

Aplicación de la Transformada Wavelet Ortonormal Discreta para la Medición de Rasgos de Textura en Imágenes Histológicas de Lesiones Mamarias

C. Florio¹, V. Barrios², P. Linares³, M. De Abreu³ y A. Reigosa⁴

¹Departamento de Computación. Facultad Experimental de Ciencia y Tecnología, FACYT. UC. Venezuela. cflorioluis@gmail.com

²Departamento de Física. Facultad de Ingeniería. UC. Venezuela. vbarrios@uc.edu.ve

³Centro Multidisciplinario de Visualización y Cómputo Científico. CEMVICC. Facultad Experimental de Ciencia y Tecnología, FACYT. UC. Venezuela. plinares@uc.edu.ve; mdeabreu@uc.edu.ve.

⁴Centro de Investigaciones Médicas y Biotecnológicas, CIMBUC. Facultad de Ciencias de la Salud. UC. Venezuela. areigosa@uc.edu.ve

RESUMEN

El análisis de textura es una herramienta importante en la caracterización de imágenes de tejido mamario para apoyo al diagnóstico. En este trabajo se presenta el desarrollo de un módulo de textura para el programa CIMAHIS (Sistema experimental desarrollado en la Universidad de Carabobo, República Bolivariana de Venezuela). Este módulo de software tiene por objeto caracterizar texturas presentes en imágenes histológicas usando los rasgos de energía y entropía de la Transformada Wavelet Discreta de Haar (TWDH) y Daubechies 2 (TWDD2). Se observa que la TWDH produce mejor resolución en relación a la TWDD2. En una prueba preliminar se obtuvo una tendencia de mayor energía y entropía en la medida que se incrementa la heterogeneidad del tejido. No obstante, este aspecto necesita una validación completa que considere un número suficiente de casos.

Palabras Clave: *Wavelet* de Haar, *Wavelet* de Daubechies 2, Análisis de textura.

ABSTRACT

Texture analysis is an important tool in characterizing images of breast tissue for diagnostic support. This paper presents the development of a texture module for the program CIMAHIS (an experimental system developed at the University of Carabobo, Bolivarian Republic of Venezuela). The goal of this software module is to characterize textures present in histological images using the features of energy and entropy of the Haar Discrete Wavelet Transform (TWDH) and Daubechies 2 (TWDD2). It is observed that the TWDH produces better resolution in relation to the TWDD2. In a preliminary test we obtained a trend of higher energy and entropy as long as the tissue heterogeneity increases. However, a complete validation that takes into account a sufficient number of cases is needed.

Keywords: Haar Wavelet, Daubechies 2 Wavelet, Texture analysis.

1. Introducción

De acuerdo a las estadísticas de la OPS, el cáncer de mama es la segunda causa de muerte por cáncer en las mujeres venezolanas y en América después del cáncer cérvico uterino; En el año 2009, 2,63% de las muertes por cáncer (27.059 mujeres) en América fueron por cáncer de mama, y en Venezuela el número llegó al 3,03% (1.464 mujeres) [OPS11].

Por tal motivo, a pesar de los avances en los métodos de diagnóstico y tratamiento, el abordaje efectivo y en fases tempranas sigue siendo crucial para obtener los mejores resultados en la remisión de la enfermedad o bien para evitar la extensión de la misma después de la detección. De ahí, que el conseguir un diagnóstico temprano siga siendo la mejor vía para mejorar las posibilidades de curación [DB07].

En el apoyo al diagnóstico es importante identificar características, tales como formas y texturas que permitan caracterizar las imágenes de tejidos mamarios. En procesamiento de imágenes, una textura se entiende como una repetición de un patrón básico, el cual puede ser determinístico y/o estadístico [PSG02], específicamente al caracterizar texturas existen básicamente cuatro métodos para procesar la imagen y extraer su información, a saber: esta-

dísticos, estructurales, basados en métodos y basados en transformadas [Fer07]; [Jim07]; [SHB08].

2. Trabajos Previos

Desde hace mucho tiempo se vienen estudiando métodos para segmentar automáticamente imágenes de cortes histológicos con la finalidad de identificar estructuras celulares, cuantificarlas, efectuar mediciones morfológicas y estadísticas para lograr caracterizar neoplasias [BSR*97].

La Transformada Wavelet discreta descompone una imagen en un conjunto de coeficientes, tendencias y detalles que constituyen una representación multiescala de la imagen. Una limitación importante en el análisis de textura en una imagen es que se hace a una sola escala. [GPR04].

El trabajo precursor de Haar (alrededor de 1909) referido a bases no condicionadas en espacios funcionales clásicos poseyó un neto cariz matemático y fue continuado por Goupillard, Grossman y Morlet con la formulación (en el año 1982) de lo que hoy se conoce como transformada wavelet continua (CWT) para el análisis de ondas sísmicas en la prospección petrolífera [CC06].

La introducción de las wavelets discretas (DWT) se debe principalmente a los estudios iniciales realizados por Jean-Baptiste Joseph Fourier en el año 1822, los cuales dieron

origen a la transformada que lleva su nombre y posteriormente a la discretización de la misma. Con el avance en las investigaciones se optimizaron los cálculos para realizar menos operaciones matemáticas y se obtuvo la Transformada Rápida de Fourier (FFT), además con el avance de la computación se diseñaron los algoritmos que resuelven computacionalmente la FFT.

