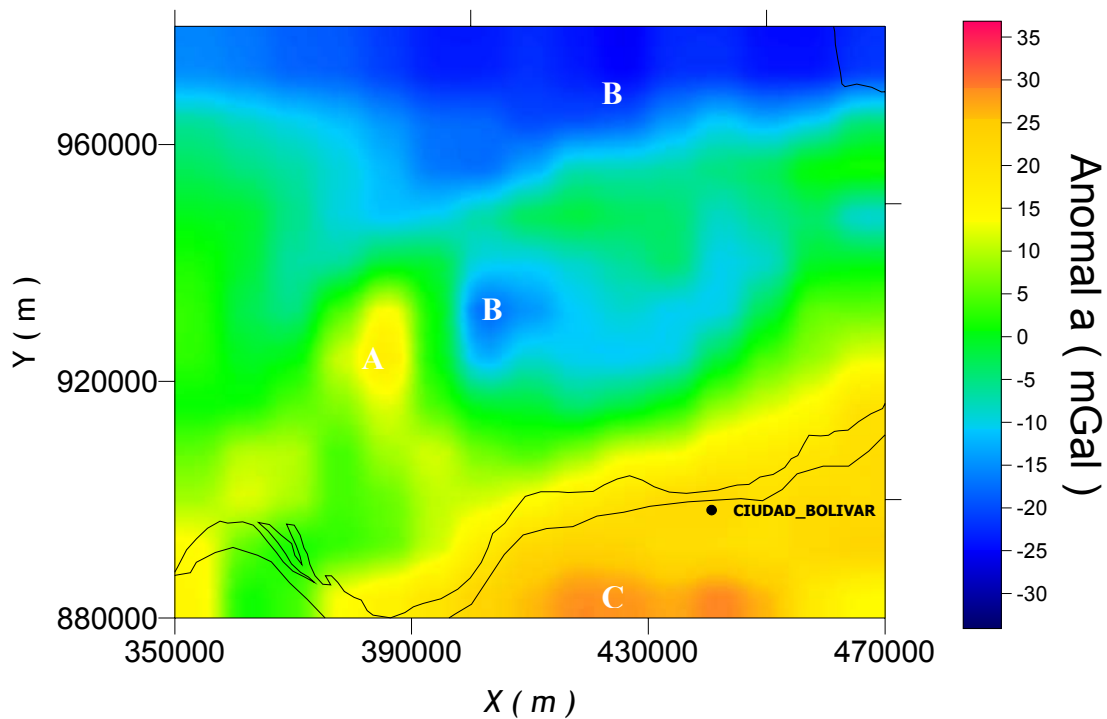


Figura 6.5. Mapa de anomalías calculadas a partir del modelo estimado.

En el mapa estimado del tope de basamento de la Figura 6.6. se observan importantes detalles. Uno de ellos se refiere a la configuración similar que presenta con respecto a la exhibida por el mapa de anomalías gravimétricas observadas, lo cual se explica debido a que en esta inversión el basamento se ajusta libremente para explicar la información de gravedad, sin restricción en las localidades de los pozos. De ese modo la estimación produce un modelo de interface que explica las anomalías gravimétricas. Las profundidades estimadas de la interface fluctúan entre aproximadamente 0 km hacia la región sur del área y siendo bordeada por el río Orinoco que corresponde al afloramiento del basamento precámbrico y 1,8 km hacia la región norte del área, la cual es consistente con la profundización del basamento hacia la cuenca o mayor cobertura sedimentaria. Con estos valores se obtiene un rango aproximado de profundidad de 1,8 km.

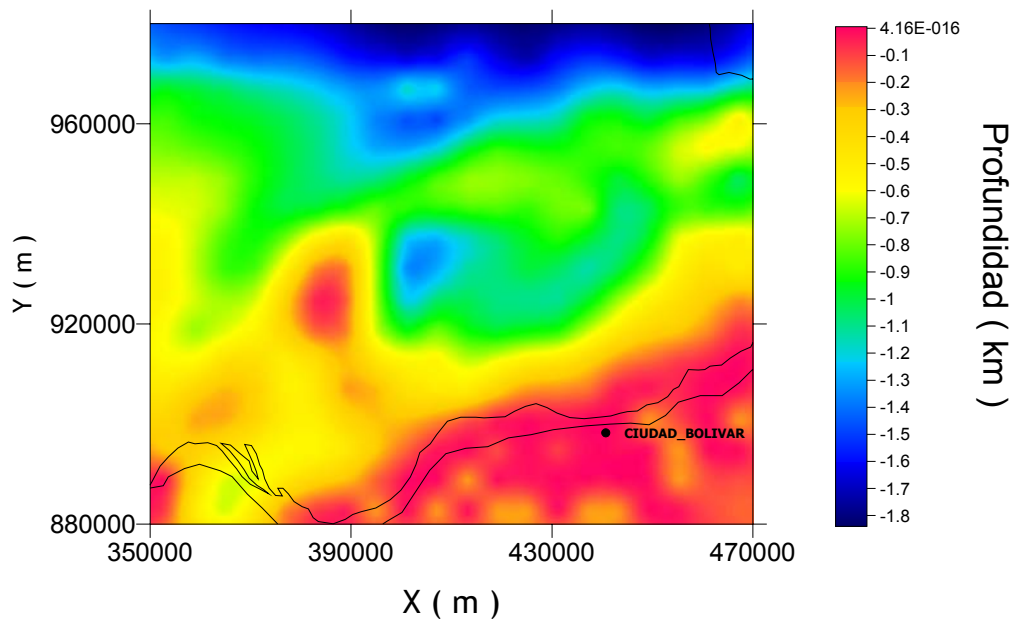


Figura 6.6. Mapa estimado de basamento.

En la Figura 6.7. se comparan los valores predichos por la inversión para la profundidad de basamento con los registrados en pozos y se observa una dispersión en la nube de puntos que correlaciona un tipo de profundidades respecto de la otra, con un error RMS (raíz cuadrada del promedio de los cuadrados de las diferencias) de 272 m.

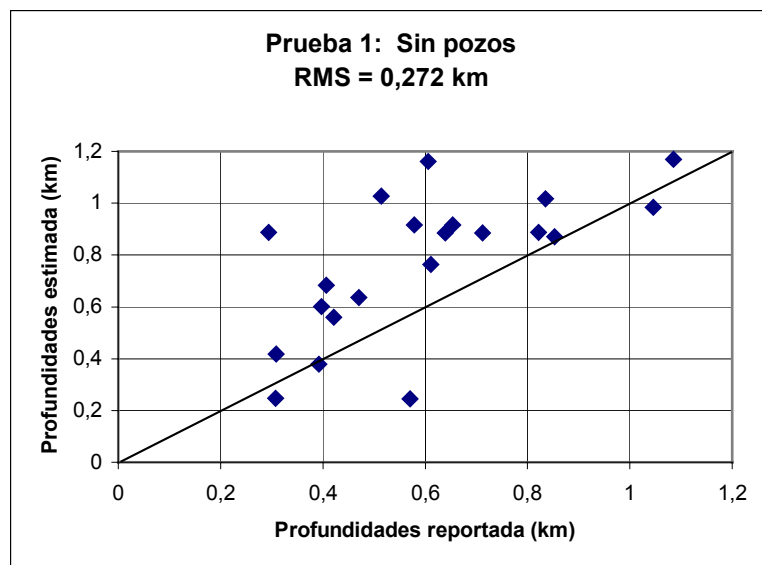


Figura 6.7. Gráfico cruzado de profundidades.

Sin embargo, se debe destacar que la inversión geoestadística de los datos gravimétricos ha estimado rasgos estructurales de importancia en la zona de estudio (ver Figura 6.6) tales como la tendencia del Basamento a ser somero al margen sur-este del río Orinoco e ir progresivamente profundizándose hacia el norte. Es decir, la tendencia regional está muy bien dibujada por los resultados de la inversión (ver Figura 6.6). Si se divide el error RMS entre el rango de profundidades del modelo (1,8 km) se tiene un error relativo de $0,272/1,8 \approx 15\%$ del rango total del parámetro de profundidad, lo cual es una buena estimación.

Es obvio que la estimación de la profundidad del basamento por inversión de datos gravimétricos está afectada por un error de predicción, por las distintas fuentes de incertidumbre asociadas a este problema inverso:

1. La respuesta gravimétrica del modelo es el resultado de una combinación entre variación de la profundidad del basamento y de la densidad subyacente y suprayacente.
2. Los datos observados están sujetos a un error de observación.
3. El problema inverso gravimétrico no es único, distintos modelos pueden explicar los datos.

6.2.2 Inversión gravimétrica con estadística local parcial.

Para las inversiones que siguen a continuación se dividió el grupo total de pozos en dos subgrupos, A y B. El grupo A se utilizó en la inversión mientras que el B se usó como grupo ciego, a fin de comparar sus valores con los obtenidos por la estimación. Se construye el modelo *a priori* de los parámetros físicos con la información contenida en el grupo A de pozos, previo análisis estadístico que permita obtener los rasgos geoestadísticos que la caracterizan.

Para este segundo ejercicio de inversión se tomaron 3 pozos como el grupo A y los 18 pozos restantes como grupo B. El modelo *a priori* de densidad de masa y la

profundidad al tope de basamento, contiene la información del grupo A, esto lo convierte en un modelo tridimensional más heterogéneo que el considerado en la prueba anterior. La Figura 6.8. ilustra esta característica,

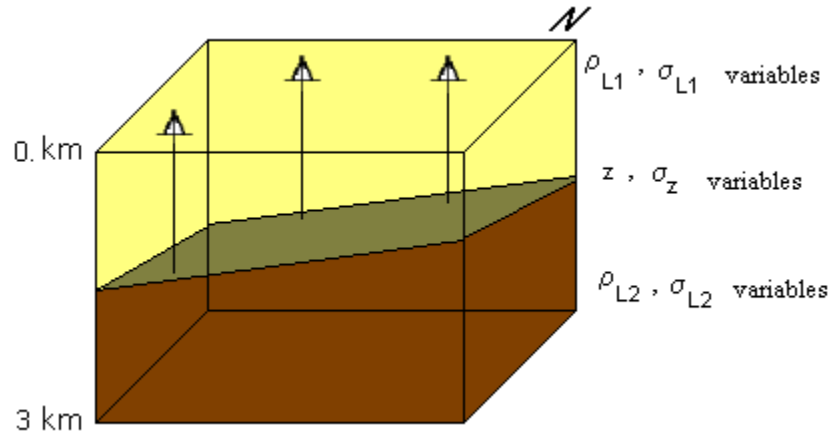


Figura 6.8. Representación del modelo *a priori*, para el caso de estadísticas locales usando una parte del grupo de pozos.

Se utiliza una similar variabilidad de la densidad en ambas capas, a través de los valores de la incertidumbre o desviación standard y los rangos de continuidad espacial para la propiedad física de cada capa (Tabla 6.2.), asignándose una mínima incertidumbre en aquellos elementos del modelo con datos de pozo. De igual modo, para los parámetros de profundidad de la interface se asigna una pequeña incertidumbre en los puntos o elementos del modelo con datos de pozos y máxima incertidumbre en el resto del modelo.

Cabe enfatizar que la asignación de la mínima incertidumbre a un parámetro del modelo depende de si es atravesado por uno de los tres pozos, lo cual está también determinado por el tamaño del elemento prismático. Para todas las pruebas se utilizó un tamaño de elemento de 8 km x 8 km x 0,5 km.

Tabla 6.2. Descripción geoestadística de los parámetros del modelo.

Prueba 2: Con 3 pozos		Parámetros Geoestadísticos		
		Valor Medio	Desv. Standard	Rangos Continuidad
Parámetros físicos del modelo	Densidad Capa superior	$\bar{\rho}_{L1} = \text{Variable g/cm}^3$	$\sigma_{L1} = \begin{cases} 0.0001 \text{ g/cm}^3 & \text{cerca} \\ 0.1 \text{ g/cm}^3 & \text{lejos} \end{cases}$	ax1 = 15 km ay1 = 15 km az1 = 1 km
	Densidad Capa inferior	$\bar{\rho}_{L2} = \text{Variable g/cm}^3$	$\sigma_{L2} = \begin{cases} 0.0001 \text{ g/cm}^3 & \text{cerca} \\ 0.1 \text{ g/cm}^3 & \text{lejos} \end{cases}$	ax2 = 15 km ay2 = 15 km az2 = 1 km
	Profundidad de Interface	$\bar{z} = \text{Plano Inclinado km}$	$\sigma_z = \begin{cases} 0.001 \text{ km} & \text{cerca} \\ 0.5 \text{ km} & \text{lejos} \end{cases}$	axp = 30 km ayp = 30 km

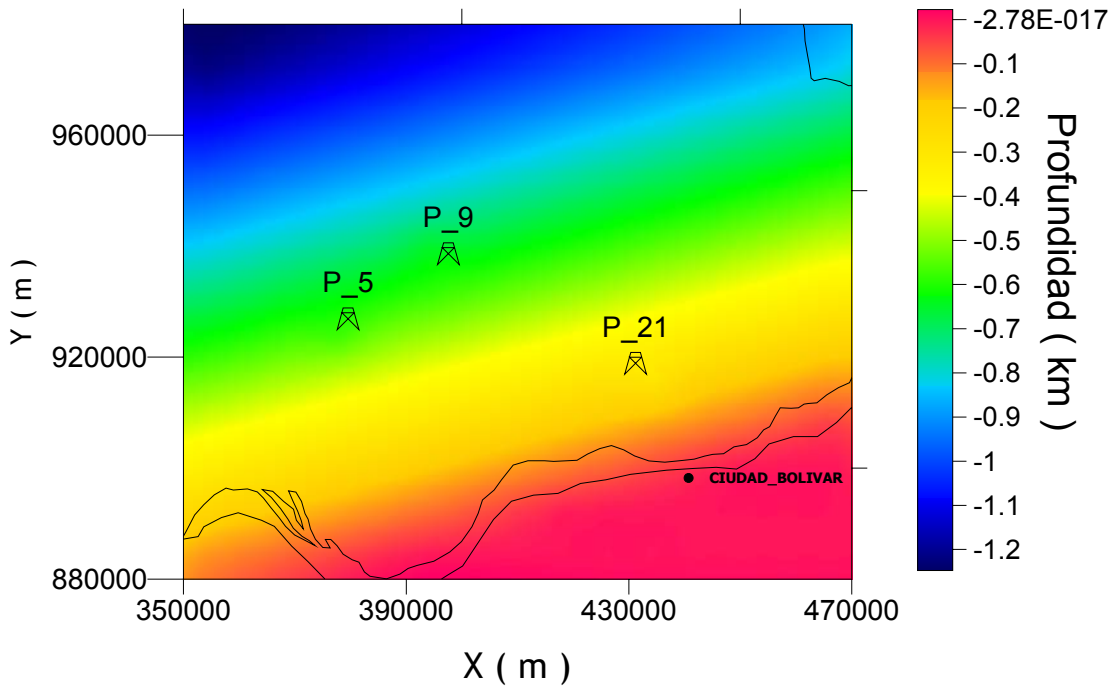


Figura 6.9. Topo *a priori* de basamento, con la ubicación de los 3 pozos del grupo A.

Se observa en la Figura 6.9 una configuración plana del tope *a priori* del basamento con un buzamiento NW y rumbo aproximado de N60E, profundizándose hacia el NW. En cuanto a las anomalías observadas (Figura 6.10) se tiene un rango aproximado de 70 mGal . La disposición de la interface en el modelo previo produce una respuesta gravimétrica que se representa en la Figura 6.11, alcanzando valores entre -20 mGal y 15 mGal. Nótese que este mapa está representado con la escala de la anomalía observada en la Figura 6.10 y ello permite apreciar que la información contenida en el modelo no explica en gran medida los datos observados, lo cual resalta la importancia de realizar la inversión gravimétrica.

En esta inversión, al igual que en la descrita en la sub-sección anterior, los datos gravimétricos observados corresponden a la Anomalía de Bouguer, tomados en un mallado regular sobre el área.