Más tarde, en el año 1983, Strömberg realizó un aporte teórico y práctico a las wavelets ortogonales de soporte compacto de la belga Ingrid Daubechies. La estructuración del análisis multiresolución por parte de Mallat en el año 1989, y la interpretación tiempo-frecuencia de la CWT debida a Delprat en el año 1991, constituyen sucesivos hitos de un terreno que continúa siendo fecundado por la intensa labor de Coifman, Graps, Meyer y Aboufadel, entre otros investigadores [CC06].

La textura en imágenes digitales ha sido descrita o caracterizada a través de las Wavelets (en español Ondículas), tal como indican diversos autores [RFR02]; [AG03]; [SRP04]; [HS06a]; [HS06b]; [Jim07]; [MCM10].

3. Transformada Wavelet

La Transformada Wavelet, es una herramienta eficiente para el análisis local de señales no estacionarias y de rápida transitoriedad; transforma la señal a una representación de tiempo-escala. Provee análisis de multiresolución con ventanas dilatadas. El análisis de las frecuencias de mayor rango se realiza usando ventanas angostas y el análisis de las frecuencias de menor rango se hace utilizando ventanas anchas [She96].

Las Wavelets, funciones bases de la Transformada Wavelet, son generadas a partir de una función Wavelet básica, mediante traslaciones y dilataciones. Estas funciones permiten reconstruir la señal original a través de la Transformada Wavelet inversa anchas [She96].

De manera muy general, la Transformada *Wavelet* Continua de una función $f(t)$ es la descomposición de esta sobre un conjunto de funciones $\Psi_{s,\tau}(t)$, que forman una base y son llamadas las “*Wavelets*” anchas [She96]. La Transformada *Wavelet* se define como:

$$\text{CWT}_f(s, \tau) = \int f(t) \Psi_{s,\tau}^*(t) dt \quad (3.1)$$

Las *Wavelets* son generadas a partir de la traslación y cambio de escala de una misma función *wavelet* $\Psi(t)$, llamada la “*Wavelet madre*”, y se define como:

$$\Psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \Psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (3.2)$$

Donde, s es el factor de escala, y τ es el factor de traslación.

3.1 Wavelets ortonormales y discretas:

La continuidad de la CWT se garantiza porque tanto la variable de escala como la variable de traslación varían en forma continua. Sin embargo, en términos de cálculo computacional es imprescindible discretizar la transformada, y la suposición más lógica es que tanto los valores de

escala como traslación sean discretos, la forma más común de discretizar los valores de s y τ [Cue10].

La función $f(t)$ puede ser reconstruida desde los coeficientes *wavelets* discretos $Wf(s, \tau)$, de la siguiente manera:

$$f(t) = A \sum_s \sum_\tau W_f(s, \tau) \Psi_{s,\tau}(t) \quad (3.1.1)$$

Donde, A es una constante que no depende de $f(t)$.

A estas funciones *wavelets* continuas con factores de escala y traslación discretos se las denomina *Wavelets* discretas. Los factores de escala y traslación de las *wavelets* discretas pueden ser expresados como:

$$s = s_0^i \quad y \quad \tau = k\tau_0 s_0^i \quad (3.1.2)$$

Donde, el exponente i y la constante k son enteros, y $s_0 > 1$ es un paso fijo de dilatación. El factor de traslación τ depende del paso de dilatación s , Ec. (3.1.2). Entonces, a partir de la Ec. (3.2) y con la Ec. (3.1.2), las correspondientes *wavelets* discretas quedan expresadas como:

$$\Psi_{i,k}(t) = s_0^{-i/2} \Psi\left(s_0^{-i}(t - k\tau_0 s_0^i)\right) = s_0^{-i/2} \Psi(s_0^{-i}t - k\tau_0) \quad (3.1.3)$$

A través de la Ec. (3.1), la Transformada *Wavelet* de una función continua es realizada a frecuencias y tiempos discretos que corresponden a muestreos con distintas traslaciones (tiempo) y distintas dilataciones (o cambios de escala).

El paso de muestreo en tiempo es pequeño si se utilizan *wavelets* que son de pequeña escala y grande en el caso de las de gran escala. El cambio del factor de escala s permite el análisis de las singularidades de la señal. Cuando solo los detalles de la señal son de interés, unos pocos niveles de descomposición son necesarios. Por lo tanto el análisis *wavelet* provee una forma más eficiente de representar señales transitorias.

De esta forma, si las funciones *wavelets* discretas forman una base ortonormal, una función $f(t)$ de soporte finito puede ser reconstruida como una suma de los coeficientes *wavelets* discretos $Wf(s, t)$ multiplicados por las funciones de la base, como sigue:

$$f(t) = \sum_s \sum_\tau W_f(s, \tau) \Psi_{s,\tau}(t) \quad (3.1.4)$$

Una descomposición *wavelet* ortonormal no posee información redundante y representa la señal en forma unívoca. Es posible tener una base *wavelet* ortonormal usando *wavelets* con factores de traslación y dilatación discretos [She96]. Para estas funciones *wavelets* discretas ortogonales, los productos internos son iguales a cero:

$$\int \Psi_{i,k}^*(t) \Psi_{m,n}(t) dt = \begin{cases} 1, & \text{si } i = m \text{ y } k = n \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.1.5)$$

La transformada *Wavelet*, puede ser calculada de forma discreta utilizando el **algoritmo piramidal** [Ste98]; [She96].

4. Metodología

4.1 CIMAHIS

El CIMAHIS (Caracterización de IMágenes HISTológicas) es un sistema desarrollado en la Universidad de Carabobo para la experimentación de métodos de caracterización y apoyo al diagnóstico y pronóstico en imágenes de cortes histológicos de lesiones mamarias [Her11].

Este trabajo trata de la integración al Sistema CIMAHIS, del módulo para el procesamiento y análisis de textura, que constituye una de las funcionalidades principales en el *software*.

4.2 Algoritmo Piramidal de la Transformada Wavelet

En el cálculo práctico de la Transformada Wavelet ortonormal se utiliza el algoritmo piramidal, el cual consiste en, realizar una convolución (que no es más que una multiplicación de matrices) entre la imagen a la cual se le va a obtener su Transformada Wavelet Discreta y un banco de filtros, el cual corresponde a una serie de filtros pasa bajo y pasa alto $p(n)$ y $q(n)$ respectivamente dispuestos en una matriz.

Debido a la condición de ortonormalidad, no se genera información redundante de la señal, y así, se evita la aparición de información falsa.

Los filtros periódicos $p(n)$ y $q(n)$, son filtros de soporte compacto con un número finito N de coeficientes distintos de cero, es decir, el grado de los filtros es $(N-1)$. Por lo tanto, los dos conjuntos de filtros forman una matriz de $2 \times N$ [She96].

$$\begin{vmatrix} p(0) & p(1) & \dots & p(N-1) \\ q(0) & q(1) & \dots & q(N-1) \end{vmatrix} \quad (4.2.1)$$

Esta estructura se llama matriz de transformada wavelet y es utilizada en el algoritmo de descomposición.

Debido a la ortogonalidad de los filtros, el filtro paso-alto $q(n)$ es obtenido a partir del filtro paso-bajo $p(n)$:

$$q(n) = (-1)^n p(N-1-n) \quad (4.2.2)$$

Así, la matriz (4.1.1) puede ser expresada en función del filtro $p(n)$

$$\begin{vmatrix} p(0) & p(1) & \dots & p(N-1) \\ p(N-1) & -p(N-2) & \dots & p(0) \end{vmatrix} \quad (4.2.3)$$

Para una base de Daubechies los coeficientes de filtro cumplen las siguientes relaciones algebraicas [Dau92]:

$$\sum_{m=0}^{N-1} p(m) = \sqrt{2}, \quad (4.2.4)$$

$$\sum_{m=0}^{N-1} q(m) = 0, \quad (4.2.5)$$

$$\sum_{m=0}^{N-1} (-1)^m q(m) = 0, \quad (4.2.6)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{N-1} p(m)p(m+2k) &= \delta(k, 0) \\ &= \begin{cases} \sum_{m=0}^{N-1} |p(m)|^2 & \text{si } k = 0, \\ 0 & \text{si } k \neq 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

En resumen, la Transformada Wavelet Discreta se realiza mediante el Algoritmo piramidal el cual consiste en la aplicación sobre la data de entrada de un grupo de Filtros paso-bajo $p(n)$, paso-alto $q(n)$ que deben cumplir las características que se explicaron anteriormente. Antes de explicar cómo es el funcionamiento de este algoritmo en una imagen (2 dimensiones), se procede primero a explicar cómo se realiza el algoritmo sobre una señal unidimensional.

4.2.1 Algoritmo Piramidal Unidimensional

Dada una señal unidimensional de entrada la cual constituye el vector inicial de datos $f(n)$ se genera la matriz de Transformada Wavelet con los filtros de traslación discretos. Si la longitud del vector de datos de entrada es L , se construye una matriz de Transformada Wavelet de tamaño $L \times L$, formada por repeticiones de la matriz (Figura 1) de los conjuntos de filtros $p(n)$ y $q(n)$.

Las filas impares corresponden a los filtros paso-bajo $p(n)$ y, en cada fila impar, los filtros paso-bajo $p(n)$ son trasladados dos columnas con respecto a la fila impar anterior. Asimismo, las filas pares corresponden a los filtros paso-alto $q(n)$ que son trasladados dos columnas con respecto a la fila par anterior (Figura 1), los demás valores son 0's.

$$\begin{pmatrix} c(1) \\ d(1) \\ c(2) \\ d(2) \\ \vdots \\ \vdots \\ p(2) \\ q(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p(0) & p(1) & p(2) & p(3) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ q(0) & q(1) & q(2) & q(3) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p(0) & p(1) & p(2) & p(3) & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q(0) & q(1) & q(2) & q(3) & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p(0) & p(1) & p(2) & p(3) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & q(0) & q(1) & q(2) & q(3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p(2) & p(3) & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & p(0) & p(1) \\ q(2) & q(3) & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & q(0) & q(1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f(1) \\ f(2) \\ f(3) \\ f(4) \\ \vdots \\ \vdots \\ p(1) \\ q(1) \end{pmatrix}$$

Figura 1: Al multiplicar el vector de datos iniciales $f(n)$, de longitud L , por la matriz de Transformada Wavelet se obtiene un vector con los coeficientes $c(n)$ y $d(n)$ intercalados.