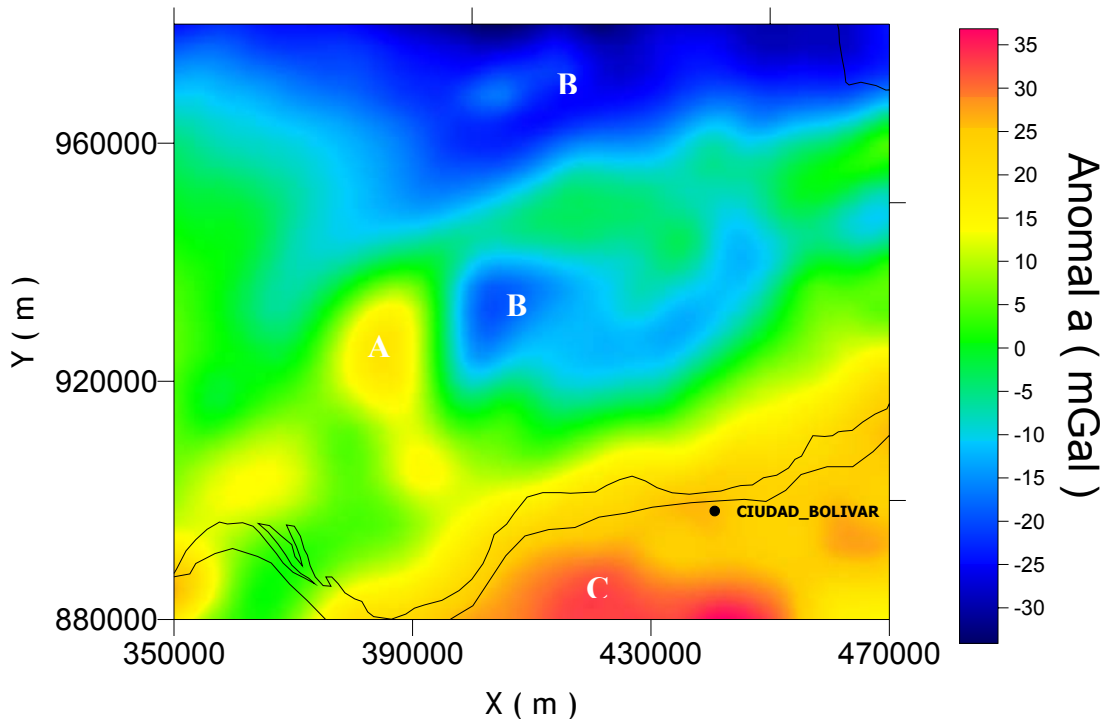


Figura 6.10. Mapa de anomalías observadas, con espaciamiento regular.

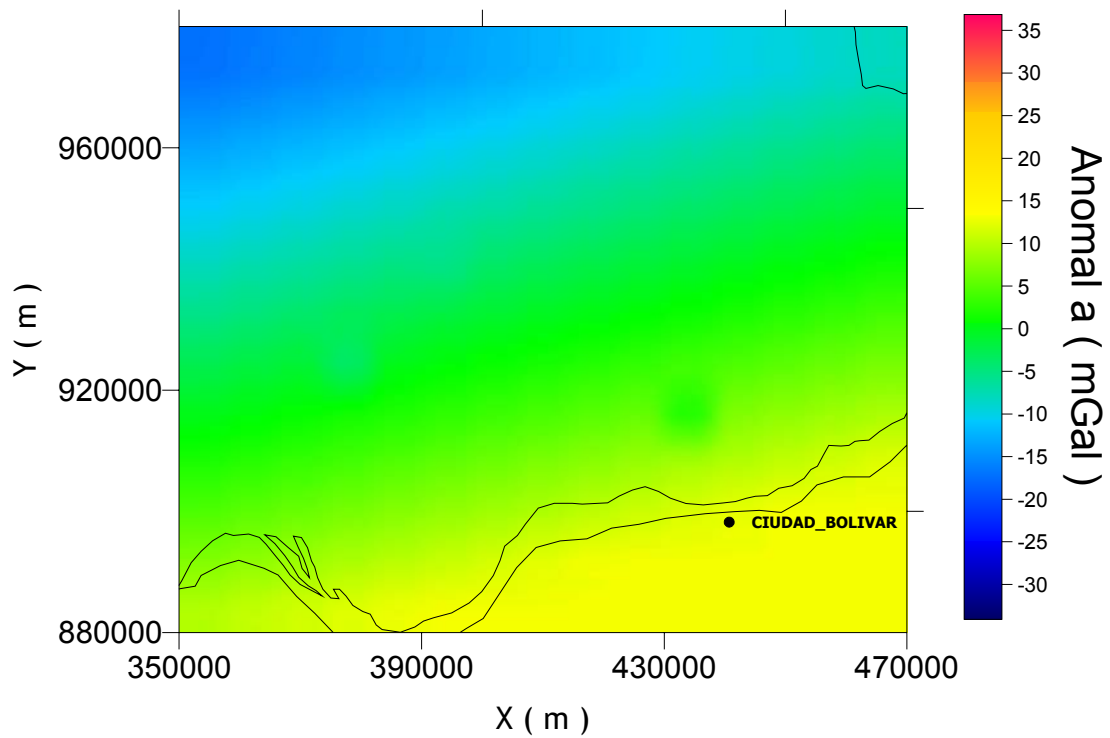


Figura 6.11. Anomalía calculada a partir del modelo *a priori*.

Efectuada la inversión a través de un proceso de 6 iteraciones se puede apreciar en la Figura 6.12 que el ajuste de los datos es inferior a 1 Chi^2 , lo cual indica un buen ajuste, con residuos inferiores al error de los datos.

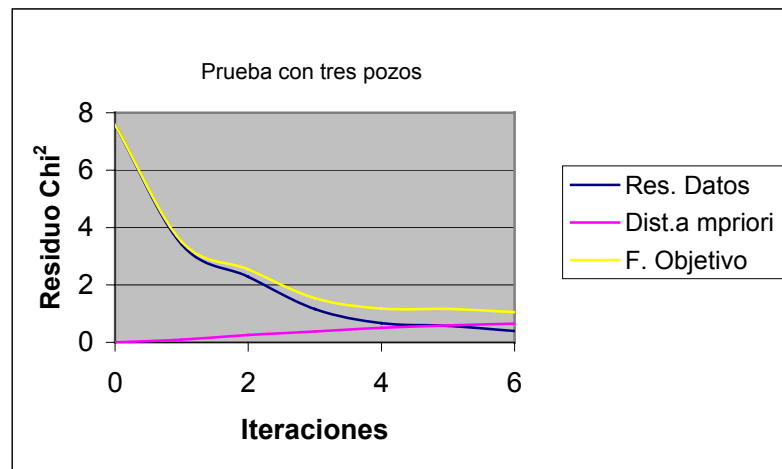


Figura 6.12. Gráfico de progreso del ajuste en datos, parámetros del modelo y función objetivo.

En la Figura 6.12. se observa la convergencia en datos (curva azul) en función de las iteraciones del algoritmo al realizar la inversión. En cuanto a la distancia al modelo previo se nota menos aumento en comparación con la prueba anterior. Y la tercera curva Función Objetivo, suma de las dos anteriores, asoma una convergencia hacia uno.

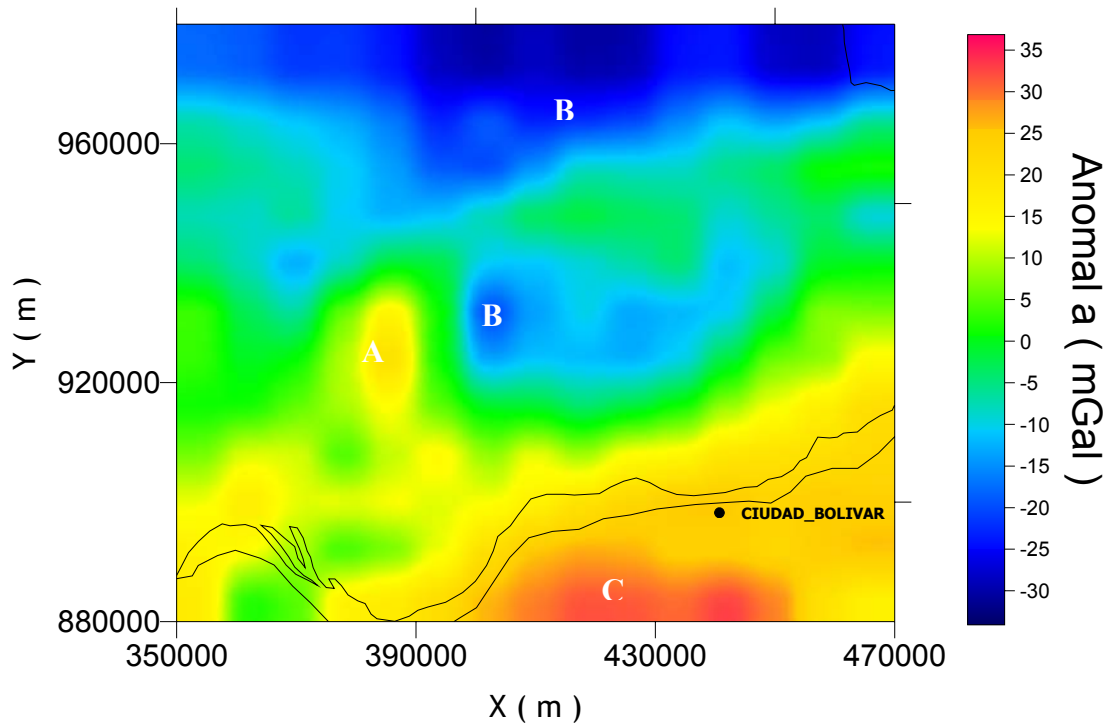


Figura 6.13. Mapa de anomalías calculadas a partir del modelo estimado usando información de 3 pozos.

La Figura 6.13 muestra los datos de gravedad calculados a partir del modelo resultante de la inversión. Se aprecia su semejanza con los datos observados.

De los mapas de anomalías, tanto observadas como calculadas (Figuras 6.10., 6.11. y 6.13.), se puede destacar que la anomalía calculada del modelo estimado se asemeja satisfactoriamente a la observada, siendo la incertidumbre o error asignado para la inversión a los datos de 5% del rango total de anomalía en el área, *i.e.*, $0.05 \times 71.1 \text{ mGal} = 3.55 \text{ mGal}$. En comparación con la anomalía calculada en la inversión anterior se aprecia una mejoría en el ajuste de los datos, siendo notoria la recuperación de la mínima frecuencia de la anomalía de Bouguer hacia la parte norte del área.

A continuación se muestran los mapas del tope de basamento que aportarán más elementos que expliquen algunos de los aspectos distintivos de esta prueba.

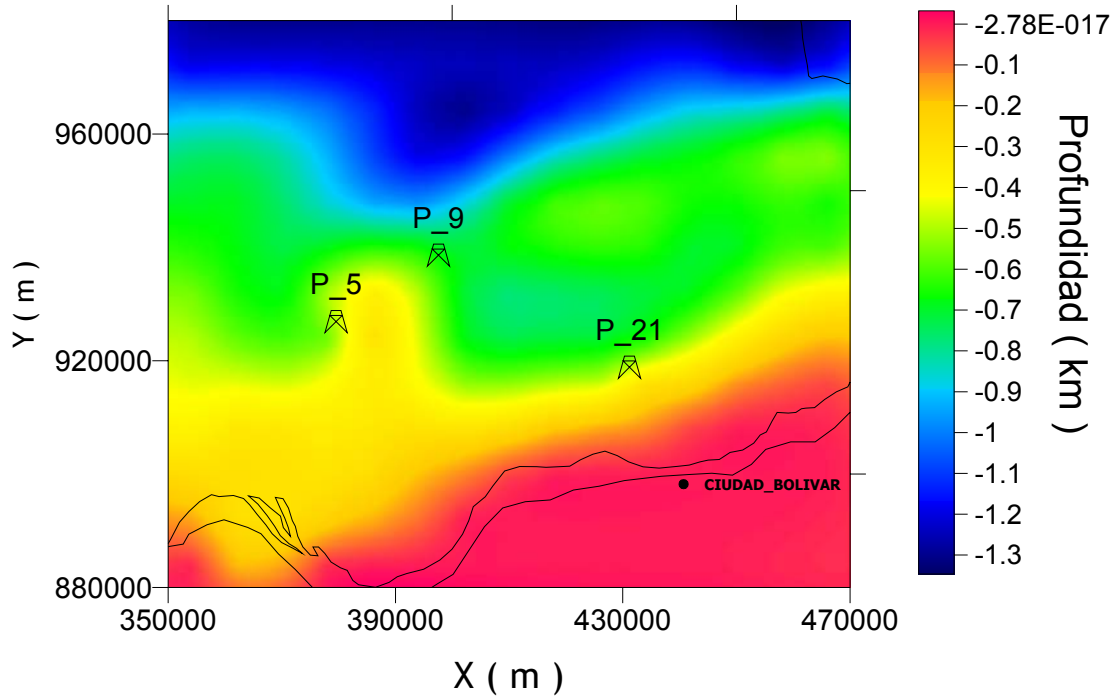


Figura 6.14. Mapa estimado de tope de basamento, en 2D, con el grupo de tres pozos.

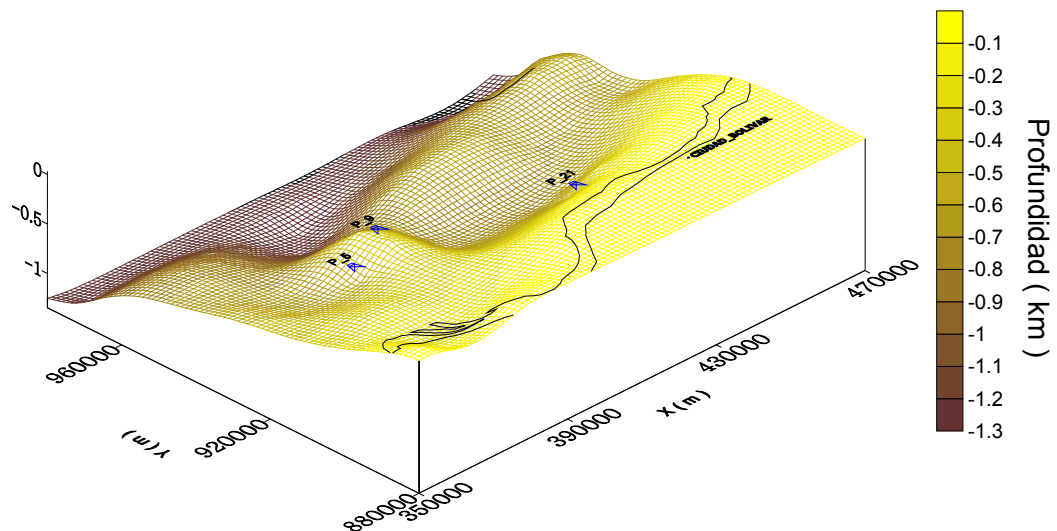


Figura 6.15. Tope estimado de basamento, en 3D, con los tres pozos del grupo A.

En las Figuras 6.14 y 6.15 se ilustran interesantes rasgos del tope de basamento estimado por la inversión. Disminución en el rango de profundidad alcanzado, el cual es aproximadamente 1,3 km, en comparación con los 1,8 km observados en la prueba 1. Esto se puede esperar debido a la incorporación y amarre de datos de pozos en ciertos parámetros del modelo que impiden que la estimación produzca soluciones con mayor libertad. Se aprecia un incremento de la profundidad hacia el norte, un alto estructural hacia el centro-oeste del área.

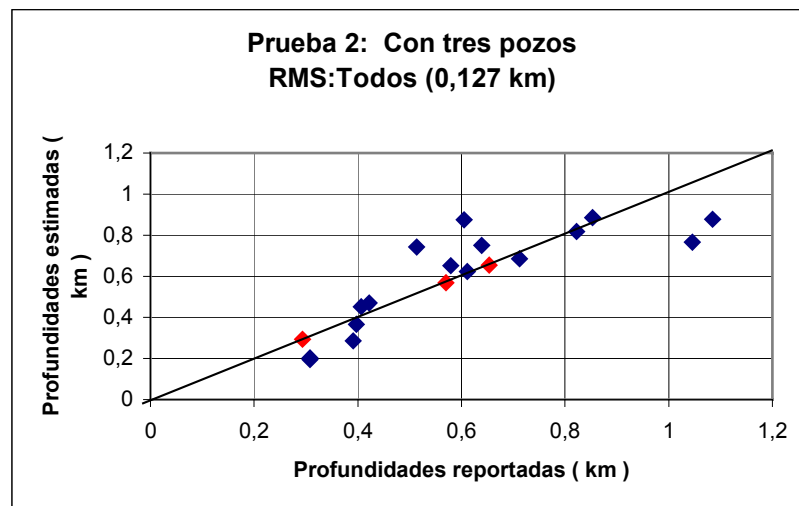


Figura 6.16. Gráfico cruzado de profundidades, distinguiéndose, con puntos en color rojo, el grupo A de pozos empleado en la inversión.