Una vez construida la matriz de Transformada Wavelet, se procede a realizar el proceso de convolución, el cual consiste simplemente en la multiplicación de dicha matriz con el vector columna de datos de entrada $f(n)$ (Figura 1). De este producto resultan dos grupos de valores, una entre el vector de datos $f(n)$ y los filtros $p(n)$ (aproximación discreta $c(n)$) y otra entre el vector de datos $f(n)$ y los filtros $q(n)$ (coeficientes discretos wavelets $d(n)$). El algoritmo se aplica solo a los coeficientes de aproximación $c(n)$. Como en cada iteración el vector salida queda compuesto por los

coeficientes $c(n)$ y $d(n)$ intercalados, se debe realizar una permutación de éste para poder continuar con el algoritmo y obtener el siguiente nivel de descomposición, como se muestra en la Figura 2, donde $L = 16$.

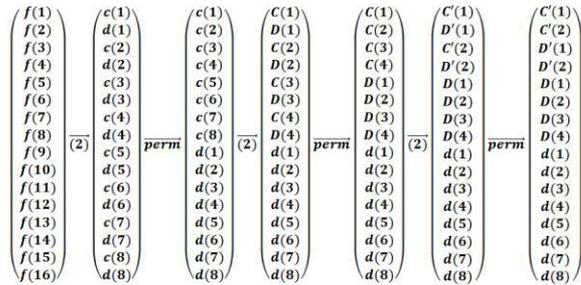


Figura 2: Esquema de los distintos niveles del algoritmo piramidal para obtener los coeficientes del desarrollo Wavelet con DAUB2, donde (2) indica que se aplica la operación de la Figura 1.

Si el tamaño del vector no es potencia de 2, el algoritmo escala el vector a la potencia de 2 más cercana por exceso, rellenando con 0 (cero); como se plantea en [Sum01].

Si la longitud del vector de datos es $N > 16$ (DAUB4), el vector de salida en el nivel de resolución más bajo será siempre un vector con dos coeficientes de aproximación $C(1)$ y $C(2)$ y una jerarquía de coeficientes wavelets $D'(1)$, $D'(2)$ resultantes del nivel de resolución más bajo, $D(1)$ - $D(4)$ para el nivel de resolución más alto, y $d(1)$ - $d(8)$ para nivel de resolución aún más alto, y así sucesivamente (ver Figura 2). Se puede observar que, una vez que los coeficientes wavelet d' son generados, simplemente se propagan a través de todos los pasos subsecuentes. El mismo algoritmo es usado para calcular los coeficientes wavelet con respecto a otras wavelets, como en el caso de las Transformadas Haar, DAUB6, DAUB8, etc. La cantidad de posibles iteraciones a realizar dependerá de la cantidad de coeficientes de la wavelet utilizada y la longitud del vector de datos.

La reconstrucción wavelet discreta puede ser calculada por un procedimiento inverso al procedimiento de descomposición. Esto es, por el nivel de resolución más bajo en la jerarquía y trabajando de derecha a izquierda con el diagrama de la Figura 2, utilizando la matriz de Transformada Wavelet inversa (Figura 3) en lugar de la matriz de Transformada Wavelet.

Como la matriz de Transformada Wavelet es ortogonal su inversa es la matriz traspuesta:

$$\begin{pmatrix}
 p(0) & q(1) & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & p(2) & q(2) \\
 p(1) & q(2) & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & p(3) & q(3) \\
 p(2) & q(3) & p(0) & p(1) & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 p(3) & q(4) & q(0) & q(1) & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p(2) & q(2) & p(0) & q(0) & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p(3) & q(3) & p(1) & q(1) & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & p(2) & q(2) & p(0) & q(0) \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & p(3) & q(3) & p(1) & q(1)
 \end{pmatrix}$$

Figura 3: Inversa de la Transformada Wavelet.

4.2.2 Algoritmo Piramidal Bidimensional

En dos dimensiones la descomposición wavelet de una función $f(x,y)$ puede calcularse con un algoritmo similar al

descrito anteriormente. Para el caso de procesamiento de imágenes, la imagen original constituye la matriz de datos inicial A_0 (Figura 4a).

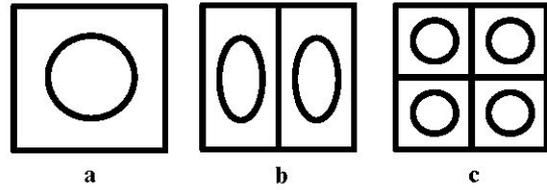


Figura 4: Pasos del proceso de descomposición de una imagen. (a) Imagen original. A_0 (b) descomposición en dirección horizontal. (c) Descomposición de (b) en dirección vertical (Resultado final) [She96].

En cada nivel de resolución i se calcula la convolución entre las filas de A_{i-1} y los filtros unidimensionales $p(n)$ y $q(n)$ en la dirección horizontal, resultando dos imágenes compuestas, cada una por la mitad de las columnas de la matriz (Figura 4b). Luego se calcula la convolución entre estas imágenes y los filtros $p(n)$ y $q(n)$ en la dirección vertical. En este caso, resultan de cada una, dos imágenes compuestas por la mitad de las filas (Figura 4c). Estas cuatro sub imágenes resultantes constituyen las tres imágenes detalle y la imagen aproximación (tendencia o residuo) [VK95].