Comparando este resultado con el obtenido en la inversión anterior se observa una mejoría en la estimación, lo cual se corrobora a través del valor promedio $RMS = 127$ m en contraste con el alcanzado en la primera inversión, igual a 272 m tal como lo ilustra la Figura 6.7. Este error es del 7% del rango total de variación en la profundidad de basamento en el área.

Podemos verificar igualmente como la técnica respeta el requerimiento de ajuste a los tres pozos del grupo A. El error RMS asociado a estos pozos es de 2 m, mientras que el error RMS asociado a los pozos del grupo B o grupo ciego es de 138 m, *i.e.*, el 8% del rango total de variación de profundidad del basamento (aproximadamente 1800 m) en la zona.

Los resultados de esta inversión nos indican que combinar la inversión gravimétrica con el ajuste local a algunos pozos utilizando la presente técnica mejora significativamente la predicción de la profundidad.

6.2.3 Inversión gravimétrica con estadística local parcial, con más pozos.

En este ejercicio se consideraron 10 pozos para el grupo A y 11 para el grupo B. El objetivo es partir de un modelo *a priori* con más información local de pozos, tal como está representado en la Figura 6.17.

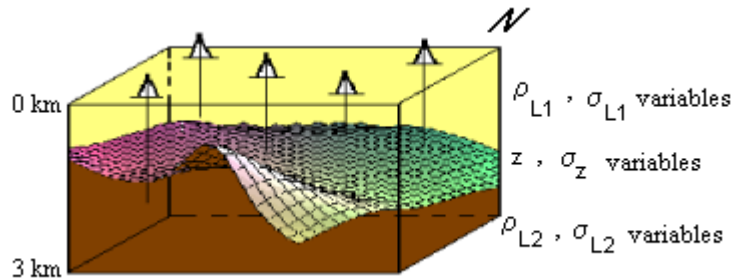


Figura 6.17. Representación del modelo *a priori*, para el caso de estadísticas locales usando una mayor parte del grupo de pozos.

En la tabla siguiente se indican los parámetros tanto geoestadísticos como físicos empleados en la prueba.

Tabla 6.3. Descripción geoestadística de los parámetros del modelo construido a partir de la información de 10 pozos.

Prueba 3: Con 10 pozos		Parámetros Geoestadísticos		
Parámetros físicos del modelo		Valor Medio	Desv. Standard	Rangos Continuidad
	Densidad Capa superior	$\bar{\rho}_{L1} = \text{Variable g/cm}^3$	$\sigma_{L1} = \begin{cases} 0.0001 \text{ g/cm}^3 & \text{cerca} \\ 0.1 \text{ g/cm}^3 & \text{lejos} \end{cases}$	$a_{x1} = 15 \text{ Km}$ $a_{y1} = 15 \text{ Km}$ $a_{z1} = 1 \text{ Km}$
	Densidad Capa inferior	$\bar{\rho}_{L2} = \text{Variable g/cm}^3$	$\sigma_{L2} = \begin{cases} 0.0001 \text{ g/cm}^3 & \text{cerca} \\ 0.1 \text{ g/cm}^3 & \text{lejos} \end{cases}$	$a_{x2} = 15 \text{ Km}$ $a_{y2} = 15 \text{ Km}$ $a_{z2} = 1 \text{ Km}$
	Profundidad de Interface	$\bar{z} = \text{Variable Km}$	$\sigma_z = \begin{cases} 0.001 \text{ Km} & \text{cerca} \\ 0.5 \text{ Km} & \text{lejos} \end{cases}$	$a_{xp} = 30 \text{ Km}$ $a_{yp} = 30 \text{ Km}$

Se utiliza una similar variabilidad de la densidad de masa en ambas capas a las usadas en los casos anteriores, representada por la desviación standard respectiva y los rangos de continuidad espacial o de covarianza, asignando a su vez mínima incertidumbre en aquellos elementos con datos de pozo. De igual modo se tiene para la profundidad de la interface, se asigna una mínima incertidumbre en los puntos cercanos a pozos y máxima en el resto del modelo.

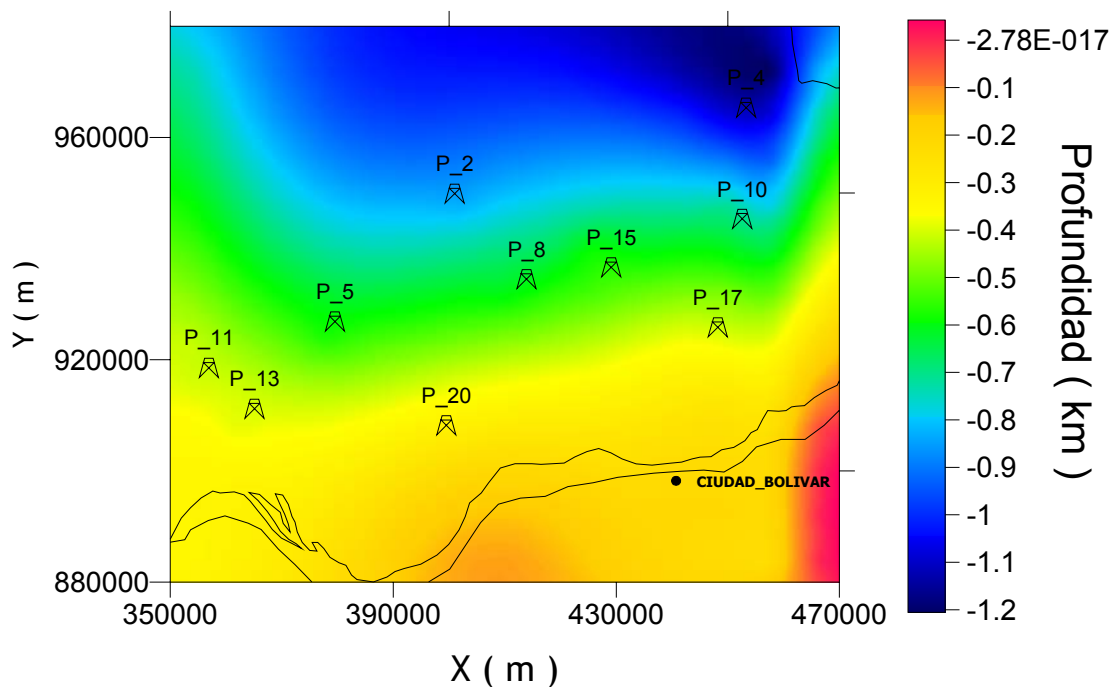


Figura 6.18. Tope *a priori* de basamento con la ubicación de los 10 pozos.

El modelo *a priori* de la interface, representada en la Figura 6.18, se tiene una superficie variable del tope de basamento, la cual pasa por los diez pozos seleccionados para la inversión. Se observan tres regiones importantes de profundidad determinadas por la ubicación de los pozos, hacia el norte se aprecia profundización del basamento alcanzando una profundidad de 1,2 km; sigue la franja intermedia con profundidades entre 0,7 km y 0,42 km aproximadamente que se extiende de Este a Oeste con una ligera inclinación y hacia la región sur se tienen profundidades que van de 0,42 km a 0 km aproximadamente.

Con los valores especificados en la Tabla 6.3 y la configuración del tope de basamento (Figura 6.18) se procede al cálculo del campo gravimétrico del modelo *a priori*, el cual será el modelo estimado de partida en el conjunto de los que se obtienen en el ciclo iterativo. Este modelo previo produce una respuesta gravimétrica que se representa en la Figura 6.19, alcanzando valores entre -13 mGal a 16 mGal. Se pueden apreciar tres zonas importantes de la anomalía: la zona de mínimo hacia el Norte y Noreste con un valor aproximado que va de -3 mGal a -13 mGal, una zona intermedia que ocupa la parte central del área y se extiende levemente hacia el NW con valores que van de 13 mGal a -3 mGal y una tercera zona de menor extensión ubicada hacia el sur y centro del área con un valor aproximado de 16 mGal. Nótese que este mapa está representado con la misma escala de la anomalía observada en la Figura 6.20 y ello permite apreciar que la información contenida en el modelo no es suficiente para explicar los datos observados, lo cual resalta la importancia de realizar la inversión gravimétrica.

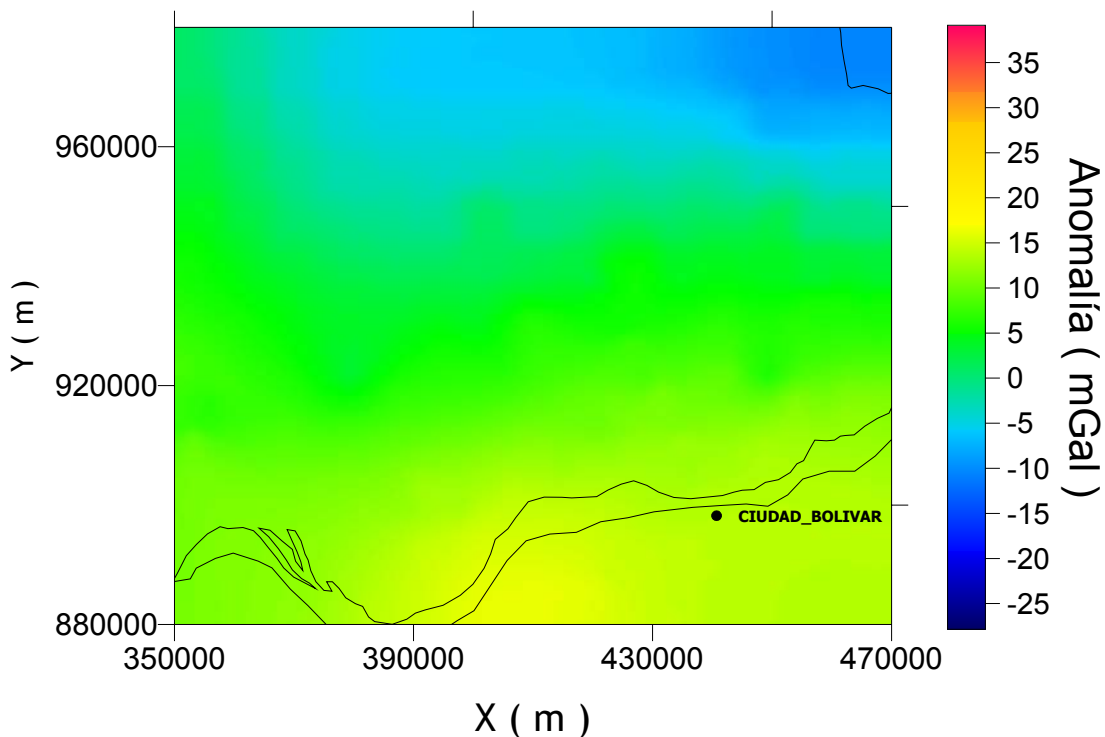


Figura 6.19. Anomalías gravimétricas calculadas a partir del modelo *a priori*.

En cuanto a los datos gravimétricos empleados se introdujo una variante para esta inversión, consistente en tomar la información geofísica en una malla irregularmente espaciada que se corresponde con las posiciones exactas de las estaciones de medición de campo de gravedad, tal como se ilustra en la Figura 6.20. Con ello se demuestra la flexibilidad del método para considerar los datos en una u otra forma de espaciamiento, bien sea, regular o irregular. Así mismo se están evitando posibles errores provenientes de la interpolación del campo de Anomalía de Bouguer.

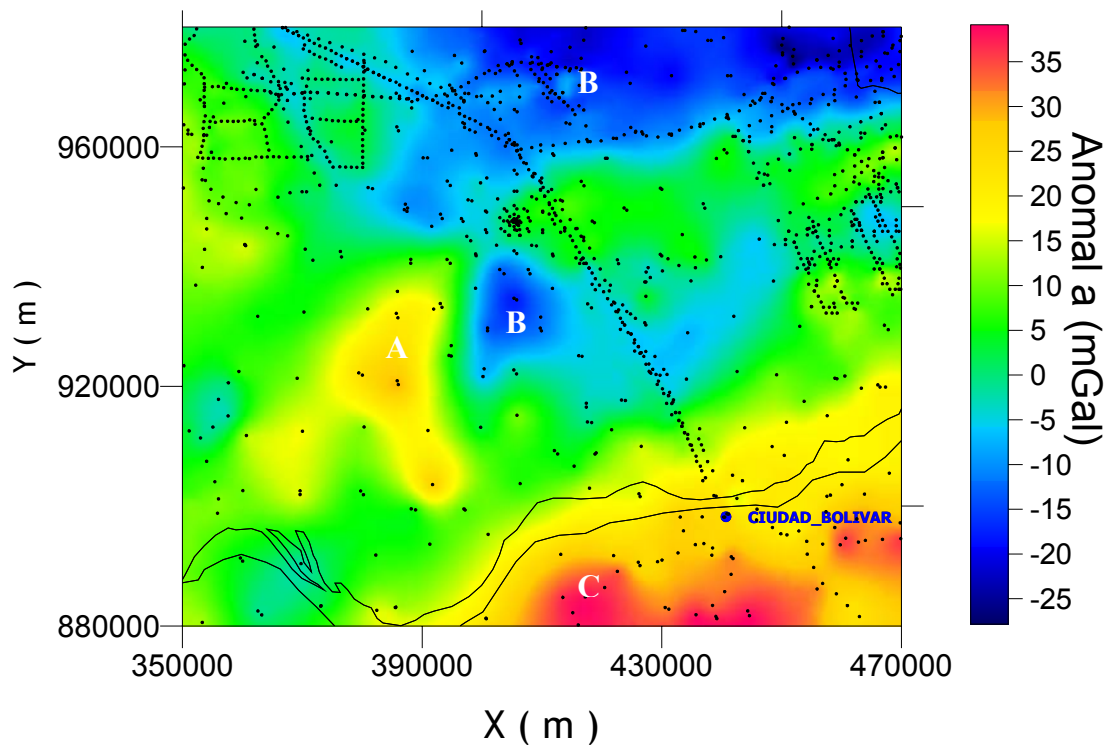


Figura 6.20. Ubicación de las estaciones gravimétricas y Campo de las Anomalías de Bouguer observadas con espaciamiento irregular.

Se aprecia en el mapa de la Figura 6.20 que el rango de anomalía observada es de 67,82 mGal, con valor máximo 38,9 mGal y valor mínimo -28,91 mGal. Se tomó como desviación standard de los datos el 5% del rango de anomalía, *i.e.*, 3,39 mGal, el cual se emplea para la matriz de covarianza de datos. Se destacan tres zonas de

anomalías locales, denotadas con la nomenclatura A, B y C, que pueden estar vinculadas a los contrastes de la densidad del basamento así como también la geometría de la interface. Se aprecia al comparar el campo calculado a partir del modelo previo (Figura 6.19) y el campo de anomalías de Bouguer observado (Figura 6.20) que el primero presenta la tendencia regional pero es aún notablemente distinto al observado. Esto nos indica que la inversión hará ajustes significativos al modelo, tanto en las densidades como en la profundidad del basamento para explicar el campo gravimétrico observado.

Una vez realizada la inversión, cuyo progreso se describe en la Figura 6.21 en cuatro iteraciones, se puede apreciar que el ajuste de los datos es inferior a 1 Chi^2 , lo cual indica un buen ajuste, con residuos inferiores al error de los datos o, en otras palabras, el modelo estimado explica los datos dentro del error de observación tipo en promedio.

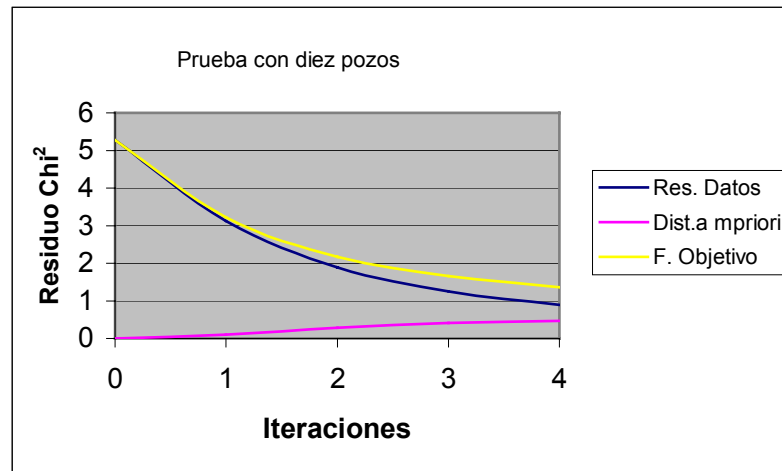


Figura 6.21. Progreso de la estimación en datos, modelo y la función objetivo.

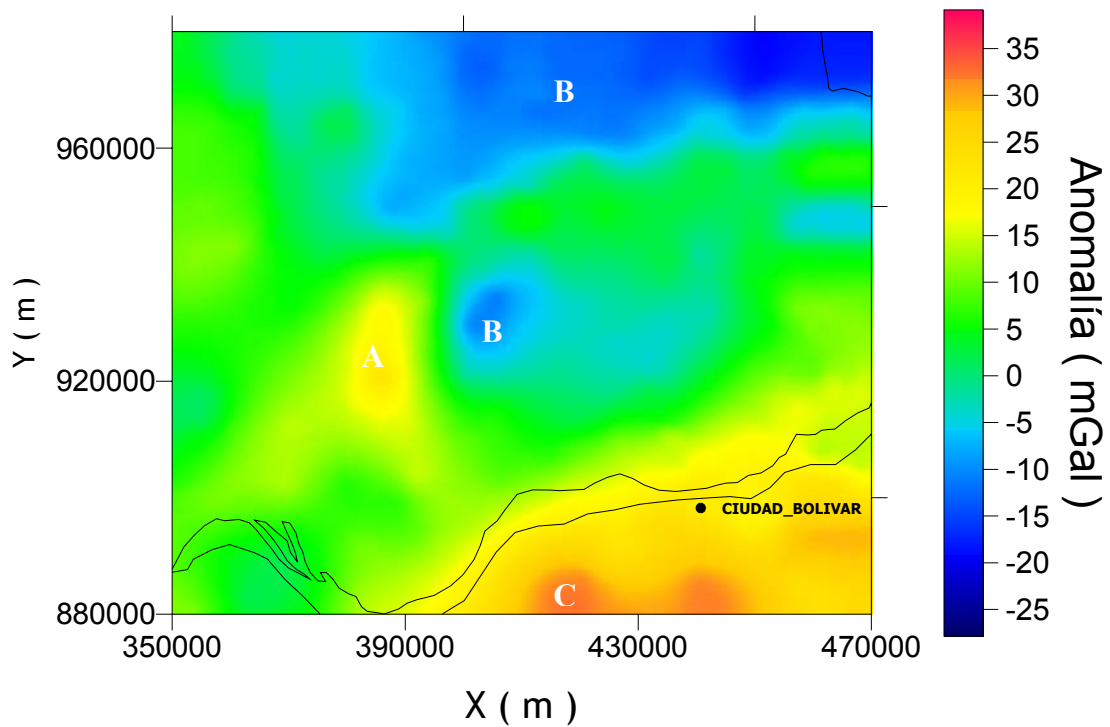


Figura 6.22. Anomalías calculadas a partir del modelo estimado.

La anomalía calculada reproduce a grandes rasgos la anomalía observada en la Figura 6.20, en especial la zona de mínimos denotada con la letra B en la nomenclatura de la Figura 6.22. Del mismo modo se recupera en buena medida la zona de alto gravimétrico de 35 mGal hacia el sur-oeste de Ciudad Bolívar, denotada con la letra C; así como también la frecuencia intermedia de la anomalía de 25 mGal indicada con la letra A.

De este modo se tiene un rango aproximado de 56 mGal para este campo calculado de anomalías, con valor mínimo de -20 mGal y valor máximo de 35 mGal.

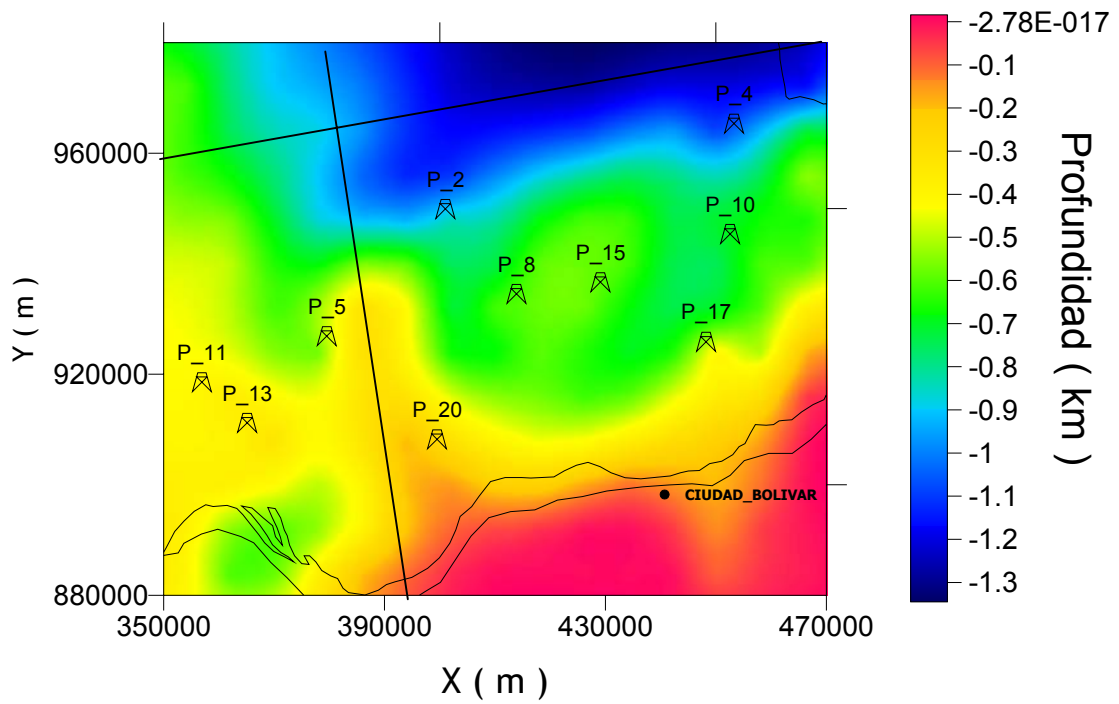


Figura 6.23. Tope estimado de basamento.

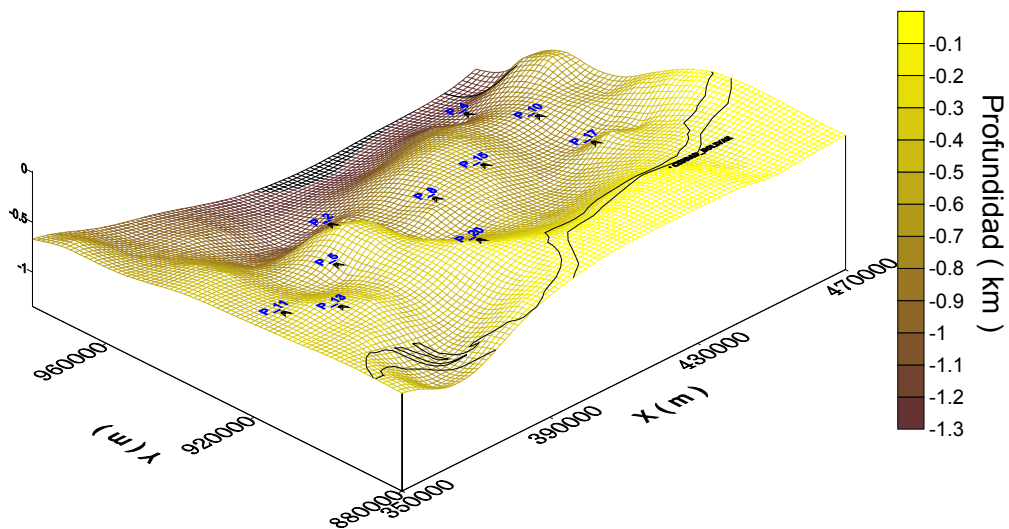


Figura 6.24. Una vista 3D del tope estimado de basamento.

En cuanto a los parámetros del modelo *a posteriori*, obtenido a partir de la inversión, se representa en las Figuras 6.23 y 6.24 el parámetro de profundidad de la interface. Se pueden observar interesantes rasgos de esta superficie estimada: la depresión asimétrica del basamento hacia el norte indica profundidades que van de 0,9 km hasta 1,34 km aproximadamente, con rumbo aproximado de N65E y se extiende alrededor de 90 km desde el Este hasta la coordenada $x = 370$ km; hacia la parte central del área se observa una pequeña depresión de menor altura, entre 0,45 km a 0,85 km, extendiéndose desde el Este, se estrecha a nivel de la coordenada $x = 390$ km y luego se prolonga hacia el norte, nótese además una aún más pequeña depresión hacia el borde SW del área lo cual es consistente con la anomalía gravimétrica en la Figura 6.22; hacia el sur se aprecian profundidades que van de 0,45 km a 0 km, destacándose la presencia de una estructura en forma de domo alargado con dirección N85W aproximadamente.

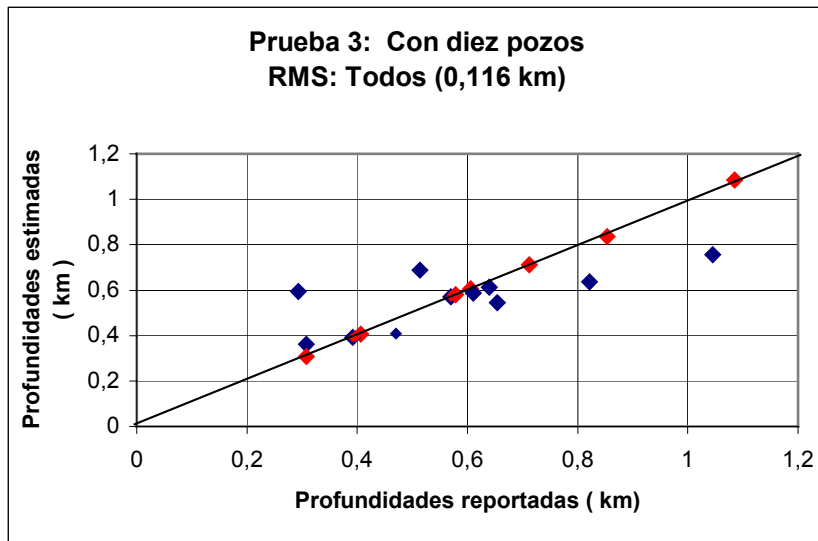


Figura 6.25. Gráfico cruzado de profundidades.

Puede apreciarse en la Figura 6.25 el ajuste en la predicción del basamento como resultado de la inversión. De acuerdo a las premisas del método de inversión los diez pozos del grupo A permanecen en su posición previa. La desviación para estos pozos del grupo A fue de 0,005 m. En promedio las desviaciones RMS de predicción fueron de 116 m y para el grupo B de 169 m, lo que corresponde a un 9% del rango de la profundidad del basamento en la zona.

El error de predicción de la profundidad del basamento se mantiene en el mismo orden que para la inversión anterior (con tres pozos en el modelo previo) lo cual nos indica el error típico que se está obteniendo en la inversión geoestadística de datos gravimétricos. Las fuentes que contribuyen a este error son, entre otros:

- 1) Contribución de variaciones de la densidad en las capas superior e inferior independientes de la geometría del basamento.
- 2) Errores en los datos gravimétricos, correcciones de Bouguer, simulación por elementos regulares.

6.2.4 Inversión gravimétrica con estadística local a partir de todos los pozos.

En esta última prueba se incorporó la información de todos los pozos como grupo A, *i.e.*, la posición del basamento está restringida al valor de pozos en los elementos correspondientes. Además se empleó nuevamente el mapa de anomalías con espaciamiento irregular. La configuración del modelo *a priori* es similar al de la prueba anterior en cuanto a variabilidad de sus parámetros con la diferencia de que en este último caso posee más parámetros asociados a datos de pozos.

Tabla 6.4. Parámetros del modelo.

Prueba 4: Con los 21 pozos		Parámetros Geoestadísticos		
Parámetros físicos del modelo		Valor Medio	Desv. Standard	Rangos Continuidad
	Densidad Capa superior	$\bar{\rho}_{L1} = \text{Variable g/cm}^3$	$\sigma_{L1} = \begin{cases} 0.0001 \text{ g/cm}^3 \\ \text{cerca} \\ 0.1 \text{ g/cm}^3 \\ \text{lejos} \end{cases}$	ax1 = 15 km ay1 = 15 km az1 = 1 km
	Densidad Capa inferior	$\bar{\rho}_{L2} = \text{Variable g/cm}^3$	$\sigma_{L2} = \begin{cases} 0.0001 \text{ g/cm}^3 \\ \text{cerca} \\ 0.1 \text{ g/cm}^3 \\ \text{lejos} \end{cases}$	ax2 = 15 km ay2 = 15 km az2 = 1 km
	Profundidad de Interface	$\bar{z} = \text{Variable km}$	$\sigma_z = \begin{cases} 0.001 \text{ km} \\ \text{cerca} \\ 0.5 \text{ km} \\ \text{lejos} \end{cases}$	axp = 30 km ayp = 30 km

En el modelo *a priori* de la interface, representada en la Figura 6.26., se tiene una superficie más variable del tope de basamento que en el caso anterior, la cual pasa por los veintiún pozos seleccionados para la inversión. Se pueden apreciar tres regiones importantes de profundidad bien demarcadas por la ubicación de los pozos: hacia el norte se observa profundización del basamento alcanzando valores aproximados entre 0,8 km y 1,2 km hacia el NE; sigue la franja intermedia con profundidades entre 0,8 km y 0,5 km aproximadamente que se extiende de Este a Oeste y una tercera región hacia el sur con profundidades que van de 0,5 km a 0 km.

A partir de esta configuración del tope de basamento y de las densidades especificadas en la Tabla 6.4 y según los pozos se simuló el campo de gravedad, cuya expresión aparece representada en la Figura 6.27.

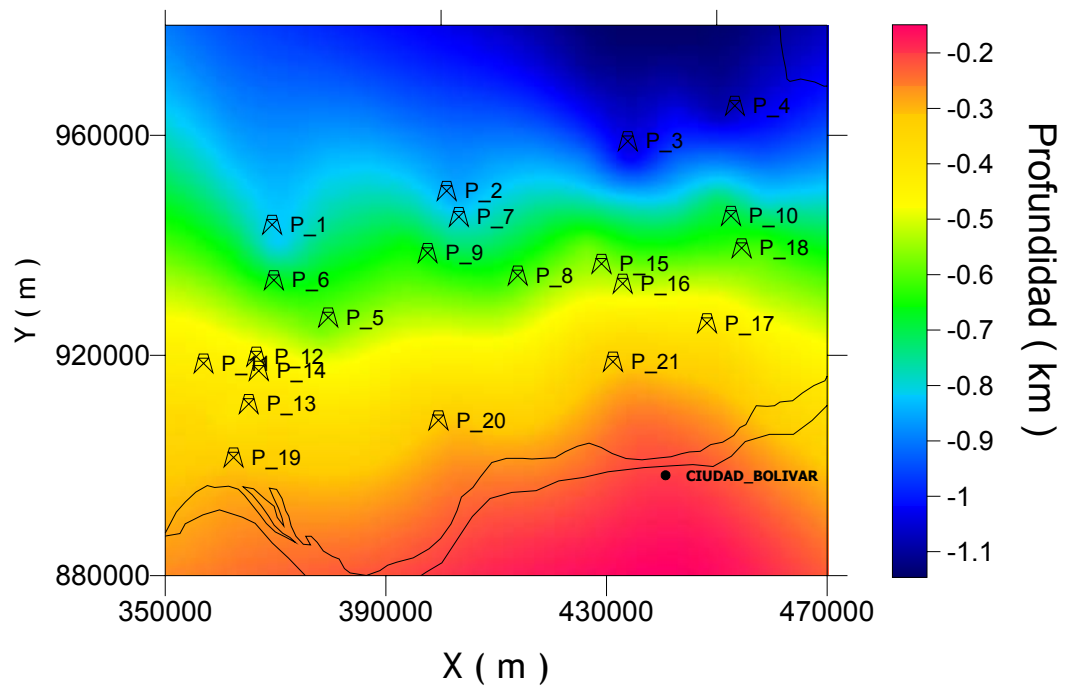


Figura 6.26. Tope *a priori* de basamento, con la ubicación de los 21 pozos.