El proceso es ejecutado con un algoritmo piramidal como se muestra en la Figura 5:

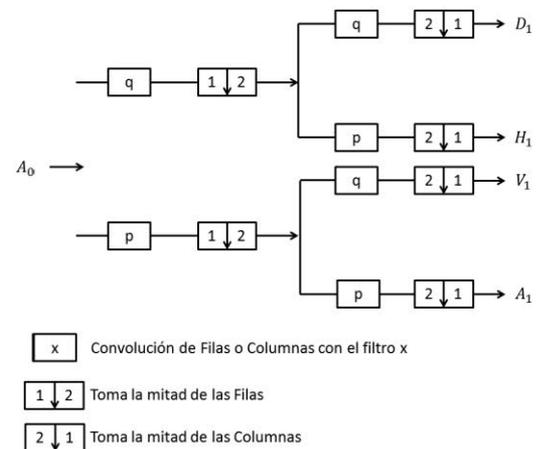


Figura 5: Esquema de la descomposición Wavelet en dos dimensiones con filtros $p(n)$ y $q(n)$ [She96].

De la imagen anterior se obtienen 4 sub imágenes descritas a continuación a partir de esta imagen (Figura 6)

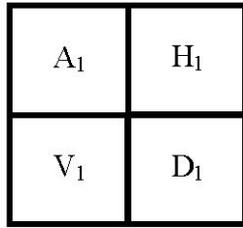


Figura 6: Imagen subdividida resultante de la Transformada Wavelet

En la Figura 6, la región marcada A₁ (área de aproximación) incluye información relacionada con las propiedades globales de la imagen analizada. Remover los coeficientes espectrales de esta área conduce a la distorsión más grande de la imagen original. H₁ (Área horizontal) incluye información relacionada con las líneas verticales escondidas en la imagen. Remover los coeficientes espectrales a partir de esta área excluye detalles horizontales de la imagen original. V₁ (Área vertical) contiene la información relacionada con las líneas horizontales escondidas en la imagen. Remover los coeficientes espectrales a partir de esta área, elimina detalles verticales de la imagen original. D₁ (Área Diagonal) contempla información relacionada con los detalles diagonales escondidos de la imagen [BR09].

Si la imagen original tiene L² pixeles, cada imagen c(x,y), d₁¹(x,y), d₁²(x,y), d₁³(x,y) tiene [(L/2ⁱ)]² pixeles (i>0). Entonces, el número total de pixeles de una representación wavelet ortonormal sigue siendo L², es decir, la Transformada Wavelet no incrementa el volumen de datos.

La Figura 7 muestra la descomposición de las tres imágenes detalle y la imagen tendencia en los niveles de resolución 1 y 2.

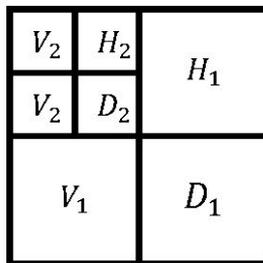


Figura 7: Esquema de la descomposición Wavelet piramidal en dos dimensiones.

Al igual que en el caso unidimensional, una vez obtenida la matriz con las imágenes detalle y la imagen tendencia, se puede aplicar a éstas el algoritmo inverso para reconstruir la imagen original A₀.

Cada imagen de detalle resultante contiene una banda limitada del espectro de frecuencias originales: específicamente, H₁ y A₁ contienen respectivamente la mitad más alta y más baja del espectro de frecuencias de la imagen original y V₁ contiene la mitad más alta del espectro de frecuencias de A₁. Continuando con este proceso resulta:

$$A_0 = H_1 + V_1 + D_1 + \dots + H_n + V_n + D_n + A_n \quad (4.2.2.1)$$

La interpretación de esta expresión, en términos de imágenes, es que los detalles del "fino al grueso" de la imagen están contenidos en H₁ + V₁ + D₁ + ... + H_p + V_p + D_p, y A_p es el residuo de la imagen original A₀ [GLS99].

4.3 Filtros de Wavelet Haar y Wavelet Daubechies 2

Como se explicó en el ítem anterior el algoritmo piramidal funciona con un banco de filtros, el correspondiente a las wavelet de Haar es el siguiente:

	Filtros p(n)	Filtros q(n)
0	0.70710678118654757	-0.70710678118654757
1	0.70710678118654757	0.70710678118654757

Y el banco de filtros para Daubechies 2 es el siguiente:

	Filtros p(n)	Filtros q(n)
0	-0.12940952255092145	-0.48296291314469025
1	0.22414386804185735	0.83651630373746899
2	0.83651630373746899	-0.22414386804185735
3	0.48296291314469025	-0.12940952255092145

Estos filtros cumplen con las ecuaciones 4.2.4 a 4.2.7.

5. Rasgos de Textura Wavelet (Energía y Entropía)

El método para extraer rasgos de textura a través de la transformada wavelet discreta consiste en: descomponer la imagen, luego a cada sub imagen de tamaño N x M (N y M potencias de 2) se le calcula la energía y entropía. En cada sub imagen la energía y entropía normalizada son calculadas de la siguiente forma [HFS04]:

$$\text{Energía} = \frac{\sum_i \sum_j x_{i,j}^2}{N \times M} \quad (5.1)$$

$$\text{Entropía} = \frac{\sum_i \sum_j \left[\frac{x_{i,j}^2}{\text{norm}^2} \right] \log \left[\frac{x_{i,j}^2}{\text{norm}^2} \right]}{\log_2 N \times M} \quad (5.2)$$

donde x_{i,j} es el valor del pixel en la i-ésima fila y j-ésima columna de la sub imagen y

$$\text{norm}^2 = \sum_i \sum_j x_{i,j}^2 \quad (5.3)$$

6. Resultados

Al Sistema CIMAHIS en su prototipo original se le desarrolló la interfaz del módulo de textura incluyendo las secciones correspondientes a la DWT (Transformada Wavelet Discreta), la IDWT (Transformada Wavelet Discreta Inversa), la configuración de la plantilla, el cálculo de los rasgos de textura y el almacenamiento de los mismos.

Los niveles de descomposición varían desde 1 hasta log₂(a la menor dimensión de la imagen). En cuyo caso si el tamaño de la imagen no es potencia de 2, el algoritmo escala la imagen a la potencia de 2 más cercana por exceso;

de la misma manera que lo plantea [Sum01]. Con un nivel de descomposición 9 se garantiza, que para la imagen seleccionada se le aplicarán nueve niveles de descomposición (9 iteraciones al algoritmo piramidal).

La imagen a la que se le aplicó la transformada wavelet tanto Haar (TWDH) y Daubechie 2 (TWDD2) se muestra en la Figura 8:

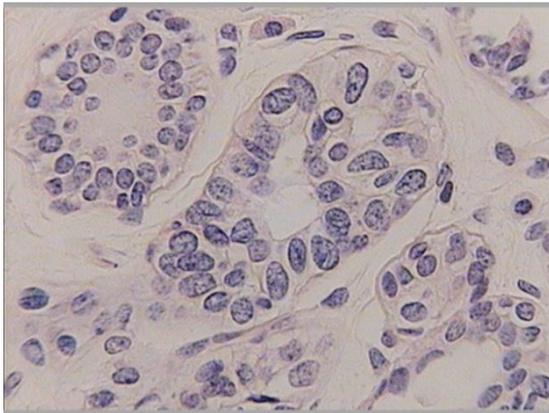


Figura 8. Imagen histológica de tejido mamario.

A continuación se presenta los resultados de descomposición de la imagen (Figura 8) aplicando la TWDD2 (Figura 9) y la TWDH (Figura 10).

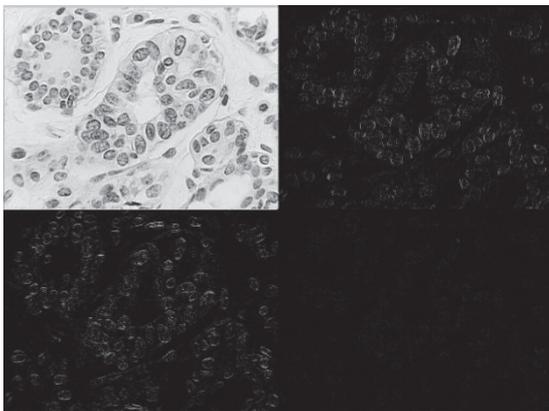


Figura 9. Descomposición de una imagen de tejido mamario utilizando TWDD2 con un (01) nivel de descomposición.

La característica de energía wavelet refleja la distribución de energía a lo largo del eje de frecuencia sobre una escala y en una orientación determinada. Además, se ha comprobado que es muy potente para caracterización de texturas. Como la información de textura más relevante ha sido borrada filtrando paso baja iterativamente, la energía de la imagen de baja resolución L_d generalmente no se considera una característica de textura [Jim07].

Consecuentemente, si los coeficientes *Wavelet* obtenidos para un nivel concreto poseen pequeñas magnitudes (valores próximos a cero) de energía, se espera que esos coeficientes *Wavelet* estén en los primeros niveles de descomposición. El aumento del nivel de descomposición

Wavelet produce unos coeficientes con mayores magnitudes.

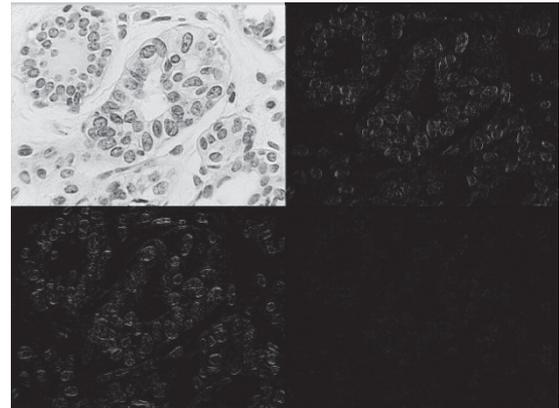


Figura 10. Descomposición de una imagen de tejido mamario utilizando TWDH con un (01) nivel de descomposición.

En el caso particular de la Entropía, esta se encuentra asociada al procesamiento digital de imágenes, como una medida de la heterogeneidad en los niveles de gris en ventanas de inspección en una imagen [MMK09].

Valores altos de entropía se atribuyen a una diferencia importante en la reflectancia de las zonas del tejido que presente anomalías respecto a las áreas de tejido con patrón normal. Cabría esperar por ende que las áreas de tejido con condición normal presenten valores bajos debido a la homogeneidad de la superficie. Mientras que zonas anómalas presenten valores más elevados, debidos a que se muestran como “manchones” en la superficie de la imagen.