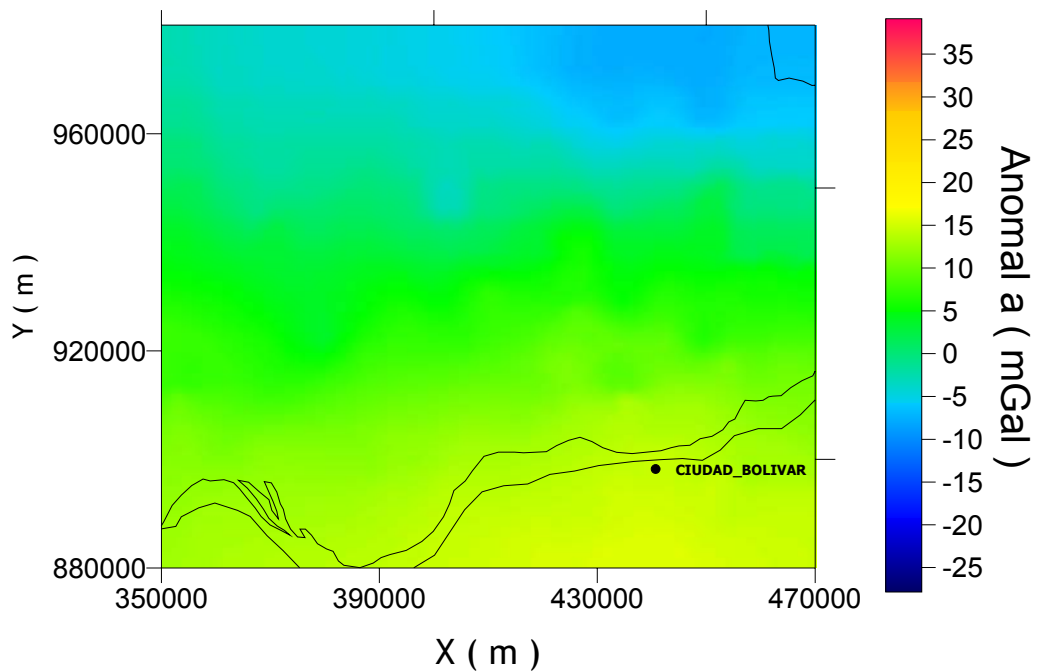


Figura 6.27. Anomalías gravimétricas del modelo *a priori*.

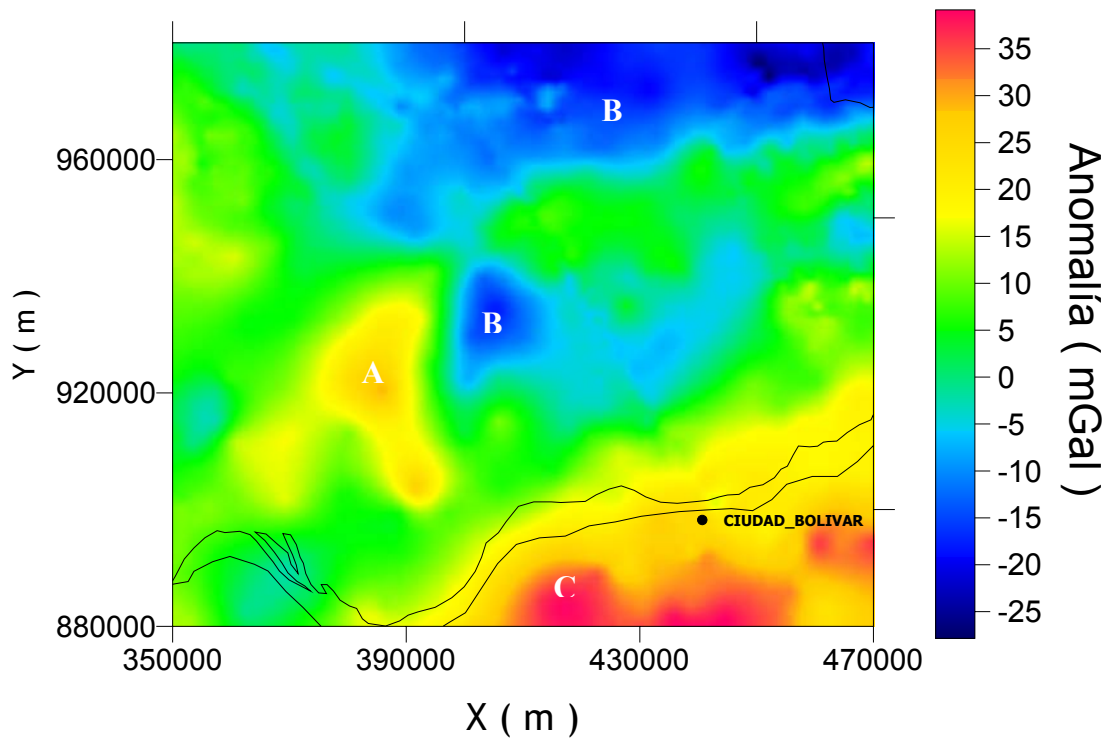


Figura 6.28. Anomalías observadas en una malla con espaciamiento irregular.

El mapa de anomalías de Bouguer en la Figura 6.28 es el mismo representado en la Figura 6.20, cuyo rango es de 67,82 mGal, con valor máximo 38,9 mGal y valor mínimo -28,91 mGal. Se tomó nuevamente como desviación standard de los datos el 5% del rango de anomalía, *i.e.*, 3,39 mGal, el cual se emplea para la matriz de covarianza de datos C_D . Se destacan tres zonas de anomalías locales, denotadas con la nomenclatura A, B y C, que pueden estar vinculadas a los contrastes de la densidad del basamento así como también a la geometría de la interface.

El mapa de basamento previo elaborado con los 21 pozos es una buena representación del basamento en el área. Al comparar el campo observado (Figura 6.28) y el calculado a partir del modelo previo (Figura 6.27) se puede evidenciar que la estructura del basamento explica la tendencia regional observada en el campo, pero aún hay diferencias significativas. Estas últimas obedecen en buena proporción a variaciones laterales de la densidad en el basamento y eventualmente en los sedimentos.

Una vez efectuada la inversión, cuyo progreso se describe en la Figura 6.29 en cuatro iteraciones, se puede apreciar que el ajuste de los datos es inferior a 1 Chi^2 , lo cual indica un buen ajuste o, en otras palabras, el modelo estimado explica los datos dentro del error de observación tipo en promedio, indicando con ello la convergencia de la inversión.

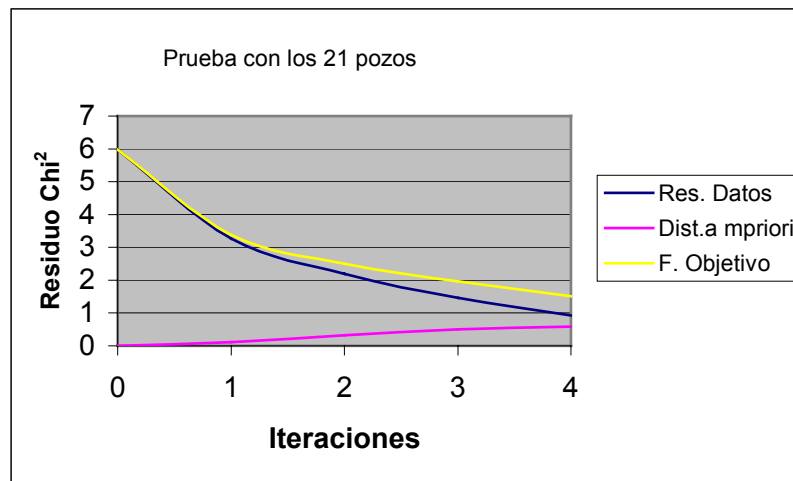


Figura 6.29. Gráfico de progreso de la estimación en datos, modelo y función objetivo.

En esta figura se indica además de la convergencia en el ajuste de los datos, el ajuste del modelo estadístico y la reducción de la función objetivo. Con respecto a la primera curva (en color azul), ajuste en datos, se observa en el gráfico que tiende a uno a medida que avanzan las iteraciones. La segunda curva, (en color fucsia), da cuenta de la creciente separación del modelo estimado del modelo previo, empezando desde cero por haberse tomado al modelo *a priori* como el modelo inicial en la secuencia de modelos estimados. Finalmente la tercera curva, (en color amarillo) representa a la función objetivo, la cual es la suma de estas dos anteriores refiriéndose al espacio conjunto datos y modelo, con un comportamiento similar al del ajuste de datos.

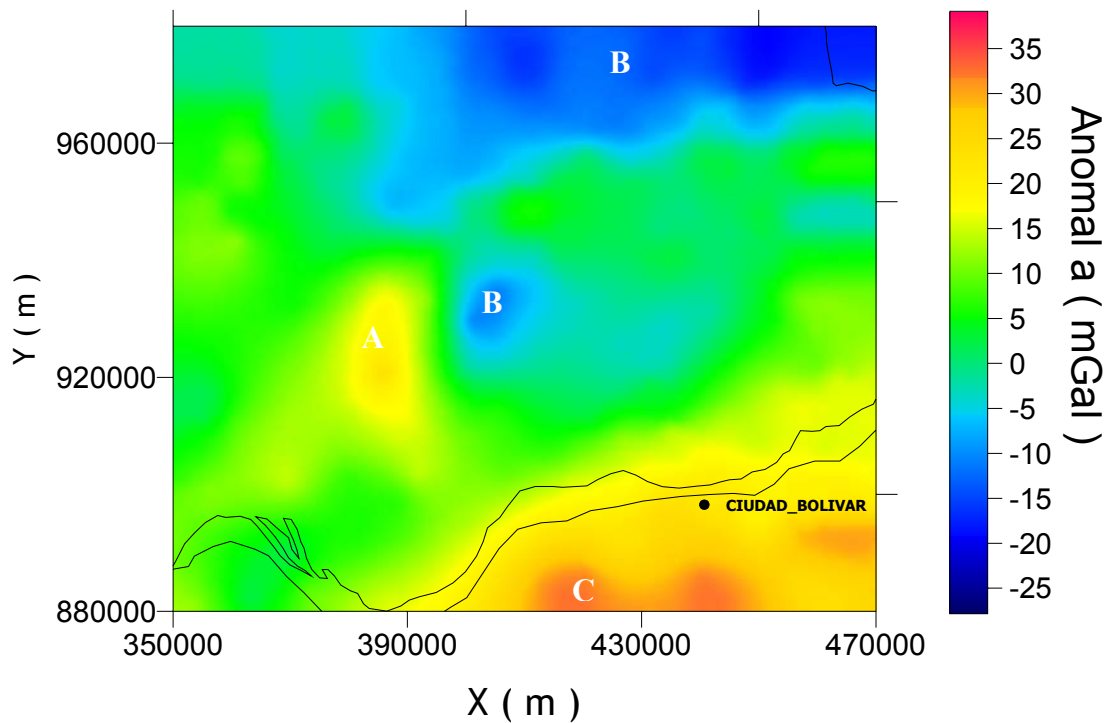


Figura 6.30. Anomalías calculadas a partir del modelo estimado por la inversión.

En las Figuras 6.28 y 6.30 se observan las anomalías gravimétricas observadas y las calculadas a partir del modelo estimado de los parámetros. Al igual que en la ejecución anterior, se recuperan las frecuencias más importantes de la anomalía gravimétrica observada representadas en ambos mapas con las letras A, B y C; teniendo esta última más definición hacia el sur-este de Ciudad Bolívar.

El modelo estimado o *a posteriori* de la profundidad de la interface se representa en las Figuras 6.31 y 6.32. Se obtiene nuevamente la profundización asimétrica del basamento hacia el norte del área con profundidades que van de 0,9 km hasta 1,36 km aproximadamente, con rumbo aproximado de N80E y se extiende alrededor de 90 km desde el Este hasta la coordenada $x = 370$ km; hacia la parte central del área se observa una depresión más somera, entre 0,5 km a 0,9 km, extendiéndose desde el Este, hasta la coordenada $x = 390$ km.

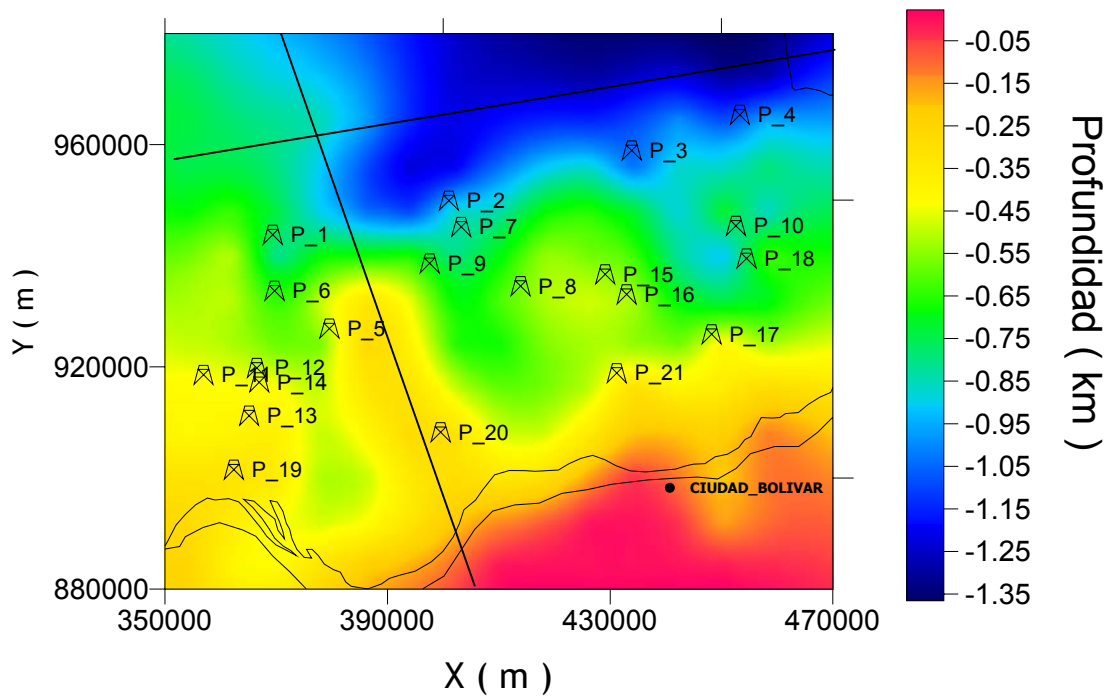


Figura 6.31. Tope estimado de basamento, en 2D.

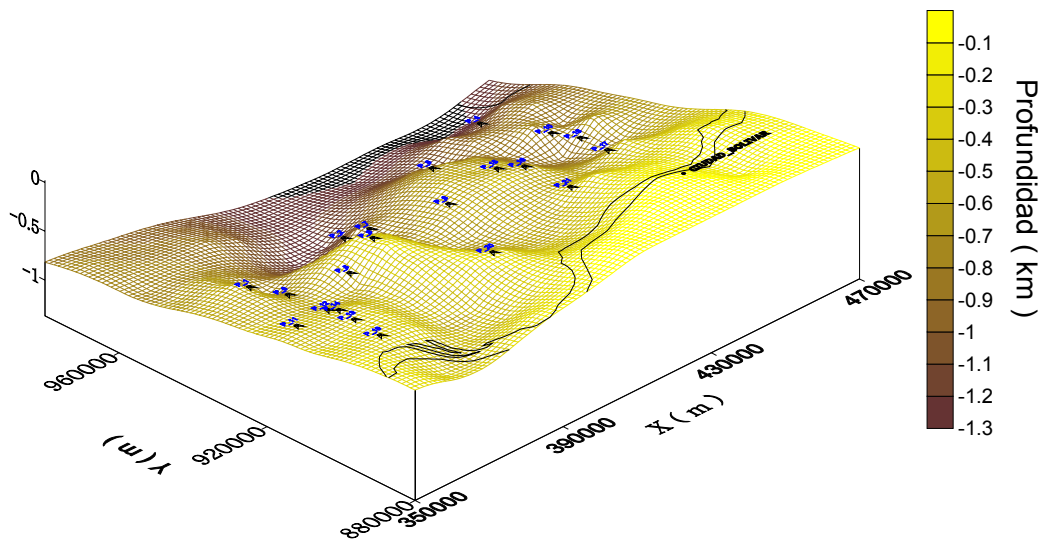


Figura 6.32. Tope estimado de basamento, en 3D.

Se destaca también la presencia de una estructura en forma de domo alargado con rumbo N70W y una extensión aproximada de 38 km, con profundidades que van de 0,2 km hasta 0,45 km. De igual modo hacia la zona SW se aprecian estas profundidades en una estructura en forma de meseta. Entre estos dos rasgos estructurales se observa la depresión de mínimas dimensiones a nivel de la coordenada $x = 380$ km y $y = 903$ km con una profundidad de 0,5 km. Finalmente hacia el sur del río Orinoco y a partir de la coordenada $x = 390$ km se aprecia la estructura más somera en profundidad que corresponde al afloramiento del escudo guayanés con valores que van de 0 km a 0,2 km.

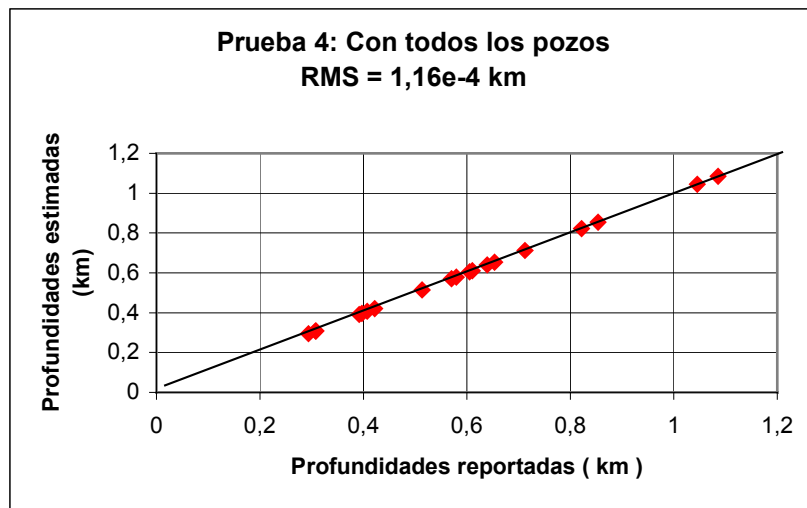


Figura 6.33. Gráfico cruzado de profundidades estimadas vs reportadas.

En la Figura 6.33 se ilustra la estimación de las profundidades, realizada por el esquema de inversión. Nótese que para este caso se aprecia la correspondencia casi exacta entre una y otra profundidad debido a que es la información que se introdujo con mínima incertidumbre en el modelo y refleja además que el esquema respeta la incertidumbre asignada. Es de notar que, respetándose las profundidades del basamento en los 21 pozos, el resultado del basamento estimado por inversión (Figura 6.31) contiene más información y estructuras más detalladas que el correspondiente modelo previo (Figura 6.26).

A continuación se presentan imágenes del modelo de densidad de masa resultante de la inversión, a través de cortes verticales, los cuales permiten apreciar mejor en profundidad la variación de la propiedad física que junta con los rasgos estructurales del tope de basamento contribuyen a la explicación de las anomalías gravimétricas (Figura 6.30). Se enfatiza que la otra parte importante de la inversión tiene que ver con la estimación de variaciones laterales de la densidad. La ubicación de los cortes se ilustra en la Figura 6.34.

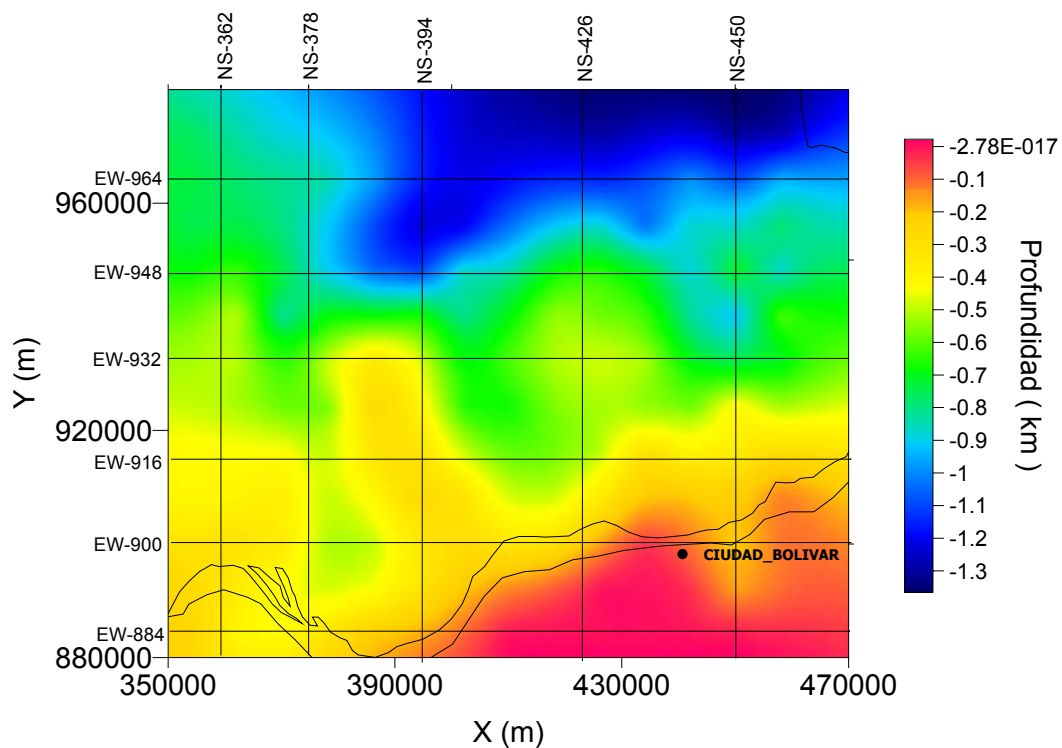


Figura 6.34. Ubicación de los cortes NS y EW de la densidad de masa en el área de estudio.

Se muestran en primer lugar los cortes de densidad en dirección E-W, tanto del modelo estimado como del modelo *a priori*, los cuales se ubican en posiciones claves de acuerdo a los rasgos más significativos presentes en el mapa estimado de la interface (Figura 6.34). Estos cortes están comprendidos entre la Figura 6.35 y la Figura 6.45.

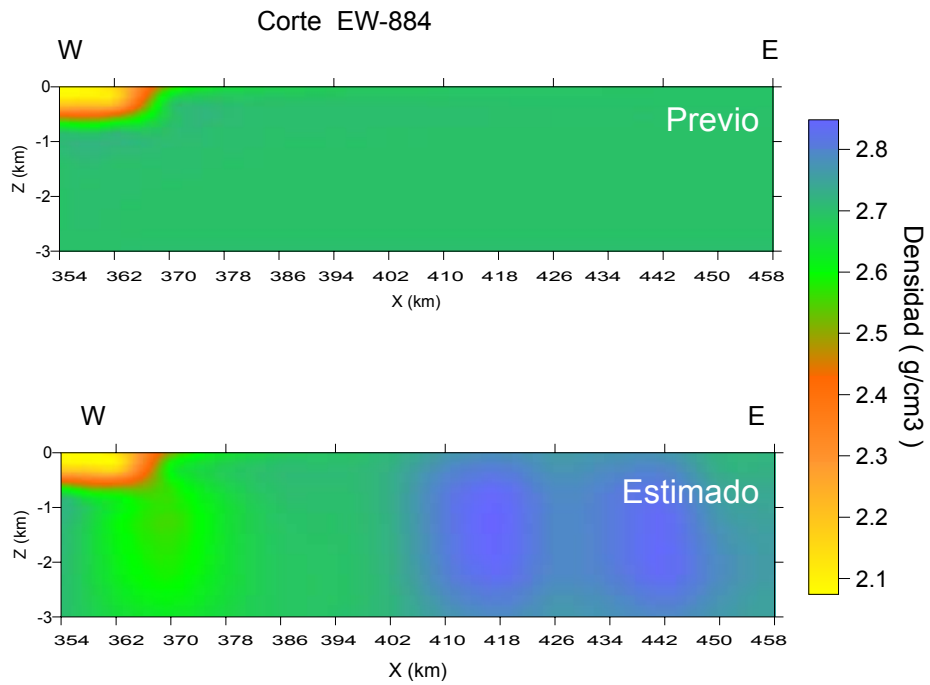


Figura 6.35. Corte EW-884 del modelo *a priori* de densidad y el modelo resultante de la inversión.

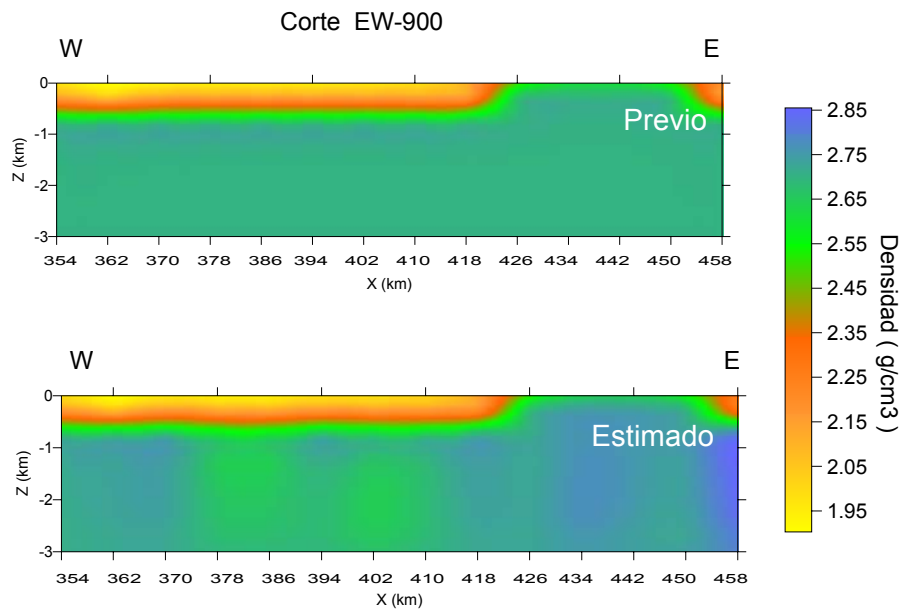


Figura 6.36. Corte EW-900 del modelo *a priori* de densidad y el modelo resultante de la inversión.

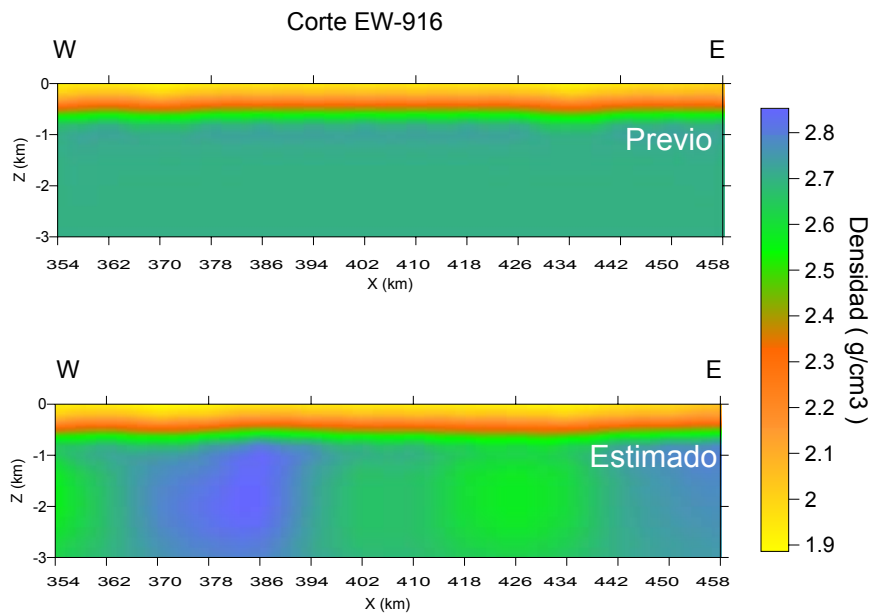


Figura 6.37. Corte EW-916 del modelo *a priori* de densidad y el modelo resultante de la inversión.

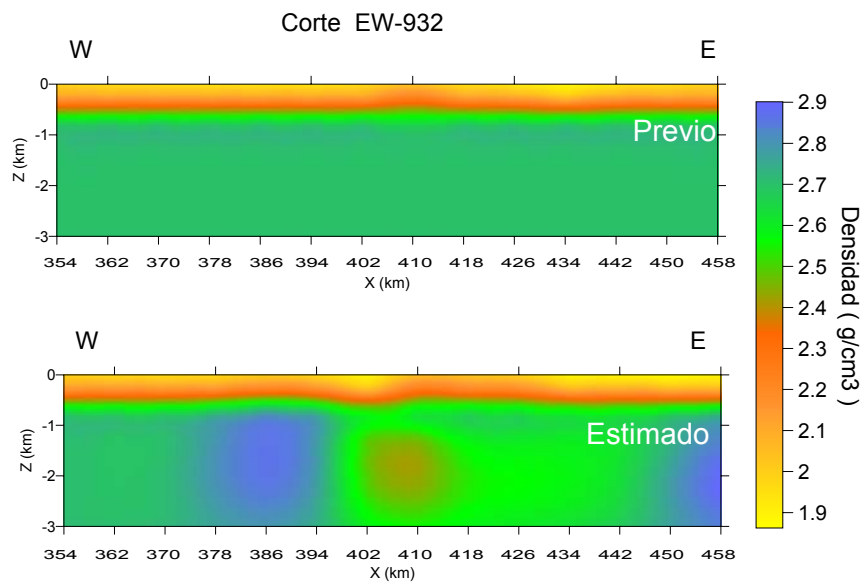


Figura 6.38. Corte EW-932 del modelo *a priori* de densidad y el modelo resultante de la inversión.

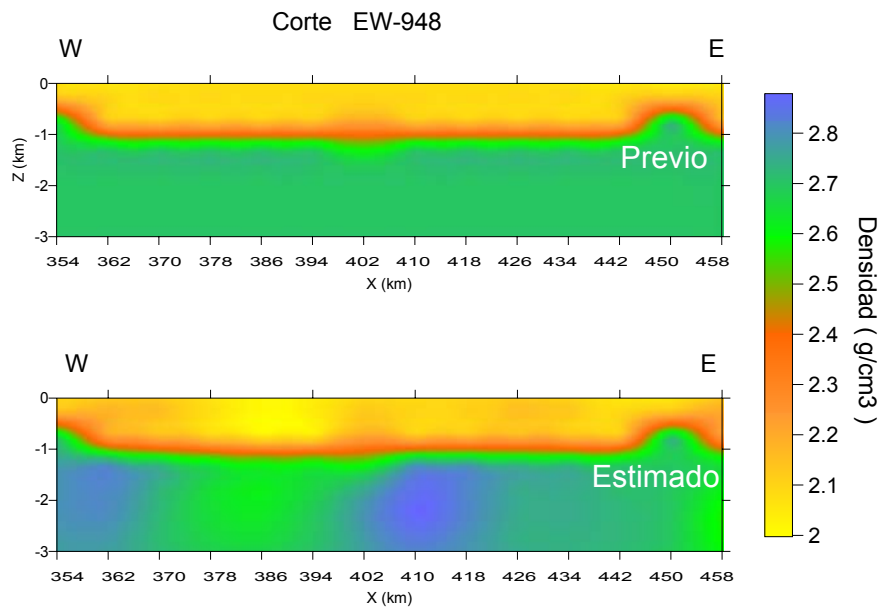


Figura 6.39. Corte EW-948 del modelo *a priori* de densidad y el modelo resultante de la inversión.

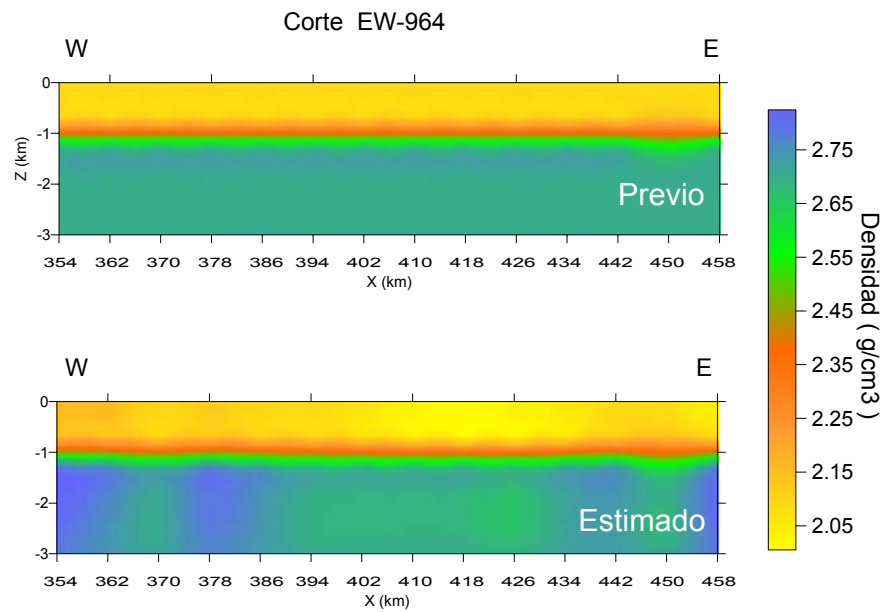


Figura 6.40. Corte EW-964 del modelo *a priori* de densidad y el modelo resultante de la inversión.