Posteriormente se calculó la Transformada *Wavelet* de Haar en el Sistema CIMAHIS para dos imágenes (una con tejido mamario normal y una con lesiones de tejido mamario) con 3 niveles de descomposición obteniendo los siguientes resultados (Tabla 1):

Si bien los resultados no son concluyentes debido a que se realizó la comparación con una sola imagen, la tendencia muestra que la Entropía y la Energía son mayores en tejido con lesiones mamarias.

La presencia de heterogeneidad que muestra la imagen del tejido con lesiones mamarias hace elevar la entropía coincidiendo con lo reportado por [MMK09].

En las imágenes obtenidas a través de la Transformada *Wavelet* de Haar y la Transformada *Wavelet* de Daubechie2 se aprecian diferencias; debido un solapamiento circular entre primeras y últimas filas y columnas que se observa en Daubechie 2 y no en Haar.

Tabla 1. Comparación de Entropía y Energía para Imágenes con Tejido Mamario Normal en relación a Tejido Mamario con Lesiones Cancerosas; calculadas a partir del Sistema CIMAHIS.

Rasgo de textura en la imagen	Imagen tejido normal	Imagen tejido con lesiones cancerosas
ENERGIA	834,435 (A ₃)	1.232.680 (A ₃)
	5.863,16 (H ₃)	6.902,90 (H ₃)
	6.206,75 (V ₃)	6.456,58 (V ₃)
	1.822,75 (D ₃)	3.269,95 (D ₃)
	2.284,92 (H ₂)	2.264,92 (H ₂)
	2.558,29 (V ₂)	2.312,88 (V ₂)
	347,341 (D ₂)	658,86 (D ₂)
	157,164 (H ₁)	600,324 (H ₁)
	156,22 (V ₁)	607,306 (V ₁)
	22,8619 (D ₁)	67,6941 (D ₁)
ENTROPIA	0,848949 (A ₃)	0,898951 (A ₃)
	0,693929 (H ₃)	0,766547 (H ₃)
	0,672569 (V ₃)	0,77068 (V ₃)
	0,715803 (D ₃)	0,730487 (D ₃)
	0,648751 (H ₂)	0,737819 (H ₂)
	0,635129 (V ₂)	0,755269 (V ₂)
	0,741841 (D ₂)	0,740962 (D ₂)
	0,766406 (H ₁)	0,684084 (H ₁)
	0,762112 (V ₁)	0,692724 (V ₁)
	0,773518 (D ₁)	0,764199 (D ₁)

Nota: Las letras dentro de paréntesis corresponden al valor del rasgo en la sub imagen respectiva.

Este resultado coincide con lo reportado por [EHE05] quienes indicaron que si se puede obtener diferencia entre las imágenes resultantes de ambas transformadas *Wavelet* (Haar y Daubechies) ya que cada una trabaja distinto con los pixeles de las imágenes y consideran distintos pixeles en cada caso. No obstante, plantean que cuando se requiere un alto grado de precisión se recomienda el uso de Daubechies mientras que si se acepta un nivel de precisión de la imagen más bajo se puede utilizar la TW de Haar. Sin embargo, el nivel de detalle está relacionado con el tiempo de procesamiento de la imagen.

7. Conclusiones

- 1) Con la creación del Módulo Textura para el Sistema CIMAHIS se ofrece una herramienta de gran utilidad en el estudio de imágenes histológicas de tejido mamario normal y con lesiones cancerosas.
- 2) La utilización de la Transformada *Wavelet* para análisis de textura en imágenes de tejidos mamarios; se presenta como una alternativa adecuada para analizar dicha imagen en varios niveles de descomposición, ya que permite un análisis multiresolución.
- 3) Se logró una mejor resolución utilizando la Transformada *Wavelet* Discreta de Haar en relación a la de Daubechies 2.
- 4) Se obtuvo una tendencia de mayor energía y entropía en la medida que se incrementó la heterogeneidad del tejido; considerándose así un rasgo a la hora de emitir diagnósticos.

8. Agradecimiento

Este trabajo se realizó con el apoyo y financiamiento del CDCH. UC, como parte del proyecto No 2010-002.