Se muestran a continuación los cortes de densidad en dirección N-S, tanto del modelo estimado como del modelo *a priori*, ubicados tal como se indica en la Figura 6.34. Estos cortes están comprendidos entre la Figura 6.41 y la Figura 6.45.

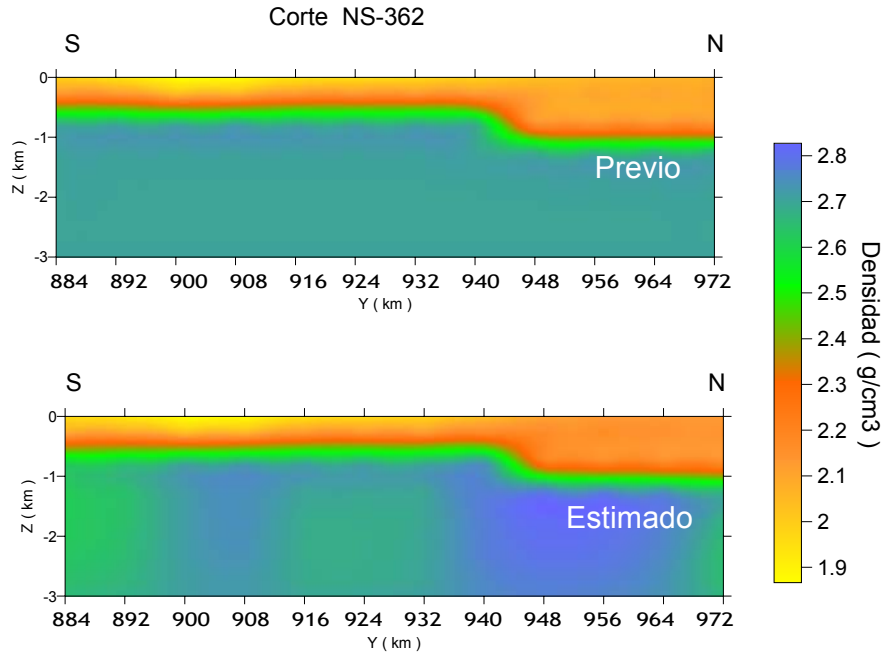


Figura 6.41. Corte NS-362 del modelo *a priori* de densidad y el modelo resultante de la inversión.

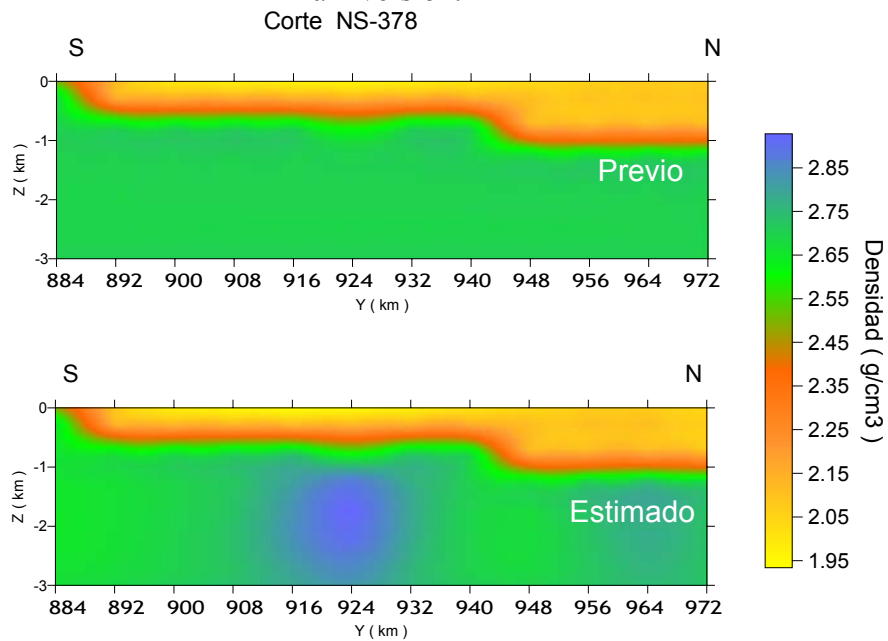


Figura 6.42. Corte NS-378 del modelo *a priori* de densidad y el modelo resultante de la inversión.

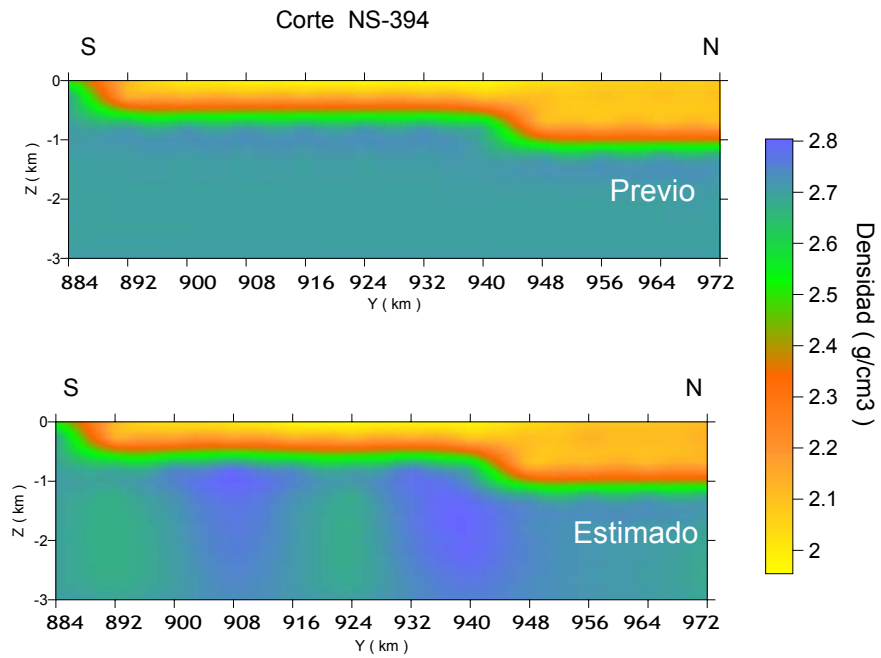


Figura 6.43. Corte NS-394 del modelo *a priori* de densidad y el modelo resultante de la inversión.

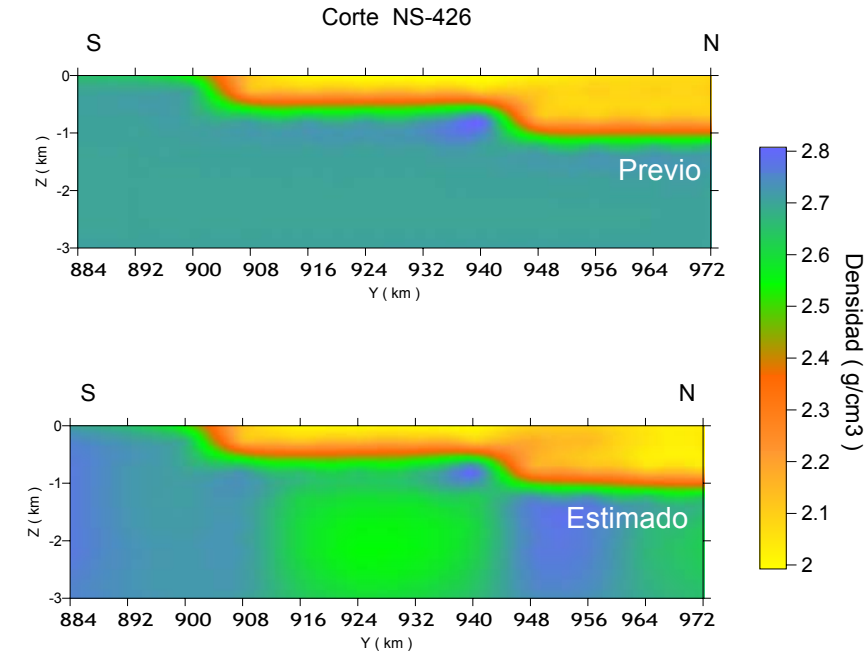


Figura 6.44. Corte NS-426 del modelo *a priori* de densidad y el modelo resultante de la inversión.

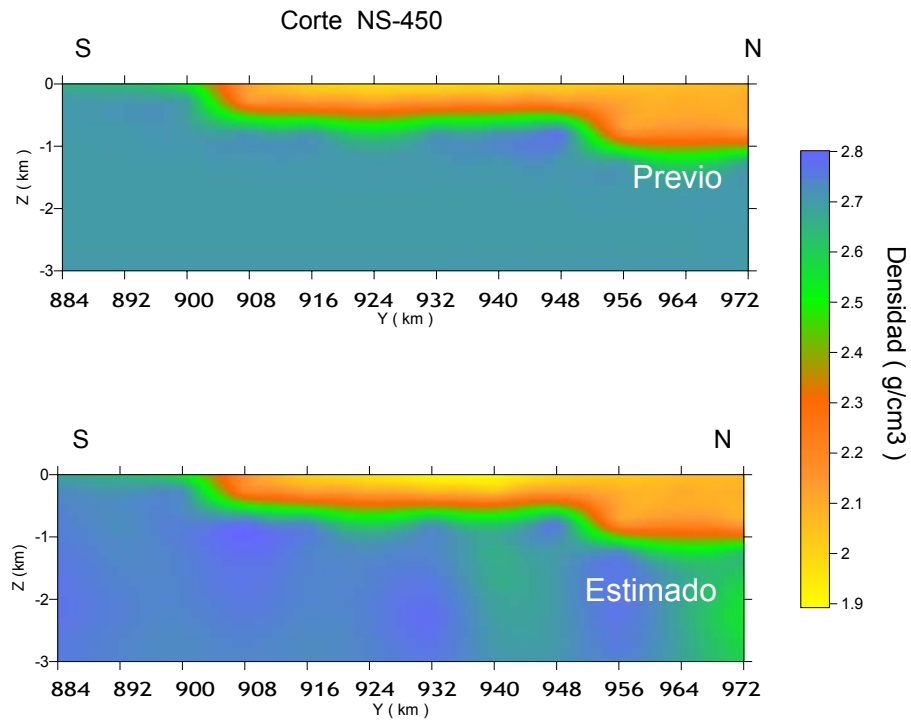


Figura 6.45. Corte NS-450 del modelo *a priori* de densidad y el modelo resultante de la inversión.

En conjunto, los dos tipos de representación del modelo estimado, bien sea a través de la profundidad de la interface como los cortes verticales de densidad permiten apreciar que la anomalía gravimétrica es explicada por una combinación equilibrada entre geometría del basamento y variaciones de la densidad. Otro aspecto importante e influyente en la estimación de los parámetros es la distancia de correlación lateral la cual indica la continuidad espacial del parámetro físico acorde con lo especificado en los parámetros geostatísticos. Este último aspecto, distancia de correlación, se puede apreciar en la mayoría de los cortes verticales de densidad a través de los contrastes laterales de esta propiedad.

En las Figuras 6.46 y 6.47 se representan los histogramas de densidad para el modelo solución y la estadística correspondiente a la información de los registros de densidad en pozos. Se evidencia como el algoritmo de inversión se ajusta a las premisas estadísticas exigidas. En efecto, las variaciones de densidad representadas en los cortes verticales (Figuras 6.35 a la 6.45) están dentro del margen estadístico de estas variaciones que reflejan cambios de composición en las rocas cristalinas del basamento.

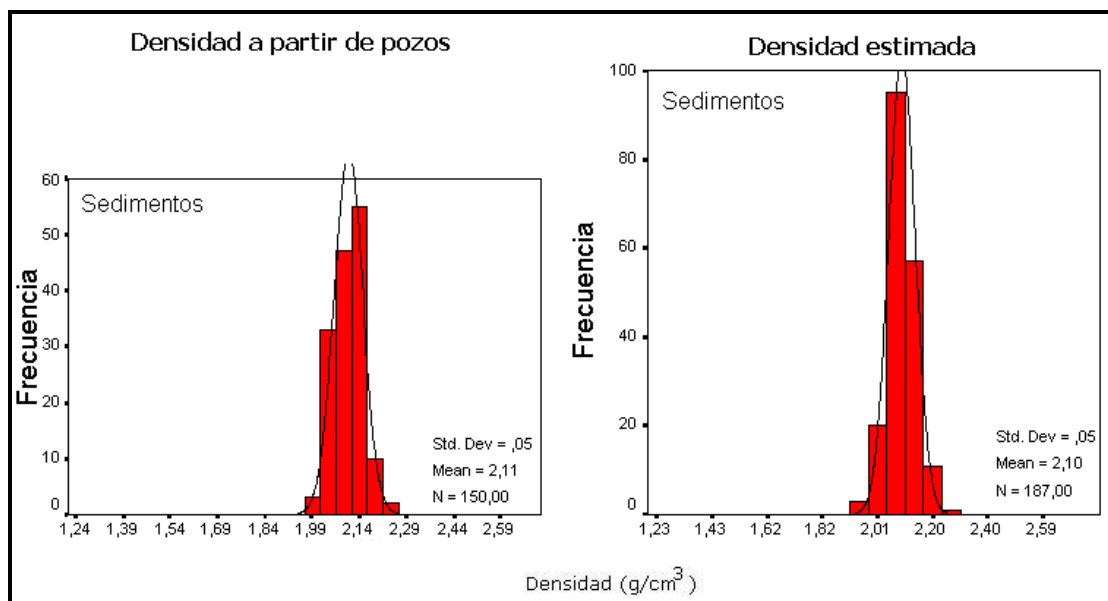


Figura 6.46. Histogramas de densidad de sedimentos antes y después de la inversión.

La Figura 6.46 ilustra los histogramas de la densidad de masa para sedimentos donde el histograma de la derecha corresponde a la densidad del volumen estimado de sedimentos y se puede apreciar que la estimación hecha por el método está comprendida en los límites de la estadística previa obtenida de los pozos, *i.e.*, el valor medio obtenido en la estimación es similar al reportado a partir de los pozos, alcanzando un valor de $2,1 \text{ g/cm}^3$ con una desviación tipo de $0,05 \text{ g/cm}^3$.

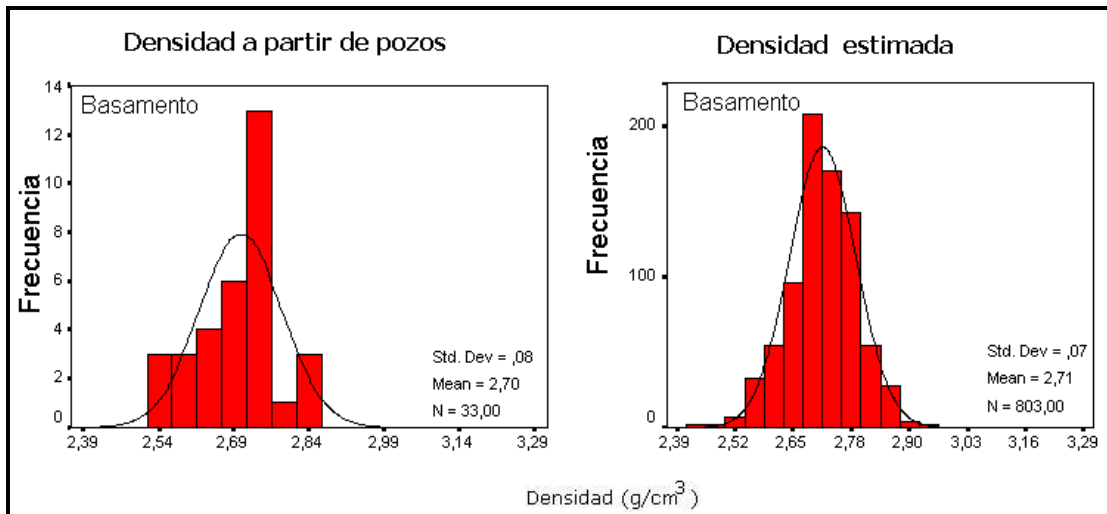


Figura 6.47. Histogramas de densidad de basamento antes y después de la inversión.

Similarmente la Figura 6.47 presenta los histogramas de densidad para basamento tanto a partir de los pozos como del volumen estimado de densidad de basamento. Nótese que el valor medio obtenido en la estimación es similar al reportado a partir de los pozos, alcanzando un valor de $2,71 \text{ g/cm}^3$ con una desviación tipo de $0,07 \text{ g/cm}^3$, también similar a la obtenida de los pozos, $0,08 \text{ g/cm}^3$.

Como muestran los resultados hay variaciones significativas de la densidad en el cratón. Para evidenciar el efecto en la anomalía gravimétrica que puede tener la variación de densidad en el basamento de Guayana se presenta una ventana de la anomalía de gravedad más al sur de la zona de estudio. Allí el basamento aflora por lo que no hay una influencia de la frontera sedimentos-basamento en la anomalía.

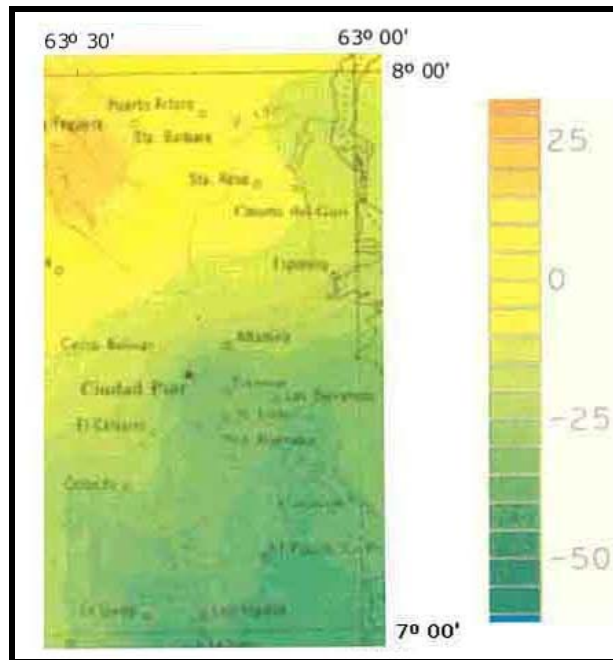


Figura 6.48. Mapa de Anomalia de Bouguer de la zona ubicada entre las longitudes 63°W y 63°30'W, latitudes 8°N y 7°N, densidad $\rho=2,67\text{g/cc}$ (Fuente: V. Graterol-USB,1988)

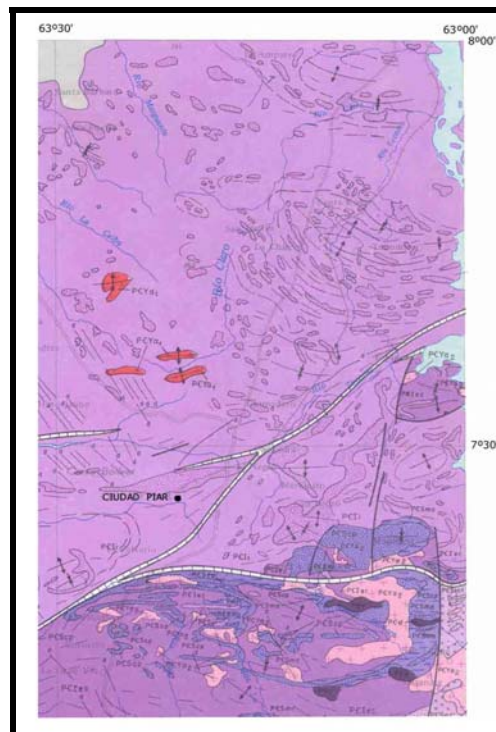


Figura 6.49. Mapa geológico de la zona ubicado entre las longitudes 63°W y 63°30'W, latitudes 8°N y aproximadamente 7°N (Fuente: Mapa Geológico-Estructural de Venezuela, Bellizzia *et al.* 1976)

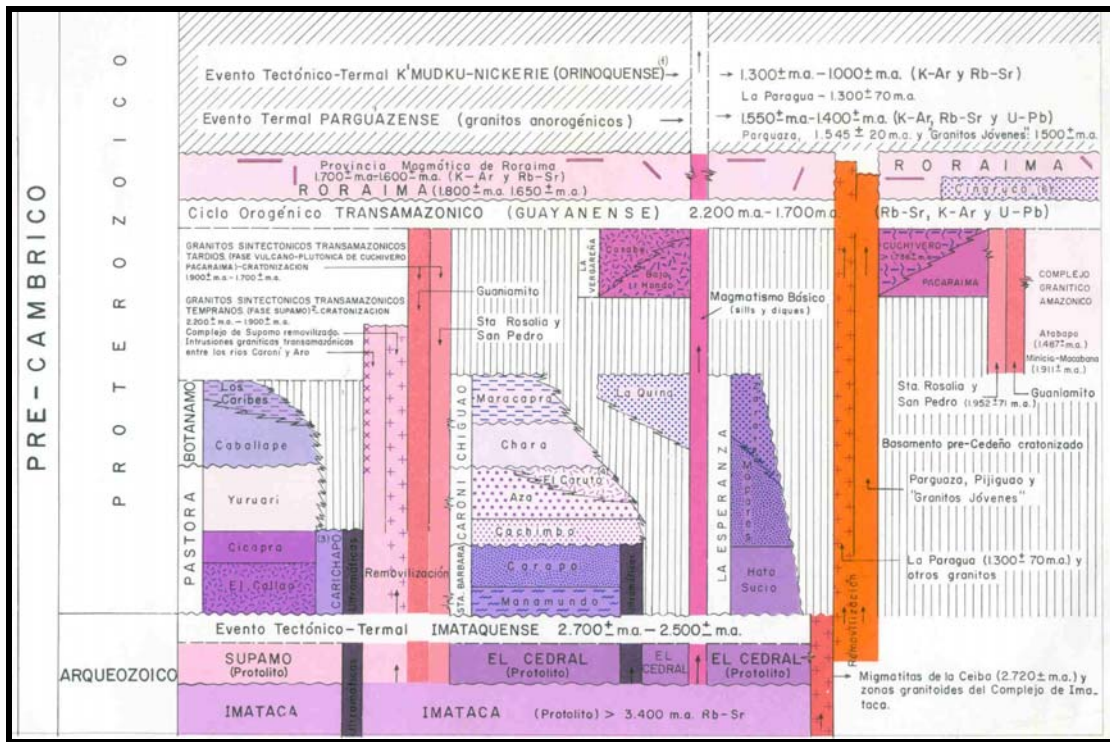


Figura 6.50. Carta de correlación estratigráfica. (Fuente: Mapa Geológico-Estructural de Venezuela, Bellizzia *et al.* 1976)

La Figura 6.48 ilustra el campo de Anomalia de Bouguer en una zona del Cratón de Guayana distinta a la zona de estudio, la cual presenta un interesante cambio en la magnitud de la respuesta gravimétrica, desde 20 mGal hasta -30 mGal, indicando una importante variación de la fuente de la anomalía gravimétrica en la zona. Esta configuración de la anomalía obedece fundamentalmente a los cambios de densidad y composición del basamento (Figura 6.49) y no a la variación de la profundidad del mismo ya que además esta superficie aflora hacia esta región del país. Se puede apreciar en el mapa geológico, Figura 6.49, que la composición del basamento va de rocas de la Formación Imataca de mayor antigüedad (> 3.400 m.a.) hasta rocas de la Formación Carapó de menor edad (aproximadamente < 2.500 m.a.) (Ver Figura 6.50).

CAPÍTULO VII

7. CONCLUSIONES

Se desarrolló una metodología en 3D para estimar, a partir de la información gravimétrica, una distribución de densidad en tres dimensiones junto con la profundidad de una interface que separa a dos estratos de diferente densidad media. La metodología considera el enfoque geoestadístico bayesiano que permite combinar información petrofísica, geológica y gravimétrica, asignando a su vez apropiadas incertidumbres a cada tipo de información.

A efecto de la formulación se asume que los campos de densidades y la superficie entre las dos capas siguen distribuciones espaciales gaussianas y siendo además la superficie subhorizontal.

Se empleó un método iterativo, método de optimización de Newton, con el cual se buscó el modelo óptimo que explica los datos observados y satisface la información *a priori* disponible sobre el modelo.

El volumen en estudio es modelado usando un número finito de prismas rectangulares con densidad constante. Se dan restricciones geoestadísticas a los parámetros del modelo a fin de considerar la continuidad espacial de los parámetros del modelo y la información *a priori*. La distribución final de la densidad junto con la profundidad de la discontinuidad se obtienen minimizando una función objetivo de modo que ajuste los datos observados y satisfaga las restricciones geoestadísticas.

Se aplicó este algoritmo a datos sintéticos para la validación mediante algunas pruebas numéricas, en las cuales se varió un tipo de parámetro del modelo (densidad de masa) y se fijó otro (profundidad de la interface) y viceversa. De este modo se comprobó la capacidad de estimación del esquema.

Según los casos estudiados (sintético y real) se enfatiza que las anomalías tienen dos fuentes de explicación: tanto la distribución espacial de la densidad como la configuración de la frontera divisoria de las dos capas. Con una combinación apropiada de los parámetros geoestadísticos el algoritmo repartirá responsabilidades entre los parámetros del modelo determinando cuales influirán más o influirán menos en la respuesta del campo gravimétrico.

En cuanto a la aplicación a datos de campo de la Región Hamaca de la Faja del Orinoco se observa, a partir de los resultados de las inversiones, que la anomalía tiene dos fuentes de explicación: la heterogeneidad de la densidad en las dos capas y la forma o geometría del tope de basamento. El esquema de inversión busca el equilibrio entre los dos tipos de parámetros del modelo a estimar para ajustar la anomalía observada.

El hecho de combinar la información gravimétrica y la información de pozos con la geoestadística constituye una ventaja de esta técnica, puesto que los resultados explican los tres tipos de información de un modo simultáneo. Esta característica se evidencia en la mejora que se obtiene en la predicción de los parámetros del modelo vinculados a la interface, al incorporar la información de pozos sobre la profundidad del tope de basamento, reflejado en una mejor estimación de las profundidades de esta superficie en el grupo de pozos utilizado como grupo ciego o de validación.

En efecto, al combinar la información gravimétrica y la información local de la posición de basamento en pozos, los resultados de la inversión mejoran la certidumbre en la predicción de la profundidad del basamento de 16% (sin datos localizados de pozos) al 8% con información local de pozos, en porcentaje respecto al rango de profundidades del basamento en la zona.

Se verifica que las profundidades de basamento en los pozos del grupo A (usadas para el modelo previo) son honradas por la inversión así como la estadística

global de la densidad (Figuras 6.45 y 6.46), cumpliéndose así las premisas del modelo estadístico usado en la inversión.

Tanto las variaciones de la densidad como las de la geometría del basamento contribuyen a la anomalía. En la zona se puede verificar que hay variaciones de la densidad en el basamento que contribuyen significativamente a explicar la anomalía gravimétrica.

Estos resultados muestran que el método de inversión geoestadística 3D de datos gravimétricos es valioso para integrar información petrofísica con las observaciones gravimétricas, lo cual posibilita la obtención de modelos más realistas del área que se esté estudiando. Esto pone de manifiesto la importancia de realizar la inversión geoestadística de datos gravimétricos en lugar de una inversión gravimétrica sola o convencional.

Otro aspecto a destacar se refiere a la flexibilidad que posee el método de emplear datos gravimétricos en un mallado bien sea regular o irregularmente espaciado, lo cual constituye una ventaja más con respecto a otras técnicas que dependen de un predeterminado espaciamiento en los datos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, V., J. SILVA y W. MEDEIROS (1999). Gravity inversión of a discontinuous relief stabilized by weighted smoothness constraints on depth, *Geophysics* 64: 1429-1437.

BARNETT, C. T. (1976). Theoretical modeling of the magnetic and gravitational fields of an arbitrarily shaped three-dimensional body, *Geophysics* 41: 1353-1364.

BEAR, G.W., H. J. AL-SHUKRI y A. J. RUDMAN (1995). Linear inversion of gravity data for 3-D density distributions. *Geophysics* 60: 1354-1364.

BELLIZZIA, G. A., M. N. PIMENTEL y O. R. BAJO Compilers (1976). Mapa Geológico Estructural de Venezuela: Venezuela Ministerio de Minas e Hidrocarburos, escala 1:500.000, Ediciones Foninves, Caracas.

BHASKARA, Rao D. y N. ARMES BABU (1991). A fortran-77 computer program for three-dimensional análisis of gravity anomalies with variable density contrast, *Computers & Geosciences* 17: 655-667.

BLAKELY, R. (1995). *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*, Cambridge University Press, New York, 441 pp.

BOSCH, M. (1999). Lithologic Tomography, From plural geophysical data to lithology estimation, *Journal Geophysical Research*, 104: 749-766.

BOSCH, M. and J. McGAUGHEY (2001). Joint inversion of gravity and magnetic data under lithologic constraints, *The Leading Edge*, 20: 877-881.

BOSCH, M., A. GUILLÉN y P. LEDRU (2001). Lithologic Tomography: An application to geophysical data from the Cadomian belt of northern Brittany, France, *Tectonophysics*, 331: 197-227.

CHAPMAN, M. E. (1979). Techniques for interpretation of geoid anomalies, *Journal Geophysical Research*, 84: 3793-3801.

FEO-CODECIDO, G., F. Jr. SMITH, N. ABOUD y E. DI GIACOMO (1984). Basement and Paleozoic rocks of the Venezuelan Llanos Basins, *Geological Society of America, Memoir 162*: 173-187.

GRATEROL, V. y W. GUMERT (1998). 3-D gravity inversion with variable datum, *The Leading Edge* 17: 1769-1772.

GRATEROL, V., J. FLORES, J. CASTILLO y A. PERARNAU (1988). Mapa de Anomalía de Bouguer de la República de Venezuela, Universidad Simón Bolívar, Escala 1: 2.000.000

ISAAKS, E. y R. M. SRIVASTAVA (1989). *Applied Geostatistics*, Oxford University Press, 558 pp.

LI, Y. y D. OLDENBURG (1998). 3-D inversion of gravity data, *Geophysics* 63: 109-119.

MOSEGAARD, K. y A. TARANTOLA (2000). Probabilistic Approach to Inverse Problems, Chapter for the *International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology*, IASPEI, 82pp.

PAUL, M.K. (1974). The gravity effect of a homogeneous polyhedron for three-dimensional interpretation: *Pure and Appl. Geophysics* 112: 553-561.

PDVSA (1983). Evaluación Exploratoria de la Faja Petrolífera del Orinoco - Área Hamaca, Vol IV, Cota 3000.228-88.

PLOUFF, D. (1976). Gravity and Magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections, *Geophysics* 41: 727-741.

PRESS, W., W. VETTERLING, S. TEUKOLSKY y B. FLANNERY (1999). *Numerical Recipes in Fortran 77*, Cambridge University Press, USA, Second Edition, 973 pp.

RAMA RAO, P., K.V. SWAMY, I.V. RADHAKRISHNA MURTHY (1999). Inversion of gravity anomalies of three-dimensional density interfaces, *Computers & Geosciences* 25: 887-896.

RUSSO, R. M. y R. C. SPEED (1994). Spectral analysis of gravity anomalies and the architecture of tectonic wedging, NE Venezuela and Trinidad, *Tectonics*, Vol. 13 (2): 613-622.

SCALES, J. y R. SNIEDER (2002). To Bayes or not to Bayes?, *Geophysics* 62: 1045-1046.

SINGH, B. y D. GUPTASARMA (2001). New method for fast computation of gravity and magnetic anomalies from arbitrary polyhedra, *Geophysics* 66: 521-526.

SCHLUMBERGER WEC-Venezuela (1997). Well Evaluation Conference. Schlumberger Surencó, Caracas. Págs. 1-46.

SCHLUMBERGER (1987). Principios/Aplicaciones de la Interpretación de Registros, Schlumberger Educational Services, 198 pp.

TARANTOLA, A. (1987). Inverse Problem Theory: Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation, Elsevier, New York, 613 pp.

TELFORD, W. M., L. P. GELDART y R. E. SHERIFF (1990). [Applied Geophysics, 2nd ed.](#) Cambridge, England: Cambridge University Press. 770 p.