Referencias

- [AG03] Arivazhagan, A y Ganesan, L. (2003). *Texture segmentation using wavelet transform*. Pattern Recognition Letters 24 (2003) 3197–3203.
- [BR09] Bhardwaj, A. y Rashid, A. (2009). *Image compression using Modified Fast Haar Wavelet Transform*. World Applied Sciences Journal 7(5):647-653
- [BSR*97] Barrios, V., Steve, C., Reigosa, A. y Montilla, G. (1997). *Segmentación de imágenes celulares utilizando redes neuronales*. Centro de procesamiento de Imágenes, Facultad de Ingeniería. Facultad de Ciencias de la Salud. Univesidad de Carabobo, Venezuela.
- [CC06] Cova, W. y Caballero, R. (2006). *Sobre Wavelets e Imágenes*. Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Córdoba Centro Universitario de Desarrollos en Automación y Robótica. 46 p.
- [Cue10] Cuerva, Y. (2010). *“Medición de la potencia activa mediante la transformada wavelet tradicional y la transformada wavelet empaquetada. Estudio Comparativo”*. Trabajo de Grado presentado para optar al título de Licenciado en Computación de la Facultad Experimental de Ciencia y Tecnología de la Universidad de Carabobo, Venezuela. 127 p
- [Dau92] Daubechies, I. (1992). *“Ten Lectures on Wavelets”*. The Society for Industrial and Applied Mathematics. 357 p.
- [DB07] Duran, H. y Bellón, J. (2007). *Papel de la cirugía en las metástasis del cáncer de mama*. [Consultado 24 Mayo, 2011] <http://scielo.sld.cu/pdf/cir/v50n1/cir13111.pdf>
- [EHE05] Elbehiery, H.; Hefnawy, A.; Elewa, T. (2005). *Visual Inspection for fired ceramic tile's surface defects using wavelet analysis*. www.icgst.com. ICGST International Journal on Graphics, Vision and Image Processing Vol. 05 N° 2.
- [Fer07] Fernández, A. (2007). *Estudio de técnicas basadas en la Transformada Wavelet y optimización de sus parámetros para la clasificación por texturas de imágenes digitales*. [Consultado 24 Mayo, 2011]: <http://dspace.cc.upv.es/handle/10251/1955> pp: 17 - 33.
- [GLS99] Gamba, P.; Lange, R.; Saccomano, C. (1999). *Trabajo Final “Estudio de la Aplicación Wavelet al Diagnóstico Asistido por*

- Computadora de Mamografías*. UNICEN.
- [GPR04] Giménez, F.; Peris, A. y Ródenas, F. (2004). *Tratamiento de señales digitales mediante wavelets y su uso con Matlab*. 1º edición. Alicante, España. 137 p.
- [Her11] Hernández, J. (2011). *Desarrollo de un prototipo para experimentación de métodos de caracterización y diagnóstico en imágenes de cortes histológicos de lesiones mamarias*. Tesis de Grado. FACYT Computación. Universidad de Carabobo. Venezuela. 141 p.
- [HFS04] Hamid, Z.; Farshid, R.; Siamak, N. (2004). Comparison of multiwavelet, Haralick and shape features for microcalcification classification in mammograms. *Pattern Recognition* 37: 1973 – 1986
www.elsevier.com/locate/patcog
- [HS06a] Hiremath, P. and Shivashankar, S. (2006 a). *Texture Classification using Wavelet Packet Decomposition*. *GVIP Journal*, Volume 6, Issue 2.
- [HS06b] Hiremath, P. and Shivashankar, S. (2006 b). *Wavelet based features for texture classification*. *GVIP Journal*, Volume 6, Issue 3.
- [Jim07] Jiménez, M. (2007). *Extracción de características de textura basada en la transformada Wavelet discreta: Recurso electrónico*. Tesis de Grado de la Escuela Superior de Ingenieros. Universidad de Sevilla. 70. p
- [MCM10] Mishra, P.; Chatterjee, R. y Mahapatra, V. (2010). *Texture segmentation using gabor filters and wavelets*. Thesis Bachelor in Technology In Computer Science and Engineering. National Institute of Technology, Rourkela. Deemed University. 43 p.
- [MMK09] Melchiori, M.; Melchiori, A. y Kemerer, A. (2009). *Procesamiento digital de imágenes aéreas multiespectrales para la cuantificación de caña de azúcar caída*. INTA, Argentina. 38º JAIIO - Congreso Argentino de AgroInformática (CAI 2009), pp. 187-195.
- [OPS11] OPS / Organización Panamericana de la Salud. (2011). *Estadísticas de Causas Principales de Muerte de Mujeres en América*. new.paho.org.
- [PSG02] Pajares, G.; Sanz, M. y García, J. (2002) *Visión por Computador: Imágenes Digitales y Aplicaciones*. Ed. Alfaomega-Ra-Ma, México D.F
- [RFR02] Ruiz, L.; Fernández-Sarria, A. and Recio, J. (2002). *Texture feature extraction for classification of remote sensing data using wavelet decomposition: A comparative study*. *IAPRS*, vol. 35. 6 p.
- [SHB08] Sonka, M.; Hlavac, V. and Boyle, R. (2008). *Image Processing, Analysis, and Machine Vision*. Ed. Thomson. Pp: 718 – 749
- [She96] Sheng, Y. (1996). "Wavelet transform", in *The Transforms and Applications Handbook*, A.D. Poularikas Ed. Chap. 10, (CRC and IEEE Press, Boca Raton).
- [SRP04] Soltanian, H., Rafiee – Rad, F. Pourabdollah-Nejad, S. (2004). *Comparison of multiwavelet, wavelet, Haralick, and shape features for microcalcification classification in mammograms*. *The Journal of the Pattern Recognition Society*. 37. Pp: 1973 – 1986.
- [Ste98] Stéphane, M. (1998). *A Wavelet tour of signal processing*. Academic Press. 1998. San Diego CA. USA.
- [Sum01] Sumbera, J. (2001) *Wavelet transform using Haar Wavelet*. Milwaukee School of Engineering. USA. [Consultado el 02 de Septiembre, 2011].
http://www.dcd.zju.edu.cn/~jun/Courses/Multimedia2011/complementary/Jiri_Sumbera_Wavelet_Transform_using_Haar_Wavelets.pdf
- [VK95] Vetterli, M. y Kovacevic, J. (1995). *Wavelets and Subband Coding*. Prentice Hall Signal Processing Series.